

國立交通大學
運輸與物流管理學系

碩士論文

分群最佳化之多群組資料包絡分析模式

—以公路汽車客運公司為例

A Meta-frontier Data Envelopment Analysis Model under
Optimal Clustering - Case Study on Intercity Bus Companies

研究生：陳俊甫

指導教授：邱裕鈞 教授

中華民國一〇八年八月

分群最佳化之多群組資料包絡分析模式—以公路汽車客運公司為例

A Meta-frontier Data Envelopment Analysis Model under Optimal
Clustering - Case Study on Intercity Bus Companies

研 究 生：陳俊甫

Student：Jun-Pu Chen

指導教授：邱裕鈞

Advisor：Yu-Chiun Chiou

國立交通大學

運輸與物流管理學系

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Transportation and Logistics Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Traffic and Transportation

August 2019

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇八年八月

分群最佳化之多群組資料包絡分析模式

—以公路汽車客運公司為例

學生：陳俊甫

指導教授：邱裕鈞

國立交通大學運輸與物流管理學系碩士班

摘要

資料包絡分析 (Data Envelopment Analysis, DEA) 為現今廣泛使用之營運績效評估方法，且常搭配著 Meta-frontier 進行多個受評決策單位相對效率評比，然而，過往使用此法時，皆須仰賴使用者自行將資料分群，如依照地區別、產業別等方式，由於沒有任何準則而使之過於主觀，且分群及效率評估兩個階段間也缺乏回饋互動關係。因此，本研究研提一分群最佳化之多群組資料包絡分析模式，允許使用者自行設定分群數目，由模式自動地決定最佳分群結果後進行相對技術效率評比。

本研究之研究對象為全台公路汽車客運路線公司，以民國 105 年之營運資料進行實證研究，同時應用基因演算法 (Genetic Algorithms, GAs) 進行求解，並以參數變動分析決定 GAs 之各參數設定。實證結果顯示：本模型除了能同時完成資料分群與績效評比之外，於求解效率與結果上，亦具極高之穩定性與可靠性，且分群數目之設定相當彈性，使用者亦可視不同分群數之評比結果後，再決定最終欲採用之分群數以進行後續之研究。

以分四群之結果為例：第一群的公司皆對員工數之投入控管良好，其中，中興巴士的產出規模過小，應增加其營運規模，而首都客運則是較擅長於營收的產出。第二群中，豐原客運最無效率，且所有公司對於員工數之掌控皆不擅長，而杉林溪遊業之產出規模過小。第三群屬效率差距明顯之一群，其中的彰化客運最無效率，桃園客運、總達客運則最有效率，而所有公司皆於車輛數之投入使用上無效率，且大部分之公司對於油料之使用量相對較恰當。第四群中，三重客運最沒效率，且大部分公司對於車輛數投入之控管較不適切，而每家公司擅長之產出也各不同；台北客運與新北客運處於規模報酬遞增之狀態，應適度的增加其營運規模。總體而言，每家客運公司皆有其優勢與缺點，本研究之衡量結果可作為其改善之參考。

關鍵字：資料包絡分析模式、共同效率前緣、分組效率前緣、自動分群、基因演算法、分群最佳化。

A Meta-frontier Data Envelopment Analysis Model under Optimal Clustering - Case Study on Intercity Bus Companies

Student : Jun-Pu Chen

Advisor : Dr. Yu-Chiun Chiou

Department of Transportation and Logistic Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

The Data Envelopment Analysis(DEA) is a widely used operating performance evaluation method and is often collaborated with Meta-frontier. However, when using Meta-frontier, the users must subjectively divide the data into groups beforehand. For example, the data could be divided according to their locations or industry differences, etc. Sometimes this approach seems to be a bit informal since it has no guidelines. Besides, the data clustering step has completely nothing to do with the operating performance evaluation step. Therefore, this study proposes a Meta-frontier Data Envelopment Analysis Model under Optimal Clustering that allows the users to set the number of groups, and the model would automatically determine the best grouping result and calculate the optimal relative efficiency of each decision-making unit (DMU) simultaneously.

In this study, a genetic algorithm was used to solve the problem and the operational data of Taiwan highway bus operators in 2016 was the research subject. The empirical results show that the model provides a reliable and stable way to assess the relative efficiency among different DMUs. Also, the setting of the group number is very flexible, and the number can be adjusted according to the type or the amount of the data used. Besides, the users can also determine the number of the groups eventually after considering all the assessment results under different group number.

Take four groups as an example, the evaluation results show that: the companies in the first group are good at controlling the number of employees. Zhongxing Bus Company produces less output, while Capital Bus Company is better at generating revenue. In the second group, Fengyuan Bus Transportation Company is the most inefficient. Moreover, all the companies are not good at controlling the number of employees. The companies in the third group have clear differences between their efficiency score. Among them, Chang Hua Bus Company is the most inefficient, while Taoyuan Bus Company and All Day Bus Company are the most efficient. Furthermore, all the companies are not good at the use of vehicles and relatively appropriate for the use of oil. Among the companies in the fourth group, San Chung Bus Company is the most inefficient. Besides, most of them are not good at controlling the number of vehicles. Taipei Bus Company and New Taipei Bus Company are in a state of increasing returns to scale and may consider increasing their operational scale. Overall, every company has different

weaknesses and shortcomings. Some of them have a waste of inputs or a shortage of outputs, while others require adjustments in the operational scale.

Key words: Data Envelopment Analysis(DEA), Meta-frontier, group frontier, automatic grouping, Gene Algorithms(GAs), grouping optimization.



致 謝

交大運研所這兩年的時光悄悄的過去了，未來即將進入職場，想起這兩年的研究所時光，可以說是嘗盡了酸甜苦辣，能順利的完成這篇論文，必須要感謝許多人的傾力相助，若少了您的幫助，這篇論文將無法如期順利地完成。

首先，需要感謝我碩士班的恩師邱裕鈞教授的悉心指導，在您扎實的研究方法訓練下，使我有能力自主的完成相關的研究內容，以及帶領我參與論文範疇相關的計畫專案，使我在學習的過程中確實地與業界有所結合。在完成論文的過程中，不厭其煩的與學生們討論、面談，每次都猶如醍醐灌頂一般，指引著我在未知的領域中繼續前進，不致迷失。另外，也要感謝黃寬丞教授，讓我在您的研究室中寫論文，由於我們邱 LAB 在新竹沒有獨立的研究室，因此在您研究室中佔用了一個位置一年，真的很感謝。亦感謝口試委員藍武王教授、胡守任教授，在口試過程中給了我許多寶貴的意見，讓我在試後論文修改有更多的參考依據，以致更加完整。

再來是竹交的研究所同學們，沒有所學會來舉辦活動，但大家的感情卻很緊密，每次到研究室看到大家，都覺得很開心。首先，感謝黃 LAB 與任 LAB 的同學，幾乎每天都看的到你們，也常常一起討論互相的論文、遇到的困難，一起在 LAB 挑燈夜戰到三更半夜也不覺得孤單，實在難能可貴。此外，特別感謝傅偉，在我演算法 coding 遇到瓶頸時，拯救了我好多次，如果沒有你的幫忙，我可能無法自己完成我的 coding。謝謝昭榮，常常與我聊天講心事、揪大家訂飲料，我常常去家教沒跟到卻還是都會問我要不要訂。謝謝邱 LAB 的同學，不常在北交的我，常常需要依靠你們得到最快的北交訊息、互相提醒，特別謝謝筠涵，幫忙張羅口試食物與布置。

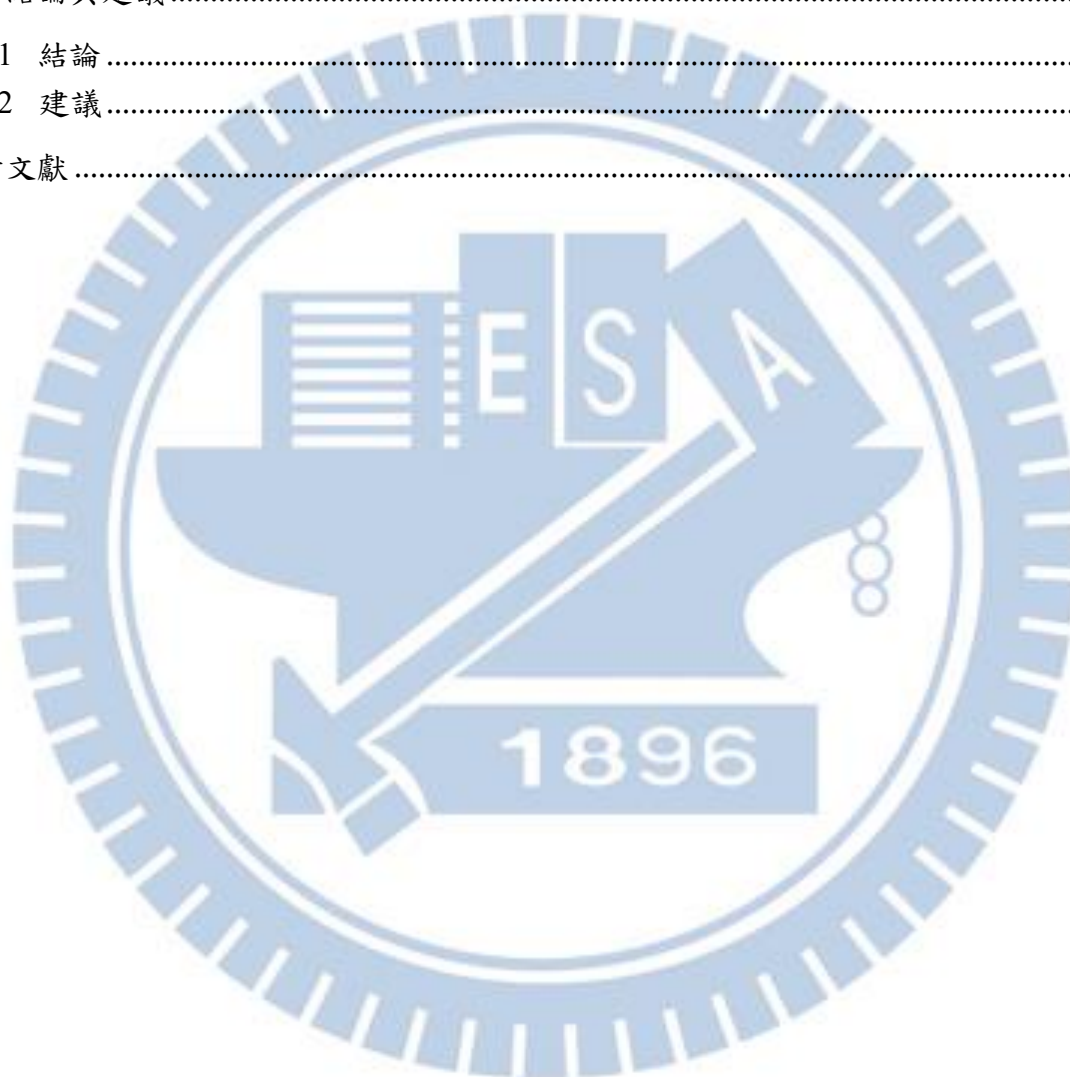
最後，感謝我的父母與妹妹，在這一路上一直支持著我，讓我順利的完成碩士學位，猶記得考研究所那陣子你們有多緊張，即便許多困難，我仍然完成了碩士學位，也謝謝你們包容我許多的不成熟，對我寄予厚望，但願即將出社會的我，能夠在未來的工作崗位上盡人事，並且不負你們的期望與付出。

陳俊甫 謹誌於
國立交通大學交通運輸研究所
中華民國 一〇八 年 八 月

目 錄

摘 要	I
致 謝	IV
目 錄	V
圖目錄	VII
表目錄	VIII
一、緒論	1
1.1 研究背景與動機	1
1.2 研究目的	2
1.3 研究流程與內容	3
二、文獻回顧	5
2.1 META-FRONTIER 效率評估法之相關文獻	5
2.2 資料包絡分析法評估公路汽車客運業績效之應用	9
2.3 小結	11
三、研究方法	14
3.1 資料包絡分析法	15
3.1.1 CCR 模式	17
3.1.2 BCC 模式	20
3.2 META-FRONTIER 效率評估法	23
3.2.1 共同效率邊前緣	23
3.2.2 分組效率前緣	23
3.2.3 技術效率與技術差距比率	25
3.3 基因演算法	26
3.3.1 重要名詞	26
3.3.2 基本特性	27
3.3.3 操作步驟	28
3.3.4 假設前提與應用限制	29
四、模式建立	30
4.1 分群目標式之設計	31
4.2 分群最佳化之多群組資料包絡分析模式	32
五、實例應用	34
5.1 資料收集	34

5.2 共同效率前緣之求解	37
5.3 分群最佳化之多群組資料包絡分析模式之求解	43
5.3.1 基因演算法之撰寫	43
5.3.2 參數變動分析	45
5.3.3 參數設定	51
5.3.4 本模式於各分群數之求解結果	52
5.3.5 以分 4 群舉例說明分群效率評比結果	65
六、結論與建議	70
6.1 結論	70
6.2 建議	72
參考文獻	73



圖目錄

圖 1 研究流程圖	3
圖 2 技術效率與分配效率	16
圖 3 固定規模報酬之示意圖	17
圖 4 CCR 與 BCC 之生產前緣示意圖	20
圖 5 Meta-frontier 與 Group frontier 示意圖	24
圖 6 台灣公路汽車客運公司規模報酬散佈圖	42
圖 7 三種效率之比較長條圖	42
圖 8 分 4 群之成熟率參數變動分析	46
圖 9 分 5 群之成熟率參數變動分析	46
圖 10 分 6 群之成熟率參數變動分析	46
圖 11 分 4 群之交配率參數變動分析	48
圖 12 分 5 群之交配率參數變動分析	48
圖 13 分 6 群之交配率參數變動分析	48
圖 14 分 4 群之突變率參數變動分析	50
圖 15 分 5 群之突變率參數變動分析	50
圖 16 分 6 群之突變率參數變動分析	50
圖 17 分 2 群之適合度值尋優過程	53
圖 18 分 2 群之每世代適合度值變異數	53
圖 19 分 3 群之適合度值尋優過程	55
圖 20 分 3 群之每世代適合度值變異數	55
圖 21 分 4 群之適合度值尋優過程	57
圖 22 分 4 群之每世代適合度值變異數	57
圖 23 分 5 群之適合度值尋優過程	59
圖 24 分 5 群之每世代適合度值變異數	59
圖 25 分 6 群之適合度值尋優過程	61
圖 26 分 6 群之每世代適合度值變異數	61

表目錄

表 1 Meta-frontier 於各領域之文獻彙整.....	7
表 2 DEA 於客運公司效率評估之文獻彙整	12
表 3 效率評估法之比較.....	14
表 4 參數定義表.....	30
表 5 變數定義表.....	31
表 6 公路汽車客運公司之資料整理.....	35
表 7 投入項與產出項之敘述性統計.....	36
表 8 投入項與產出項之相關係數.....	36
表 9 綜合技術效率與權重.....	39
表 10 純技術效率、權重與規模報酬.....	40
表 11 規模效率.....	41
表 12 成熟率之參數變動分析各參數數值設定.....	45
表 13 交配率之參數變動分析各參數數值設定.....	47
表 14 突變率之參數變動分析各參數數值設定.....	49
表 15 模式之各參數值設定.....	51
表 16 分 2 群時之模式評估結果.....	54
表 17 分 3 群時之模式評估結果.....	56
表 18 分 4 群時之模式評估結果.....	58
表 19 分 5 群時之模式評估結果.....	60
表 20 分 6 群時之模式評估結果.....	62
表 21 隨機窮舉檢驗結果.....	64
表 22 本模式於分 4 群之評比結果.....	67
表 23 相同分群方式於 CCR 模型之求解結果.....	68
表 24 各群組內之三種效率值.....	69

一、緒論

1.1 研究背景與動機

資料包絡分析法 (Data Envelopment Analysis, DEA) 是一項廣被應用於比較評估具有多項投入產出決策單位 (Decision Making Unit, DMU) 的生產效率或服務效果。由於 DEA 假設受評 DMU 者必須同質，即各決策單位須處於一個相同的技術水準及經營環境，但實務上往往並非如此。為了能更公平客觀地進行各 DMU 的經營績效評比，愈來愈多研究先將受評 DMU 分群，再利用多群組資料包絡分析 (Meta-frontier Data Envelopment Analysis, Meta-frontier DEA) 模式評估與建立分群組 DMU 的分組效率前緣 (Group frontier) 及共同效率前緣 (Meta-frontier)。

惟 Meta-frontier DEA 在評估比較不同技術水準的 DMU 時，必須仰賴分析者先主觀地將 DMU 加以分組，例如 Battese et al. (2004) 在評估印尼的製衣工廠之技術效率時，便主觀地將製衣工廠依地區別分成五群，以及 Medal-Bartual et al. (2012) 將西班牙的 71 家特許經營企業依照產業別分成了五群，部分之文獻亦利用統計分群方法先行將 DMU 分群，例如胡凱傑等人 (2013) 將 2016 年度之受補貼之客運路線以 K-mean 法分群。這樣的處理方式使得 Meta-frontier DEA 模式的操作過於主觀與繁複，而且資料分群及效率評估兩個階段間也缺乏回饋互動關係。

因此，如何將分群技術與效率評比加以整合，將效率評比權重 (multipliers) 作為分群依據，而分群結果又作為 Meta-frontier DEA 之評估依據，確實為值得深入探討之課題，而類似的研究方式，也未曾於文獻出現過，故此為本研究之主要研究動機之一。

此外，我國經營公路汽車客運路線的業者共計 34 家，其服務路線遍及全臺，有些業者著重於營運國道客運路線，強調城際之中、長途服務，而有些業者則致力於服務地區區內運輸需求，其生產技術及營運環境均差異甚大。若將其合併評比，顯有失公允，因此，該如何加以分群，並利用 Meta-frontier DEA 模式加以評估，並據以提出營運效率改善建議，也有必要加以探討。此為本研究之主要研究動機之二。

1.2 研究目的

基於上述之研究背景與動機，本研究之研究目的主要為：

1. 建立分群最佳化之多群組資料包絡分析模式，以雙層數學規劃概念，將分群最佳化模式及 Meta-frontier DEA 模式加以整合。其中，上層為分群最佳化模式，旨在以 Meta-frontier DEA 求解所得之各 DMU 投入、產出權重為依據，進行分群。而下層之 Meta-frontier DEA 模式則依據上層所求得之分群結果，進行 DMU 在不同分群下之效率值及投入、產出權重。
2. 鑑於雙層數學規劃及分群最佳化模式之求解複雜性，屬一 NP-complete 問題，本研究利用基因演算法（Genetic Algorithms, GAs）進行求解。
3. 以參數變動分析了解參數之變化對於模式求解之影響，並且找出建議的參數設定組合，應用於分組效率前緣求解之參數設定。
4. 以國內公路汽車客運公司之經營績效評估為例，驗證本研究提模式之可應用性，並根據分析結果，提出客運公司經營改善之建議。
5. 由於本模式建構於 BCC 模式之基礎上，屬變動規模報酬之情況，待模式求解完畢後，分群結果也同時完成，屆時再依相同之分群結果求算 CCR 模型之綜合技術效率與規模效率，並且加以分析。

1.3 研究流程與內容

於研究進行前，先行彙析相關技術與研究成果之文獻，藉以掌握目前研究狀況與瓶頸，再據以開展本研究，本研究之研究流程圖如下：

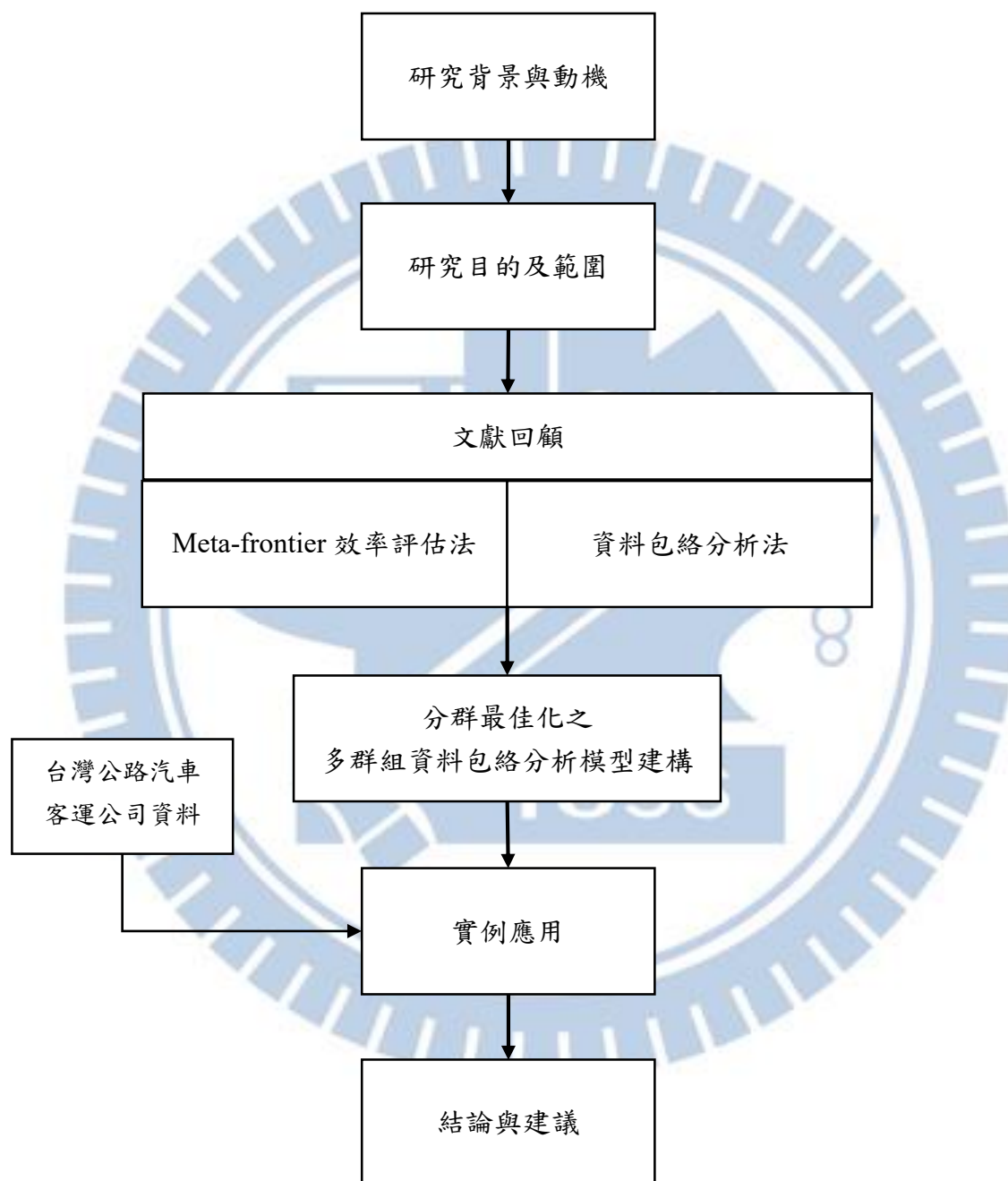


圖 1 研究流程圖

進行本研究之研究目的課題之討論前，將依序如圖 1-1 中之流程進行研究，依序分別為：文獻回顧、模式之建構、實例驗證等部分，以下針對上述之三部分做簡略的說明介紹。

1. 文獻回顧

確定研究之方向後，首要之急就是文獻回顧，必須了解目前之研究情形，以及相關技術、研究遇到的挑戰與瓶頸。

本研究將文獻回顧主要分成二大部分，第一部份為績效評估分析方面的文獻，主要了解過去不論在哪個領域，當探討到一個組織的經營績效評估時所可能會用到之方法，並初步的從中了解各種方法之優缺點與適用之限制。由於各受評決策單位營運績效隨著不同的生產技術環境而異，如：地理位置、法規限制……等，為使得處於不同生產技術環境之決策單位能夠一起進行相對效率之比較，故選擇 Meta-frontier 效率評估法應用於不同領域之文獻作為主要回顧之對象。

第二部分為相對效率評估方法之回顧，由於本研究運用台灣公路汽車客運公司之資料，屬於多投入項以及多產出項的資料型態，又因 DEA 資料包絡分析法可以處理並評估多投入、產出之資料，因此主要回顧有關於 DEA 應用於國內外評估客運公車企業及系統的相關文章。

2. 模式建構

將文獻回顧後，對於問題的方法、界定以及應用上之限制有了進一步的了解，下一步便是模式之建構。本研究研擬提出一個新的相對效率評比模型，即分群最佳化之多群組資料包絡分析模式，以雙層數學規劃概念將自動資料分群機制納入評比模型之中，旨在提供分析者在使用 Meta-frontier 在進行效率分析研究時一個新的資料分群方式選擇，同時改良須先行將資料分群之過於主觀與繁複的問題。上層問題即為資料之自動分群模式，而下層問題則是將上層分群之結果帶入之 Meta-frontier DEA 效率評估模式。

