

有關斷面水槽試驗之反射率多組配對分析

許師瑜¹ 李俊穎² 蔡立宏³ 林昭圭⁴

¹交通部運輸研究所運輸技術研究中心 助理研究員

²交通部運輸研究所運輸技術研究中心 科長

³交通部運輸研究所運輸技術研究中心 主任

⁴國立臺灣海洋大學 教授(退休)

摘要

本研究藉由執行交通部運輸研究所運輸技術研究中心「長週期波斷面模型試驗」計畫之土工模型試驗資料，探討如何利用波高計的多組配對方式，來提高斷面土工模型試驗中測定反射率的效率與信賴度，以期能朝向試驗室自動化再進一步，並嘗試建立標準作業程序之基礎。本研究在長 100 公尺斷面水槽進行消能結構物反射率試驗，以 68 公分等間距設置 7 支波高計，進行規則造波試驗及波形同步取樣，並利用 Goda 及 Suzuki (1976)的兩點求反射率法進行分析，得到多組波高計配對結果。波浪在較短水槽的傳播過程中，容易因混和了波形衰減以及消能結構物反射波產生相位偏移情形，導致不容易辨識波列通過每一支波高計的時間以及反射率的計算誤差；但是較長的造波水槽配合適當的造波時間與取樣時間，可方便地辨識入射波及多次反射波的通過時間。測試結果顯示，利用多組配對方式，可以篩除不良的配對結果，且試驗過程不需變換波高計位置。對於長 100 公尺造波水槽而言，分析第一次(結構物)反射波通過波高計後至第二次(造波板)反射波到達波高計之間的波列時段，即可獲得穩定之反射率結果。

一、前言

港灣工程規劃設計之階段，大多採用水工模型試驗與數值模擬分析，進行相關結構物的特性分析(主要為消能特性、波浪變形與結構物受力及穩定)和驗證。雖然借助於電腦軟硬體技術的提升，可以開發計算流體動力(computational fluid dynamic)模式，將數值模擬推進至擬態化的境界，例如在時間軸上模擬波浪變形或碎波。但因數位離散化計算所衍生的各種相關因素，尤其是時間軸方面的模擬，港灣波動常要求達到定常狀態，以期能觀察到最大可能波動。即便是利用多核心運算進行數值計算，幾百秒的現場波動行為仍可能需要模擬數十小時，如何確認波動已經達到穩定或是已符合現場狀況，仍未有明確定義。因而在工程規劃實務上，需借助於水工模型斷面試驗進行水理的觀察與分析。

消能結構物常被用來消滅已經入侵港灣內的波浪能量，避免引發港灣振盪，而港內為了獲得更多的碼頭利用空間，多使用直立不透水結構物(如沉箱堤或混凝土方塊堤)、直立多孔式/開孔式結構物(perforated/slotted structures，如 Jarlan 型或狹縫型消能結構物)、多孔隙拋石/拋消波

塊堤(porous media rubble mound structures，包括透水性，如拋塊石/拋消波塊離岸堤或不透水拋石/消波塊斜坡堤，如碎波複合堤)。由於結構性引發的複雜水動力行為，無法用一個解析解或數值模擬方法來加以描述，現地觀測又很難釐清所有可能的影響因子的強弱。因此一個結構物的設計適切性，便需仰賴於水工模型試驗來驗證及改良。平面水工試驗主要在巨觀地評估波浪在結構物、港型及地形共同影響下水面波動情形；而斷面水工模型試驗則能較微觀地觀察及評估結構物受波浪作用下的整體表現、優勢與弱勢以求改進加強。斷面水工模型試驗的項目包含了結構物與鄰近水體運動的互制性，包括波浪的反射、碎波、溯升及越波、結構體本體的受力、運動行為及包括基礎的穩定等等。其中最常做的是針對結構物的整體消能效果進行評估，也就是量測結構物前方水域的反射率與受力，除了應用在防波堤的向海側外，更常應用在碼頭兼做消能設施的港區岸線上，而其消能效果直接關係到港區的靜穩度。

試驗室裡測反射率的方式很多，回顧相關的文獻，主要包含 Healy(1953)用波高計追蹤達到定常狀態的最大波高及最小波高來求反射率、Goda 及 Suzuki (1976)的兩點法、Mansard 及 Funke(1980)的三點最小二乘法、Isaacson(1991)的三波高法和 Capitão 及 Mendes de Carvalho (1997)發展以 N 支波高計分離入射波及反射波譜的方法。

黃與林(1998)曾以水工模型試驗方式針對 5 種入射波分離法，包括 Goda 及 Suzuki (1976)的兩點法、Mansard 及 Funke(1980)的三點最小二乘法、Isaacson(1991)的三波高法、黃及謝(1994)的兩點加權平均法及 Nallayarasu et al.(1995)的一點法等，該文以入射波分離法提出四點的加權平均法，並整理出以碎波相似參數 (Surf-Similarity Parameter 或 Iribarren number) 為變數的反射率經驗公式。在經過一系列規則波及不規則波堤面反射率試驗後，黃及謝(1994)最後指出三點最小二乘法及兩點加權平均法之精確性，均較其他 3 種方法為佳，且此 2 種方法之精確性均甚接近。然因該試驗(沒水水平板、直立反射板及斜坡反射)所使用之造波水槽為 12 公尺、造波水深 30 公分、造波週期介於 0.8~1.8 秒、入射波高 3~4 公分，加上所測試的後端斜坡均屬於陡坡 ($s=1:0.5\sim 1:10$)，其斜面上的反射波應於短時間，即與設置的結構體之反射波發生疊加，能合理分析的波形長度有限。

本研究利用交通部運輸研究所運輸技術研究中心(以下簡稱運技中心)自 2024 年起，消能結構物系列性水工模型斷面試驗結果(許及林，2025)，探討如何簡化反射率試驗的步驟，以推動試驗室自動化。主要比較了為簡化試驗步驟，避免因造波波長與波高計的位置違反 Goda 及 Suzuki (1976)的建議，而必須移動波高計，造成試驗進行與分析的不便，所進行的多組反射率配對的相關結果。以下章節首先回顧 Goda 及 Suzuki (1976)兩點求反射率法；其次簡介本斷面試驗之規劃與準備；接續為水工模型試驗的執行和試驗成果討論，係為了確認配對分析方法的穩定性，最後是結論與建議。

二、Goda 及 Suzuki(1976) 兩點求反射率法之理論推導簡述

Goda 及 Suzuki (1976)兩點求反射率法(以下簡稱 Goda 兩點法)的原理與方法簡單易懂，只需要遵守對波高計設置位置與間距的建議，可應用在規則波及不規則波試驗，後續分析資料的操作也很簡便。只是當波高計設置位置與間距不符合建議時，可能因得不到合理的反射率值，而必須變換波高計的位置。造成每造波一次就需立刻分析，以免未擷取到合理波列資料，或者在後處理時，需剔除該造波週期的分析值，嚴重影響試驗進度與成果。雖然有相當多的文獻討論或推導，以多支波高計同步量測水面波動來求解反射率，但基本原理仍是相同，假設波形的線性疊加，將入射波與反射波進行分離。本研究考量在斷面水槽試驗中，若沿著水槽中軸線佈置多支波高計，可以系列性地觀察波浪在造波水槽裡的傳播，如果能夠發展適當的分析方法，採用配對方式進行結構物反射率的量測與分析，將不需要頻繁檢核或移動波高計位置。乃先以 Goda 兩點法做為分析方法，探討如何將其發展到多組波高計配對，並討論其可能遭遇到的問題。

基於試驗設備的發展至今已經大幅提升其功能，且成本降低，因此水工模型試驗可以透過資料數位化分析與作業的標準化，來節省大量的人力與物力，可提供研究人員有更多的緩衝時間與空間，做更多的觀察、思考及嘗試，包括地形、造波條件與模型配置。在國內少子化的威脅下，試驗室的逐步走向自動化，此乃是必須要努力的方向，其中各種試驗量測方法及資料分析的自動化，會是一個需要突破的主要瓶頸。本研究將聚焦於水工模型斷面試驗中，量測反射率方法的開發。其研究動機起源於 2016 及 2017 年，在臺灣海洋大學河海工程系小型斷面水槽所進行的新型消能結構物反射率試驗，當時在水槽中佈置 1 支量測入射波及兩組各 3 支的量測反射率的波高計，每組配置 3 支波高計，係為了預防某些波浪週期遭遇到 Goda 兩點法的門檻，可以用其他配對來彌補。於分析過程中，發現適當配置的每一組配對，分析出來的結果都有參考價值。相關研究心得，可參考 2016 年試驗(林等人，2017ab 及歐陽等人，2018)、2017 年試驗(葉等人，2018 及王等人，2019)、蔡等人(2023)及林及許(2025)文章發表。

