

四、訂位艙等規劃模式

所謂「訂位艙等規劃」，即是對於一航班上可供訂位空間的管理，其基本工作在於決定是否接受進入訂位系統的訂位要求，而目的則是希望藉著低票價與高票價艙位配置數量間的調整來求取最大的期望收益。對於目前競爭激烈的航空市場而言，航空公司為刺激旅運需求，紛紛推出各類型不同的票種來吸引各種社經特性的旅客，即使同一等級座艙，航空公司提供相同的飛航服務品質，仍會因不同的限制條件而有多種票價產品供旅客選擇。因此，於同一等級座艙中，航空公司會依不同票價時間限制之票價產品而分配其座位數，即訂位艙等規劃問題。由於相同一個機位可以有不同費率等級的訂位，因此，如果分配過多機位給低票價之訂位要求，可能造成高費率之訂位要求無法取得機位；反之，如果分配過多的座位數給高票價之訂位要求，則可能出現浪費機位之情形，因此，如何配置同一等級座艙中不同票價結構與時間限制之座位數，乃為訂位艙等規劃的一個主要問題。本研究以 Lee 與 Hersh(1993) [7] 之研究為基礎，探討單一航段之訂位艙等規劃模式的構建。此外，航空公司之開票日期時間限制亦會影響旅客選擇票價產品之傾向，一般而言，旅客在進行訂位作業之後，其開票之行為大多發生在航空公司所規定之開票時間點附近，因此，若航空公司越早要求旅客開票，可能會使得旅客轉移至其他航空公司，造成航空公司收益上之損失，故開票時間之制定對航空公司而言亦為一關鍵之生益管理技巧。

4.1 艙等規劃模式回顧

本研究主要探討單一航段之訂位艙等規劃模式，過去關於航空公司艙位規劃與座位庫存管理之文獻相當豐富，故先對歷來之艙位規劃研究作一回顧與介紹。由於各個研究常因不同的考慮而有不同的假設，其中有些是通用且常見的，故首先介紹艙位規劃模式中常見的基本假設。

4.1.1 常見之基本假設

過去類似之艙位規劃模式，依 Wong (1990) [13] 之研究可整理出下述常見的基本假設：

- 1、各費率等級訂位需求之間互相獨立無關，且需求之分配已知。
- 2、只考慮一家航空公司內部的艙位規劃作業，而不考慮市場上其他競爭對手的影響。
- 3、不考慮旅客所獲服務等級較原先訂購的費率等級為高之情況（upgrading），也不考慮取消訂位或已劃位卻沒有搭機之乘客（no-show）。不考慮超額訂位。
- 4、被拒絕之訂位要求—拒絕訂位（denied booking）—視同收益上的損失，不考慮其重新訂位的可能性，亦即將其重新訂位視為一新的訂位要求。

4.1.2 艙位配置方式

艙位規劃模式常依不同費率等級間之艙位配置方式來分類，依國內石豐宇、張維杰君（1999）[22]之研究可整理其主要配置方式可分為非巢式及巢式兩種：

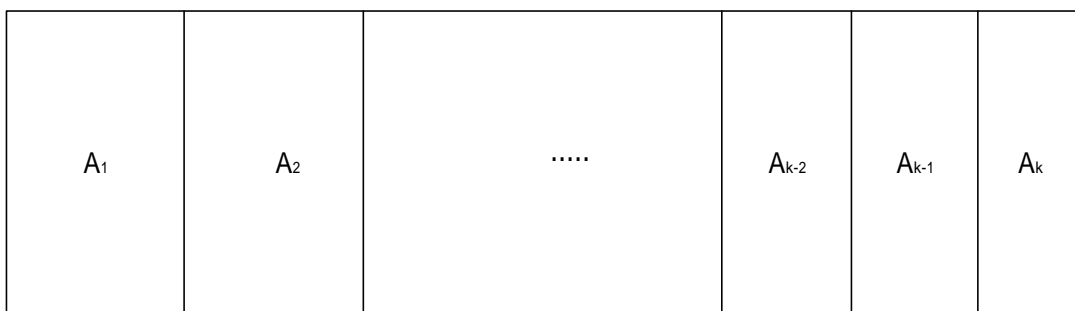
1、非巢式

係依費率層級將艙位分別劃分其預留艙位數，而各費率層級艙位預留數的總和即為飛機的最大載客數。其缺點在於：如高費率層級之預留艙位已滿，而剩餘的空位已劃為其他較低費率層級的保留艙位時，則新的高費率層級的訂位要求，即有可能被拒絕。

2、巢式

此一方式在於改進非巢式方法的缺點。其方法是按照各費率層級的收益，來設定各費率層級的「最少」保留位數。首先，最高費率層級的保留位數永遠等於全部的剩餘空位數，其次設定次高費率層級的最小保留位數，依序類推至最低費率層級。此時的艙位規劃問題，則在於設定不同費率層級間的最小保留位數，而各費率層級之最小保留位數的總和，則等於飛機的最大載客數。