3. 實例應用

實例應用方面，欲使用台灣公路汽車客運公司作為研究對象，應用基因演算法求解問題，並且以隨機窮舉法之方式檢驗本模式表現之優越性，同時分析分群結果與探討各群體中所包含之客運公司的營運效率與規模，以了解公路客運業者之現狀，同時比較固定規模報酬與變動規模報酬模型求解之結果差異，並進一步提出建議。

二、文獻回顧

2.1 Meta-frontier 效率評估法之相關文獻

以往文獻之中，在進行相對技術效率分析時，通常於事前假定的生產技術或生產水準環境之下來進行相對技術效率的比較，如：隨機前緣生產函數模型（stochastic frontier production function model, SFA），並不能夠比較不同生產環境下廠商之間的技術效率，例如：不同地區、不同產業的受評單位。因此，Battese and Rao (2002)提出一隨機 Meta-frontier 模型，克服了原本的問題，並調查於不同技術水準下各群組廠商之間的相對技術效率。

Battese et al. (2004)又針對印尼五個地區（Jakarta、West Java、Central Java、East Java、Outer Islands）的中大型製衣工廠進行經營效率的實證分析，其中，中大型的定義為：員工至少 20 人以上，該研究運用 1990 年到 1995 年的 panel 資料並將之以地區別主觀分群進行實證，投入項為資本支出、雇用勞工數、原料成本、投資金額及時間變數，而產出項為衣服產值。對於五個地區廠商分別採用不同的隨機生產前緣來評估效率，另外再將所有廠商以 Meta-frontier 生產函數來評估技術效率，接著由各分組前緣與 Meta-frontier 之關係求得技術差距比率。研究結果發現：以各組別的技術效率而言，以 East Java 之技術效率值 0.837 最高；若從 Meta-frontier 來看，以 Jakarta 之共同技術效率值 0.530 最高，而技術差距比率以 Jakarta 的 0.903 最高。此外，其亦以分佈圖之方式了解製衣工廠的技術差距比率在各地區有如何之分佈狀態，其中，除了 Jakarta 之分布較為集中外，其他四個地區技術差距比率分佈皆有相當大的變異，由此顯示：在生產環境與技術方面，Jakarta 都是相較其他四者比較優良的。此外，Jakarta 的衣服工廠在 Meta-frontier 的技術效率有最高的平均值，其他地區的工廠在 Meta-frontier 的技術效率都明顯地低於分組前緣的技術效率，而 East Java 有最高的平均組別技術效率，但其距離 Meta-frontier 所定義出來的可能產出最為遙遠。

O'Donnell et al. (2007)針對 97 個國家的農業生產進行實證分析，主觀依地區別將之分為四組，分別為非洲、美洲、亞洲、歐洲，並且使用 1986 年至 1990 年之資料，其投入項為土地、機器、勞力、肥料、家畜成本，而產出項則為 185 種農產品營收之加總值，並且同時採用資料包絡分析法以及隨機前緣分析法，進行經營效率評估。結果發現：在地區技術效率方面，兩者皆以美洲最高；在 Meta-frontier 之技術效率值方面也是以美洲最高；而在技術差距比率方面，DEA-TGR 以亞洲最高，而 SFA-TGR 則是以非洲最高。

楊世華(2007)針對台灣之 15 個農田水利會，且採用了 2001 年到 2004 年之共 60 筆之樣本資料，應用三階段 DEA 與 Meta-frontier 作為研究模型，發現：農田水利會之純技術效率值為 0.912。若未屏除水利會之產出服務品質的不同以及環境變數之影響，經

營效率值將會被低估 9.88%；若未考量規模效率的話，其經營效率值亦會被低估 16.48%。此外，投入之控管對於水利會很重要，經由差額分析了解：水利會於用人方面仍有改善空間，但在資本支出方面則是較具充分利用之績效。

Assaf(2009)以 Meta-frontier 模型來分析比較英國機場的技術效率，將資料分成大機場與小機場，其使用 2002 到 2007 年英國二十七座機場之資料，投入項為雇用人數、固定資產、營運成本、其他成本，而產出項則是營收。以隨機效率前緣法建立 Meta-frontier，結果顯示：所有大機場之平均技術效率比兩個組前緣之平均技術效率與 Meta-frontier 之平均技術效率都來的高；若以 Meta-frontier 來看，小機場組的平均 Meta-frontier 技術效率僅有 52.6%。在技術差距比率方面，小機場也是低於大機場的情況，約僅有 0.63，此現象可能源自於生產環境上的本質之限制，如：經營規模、位址的選擇、技術差異、投資資本……等生產環境上的要素。

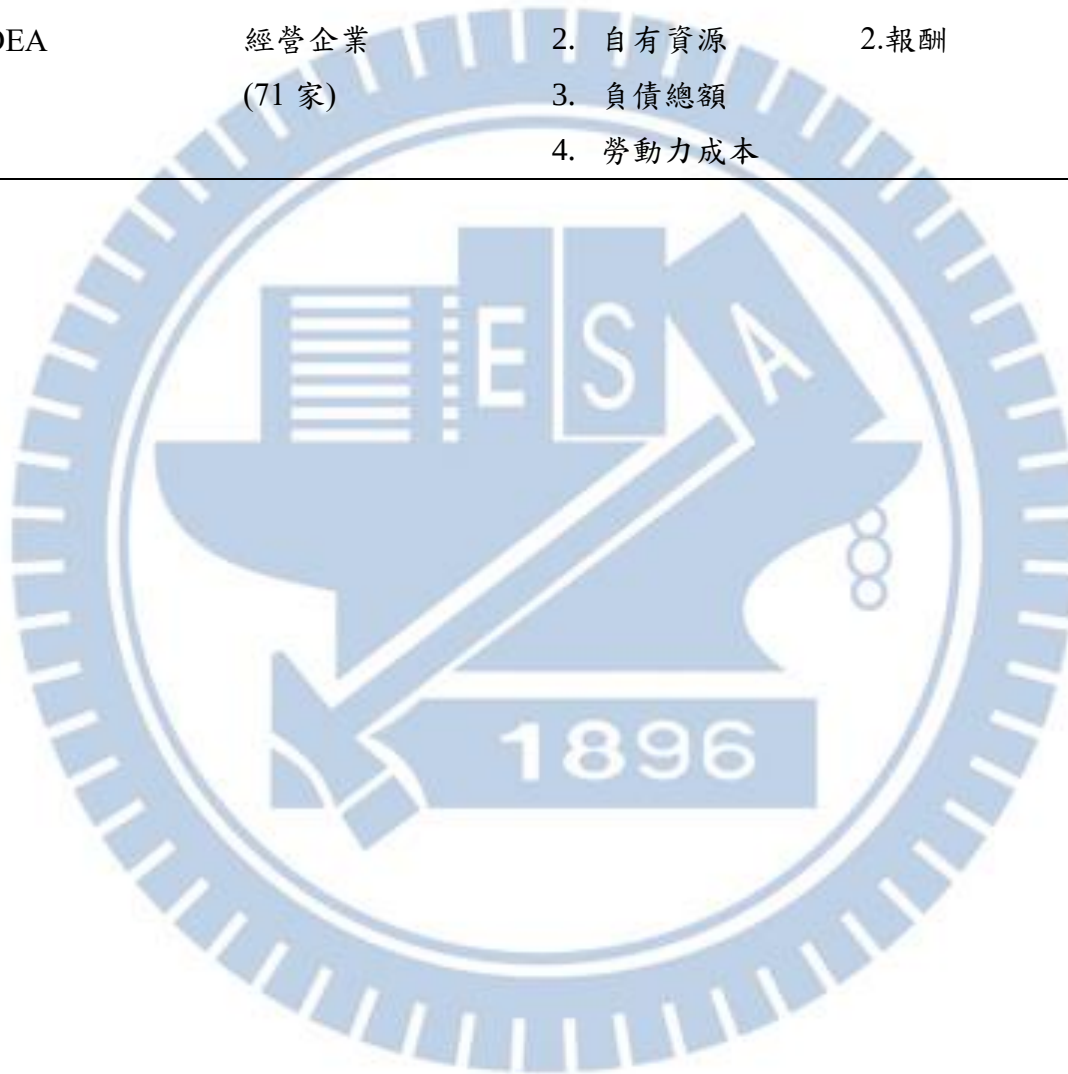
Medal-Bartual et al. (2012)提及西班牙擁有超過 1000 家特許經營商，其經營範圍廣泛，經營範圍超過 65,700 家，2011 年的全球營業額超過 1.9 億。作者自行將西班牙的小型特許經營企業依照不同產業類別分群，起初分為 11 個產業類型之組別，而其中有 6 組僅包含了少數的企業廠商，因此最後決定取另外 5 群作為研究對象。該研究範圍主要包含為中小企業，其中僅有兩家大企業，主要原因為中小企業在歐洲經濟扮演著核心的角色，並透過 Kruskal-Wallis 檢定檢驗各群組間的相異性，結果拒絕虛無檢定，表示群組間存在著相異性。其研究方法使用 Meta-frontier DEA，由於 DEA 能夠衡量多投入以及多產出的績效，因此在投入項選擇了總資產、自有資源、負債總額、勞動力成本，而在產出項方面則是銷售、報酬兩者。其主要結論有三：各群組結果之間差異甚大，80% 的旅館業為完全有效率的，而僅有 50% 的零售貿易廠商及公衛社福廠商的效率值為 1；在 Meta-frontier 之技術效率的部分，如預期地各組的技術效率值皆高於共同前緣的技術效率值；技術差距比率方面，分別由零售、貿易業與旅館業的 0.951 與 0.932 最高，表示該二者考慮到其投入後分別可以生產 95.1% 與 93.2% 的潛在產出。而相反的公衛社福廠商則是最低的 0.635，顯示其距離 Meta-frontier 之技術效率還有 36.5% 的改善空間。

以上文獻之內容彙整如表 2-1 所示，可以發現大部分 Meta-frontier 相關文獻中，所採用的研究方法為 DEA 與 SFA 兩種，故本研究將於第三章研究方法詳細說明其二者之差異；此外，可見 Meta-frontier 相對效率評估法已被廣泛的應用於評估各種領域之研究對象，顯見其為一高可應用性之評估方法。然而，所回顧的 Meta-frontier 相關文獻中，截至目前為止之資料分群方式皆為依賴使用者主觀的想法，常見的分群方式如：地區別、公司別等的方式，本研究認為這是一個重要的研究缺口，即如何結合資料分群技術與效率評比，同時使其於自動且非主觀的情況下完成，實為值得探討之課題。

表 1 Meta-frontier 於各領域之文獻彙整

作者	評估方法	研究對象	投入項	產出項	分群依據
Battese et al. (2004)	1. Meta-frontier 2. SFA	印尼的中大型製衣 工廠 (1985 家)	1. 資本支出 2. 共用勞工數 3. 原料成本 4. 投資金額 5. 時間變數	衣服產值	地區 (Jakarta、West Java、 Central Java、East Java、Outer Islands)
O'Donnell et al. (2007)	1. Meta-frontier 2. DEA 3. SFA	1986-1990 年 農業 (97 個國家)	1. 土地 2. 機器 3. 勞力 4. 肥料 5. 家畜	1 個產出變數 (185 種農產品之加 總值)	地區 (非洲、美洲、亞洲、 歐洲)
楊世華 (2007)	1. Meta-frontier 2. 三階段 DEA 3. Malmquist 生產 力指數	2001-2004 年 台灣之農田水利會 (15 個)	1. 勞動使用量 2. 灌溉用水量 3. 資本支出 4. 事業支出	1. 灌溉排水 2. 經營收入	發展型態特性 (都會區、非都會區)
Assaf (2009)	1. Meta-frontier 2. SFA	英國之機場 (27 座)	1. 雇用人數 2. 固定資產 3. 營運成本 4. 其他成本	營收	大機場 小機場

Medal-Bartual et al. (2012)	1. Meta-frontier 2. DEA	西班牙的小型特許 經營企業 (71 家)	1. 總資產 2. 自有資源 3. 負債總額 4. 勞動力成本	1.銷售 2.報酬	產業別 (貿易零售商、旅館 業、專業科學、公衛 社福業、其他)
--------------------------------	----------------------------	----------------------------	--	--------------	--



2.2 資料包絡分析法評估公路汽車客運業績效之應用

Cowie and Asenova (1999)兩人以 DEA 效率分析法研究英國之 12 家汽車客運公司，作者指出該研究最佳的產出變數應該是延人公里，然而，延人公里之資料無法取得，因此以營收做為延人公里的替代變數(proxy variable)，作者更提及：由於營收會受到費率的影響，倘若受評估的不同地區有不同的費率，卻還用營收做為產出變數，即可能會產生有些客運公司因為費率較高而使得其技術效率較高之情況，會使得評估結果有所偏差；投入變數方面則是採用員工數以及車隊大小。該研究結果發現規模小的客運公司普遍處於規模報酬遞增之情況。客運的產業普遍技術效率低下，他們認為這可能是源自於缺乏競爭，反映出客運公司私有化以來寡頭壟斷產業結構之情況，因為若其處於高度競爭的市場，不具競爭力的客運公司會自然地被淘汰，然而，該論點也可能因為每個地區之情況不同，使得競爭大小不盡相同而被挑戰。同時，私營企業通常有較高的技術效率，然而此情況也有可能是因為私營企業內的組織管理限制相對較少。

Odeck and Alkadi (2001)同樣以 DEA 效率分析法研究了挪威 47 家受政府補貼之汽車客運公司，並研究了 1994 年的資料，根據其研究顯示：普遍的客運公司處於規模報酬遞增之狀態，然而隨著公司的規模大小又有所不同，此情況在小公司最為常見。同時，普遍的客運公司減少投入之潛力是相當可觀的，平均而言可以減少約 28%之現有投入。此外，作者建議未來之研究可以多加探討地理因素對於求解所造成之影響。

而於管理方面最常討論的評估角度可主要分為「效能 (effectiveness)」以及「效率 (efficiency)」兩種，前者在衡量目標達成的情形，而後者則是在探討產出的數量與投入的使用量。而 Karlaftis (2004)認為在運輸領域，決策單位的營運表現以及經濟規模通常是非常相關的議題，但是常常是以分開個別檢視的方式呈現，因此他以 DEA 效率分析法與 globally efficient frontier production function 來探討。他認為不同的產出項所衡量的表現構面不同，如：延車公里常用以衡量效率(efficiency)，而搭乘人數則常用以衡量效能(effectiveness)，故他以產出項的不同分別求解了三個不同的模型，第一個是僅以延車公里作為產出項的效率模型，其二則是以搭乘人數作為產出項的效能模型，最後則是將二者同時考量的綜合模型，分別探討美國 259 個公車系統之營運表現。結果顯示：同常在一個面向表現良好的公車系統，在其他面向也會表現得不錯。此外，亦發現規模報酬之大小常取決於系統之產出規模。

Chiou et al. (2010)認為大眾運輸服務有無法儲存之特性，而效率與效能分別又代表著兩個重要的評估角度，若能同時求得二者，即能更全面的了解受評單位的整體表現。因此，改良了將效率與效能兩面向分開討論之傳統 DEA 模型，提出了整合式資料包絡分析法 (IDEA) 之兩個模型，分別為 ICCR 與 IBCC，該二模型分別能夠於固定、變動規模報酬之情況下求得受評單位的整體表現。其模型之核心概念在於同時求得各投入產出項之權數，並且以等重的權重求得技術效率與服務效能。結果顯示兩個模型不論在合理性、解的獨特性與評鑑能力皆有相當良好的表現。此外，由案例分析發現 IDEA 在評鑑能力上更優於傳統的 DEA 模型，並且作者更進一步求解了不同權重組合下的技術效率與服務效能。

Chiou et al. (2012)提出兩個以路線別為基礎的資料包絡分析模型，其能同時衡量運輸工具的路線別及公司別之營運效率。在固定規模報酬與變動規模報酬之兩種情況下，主要將模型分成三個階段：第一階段以公司別之 CCR 模型或 BCC 模型求出最適的投入及產出權重與效率；作者認為一家公司內一定比例的投入是分配給某些特定路線的，而剩餘比例的投入則是所有路線的共同投入，故第二階段以第一階段所求出的最適乘代入，並在最大化一家公司內所有路線的整體效率之前提下求出最適投入分配比率(optimal allocation ratios)；第三階段則是將一家公司的個別路線視為不同的決策單位進行效率評估。其運用了台灣的 37 家公路汽車客運業者共 1035 條路線之資料，投入項為油耗成本、員工數、車輛數；產出項則為營運營收、延人公里。優於過往 DEA 模型之處在於其所提出的模型能夠同時衡量路線別與公司別的資料，所有路線之共同投入分配比率為非主觀產生，能以更客觀的方式做為業者在管理之參考。

Hahn et al. (2013)提出了 Network DEA 模型，並衡量首爾之客運公司的經營效率。該模型改良傳統的 BCC 模型，並且能夠真實的反映大眾運輸服務不可儲存之特性，其除了反映對於效率有正向影響之產出外，還能反映出有負向影響的產出，也就是空氣污染成本，因此相較於傳統的 DEA，Network DEA 能夠提供更多重要的評估資訊。根據評估結果，作者建議客運公司增加公車服務系統規模與增加站牌等，或減少稅金以鼓勵業者達到更佳狀態。

胡凱傑等人(2013)以「偏遠路線」之概念將現有公路客運受補貼路線進行分群，分析各群集路線之間的營運績較差異，並檢討當時現有虧損補貼之適切性。在過去對偏遠地區之定義僅以有無虧損為劃分，並無實際考慮實際行駛區域之差異性，因此該研究以社經背景的觀點並以 GISc 收集相關之空間資料，藉由各路線行駛之偏遠程度進行路線分群，並績效評估。以改良式二階段群集分析法進行分析，第一階段先以階層是群集分析法之凝聚法，並採用華德最小變異數法將相似之樣本分為同一群，再依華德法中的樹狀圖辦定最佳群集數，第二階段再使用 K-means 法找到最終分群數。績效分析之部分採用 DEA，其針對不同的規模經濟報酬下，分析各群集之表現，發現各群集都是固定規模報酬之情況下表現最優；此外，548 條路線之中，有部分之路線的規模效率很低，但純技術效率及整體技術效率卻又有較好之表現，是以，此類路線只要對投入指標項目與產出指標項目的比例方面稍加調整，便能達到有效率之情況。

Hanumappa et al. (2015)運用 DEA 來評估班加羅爾的高級巴士之服務，認為投入項應該需要區分為長期與短期，作者認為短期的情況下車隊大小是不易改變的，反之長期則可以，在短期的情況底下其所採用的投入項為油料、排班、行駛總里程，在產出項則是總營收，而在長期的情況下則是多考慮了車隊大小。Adhikari et al. (2015)亦運用 DEA 來評估加爾各答的十八條公車路線，其以多元線性回歸來判定對於路線有顯著影響的成本，以合理的安選適用的投入項，最後所採用之投入項為行政費用、固定成本、司機薪

資、售票員薪資、服務成本、油料成本、輪胎成本，而產出項則是日淨每車營收。

以上文獻之彙整如表 2-2，由其可知：DEA 已廣泛的被各個國家之研究者應用至客運業，亦可以輕易的了解大部分以 DEA 評估公車客運系統之文章常使用之投入項與產出項，通常會隨著該研究之研究課題不同而有些許不同，其中最常見之投入項為員工數、車輛數、油耗量以及各項成本等，而常見之產出項為延車公里、延人公里、營收等。此外，由胡凱傑學者等人之研究可以發現，也有部分之文章會使用統計的分群方法，不過此類的文章需要使用者事前決定分群變數作為分群依據，代表其仍屬主觀分群方法，而此類方法相較於直接分群又更繁複些。

2.3 小結

由 2.1 與 2.2 小節可以了解到目前 Meta-frontier DEA 相對效率評估法之研究瓶頸與使用之限制，不論是評估哪種研究對象或研究領域，該法皆須研究者主觀將資料分群，也有些研究者使用統計之分群方式，但過程都稍嫌主觀與繁複，此外，所有之研究皆將資料分群與相對效率評估視為完全獨立之兩步驟，使得這兩階段間毫無互動回饋之關係，因此如何以更簡潔與客觀的方式來進行效率分析實屬重要之研究課題，本研究希望針對此研究缺口研擬相對之改善方法，故研提一非主觀資料分群之相對效率評估模型，同時完成資料之分群與相對效率評估，並且考慮到兩階段間之反饋關係。

表 2DEA 於客運公司效率評估之文獻彙整

作者	評估方式	研究對象	投入項	產出項	備註
Cowie & Asenova (1999)	DEA	英國 12 家客運公司	1. 車隊大小 2. 員工數	營收	客運產業普遍技術效率低下，私營企業的技術效率較高
Odeck & Alkadi (2001)	DEA	挪威 47 家客運公司	1. 行車時間 2. 員工數 3. 油耗 4. 硬體設施	1. 延座公里 2. 延人公里 3. 座位總數	客運公司平均而言有減少 28%投入之潛力，普遍處於規模報酬遞增之情況
Karlaftis (2004)	1.DEA 2.Globally efficient frontier production function	1990-1994 年 美國 259 個公車系統	1. 員工數 2. 油耗量 3. 車輛數	1. 延車公里 2. 延人公里 3. 座位總數	不同的產出項所衡量的構面不同，建立三個模型以衡量效率、效能與綜合表現
Chiou et al. (2012)	IDEA	台灣 39 家公路汽車客運公司	1. 車輛數 2. 路線長度	1. 營收 2. 乘客數 3. 延人公里 4. 公車班次數 5. 載客人數 6. 每班次平均載客數	建立整合式資料包絡分析模式，同時衡量技術效率與服務效能

Chiou et al. (2012)	DEA	台灣 37 家公路汽車客運業者之 1035 條路線	1. 油耗成本 2. 員工數 3. 車輛數	1. 營收 2. 延人公里	提出兩個以路線別為基礎的 DEA 模型，分析路線及公司本身的營運效率
Hahn et al. (2013)	Network DEA	首爾的 58 家客運公司	1. 總運輸成本 2. 快速巴士之站牌數於總站牌數中之佔比 3. 壓縮天然氣之車輛數於總車輛數中的佔比	1. 乘客數 2. 平均車頭距之誤差比率 3. 空污成本	建立 network DEA 模型，並將產出項區分為有正負向影響的兩種類別
胡凱傑等人 (2013)	DEA K-mean	99 年度受補貼客運路線	1. 路線受補貼金額 2. 延車公里	1. 載客人數 2. 營運收入	針對偏遠地區之概念將資料分群
Hanumappa et al. (2015)	DEA	班加羅爾的高級巴士服務	長期：車隊大小 短期：油料、排班、總行駛里程	營收	投入項有長短期之分
Adhikari et al. (2015)	DEA	加爾各答的 18 條公車路線	1. 行政費用 2. 固定成本 3. 司機薪資 4. 售票員薪資 5. 服務成本 6. 油料成本 7. 輪胎成本	日淨每車營收	運用多元線性回歸篩選投入項

三、研究方法

本研究採用資料包絡分析法（Data Envelopment Analysis，DEA）作為主要的研究方法，因其常搭配 Meta-frontier 效率評估法一起使用，以克服決策單位必須在相同的技術水準環境下進行效率比較的假設，故本章將針對 DEA 與 Meta-frontier 詳細介紹。

以往在進行經營效率的評估時主要有兩方法可供選擇，一為資料包絡分析法，另一則為隨機效率前緣法（Stochastic frontier analysis，SFA），兩者之比較整理如表 3-1 所示，前者認為產出與效率前緣之差距來自於生產技術上的無效率，後者則是認為有部分的無效率是源自於無法控制的隨機干擾因素；在投入項與產出項的權重以及函數型態的部分，資料包絡分析法皆不需要假設，反之，隨機效率前緣法則都是需要假設；資料包絡分析法所能夠處理多個投入項與多個產出項的資料型態，而隨機效率前緣法只能處理單個投入項與多個產出項之資料型態，因此，經各方面的考量過後本研究採用資料包絡分析法作為主要的研究方法。是以，本文將詳細介紹資料包絡分析法，以及 Meta-frontier 效率評估法。

除此之外，由於本研究研擬建立之模式為一雙層數學規劃模型，於求解上有相當高的複雜度與困難度，屬一 NP-complete 問題，故本研究欲使用基因演算法求解，因此，3.3 小節亦將針對基因演算法詳細說明。

表 3 效率評估法之比較

效率評估法	資料包絡分析法	隨機效率前緣法
無效率之原因	生產技術之無效率	部分為無法控制之隨機干擾因素
投入項與產出項的權重	無需假設	需假設
投入項與產出項的函數型態	無須假設	需假設
可處理之資料型態	多投入項、產出項	單投入項、多產出項

3.1 資料包絡分析法

資料包絡分析法起源於 Charnes et al. (1978) 所提出的 CCR 模式，為規模報酬固定假設情況下計算效率值之模式。後來，Banker et al. (1984) 提出 BCC 模式，放寬規模報酬固定的假設，允許在規模報酬變動的情況下計算效率值。DEA 主要是利用了生產函數之概念，並且以線性規劃找出效率前緣 (Efficiency frontier)，可以用於衡量所有決策單位在相同的技術環境下的相對技術效率，其優點在於除了不需要預先設定投入和產出的權重以及函數關係外，還能夠分析處理多投入以及多產出的資料，因此而廣泛的被用於各種組織的效率衡量上。