有關 Goda 兩點法理論方面，可參考 Goda 及 Suzuki (1976)及郭(2002)內容，其主要的理論發展是針對不規則波的反射。假設在斷面水槽中，波浪由造波板進行造波向前傳播到結構物，並第一次反射回造波板，再從造波板產生第二次反射，向前傳播作用到結構物並再發生第 3 次反射，如此周而復始直到達到定常狀態。藉此，他們假設所量測到的波形，是經由很多入射波(包含造波板所造及其反射的波)及結構物反射波的線性疊加之規則波，經過多反射系統，形成一狀似不規則波的合成波形。因此在假設能量不減，且不規則波是由多種不同週期、振幅及相位的規則波線性疊加條件下，先以單一成分波的規則波先進行推導，再擴展至不規則波求反射率。

圖 1 為 Goda 及 Suzuki (1976)建議斷面水槽中波高計佈置情形，斷面水槽中設置 3 支波高計(#0、#1 及#2)，#0 係為了掌握入射波，#1 及#2 則是依建議設置的兩支波高計，以分離推定法分離出入射波(η_I)與反射波(η_R)，再以快速傅立葉級數轉換法(以下簡稱 FFT)求得反射率。

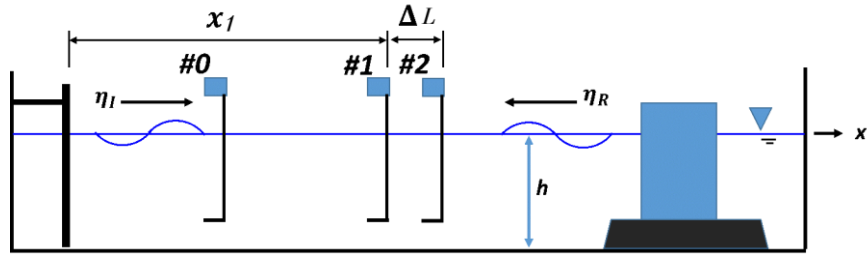


圖 1 斷面水槽與波高計佈置定義圖(參考 Goda 及 Suzuki , 1976 , 作者重繪)

此方法要求的條件是將波高計間隔及波高計與模型間之距離，保持在有效範圍內即可，以下簡單摘錄其推導結果：

就入射波加反射波的合成波形而言，令入射波波形 η_I 、反射波波形 η_R 為

$$\left. \begin{aligned} \eta_I &= a_I \cos(kx - \sigma t + \varepsilon_I) \\ \eta_R &= a_R \cos(kx + \sigma t + \varepsilon_R) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

式中，註標 I 及 R 分別表示入射波及反射波； a_I 及 a_R 為振幅； x_1 為波高計至造波板距離； t 為造波時間； $k = 2\pi/L$ 及 $\sigma = 2\pi/T$ 分別為波數及角週頻率； ε_I 及 ε_R 為初始相位角； L 及 T 分別為波浪的波長及週期，其中， L 、 T 及水深 h 滿足線性波理論的分散關係式。而相距 ΔL 的兩支波高計所量測到的波形假設為三角函數波形的線性疊加：

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= (\eta_I + \eta_R)_{x=x_1} = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \\ \eta_2 &= (\eta_I + \eta_R)_{x=x_1+\Delta L} = A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

式中，

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= a_I \cos \Phi_I + a_R \cos \Phi_R \\ B_1 &= a_I \sin \Phi_I - a_R \sin \Phi_R \\ A_2 &= a_I \cos(\Phi_I + k\Delta L) + a_R \cos(\Phi_R + k\Delta L) \\ B_2 &= a_I \sin(\Phi_I + k\Delta L) - a_R \sin(\Phi_R + k\Delta L) \\ \Phi_I &= kx_1 + \varepsilon_I \\ \Phi_R &= kx_1 + \varepsilon_R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

據此，可推導得

$$\left. \begin{aligned} a_I &= \frac{1}{2|\sin k\Delta L|} \sqrt{(A_2 - A_1 \cos k\Delta L - B_1 \sin k\Delta L)^2 + (B_2 + A_1 \sin k\Delta L - B_1 \cos k\Delta L)^2} \\ a_R &= \frac{1}{2|\sin k\Delta L|} \sqrt{(A_2 - A_1 \cos k\Delta L + B_1 \sin k\Delta L)^2 + (B_2 - A_1 \sin k\Delta L - B_1 \cos k\Delta L)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

因此，

$$K_R = \left| \frac{a_R}{a_I} \right| \dots\dots\dots (5)$$

而依照傅利葉級數的定義與展開可得

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_1} \cos \frac{2\pi m j}{N} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_1} \cos \frac{2\pi}{T} (j\Delta t) \\ B_1 &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_1} \sin \frac{2\pi m j}{N} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_1} \sin \frac{2\pi}{T} (j\Delta t) \\ A_2 &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_2} \cos \frac{2\pi m j}{N} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_2} \cos \frac{2\pi}{T} (j\Delta t) \\ B_2 &= \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_2} \sin \frac{2\pi m j}{N} = \frac{2}{N} \sum_{j=1}^N (\eta_j)_{x=x_2} \sin \frac{2\pi}{T} (j\Delta t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

該理論中指出，如果把規則波視為不規則波的一個成分波，那麼規則波或不規則波的處理方式是一樣的。但當結構物前方發生部分重複波現象時，可能因為波長的緣故，相鄰 2 支波高計可能同步記錄到節點與反曲點的波形，而發生誤差，因此指出波高計間隔應避免取用一半波長之整數倍，並建議在 FFT 應用分析的所有成分波裡，兩支波高計的間隔 ΔL 與最長及最短波長 L 之關係為：

$$f_{min} : \frac{\Delta L}{L_{max}} > 0.05 \quad \text{且} \quad f_{max} : \frac{\Delta L}{L_{min}} < 0.45 \quad \dots\dots\dots (7)$$

式中， L_{min} 及 L_{max} 依序為最短與最長週期的成分波波長，Goda 及 Suzuki (1976)的結論指出波高計應距離結構物 0.2 倍波長以上。然而公式(7)中，如果要將兩支波高計的間距加以固定，則 ΔL 應大於 0.05 倍最長波長以及小於 0.45 倍最短波長，在取捨上會發生困難，或者限制了造波週期範圍。

此一方法早期應用在需要人工處理紀錄紙式波形資料，以人工操作求規則波反射率的時代，一般會擷取一個週期的波形，並分割為 12 等分，主要是其相位角將可簡化為 0° 至 360° ，間距為 30° 的特別角度，而其正弦與餘弦函數值恰巧是 0 、 $\pm 1/2$ 、 $\pm \sqrt{3}/2$ 及 1 ，由於分析上非常方便，當時也被廣泛利用。但其操作必須保持適當且客觀的態度，如此進行人工取樣波形才能得到較具代表性的反射率值，其中需要確認所擷取的波形，包含在同時擁有入射波及反射波的時段。

三、水工斷面模型試驗

圖 2 所示是運技中心的水工斷面試驗室，2024~2025 年有關長週期波斷面模型試驗的研究試驗項目均在本斷面水槽進行。以下簡略說明所使用的試驗設備和儀器，詳細設置細節可參考 2024 年計畫報告(許及林，2025)。



(a)全景照片



(b)第 2 試驗觀測段

圖 2 水工斷面模型試驗室

3.1 斷面試驗水槽設備

水工斷面試驗室由 3 棟一層平頂建築物組成，如圖 2(a)，其中間貫穿設置一斷面水槽，水槽內部尺寸為 1.5 公尺(W)×2 公尺(H) ×100 公尺(L)。並設有 2 個皆為 15 公尺長的試驗觀測段，分別位於第 2 與第 3 棟建築物內，由加厚強化玻璃與固定角鋼架所組成，透過觀景窗可於造波過程中，即時觀察波動情況。斷面水槽前後兩端設有多孔板被動消波設施，可避免波浪的二次反射影響，並取得最大波浪作用時間，通常結構物模型是設在第 2 觀測段進行試驗，如圖 2(b)所示，而第 1 觀測段則做為波浪傳播的觀測段。為能掌控試驗的過程，本試驗室另裝設有 8 頻道封閉式監測系統，其中 4 支鏡頭可依試驗視角需求，設置在水槽適當位置及不同角度，全方位監視及記錄整個造波過程的波動情形，方便後續輔助分析資料與文章撰寫。

3.2 造波設備

HR Wallingford 斷面造波系統 (具有主動消波裝置)，使用造波機設定軟體 HR Merlin 控制造波，其規劃造波能力如表 1 所示。

表 1 HR Wallingford 造波機之造波能力範圍

波形類別	可造波水深	設計最大波高	可製造波譜
規則波	0.3m ~ 1.2m	預期設計 0.6m @週期：2.3 ~ 3.6 sec	(1)Pierson-Moskowitz (2)JONSWAP (3)SIWEH 波群模擬 (4)自設波譜 (user-defined spectrum)
不規則波		預期設計 0.31m @週期：2.3 ~ 3.6 sec	

