

跨校選授課專車排程規劃模式暨演算法 之研究¹

A BUS SCHEDULING MODEL AND SOLUTION ALGORITHM FOR INTER-SCHOOL CLASS ATTENDANCE

顏上堯 Shangyao Yan²

蕭妃晏 Fei-Yen Hsiao³

謝潤曉 Jun-Hsiao Hsieh⁴

(100 年 3 月 24 日收稿，100 年 7 月 22 日第一次修改，

100 年 11 月 24 日第二次修改，100 年 12 月 30 日定稿)

摘 要

近年來各校間選授課行為日益頻繁，於是跨校選授課專車因應而生。然而，目前國內跨校選授課專車之班表及排程大多以人工的經驗來規劃，缺乏系統性分析，因此難以掌握排程的績效。緣此，本研究考量合作學校的立場，並在滿足實務之營運目標及相關限制下，構建一多對多起迄需求之跨校選授課專車排程模式，期能輔助合作學校有效地規劃專車排程及班表。本研究模式為一特殊之多重貨物網路流動問題，屬 NP-hard 問題。為有效地求解實務的大型問題，本研究利用問題分解及合併策略，且配合 CPLEX 軟體，發展一有效的啟發解法。最後，本研究以國內某一教學合作大學系統之跨校選授課專車營運為例，進行範例測試，結果良好，顯示本

-
1. 本研究承國科會專題計畫 (NSC-98-2221-E-008-077-MY3) 補助，特此致謝。作者亦感謝二位審查委員提供寶貴的修正意見，使本文更為嚴謹。
 2. 國立中央大學土木工程學系教授 (聯絡地址：32001 桃園縣中壢市中大路 300 號中央大學土木工程學系；聯絡電話：03-4227151-34141；E-mail：t320002@cc.ncu.edu.tw)。
 3. 國立中央大學土木工程學系博士生。
 4. 國立中央大學土木工程學系碩士。

研究模式及演算法應可為實務界及學術界之參考。

關鍵詞：跨校專車；選授課；時空網路；多重貨物網路流動問題；啟發解法

ABSTRACT

In recent years, the cooperation between colleges and the behavior of attending inter-school classes significantly strengthen. In order to service teachers and students for attending inter-school classes, inter-school buses for class attendance arise. However, the inter-school bus route/schedule is manually determined by planning personnel with experience, without optimization from a systemic perspective. Consequently, the effectiveness of the resulting route/schedule is unknown. Therefore, in this research, based on the perspective of the cooperated schools, we develop a bus scheduling model with many-to-many OD demand for inter-school class attendance, subject to the real operating objective and constraints. The model is expected to be an effective planning tool for cooperated schools to decide on a good bus route/schedule for inter-school class attendance. The model is formulated as a special multiple commodity network flow problem, which is characterized as NP-hard. To efficiently solve realistically large problems that occur in practice, we develop a heuristic algorithm by adopting a problem decomposition and collapsing strategy, couple with the use of CPLEX software. Finally, to evaluate how well the model and the solution algorithm could be applied in practice, a case study is performed using the bus operation data for inter-school class attendance from an allied university system in Taiwan. The test results are good, showing that the proposed model and solution algorithm could be useful reference for academics and practices.

Key Words: *Inter-school bus; Class attendance; Time-space network; Multiple commodity network flow problem; Heuristic*

一、緒 論

近年來，臺灣地區隨著大專院校數量的增加，學生人數亦為之增加，但不少學校的規模過小及學門不完整，使得教學資源有限，因此在面臨競爭激烈的教育環境下，各學校應如何加強與他校各學門領域的合作，著實為目前大專院校發展之一重要課題。隨著大專院校間教學合作及選授課行為日益頻繁，於是跨校選授課專車因應而生，以服務有此需求之師生。

目前，國內某一教學合作大學系統，是由四所學校所組成，其各校地理區位分別為：一所 A 學校位於此系統中較北方處，一所 B 學校位於此系統中間處，另二所 C、D 學校位置較為接近且位於此系統較南方處。此大學系統目前提供「跨校選授課專車」的服務，讓師生可以往返四所學校之間。本研究係以合作學校的立場規劃跨校選授課專車排程及班