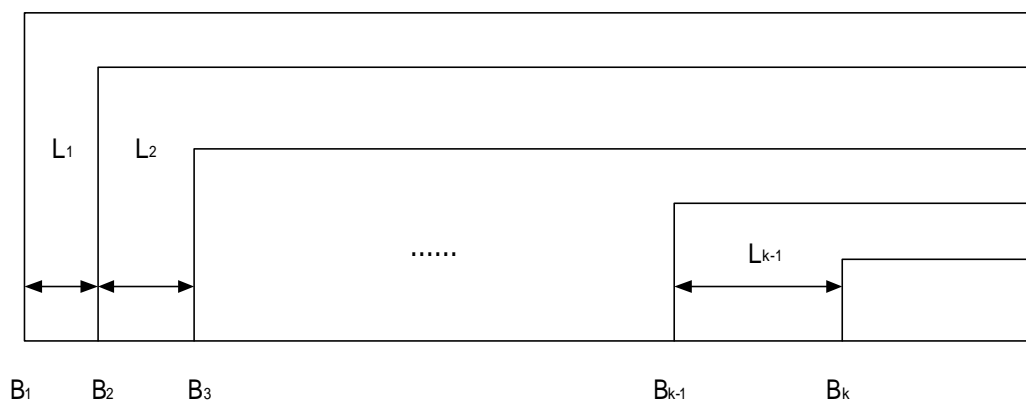
巢式及非巢式的配置法及其差異如圖 4.1、圖 4.2 所示。其中： A_i 表費率等級 i 艙位配置數量；而 L_i 表示費率等級 i 的最小保留位數， B_i 則表示費率等級 i 的訂位數量上限。



$$\text{訂位容量} = A_1 + A_2 + \dots + A_{k-1} + A_k$$

圖 4.1 非巢式配置示意圖

資料來源：[22]



$$\text{訂位容量} = B_1 = L_1 + B_2$$

$$B_2 = L_2 + B_3$$

\dots

$$B_{k-1} = L_{k-1} + B_k$$

$$B_k = L_k$$

圖 4.2 巢式配置示意圖

資料來源：[22]

4.2 問題描述

過去關於艙等規劃的研究，大多將訂位過程視為一單一時段，而將各費率等級在此一時段中之總需求數當作各個單一的變數，亦即僅考慮某依費率等級在訂位結束前之可能累計總訂位數。事實上，這樣的作法忽略了不同費率等級間，潛藏著需求抵達模式(demand arrival pattern)之不確定性[7]。由於在巢式費率結構下，高低票價之費率等級間存在可共通使用的容量部分，因此，儘管在相同的巢式配置及相同的各費率等級之個別總訂位數下，高低票價「先來後到」的順序不同，仍會造成總收益上的不同。例如：低票價之訂位要求較早出現將可能使總收益較低，而高票價之訂位要求較早出現則可能提升整體之總收益，如下頁圖 4.3 所示。

因此，航空公司在考慮旅客需求抵達模式之不確定性下，即可在共通使用之容量做更有效之運用，以使得該航班之總期望營收為最大。意即航空公司在開放接受訂位之期間內，若能考慮潛藏之旅客訂位抵達模式，在總期望營收最大化之企業目標下，以進行接受/拒絕一訂位要求，即為訂位艙等規劃之問題。

而本研究為改善過去艙位規劃僅考慮一家航空公司內部的艙位規劃作業之基本假設，在考慮市場上其他競爭航空公司之影響下，進行航空公司之艙位規劃作業，這樣的作法將更能反映實際航空訂位艙等規劃之情形。此外，在考慮競爭航空公司之影響下，已訂位旅客可能轉移至其他競爭航空公司，因而增加航空公司「空位起飛」之機率，若未於班機起飛前售予候補之旅客或後到之訂位旅客，對航空公司而言即成為一收益上之損失；然而另一方面，航空公司若接受過多旅客候補，最後卻無法讓候補旅客登機，相對於航空公司而言，亦會降低其服務品質與聲譽，故候補訂位容量亦為航空公司進行訂位艙等規劃之主要課題。再者，航空公司所制定之開票日期亦為其生益管理技巧之一，因航空公司若越早要求旅客開票，雖可及早確定開票人數，並將剩餘之座位售予候補旅客，但相對於旅客而言，由於時間安排之不確定性，若其開票日期越早，會降低旅客前來購票之意願，意即會降低航空公司之營收。因此，航空公司在考慮競爭市場之影響下，如何制定其最適開票日期以創造最大營收，亦是本研究所欲探討之內容。

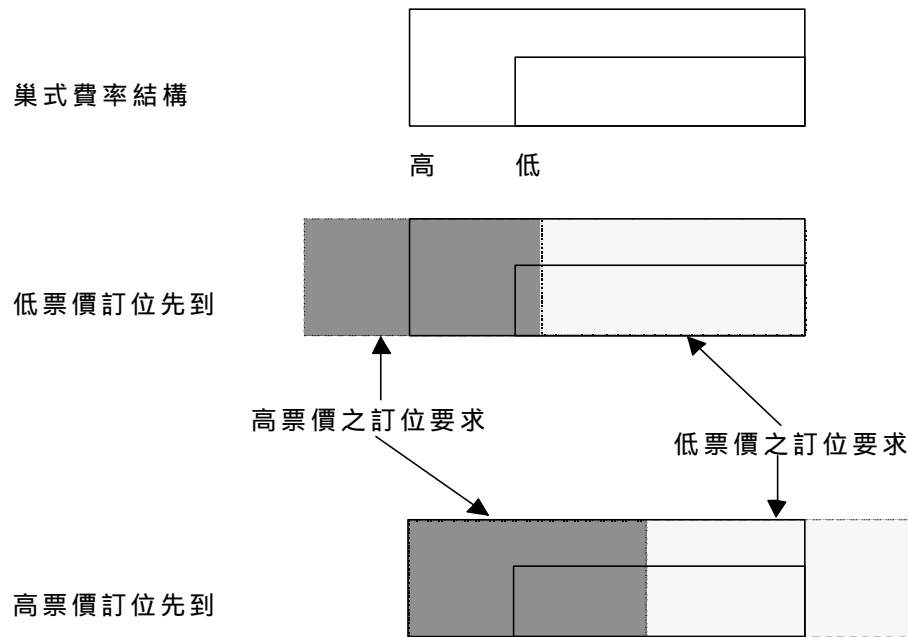


圖 4.3 訂位順序對總營收之影響示意圖
資料來源：[22]