3.3 波高量測設備

目前使用 HR Wallingford 生產的 8 頻道電阻式波高計系統，並使用擷取軟體-HR DAQ 擷取與紀錄波形時序列。

四、水工模型試驗設計

4.1 模型地形設計

基於運技中心「長週期波斷面模型試驗」多年期計畫的試驗項目需求，並參考造波水槽之規格，選定模型縮尺為 1/25，如圖 3 所示為試驗水槽的佈置情形。水槽的可使用長度約 83 公尺，造波水深為 74 公分，在距造波板約 66 公尺處設置一 6/100 斜率之緩坡(7 公尺長，42 公分頂高)，以調整為中間性波至淺水波，後面續接一長 9.6 公尺之沒水 32 公分平臺，做為試驗區。整個模型地形是以 45×45×3 公釐厚角鋼焊接組裝及熱浸鍍鋅而成，上面鋪設木心板並做防水塗層。如圖 4(a)所示。為避免模型地形與兩側水槽壁因滲水而影響波形，相接縫均以彈性膠條填塞，圖 4(b)為地形設置完成照片。

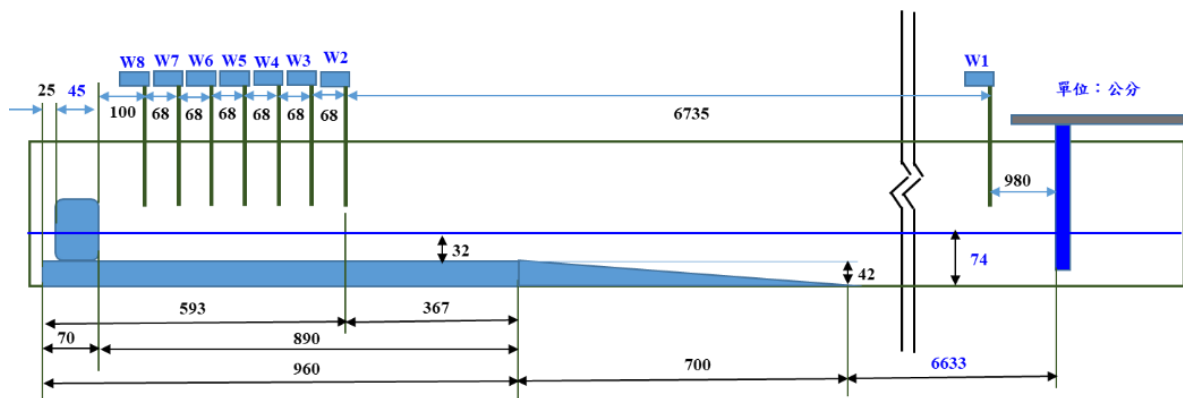
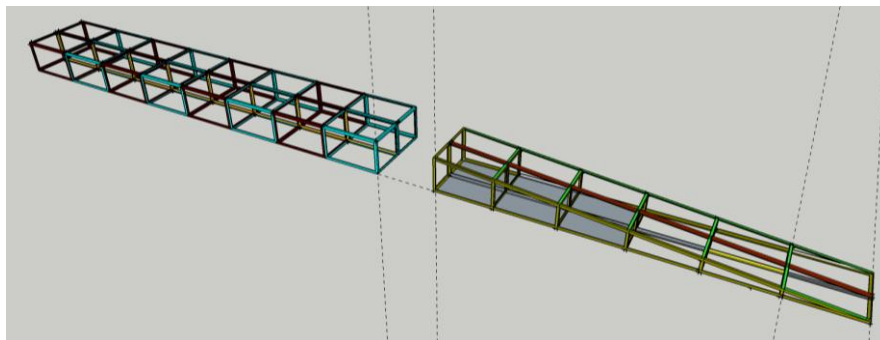


圖 3 試驗水槽的佈置情形(許及林, 2024)



(a) 模型地形角鋼構架



(b) 地形設置完成

圖 4 試驗地形的佈置情形(許及林, 2025)

4.2 造波條件設計與波高計佈置

為能測試各消能結構物的消波效果，本試驗以規則波進行，造波週期介於 0.9 秒至 5 秒之間，實際執行了 0.9、1.0、1.1、1.5、2、2.5、3、3.5、4、4.5、5 秒共 11 個條件，造波波高設定為 5 公分(小波高)及 10 公分(大波高)。每個造波條件原則重複 3 次，並以造波 120 秒及 100Hz 同步取樣 300 秒進行。試驗共使用 8 支波高計，其佈置及編號如圖 3 所示，其中，W1 做為入射波高計，W2~W8 則以量測做為分析波浪反射率之波形時序列為主。

4.3 模型設計

本研究以空水槽(FT00)及弧面越波排水開孔式結構物(FT01)為例，如圖 5 所示，說明反射率多組配對分析的過程。FT01 具備 4 個設計單元：主體隔間牆單元、上部越波排水單元、下部消波艙單元及後側集水槽單元。

1. 模型單元係考量水槽規格，採用福祿得(Froude)相似律模型縮尺 1/25，以 3 個 50 公分長×60 公分寬(主體為 40 公分)單元組合而成(相當於原型現場的 12.5 公尺長×15 公尺寬)。因考慮是現有港灣的改善工程，原則以可現場施工或預鑄元件為主，不考慮施做沉箱結構。
2. 上部越波排水單元選擇弧面，為了測試是否可讓溯升波浪更容易越波。為了弧面的製做考量，下部結構的開孔式以隔間牆替代，形成每個模型單元都有 8 個隔艙，而非一整體，實務上可採用鋼模的預鑄混凝土結構施做。
3. 下部消波艙目前僅有因弧面設計的隔間牆，其他增益的消波艙設計暫不討論。消波艙的後側設計了伸入平均水位以下之懸吊板，以便與後側集水靜波槽構成振盪水柱之機能。
4. 後側集水槽係為了收集越波的水量，以便能造成位能大於結構物前側的位能，方便利用前後水位能量差異來排水。

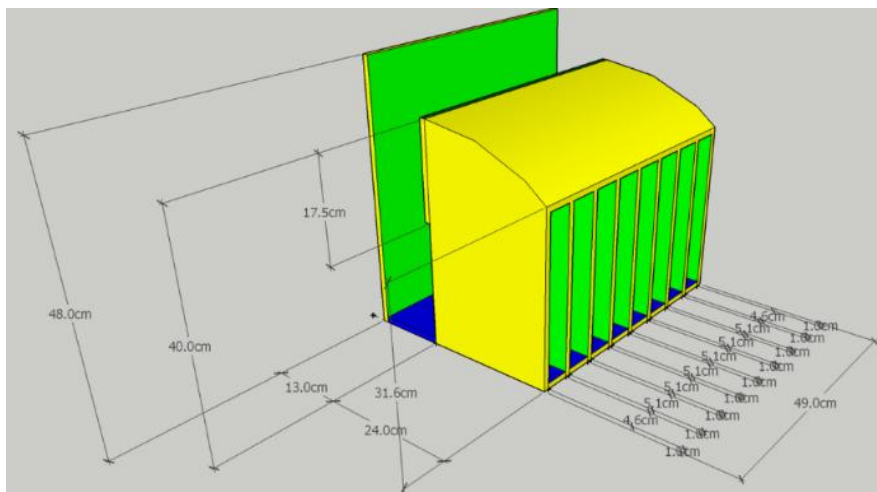


圖 5 FT01 弧面越波排水開孔式結構物試驗模型

4.4 試驗分析

多組波高計配對試驗進行了下列的基本分析：

1. 波列傳播過程及穩定分析：以線性波理論之分散關係式，配合模型及波高計與造波板間的距離，計算入射波、一次反射波及二次反射波到達各支波高計的時間，以觀察波浪的穩定性及選定適合分析的波段。
2. 零上切個別波分析：對每個測試條件之每支波高計量測波形時序列，以零上切法判讀個別波高與週期，並繪製時序圖，以瞭解量測所得波高及週期與設定波高及週期之間的差異。
3. FFT 波譜分析：對每個測試條件之每支波高計量測波形時序列，進行 FFT 分析並繪製波譜圖，以瞭解波浪能量的變化。
4. 將 7 支(W2~W8)波高計進行配對，並以 Goda 及 Suzuki(1976)的個別波兩點求反射率法，對每一組配對之同步波形進行分析，為增加參考反射率數，以每次位移五分之一週期擷取一個週期的個別波波形來分析，並繪製 Kr-T 之時序圖。
5. 將 7 支(W2~W8)波高計進行配對，並以 Goda 及 Suzuki(1976)的不規則波(時序列)兩點求反射率法，對每一組配對之同步波形進行分析。因為是取 60 秒時序列計算反射率，只會得到一個值，將以黑色實線標示於個別波分析的 Kr-T 時序圖上，以利比較觀察。波高計配對條列如下：
 - (1) 第一組(G1)：W2-W3、W3-W4、W4-W5、W5-W6、W6-W7 及 W7-W8；
 - (2) 第二組(G2)：W2-W4、W3-W5、W4-W6、W5-W7 及 W6-W8；
 - (3) 第三組(G3)：W2-W5、W3-W6、W4-W7 及 W5-W8；
 - (4) 第四組(G4)：W2-W6、W3-W7 及 W4-W8；
 - (5) 第五組(G5)：W2-W7 及 W3-W8；
 - (6) 第六組(G6)：W2-W8。
6. 繪製反射率與波浪週期關係圖，另以試算表做各種交叉比對並進行研討。