表，在給定各時段師生搭乘需求，考量此學校系統的財源有限下，且考量租車費用與租車數之相關性，希望在給定的可行日營運時窗下，以最經濟的方式來提供跨校選授課專車，因此以最小車輛數規劃出車隊排程及班表，之後透過公開招標，以選定客運業者提供此服務，並非以營利導向為目的。就目前實施的營運班表之發車時段，可分為上午、下午及晚上等三個時段，且皆由某一學校為起站發車。然而，現行所規劃之路線與班表，難以完善地服務所有跨校選授課之師生需求，且其車隊排程與營運班表皆以人工經驗法則進行規劃，缺乏系統性分析，使得規劃結果難以確保為最佳排程結果。例如，目前其車隊排程與營運班表至少有下列問題：

1. 上課時窗限制：因四所學校的上課時間略有不同，且車輛到達時間必須滿足該校上課之時窗限制，例如 B 學校的第二節課為 9:00 上課，故車輛應於 8:50 前抵達，如此師生方能趕上第二節課。以目前班表而言，車輛最早抵達 A 學校的時間為 10:10，如此無法服務 10:10 前需至 A 學校的師生之需求。
2. 發車地點：實務上的營運規劃皆由某一學校為起站發車，車隊排程缺乏彈性。

類似此等問題，由於實務上端賴規劃人員的經驗，而缺乏有效的決策輔助工具，因此在有限的知識及時間下，實難以規劃有效的選授課專車排程及班表。至於文獻方面，雖然近年來國外已有學者針對校車排程與路線設計問題進行研究 (如 Bodin 與 Berman^[1]、Bowerman 等人^[2]、Braca 等人^[3]、Corberan 等人^[4]、Li 與 Fu^[5])，但此等文獻大多針對某一特定學區內的學校，且此等學校皆具有固定已知上下學時間及站牌位置，以規劃各學校之校車行駛路線與排程。此種型式的校車服務主要由地方政府統籌規劃公用車輛，並於某一時段來服務該學區學校之上學或下學，並非由學校所提供，以有效率地使用既有車輛，降低總運輸成本。由於國外在規劃校車排程之特性與本研究之選授課專車不同，故此等研究之模式難以應用以解決本研究問題。

在國內文獻方面，針對校車排程規劃之相關研究不多 (如陳文瑞^[6]、陳建都^[7]、張容瑄^[8])。對於國內的校車 (或交通車) 服務大多由各學校自行負責，大多只服務單一學校，上學時只要將分散在不同地區的學生全部載往同一個目的地下車，放學時從同一個學校將學生載回上學時上車之停靠站即可，與本研究跨校選授課專車之服務特性不同。表 1 彙整上述國內外相關校車排程與路線設計文獻之規劃目標和求解方法。

本研究問題雖類似含時窗限制之車輛派遣與排程問題，然與以往文獻的問題並不相同。例如以往含時窗限制之車輛派遣與排程問題中，Equi 等人^[9]曾考量卡車車隊在工作日由生產工廠運送物品至不同轉運點或顧客處的最小成本問題，並利用拉氏分解法和拉氏對偶的近似解，發展一演算法，且將求解分成兩個層次 (分別為貨物運送旅次規劃、營運車輛排班規劃)，再以實例測試。申生元^[10]曾針對單一場站及同類型車隊之問題，進行具時窗多趟次路線規劃，並發展二階段求解演算法，且經測試結果良好。Bent 與 Hentenryck^[11]曾探討顧客隨機產生下之一含時窗限制的動態車輛途程問題，其目標為服務顧客數量最大化。作者針對已知與未來的需求下，提出多情境方法持續產生不同的路徑計畫，並透過啟發解比較的方式，以求解此車輛途程問題。Diana 與 Dessouky^[12]曾同時考量空間面