4.3 模式構建

本研究以單一航段之訂位艙等規劃為研究主題，在考慮該航線市場中其他競爭航空公司之影響下，主要在解決固定之座位容量下，同一等級座艙中、不同訂位艙等間的各類票價產品之數量的分配，以決定最適之艙位配置。本研究以 Lee 與 Hersh (1993) [7] 之研究結果為基礎，藉由本研究於第三章之航班客位需求模式所求得之各時段、各票價產品之旅客訂位需求資料，建構單一航段之訂位艙等規劃模式，探討於航空公司開放接受旅客訂位之時段內，其艙位配置之動態決策模式，以進行艙位配置，藉由決定是否接受或拒絕旅客之訂位要求，以使得航班之艙位空間作最有效的管理，求取航空公司之最大期望收益。

4.3.1 基本假設及定義

若依 Lee and Hersh (1993) [7] 之研究，將航班開放接受訂位之時段切割成符合 Poisson Process 的 n 個「決策時段」。決策時段 n 代表剛開始開放接受訂位的第一個時段，決策時段 1 代表結束訂位前的最後一個時段，

故時間之方向為由時段 n 向時段 1 進行，其訂位過程示意圖如圖 4.4 所示。由於將訂位過程細微切割成至多只有一訂位要求到達決策時段的集合，因此每個決策時段中至多只需做一次接受／拒絕一訂位要求的決策。此一時段之切割方式，本研究引用石豐宇、郭維杰（1999）[22]之研究方法，如開放訂位後第 t 天之預測訂位需求為 I 次／天，則將可該天切割為 $(2I+1)$ （取高斯整數）個時段，使得每時段之平均訂位率均小於 0.5，且該時段訂位次數大於 1 之機率都在 0.1 以下。

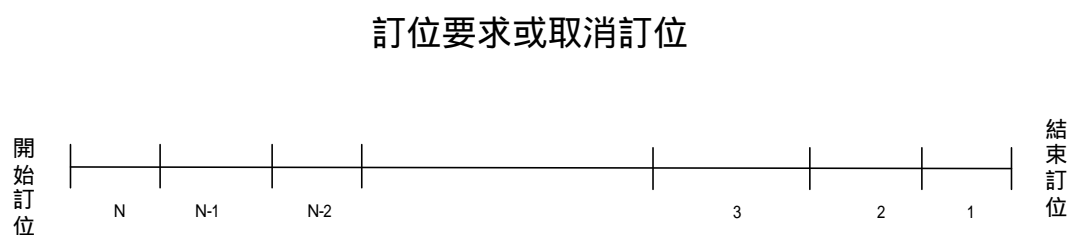


圖 4.4 訂位過程之時段切割示意圖

此外，一多席訂位要求中所訂各席須均為同一費率等級；各費率等級間之訂位需求假設為獨立，且不考慮超額訂位、取消訂位及拒絕訂位等狀況；模式中之可供訂位容量，為實際艙位容量乘上一定比例寬放額度所得之「可供訂位容量」，以較實際容量為大。任一費率需求接受與否皆經由歷史需求資訊與現已訂位資訊之判斷，以維持不同費率間在各階段具有互相競爭特性，而且可因應特殊需求之變化。

簡言之，本研究之基本假設為：

- 1、 一多席訂位要求所訂各席為同一費率等級
- 2、 訂位系統對一訂位要求不是接受就是拒絕
- 3、 模式中所需之各項機率值可經由本研究建立之航班客位需求模式求得

4.3.2 二費率訂位艙等規劃動態策略模式

二費率艙位是屬於最簡單且易於描述高、低費率策略架構之費率型態，

因此，本研究由此部分開始說明。

本研究以 Lee 與 Hersh (1993) [7] 之研究為基礎，Lee 與 Hersh 有鑑於過去的艙位規劃研究在需求抵達順序上較為強制的假設，以及未能考慮到多席訂位影響的缺失，故把一航班開始接受訂位至停止接受訂位為止的時間切割成足以符合抵達過程為 Poisson Process 假設的決策時段，當時間點 t 有訂位要求產生時 $t = 1, 2 \dots n$ ，策略模式中會有接受 / 拒絕一訂位要求的決策條件。而此一接受 / 拒絕之條件為：

$$FP_i + f(t-1, S-1) \geq f(t-1, S) \quad (4.3.1)$$

其中， FP_i 表費率等級 i 之價值， $f(t, S)$ 為一遞迴方程式，代表 S 訂位容量下，從時段 t 至訂位結束為止所能產生之最大期望收益，表為：

$$f(t, S) = \begin{cases} P_t^0 f(t-1, S) + P_t^1 [FP_1 + f(t-1, S-1)] \\ + P_t^2 \max[FP_2 + f(t-1, S-1), f(t-1, S)] & \text{for } t > 0, S > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3.2)$$