五、試驗成果討論

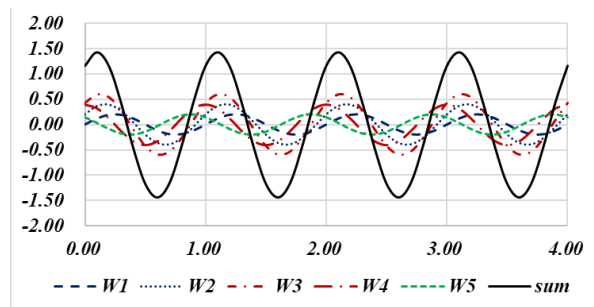
主要針對 FT01 模型的試驗資料進行分析與討論，由於有 11 種造波週期、2 種波高、3 次重複以及採用 8 支波高計，分析繪製的圖包含波形時序圖、零上切個別波高與週期時序圖、波譜圖、多種配對之反射率分析圖等圖，以下將依所規劃的試驗分析步驟，進行與比較做重點摘述。

5.1 不同週期、振幅及相位之理論波形線性疊加

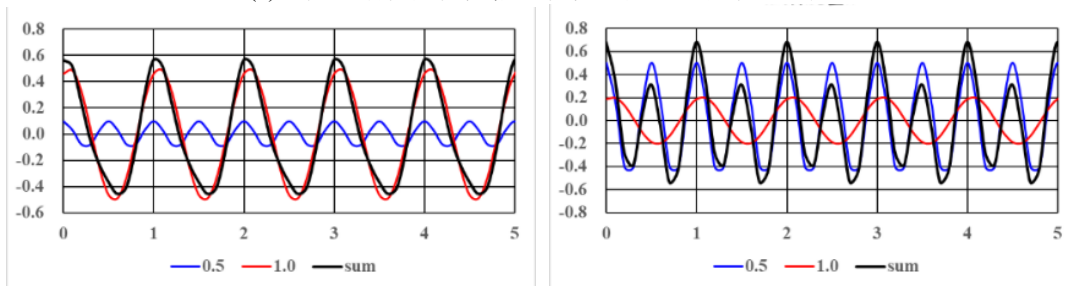
為了能觀察波形成分組合的可能情形，本研究分別編寫二維及三維的 2 種線性波形疊加測試輔助程式，繪製不同週期、振幅及相位之入射波與反射波之線性疊加，以及不同週期、振幅及相位之入射波與斜向反射波之線性疊加。

圖 6 以倍頻波為探討對象，進行不同振幅及相位的波形疊加，以瞭解單一週期規則造波，受消能式結構物反射可能發生的情形。圖 6(a)為 5 個週期相同，但振幅及相位不同之正弦波，包含成分波與疊加的合成波之波形時序列。測試中發現只要週期相同，合成波仍保持原來週期而不會改變。圖 6(b)為振幅及相位不同的 2 個倍頻正弦波，包含成分波與疊加的合成波之波形時序列。左小圖為主頻波振幅大於倍頻波，合成波之週期與主頻相同；右小圖為主頻波振幅小於倍頻波，合成波之週期與倍頻相同，而且零上切波高會有交叉高低變化。圖 6(c)振幅及相位不同的 3 個倍頻正弦波，包含成分波與疊加的合成波之波形時序列。左小圖為主頻波振幅大於兩種倍頻波，合成波之週期與主頻相同；右小圖為第 1 倍頻振幅大於主頻波及第 2 倍頻波，合成波之週期與第 1 倍頻相同，零上切波高具有強烈變化。圖 7 為 2 個三維同週期波形，即週期、振幅與相位相同，但有不同的方向角之合成波形(如公式 8 所示)。依波形之泰勒級數表示式，倍頻波的線性疊加即為非線性波；當非線性波被分解為多個規則倍頻波時，倍頻波的振幅會隨階數的增加而減小。

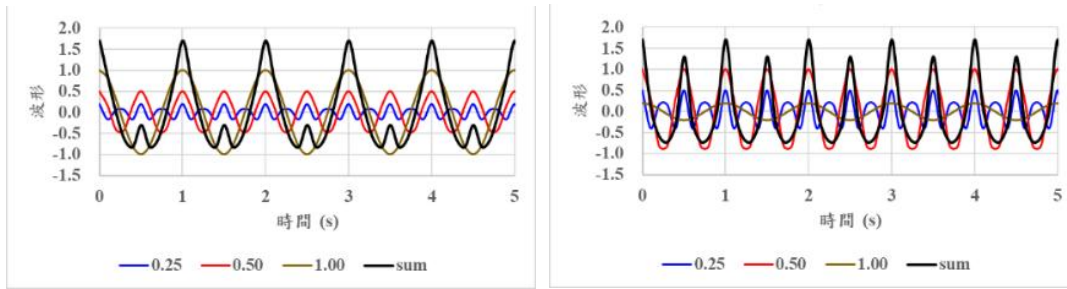
$$\eta(x, y; t) = a_1 \cos(k_1 x \cos \theta_1 + k_1 y \sin \theta_1 + \omega_1 t + \phi_1) + a_2 \cos(k_2 x \cos \theta_2 + k_2 y \sin \theta_2 + \omega_2 t + \phi_2) \dots \dots \dots (8)$$



(a) 5 個週期相同但振幅及相位不同之正弦波的疊加



(b) 2 個倍頻波但振幅及相位不同之正弦波的疊加



(c) 3 個倍頻波但振幅及相位不同之正弦波的疊加

圖 6 二維理論倍頻波形之線性疊加

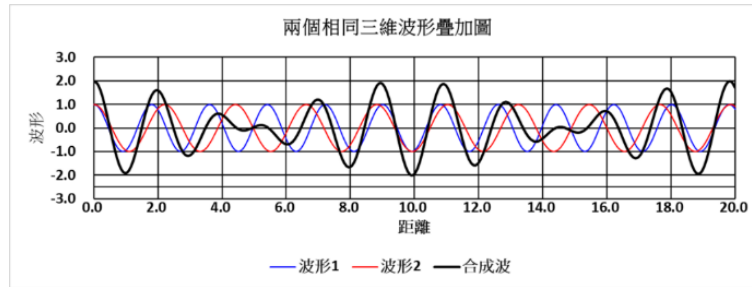
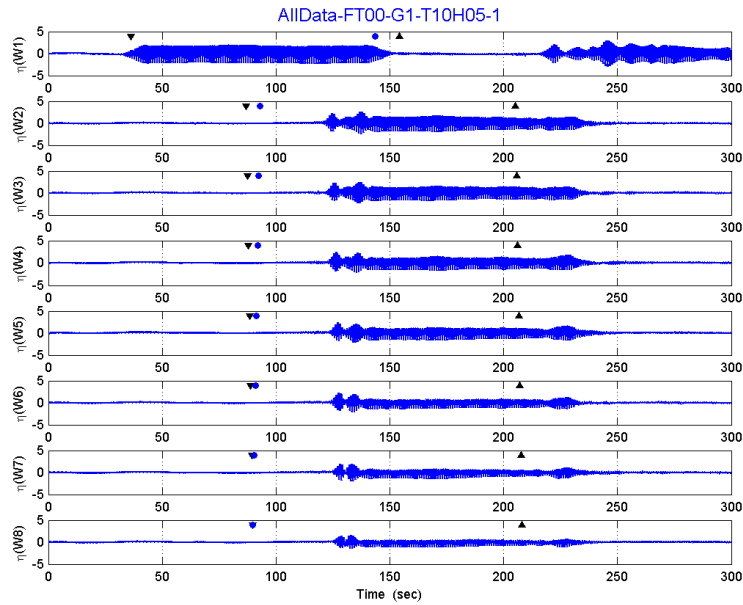


圖 7 2 個三維理論波形之線性疊加

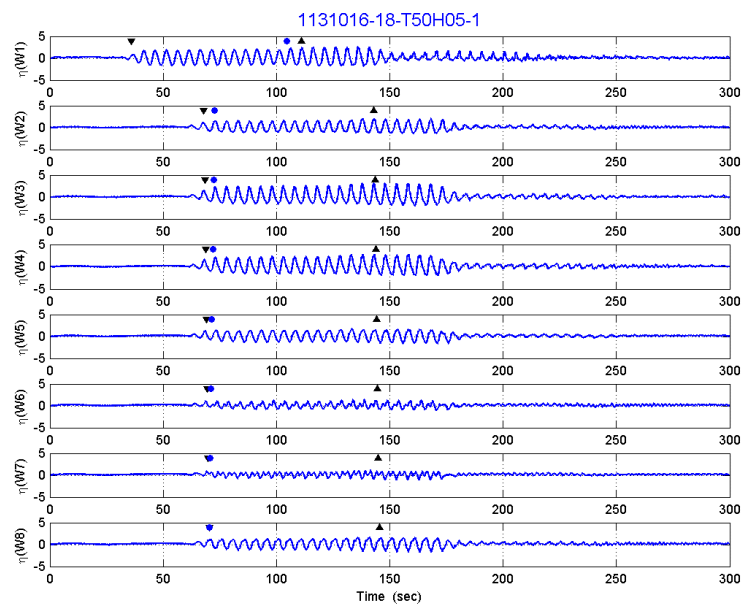
5.2 波形時序列的觀察

圖 8 為空水槽(FT00)試驗的 8 支波高計波形時序圖(由上而下依序為 W1~W8)，圖 8(a)為代碼 T10H05-1(T10 為週期 1 秒，H05 為波高 5 公分、-1 為第 1 次造波)；圖 8(b)為代碼 T50H05-1(週期 5 秒，波高 5 公分、第 1 次造波)。每個時序圖都以 W1 為參考依據，自通過 W1 之波形大於 1 公分開始起算到達時間(leadtdt)，配合水深及週期透過分散關係式計算波速，再據以推算「理論」通過每支波高計的時間(包含入射波、一次反射及二次反射波)，並以下列符號標示▼：入射波到達時間；●：一次反射波到達時間及▲：二次反射波到達時間。從圖 8(a)中發現量測的波形，並未如線性波理論推估的到達時間通過各波高計，但從圖 8(b)中，則發現推估到達時間與實際通過各波高計的時間相近。依試驗過程中的觀察，推論波浪確實依理論推估時間通過每一支波高計，並沒有延遲，只是短週期波前導波與尾波的波高有衰減情形，造成其前導波衰減到無法辨認。