在效率分析的文獻中，主要的資料包絡分析模型可分為兩種：投入導向模型、產出導向模型。在投入導向模型中，設定產出水準固定且相同的技術之情況下，DEA 定義了使投入減少最大比率的效率前緣；在產出導向模型中，則是設定投入水準固定且相同技術的情況下，DEA 所定義的是使產出增加最大比率的效率前緣。此兩種模型在規模報酬固定之情形下所求得的技术效率值相同，然而，變動規模報酬的情形之下則否。凡是位於效率前緣上的決策單位之效率值為 1，代表其相對於其他相同的技術集合內的決策單位有效率；反之，若效率值介於 0 至 1 之間，則稱之為無效率之決策單位。

Farrell (1957) 提出了廠商的效率可以分為技術效率 (Technical efficiency, TE) 以及分配效率 (Allocation efficiency; 或價格效率, Price efficiency)，技術效率指的是廠商在固定的產出組合情形下，所使用最少投入的能力；分配效率則是指廠商在固定的投入價格以及生產技術下，能夠以最適切之比率投入的能力；上述兩者的乘積則為總體經濟效率 (Total economic efficiency)。

以固定規模報酬的情況說明如圖 3-1，廠商有兩種投入分別為 X_1 、 X_2 ，以及一項產出 y ，其中 SS' 為一條等產量曲線，位於等產量曲線上的所有點皆為有效率的，其效率值為 1；而位於等產量曲線右方者，則是沒有效率的，其效率值介於 0 至 1 之間。以 P、Q 兩點說明，其皆生產一單位的 y ，不過 Q 點的投入量與 P 點投入量之比值為 $\overline{OQ}/\overline{OP}$ ，代表 P 點的投入量在不影響原產出水準之情況下能夠縮減至原來的 $\overline{OQ}/\overline{OP}$ 倍，故 P 點的技術效率為 $\overline{OQ}/\overline{OP}$ 。

若知曉投入要素的價格，可求出等成本線，等成本線之斜率為投入要素價格之比值，如圖 3-1 的 $\overline{AA'}$ ，而等成本線與等產量曲線相切之點為最小成本之投入要素組合 (Q')， $\overline{RQ}$ 代表可以減少的生產成本，故其分配效率為 $\overline{OR}/\overline{OQ}$ 。若同時考慮兩種效率值時，則稱之為總體經濟效率，因此 P 點的總體經濟效率為 $\overline{OR}/\overline{OP}$ 。

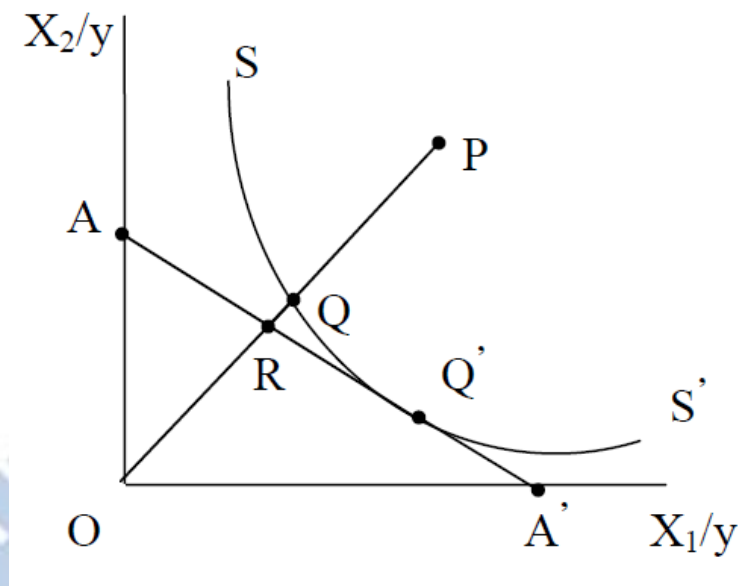


圖 2 技術效率與分配效率

3.1.1 CCR 模式

CCR 模式以 Farrell (1957) 的效率衡量方式為基礎，並且由 Charnes et al. (1978) 提出，其假設於固定規模報酬 (Constant Returns to Scale, CRS) 之情況下，即認為受評 DMU 之所有的不效率皆來自於其生產技術上之問題，與其經營規模無關，且因衡量多投入以及多產出的效率，故引入權重的觀念，效率值為產出加權組合與投入加權組合的比值，即效率 = 產出加權組合 / 投入加權組合。此外，在固定規模報酬的情況下，所求算出來的相對效率值被稱為綜合技術效率值 (technical efficiency, TE)。

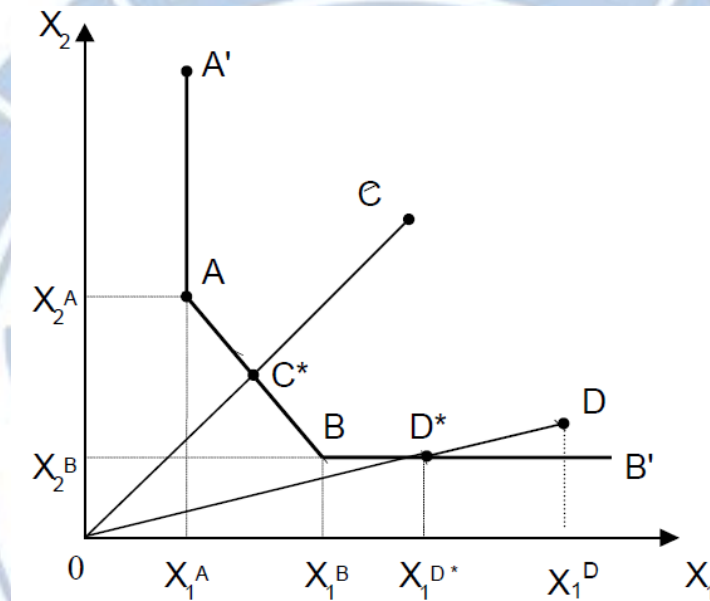


圖 3 固定規模報酬之示意圖

以相同的情況：兩種投入 X_1 、 X_2 ，以及一項產出 y 說明，圖 3-2 中有四個決策單位 (DMU) A、B、C、D，其中 A'B' 為等產量線，亦為此四 DMU 之生產前緣，C 之效率值 $\theta_C = \overline{OC^*} / \overline{OC}$ ，D 之效率值 $\theta_D = \overline{OD^*} / \overline{OD}$ 。但是，當衡量多產出與多投入的情況時，因無法將資料訴諸平面圖型，故必須由樣本資料計算效率前緣，無法觀測而得，其模式如式(3-1)所示。

假設有 n 個 DMU，且各個 DMU _{j} ($j=1,2,\dots,n$) 使用了 m 種投入 X_{ij} ($i=1,2,\dots,m$)，並且生產 s 種產出 Y_{rj} ($r=1,2,\dots,s$)；且第 i 項的投入的權重為 v_i ($i=1,2,\dots,m$)，第 r 項產出的權重為 u_r ($r=1,2,\dots,s$)，以求得各 DMU 效率值。在計算目標決策單位 (DMU _{k}) 之效率值時，該模式會選擇對於各 DMU 最有利的投入產出權重，使得其目標式之效率值 E_k 最大。而第一條限制式讓所有的 DMU 效率值皆不可以超過 1；第二條限制式則使投入產出之權重必大於或等於一個極小的正值 ε ，表示任何一個投入產出皆不可以忽略。

$$\begin{aligned}
E_k = \text{Max} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \\
\text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1 \\
& u_r, v_i \geq \varepsilon > 0, \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m
\end{aligned} \tag{1}$$

但由於分數型數學規劃問題不易運算且易產生無窮解，故將目標函數之分母設定為固定值 1，以求解分子之最大值，如此一來分數線性規劃問題就轉換成一般線性規劃問題，如式(3-2)所示，所得之目標值 h_k 即為投入效率，而形成投入導向之原問題（primal problem）。

$$\begin{aligned}
\text{Max} \quad & h_k = \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \\
& \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n \\
& \mu_r, v_i \geq 0, \quad r=1, \dots, s; \quad i=1, \dots, m
\end{aligned} \tag{2}$$

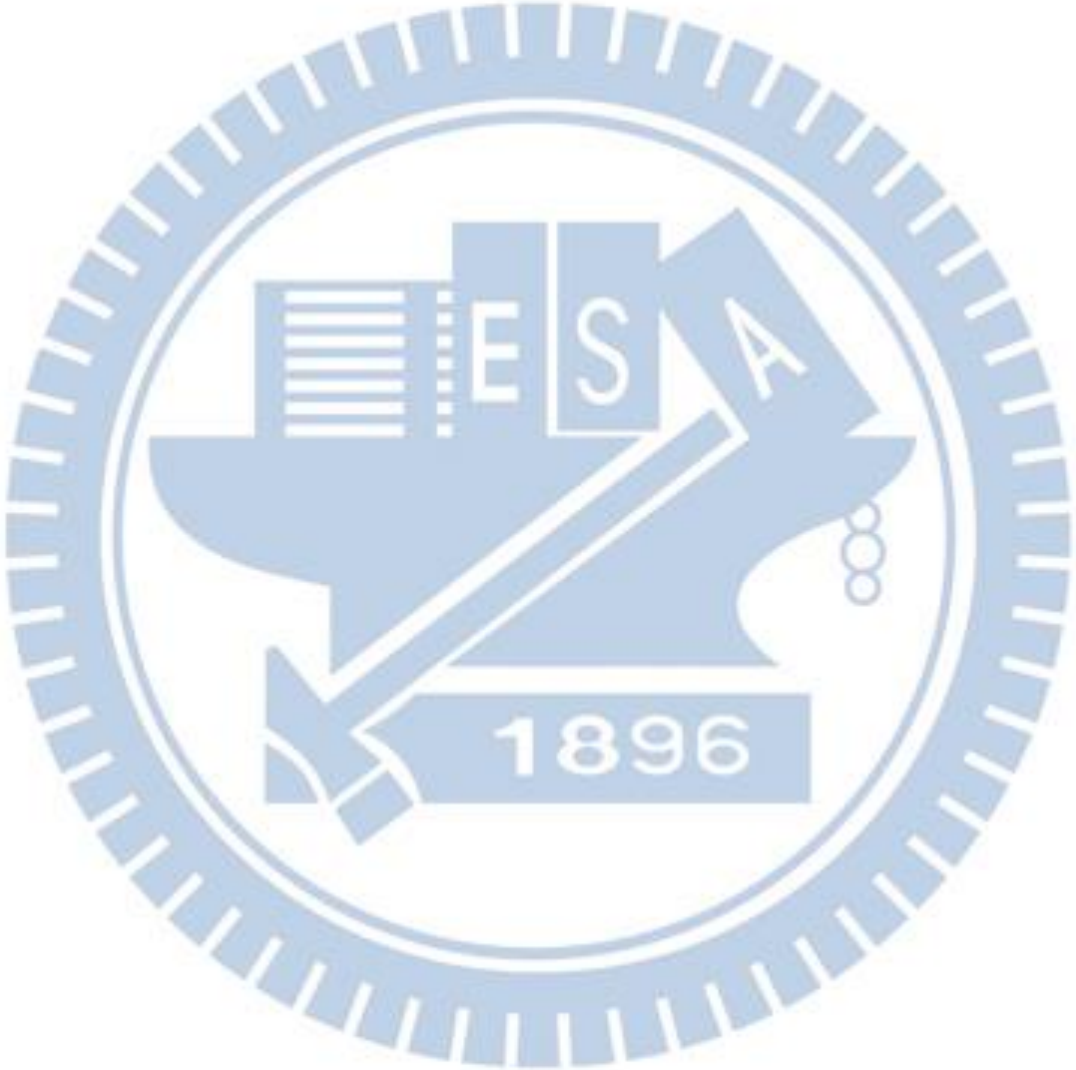
此外，為了提升求解效率，通常會再將模式轉換成對偶型式如式(3-3)所示。變數 θ_k 即為決策單位 k 之效率值，而 s^- 、 s^+ 則分別為投入之差額變數；當 $\theta_k = 1$ 且 $s^- = s^+ = 0$ 時，則稱為DMU_k有效率，其位於效率前緣之上。然而圖 3-2 中的 D*點雖然位於效率前緣之上，但其並非有效率的 DMU，原因在於它的 $s_1^- = X_1^B X_1^{D*} > 0$ ， s_i^- 、 s_r^+ 所代表的即為該 DMU 可自由處置之量，倘若拋棄該量仍然有相同的表現，就代表該 DMU 是無效率的，而 λ 所代表的該 DMU 為了達效率最大的參考點之集合線性組合之權重，如：在圖 3-2 中 D*點之參考點即為 B 點，是以若在效率前緣上的參考評比對象之產出與投入分別為 $\sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij}$ 和 $\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj}$ ，而 s_i^- 、 s_r^+ 所代表的就是無效率的 DMU 欲達到的最佳境界的投入減少量或產出 增加量。

$$\text{Min } h_k = \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_{ik}^- + \sum_{r=1}^s s_{rk}^+ \right) \quad (3)$$

$$\text{s.t } \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - \theta_k X_{ik} + s_{ik}^- = 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - s_{rk}^+ = Y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j, s_{rk}^+, s_{ik}^- \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$$



3.1.2 BCC 模式

BCC 模式與 CCR 模式最大的不同為前者放寬了固定規模報酬的設定，Banker et al. (1984)將規模報酬假設為可以變動的 (Variable Returns to Scale, VRS)，即認為 DMU 有部分之不效率應是來自於其經營規模上之問題，因此，推導出可以計算純技術效率 (Pure technical efficiency) 的模式。

BCC 模型的生產前緣與 CCR 不同，如圖 3-3 所示，所有符號與 CCR 模型代表相同的意義。若為 CCR 模型，其生產前緣是通過原點的直線 $\overline{OCD}$ ，但若是 BCC 模型，生產前緣則是摺線 BCDE，形成此現象的原因為 BCC 模型要求 DMU 在生產前緣上的參考點必須是有效率的 DMU 凸性組合 (Convex combination)，因此以 A 點而言，原本在 CCR 模型中有效率的參考點為 A^0 ，不過在 BCC 模型中卻是 A^* ，因為 A^* 是在有效率集合的 DMU 線性組合，也就是 B、C 兩點的線性組合所形成，而 A^0 則否。

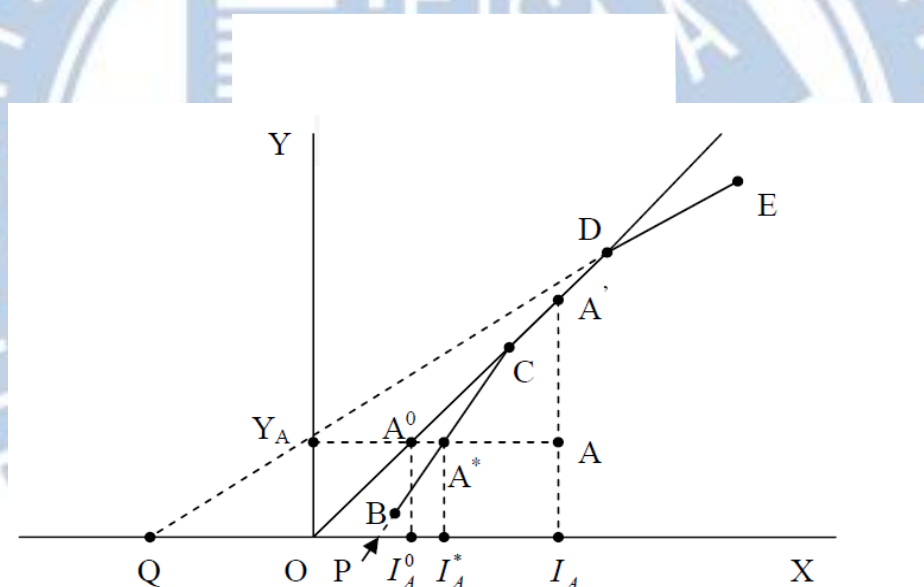


圖 4 CCR 與 BCC 之生產前緣示意圖

因此，在 BCC 模型中，決策單位的效率值為 $TE_{vrs} = OI_A^*/OI_A$ ，且 CCR 模型的效率值 TE_{crs} 小於 BCC 模型之效率值 TE_{vrs} 。在 BCC 模型中，技術效率為 OI_A^0/OI_A ，而 OI_A^*/OI_A 則被稱為純粹技術效率，而兩者的比值則為規模效率，而其投入導向的模型如式(3-4)所示。

$$\begin{aligned}
 E_k = \text{Max} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rk} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ik}} \\
 \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1 \\
 & u_r, v_i \geq \varepsilon > 0, \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{4}$$

由於式(3-5)為分數規劃模式，求解不易，因此，可藉由固定分母之值以轉換成線性規劃模式，形成式(3-5)。其與 CCR 模式並無太大差異，唯一之差別在於 BCC 模型多了 u_0 項，而其相當於截距一般，使得生產函數不需要通過原點， u_0 項之正負號亦沒有限制，當 u_0 項為 0 時，代表生產函數為固定規模報酬(Constant Returns to Scale, CRS)；若 u_0 項為正值時，代表為規模報酬遞減(Decreasing Returns to Scale, DRS)；若 u_0 項為負值時，代表為規模報酬遞增(Increasing Returns to Scale, IRS)。

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & h_k = \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} - u_0 \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \\
 & \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} - u_0 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\
 & \mu_r, v_i \geq 0, \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{5}$$

並且將原本的形式轉換成線性規劃模式後再轉換成對偶形式如式(3-6)，並且多了一條限制式 $\sum_j^n \lambda_j = 1$ ，表示參考點之線性組合集合之權重總合為 1。

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & h_k = \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_{ik}^- + \sum_{r=1}^s s_{rk}^+ \right) \\
 \text{s.t} \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} - \theta_k X_{ik} + s_{ik}^- = 0, \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_{rj} - s_{rk}^+ = Y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad j = 1, \dots, n \\
 & \lambda_j, s_{rk}^+, s_{ik}^- \geq 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

由於 BCC 模式允許規模報酬之情況存在，因此除了可以求算出各 DMU 之純技術效率外，若將綜合技術效率與純技術效率取比值後，即得規模效率 (scale efficiency, SE)，當 SE 等於 0 時，代表該 DMU 為固定規模報酬；當 SE 不等於 0 時，則代表該 DMU 為變動規模報酬。因此，綜合技術效率、純粹技術效率與規模效率三者之關係如式(3-7)所示。

$$\text{綜合技術效率 TE}_{CRS} = \text{純技術效率 TE}_{VRS} \times \text{規模效率 SE} \tag{7}$$

3.2 Meta-frontier 效率評估法

以往，進行技術效率的評估時，通常會假設決策單位在相同的技術水準下做比較，因此所求解出的效率前緣也僅能夠用於比較前緣內所包含的決策單位。但是，現實的情況時常並非如此，決策單位間往往可能因為各種資源限制、地理差異、經濟條件等造成先天的生產環境上有所差異，倘若將各方面都差別很大的決策單位同時以一個效率前緣來做比較，所得到的比較結果是沒有意義的。因此，為了克服上述問題，應該將決策單位進行分群，並且分別求出各群組之效率前緣，然而，各組的效率前緣並不能夠直接被一起比較，原因是兩個效率前緣間之差異來自於不同的生產環境中受限制的本質，如：缺乏經濟基礎建設、或其他生產環境所需之要素等，所以應該藉以共同效率前緣 Meta-frontier 來進行不同群組內之決策單位的相對效率比較，此章節參考 O'Donnell et al. (2007) 分成共同效率前緣 Meta-frontier 以及分組效率前緣 Group frontier 分別進行說明。

3.2.1 共同效率邊前緣

設 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{y}$ 分別為非負的投入向量($N \times 1$)與產出向量($M \times 1$)，而 Metatechnology 集合包含所有廠商在多種技術之下所產生的各種投入及產出的組合，該集合表示如下：

$$T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{x} \geq 0; \mathbf{y} \geq 0; \mathbf{x} \text{ can produce } \mathbf{y}\} \quad (8)$$

使用投入向量 $\mathbf{x}$ 所產生的向量 $\mathbf{y}$ 集合，成為產出集合，如下所示：

$$P(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T\} \quad (9)$$

而依照這些產出所形成的前緣即為 Meta-frontier，而 metadistance function 定義如下所示，其中 θ 所代表的意義為決策單位的產出 $\mathbf{y}$ 與所對應的前緣之產量 $\mathbf{y}^*$ 之比值，若 $D(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 值小於 1，代表 $\mathbf{y}$ 在生產集合 $P(\mathbf{x})$ 之內；若 $D(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 值等於 1，則代表 $\mathbf{y}$ 在生產集合 $P(\mathbf{x})$ 之前緣上。

$$D(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \inf_{\theta} \left\{ \theta > 0 : \left(\frac{\mathbf{y}}{\theta} \right) \in P(\mathbf{x}) \right\} \quad (10)$$

3.2.2 分組效率前緣

分組效率前緣用以表示當 DMU 具有不同的生產技術時的生產可能。若將 DMU 分成 K 組($K > 1$)，同時假設在資源、法規以及其他環境限制下，使得有些組別的 DMU 沒有辦法使用 Metatechnology 集合中的某些技術。是以，對於第 k 組內的受評 DMU 而言，其在特定的技術集合之下所能產生的投入與產出組合可如下表示：

$$T^k = \left\{ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{x} \geq 0; \mathbf{y} \geq 0; \mathbf{x} \text{ can be used by firms in group } k \text{ to produce } \mathbf{y} \right\} \quad (11)$$

因此，各組別的產出集合與產出距離函數亦可分別如下表示：

$$P^k(\mathbf{x}) = \{\mathbf{y} : (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T^k\}, k = 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

$$D^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \inf_{\theta} \left\{ \theta > 0 : \left(\frac{\mathbf{y}}{\theta} \right) \in P^k(\mathbf{x}) \right\}, k = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

組前緣具有以下幾點特性：

R.1 對於任何一個 k ，如果 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T^k$ ，則 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T$ 。

R.2 如果 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T$ ，對於某些 k ，則 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in T^k$ 。

R.3 $T = \{T^1 \cup T^2 \cup \dots \cup T^K\}$ 。

R.4 對於任何一個 k ， $D^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) > D(\mathbf{x}, \mathbf{y})$

R.5 Meta-frontier 的產出集合 $P(\mathbf{x})$ 具有凸性(convex)，但不表示各組別所產生的產出集合 $P^k(\mathbf{x})$ 具有凸性， $k = 1, 2, \dots, K$ 。

以單一投入與單一產出的生產可能做說明，如圖 3-4 所示，將所有 DMU 分成了三組 ($k=1,2,3$)，並分別建立其組前緣，第 k 組的前緣以 kk' 標示，且都具有凸性，這三組所一起構成的之前緣 1-B-3' 包含了所有 DMU 的投入產出組合，此時的 Meta-frontier 為非凸的片狀前緣 (nonconvex piecewise frontier)，若是有更多的組別的話，則即可形成如 M-M' 的共同效率前緣。

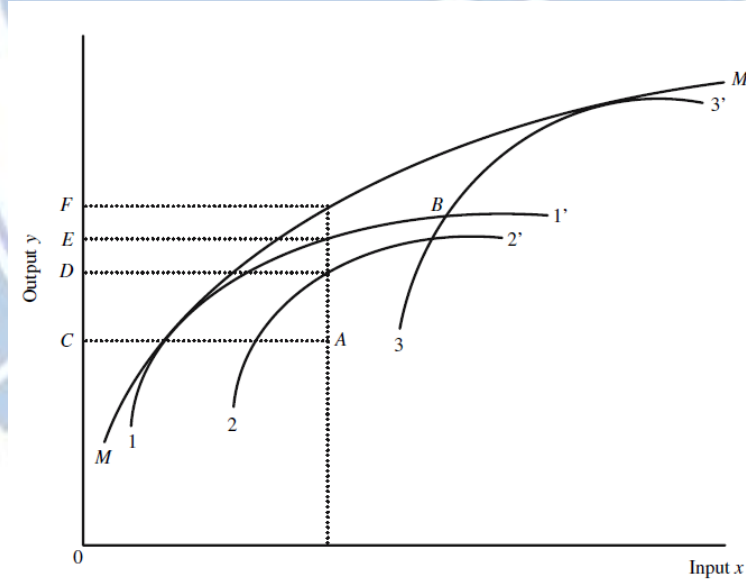


圖 5 Meta-frontier 與 Group frontier 示意圖

3.2.3 技術效率與技術差距比率

當 $D(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$ 時，即代表投入產出組合點 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 相對於 Metatechnology 是具有技術效率的。因此，相對於 Metatechnology 而言，一個產出導向的投入產出組合點 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 之技術效率值可以如下表示：

$$TE(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = D(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (14)$$

舉例而言，若 $D(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0.6$ ，代表決策單位投入了 $\mathbf{x}$ 後所得到的產量，僅達到該投入量所可能之最大產量的 60%。

同理，對於第 k 組前緣而言，一個產出導向的投入產出組合點 $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 之技術效率值可以如下表示：

$$TE^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = D^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (15)$$