式中之 P_t^i 表時間點 t 出現第 i 費率等級訂位要求之機率；等號右邊第一項代表時段 t 中無訂位要求抵達下之期望收益；第二項代表出現最高費率等級之訂位要求的期望收益；第三項則是代表次高等級以下之所有費率等級的期望收益。由式中第二、三項可知，在任何情況下，最高費率等級之訂位要求均會被接受，但其餘費率等級之訂位要求則需應用式 (4.3.1) 做其接受 / 拒絕的決策。因此式 (4.3.2) 當中之 P_t^1 之機率值即可透過第三章之航班客位需求模式求得，意即 $P_t^1 = \overline{P}_1(t, 1) + \overline{P}_2(t, 1)$ ，其為旅客於時間點 t 出現普通票之訂位要求且最後會於開票時間點 b 向航空公司開票之機率；而 P_t^2 之值為 $P_t^2 = \overline{P}_2(t, 2) + \overline{P}_1(t, 2)$ ，即為旅客於時間點 t 出現優待票之訂位要求且於開票時間點 b 向航空公司開票之機率；而 P_t^0 為 t 時段內無訂位要求抵達之機率，因此其值為 $1 - \sum_{i=1}^2 P_t^i$ 。

值得注意的是，當開放訂位時間 $t=1$ 時（即結束接受訂位之時間點），則可由式（4.3.1）式（4.3.2）可以得到 $FP_i + f(0, S-1) \geq f(0, S)$ ，意即當航空公司在結束接受訂位之時間點時（班機起飛前一天），若尚有剩餘之可供訂位之座位數，則不論為何種票價費率，航空公司永遠會接受該訂位要求。

令 $d(t, S) = f(t, S) - f(t, S-1)$ 為時間點 t 內，在固定可供訂位之容量 S 下之期望邊際艙位價值，且 $d(t, S)$ 為時段 t 與可供訂位容量 S 之函數。當固定決策時段 t 之值時，即可得到可供訂位容量 S 之期望邊際函數；相對地，若可供訂位容量 S 之值維持不變下，亦可得到決策時段 t 之期望邊際函數。因此，將該函數代入式（4.3.2）中，我們可以得到下式：

$$f(t, S) - f(t-1, S) = P_t^1 [FP_1 - d(t-1, S)] + P_t^2 \cdot \max\{FP_2 - d(t-1, S), 0\}$$

for $S > 0, t > 0$ (4.3.3)

其中， $f(t, S) - f(t-1, S)$ 可視為在固定可供訂位容量 S 之下，當決策時段由 t 至 $t-1$ 時之期望機會成本。因此，由式（4.3.3）可以得知函數 $d(t, S)$ 在固定決策時段 t 之下，隨著可供訂位容量 S 之增加呈現非遞增；然而在固定可供訂位容量 S 之情況下， $d(t, S)$ 隨著決策時段 t 之增加而呈現非遞減之情形。故透過邊際艙位價值函數 $d(t, S)$ 之特性，當票價產品 k 之費率等於各固定決策時段之邊際艙位價值時，由於邊際艙位價值函數在相同決策時段 t 當中係隨可供訂位容量 S 之增加而遞減，故其所對應之訂位容量 $S_k^*(t)$ 即為票價產品 k 於該決策時段 t 之最小保留座位數，即於該時段之訂位要求應大於 $S_k^*(t)$ 之值，否則航空公司將會拒絕該訂位要求。

故本文與 Lee 與 Hersh 之模式所不同的地方在於，本模式所引用之訂位需求預測機率值係為考慮市場競爭之情況下，將旅客轉移至其他競爭航空公司與其他票價產品之機率引入該決策條件中，因此，航空公司在慮及旅客轉移與取消訂位之情形下進行訂位艙等規劃，將使得航班之可供訂位容量作更有效率之規劃。以實際之觀點而言，由於旅客於同一等級座艙中所感受之服務水準相同，因此若旅客可於航空公司所制定之機票效期時間限制前使用該票價產品，則在假設旅客追求一般化總成本最小之目標下，旅客在開票前轉移至其他票價產品之情形係為常見的，意即旅客在訂位後常因時程安排之不

確定性而轉移購買其他票價產品，抑或在航空競爭市場中，旅客常向多家航空公司訂位，但最後僅選擇最符合其旅運需求之一家航空公司之票價產品進行開票，相對於其他航空公司而言，即為未出現開票（No show）與取消訂位（Cancel）。故本研究在考慮航空競爭市場中，將旅客轉移（Diversion）至其他票價產品，與訂位後未開票之情形反映於本模式之中，將使得航空公司在進行訂位艙等規劃時，將更能反映實際之旅客訂位情形，使得航班之可供訂位容量作更有效率之規劃。

由式（4.3.1）可知，其接受／拒絕一訂位需求之主要決策條件為最大邊際期望收益函數 $f(t, S)$ 。若一訂位要求之票價費率大於保留該訂位需求座位至後續階段之期望收益，則航空公司將會接受該訂位要求；反之，則會拒絕該訂位要求。而最大邊際期望收益函數 $f(t, S)$ 之函數值完全取決於航空公司之訂位需求預測之機率值。因此，本研究將以 3.3.1 節所構建之航班客位需求模式中，各決策時段 t 、旅客選擇各票價產品 i 所得之機率值引入該決策條件中，針對 S 訂位容量下，從時段 t 至訂位結束為止所能產生之最大期望收益 $f(t, S)$ 作進一步分析，以作為航空公司於每一決策時段中之決策依據。