本試驗每個造波條件均重複 3 次，從波形時序圖可觀察到 3 次重複相當接近。週期 1 秒，波高 10 公分的波形較不穩定；週期 5 秒，波高 10 公分的波形則明顯非線性，應與消能結構物的消波能力有關。



(a) 代碼 T10H05-1(週期 1 秒，波高 5 公分、第 1 次造波)



(b) 代碼 T50H05-1(週期 5 秒，波高 5 公分、第 1 次造波)

圖 8 空水槽(FT00)試驗的 8 支波高計波形時序圖

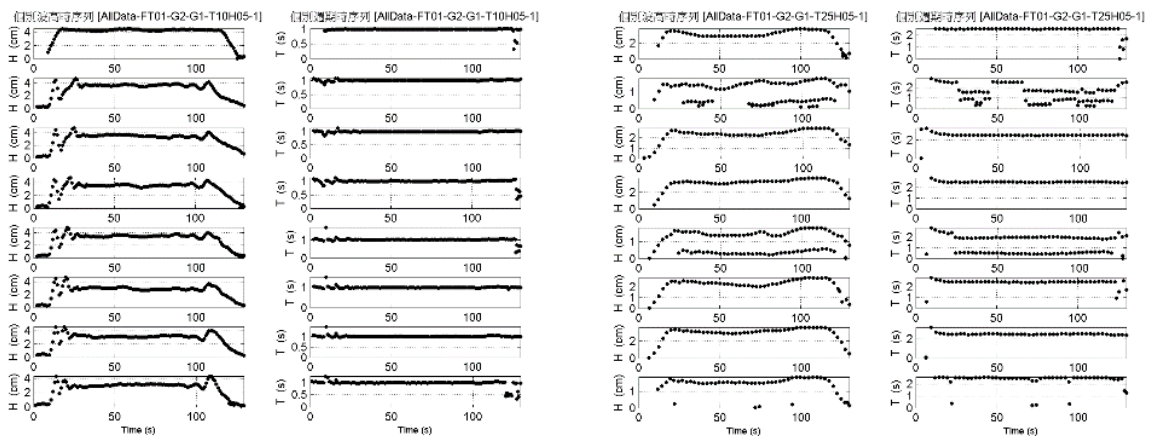
5.3 零上切個別波高及週期時序圖的觀察

圖 9 羅列了 FT01 試驗波高 5 公分，因為 1.5 秒與 1.0 秒結果類似，而 2.0 秒與 2.5 秒結果類似，僅以週期為 1、2.5、3、3.5、4 及 5 秒之結果進行討論，圖 9(a)~圖 9(f)分別為 8 支波高計(由上而下)之個別波高(左欄)及週期(右欄)的時序圖範例。規則波條件的波浪入射與反射，應該只會得到單一波高值及單一週期值的時序列。

1. 圖 9(a)FT01-T10H05 中，各波高計之波高出現前後較小的情形，應該與波形的衰減有關。波高的突然變化，可能是發生在衰減反射前導波與後續進行波的交會之際，尾波亦有類似情形；

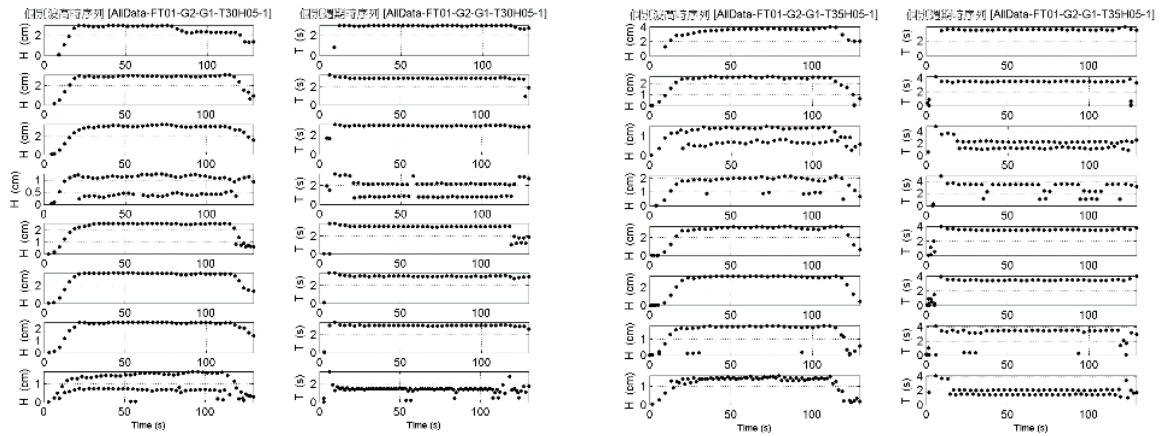
- 圖 9(b)FT01-T25H05 中，發現 W2 出現 3 種波高值和 4 種週期值，而 W6 出現 2 種波高值和 2 種週期值。依據 5.1 節的討論，顯示波動並不是非線性波，或倍頻波所引致，應該是水槽裡面出現三維的波動造成；
- 圖 9(c)FT01-T30H05 中，發現 W4 出現 2 種波高值和 2 種週期值，而 W8 出現 2 種波高值和 1 種週期值，W8 週期相對單一但波高變動，可能也是水槽裡面出現三維的波動；
- 圖 9(d)FT01-T35H05 中，發現 W3、W4 及 W8 出現 2 種波高值和 2 種週期值，影響範圍擴大至 3 支波高計；
- 圖 9(e)FT01-T40H05 中，發現 W2、W7 及 W8 出現 2 種波高值和 2 種週期值，三維的波動影響位置發生偏移；
- 圖 9(f)FT01-T50H05 中，發現 W6、W7 及 W8 出現 2 種波高值和 2 種週期值，較長週期波作用下，三維的波動對消能結構物前的波高計影響較大。

綜合而言，試驗水槽因為消能結構物的多方向反射波，反射回來之波浪與人射波疊加，形成了複雜的干擾波場而發生三維波動的機率很高。整體分析的波高並未達到指定造波波高，但表現相對穩定，週期部分除了前後端部分時序列外，中段相當穩定，因而主要以該區段進行反射率分析。由此分析結果可更確切得知，若依 Goda 兩點法的建議波高計配置，僅使用 1 支入射與 3 支反射波高計，當三維的波動產生，將引致測量及反射率分析結果的偏差。



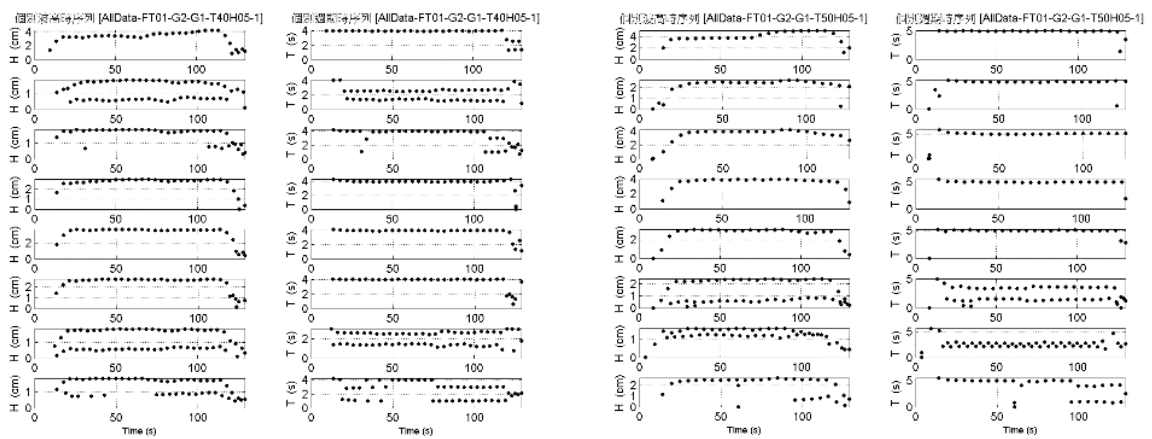
(a) 週期 1 秒，波高 5 公分

(b) 週期 2.5 秒，波高 5 公分



(c) 週期 3 秒，波高 5 公分

(d) 週期 3.5 秒，波高 5 公分



(e) 週期 4 秒，波高 5 公分

(f) 週期 5 秒，波高 5 公分

圖 9 FT01 試驗 8 支波高計之個別波高/週期時序圖

5.4 FFT 分析波譜圖的觀察

將 FT01 各造波條件的 8 支波高計進行分析波譜，以圖 10 為範例說明(上圖為 T30H05；下圖為 T40H05，各圖由左而右、由上而下依序為 W1~W8，右下小圖為 W1 至 W8 之波譜疊加)，可發現下列情形：