由於第 k 組的組前緣一定被包含在 Meta-frontier 之內，即 $D^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq D(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ，因此第 k 組之決策單位與 Metatechnology 存在著技術差距，而在第 k 組中決策單位之產出導向技術差距比率(TGR)定義如下：

$$TGR^k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{D(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{D^k(\mathbf{x}, \mathbf{y})} = \frac{TE(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{TE^k(\mathbf{x}, \mathbf{y})} \quad (16)$$

如果就 Metatechnology 而言， $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 之技術效率為 0.6；而就第 k 組之組前緣而言， $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 之技術效率為 0.8， $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 之技術差距比率 $TGR(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 就是 0.75，其含義為：若在給定的投入向量下，在第 k 組的生產技術之下，該決策單位所能產出的最大產量僅達到採用 metateconology 所能產出之最大產量的 75%。

圖 3-4 中 A 點代表第 2 組之某一決策單位之投入產出組合點，若僅有三個組別時，Meta-frontier 為一非凸前緣 1-B-3'，其對應 Metatechnology 之技術效率 $TE(A) = \overline{OC}/\overline{OE}$ ；對應第 2 組前緣生產技術的技術效率 $TE^2(A) = \overline{OC}/\overline{OD}$ ，因此技術差距比率 $TGR^2(A) = \overline{OD}/\overline{OE}$ 。但是若尚有許多其他組別時，Meta-frontier 則形成凸前緣 M-M'，其對應 Metatechnology 之技術效率 $TE(A) = \overline{OC}/\overline{OF}$ ；對應第 2 組前緣生產技術的技術效率 $TE^2(A) = \overline{OC}/\overline{OD}$ ，而 $TGR^2(A) = \overline{OD}/\overline{OF}$ 。

3.3 基因演算法

基因演算法 (Genetic Algorithms, GAs) 最早由 Hollands 於 1975 年所提出，GAs 與一般之啟發式解法不同，在尋優之過程中並不需要原問題之輔助資訊，其仿照生物演化遺傳法則之「適者生存」的概念，在尋優之過程中剔除較差的解，進而保留較優良的解，同時在「物競天擇」之過程之中，模仿了遺傳學之複製 (production)、交配 (crossover) 與突變 (mutation) 等三大法則，因此又被稱作為遺傳演算法，本小節之內容參考馮正民與邱裕鈞(2004)之研究分析方法。

3.3.1 重要名詞

1. 基因 (gene)

基因在 GAs 中為最基本之元素，其所代表的意義即為問題之決策變數，一般以一個基因代表一個決策變數，不過亦常視求解問題情況與其複雜度而有所調整。

2. 染色體 (chromosome)

染色體由多個基因所組成，及代表題目之一組可行解，而基因之數量即被稱為染色體長度，如：若一個問題有 20 個決策變數，即代表該染色體有 20 個基因，並且其染色體長度為 20，此外，通常一個問題之染色體長度皆相同。

3. 族群 (population)

族群由多條染色體所組成，而一族群內之染色體數量則稱為族群規模 (population size)，而此數量為主觀設定值，通常會以 50 或 100 作為設定值，若其值較大時，一次所搜尋之可行解較多，達到收斂時的世代數比較少，但相對每次的搜尋時間的會比較長，反之，若其值較小時，一次所搜尋之可行解較少，達到收斂時的世代數比較多，但每次的搜尋時間相對會比較短。

4. 適合度 (fitness)

適合度用於判斷染色體適應環境之程度，時常以題目之目標函數作為適合度函數，而適合度值 (fitness value) 則代表該染色體於演化之過程中，被選中而進行交配之機率，因此，若其值越高，則代表該染色體有越高的機率被選中，並且產生子代，以保留其優良之基因。是以，若是最大化之問題，適合度可以直接以其目標函數代表，反之，若是最小化之問題，則可以目標函數值之倒數代表其適合度，亦可以一合理之大數減去目標函數值代表之。

5. 遺傳法則 (genetic principle)

遺傳法則中包含了三大項：複製、交配與突變。複製係指自現有之族群中隨機挑選染色體母代來產生子代；交配則是以挑選中之母代以成對之方式交換部分之基因，並產生子代；突變則是指挑選子代中之某些基因突變，以避免現有族群過於僵化而使得最佳解

落於局部解。

6. 編碼 (encoding)、解碼 (decoding)

將原始問題之決策變數轉換成基因，並且組成染色體之過程被稱為編碼，反之，基因轉換回決策變數值之過程就被稱為解碼，常見之編碼方式有三：二元編碼、排列編碼、實數編碼。

7. 世代 (generation)

當某一族群經複製、交配、突變等遺傳法則之運算後，會形成一個新的族群，此一過程即稱為一個世代。

8. 成熟 (mature)

當一族群中有大部分之染色體都具有相同之基因，使得交配法已經無法產生不同之子代時，代表此時模式已收斂，即稱為成熟。而族群中有多少比例之染色體皆具有相同之基因，即被稱作為成熟率 (mature rate)。GAs 在尋優之過程中亦時常以成熟率來判斷是否要結束尋優，因當成熟率到達某一水準時，即代表族群中之大部分的染色體皆相同，因此交配而產生之子代極可能與母代會完全相同，而無法產生差異較大之子代，因此可以考慮停止演化。

3.3.2 基本特性

GAs 具有與傳統之啟發式尋優法不同之四種特性：

1. 機率尋優：以機率作為遺傳法則之運作依據，而沒有固定的尋優型態可循。
2. 多點尋優：一次對於整個族群進行運算，而不是針對單一的個體進行運算，不像一般啟發式解法以某一可行解推演至下個解，且一次僅尋優一個解。
3. 直接尋優：直接以適合度值作為判斷染色體之優劣與否的評估指標，而無其他輔助資訊。
4. 平行尋優：各染色體於遺傳法則下之運作皆平行獨立，不會互相干涉。

由於 GAs 尋優時，主要依賴遺傳法則的三大步驟來運作，並不需要其他輔助資訊，如：梯度，故原始問題的目標函數並不需要符合特定之條件，如線性、凸性、可微分或連續函數，甚至複雜到無法以數學式表示之目標函數，只要能計算其目標式值者，就可以利用 GAs 求解，可見 GAs 的應用彈性甚大。

由於複製、交配與突變等遺傳三大法是求解結果精確度與效率高低之決定因素，於過往之相關文獻中在三大法則所使用之方法也略有差異。以下僅就 Goldberg (1988) 所提出之簡單 GAs (simple GAs, SGAs) 為例，簡單說明其運作方式。

首先，複製係指依據每條染色體之適合度值高低，來決定其繁衍子代多寡之機制，因此該步驟也常被稱作選擇 (selection)。最簡易之方式以蒙地卡羅轉盤 (Monte Carlo wheel)

為概念之輪盤法為主，分別算出每條染色體之適合度值後，以累積機率作為分母，計算出每條染色體可能被選擇之機率，因此有較高適合度值之染色體，即有較高的機會被選中並且產生較優良之子代，以此法能夠保留較優良之遺傳因子。

交配乃指將複製之染色體以成對之方式交換部分之基因組合，並且設定交配率來決定每一條染色體是否進行交配，一般常設定為 0.7~0.9，藉由此法，能夠使得優良之基因組合被保留，甚至突破母代之表現，產生適應力更高的子代。而決定每條染色體之交配位置通常有三種方式：單點交配、雙點交配與均勻交配等，可視原題目之複雜度與困難度做選擇。

最後，突變乃針對子代之遺傳基因以一機率來決定是否更動某一基因值，此舉是為了防止染色體於計算之過程中遺漏重要訊息，並且落入局部最佳解，即預防族群內之染色體過於僵化。一般而言，基因突變之處理方式有二：第一，基因突變，即隨機產生之亂數低於設定之突變率時，即隨機更動某一基因值；第二，轉移突變，即變動同一染色體內各基因位置，而不改變其值。突變率之大小影響尋優過程甚大，其值過小，可能使染色體族群過於僵化而無法跳離局部最佳解的情況；其值過大，則可能會破壞子代成功繼承母代之優良基因組合，而無法得到最佳解，一般建議設定於 0.01~0.03 之間。

3.3.3 操作步驟

在操作 GAs 之前，需要先設計一些操作方式與參數：

1. 設定編碼與解碼之方式，同時也需要卻掉染色體之長度。
2. 設定族群數。
3. 設定複製、交配與突變之方式，同時也要設定交配率與突變率。
4. 設定停止條件。一般停止條件可分為三種：達到設定之世代數、世代間之最佳解差值低於一極小值，或其成熟率超過某一設定值。

GAs 之操作步驟如下所示：

步驟一：產生起始族群，利用隨機亂數產生起始族群，而族群數須事前設定。

步驟二：計算現有族群中每一條染色體的適合度值。

步驟三：複製，自現有之族群中，以選後放回之方式重複選擇成對之染色體，

若符合預先設定之交配率，則進行交配並產生子代，為了加快收斂速度，也常在此步驟加入「菁英政策」，係指將每個世代之表現最優良之前某一百分比之染色體直接挑選出來進行交配，剩下之比率再由所選用之複製方法進行選擇，如輪盤法。

步驟四：交配，將兩條母代之染色體以隨機選擇交配點之方式交換其部分之基因組合，並且計算其適合度值。

步驟五：突變，隨機改變子代之某一基因值，以避免落入局部解，並且計算突變後之染色體適合度值。

步驟六：測試停止條件，若是符合事前設定之停止條件時，則停止並代表完成

尋優，否則重新回到步驟三。

3.3.4 假設前提與應用限制

GAs 的應用彈性相當大，由於完全沒有任何的前提假設，所以被廣泛的應用各領域中，惟為達到求解之效率與效度，應注意以下幾件事項。首先，GAs 較難應用於求解連續變數問題，由於基因之表達以離散型態呈現，因此 GAs 常用於求解離散變數、整數變數、二元變數等，若求解連續變數則精確度要求更高，會需要更常之染色體與求解時間。

原問題之規模大小亦是 GAs 於應用上之一大限制，當原問題之決策變數過多時，將導致染色體之長度太長，易佔據大量之電腦記憶體容量，而且容易尋優效果不彰。

此外，GAs 對於問題之限制條件難以處理，一般文獻中對於限制條件之處理有二種方式，第一種為引用懲罰函數，即當一染色體違反其限制條件時，則令其適合度加上（或減去）一大數，以降低該條染色體獲選之機率，使之於演化過程中自然淘汰；第二種則是重新設計 GAs 之三大運算原則，使其於運算過程中不會產生不可行解。兩種方法皆有其利弊，若以前者為處理方式，且複製之染色體中僅少數符合限制條件，將使得這皆染色體左右演化過程，進而造成早熟之情況；若以後者為處理方式，則需要配合問題之特性來設計，將較為複雜，且沒有一標準設計準則可依循。

最後，GAs 雖為一全域之尋優方式，但仍然無法保證必定會找到最佳解；同時，有許多參、變數需要加以設定，如複製、交配、突變方式、交配率與突變率等的參數，而參數之不同亦會對尋優之績效造成影響，因此需要透過多次的試誤才能逐漸找出最佳的參數設定與尋優結果。

四、模式建立

本章節將介紹本研究提出之模型：分群最佳化之多群組資料包絡分析模式，其與過往研究之最大不同處在於：過往使用 DEA 進行多個決策單位的相對效率評比時，都是仰賴分析者主觀地將資料分群，而常見之主觀分群依據如：公司別、產業別……等。然而，根據不同的邏輯進行分群便會產生不同的評比結果，且現今研究中並沒有一個確切的說法來評判如何的資料分群方式才是較適宜的，如此之資料分群過程除了過於主觀外，資料分群與效率評比兩階段之間也缺乏了回饋互動的關係。因此，本研究研擬提供一種新的相對效率評估之方式，此法將不再仰賴使用者主觀的將資料分群，而是以雙層數學規劃的概念，直接地將資料分群的機制納入到相對效率評估的模式之中，而模式中的參數與變數之定義如表 4-1 與表 4-2 所示，並於 4.2 小節中詳細介紹。

本模式之上層的模式為自動分群模式，依照不同目標式的設定而自動地產生最佳的資料分群結果；下層則是依據上層模式之資料分群結果而進行效率評比的 Meta-frontier DEA 模型，其以最大化每個 DMU 之相對效率為前提，求得該 DMU 之各投入項與產出項的最適權重。

在此值得一提：本模式為一個 Stackelberg 的雙層數學規劃問題，相較於 Nash 的雙層數學規劃問題而言，本模式並沒有 Leader 與 Follower 之間訊息交換並且互相修正決策之求解過程，而是一次性完成的迭代過程。同時，由於本模式屬 NP-complete 的問題，於求解上相當複雜，故本研究擬採用基因演算法求解，詳細之演算法設計與講解將於後方之章節解說。

此外，共同效率前緣則是另行求解，以求得綜合技術效率與純技術效率，之後再將其與本模式所求得之相對效率值進行比值以求得技術差距比率，進而了解組間與組內的評比結果之差異與各 DMU 可改善之幅度。

表 4 參數定義表

參數	定義
X_{ij}	第 j 個 DMU 之第 i 個投入項
Y_{rj}	第 j 個 DMU 之第 r 個產出項
q	分群數
m	投入項個數
s	產出項個數
n	DMU 之個數

表 5 變數定義表

變數	定義
h_k	特定之DMU _k 的最佳相對效率值，即純技術效率值
v_i	第 i 個投入項的權重
μ_r	第 r 個產出項的權重
Z_{jp}	當第 j 個 DMU 被分到第 q 群時，其值為 1， $p=1,2,\dots,q$ 否則其值為 0
u_0	若其值大於 0，該 DMU 為規模報酬遞減 若其值等於 0，該 DMU 為規模報酬固定 若其值小於 0，該 DMU 為規模報酬遞增

4.1 分群目標式之設計

本研究所設計的上層目標式如式(4-1)所示，其中， $\sum_{i=1}^m MSR_i + \sum_{r=1}^s MSR_r$ 為每個 DMU 由下層模式所求算出的投入項、產出項之權重的組間變異，而 $\sum_{i=1}^m MSE_i + \sum_{r=1}^s MSE_r$ 則為其組內變異，且以最大化組間變異值與最小化組內變異值為分群目標，如此之設計邏輯主要由於 DEA 在進行效率評比時，原本就將 DMU 視為同質的假設並不符合現實情況，後來許多研究使用 Meta-frontier DEA 也是為了克服該窘境，而讓同質性較高的 DMU 分到同一群中進行相對效率的比較。因此，本模型之上層目標式之設計也是相當符合 DEA 原本的精神，即不希望異質性過高的 DMU 同個群組內進行比較。而 DEA 在求解的過程中，除了求算出每個 DMU 的最大效率值外，同時也會求算出對於每個 DMU 之效率值最有利的投入與產出之權重組合，所以本模式即以下層模式求解出的權重組合結合在上層目標式之中，以建立上下層模式之間的相關性。

$$\begin{aligned}
 F &= \left(\sum_{i=1}^m MSR_i + \sum_{r=1}^s MSR_r \right) - \left(\sum_{i=1}^m MSE_i + \sum_{r=1}^s MSE_r \right) \\
 &= \left[\sum_i^m \frac{\sum_{p=1}^q \left(\frac{\sum_j^n Z_{jp} \times v_{ij}}{\sum_j^n Z_{jp}} - \frac{\sum_j^n v_{ij}}{n} \right)^2}{q-1} + \sum_r^s \frac{\sum_{p=1}^q \left(\frac{\sum_j^n Z_{jp} \times \mu_{rj}}{\sum_j^n Z_{jp}} - \frac{\sum_j^n \mu_{rj}}{n} \right)^2}{q-1} \right] \\
 &\quad - \left[\sum_i^m \frac{\sum_p^q \sum_j^m Z_{jp} v_{ij} - \frac{\sum_j^n Z_{jp} \times v_{ij}}{\sum_j^n Z_{jp}}}{n-q} + \sum_r^s \frac{\sum_p^q \sum_j^m Z_{jp} \mu_{rj} - \frac{\sum_j^n Z_{jp} \times \mu_{rj}}{\sum_j^n Z_{jp}}}{n-q} \right]
 \end{aligned} \tag{17}$$

4.2 分群最佳化之多群組資料包絡分析模式

上層之自動分群模式：

$$\text{Max } F = \left(\sum_{i=1}^m \text{MSR}_i + \sum_{r=1}^s \text{MSR}_r \right) - \left(\sum_{i=1}^m \text{MSE}_i + \sum_{r=1}^s \text{MSE}_r \right) \quad (18)$$

$$\text{s.t. } \sum_{p=1}^q z_{jp} = 1 \quad \forall j \quad (19)$$

$$z_{jp} = \{0,1\} \quad (20)$$

下層之 Meta-frontier DEA 模式 (BCC 模式)：

$$\text{Max } h_k = \sum_{r=1}^s \mu_r Y_{rk} - u_0 \quad (21)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^m v_i X_{ik} = 1 \quad (22)$$

$$\sum_{p=1}^q \sum_{j=1}^n z_{kp} \times z_{jp} \times \left[\sum_{r=1}^s \mu_{rj} Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_{ij} X_{ij} - u_0 \right] \leq 0 \quad (23)$$

$$\mu_r, v_i \geq 0 \quad (24)$$

$$r = 1, 2, \dots, s$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$p = 1, 2, \dots, q$$

分群最佳化之多群組資料包絡分析模式如式(4-2)至式(4-8)所示，其中上層為自動分群模式，變數 z_{jp} 為二元之分群變數，而 q 則是由使用者自行設定的分群數，如此一來可以確保每個 DMU 僅會被分到一個群組之中；而下層則為 Meta-frontier DEA 模式，所使用的是 Banker et al. (1984) 的 BCC 模式，相對於 CCR 模式多了變數 u_0 ，並且將分式型轉換成線性模式後，再將上層模式之分群結果代入下層模式，將資料分群並且依序求出各群中每個 DMU 的效率值，以及對於該 DMU 最有利的投入項與產出項之權重組合，即 v_i 、 μ_r 。最後，再將下層模式所求出的權重放入上層之分群目標式之中，以建立雙層數學規劃模式之間之關係。在此值得注意的是：由於 DEA 會逐次的求算每個 DMU 的效率值與權重組合，因此，多個參數與變數下標 k 係指正在求算效率值的 DMU_k 之意，每次的求算就是該 DMU_k 正在跟群內其他 DMU 比較的過程，同時計算出該 DMU_k 之效率值

h_k 、權重組合 v_{ik} 、 μ_{rk} ，端看該群中有幾個 DMU，而模式就會評比並求效率值幾次。

投入項與產出項之權重 μ_{rj} 、 v_{ij} 在此分別所代表的是對於效率值的影響程度，根據效率之定義，投入項屬於負向影響之屬性，而產出項則是正向影響之屬性，因此對於一個 DMU 而言，會希望 μ_{rj} 值越小越好，反之 v_{ij} 則是越大越好。而從權重實際上之意義來看，若一 DMU 之某投入項的權重越小，代表其對於該投入的控管較為合宜；若其之某產出項之權重越大，則代表其對於生產該產出是相對較擅長的。

在 Meta-frontier DEA 求解之過程中也會將 u_0 求算出來，其值介於 ± 1 之間，倘若其值大於 0，則該 DMU 處於規模報酬遞減狀態，代表其經營規模相對他者過大，應該要檢討是否該縮小其經營規模；倘若其值小於 0，則該 DMU 處於規模報酬遞增狀態，代表其經營規模相對他者太小，應該要檢討是否該增加其經營規模以達到合適狀態；倘若其值為 0，則代表其處於規模報酬固定狀態，代表其經營規模相較他者是大小適宜的，而其所有的不效率都來自其生產技術上的問題，也就是其於投入量與產出量的管控問題。

最後，本模式以下層模式所產生之各 DMU 的投入項與產出項權重作為分群依據，因此，接下來章節中的分群結果分析之角度亦將自各群 DMU 相對他組較為擅長之投入項與產出項切入，而如此之分析角度也屬本研究的特殊之處，相較過往文獻中僅以各 DMU 的外在差別進行分群與結果分析，如：所在地區不同、所屬公司不同……等，本研究之分析法能夠更輕易的了解：相對與自身具高同質性的 DMU 而言，各 DMU 所擅長的投入項與產出項，以及相形之下其可改善幅度，即相對效率值。

五、實例應用

本章首先說明本研究如何選擇投入項與產出項，並且以相關係數分析以了解各投入項與產出項之相關程度，以顯示投入項與產出項選擇的適切性，接著以參數變動分析決定參數設定組合，最後說明實例應用結果。本研究應用之演算法程式為 R 語言，並且分別求解共同效率前緣，即 Meta-frontier，與本研究提出之分群最佳化之多群組資料包絡分析模型。

5.1 資料收集

由於公路汽車客運公司在經營之規模上有相當大的差異，其所經營的公路汽車客運路線更是在行經之地區以及服務之環境上也有著不小的變異性，故本研究欲利用民國 105 年的公路汽車客運公司之經營資料作為探討之對象。本研究共蒐集到全台 68 家客運公司之營運資料，然而，刪除未經營公路汽車客運路線者後，剩下的客運公司數目為 34 家，因此本研究將應用該 34 家客運業者之營運資料進行下一步的實例應用分析。

參考以往客運產業之效率評比文獻發現：所使用之投入項大多為員工數、車輛數與油耗成本三大項，而產出項則大多為營收、延人公里與延車公里等變數，故本研究決定沿用過往文獻之設定並稍作調整。由於許多家客運公司皆經營多種客運路線，如市區公車、國道客運或遊覽車等，且本研究蒐集到的資料中僅含有各家業者的總員工數，而沒有專門投入於服務公路汽車客運路線的員工數，因此，本研究中所使用的員工數為假設該家業者的總員工數乘上公路汽車客運項目營收於其總營收之佔比而得。然而，由此法所計算出來的員工數可能有低於該家公司投入於公路汽車客運路線之車輛數的情況，由於本研究認為客運公司在營運之過程中，員工數小於車輛數是不合理的，所以若產生此情形，本研究即以該家公司的車輛數之 1.5 倍並取四捨五入之方式替代；此外，雖然過往之文獻曾提及：延人公里不會受到費率波動的影響，所以為較優良的衡量變數之一，但由於本研究沒有蒐集到延人公里之資料，且本研究之範疇並非跨期之資料型態，台灣大眾運輸之費率亦未隨著地區而有所變動，因此本研究採用營收做為延人公里的代替變數。

表 5-1 為本研究使用之公路汽車客運公司資料整理，表 5-2 為投入項與產出項的敘述性統計表，其中包含平均數、標準差、變異數、最大值、最小值，由各項之值顯現：這 34 家客運公司在各投入項與產出項之差異性甚鉅，不論哪一個變數，其最大值與最小值可以相差至百倍；表 5-3 為各投入項與產出項之間的相關係數，可以發現員工數、車輛數、油耗量與延車公里及營收之間有高度相關性，顯示擇其之適切性。

表 6 公路汽車客運公司之資料整理

客運公司	投入項			產出項	
	員工數	車輛數	油耗量	營運收入	延車公里
三重客運	31	20	614261	30655243	1360099
中南客運	56	24	701321	58756640	2532431
中興巴士	3	2	31037	238140	73921
中壢客運	17	11	171809	11560768	523208
日統客運	12	8	165941	7878383	449304
台中客運	25	10	535956	34742706	1459424
台北客運	6	4	144486	7469516	352064
巨業交通	5	3	82305	1429975	169768
全航客運	70	62	1732151	80299199	5121518
杉林溪遊業	5	4	15935	590862	77332
花蓮客運	86	69	1318495	60475789	5341195
金牌客運	15	10	136727	4163935	375255
南投客運	115	88	2616370	172658072	8463519
屏東客運	318	236	3446668	273493368	11085246
皇家客運	17	9	220334	8518020	432466
科技之星	9	6	82574	6600000	230423
苗栗客運	140	106	1605640	115305455	5833947
首都客運	3	2	14490	421481	109408
員林客運	210	147	3182153	296951000	10207164
桃園客運	554	289	7160664	811274428	20797369
高雄客運	71	28	704189	69560782	2816756
國光客運	146	97	4016017	134759811	11068324
基隆客運	88	63	966599	127579901	2360258
新北客運	20	13	61822	1808981	155309
新竹客運	390	270	4802857	469562864	12961758
新營客運	17	11	126419	5922282	576690
鼎東客運	76	64	1333989	62396138	4630372
嘉義客運	127	125	2239760	159435417	5903794
嘉義縣公車	124	67	1473669	96727209	4849633
彰化客運	226	170	3224805	191165879	8707940
臺西客運	123	82	1409178	47994085	5567431
總達客運	65	51	1725832	53691878	6372262
豐原客運	30	20	55856	2099068	151450
豐榮客運	7	6	153434	5801797	434502

表 7 投入項與產出項之敘述性統計

	員工數	車輛數	油耗量	營運收入	延車公里
平均數	94	64	1360992	100352620	4163281
標準差	123	78	1658634	163130531	4842875
變異數	15035	6084	2751068368947	26611570202712200	23453436767015
最小值	3	2	14490	238140	73921
最大值	554	289	7160664	811274428	20797369

表 8 投入項與產出項之相關係數

	員工數	車輛數	油耗量	營運收入	延車公里
員工數	1				
車輛數	0.975	1			
油耗量	0.953	0.941	1		
營運收入	0.967	0.912	0.932	1	
延車公里	0.948	0.936	0.991	0.917	1