表 1 國內外相關校車排程與路線設計文獻彙整

文獻	規劃目標	求解方法
Bodin 與 Berman ^[1]	車輛數最少	3-opt 交換法
Bowerman 等人 ^[2]	(1)車輛數最少 (2)路線長度最小 (3)承載量與路線長度平衡 (4)學生步行距離最少	區位—路線—位置 (allocation-routing-location) 策略、 集合涵蓋演算法和插入法
Braca 等人 ^[3]	車輛數最少	區位基礎啟發法 (location based heuristic)
Corberan 等人 ^[4]	(1)車輛數最少 (2)載客路線時間最小	分散搜尋法 (scatter search)
Li 與 Fu ^[5]	(1)車輛數最少 (2)載客路線時間最小 (3)路線時間最小 (4)承載量與旅行時間平衡	結合啟發式解法和最佳化方法
陳文瑞 ^[6]	路線時間最短	啟發式解法
陳建都 ^[7]	車輛總距離最小	掃描法和路線間節點交換
張容瑄 ^[8]	車輛總距離最小	模擬退火法

與時間面的問題，發展一平行式插入求解演算法，求解大型含時窗限制的撥召問題，並以洛杉磯市為例，結果顯示此演算法可在求解品質及運算時間之間取得平衡。Ibaraki 等人 ^[13] 曾針對含有軟性時窗之車輛排程問題，發展區域搜尋演算法，在決定所需送貨的顧客順序後，再決定至顧客處的最佳時間，以使懲罰值最小。Azia 等人 ^[14] 曾針對易腐商品的運送且具時窗限制之單車輛多路線問題進行探討，並以最短路徑演算法及資源限制為基礎發展二階段求解演算法：第一階段為路線規劃，第二階段為車輛的指派。測試範例是利用修正傳統的具時窗限制之車輛途程問題 (VRTTW)，經測試後顯示結果良好。Hsu 等人 (2007) ^[15] 曾探討傳統時窗限制下的隨機車輛途程問題，從低溫物流配送業者的觀點，在考量生鮮產品路線配送特性及構建相關成本函數，以最小總成本為目標，建構低溫物流配送路線模式，並運用 Solomon (1983) ^[16] 所發展的「time-oriented nearest-neighbor heuristic」為基礎進行求解，測試結果良好。

另外，以往文獻的撥召共乘問題雖稍似本研究問題，然實質仍不相同。如 Psaraftis ^[17] 曾以最小化車輛繞行時間、乘客旅行時間和等候時間之加總為目標，並考慮車容量及最大位置偏移限制，以動態規劃方法求解單車輛無時窗限制之撥召問題。Desrosiers 等人 ^[18] 曾

以最小化車輛繞行時間為目標，利用整數規劃方式構建模式，並使用動態規劃配合動態標記方法求解模式。向美田^[19]曾針對金門縣無障礙運輸撥召之預約排程系統，以最少路徑成本為目標，發展撥召路線設計演算法，並建議在電腦排程完畢之後，可藉由操作者之經驗與實際路況情形進行路線微調。Cordeau 與 Laporte^[20]曾針對一以最小化車輛繞行成本為目標，且具有車容量限制、車輛最長繞行時間限制及乘客最長旅行時間限制的撥召問題，利用禁忌搜尋法配合節點再插入法，發展一演算法以求解問題。黃台生與許采蘋^[21]曾針對計程車業者營運之角度，探討計程車共乘與撥召計程車之市場可行條件，並建立營運利潤計算模式，最後分別提出業者在有政府補助及無政府補助的狀況下，車行該採行的運費計費方式及乘客的運費分攤比例。Rekiek 等人^[22]曾以最小化車輛使用數為目標，發展一兩階段式求解演算法。第一階段應用基因演算法以分群，第二階段則利用插入機制以規劃路線。Melachrinoudis 等人^[23]曾針對醫護機構行動不便者的接送問題，以最小化運輸成本及對乘客造成不便之時間（包括超額旅行時間以及晚於時窗開始之時間）和之目標，利用禁忌搜尋法求解問題。