1. 8 支波高計之分析波譜符合規則波之單脈衝譜，W1 的譜峰值明顯大於能量相近的 W2~W8，顯示波浪在傳輸過程有明顯衰減；
2. W2~W8 的波譜出現了倍頻成分脈衝譜，可能是非線性波或三維斜向波所造成，其中，W2~W8 出現譜峰值不對等的情形，可能是消能結構物前波動有接近定常的趨勢(例如駐波狀態下，波峰/波谷極值點處的能量最大；而節點處的能量趨近於 0)；
3. 部分波高計呈現雙脈衝譜，但部分則出現三脈衝譜，而 W8 更有倍頻能量高於主頻的情形。該波動應不是非線性波，而可能是消能結構物前，引發較為劇烈的三維斜向反射波；

4. 部分波高計出現倍頻能量大於主頻的三脈衝譜；W1、W4、W5 及 W6 則出現主頻能量最高的雙脈衝譜，應該也是消能結構物引發的三維斜向反射波；

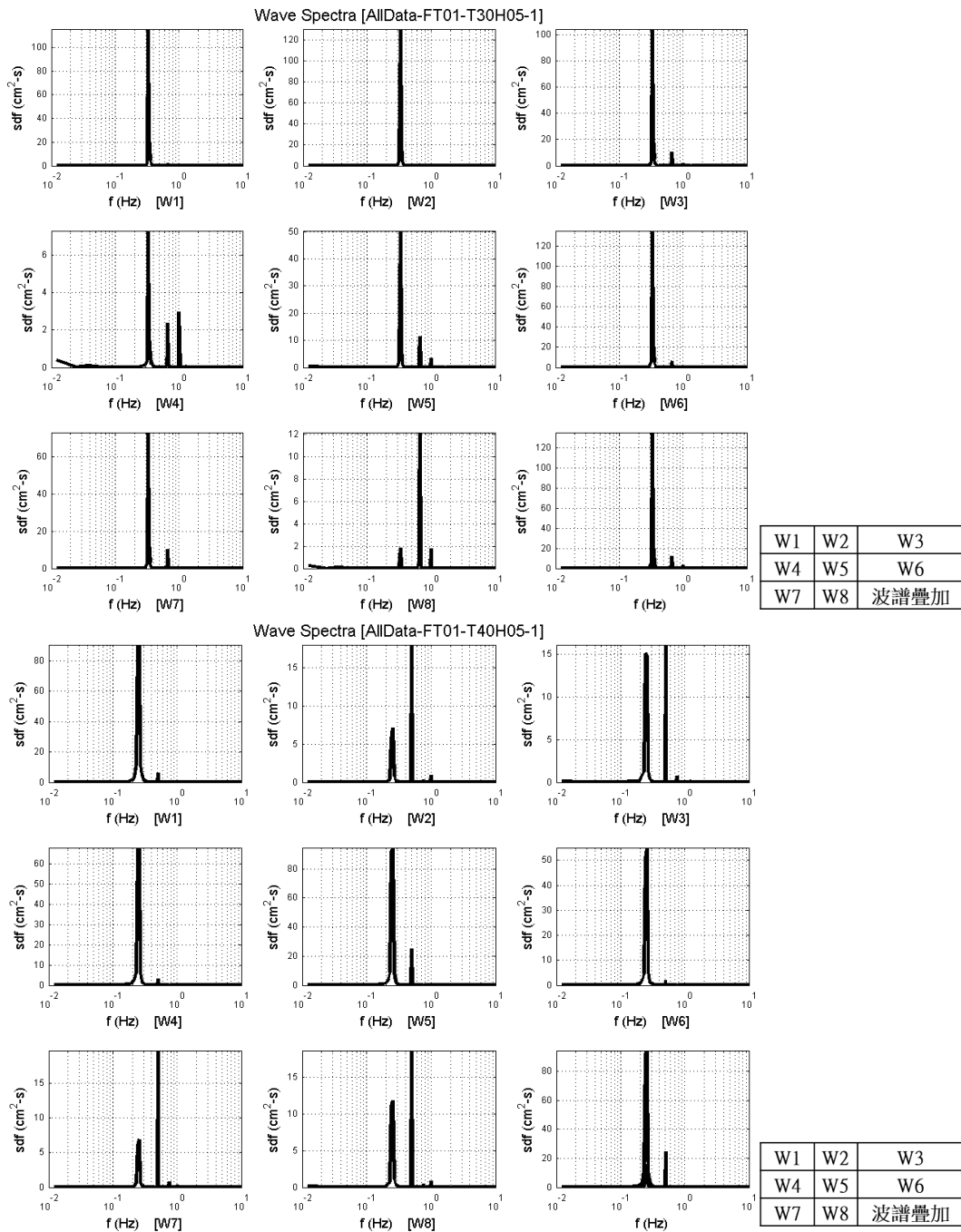
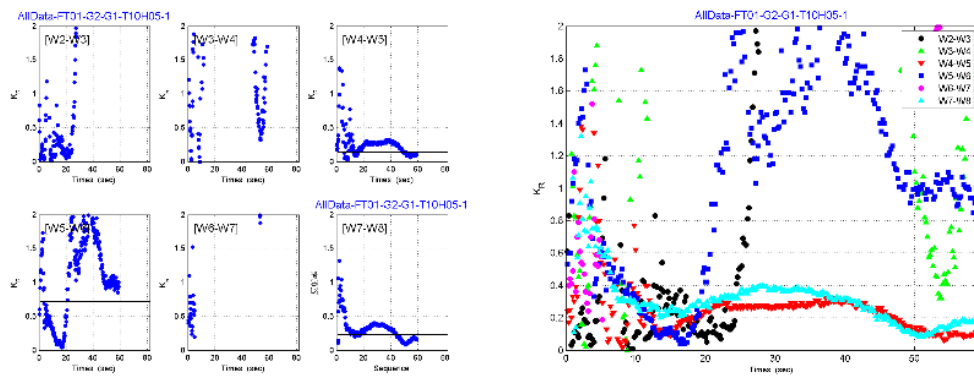


圖 10 分析波譜圖(上圖：T30H05；下圖：T40H05)

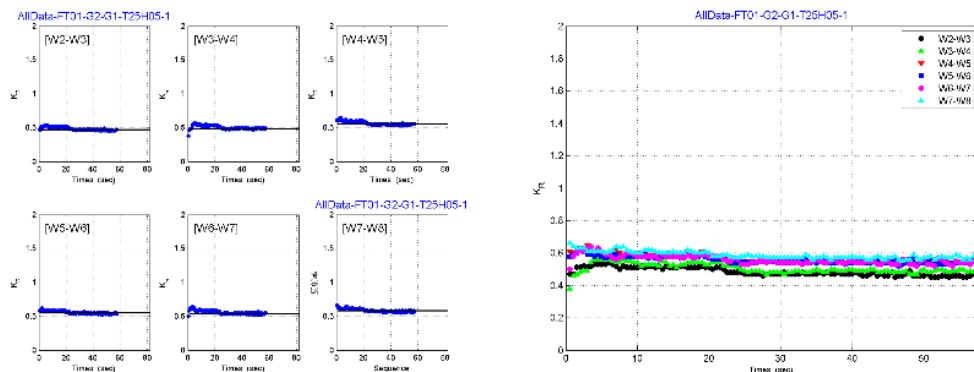
5.5 反射率分析的觀察

為瞭解利用多組配對波高計，進行 Goda 兩點法求反射率的可行性。本研究同時應用個別波分析法及波列分析法，主要以波高計的第一組(G1)配對進行說明，為相鄰 2 支波高計之 6 組配對。分析步驟說明如下：

1. 針對每 1 組波高計配對，搜尋第 1 支波高計(W1)的波形大於 1 公分的時間點，再加上 2 個週期時間做為起始時間；
2. 個別波分析法：自起始時間開始擷取 60 秒(造波 120 秒的一半)，接著每次平移 0.2 倍週期，擷取 1 個週期的波形進行 Goda 兩點法單一波分析，最後每一組配對會得到很多個反射率(K_r)值(圖 11 左子圖中的藍圓點)。
3. 波列分析法：自起始時間開始擷取 8192 個點波形，進行 Goda 兩點波譜法分析，最後每一組配對會得到一個反射率(K_R)值(圖 11 左子圖中的黑實線)。
4. 如果時間序列擷取不當或波形不穩定，反射率時序圖可能會發散。
5. 從交叉比較，可以篩選掉不適當的配對(例如波高計間距不對)，本研究暫不啟動篩選。