5.2 共同效率前緣之求解

在先前之章節中曾提及：應用資料包絡分析模型進行多個 DMU 的相對效率評比時，皆需要將共同效率前緣以及分組效率前緣分別算出來之後，才能夠進行跨組間之效率比較，即算出技術差距比率，是以，本小節將分別計算出固定與變動規模報酬情況下之共同效率前緣，也就是計算出各 DMU 之綜合技術效率值與純技術效率值，並且在計算出規模效率值。

CCR 模型之求解結果如表 5-4 所示，首行為規模報酬固定的情況時之各公路汽車客運公司的相對效率，也就是綜合技術效率，而其餘則是各公司於各投入與產出項的最適權重。由綜合技術效率來看，表現良好的客運公司有台中客運、南投客運、首都客運、員林客運、桃園客運、國光客運、高雄客運、基隆客運與總達客運等公司，其效率值皆為 1，而最低者為新北客運，其值約僅 0.44，代表其仍然有近 0.56 的進步空間以達到經營有效率之狀態。

BCC 模型因為允許規模報酬變動的存在，因此在表 5-5 中除了得到純技術效率外，則是多了變數 u ，由該變數則可以了解到每家客運公司究竟是處在怎樣的規模報酬情況。由純技術效率值可得中興巴士、台中客運、台北客運、花蓮客運、南投客運、屏東客運、首都客運、員林客運、桃園客運、高雄客運、國光客運、基隆客運、新營客運、總達客運皆為相對有效率的客運公司，而表現最差的仍然是新北客運，其純技術效率值約僅 0.44，代表其仍有 0.56 左右的進步空間。規模報酬方面由 u 值可以可見，如：三重客運的 u 值約為-0.04161，表示三重客運處於規模報酬遞增之狀態，這同時顯示了三重客運這家公司的不效率有些許是來自於其營運規模，除了應檢討該投入量與產出量之外，仍應該增加經營規模，如爭取多一些的營運路線。

Karlaftis (2004)曾提及：規模報酬之大小常取決於系統之產出規模，因此由圖 5-1 為規模報酬散佈圖即可瞭解其二者之關係，縱軸為 u 值，而橫軸為延車公里，也就是產出項，可以發現：在小規模的汽車客運公司之 u 值大部分都為負的，顯示產出規模較小的汽車客運公司處於規模報酬遞增之狀態，而其中 u 值最小者為中興巴士、首都客運，其值皆為-1；當延車公里超過約 2500000 公里以上的汽車客運公司之 u 值才逐漸變為 0 或大於 0，表示直到該程度的產出後的公司才逐漸是規模報酬遞減或固定的狀態，其中桃園客運表現最優良，其 u 值為 0，且延車公里為 20797369 公里之多，代表相較於他者其經營規模大小沒有問題，且產出之表現也優於其他客運公司，因此可知：產出規模較小之公司可以試著增加其經營之規模，以達到真正之經營有效率之狀態。

同時，由表 5-6 可以了解到各客運公司的規模效率，其中當規模效率為 1 時，如台中客運、南投客運、首都客運、員林客運、桃園客運、高雄客運、基隆客運、總達客運，代表這些公司之經營規模相對其他公司而言不需要調整，也就是其處在規模報酬固定之狀態，其所有不效率皆來自投入或產出之不適當。反之，當其規模效率小於 1 時，則代表其有部分的不效率是來自於經營規模，即這些客運公司處在規模報酬遞增或遞減之情況，有可能是經營了太多或太少路線而導致其無法達到有效率的狀態，因此，除了檢討其投入量與產出量之外，仍應探討該如何改變其經營規模以達到有效率之狀態；圖 5-2

則是各公司之綜合技術效率、純技術效率、規模效率的統整比較長條圖，以圖形之方式呈現更能夠清楚明白三者之間的關係，可輕易的比較出各家客運公司在經營規模上是否需要進行調整以及那些公司的經營規模適當，其中黑色與藍色長條所代表的分別為綜合技術效率與純技術效率，黃色長條則是各客運公司的規模效率，規模效率越接近 1，也就是黃色長條越長，代表該公司的經營規模越處於恰當之狀態，而越短表示該公司有部分的不效率是來自其經營規模。



表 9 綜合技術效率與權重

客運公司	TE-CRS	投入項			產出項	
		員工數	車輛數	油耗量	營收	延車公里
三重客運	0.695552	0.008175	0.012309	8.15E-07	9.59E-09	2.95E-07
中南客運	0.992788	0.005652	0.010371	6.20E-07	5.65E-09	2.61E-07
中興巴士	0.482788	0	0.232304	1.73E-05	0	6.53E-06
中壢客運	0.743691	0.023511	0	3.49E-06	1.72E-08	1.04E-06
日統客運	0.700015	0.027277	0	4.05E-06	2.00E-08	1.21E-06
台中客運	1	0.009794	0.01797	1.07E-06	9.80E-09	4.52E-07
台北客運	0.846056	0.14079	0.038815	0	1.06E-07	1.53E-07
巨業交通	0.524067	0	0.109001	8.18E-06	2.51E-09	3.07E-06
全航客運	0.896422	0.014286	0	0	4.04E-09	1.12E-07
杉林溪遊業	0.7442	0	0	6.28E-05	3.46E-07	6.98E-06
花蓮客運	0.995899	0.003547	0	5.27E-07	2.60E-09	1.57E-07
金牌客運	0.556783	0.028313	0	4.21E-06	2.07E-08	1.25E-06
南投客運	1	0.002047	0	2.92E-07	1.51E-09	8.73E-08
屏東客運	0.834049	0.001276	0	1.72E-07	1.08E-09	4.87E-08
皇家客運	0.510513	0.020637	0	2.95E-06	1.53E-08	8.80E-07
科技之星	0.754548	0.004625	0	1.16E-05	6.50E-08	1.41E-06
苗栗客運	0.905251	0.002641	0	3.93E-07	1.93E-09	1.17E-07
首都客運	1	0	0.3251	2.41E-05	0	9.14E-06
員林客運	1	0.001424	0	2.20E-07	1.59E-09	5.16E-08
桃園客運	1	0	0.000928	1.02E-07	1.23E-09	0
高雄客運	1	0	0.000299	1.41E-06	7.82E-09	1.62E-07
國光客運	0.895556	0.004874	0.002974	0	1.97E-09	5.69E-08
基隆客運	1	0	0	1.03E-06	7.84E-09	0
新北客運	0.440808	0	0	1.62E-05	8.93E-08	1.80E-06
新竹客運	0.878889	0.000593	0	1.60E-07	1.11E-09	2.75E-08
新營客運	0.834719	0.027942	0	4.15E-06	2.05E-08	1.24E-06
鼎東客運	0.914201	0.003646	0	5.42E-07	2.67E-09	1.61E-07
嘉義客運	0.8474	0.003685	0	2.38E-07	3.03E-09	6.16E-08
嘉義縣公車	0.832516	0.002915	0	4.33E-07	2.13E-09	1.29E-07
彰化客運	0.746855	0.001457	0	2.08E-07	1.08E-09	6.21E-08
臺西客運	0.84733	0.003008	0	4.47E-07	2.20E-09	1.33E-07
總達客運	1	0.003575	0	4.45E-07	0	1.57E-07
豐原客運	0.508875	0	0	1.79E-05	9.88E-08	1.99E-06
豐榮客運	0.789328	0.034596	0	4.94E-06	2.56E-08	1.48E-06

表 10 純技術效率、權重與規模報酬

客運公司	TE-VRS	投入項			產出項		u	規模報酬
		員工數	車輛數	油耗量	營收	延車公里		
三重客運	0.718878	0.015539	0.006373	6.36E-07	1.35E-08	1.95E-07	-0.04161	IRS
中南客運	0.99371	0.005986	0.008865	6.45E-07	5.57E-09	2.57E-07	-0.01453	IRS
中興巴士	1	0	0.5	0	0	0	-1	IRS
中壢客運	0.748407	0.023344	0	3.51E-06	2.59E-08	8.19E-07	-0.02036	IRS
日統客運	0.70278	0.029322	0	3.91E-06	2.48E-08	1.10E-06	-0.01391	IRS
台中客運	1	0.010255	0.015187	1.10E-06	9.55E-09	4.41E-07	-0.02488	IRS
台北客運	1	0.084665	0.033555	2.48E-06	9.12E-08	0	-0.31853	IRS
巨業交通	0.789479	0.066181	0.223031	0	0	2.40E-06	-0.38201	IRS
全航客運	0.901772	0.014286	0	0	4.10E-09	1.09E-07	-0.0169	IRS
杉林溪遊業	0.988908	0	0	6.28E-05	4.70E-07	0	-0.71127	IRS
花蓮客運	1	0.0005	0	7.26E-07	0	1.89E-07	0.008643	DRS
金牌客運	0.586743	0.004799	0	6.79E-06	5.82E-09	1.70E-06	0.075819	DRS
南投客運	1	0.002047	0	2.92E-07	1.51E-09	8.73E-08	0	CRS
屏東客運	1	0	0	2.90E-07	1.89E-10	1.00E-07	0.165614	DRS
皇家客運	0.537468	0.020653	0.022958	2.01E-06	2.28E-08	6.68E-07	-0.05423	IRS
科技之星	0.788387	0.0725	0.028733	2.12E-06	7.81E-08	0	-0.27277	IRS
苗栗客運	0.986815	0	0	6.23E-07	1.61E-09	1.57E-07	0.116411	DRS
首都客運	1	0.333333	0	0	0	0	-1	IRS
員林客運	1	0.001424	0	2.20E-07	1.59E-09	5.16E-08	0	CRS
桃園客運	1	0	0.000928	1.02E-07	1.23E-09	0	0	CRS
高雄客運	1	0	0	1.42E-06	7.72E-09	1.65E-07	0.000691	DRS
國光客運	1	0.001449	0.008128	0	1.86E-09	7.24E-08	0.052961	DRS
基隆客運	1	0	0	1.03E-06	7.84E-09	0	0	CRS
新北客運	0.442456	0	0	1.62E-05	8.79E-08	1.88E-06	0.007873	DRS
新竹客運	0.895165	0	0	2.08E-07	5.37E-10	5.26E-08	0.038917	DRS
新營客運	1	0.005107	0	7.22E-06	6.19E-09	1.81E-06	0.080691	DRS
鼎東客運	0.914531	0.003484	0	5.51E-07	2.70E-09	1.65E-07	0.015622	DRS
嘉義客運	0.852361	0.004937	0	1.67E-07	3.82E-09	3.93E-08	-0.01131	IRS
嘉義縣公車	0.876911	0	0.002634	5.59E-07	1.34E-09	1.84E-07	0.143125	DRS
彰化客運	0.802718	0.00016	0	2.99E-07	5.41E-11	1.15E-07	0.210677	DRS
臺西客運	0.99513	0	0	7.10E-07	0	2.63E-07	0.468655	DRS
總達客運	1	0.002025	0	5.03E-07	0	1.58E-07	0.00387	DRS
豐原客運	0.509931	0	0	1.79E-05	9.73E-08	2.08E-06	0.008714	DRS
豐榮客運	0.933139	0.142857	0	0	1.71E-08	1.27E-06	-0.28257	IRS

註：IRS、DRS、CRS 分別代表規模報酬遞增、遞減與固定

表 11 規模效率

客運公司	TE-CRS	TE-VRS	SE
三重客運	0.695552	0.718878	0.967552
中南客運	0.992788	0.99371	0.999073
中興巴士	0.482788	1	0.482788
中壢客運	0.743691	0.748407	0.9937
日統客運	0.700015	0.70278	0.996067
台中客運	1	1	1
台北客運	0.846056	1	0.846056
巨業交通	0.524067	0.789479	0.663813
全航客運	0.896422	0.901772	0.994067
杉林溪遊業	0.7442	0.988908	0.752547
花蓮客運	0.995899	1	0.995899
金牌客運	0.556783	0.586743	0.948938
南投客運	1	1	1
屏東客運	0.834049	1	0.834049
皇家客運	0.510513	0.537468	0.949847
科技之星	0.754548	0.788387	0.957078
苗栗客運	0.905251	0.986815	0.917347
首都客運	1	1	1
員林客運	1	1	1
桃園客運	1	1	1
高雄客運	1	1	1
國光客運	0.895556	1	0.895556
基隆客運	1	1	1
新北客運	0.440808	0.442456	0.996275
新竹客運	0.878889	0.895165	0.981818
新營客運	0.834719	1	0.834719
鼎東客運	0.914201	0.914531	0.999639
嘉義客運	0.8474	0.852361	0.994179
嘉義縣公車	0.832516	0.876911	0.949373
彰化客運	0.746855	0.802718	0.930408
臺西客運	0.84733	0.99513	0.851477
總達客運	1	1	1
豐原客運	0.508875	0.509931	0.99793
豐榮客運	0.789328	0.933139	0.845884

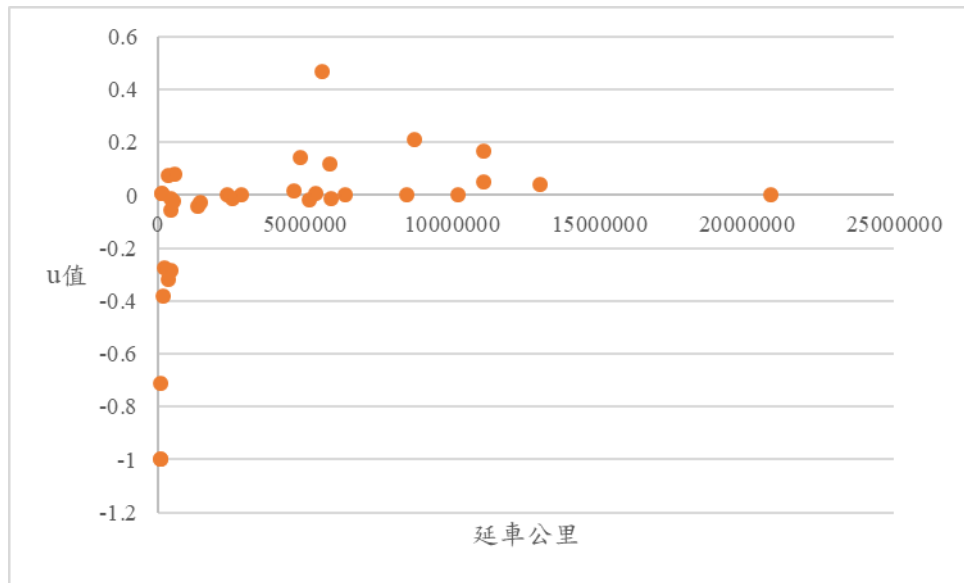


圖 6 台灣公路汽車客運公司規模報酬散佈圖

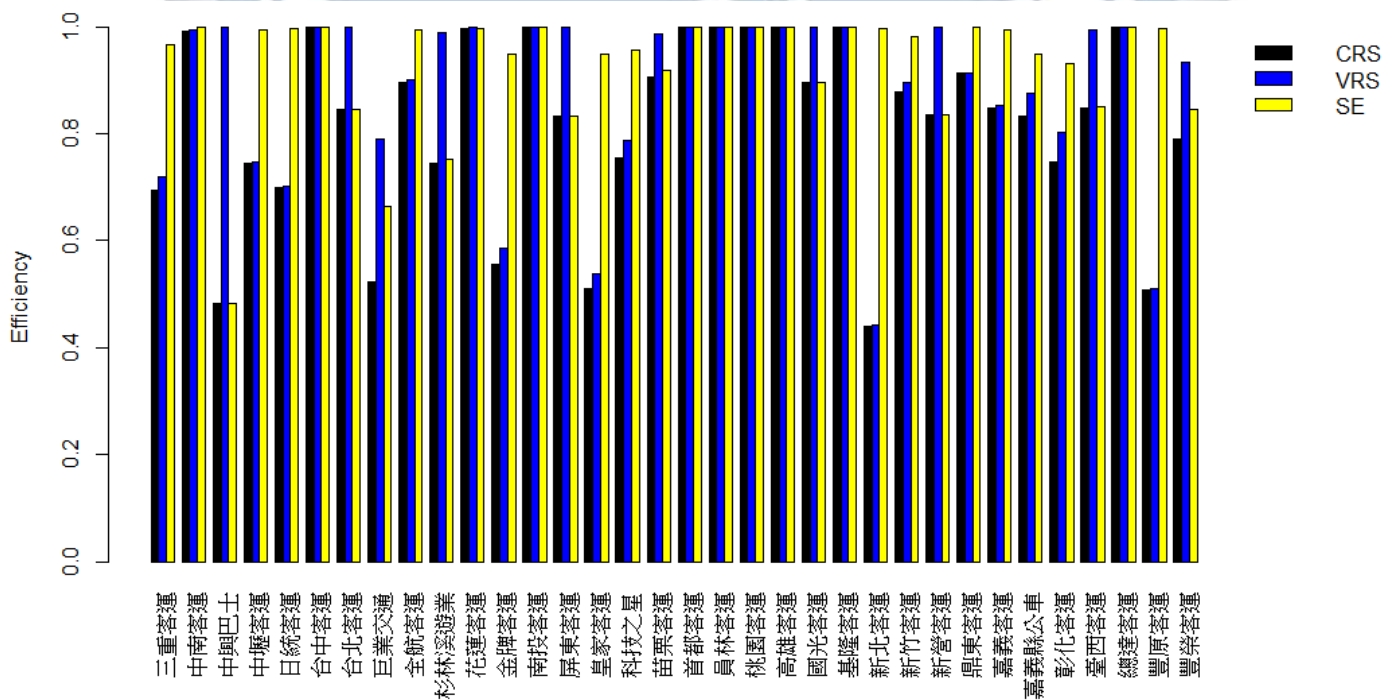


圖 7 三種效率之比較長條圖

5.3 分群最佳化之多群組資料包絡分析模式之求解

由於本模式為一 Stackelberg 雙層數學規劃問題，與 Nash 問題不同，沒有 Leader 與 Follower 之間訊息交換與互相修正決策的過程，而是一次性的求解過程，且有鑑於本模式屬 NP-complete 之問題，在求解上有相當高的複雜度，且由於 GAs 在最佳化問題之設計空間以及變數的種類並沒有多餘的限制，為一全域之尋優法，故其為現今求解複雜之最佳化問題廣泛使用的演算法之一，故本研究應用 GAs 進行求解，有關本研究之詳細演算法設計將於 5.3.1 小節說明。接著，5.3.2 小節是參數變動分析，由於 GAs 有許多的參變數需要人為設定，但需要經過試誤後才有辦法找出較適合的參數組合，故以一次調動一參數值之方式來決定最後的參數組合。最後於 5.3.3 小節則為本模式於不同分群數下之求解結果，以折線圖之方式呈現本模式之尋優過程，同時列出每個世代染色體適合度值之變異數，以了解隨著模式演化其變異數之變動情況；最後以分 4 群之情況為例，詳細說明模式之分群結果與相對效率評估結果，且由於本模式屬 BCC 模式求解結果，因此，最後再將本模式之資料分群結果應用至 CCR 模型，以比較兩模型之結果差異，同時計算出各 DMU 之規模效率。

5.3.1 基因演算法之撰寫

本研究之 GAs 以上層目標式作為適合度函數，用以衡量不同的染色體對於該環境之適應程度，即不同的分群結果所計算出來的上層目標式值。本研究之上層目標式需要下層模式求算出的權重，因此，適合度函數參考 Pessanha et al. (2014) 之文獻中 DEA 的 R 語言撰寫過程，並且稍作修改以計算出本研究所設想之適合度值。本研究之上層目標式為最大化下層模型所求解出來的各投入、產出之權重的組間變異值與組內變異值之差值，由 R 語言求解過後，發現其值介於正負 1 之間，但是 GAs 的「選擇 (selection)」步驟並不容許適合度值以負值存在，否則輪盤法即無法正常運作，因此，本研究將適合度函數以平移之概念在原本的上層目標式加上 1，以克服這項問題，因此，在接下來的小節中所呈現之圖表之上層目標式值為大於或等於零之正數。

此外，在試誤之過程中，本研究發現會有一群中僅包含一個 DMU 之情況產生，但此情況在效率評比之實務上是沒有意義的，有時亦會產生設定之分群數與最後結果之分群數不同之情況，如：設定分 4 群，最後結果卻僅有 3 群，則代表有一群含有零個 DMU，因此為了防止這些情況產生，本研究擬在上層目標式扣掉一大數作為懲罰，使此種染色體在演化過程中自然被淘汰。而懲罰之設計則是以隨機產生一個世代之相同族群大小的染色體，並且計算每條染色體之組內變異值，並且計算出其平均值，以其作為 GAs 運算時之單位懲罰值，當在計算每條染色體之適合度值時，同時計算出有幾群僅含一個或零個 DMU，便從適合度值扣掉幾單位的懲罰值。

在染色體編碼之部分，本研究採用實數編碼，而每條染色體上存在著 34 個基因，即公路汽車客運公司之家數，而每個基因之實數代號則代表著每家客運公司被分配到的群組，如：假設使用者將資料分成 5 群，則隨機產生的染色體即可能為 1234512312312345451234445512345123，每個基因產生的方式則是從數字 1 到 5 之間以

簡單隨機抽樣的方式產生。

而在選擇之步驟中，採用輪盤法來選擇欲留下來交配的染色體，適配值越大的分群方式，有越大的機會被選中。同時，為了加快模式收斂的速度，本研究在此步驟中加入了精英政策，也就是每個世代在進行選擇之前，先將該世代中一定比率之染色體由適配值表現最好的前幾名染色體直接選出，以取後放回之方式，剩下的比率再由輪盤法的方式來選擇，以確保表現比較好的染色體（分群方式）會被留下來，本研究設定每個世代之族群中有 20% 的染色體直接從表現最好的前幾條挑出，而剩下的 80% 則由輪盤法決定。

被選擇出來的染色體即會進行交配，每個世代會進行交配的染色體數量不一，由交配率而定，而本研究隨機產生變數來決定每一條染色體是否要交配，如：交配率若設定為 0.6，而隨機產生的變數若小於 0.6 則該染色體即會交配，同時，為了加快演化的腳步，交配的方式以雙點交配的設計來進行，隨機決定染色體上的兩個交配點，並且互相交換所截之部分。

接著進行突變，每個條染色體中被進行突變的基因數量也不固定，由突變率決定，同樣以均勻分布之方式隨機產生變數以決定究竟哪個基因會被進行突變，如：突變率若設定為 0.01，而隨機產生之變數若小於 0.01 則該基因即會突變，而本研究所採用之突變方式以設定之總組數 q 加 1 再減去該基因之值，如：欲突變之基因為 3，而設定之總組數 q 為 4，則該基因即會突變成 2。

而停止條件之一則是以成熟率的方式來做判定，由於基因演算法的概念是不斷的進行演化演化，每個世代的染色體會越趨相似，因此當一個世代中的染色體有一定的比率以上都長得一樣時即停止繼續演化；然而，當然也有可能會一直都無法收斂，為了在求解結果與效率之間有所平衡，本研究亦以演化次數限制作為停止條件之二，在接下來的參數變動分析中，發現許多情況下，上層目標式值爬升至一個程度後便未再繼續突破，而後方的演化也形同求解之不效率，且由於參數組合眾多，為了節省時間，因此在參數變動分析時的演化次數限制設定為 500 次。

5.3.2 參數變動分析

本模式允許使用者自行設定成熟率、交配率與突變率等相關數值，這些數值的不同亦會影響到模式求解結果，而 GAs 本來即需要研究者進行試誤，進而找出較合適之參數設定組合，是以，本小節將依序呈現本研究所提出之模型在其他條件不變之下，僅變動其一參數數值時對於模式評估結果會形成如何之影響，並且挑選較為恰當的參數設定組合，做為接下來求解分群最佳化之多群組資料包絡分析模式之依據。

1. 成熟率

成熟率在 GAs 中為常見停止條件之一，成熟率若設定的太低，則會使得模式尚未找到最佳解前即停止，但若設定的太高，則可能會使得模式求解時間過長，亦可能永遠達不到而無法停止求解，故選擇一適當之成熟率值的確很重要。本研究中，成熟率之參數變動分析分為三種：0.5、0.6 與 0.7，而其他相關參數數值如表 5-7 所示，並且接著呈現本模型於各分群數下之求解情況。

表 12 成熟率之參數變動分析各參數數值設定

參數名稱	各參數設定值		
分群數	4	5	6
族群大小	50	50	50
成熟率	0.5、0.6、0.7	0.5、0.6、0.7	0.5、0.6、0.7
交配率	0.6	0.6	0.6
突變率	0.01	0.01	0.01

求解結果由圖 5-3 至圖 5-5 所示，當成熟率為 0.5 時，在三種分群數下的求解情況表現皆良好，尤其於分 5 群與分 6 群時，不論在求解之時間以及求解結果都是三者中最好的，惟擔心成熟率為 0.5 時會使得模式過早收斂，而未求得更好之解，如分 4 群時之求解情況。

而成熟率為 0.7 時，雖然在部分情況下並沒有表現得比成熟率 0.5 還好，但所有情況下表現皆很穩定，惟模式很難在 500 次演化內達到 0.7 的成熟率，因此將會繼續演化下去，在求解時間會比較長。綜合以上考量，建議可以優先考慮將成熟率設定為 0.7，其次再設定為 0.5。