上述含時窗限制之車輛派遣與排程問題及撥召共乘問題等文獻，大多基於業者的立場或綜合業者及乘客的立場，針對最小化運送成本或最小化車輛繞行時間目標，考量一對多（或多對一）起迄旅次需求的車輛途程問題、或僅單純車輛途程問題探討，以設計模式及演算法，與本研究的問題（主要基於合作學校的非營利立場，以最小營運車輛數為目標，並考量多對多起迄旅次需求之時空運送限制、及綜合車輛與旅客時空排程限制等）不盡相同，故無法直接應用此等模式及演算法於處理本研究問題，不過其模式及求解方法的發展仍可作為本研究之參考。

綜合上述相關文獻可知，目前於國外校車之排程規劃，主要是由政府單位進行一學區內之各學校上下學之車輛排程規劃，而國內校車之排程規劃仍以單一學校為主，且起迄點特性也多為一或一對多起迄需求，與本研究問題不同。此外，本研究探討在含有時窗限制下，考量多對多起迄需求的運送，有別與傳統文獻中僅探討學校交通車路線的規劃，因此若能針對目前實施的「跨校選授課專車」發展合適的規劃模式及求解演算法，以提供更完善之規劃方案，勢必能增進跨校間學生的學習資源，提高師生跨校選授課之意願，亦能降低營運成本。

緣此，本研究參考實務作業的營運目標及限制，以合作學校的立場，以最小車隊規模為目標，考量跨校選授課之師生之起迄需求，利用網路流動技巧及數學規劃方法，構建一多對多起迄需求之跨校專車排程模式，以協助決策者有效率地規劃跨校選授課專車之班表與車輛排程。此外，本研究模式為一特殊之多重貨物網路流動問題，屬 NP-hard 問題，為有效地求解實務大型問題，本研究利用問題分解及合併策略，且配合 CPLEX 軟體，發展一啟發式解法，以有效率地求解模式。最後，為測試模式及演算法的實用績效，本研究以國內某一教學合作大學系統之跨校選授課專車為例，進行範例測試與分析。本文其餘的內容如下：第二節構建模式，第三節設計求解演算法，第四節進行範例測試，第五節提出結論與建議。

二、模式構建

由於本研究問題牽涉多重跨校選授課專車及師生在時空中之調度與排程及之間的配對，甚為複雜，而時空網路可有效地定式運具及乘客於時間與空間中的流動，且近年來已有許多研究將時空網路技巧，應用在運輸領域之排班及排程，發現成效良好（可參考 Yan 與 Chen^[24]、Yan 等人^[25]、Yan 與 Chen^[26]），因此本研究利用時空網路技巧及數學規劃方法，建構一跨校選授課專車排程模式。以下分別說明模式基本假設或已知資訊、時空網路設計、符號說明及數學模式。