4.3.3 二費率、多席訂位之訂位艙等規劃

由於 Lee 與 Hersh 是以一訂位要求之接受／拒絕為考慮基礎，故可將單席訂位的模式拓展至多席訂位的狀況。考量多席訂位時，訂位系統接受一訂位要求的決策條件為：

$$vFP_i + f(t-1, S-v) \geq f(t-1, S) \quad (4.3.4)$$

其中， v 為一訂位要求之訂席數，意即其訂位規模。 $f(t, S)$ 為給予 S 訂位容量下，從時段 t 至訂位結束為止所能產生之最大期望收益，表為：

$$f(t, S) = \begin{cases} P_t^0 f(t-1, S) + \sum_{i=1}^2 P_t^{i,v} \max[vFP_i + f(t-1, S-v), f(t-1, S)] & \text{for } n > 0, S > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.3.5)$$

上式中之 $P_t^{i,v}$ 表第 t 時段出現第 i 費率等級且訂席數為 v 席之訂位要求機率。而 $P_t^{1,v}$ 之機率值可透過第三章之航班客位需求模式求得，意即

$$P_t^{1,v} = \overline{P_1^v}(t,1) + \overline{P_2^v}(t,1) , \text{ 而 } P_t^{2,v} \text{ 則為 } P_t^{2,v} = \overline{P_2^v}(t,2) + \overline{P_1^v}(t,2)。$$

4.4 最適可供候補容量

航空公司比起其他產業，其中最特殊之機能是其預約訂位之服務。機票之訂位與其他運輸產業之訂位大不相同，旅客在購買機票後，在規定之期限內，隨時都可向航空公司訂位，也隨時可以取消訂位，甚至不取消訂位不登機，機票照樣有效。因而航空公司為了保障其利益與減少損失，不得不有超額訂位（Over booking）或提供旅客候補（Waiting）之措施。然而不論航空公司採取任何一種措施，均需分析應提供多少之可供訂位與候補之容量始能讓班機起飛時之承載率最高，且收益最大。航空公司若提供過多之訂位容量予旅客訂位，將可能使得旅客開票人數大於班機座位數，因而必須賠償旅客未能搭機之損失成本，且對航空公司之聲譽而言亦為一大損失。故本研究在考慮航空競爭市場中，旅客因轉移至其他競爭航空公司致而未能開票，以及旅客之訂位要求小於該決策時段之最小保留座位數下，航空公司應究提供多少可供訂位容量予旅客訂位，以期能在考慮旅客選擇行為之情形下，使得航班起飛時之承載率與獲利能力最高。

由 4.3.2 節之結果可知，航空公司可在考慮競爭對手之影響下，於各決策時段、決定票價產品 k 之最小保留座位數 $S_k^*(t)$ 。當決策時段 t 出現票價產品 k 之訂位要求小於最小保留座位數 $S_k^*(t)$ 時，則航空公司將會拒絕該訂位要求，即旅客將會進入候補之名單當中；而若訂位要求大於最小保留座位數，則航空公司將會接受該訂位要求，旅客不需等待候補即可取得機位，故各決策時段之候補旅客人數 r_t 之數學關係式如下所示。由於航空公司永遠會接受第一費率等級之訂位要求，故第一費率等級之旅客無須候補，故式中之候補旅客僅為第二費率等級之旅客。

$$r_t = \begin{cases} I_2(t) & I_2(t) < S_k^*(t) \\ 0 & I_2(t) > S_k^*(t) \end{cases} \quad (4.4.1)$$

而該航班之總候補旅客人數即為航空公司開放訂位期間內，各決策時段之候補旅客人數之加總，其數學關係式如下所示，其中 Q 即為航空公司於訂位期間內之總候補旅客人數：

$$Q = \sum_{t=1}^n r_t \quad (4.4.2)$$

然而候補旅客亦有選擇之行為，即候補旅客在機位確認後亦有可能轉移購買其他競爭航空公司或其他票價產品，因此，候補旅客亦有取消訂位或未開票之情形發生，其旅客選擇行為已於 3.2.2 介紹，在此不再贅述。故候補旅客在市場競爭之影響下，其最後會向航空公司開票之期望人數 \overline{W}_i ($i=1,2$) 為：

$$\overline{W}_i = \sum_{t=1}^n r_t \cdot m_i^t \quad (4.4.3)$$

其中， m_i^t 即為於時間點 t 出現訂位需求之旅客在航空公司所制定之開票時間點下，選擇票價產品 i 之期望機率。

然而航空公司之候補旅客容量亦需有所限制，以避免於班機起飛時，發生已開票旅客無法登機之情形發生，因此，本研究在不考慮超額訂位之情況下，假設可供候補旅客容量等於可供訂位容量減去已訂位旅客之期望開票人數，意即航空公司在考慮訂位旅客與候補旅客可能轉移至其他航空公司或票價產品之情況下，設定候補旅客座位數之最大值為可供訂位容量減去已訂位旅客之期望開票人數。而已訂位旅客之期望開票人數可分為兩部分說明，首先為第一費率等級之旅客（即普通票旅客），由於航空公司永遠會接受最高費率等級之訂位要求，則第一費率等級旅客最後選擇 A 航票價產品之期望機率如圖 4.5 所示，圖中實線為該航空公司（簡稱 A 航）之市場區隔線，而原選擇 A 航普通票價產品旅客即為實線右方之部分，然因競爭航空公司之介入，使得原選擇 A 航普通票旅客部分轉移至 B 航普通票，如圖中實線右方斜線部分，抑或轉移至 A 航之優待票價產品；故 A 航已訂位之普通票旅客最後選擇 A 航開票之期望人數為：

$$\overline{O}_{A1} = \sum_{t=1}^n I_1(t) \times m_i^t \quad (i=1,2) \quad (4.4.4)$$