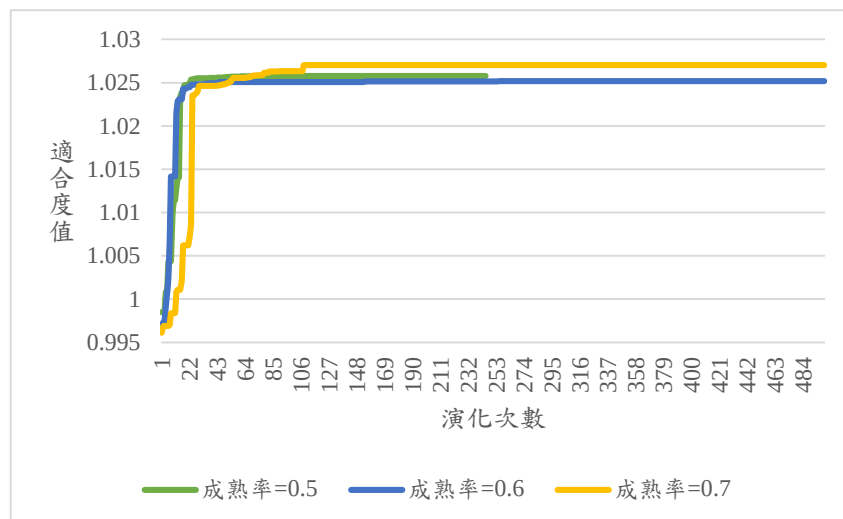


圖 8 分 4 群之成熟率參數變動分析

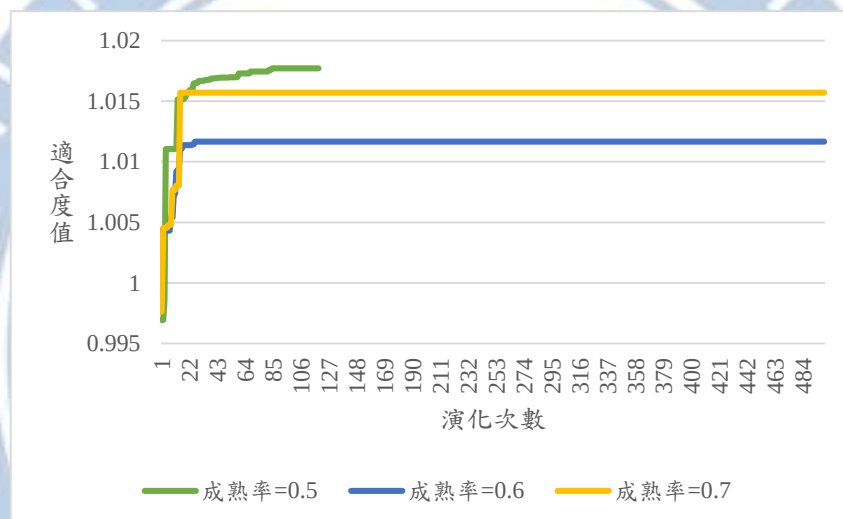


圖 9 分 5 群之成熟率參數變動分析

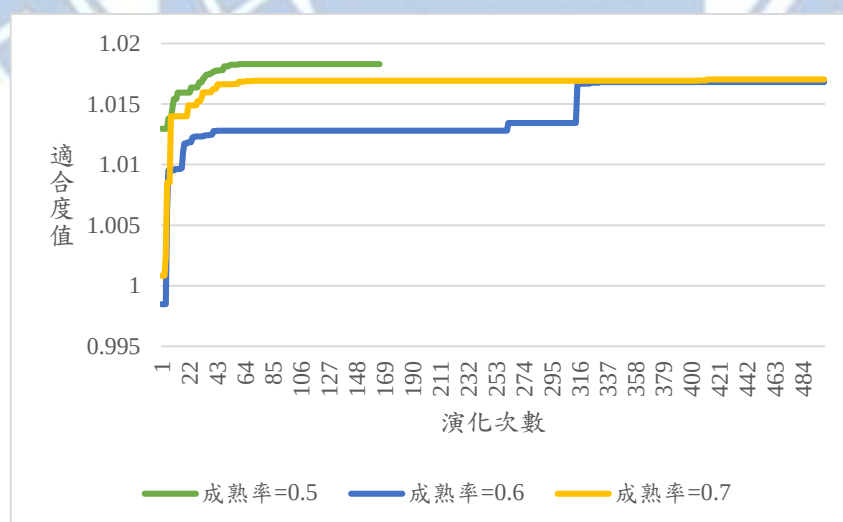


圖 10 分 6 群之成熟率參數變動分析

2. 交配率

交配在 GAs 中亦為重要的步驟，由複製選擇出的良好母代進行交配，以確保優良的遺傳因子能夠成功被保留，進而產生更好的子代。參考過往文獻中交配率之設定主要分布於 0.7~0.9 之間，故本研究之交配率的參數變動分析設定亦為 0.7、0.8、0.9 三者，以了解提高每個世代中交配之染色體比率對於模式求解之影響，而其他參數數值設定則如表 5-8 所示，並且依序呈現不同分群數下之本模式求解情況。

表 13 交配率之參數變動分析各參數數值設定

參數名稱	各參數設定值		
分群數	4	5	6
族群大小	50	50	50
成熟率	0.5	0.5	0.5
交配率	0.7、0.8、0.9	0.7、0.8、0.9	0.7、0.8、0.9
突變率	0.01	0.01	0.01

求解情況如圖 5-6 至圖 5-8 所示，可以發現交配率的高低與演化次數多寡無一定的關係。當分 4 群時，三種交配率所得之結果非常相似，最後都趨於相同的適合度值，且交配率為 0.9 時演化之次數最多，若設為 0.8 時演化次數最少；當分 5 群時，交配率為 0.9 時所求得之解最佳，反之 0.7 則最差，但 0.8 則演化次數最少且達到與 0.9 相似之結果；當分 6 群時，交配率 0.8 時表現最佳，反之 0.7 表現最差。綜合以上所言，建議交配率優先設定為 0.8，其次則為 0.9。

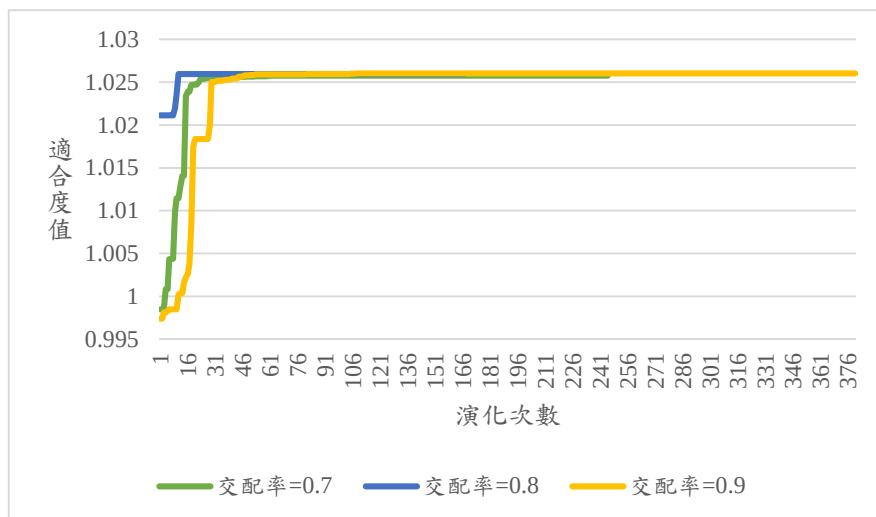


圖 11 分 4 群之交配率參數變動分析

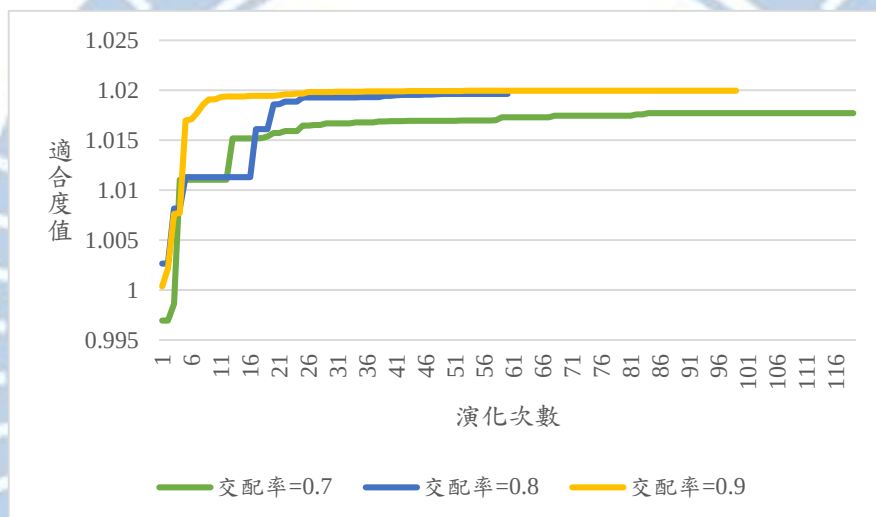


圖 12 分 5 群之交配率參數變動分析

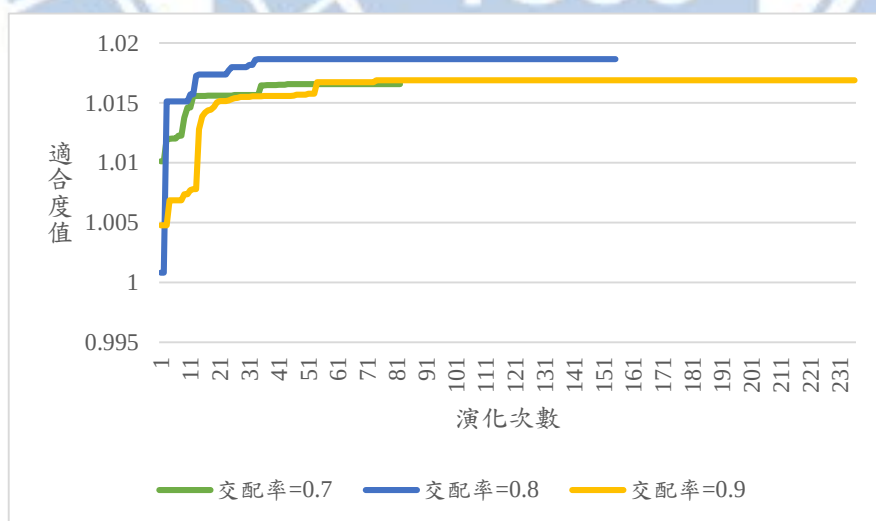


圖 13 分 6 群之交配率參數變動分析

3. 突變率

在 GAs 中，突變率亦扮演著重要之角色，若其設定得太高，將使得染色體中突變之基因數量變多，進而造成優良的基因無法被順利保留並傳承之情形；若其設定的太低，則將使得族群中之染色體過於僵化，模式無法跳離局部最佳解，故抉擇一合適之突變率實屬一重要任務。參考多篇文獻後，本研究之突變率的參數變動分析設定為 0.01、0.02 與 0.03，而其他之參數設定如表 5-9 所示，接著依序呈現不同分群數下之本模式求解結果。

表 14 突變率之參數變動分析各參數數值設定

參數名稱	各參數設定值		
分群數	4	5	6
族群大小	50	50	50
成熟率	0.5	0.5	0.5
交配率	0.8	0.8	0.8
突變率	0.01、0.02、0.03	0.01、0.02、0.03	0.01、0.02、0.03

不同分群數之求解情形如圖 5-9 至圖 5-11 所示，首先，不論何種分群數，突變率設定為 0.01 時，相較於其他兩者於求解上都是比較有效率的，皆於 500 次演化內收斂，而且所得之求解結果也都不錯；當突變率設定為 0.02 或 0.03 時，在分 4 群、分 6 群兩種情況下求解表現相當相似，惟分 6 群時，突變率 0.03 之表現明顯優於 0.02，但兩者皆無法於 500 次演化內收斂，進而觀察兩者於演化第 500 次之染色體族群發現：染色體之多樣性仍然很高，幾乎沒有重複的染色體。由此可知，突變率若設定為 0.02 或 0.03 將導致染色體之成熟率一直無法達到所設定之要求，因此，建議將突變率設定為 0.01 即可。

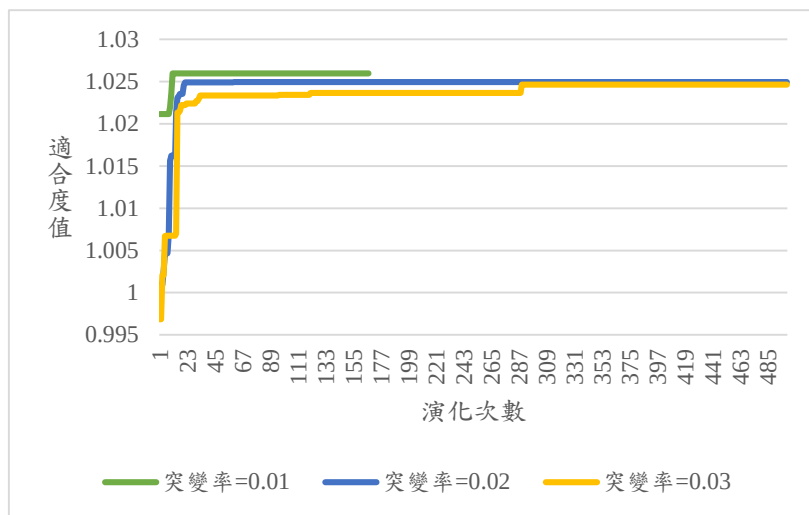


圖 14 分 4 群之突變率參數變動分析

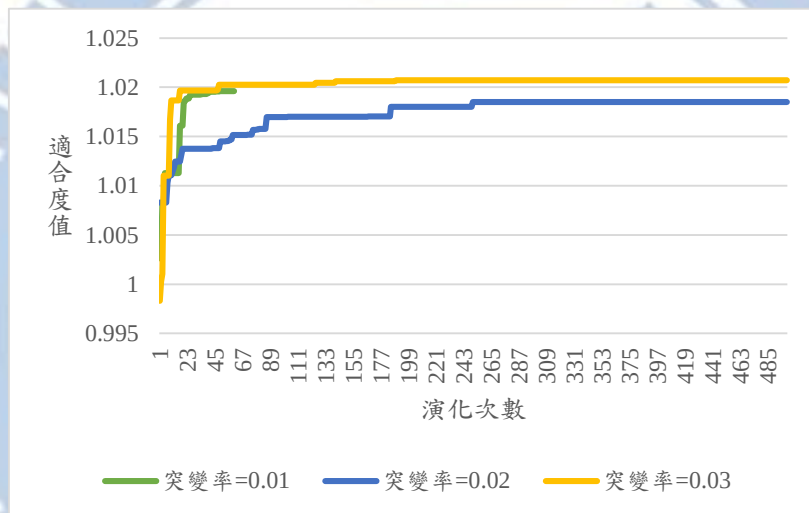


圖 15 分 5 群之突變率參數變動分析

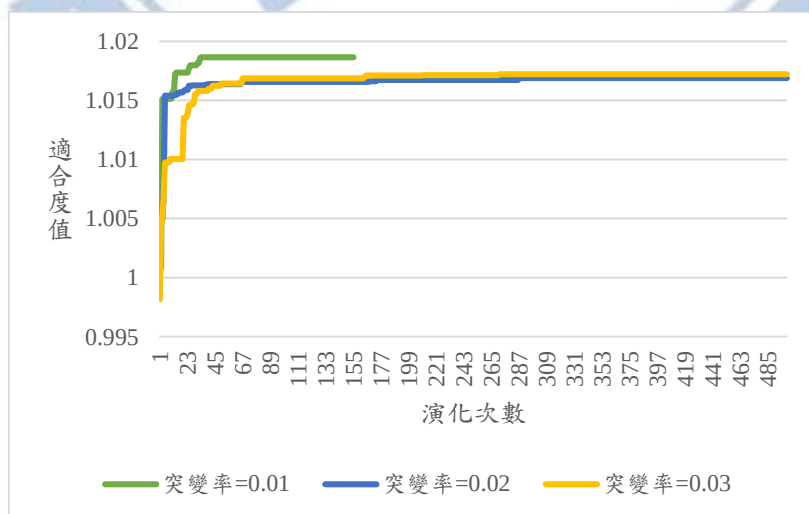


圖 16 分 6 群之突變率參數變動分析

從參數變動分析的結果來看，本研究並沒有發現成熟率、交配率與突變率的變動，對於本模型求解有一定的影響關係，且由於一次僅針對一個參數變動來了解模式求解的結果差異，不同的參數組合對於模式求解也會造成不同的影響，除此之外，所使用的資料也會對於模式求解有所影響，因此，參數之設定仍然需要使用者進行試誤。雖然沒發現三種參數變動對於本模式之固定影響關係，不過參數變動分析結果仍可作為參數設定之參考依據：成熟率建議設定為 0.7、交配率建議設定為 0.8、突變率則建議為 0.01。

5.3.3 參數設定

本研究之實驗設計主要有五個參數需要人為設定：分群數、族群大小、成熟率、交配率和突變率。參考參數變動分析之結果後，對於本模型進行各參數之設定，詳細內容如表 5-10 所示，分群數將區分為 2~6 群等五種，族群大小則維持為 50 條染色體，成熟率設定為 0.7，交配率設定為 0.8，而突變率則設定為 0.01，根據如此之參數設定，本研究將於 5.3.4 小節呈現本模型之各分群求解結果。

表 15 模式之各參數值設定

參數名稱	設定值
分群數	2、3、4、5、6
族群大小	50
成熟率	0.7
交配率	0.8
突變率	0.01

5.3.4 本模式於各分群數之求解結果

本小節首先將著重於不同的分群數下，本模式求解結果和收斂狀況進行分析，而參數之設定如表 5-10 所示。以下將依序以不同分群數設定展示本模型之求解效果，同時列出不同的分群數目下，求解所得到之適合度值折線圖，縱軸為適合度值，而橫軸為演化次數，以凸顯分群數不同與演化次數多寡之關係。此外，亦列出每個世代所有染色體的適合度值之變異數折線圖，縱軸為變異數值，而橫軸為演化次數，以了解隨著世代演進，每個世代染色體多樣性降低與適合度值之變異數有如何的關係，同時也將每種分群數之分群結果以表格形式列出，其中包含了各 DMU 之群內相對效率值 (TE)、共同效率前緣之相對效率值 (Meta-TE) 與技術差距比率 (TGR)。

然而，雖然目前沒有辦法說明 GAs 所得到之結果必定為全域最佳解，但是為了檢驗本模式之求解可靠性，本研究以隨機窮舉之方式，於各分群數之情況下，分別隨機產生 100000 條染色體、計算其適合度值，並與本模型所得到之最佳解比較，以顯現本模式最佳解之優越性。

1. 分 2 群 ($q = 2$)

本模式之尋優過程如圖 5-12 所示，在此情況下僅利用了 218 次演化即達到收斂，不過大約於第 36 次演化時即找到目前之最佳解 1.0481，由此顯示，本模式於尋優之速度上表現相當優秀。此外，由圖 5-13 可以了解：每個世代之適合度值的變異數大致與適合度值爬升之過程相仿，且當適合度值表現越好，世代間的變異數值波動也越劇烈，並不會隨著族群中之染色體多樣性降低而跟著降低。

而分群之相對效率評比結果如表 5-11 所示，第一群之中包含了 32 家客運公司，而第二群僅包含了 2 家客運公司。其中，第一群中表現最有效率的有數家客運公司，它們的群內相對技術效率值 (TE) 皆為 1；表現最無效率者為新北客運，其 TE 僅約 0.55，表示其於生產技術上，相對第一群之其他客運公司而言還有 0.45 之改進空間。而第一群中，技術差距比率 (TGR) 為 1 者也有數家客運公司，代表其若以共同技術來看，即同質生產技術、環境，它們都是在所有 DMU 之中表現最有效率者；第一群中，TGR 最低者為巨業交通，其 TGR 僅約 0.79，約還有 0.21 之改進空間，以達到相對所有 DMU 而言最有效率之狀態。

第二群中，僅包含了兩家客運公司：中興巴士與首都客運，發現它們不論是群內或群間之相對效率皆表現極為優良，但是若就其投入量與產出量來看，可以發現它們都是屬於在公路汽車客運營運項目規模較小之公司，即僅經營少數的公路汽車客運路線，因此它們的投入量也都相對比較少，故若不論其經營規模，它們在公路汽車客運之營運項目的確是相當有效率的，故這也是為何模式將它們分至同一群之原因。

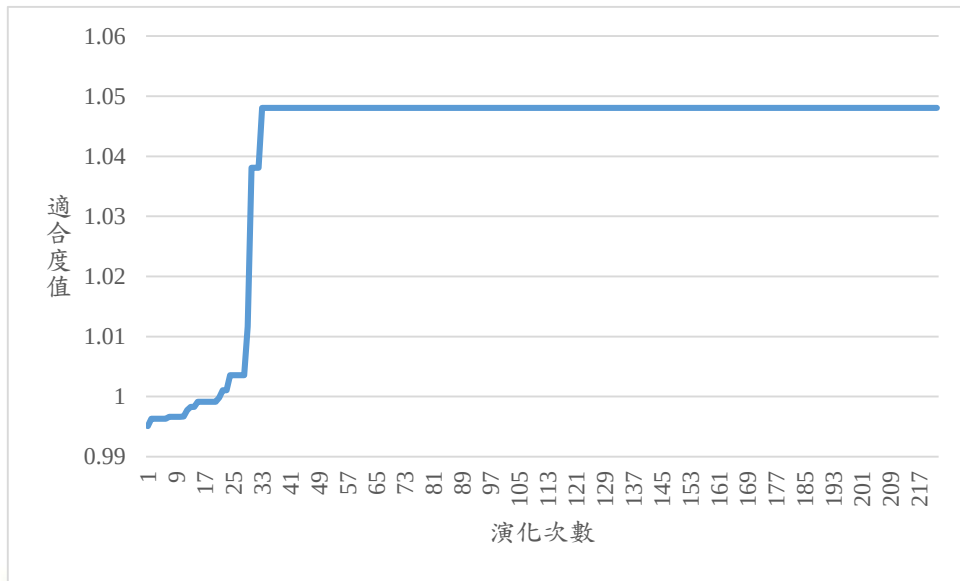


圖 17 分 2 群之適合度值尋優過程

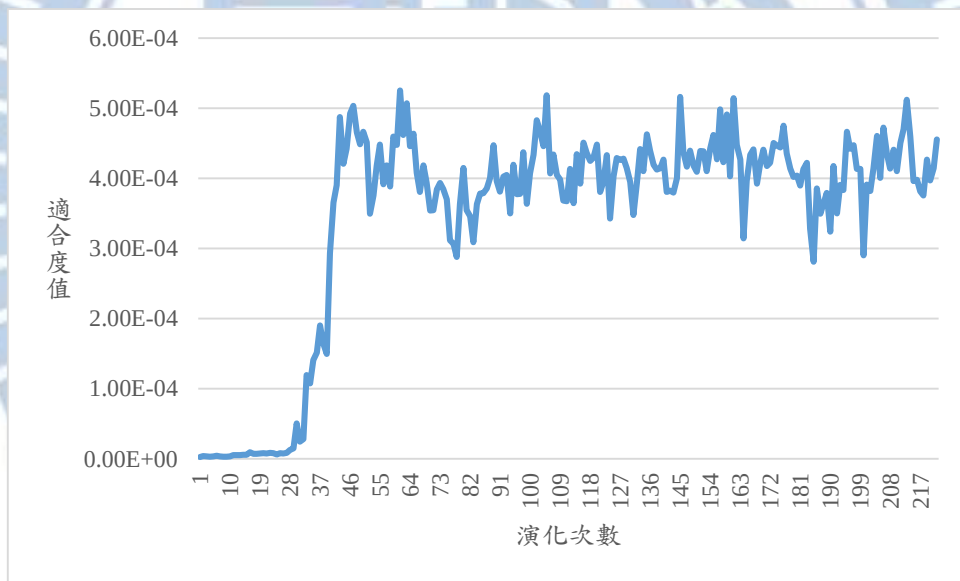


圖 18 分 2 群之每世代適合度值變異數

表 16 分 2 群時之模式評估結果

第一群	TE	Meta-TE	TGR	第二群	TE	Meta-TE	TGR
三重客運	0.728886	0.718878	0.986269	中興巴士	1	1	1
中南客運	0.994957	0.99371	0.998747	首都客運	1	1	1
中壢客運	0.82114	0.748407	0.911424				
日統客運	0.814937	0.70278	0.862374				
台中客運	1	1	1				
台北客運	1	1	1				
巨業交通	1	0.789479	0.789479				
全航客運	0.901772	0.901772	1				
杉林溪遊業	1	0.988908	0.988908				
花蓮客運	1	1	1				
金牌客運	0.672715	0.586744	0.872203				
南投客運	1	1	1				
屏東客運	1	1	1				
皇家客運	0.63241	0.537469	0.849873				
科技之星	0.958115	0.788387	0.822852				
苗栗客運	0.986815	0.986815	1				
員林客運	1	1	1				
桃園客運	1	1	1				
高雄客運	1	1	1				
國光客運	1	1	1				
基隆客運	1	1	1				
新北客運	0.549724	0.442455	0.804868				
新竹客運	0.895165	0.895165	1				
新營客運	1	1	1				
鼎東客運	0.914531	0.914531	1				
嘉義客運	0.853004	0.852361	0.999247				
嘉義縣公車	0.876911	0.876911	1				
彰化客運	0.802718	0.802718	1				
臺西客運	0.99513	0.99513	1				
總達客運	1	1	1				
豐原客運	0.60542	0.509931	0.842275				
豐榮客運	1	0.933139	0.933139				