2.1 基本假設或已知資訊

為確保本研究模式的架構合理及界定其使用的限制，茲參考國內某一教學合作大學系統所設立之「跨校選授課專車」實際營運現況，提出下列幾點假設條件或給定之資訊：

1. 以最小車輛數為營運目標；本研究以合作學校的立場，考量此學校系統的財源有限下，且考量租車費用與租車數之相關性，希望在給定的可行日營運時窗下，以最經濟的方式來提供跨校選授課專車，因此模式的目標係以最小車輛數來運送選授課之師生搭乘需求。
2. 針對單一車種，且座位數量為已知之固定值；一般而言，目前校車或通勤車可區分為大型、中型與小型等車種。由於本研究參考之案例，係以單一車種進行營運，為便於構建數學模式且貼近實務之設計，故本研究假設以單一車種且座位數量為已知之固定值。未來若要發展多車種模式，則可以本研究模式為基礎，修正為多車種模式。
3. 欲搭乘之師生起迄需求數量為已知之固定值；實務上，合作學校可就跨校選授課之師生資料，估算各校際間跨校選授課之起迄需求人數，故本研究假設欲搭乘之師生數量為已知之固定值。
4. 在規劃階段上，假設師生均準時或早於起點等待；本研究屬規劃問題，故假設乘客均會準時於起點等待，且容許乘客提早到達等候地點，並不考慮因乘客遲到導致車輛予以等待之情況。至於營運中如何處理乘客可能發生之延遲，則是屬於即時調整問題，可為未來繼續探討之課題。
5. 各學校間之位置皆為已知，且各學校之停靠站數量僅為一站。
6. 已知各校際間不同時段之平均旅行時間；在本研究中，對於時段部分有細分為尖峰與離峰，且假設各校際間不同時段之平均旅行時間為已知。
7. 已知各學校之上課時間限制；本研究上課時間分為上下午兩個時段，各校的上課時間可不同。
8. 已知車輛數上限值；實務上考量營運策略和成本等因素，決策者在排班前給予一初步可容許的車輛數，是為一車輛上限值（實務上，為利於排程，通常此車輛數較為寬鬆），故

本研究假設已知此上限值。

9. 允許師生轉乘車輛；實務上，此合作大學系統提供師生免費搭乘跨校選授課專車，若無規劃直達班次之服務，則師生可轉搭乘其他班次以抵達目的地。

2.2 時空網路設計

本研究利用時空網路定式車輛及乘客在時空中的變換以構建模式，模式含車流與人流兩種時空網路，茲分別說明如下：

(一) 車流時空網路

本研究利用多重時空網路 (multiple time-space networks) 定式跨校選授課專車於時空中的流動情形，每一層網路對應一輛車，表示此車流時空網路含有多層的時空網路，如圖 1 所示。其中，縱軸表示排程作業之時間延續，橫軸則表示各所學校之空間分佈。此時空網路中包含節點及節線二要素，其中節點代表一學校於一特定時間之時空點，節點上之供給、需求，代表於此節點上進入或流出系統之車輛數，而發車節點之供給量與匯集節點之需求量均為一零壹變數，二值相等，表示是否有車輛加入營運。在網路設計上，節點密度之高低，代表時空網路中同一學校於一規劃週期內之節點數量多寡，此一密度之高低，將影響模式在實務上排程之精細度及問題規模。本研究在時窗限制設計上，係依據各學校之課程時間表，以設計時窗之長度，其時間軸長度為早上 6:30 至晚上 10:30，而節點之時距為 10 分鐘，至於決策者在未來使用此模式時，可以依其實際需求自行調整。至於節線則代表車輛於規劃期內二節點之作業事件，又可細分為旅行節線、停留節線、發車節線、匯集節線等 4 種，茲分別說明如下：

1. 旅行節線：此類節線為兩不同學校間的時空連接線，代表車輛於不同學校間及時間之移動。節線時間包含車輛平均行駛時間與乘客上下車時間。節線成本為 0，節線流量上限為 1，表示最多僅允許一輛車流動；下限為 0，表示該時點在該起迄點間，無車輛流動。
2. 停留節線：此類節線為同一學校向下遞延之節線，表示車輛於該時段停留在該學校中。節線成本設計為 0，節線流量上限為 1，表示車輛在該時段該學校停留；下限為 0，表示車輛於該時段不在此學校停留。
3. 發車節線：此類節線為發車節點與各學校最早時點的連接線，代表該車輛發車之學校。由於本研究無固定發車地點之特性，故透過設計一發車節點及發車節線以決策發車地點。節線成本設計為 0，節線流量上限為 1，表示對應之學校為發車地點 (即由該公司前往此學校開始服務)；下限為 0，表示對應之學校不是發車地點。
4. 匯集節線：此類節線為各學校最後時點與匯集節點的連接線，代表車輛任務結束後離開之學校。節線成本為 0，節線流量上限為 1，表示此車輛從該學校離開系統 (即回該公司)；下限為 0，表示無車輛從該學校離開系統。