式中 m_i^t 即為於時間點 t 出現訂位需求之旅客在航空公司所制定之開票時間點下，選擇票價產品 i 之期望機率。

同理，已訂位之第二費率等級（優待票）之旅客亦會轉移至 B 航第一費率（普通票），如圖 4.5 所示，圖中 A 航之市場區隔線之左方斜線部分即為

原選擇 A 航優待票旅客轉移至 B 航之情形，抑或轉移至 A 航之普通票價產品，A 航已訂位之優待票旅客最後選擇 A 航開票之期望人數為：

$$\overline{O_{A2}} = \sum_{t=1}^n ACC_2 \times m_i^t \quad (4.4.5)$$

式中 ACC_2 為 A 航接受訂位之優待票價產品之旅客數；然 A 航接受第二費率等級旅客之訂位數亦會因各決策時段之最小保留座位數而有所差異；如同之前所述，各決策時段之訂位數須大於該時段之最小保留座位數，始能接受該訂位要求。因此，A 航於訂位期間內所接受之第二費率等級之總訂位人數如下所示：

$$ACC_2 = \begin{cases} \sum_{t=1}^n I_2(t) & I_2(t) > S_k^*(t) \\ 0 & I_2(t) < S_k^*(t) \end{cases} \quad (4.4.6)$$

因此，A 航之已訂位旅客最後會選擇 A 航之票價產品開票之期望人數即為兩票價產品開票期望人數之總合，其數學關係式如下：

$$\overline{O_T} = \overline{O_{A1}} + \overline{O_{A2}} \quad (4.4.7)$$

因此，A 航在考慮訂位旅客與候補旅客轉移與選擇行為之情形下，其最大可供候補旅客容量 S_w 即為可供訂位容量減去最後選擇 A 航之票價產品開票之期望人數，其數學關係式為：

$$S_w = S - \overline{O_T} \quad (4.4.8)$$

$\overline{W_i}$ 與 S_w 對航空公司而言即為進行艙位規劃時之重要依據，若於開放訂位期間，旅客候補人數很多，則航空公司可以及早進行清艙之動作，以使得航空公司能確定有多少放棄開票之旅客人數，讓候補之旅客進行開票之作業，這樣的作法可讓航空公司降低空位起飛之情形發生。然開票時間之制定亦會影響旅客之選擇票價產品之行為，以下將探討航空公司如何在考量市場競爭與旅客選擇行為之情形下，制定最適之開票時間。