2. 分 3 群 ($q = 3$)

尋優過程如圖 5-14 所示，當分 3 群時，僅利用 183 次演化即達到收斂，不過大約於第 25 次演化時即找到目前之最佳解 1.0322。由圖 5-15 的適合度值變異數折線變化可知：其值大小與尋優之過程大致呈相同趨勢，且波動亦隨著適合度值變大而更劇烈。

分 3 群之相對效率評比結果如表 5-12 所示，其中第一群中，TE 表現最差者為皇家客運，僅約 0.65；但 TGR 表現最差者卻是豐原客運，僅約 0.5。而第二群中，TE 最低者仍然是新北客運，同時 TGR 也最低，分別僅約 0.59 與 0.75。第三群仍然僅包含中興巴士與首都客運，且它們之表現與分 2 群時亦相同，故對於他們的分析在此便不再重複贅述。

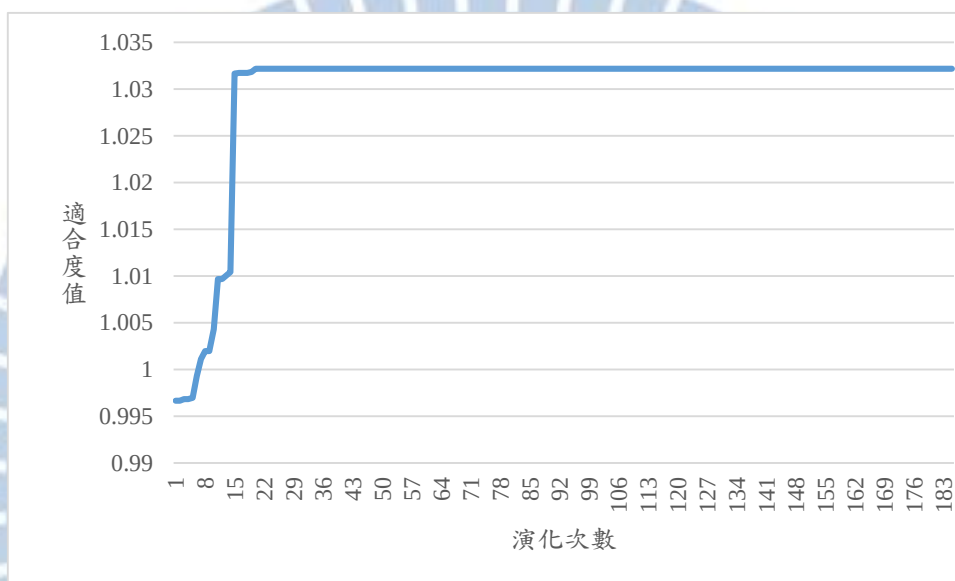


圖 19 分 3 群之適合度值尋優過程

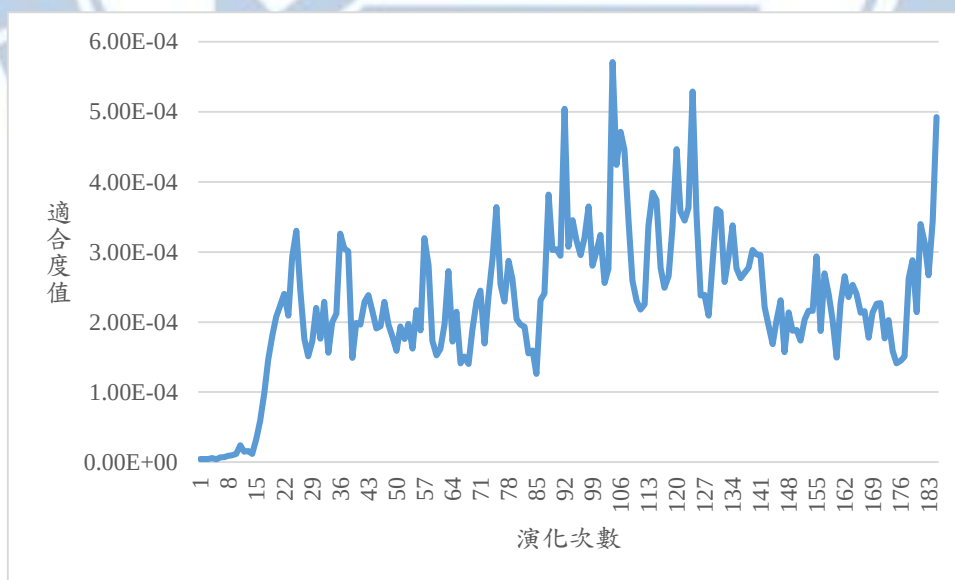


圖 20 分 3 群之每世代適合度值變異數

表 17 分 3 群時之模式評估結果

第一群	TE	Meta-TE	TGR	第二群	TE	Meta-TE	TGR
中南客運	1	0.99371	0.99371	三重客運	0.880056	0.718878	0.816856
日統客運	0.866381	0.70278	0.811167	中壢客運	0.870185	0.748407	0.860055
台中客運	1	1	1	杉林溪遊業	1	0.988908	0.988908
台北客運	1	1	1	花蓮客運	1	1	1
巨業交通	1	0.789479	0.789479	南投客運	1	1	1
全航客運	1	0.901772	0.901772	屏東客運	1	1	1
金牌客運	0.758322	0.586744	0.773741	苗栗客運	1	0.986815	0.986815
皇家客運	0.651936	0.537469	0.824419	員林客運	1	1	1
科技之星	1	0.788387	0.788387	桃園客運	1	1	1
高雄客運	1	1	1	基隆客運	1	1	1
國光客運	1	1	1	新北客運	0.587843	0.442455	0.752676
新營客運	1	1	1	新竹客運	0.902189	0.895165	0.992214
鼎東客運	0.922026	0.914531	0.991871	嘉義客運	0.855686	0.852361	0.996114
彰化客運	1	0.802718	0.802718				
臺西客運	1	0.99513	0.99513				
總達客運	1	1	1				
豐原客運	1	0.509931	0.509931				
豐榮客運	1	0.933139	0.933139				
第三群	TE	Meta-TE	TGR				
中興巴士	1	1	1				
首都客運	1	1	1				

3. 分 4 群 ($q = 4$)

尋優過程如圖 5-16 所示，當分 4 群時，演化了 1000 次而尚未達到收斂，其最佳解為 1.027，不過模式約於第 40 次演化之後其解便沒有再突破了，故猜測在此分群數下本來就比較難達到 0.7 之成熟率。此外，如圖 5-17 所示，適合度值變異數值之大小與尋優之過程大致呈相同趨勢，且波動亦隨著適合度值變大而更劇烈。

表 5-13 為分四群之相對效率評比結果，而第一群中仍為中興巴士與首都客運。第二群則包含了四家客運公司，豐原客運最無效率，此外，若以共同技術來看，第二群屬表現較差的一群。第三群中，彰化客運最無效率，其 TE 約為 0.82。第四群中，三重客運則是最無效率者，其 TE 約為 0.73。

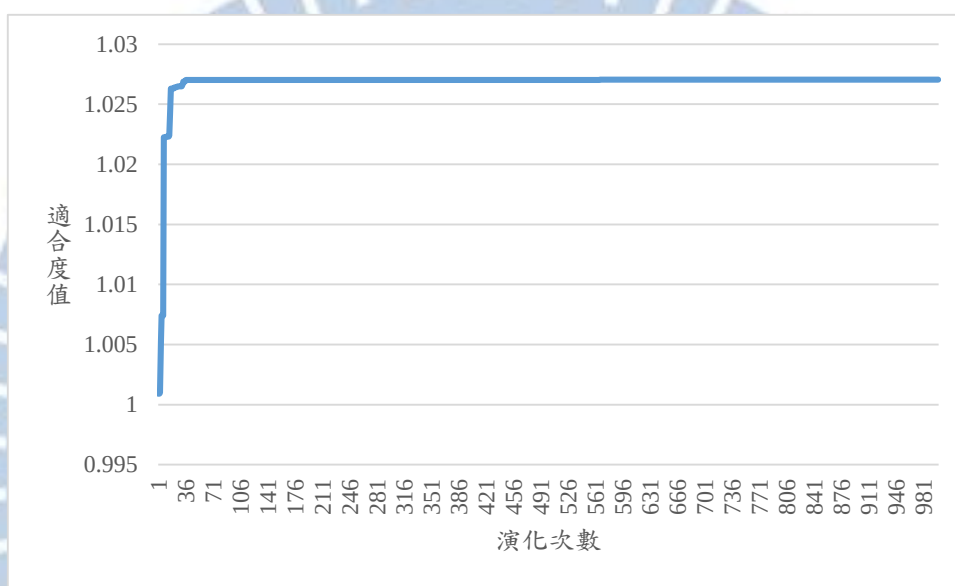


圖 21 分 4 群之適合度值尋優過程

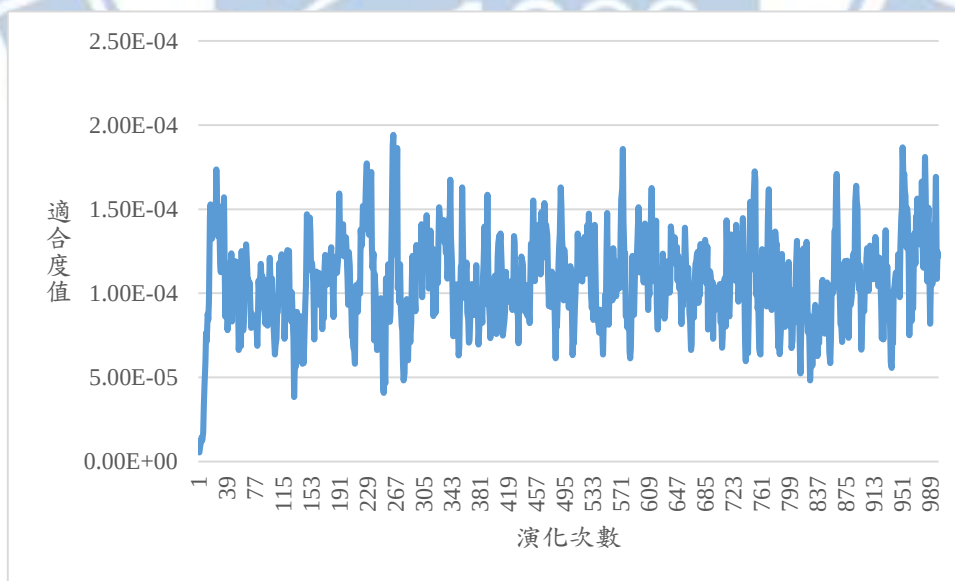


圖 22 分 4 群之每世代適合度值變異數

表 18 分 4 群時之模式評估結果

第一群	TE	Meta-TE	TGR	第二群	TE	Meta-TE	TGR
中興巴士	1	1	1	杉林溪遊業	1	0.988908	0.988908
首都客運	1	1	1	皇家客運	1	0.537469	0.537469
				科技之星	1	0.788387	0.788387
				豐原客運	0.862894	0.509931	0.590954
第三群	TE	Meta-TE	TGR	第四群	TE	Meta-TE	TGR
中南客運	1	0.99371	0.99371	三重客運	0.731449	0.718878	0.982813
中壢客運	1	0.748407	0.748407	日統客運	0.874478	0.70278	0.803656
巨業交通	1	0.789479	0.789479	台中客運	1	1	1
全航客運	1	0.901772	0.901772	台北客運	1	1	1
金牌客運	0.982555	0.586744	0.597161	花蓮客運	1	1	1
桃園客運	1	1	1	南投客運	1	1	1
鼎東客運	0.95515	0.914531	0.957474	屏東客運	1	1	1
嘉義縣公車	0.952293	0.876911	0.920841	苗栗客運	0.990164	0.986815	0.996617
彰化客運	0.817435	0.802718	0.981996	員林客運	1	1	1
總達客運	1	1	1	高雄客運	1	1	1
				國光客運	1	1	1
				基隆客運	1	1	1
				新北客運	1	0.442455	0.442455
				新竹客運	1	0.895165	0.895165
				新營客運	1	1	1
				嘉義客運	0.85604	0.852361	0.995702
				臺西客運	0.99513	0.99513	1
				豐榮客運	1	0.933139	0.933139

4. 分 5 群 ($q = 5$)

尋優過程如圖 5-18 所示，每世代之適合度值變異數分布如圖 5-19 所示，當分 5 群時，僅利用約 60 次演化即達到收斂，是所有分群數收斂得最快的一個情況，模式所找到的最佳解為 1.0211，而適合度值變異數折線圖與前幾個情況的表現仍然雷同。分 5 群之模式評估結果如表 5-14 所示，其中第一群仍然是中興巴士與首都客運。第二群之中表現最無效率者為皇家客運，其 TE 僅約 0.67。第三群中表現最無效率者為彰化客運，不過，在前幾種情況表現無效率的新北客運與豐原客運在這群中表現卻是最有效率。在第四群中，所有客運公司皆最有效率，但若以共同技術來看，金牌客運僅達到其最大產量之 0.6 左右。第五群中所有客運公司之效率值都不低，惟以共同技術而言，日統客運仍有 0.3 之空間以達到其最大產量。



圖 23 分 5 群之適合度值尋優過程

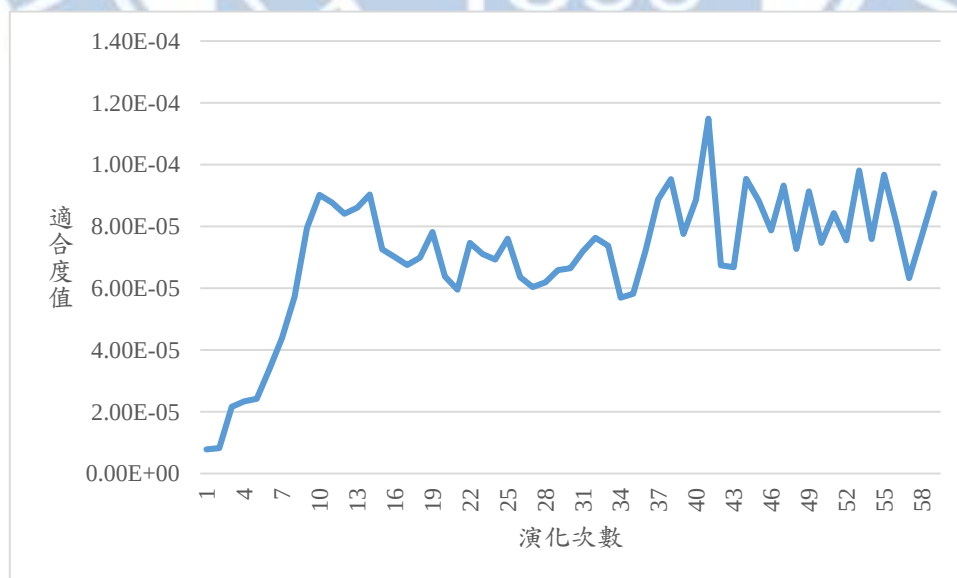


圖 24 分 5 群之每世代適合度值變異數

表 19 分 5 群時之模式評估結果

第一群	TE	Meta-TE	TGR	第二群	TE	Meta-TE	TGR
中興巴士	1	1	1	台中客運	1	1	1
首都客運	1	1	1	全航客運	1	0.901772	0.901772
				杉林溪遊業	1	0.988908	0.988908
				皇家客運	0.668025	0.537469	0.804564
				科技之星	0.998201	0.788387	0.789809
				基隆客運	1	1	1
第三群	TE	Meta-TE	TGR	第四群	TE	Meta-TE	TGR
三重客運	0.978271	0.718878	0.734846	中南客運	1	0.99371	0.99371
巨業交通	1	0.789479	0.789479	中壢客運	1	0.748407	0.748407
花蓮客運	1	1	1	台北客運	1	1	1
員林客運	1	1	1	金牌客運	1	0.586744	0.586744
新北客運	1	0.442455	0.442455	南投客運	1	1	1
彰化客運	0.808716	0.802718	0.992583	屏東客運	1	1	1
豐原客運	1	0.509931	0.509931	桃園客運	1	1	1
				臺西客運	1	0.99513	0.99513
第五群	TE	Meta-TE	TGR				
日統客運	0.991329	0.70278	0.708927				
苗栗客運	1	0.986815	0.986815				
高雄客運	1	1	1				
國光客運	1	1	1				
新竹客運	1	0.895165	0.895165				
新營客運	1	1	1				
鼎東客運	0.918941	0.914531	0.995201				
嘉義客運	1	0.852361	0.852361				
嘉義縣公車	0.924298	0.876911	0.948731				
總達客運	1	1	1				
豐榮客運	1	0.933139	0.933139				

5. 分 6 群 ($q = 6$)

尋優過程如圖 5-20 所示，每世代之適合度值變異數折線變化如圖 5-21 所示，分 6 群時，模式並未於 1000 次演化內收斂，而模式所找到的最佳解為 1.0182。

分群之效率評比結果如表 5-15 所示，可以發現，不論第幾群之客運公司，幾乎大部分的 TE 都為 1，表示當群數分得越多、組內包含的 DMU 越少時，它們的相對效率表現差異會比較不明顯，同時會顯得各 DMU 在群內都是表現得很有效率的，而使得模式之鑑別度變低，這情形應是因為本模式之分群目標式的設計使然，投入及產出的控管較類似者便會被分至同一群中之緣故，即群內同質性提高。接著，由各群內 DMU 之 TGR 即可以大致了解每一群相對於其他群的表現好壞程度，舉例而言，第二群、第四群大部分的 TGR 都為 1，表示這兩群之 DMU 以共同技術來看，皆達到或接近達到其應該產出的最大產量。

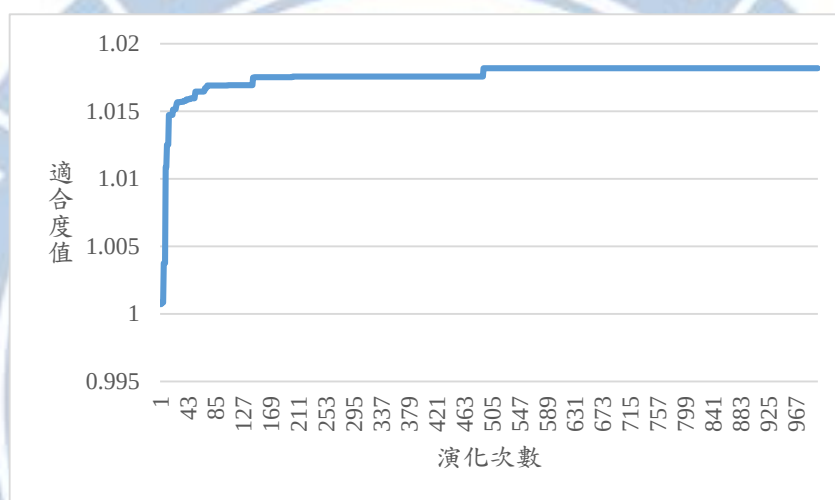


圖 26 分 6 群之適合度值尋優過程

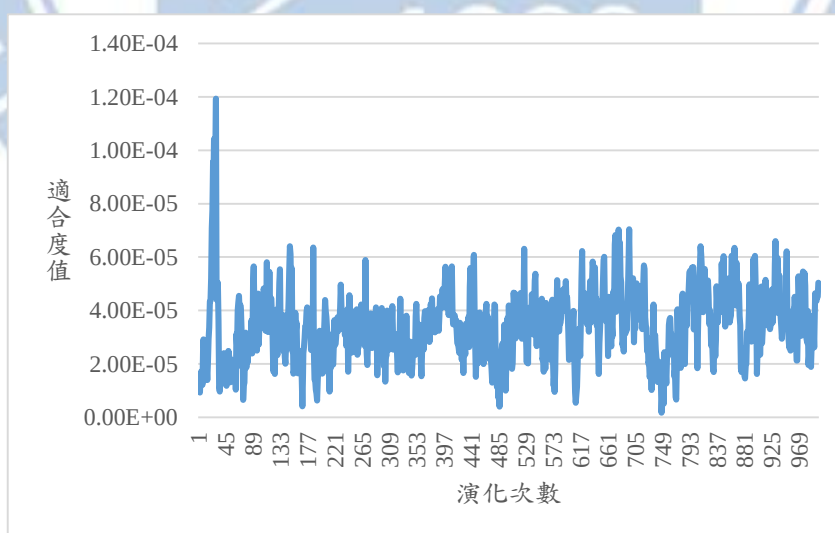


圖 25 分 6 群之每世代適合度值變異數

表 20 分 6 群時之模式評估結果

第一群	TE	Meta-TE	TGR	第二群	TE	Meta-TE	TGR
杉林溪遊業	1	0.988908	0.988908	中興巴士	1	1	1
新北客運	1	0.442455	0.442455	首都客運	1	1	1
第三群	TE	Meta-TE	TGR	第四群	TE	Meta-TE	TGR
三重客運	1	0.718878	0.718878	台北客運	1	1	1
南投客運	1	1	1	花蓮客運	1	1	1
彰化客運	1	0.802718	0.802718	總達客運	1	1	1
				豐榮客運	1	0.933139	0.933139
第五群	TE	Meta-TE	TGR	第六群	TE	Meta-TE	TGR
台中客運	1	1	1	中南客運	1	0.99371	0.99371
巨業交通	1	0.789479	0.789479	中壢客運	1	0.748407	0.748407
金牌客運	0.905209	0.586744	0.648186	日統客運	1	0.70278	0.70278
屏東客運	1	1	1	全航客運	1	0.901772	0.901772
皇家客運	0.717359	0.537469	0.749232	苗栗客運	1	0.986815	0.986815
科技之星	1	0.788387	0.788387	高雄客運	1	1	1
員林客運	1	1	1	國光客運	1	1	1
桃園客運	1	1	1	基隆客運	1	1	1
鼎東客運	1	0.914531	0.914531	新竹客運	1	0.895165	0.895165
				新營客運	1	1	1
				嘉義客運	1	0.852361	0.852361
				嘉義縣公車	0.960732	0.876911	0.912752
				臺西客運	1	0.99513	0.99513
				豐原客運	1	0.509931	0.509931

綜合以上幾種分群效率評比結果可知：本模式能夠確實的將 DMU 依據分群之目標進行妥善地分群，且隨著分群數的變動，本研究亦從中得到些新的發現。

首先，本模式具找出投入產出關係較特殊之 DMU 的能力，在每種分群數之評比結果中，皆有一群僅包含了中興客運與首都客運的現象，經過實際了解後發現：此二家公司於公路汽車客運項目之營運規模相對其他客運公司來的小，即它們主要並不是經營公路汽車客運路線，因此在投入項之使用量相對其他公司而言是非常小的，這樣便使得其於營運公路汽車客運上，相對他者非常有效率。然而，由於本研究欲之研究對象本來就是經營公路汽車客運之公司，故仍將它們納入本研究之考量範圍中，而本模式亦能夠找到這些投入產出關係較特殊之 DMU，至於是否該將類似之 DMU 視為離群值，並直接從資料中剔除？而剔除之準則又該是如何界定，如各投入項小於多少的量時予以剔除？則可以是未來之探究面向之一。

第二，隨著分群數增加，群內的評比鑑別力有下降之趨勢，也就是越來越多的 DMU 在群內變得很有效率，難以判斷群內 DMU 孰優孰劣，而這應是受本模式之分群目標式的設計影響，且各群之 DMU 數量變少，亦使得群內之同質性提高，因此，如何在維持分群機制合理運作的同時，又使得評估之結果有一定之鑑別力也的確是未來之值得探討的課題。

第三，本研究原認為隨著每世代之染色體多樣性降低，適合度值變異數值之走向會是自原本很高，而逐漸降低，並且趨近於一固定值。但最後之結果與本研究最初之猜想不同，由以上多個變異數折線圖可知，隨著適合度值爬升，其每個世代族群之變異數也會跟著上升，且適合度值越高時，世代間之變異數波動會越激烈，由此推測，世代間與世代內之染色體表現好壞差異非常大。

最後，本模式允許使用者自行設定分群數，以上幾種情況展現了高度的彈性，並且能夠將資料分群與效率評比兩者同時完成，於求解上可謂相當高效率，惟目前無法說明何種分群數才是最佳的，仍需依靠使用者自行決定分群數目，亦可分別產生各種分群數下之評比結果後，再視其需要決定最終之分群數目。