值得一提的是，上述節線成本的設計，係配合本研究模式之目標函數，並經由網路流

動 (network flow) 的方法，對流過節線的流量，考量會不會引發系統的成本 (即增加系統總成本或目標值) 而定。然而，由於本研究模式的目標 (為最小車輛使用數)，係透過各車流時空網路之供給變數設計 (容後述)，而不透過節線成本設計，故上述各種節線的流量不會增加目標值 (即增加車輛的使用數)，因此其節線成本皆設為 0。另外，圖 1 為車流時空網路示意圖，一層車流網路對應一輛車，用來定式各車輛在時空中的運行路徑 (為節線鏈，arc chain)。在考量營運目標及限制下，為有效地規劃各車輛的運行，如圖 1 所示，一層車流網路中設計有多條的運行路徑 (實質上由所有節線組合而成)，表示各車輛在時空網路中，可有很多條的路徑選擇，但經模式最佳化後，對各車輛會選擇出一條最佳的行駛路徑。

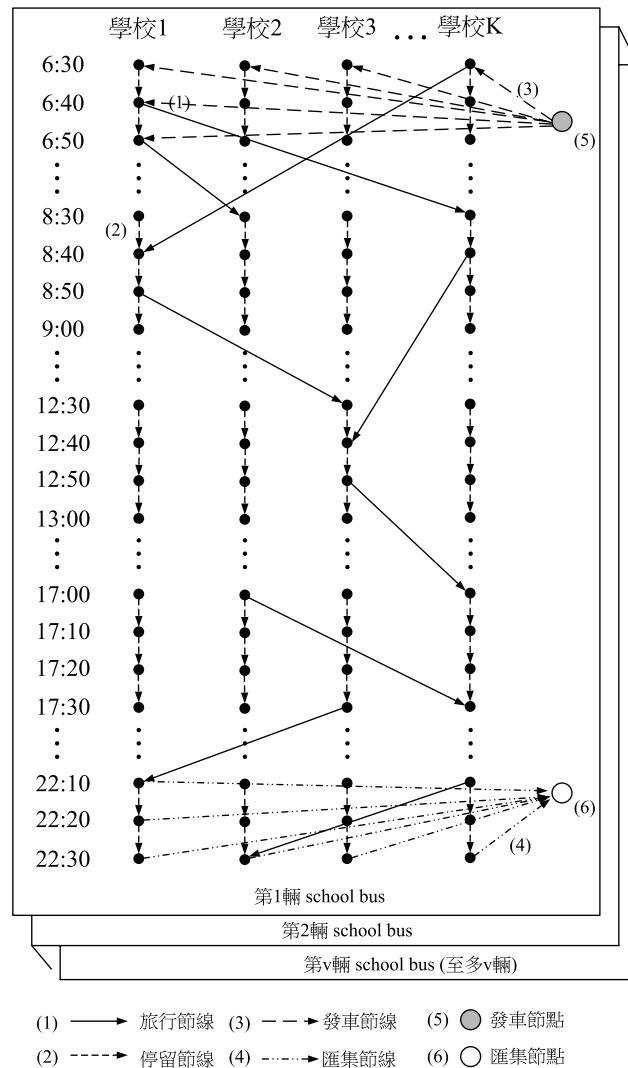


圖 1 車流時空網路示意圖

(二) 人流時空網路

本研究利用人流時空網路表示乘客群於時空中之移動情形，如圖 2 所示。因需考慮多對多起迄搭乘需求間之車輛配對行為，故本研究以多重時空網路定式不同起迄需求之時空流動情形；每層人流時空網路對應一起點-迄點-時窗對 (origin-destination-time, ODT) 需求，其節線上之流量單位為人。人流時空網路之節點密度與節線設計與車流時空網路類似，其網路長度為該需求之起迄時窗，因此各層人流時空網路之網路長度可能不同。時窗開啟時點為乘客最早可搭乘車輛之時間，時窗關閉時點則為乘客最晚需抵達目的地之時間。此外，對應一 ODT 之人流時空網路中時窗開啟點之供給量為該 ODT 之搭乘需求總人數，其與時窗關閉點之搭乘需求總人數相同。人流時空網路中節線又可分為旅行節線和停留節線等 2 種，說明如下：