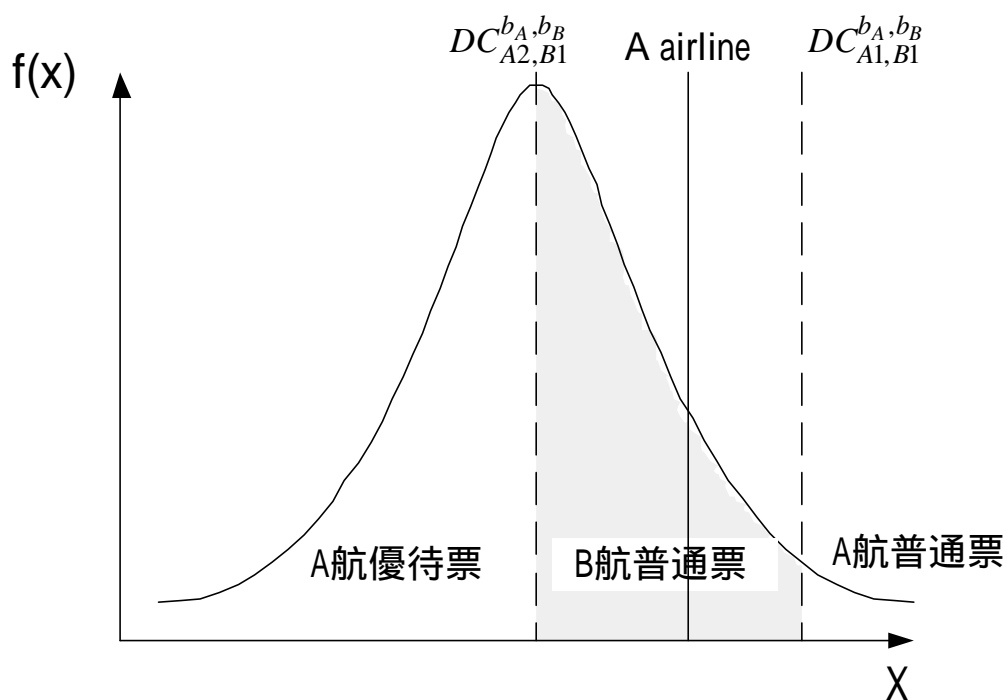


圖 4.5 A 航旅客轉移至 B 航之期望機率示意圖

4.5 最適開票時間點

航空公司於班機起飛前，均會開放一段時間接受旅客訂位，只要旅客訂位成功後，該機位的「權益」會保留至航空公司要求旅客之開票期限，故於航空公司通知開票之前該機位都是屬於訂位旅客，旅客只要於航空公司通知開票時衡量時間、票價費率、效期等因素而決定是否向航空公司開票。一般而言，在旅遊旺季期間，市場需求量大，故航空公司之訂位系統中之候補人數較多，因此，若航空公司讓訂位成功之旅客提早開票，進行所謂「清艙」的動作，這樣的作法一方面可以讓航空公司提早確定旅客開票與取消訂位之人數，一方面則可將清艙後剩餘之座位數售予候補旅客，以降低空位起飛的情形發生，減少損失。然而，航空公司所制定之開票時間相對亦會影響旅客選擇票價產品之決策，如圖 4.5 與 3.2.3 節之分析可知，航空公司在考慮市場競爭與旅客轉移之情形下，若已知競爭對手（B 航）之票價費率結構與開票日期，若航空公司（A 航）放寬其開票日期限制，即讓旅客越晚開票，則航空公司將能吸引更多的旅客購買該公司之票價產品。此外，在航空公司開放接受訂位期間內，高費率訂位要求大多會出現在開放接受訂位期間之後半段，若航空公司忽略於開票時間點後始出現之高費率訂位要求，於開票時

間點將座位售罄，相對地即拒絕後到之高費率訂位要求，對航空公司而言亦為收益上的損失。因此，航空公司在考慮不同費率等級之旅客，潛藏著需求抵達模式（demand arrival pattern）之不確定性下，如何制定其最適開票時間點，以期獲得最大收益，為航空公司進行營收管理作業時最迫切得知的。

而航空公司決定最適開票時間點，仍以期望收益最大之原則作為其決策之依據。以下將分為兩種情況來探討，一為開放訂位期間之期望旅客總訂位數小於航空公司之可供訂位容量，二為開放訂位期間之期望旅客總訂位數大於航空公司之可供訂位容量，第二種情形於旺季期間較為常見；其決策之依據分別討論如下：

4.5.1 開放訂位期間之期望旅客總訂位數小於航空公司之可供訂位容量

在此種情形下，由於航空公司之可供訂位容量大於期望旅客總訂位數，因此航空公司於每個決策時段無須考慮是否應保留該座位數，以等待後到之高費率等級之旅客，故航空公司之決策依據為最大化開票日期前、後之期望收益。而航空公司之期望旅客總訂位數之值為在第 t 時段前實際已發生之訂位數加上對未來時段預測會出現之訂位數，其數學關係式如下所示：

$$B_T = B^{t+1} + \sum_{k=1}^k \sum_{t=0}^t I_k(t) \quad (4.5.1)$$

B^{t+1} ：t 時段前實際總訂位數

B_T ：預測結束訂位時之總訂位數

假設航空公司所制定之開票時間點為班機起飛前 b 天，則該開票時間點之期望收益為應包括已訂位旅客與候補旅客之開票期望收益之總和。因此，於開票時間點 b 已訂位旅客之期望開票收益即為已訂位旅客數，乘上旅客於開票時間點之開票機率，乘上票價費率，即為航空公司於開票時間點 b 所獲得之期望營收 ER_b^b ，其數學關係式如下所示：

$$ER_b^b = \sum_{i=1}^k B_b \cdot m_i^b \cdot FP_i \quad (4.5.2)$$

ER_b^b ：航空公司於開票時間點 b 所獲得之期望收益

B_b ：於開票時間點 b 之總訂位數

m_i^b : 旅客於開票時間點 b 選擇票價產品 i 之期望機率
 FP_i : 票價產品 i 之費率

而航空公司於開票時間點 b 由候補旅客所獲得之開票期望收益 ER_w^b , 則為候補旅客期望開票人數乘上各票價費率 , 其數學式如下 :

$$ER_w^b = \sum_{i=1}^k \overline{W}_i \cdot FP_i = \sum_{i=1}^k m_i^b \cdot Q \cdot FP_i \quad (4.5.3)$$

而航空公司於開票時間點進行清艙之動作後 , 其剩餘之座位於開票時間點後所獲得之最大期望收益 , 如下所示 :

$$f(b, S') = \begin{cases} P_b^0 f(b-1, S') + P_b^1 [FP_1 + f(b-1, S'-1)] \\ + P_b^2 \max[FP_2 + f(b-1, S'-1), f(b-1, S')] & \text{for } b > 0, S' > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.5.4)$$

如同式 (4.3.2) 所示 , FP_i 表費率等級 i 之價值 , $f(b, S')$ 為一遞迴方程式 , 代表 S' 訂位容量下 , 從開票時間點 b 至訂位結束為止所能產生之最大期望收益其中 , S' 即為航空公司於開票時間點 b 進行清艙之後所剩餘之可供訂位容量 , 即 S' 為可供訂位容量 S 減去開票時間點 b 之期望開票人數 , 其數學關係式如下所示 :

$$S' = S - \sum_{i=1}^k B_b \cdot m_i^b - \sum_{i=1}^k Q \cdot m_i^b \quad (4.5.5)$$