(a) 週期 1 秒，波高 5 公分



(b) 週期 2.5 秒，波高 5 公分

圖 11 FT01 試驗波高計第一組(G1)配對之反射率時序圖

圖 11 為 FT01 試驗波高計第一組(G1)配對之反射率時序圖，圖 11(a) (週期 1 秒，波高 5 公分)左子圖為 6 組配對所求之個別波反射率(藍色圓點)時序圖，波列分析法的反射率值則以黑實線表示；圖 11(a)右子圖彙整了所有配對的反射率值，每一個造波條件，可以分別求得一個別波法的平均反射率值及一波列法的反射率值。圖中明顯看到反射率值的發散情形，應是波形不穩定緣故。在本研究中，週期 0.9、1.0 及 1.1 秒的波形都不穩定，所求反射率也都發散，無法求得代表值，但週期 1.5 秒以後的波形則趨於穩定。

圖 11(b)(週期 2.5 秒, 波高 5 公分)左子圖顯示個別波分析法所求得之反射率值(藍色圓點), 其結果相當一致, 並與應用波列法所求得之反射率值(黑色實線)趨近相同。圖 11(b)右子圖中, 6 個配對的所有反射率值亦相當地接近。

圖 12 兩欄中, 分別顯示個別波分析法的平均反射率值及波列法的反射率值, 包含五組配對未經過篩選之 $K_R - T$ 分布圖, 因第六組(G6)僅有 1 個值而未列入討論。圖中顯示 0.9 秒及 1.0 秒所求之反射率, 幾乎所有配對都很紊亂。其他週期的部分配對則在某些週期處, 出現少數不合理跳動的反射率。個別波分析法與波列分析法的結果相當類似, 圖中 G1、G2 及 G3 的反射率分布趨勢也相當接近。

圖 13 為應用波列分析法分析 G1~G3 配對, 為週期介於 1.5 秒~5 秒之間的 $Kr - T$ 分布圖, 圖中顯示整體波高 5 公分的反射率略大於波高 10 公分; 三組配對趨勢相當接近, 但 G3 略為發散。由分析結果得知在反射率試驗中, 可以採用 G1 與 G2 共 11 組配對, 以求得較穩定的反射率值。表 2 整理 G1~G3 配對, 波高各為 5 公分及 10 公分的 $Kr - T$ 迴歸曲線, 表中顯示三組配對的 R^2 檢定值均在 0.6 以上, 而且 G1 及 G2 則在 0.8 以上, 顯示試驗的整體反射率值相當穩定。

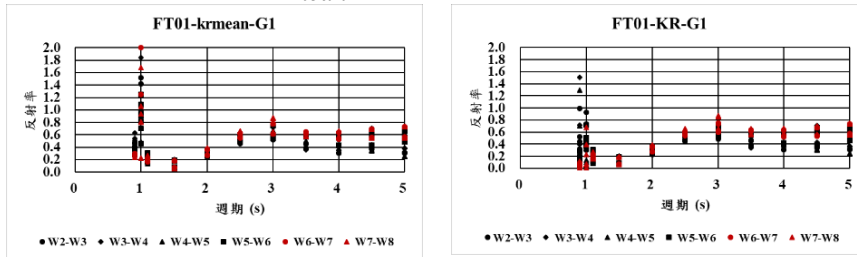
圖 13 中也顯現 FT01 消能結構物的消波特性, 在 3 秒以下, 兩種波高之反射率非常相近; 但 3 秒以上, 則大波高的消波效果較佳。主要原因應是 FT01 的坡面為弧面設計, 而近平均水面處坡度又較陡, 於短週期波時, 波浪無法爬升和越波, 而只能靠下部的消波艙消減波能; 長週期波時, 大波高則有機會發生溯升與越波, 而消減較多波能。

表 2 FT01 模型試驗 G1~G3 配對之 $KR - T$ 分布迴歸曲線公式

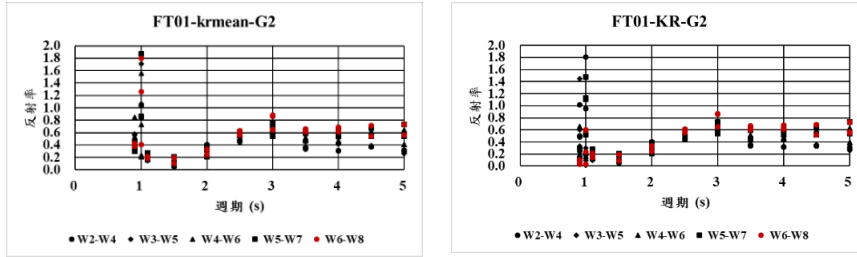
配對組別	迴歸公式
G1 (5 公分)	$K_{rmean} = 0.0265x^3 - 0.3043x^2 + 1.1665x - 0.7192$ $R^2 = 0.9096$ $KR = 0.0261x^3 - 0.2994x^2 + 1.1501x - 0.7064$ $R^2 = 0.9118$
G1 (10 公分)	$K_{rmean} = 0.0596x^3 - 0.6873x^2 + 2.5118x - 2.1761$ $R^2 = 0.8213$ $KR = 0.0586x^3 - 0.6758x^2 + 2.4699x - 2.1376$ $R^2 = 0.8179$
G2 (5 公分)	$K_{rmean} = 0.0246x^3 - 0.2844x^2 + 1.1003x - 0.6523$ $R^2 = 0.8951$ $KR = 0.0247x^3 - 0.2859x^2 + 1.1054x - 0.6599$ $R^2 = 0.9006$
G2 (10 公分)	$K_{rmean} = 0.0577x^3 - 0.6674x^2 + 2.4446x - 2.1071$ $R^2 = 0.8107$ $KR = 0.0585x^3 - 0.6740x^2 + 2.4590x - 2.1189$ $R^2 = 0.8072$
G3 (5 公分)	$K_{rmean} = 0.0185x^3 - 0.2168x^2 + 0.8773x - 0.4501$ $R^2 = 0.8011$ $KR = 0.0193x^3 - 0.2249x^2 + 0.9028x - 0.4762$ $R^2 = 0.7798$
G3 (10 公分)	$K_{rmean} = 0.0418x^3 - 0.4968x^2 + 1.8931x - 1.6046$ $R^2 = 0.7110$ $KR = 0.0447x^3 - 0.5276x^2 + 1.9889x - 1.6957$ $R^2 = 0.6968$

個別波分析法(K_{Rmean})

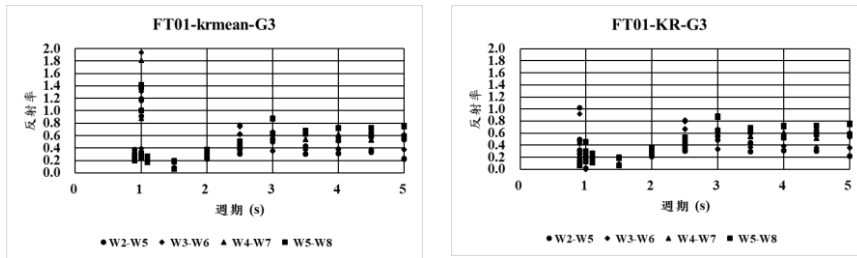
波列分析法(KR)