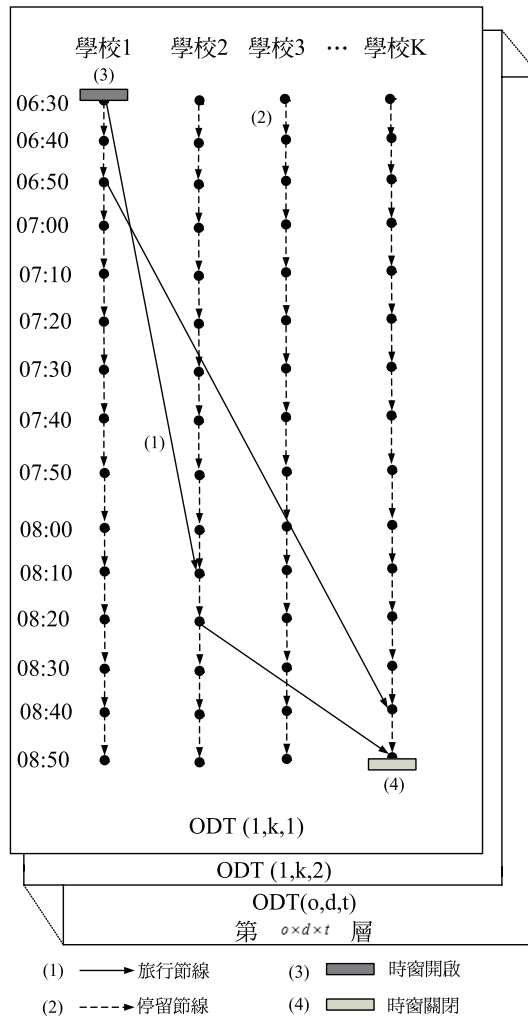


圖 2 人流時空網路示意圖

1. 旅行節線：此類節線為乘客群於不同學校間之時空連接線，代表乘客群在二校間之流動。為配合車流時空網路中車輛旅行節線之起迄時間、空間及節線佈設密度，故此節線的設計方式與車流時空網路之車輛旅行節線相同。節線流量為搭乘需求人數。節線成本為 0，流量上限為無限大，表示節線無流量上限（但最多不大於此 ODT 的需求量）；下限為 0，表示該時段並無乘客搭乘。
2. 停留節線：此類節線為同一學校向下遞延之節線，用以表示乘客於該學校中該時段之停留。節線成本為 0，流量上限為無限大，表示節線無流量上限（但最多不大於此 ODT 的需求量）；下限為 0，表示乘客不在該時段停留於此學校。

值得一提的是，類似車流時空網路的節線成本設計，由於上述各種節線的流量不會引發系統的成本（即增加系統總成本或目標值）而增加車輛的使用數，所以其節線成本皆設為 0。另外，圖 2 人流時空網路示意圖，每層人流時空網路對應一 ODT 需求，用來定式各起迄乘客在時空中的運行路徑（為節線鏈，arc chain）。在考量營運目標⁵及限制下，為有效地規劃各起迄對乘客的運行，如圖 2 所示，一層人流網路中設計有很多條的運行路徑（實質上由所有節線組合而成），表示此乘客起迄對在時空網路中，可有多條的路徑選擇以運送此起迄對乘客，但經模式最佳化後，在車輛的容量足夠下，會以一條最佳的路徑以運送該對起迄的所有乘客（如本研究後述之測試例細部結果中，對各起迄對旅客皆規劃出一條路徑），但若一車輛的容量不足以運送此起迄之所有乘客，則可以另一車輛以另一路徑運送此起迄之剩餘乘客。換言之，在一車輛的容量不足下，可以二輛車如圖 2 中的二條路徑，運送此起迄之所有乘客。