因此 , 航空公司於開票時間點 b 前、後所獲得之期望收益分別如式 (4.5.3) 式 (4.5.4) 與式 (4.5.5) 。故在假設航空公司追求收益最大化之情形下 , 航空公司所制定之最適開票時間點 b^* 即為使總營收最大化之 b 值 , 如下所示 :

$$\text{Max}_b [ER_b^b + ER_w^b + f(b, S')] \quad (4.5.6)$$

4.5.2 開放訂位期間之期望旅客總訂位數大於航空公司之可供訂位容量

一般而言 , 在旅遊旺季期間 , 市場需求量大增 , 故航空公司所提供之航

班往往會出現班班客滿之情形；因此，在旅遊旺季期間，航空公司之期望旅客總訂位數若大於航空公司所提供之可供訂位容量時，航空公司應如何制定其開票時間點 b ，以保留座位予以後到之高費率旅客，以其增加期望收益，即為本節所欲探討之重點。

由於期望總旅客訂位數大於航空公司之可供訂位容量，因此，航空公司於制定開票時間 b 時，必須考慮是否應保留座位予以後到之高費率等級之旅客，抑或將該座位售予開票日期前訂位之旅客，該決策之依據應視航空公司於開票日期前、後之期望收益而定。假設航空公司在考慮開票時間點後始出現之訂位旅客下，將可供訂位容量保留予後到之旅客，則其所能獲得之期望營收可分為兩部分，一為預測於開票時間點 b 之後出現之旅客數所獲得之期望收益 PR_b ，其數學關係式如下所示：

$$PR_b = \sum_{i=1}^k \sum_{t=0}^b I_k(t) \cdot m_i^t \cdot FP_i \quad (4.5.7)$$

其中， PR_b ：於開票時間點 b 之後出現之旅客數所獲得之期望收益

$I_k(t)$ ：時間點 t 、票價費率 k 之旅客訂位數

m_i^t ：時間點 t 選擇票價產品 i 之期望機率

FP_i ：票價產品 i 之費率

一為保留座位數予後到訂位之旅客後之剩餘可供訂位容量，於開票時間點 b 之前所獲得之最大期望收益，其數學關係式如下所示：

$$f(t, S') - f(b, S') = P_1^t [FP_1 - d(b, S')] + P_2^t \max\{FP_2 - d(b, S'), 0\} \quad (4.5.8)$$

其中， $d(b, S')$ ：開票時間點 b ，在 S' 座位容量下之期望座位邊際收益

P_i^t ：時間點 t ，出現購買票價產品 i 之機率

FP_i ：票價產品 i 之費率

式 (4.5.8) 即為在可供訂位容量 S' 下，由時間點 t 至開票時間點 b 所能產生之最大期望收益。其中， S' 即為座位容量 S 減去於開票時間點後始出現之期望開票人數，意即

$$S' = S - \sum_{i=1}^k \sum_{t=0}^b I_k(t) \cdot m_i^t \quad (4.5.9)$$

因此，航空公司在考慮於開票時間點 b 後出現之旅客下，其開票前、後所獲得之總期望收益為 $\{PR_b + [f(b, S') - f(b, S)]\}$ 。

另外一方面，若航空公司在不保留座位予以未來出現訂位要求旅客之情形下，其制定開票日期 b 之決策依據亦可分為開票前、後之期望收益兩方面來探討。假設航空公司所規定之開票日期為班機起飛前 b 天，因此，航空公司於該開票日期由已訂位旅客所獲得之期望收益，如 4.5.1 節所述，其數學關係式如下：

$$ER_b^b = \sum_{i=1}^k B_b \cdot m_i^b \cdot FP_i \quad (4.5.10)$$

而航空公司於開票日期 b 後由候補旅客所獲得之期望開票收益則為：

$$ER_w^b = \sum_{i=1}^k \overline{W}_i \cdot FP_i = \sum_{i=1}^k m_i^b \cdot Q \cdot FP_i \quad (4.5.11)$$

而航空公司在開票時間點清艙之後所剩餘之座位數 S' ，於開票日期 b 之後至結束訂位期間所獲得之期望收益為 $f(b, S')$ ，如 4.5.1 節所述，其數學式如下所示：

$$f(b, S') = \begin{cases} P_b^0 f(b-1, S') + P_b^1 [FP_1 + f(b-1, S'-1)] \\ + P_b^2 \max[FP_2 + f(b-1, S'-1), f(b-1, S')] & \text{for } b > 0, S' > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.5.12)$$

然而，若航空公司於開票時間點 b 之旅客總開票數大於可供訂位容量時，則於開票時間點後出現之旅客將無法訂位，意即航空公司可能喪失後到之高費率等級訂位要求之收益。故航空公司在不保留座位予以未來出現訂位要求旅客之情形下，其獲得之總期望收益包括於開票時間點 b 所獲得之已訂位旅客與候補旅客之期望開票收益，以及於開票時間點清艙後所獲得之最大期望收益之總和，意即其總期望收益為 $[ER_b^b + ER_w^b + f(b, S')]$ 。

因此，當開放訂位期間之期望旅客總訂位數大於航空公司之可供訂位容

量時，航空公司制定最適開票時間點 b^* 即為使總期望收益最大之 b 值，如下所示：

$$\text{Max}_b \{ PR_b + [f(t, S') - f(b, S')], ER_b^b + ER_w^b + f(b, S') \} \quad (4.5.13)$$