此外，雖然現今 GAs 仍然無法說明其所求得之最佳解為全域最佳解，不過，為了檢驗本模式求解之可靠度，本研究以隨機窮舉之方式，在各分群數下分別產生 100000 條染色體，同時計算其適合度值，並且與本模式之最佳解進行比較，最後計算出適合度值超過本模式最佳解之比率。隨機窮舉檢驗結果如表 5-16 所示，雖然分 4 群與分 6 群時，本模式並未收斂，但不論何種分群數下，隨機窮舉之解皆沒有任何一次超越本模式所求得之最佳解，且本模式求解時間比 100000 次的隨機窮舉驗證還要短很多，由此顯示本模式於求解上，有高度之可靠度與穩定性，所產生之最佳解具極高的優越性，同時也是相對有效率之方式。

表 21 隨機窮舉檢驗結果

分群數	2 群	3 群	4 群	5 群	6 群
模式最佳解（適合度值）	1.0481	1.0322	1.0270	1.0211	1.0182
演化次數	218	183	未收斂	60	未收斂
適合度值大於模式最佳解之比率	0	0	0	0	0



5.3.5 以分 4 群舉例說明分群效率評比結果

本小節將以分 4 群為例，詳細說明本模式之分群與評比結果，有別於 5.3.3 小節之內容，最大不同在於：本小節將著重於每種投入與產出項之權重分析，以及每家客運公司之規模報酬狀態。此外，由於本模式之下層模式採用 BCC 模式，故所求算出之效率為純粹技術效率 (TE-VRS)，如表 5-17 所示，因此，本研究亦將本模式之分群結果應用至 CCR 模型上，如表 5-18，求算出綜合技術效率 (TE-CRS) 與規模效率 (Scale Efficiency, SE)，以探討各客運公司在固定規模報酬之假設下，會產生如何的結果，並加以分析比較。

1. BCC 模式（即本模式之求解結果）

本模式求解結果如表 5-17 所示，且由於是變動規模報酬之狀態，故除了求算出純粹技術效率、各投入項與產出項之權重外，同時也能從 u 值了解該 DMU 處於何種規模報酬狀態。第一群中僅包含了中興巴士與首都客運，以投入項之權重而言，二者在員工數之控管上都較其他投入項來的合宜；若以產出項權重而言，中興巴士產出過模過小，故產出項之權重都為 0，而首都客運則是較擅長於營收的產出，此外，由於中興巴士之 u 值為 -1，表示其應增加其營運規模，反之首都客運之營運規模則相對是適當的。

第二群包含了四家客運公司，豐原客運屬效率表現最差者。若以投入項權重而言，該四者皆對於員工數之管控較不擅長；若以產出項之權重來看，杉林溪遊業之產出規模過小，而皇家客運與豐原客運對延車公里之產出較擅長，科技之星則是善於營收產出。由 u 值來看，杉林溪遊業應該要適度增加其經營規模，反之，豐原客運則應減小其經營規模，其他二者則無需調整。

第三群中，效率表現最差者為彰化客運，且差距明顯。由投入項之權重來看，可以發現第三群之客運公司皆於車輛之使用上無效率，且大部分之公司對於油耗量之使用相對較恰當；若以產出項之權重來看，大部分公司皆擅長產生該二項產出，惟巨業交通之產出規模相對太小，故其 u 值為 -1，表示應增加其經營規模。此外，桃園客運與總達客運則是在群內表現最有效率，且營運規模大小適當者。

第四群中，效率表現最差者為三重客運，且差異相當明顯。由投入項權重來看，每家公司所擅長之投入項皆不同，大部分對於車輛數投入之掌控較不適切，反之，對於另二投入項之使用比較恰當；若由產出項權重來看，每家公司擅長之產出也各不同，惟台北客運與新北客運二者的產出項權重皆為 0，同時 u 值皆為 -1，表示其處於規模報酬遞增之狀態，應適度的增加其營運規模，同時增加其產出規模。

2. CCR 模式求解結果

接著，本研究以相同之分群應用至 CCR 模型求解，產生了固定規模報酬假設之下的效率評比結果，以表 5-18 說明分 CCR 模型之求解結果，並且著重於 CCR 模式與本模式求解結果之差異。

總體而言，CCR 模型結果與本模式求解結果相當類似，第一群之中，中興巴士的技術效率值由原本的 1 變為 0.68 左右，由於固定規模報酬假設，造成此結果差異，表示中興巴士應該要調整其於公路汽車客運項目之營運規模；由權重來看，此群之公司在員工數之控管上比另外兩個投入項來的好，且中興巴士擅長產出延車公里，首都巴士則是相對擅長產出營收。

第二群中，豐原客運之技術效率值由原本之 0.86 變為 0.68，且全部的客運公司皆不擅長控管員工數之投入，而油料之使用上則相對比較有效率；而每家客運公司擅長之產出皆不同。

第三群之兩種模式求解結果差異較明顯，其中，中壢客運之效率值由 1 降為約 0.84、巨業交通之效率值由 1 降為約 0.56、金牌客運之效率值由 1 降為約 0.75、彰化客運之效率值由 1 降為約 0.77，表示若不考慮其規模報酬之差異，這些客運公司將變為無效率之狀態，由此可知，這些客運公司皆應該考慮增加其產出與營運規模，以達到有效率之狀態；此外，大部分之公司應該著重於改善其車輛數之投入，且每家客運公司皆有其較擅長之產出項。

第四群中也有部分之客運公司之效率值有所變動，其中，台北客運、屏東客運、新北客運、新竹客運、豐榮客運等之效率值皆明顯降低，同時亦發現大部分之客運公司皆於員工數與油耗使用有較完善之掌控，而車輛數則是投入項中較無效率者，此外，每家客運公司所擅長之產出項皆不同。

3. 規模效率

由於不同的規模報酬之假設，造成其效率值有所變動，故本研究亦計算出各客運公司之規模效率，如表 5-19 所示，以探討各公司是否該改變經營規模，並總結兩模式求解結果。倘若，一客運公司於本模式求解的效率值為 1，卻在 CCR 模式之效率值低於 1，則代表此類的客運公司在公路汽車客運項目營運上相當有效率，惟該項目之經營規模相對於群內的其他公司而言太大或太小了，而有損其經營效率，即規模效率值不及 1。因此，調整經營規模屬此類客運公司之首要之務，建議規模太小的公司可以積極爭取新路線，以提升其效率，而規模太大的公司則建議檢討無效率之路線，並考慮是否應停駛或減少投入。

由以上分析可知，本研究提出一新的資料分群方式，且與過往研究之最大差異在於：除了自動地產生最佳化的分群結果，與同時完成效率評比之外，亦將相對效率之評比結果納入分群之考量中。除此之外，過往之文獻在主觀分群之架構下，主要皆針對 DMU 之外在差異進行分析，如 DMU 的地區別、公司別等，而本文則是專注於分析各群之 DMU 比較擅長之投入項控管與產出項生成，此舉與過往之文獻有所區隔。

表 22 本模式於分 4 群之評比結果

分群	客運公司	TE-VRS	投入項權重			產出項權重		u
			員工數	車輛數	油耗量	營收	延車公里	
第一群	中興巴士	1	0.333333	0	0	0	0	-1
	首都客運	1	0.333333	0	0	2.37E-06	0	0
第二群	杉林溪遊業	1	0	0.25	0	0	0	-1
	皇家客運	1	0	0.060159	2.08E-06	0	2.31E-06	0
	科技之星	1	0	0	1.21E-05	1.52E-07	0	0
	豐原客運	0.862894	0	0	1.79E-05	0	7.79E-06	0.317367
第三群	中南客運	1	0.010573	0.016997	0	9.19E-09	1.56E-07	-0.06417
	中壢客運	1	0	0	5.82E-06	4.94E-08	5.84E-08	-0.39852
	巨業交通	1	0	0	1.21E-05	0	0	-1
	全航客運	1	0.010691	0	1.45E-07	6.24E-09	8.93E-08	-0.04132
	金牌客運	0.982555	0	0	7.31E-06	0	1.85E-06	-0.28753
	桃園客運	1	0.001805	0	0	1.23E-09	0	0
	鼎東客運	0.95515	0	0	7.50E-07	1.53E-09	2.02E-07	0.075847
	嘉義縣公車	0.952293	0	0	6.79E-07	1.39E-09	1.83E-07	0.068658
	彰化客運	0.817435	0	0	3.10E-07	6.33E-10	8.36E-08	0.031375
	總達客運	1	0	0	5.79E-07	0	1.57E-07	0
第四群	三重客運	0.731449	0.010044	0.006597	9.06E-07	1.15E-08	2.45E-07	-0.04535
	日統客運	0.874478	0.018148	0	4.71E-06	3.24E-08	7.33E-07	-0.28996
	台中客運	1	0	0.037431	1.17E-06	2.50E-08	0	-0.13173
	台北客運	1	0.032819	0	5.56E-06	0	0	-1
	花蓮客運	1	0.001867	0.006048	3.20E-07	0	1.87E-07	0
	南投客運	1	0.002134	0	2.88E-07	1.80E-09	8.14E-08	0
	屏東客運	1	0	0	2.90E-07	3.15E-10	9.58E-08	0.148272
	苗栗客運	0.990164	0	0	6.23E-07	1.67E-09	1.58E-07	0.121127
	員林客運	1	0.004417	0	2.28E-08	3.48E-09	0	0.033218
	高雄客運	1	0.0056	0.008239	5.28E-07	9.87E-09	1.11E-07	0
	國光客運	1	0.000663	0.003961	1.29E-07	0	9.10E-08	0.007383
	基隆客運	1	0.010986	0	3.44E-08	7.84E-09	0	0
	新北客運	1	0.032819	0	5.56E-06	0	0	-1
	新竹客運	1	0.001235	0	1.08E-07	2.30E-09	0	0.080594
	新營客運	1	0.021125	0	5.07E-06	0	6.27E-07	-0.63856
	嘉義客運	0.85604	0.004213	0	2.08E-07	3.48E-09	4.91E-08	-0.01203
	臺西客運	0.99513	0	0	7.10E-07	0	2.63E-07	0.468656
	豐榮客運	1	0.027092	0	5.28E-06	0	9.02E-07	-0.60812

表 23 相同分群方式於 CCR 模型之求解結果

分群	客運公司	TE-CRS	投入項權重			產出項權重	
			員工數	車輛數	油耗量	營收	延人公里
第一群	中興巴士	0.675645	0.333333	0	0	0	9.14E-06
	首都客運	1	0.333333	0	0	2.37E-06	0
第二群	杉林溪遊業	1	0	0.149532	2.52E-05	0	1.29E-05
	皇家客運	1	0	0.060159	2.08E-06	0	2.31E-06
	科技之星	1	0	0	1.21E-05	1.52E-07	0
	豐原客運	0.681	0	0	1.79E-05	1.30E-07	2.70E-06
第三群	中南客運	1	0.007975	0.023059	0	8.73E-09	1.92E-07
	中壢客運	0.841959	0	0	5.82E-06	2.40E-09	1.56E-06
	巨業交通	0.558643	0	0	1.21E-05	0	3.29E-06
	全航客運	1	0.011773	0	1.02E-07	6.57E-09	9.22E-08
	金牌客運	0.746348	0	0	7.31E-06	3.02E-09	1.96E-06
	桃園客運	1	0.001805	0	0	1.23E-09	0
	鼎東客運	0.947325	0	0	7.50E-07	3.10E-10	2.00E-07
	嘉義縣公車	0.906931	0	0	6.79E-07	2.80E-10	1.81E-07
	彰化客運	0.769246	0.001511	0	2.04E-07	1.30E-09	5.97E-08
	總達客運	1	0	0	5.79E-07	0	1.57E-07
第四群	三重客運	0.700482	0.009213	0.010584	8.18E-07	1.25E-08	2.33E-07
	日統客運	0.701981	0.027788	0	4.02E-06	1.99E-08	1.21E-06
	台中客運	1	0.011082	0.016304	1.04E-06	1.95E-08	2.20E-07
	台北客運	0.846169	0.143576	0.034637	0	1.13E-07	0
	花蓮客運	1	0.001381	0	6.68E-07	0	1.87E-07
	南投客運	1	0.002134	0	2.88E-07	1.80E-09	8.14E-08
	屏東客運	0.834049	0.001276	0	1.72E-07	1.08E-09	4.87E-08
	苗栗客運	0.906522	0.002687	0	3.88E-07	1.92E-09	1.17E-07
	員林客運	1	0.001331	0	2.26E-07	1.78E-09	4.62E-08
	高雄客運	1	0.005241	0	8.92E-07	7.00E-09	1.82E-07
	國光客運	1	0.005692	0	4.21E-08	0	9.03E-08
	基隆客運	1	0.000803	0.010551	2.74E-07	7.84E-09	0
	新北客運	0.558099	0	0	1.62E-05	3.45E-08	3.19E-06
	新竹客運	0.892782	0.000828	0	1.41E-07	1.11E-09	2.88E-08
	新營客運	1	0.003832	0.017886	5.84E-06	0	1.73E-06
	嘉義客運	0.855351	0.004758	0	1.77E-07	3.88E-09	4.02E-08
	臺西客運	0.949686	0.000377	0.001759	5.74E-07	0	1.71E-07
	豐榮客運	0.858439	0.075802	0	3.06E-06	0	1.98E-06

表 24 各群組內之三種效率值

分群	客運公司	TE-CRS	TE-VRS	SE
第一群	中興巴士	0.675645	1	0.675645
	首都客運	1	1	1
第二群	杉林溪遊業	1	1	1
	皇家客運	1	1	1
	科技之星	1	1	1
	豐原客運	0.681	0.862894	0.789204
第三群	中南客運	1	1	1
	中壢客運	0.841959	1	0.841959
	巨業交通	0.558643	1	0.558643
	全航客運	1	1	1
	金牌客運	0.746348	0.982555	0.759599
	桃園客運	1	1	1
	鼎東客運	0.947325	0.95515	0.991807
	嘉義縣公車	0.906931	0.952293	0.952366
	彰化客運	0.769246	0.817435	0.941048
	總達客運	1	1	1
第四群	三重客運	0.700482	0.731449	0.957663
	日統客運	0.701981	0.874478	0.802743
	台中客運	1	1	1
	台北客運	0.846169	1	0.846169
	花蓮客運	1	1	1
	南投客運	1	1	1
	屏東客運	0.834049	1	0.834049
	苗栗客運	0.906522	0.990164	0.915527
	員林客運	1	1	1
	高雄客運	1	1	1
	國光客運	1	1	1
	基隆客運	1	1	1
	新北客運	0.558099	1	0.558099
	新竹客運	0.892782	1	0.892782
	新營客運	1	1	1
	嘉義客運	0.855351	0.85604	0.999194
	臺西客運	0.949686	0.99513	0.954333
	豐榮客運	0.858439	1	0.858439

六、結論與建議

6.1 結論

1. 使用 Meta-frontier DEA 時，需仰賴使用者自行主觀的將資料分群，不同的分群方式即會產生不同之評估結果，而資料分群與效率評比兩階段分別獨立進行。因此，本研究研提一新的評估模型，即分群最佳化之多群組資料包絡分析模式，將自動資料分群機制納入模式之中，自動產生最佳之分群結果，並依該分群結果進行相對效率之評比。此外，本模式亦考慮了資料分群與效率評估兩階段間之回饋關係，此舉與過往之文獻有所區隔，即本研究欲達成之研究目標。
2. 相較過往文獻主要針對 DMU 之外在差異進行分析，如 DMU 的地區別、公司別等，本文則是專注分析各群 DMU 較擅長之投入項控管與產出項生成。總體而言，本模式能夠確實地依照各 DMU 之特性，產生具參考價值之結果。
3. 實例應用使用了中華民國 105 年之全台灣公路汽車客運公司的資料，以員工數、車輛數與油耗量設定為投入項，且以營收與延人公里作為產出項，衡量共 34 家經營公路汽車客運公司的生產效率，而實證結果顯示：本模式之最佳解具極高之優越性，且求解效率表現不俗。
4. GAs 需使用者設定許多參數，因此本研究根據參數變動分析結果，選擇一組相對表現較為優良的參數組合作為模式求解的依據：成熟率設定為 0.7、交配率設定為 0.8，以及突變率設定為 0.01。然而，除了不同之參數設定組合對於模式求解有影響之外，所使用之資料型態、資料數量多寡等，皆會對於求解結果有所影響，因此，參數組合之決定仍需要研究者多方的試誤，以達到最佳之求解效果。
5. 本模式允許使用者自行設定分群數，且能確實依照該分群數目將資料分群，並同時完成各群內的相對效率評比，其優點除求解時間短、省去繁雜的過程外，於分群數設定上亦非常彈性。
6. 由 5.3.4 小節之各種分群評估結果可知，本模式具找出投入產出之關係較特殊之 DMU 的能力，如中興客運與首都客運，經過實際了解後發現：此二家公司於公路汽車客運項目之營運規模相對其他客運公司來的小，即它們主要並非經營公路汽車客運路線，因此在投入項之使用量相對其他公司而言非常少，便使得此類之客運公司於營運公路汽車客運項目上，相對其他公司非常有效率。然而，由於本研究欲之研究對象本為經營公路汽車客運之公司，故依然將它們納入本研究之考量範圍中。
7. 受本模式之分群目標式之影響，隨著分群數目增加，群內 DMU 之同質性提高，群內的評比鑑別力有下降之趨勢，越來越多的 DMU 在群內變得很有效率，難以判斷群內 DMU 之間孰優孰劣。
8. 隨著適合度值爬升，其每個世代適合度值之變異數也會跟著上升，且適合度值越高時，世代間變異數之波動會越激烈，由此推測，每個世代之間與世代內染色體之間的適合度值表現好壞差異非常大。

9. 本研究以 GAs 進行最佳解搜尋，雖目前無法說明 GAs 所尋得之最佳解必為全域最佳解，不過，本研究為了檢驗本模式之解的表現與穩定性，於不同之分群數設定下，將本模式最佳解與隨機窮舉解分別進行 100000 次之比較。結果顯示：即便本模式在某些分群數時未收斂之情況下，仍沒任何一個隨機窮舉解超越本模式最佳解，此外，隨機窮舉檢驗相當耗時，由此可說明本模式於求解上有高度之穩定性，除能找到非常優秀之解外，同時也是相對極有效率之方式。
10. 以分四群之本模式求解結果為例：第一群的公司對員工數之控管合宜，其中，中興巴士產出過模過小，應增加其營運規模，而首都客運則是較擅長於營收的產出。第二群中，豐原客運最沒效率，且四者皆對於員工數之掌控較不擅長，其中，杉林溪遊業之產出規模過小，而皇家客運與豐原客運擅於延車公里之產出，科技之星則是擅於營收之產出。第三群屬效率差距明顯之一群，其中，彰化客運最沒效率，桃園客運與總達客運則最有效率，而所有公司皆於車輛數之投入使用上無效率，且大部分之公司對於油料之使用量相對較恰當，此外，大部分公司皆擅於該二項產出，惟巨業交通之產出規模相對太小。第四群中，三重客運最沒效率，且大部分公司對於車輛數投入之掌控較不適切，而每家公司擅長之產出也各不同；台北客運與新北客運處於規模報酬遞增之狀態，應適度的增加其營運規模。
11. CCR 模型結果與本模式求解結果相當類似，惟因不同的規模報酬之假設，造成兩模型之技術效率有所不同，本研究亦以規模效率探討各公司是否該改變經營規模。倘若，一客運公司於本模式的效率值為 1，卻在 CCR 模式之效率值低於 1，則代表其於公路汽車客運營運上相當有效率，惟經營規模過大或過小，而有損其經營效率。因此，調整經營規模屬其首要之務，建議規模太小者可以積極爭取新路線，而規模太大者則建議檢討無效率之路線，並考慮是否應停駛或減少投入。

6.2 建議

1. 由於本研究所使用之資料中並未取得各客運公司投入於「公路汽車客運項目」之員工數，因此本研究假設各客運公司之員工數為其總員工數乘以總營收中公路汽車客運路線營收之佔比，且若計算出的員工數小於該公司之投入車輛數，則以車輛數之 1.5 倍取代該員工數，以確保資料之合理性，建議未來之研究應取得真實資料，以求得更精確的評估結果。
2. 本研究所提出之模式允許使用者自行設定不同之分群目標，即不同之上層目標式，因此，除了本研究中所使用之上層目標式設定外，未來之研究仍可以以不同之分群目標進行相對效率之評估，如：鑑別率最大化，進而比較不同的目標式之求解結果之差異。
3. 本模式允許使用者自行設定分群數目，而所得到之相對技術效率評估結果亦隨著不同分群數目而有所不同，然而，每種分群的評估結果皆有其道理，惟目前無法說明何種分群數目才是最恰當的，僅能夠由使用者自行判斷模式評估結果是否符合其需求，因此，未來之研究可以試著了解何種分群數目對於該研究之分群目標而言最為合適，並且研討出最佳分群數目之準則。
4. 因考慮到公路汽車客運路線之服務型態與其公司之營運規模差異甚大，本研究乃採用中華民國 105 公路汽車客運公司之資料作為研究對象，為了拓展本模型之可應用性，未來亦可能將本研究所提出的分群最佳化之多群組資料包絡分析模型應用於其他交通運具或行業之技術效率評估上。
5. 由於本研究進行參數變動分析時，並沒有得到各參數對於模式求解結果之固定影響關係，而仍需由使用者進行試誤，故建議未來之研究能夠於參數變動分析方面多加了解並且找出各參數變化對於模式求解之一定影響關係。
6. 隨著分群數上升，群內效率評比之鑑別力有降低的趨勢，也就是隨著群內之同質性越高，將越難以辨別群內 DMU 之間的技術效率優劣，因此，如何同時兼顧分群技術與維持群內評比鑑別力亦為未來值得探究之課題。
7. 未來可以探討離群值之剔除準則，即一 DMU 之投入項或產出項少於多少時應予以剔除，以求得更貼近現實之評比結果。

參考文獻

- [1] 胡凱傑等,「偏遠地區公路客運補貼路線之營運績效評估」, 運輸計劃季刊, 275~303 頁, 民國 102 年。
- [2] 馮正民, 邱裕鈞, 研究分析方法, 新竹市, 建都文化發行, 民國 93 年。
- [3] 楊世華,「台灣農田水利會經營效率之比較研究— 三階段 DEA 及 Metafrontier 模型之應用」。國立臺灣大學, 碩士論文, 民國 96 年。
- [4] Adhikari, A., et al. “A DEA and Regression based Financial Performance Evaluation Framework for Public Bus Transport”, Journal of Soft Computing and Decision Support Systems, 2(3), 9-13, 2015.
- [5] Assaf, A. “Accounting for size in efficiency comparisons of airports”, Journal of Air Transport Management, 15(5), 256-258, 2009.
- [6] Banker, R. D., et al. “Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis”, Management science, 30(9), 1078-1092, 1984.
- [7] Battese, G. E., & Rao, D. P. “Technology Gap, Efficiency, and a Stochastic Metafrontier Function”, International Journal of Business and Economics, 1(2), 87-93, 2002.
- [8] Battese, G. E., et al. “A metafrontier production function for estimation of technical efficiencies and technology gaps for firms operating under different technologies”, Journal of Productivity Analysis, 21(1), 91-103, 2004.
- [9] Charnes, A., et al. “Measuring the efficiency of decision making units”, European journal of operational research, 2(6), 429-444, 1978.
- [10] Chiou, Y.-C., et al. “A joint measurement of efficiency and effectiveness for non-storable commodities: Integrated data envelopment analysis approaches”, European journal of operational research, 201(2), 477-489, 2010.
- [11] Chiou, Y.-C., et al. “Route-based data envelopment analysis models”, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 48(2), 415-425, 2012.
- [12] Cowie, J., & Asenova, D. “Organisation form, scale effects and efficiency in the British bus industry”, Transportation, 26(3), 231-248, 1999.
- [13] Farrell, M. J. “The measurement of productive efficiency”, Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), 120(3), 253-290, 1957.
- [14] Goldberg, D. E., & Holland, J. H. “Genetic algorithms and machine learning”, Machine learning, 3(2), 95-99, 1988.
- [15] Hahn, J. S., et al. “Efficiency analysis on bus companies in Seoul city using a network DEA model”, KSCE Journal of Civil Engineering, 17(6), 1480-1488, 2013.
- [16] Hanumappa, D., et al. “Performance evaluation of Bangalore metropolitan transport corporation: an application of data envelopment analysis”, Journal of Public Transportation, 18(2), 1, 2015.

- [17] Karlaftis, M. G. “A DEA approach for evaluating the efficiency and effectiveness of urban transit systems”, European journal of operational research, 152(2), 354-364, 2004.
- [18] Medal-Bartual, A., et al. “Efficiency analysis of small franchise enterprises through a DEA metafrontier model”, The Service Industries Journal, 32(15), 2421-2434, 2012.
- [19] O'Donnell, C. J., et al. “Metafrontier frameworks for the study of firm-level efficiencies and technology ratios”, Empirical Economics, 34(2), 231-255, 2007.
- [20] Odeck, J., & Alkadi, A. “Evaluating efficiency in the Norwegian bus industry using data envelopment analysis”, Transportation, 28(3), 211-232, 2001.
- [21] Pessanha, J. F. M., et al. “Implementing DEA models in the R program”, Data Envelopment Analysis and Performance Measurement, 1(233), 31-42, 2014.