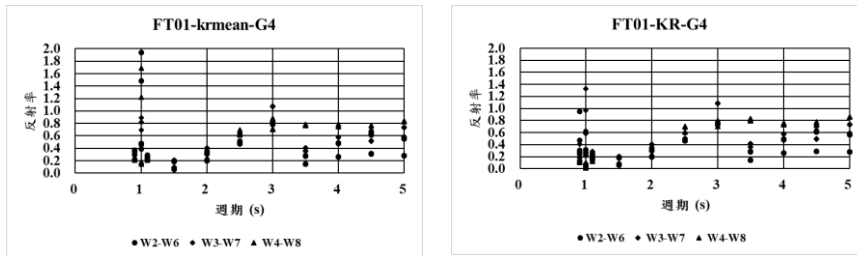
(a) G1 配對



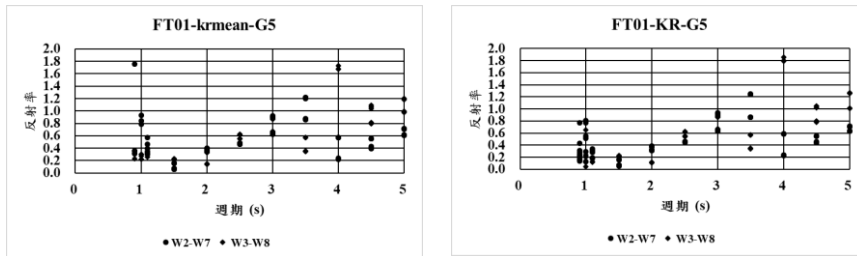
(b) G2 配對



(c) G3 配對



(d) G4 配對



(e) G5 配對

圖 12 FT01 之週期-反射率分布圖

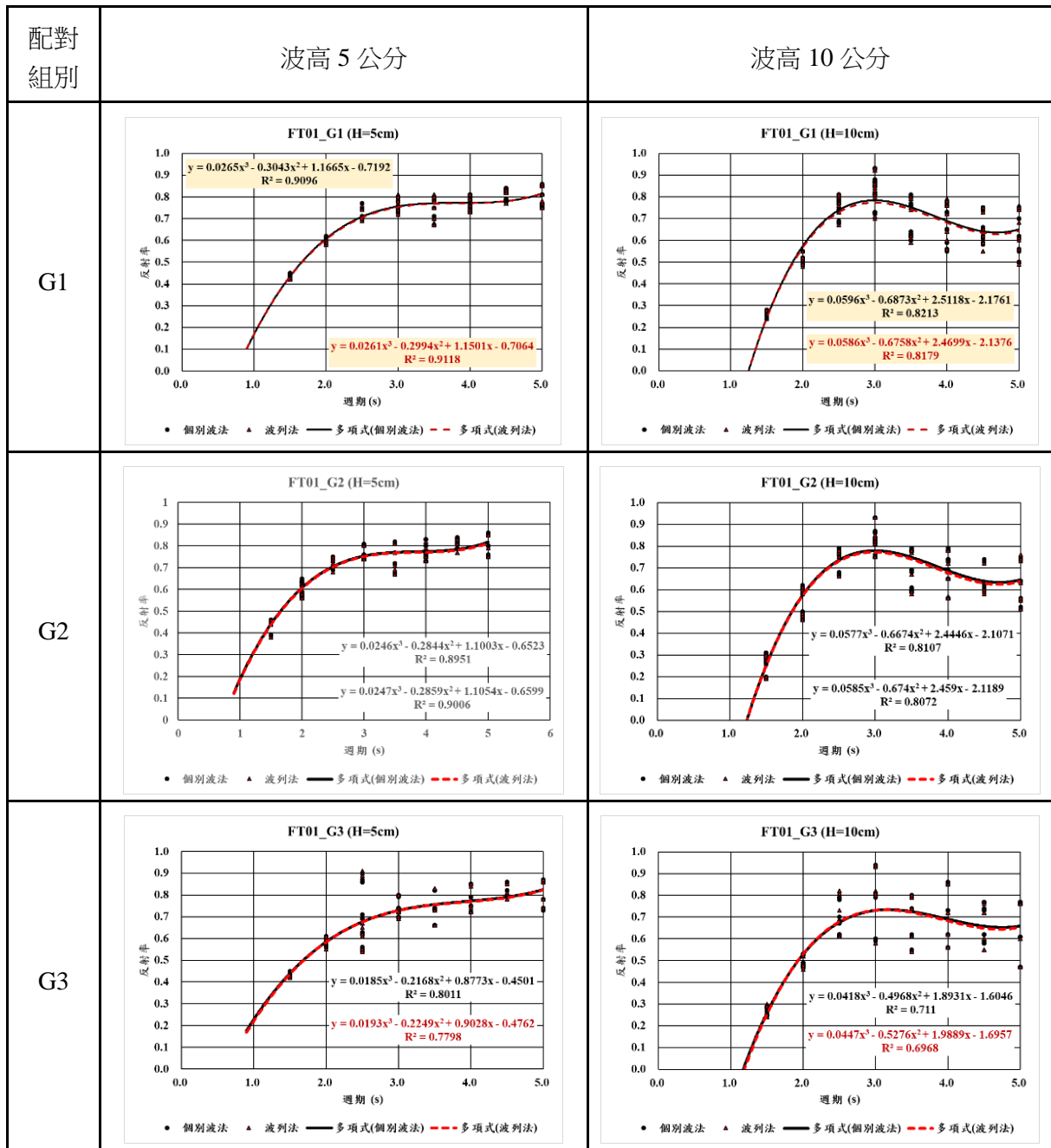


圖 13 FT01_G1 配對不同波高之KR – T分布及迴歸曲線圖

六、 結論與建議

1. Goda 及 Suzuki (1976)的使用雖然很簡易，但需要注意它是假設水槽波動經過多次反射下，已經達到穩定而推導的。例如，本研究中發現結構物前的 W8，其波形常常處於不穩定狀態，導致與 W8 配對的反射率誤差較大。後續應能再探討多孔隙消能結構物所造成的相位遲滯，對求取反射率的影響，以及 W8 的位置選定適當性。不過因本研究提出之多組配對方法，該配對方式也可直接剔除不計，較穩定的為 G1 與 G2 兩組，共有 11 組配對的結果可供選用。

2. 應用本研究之反射率多組配對方法，並嚴格執行各個試驗程序，可在試驗完成後，快速地進行基本分析，使得原預定 3 次重複的試驗，因分析結果並無大差異，可僅進行一次造波不需重複。
3. 本研究不建議以單一週期之個別波形來做分析，而建議以適當時段的波形進行波列分析。為能得到具備統一標準的反射率，應該要先釐清並確認哪一個時段的波形較為恰當，也建議進行更多的水工模型試驗做進一步的確認。
4. 為能掌握水槽振盪的發生時間，波高計應該在每次造波前，就開始記錄靜穩水位，以便能得到參考水位。因為去除平均值及去除水面趨勢，都可能使得水面波形失去水槽振盪的資訊。若沒有足夠的前導靜水位，將會造成辨識波浪到達時間上的困難。
5. 造波水槽若啟動主動消波設施功能，應用本研究所提出之求反射率的方法，可能得到不同的結果。因為主動消波將讓多次反射全部或部分消失，將影響到分析的結果，有必要再另外探討確認。
6. 開孔式或多孔性消能結構物可能會產生散射波，而導致原本應屬於長峰波的二維運動，轉為多向性的三維運動，量測時需要就地觀察及確認。
7. 從各組配對的反射率分析結果，可以看出各組配對的適切性，後續將研究如何制定篩選配對條件。

參考文獻

1. Capitão, R., & Mendes de Carvalho, M. (1997). Separation of incident and reflected spectra in wave flumes. *Transactions on the Built Environment*, 27, 293–302.
2. Goda, Y., & Suzuki, Y. (1976). Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. *Proceedings of 15th International Conference on Coastal Engineering* (pp. 828–845). Hawaii, USA.
3. Healy, J. J. (1953). Wave damping effect of beaches. *Proceedings of Minnesota International Hydraulics Convention* (pp. 213–220).
4. Isaacson, M. (1991). Measurement of regular wave reflected. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 117(6), 553–569.
5. Mansard, E. P. D., & Funk, E. R. (1980). The measurement of incident and reflected spectral using a least squares method. *Proceedings of 17th Coastal Engineering Conference* (pp. 154–172).
6. Nallayarasu, S., Cheong, H. F., & Shankar, N. J. (1995). Estimation of incident and reflected waves in regular wave experiments. *Ocean Engineering*, 22(1), 77–86.
7. 王芳宇、巫子揚、黃劭華、鄭智超、鄭劍豪、葉子怡、王雪迎、倪旭暉、施俊超、陳燕玲、林嘉琪、林韶圭(2019)，直立折葉板開孔式結構物之消波特性改善研究，*水道港口*，40(1)，

35–40。

8. 林炤圭、許師瑜(2025)，有關斷面試驗之反射率多組配對求法探討，海岸及海洋工程學刊，21(1&2)，1–20，[https://doi.org/10.6266/JOCOE.202511_21\(1_2\).0001](https://doi.org/10.6266/JOCOE.202511_21(1_2).0001)
9. 林炤圭、連皓宇、張維庭、蔡世璿、李大鴻、林蔚、林鵬、阮天野、陳池威、陳德鋼、楊升耀、楊輝斌、歐陽榮桓(2017a)，新型設置導流板之直立開孔式結構物的消波特性初期研究，海洋工程學刊，17(4)，242–268。
10. 林蔚、林鵬、陳池威、李大鴻、陳德鋼、楊升耀、歐陽榮桓、阮天野、楊輝斌、林炤圭(2017b)，直立折葉板開孔式沉箱之消波特性初期研究，海岸工程，37(4)，11–19。
11. 許師瑜、林受勳(2025)，長週期波斷面模型試驗(2/3)-花蓮港現況碼頭之水動力及改善研究初探(研究報告編號：MOTC-IOT-113-H2CA001e)，交通部運輸研究所。
12. 郭金棟(2002)，海岸工程，中國土木水利工程學會。
13. 黃正欣、林建宏(1998)，最佳入反射波分離法及堤面反射率之研究，第 20 屆海洋工程研討會論文集，157–164。
14. 黃正欣、謝景崎(1994)，斜向入反射波分離法之研究，第 16 屆海洋工程研討會論文集，268–287。
15. 葉子怡、王雪迎、倪旭暉、施俊超、陳燕玲、林嘉琪、巫子揚、王芳宇、黃劭華、鄭劍豪、鄭智超、林炤圭(2018)，廢舊輪胎型消波結構物特性之初期研究，海岸工程，38(1)，40–51。
16. 歐陽榮桓、楊升耀、阮天野、楊輝斌、林炤圭、林蔚、林鵬、陳池威、李大鴻、陳德鋼(2018)，內建斜板直立開孔式消能結構物的消波特性研究，水運工程，2018(2)，29–35。
17. 蔡世璿、張維庭、許師瑜、林炤圭(2023)，開孔結構物消能機制探討與啟發，港灣季刊，126，39–55。