2.3 符號說明

集合定義：

- VN^m : 第 m 層車流網路中所有節點的集合。
- VA^m : 第 m 層車流網路中所有節線的集合。
- PN^k : 第 k 層人流網路所有節點的集合。
- PA^k : 第 k 層人流網路所有節線的集合。
- M : 所有車流網路層的集合。
- K : 所有人流網路層的集合。
- VTA^m : 第 m 層車流網路中，所有旅行節線的集合。
- VTN^m : 第 m 層車流網路中，所有轉運節點的集合。
- VSN^m : 第 m 層車流網路中，供給節點（發車節點）的集合。
- VDN^m : 第 m 層車流網路中，需求節點（匯集節點）的集合。

5. 係指最小車輛數之營運目標，是配合本研究模式使用前提而設計，即考量實務上財源有限下，在給定的可行日營運時窗下，以最經濟的方式來提供跨校選授課專車。

- PTN^k : 第 k 層人流網路中，所有轉運節點的集合。
 PSN^k : 第 k 層人流網路中，供給節點 (只有一點) 的集合。
 PDN^k : 第 k 層人流網路中，需求節點 (只有一點) 的集合。

參數定義：

- g^k : 第 k 層人流網路中供給點之供給量 (單位：人)。
 q : 車容量 (單位：人／車)。

決策變數：

- x_{ij}^m : 第 m 層車流網路中節線 (i, j) 之流量。
 y_{ij}^k : 第 k 層人流網路中節線 (i, j) 之流量。
 v^m : 第 m 層車流網路對應之車輛是否派車？是為 1，否則為 0。

2.4 數學模式

$$\text{Minimize } \sum_{m \in M} v^m \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j \in VTN^m} x_{ij}^m - \sum_{h \in VTN^m} x_{hi}^m = 0, \quad \forall i \in VTN^m, \forall m \in M; \quad (2)$$

$$\sum_{i \in VSN^m} x_{oi}^m = v^m, \quad \forall o \in VSN^m, \forall m \in M; \quad (3)$$

$$-\sum_{i \in VDN^m} x_{id}^m = -v^m, \quad \forall d \in VDN^m, \forall m \in M; \quad (4)$$

$$\sum_{j \in PTN^k} y_{ij}^k - \sum_{h \in PTN^k} y_{hi}^k = 0, \quad \forall i \in PTN^k, \forall k \in K; \quad (5)$$

$$\sum_{i \in PSN^k} y_{oi}^k = g^k, \quad \forall o \in PSN^k, \forall k \in K; \quad (6)$$

$$-\sum_{i \in PDN^k} y_{id}^k = -g^k, \quad \forall d \in PDN^k, \forall k \in K; \quad (7)$$

$$\sum_{k \in K} y_{ij}^k \leq \sum_{m \in M} q \times x_{ij}^m, \quad \forall ij \in \bigcup_m VTA^m; \quad (8)$$

$$x_{ij}^m = 0 \text{ or } 1, \quad \forall ij \in VA^m, \forall m \in M; \quad (9)$$

$$v^m = 0 \text{ or } 1, \quad \forall m \in M; \quad (10)$$

$$y_{ij}^k \in Z^+ \cup \{0\}, \quad \forall ij \in PA^k, \forall k \in K \quad (11)$$

本模式可定式為一特殊之多重貨物網路流動問題 (multiple commodity network flow problem)，目標式 (1) 為系統總車輛數最小化，旨在配合實務考量以最經濟方式運送給定的乘客需求。限制式 (2)、(3) 及 (4) 為各層車流網路之轉運點、供給點及需求點之流量守恆限制式。限制式 (5)、(6) 及 (7) 為各層人流網路之轉運點、供給點及需求點之流量守恆限制式。限制式 (8) 表示各層人流時空網路中任一相同旅行節線流量之加總，應小於或等於該對應之車流旅行節線流量乘上車容量之加總。限制式 (9) 與限制式 (10) 表示各層車流網路中的變數為零壹之限制式。限制式 (11) 表示各層人流網路的節線流量為非負整數限制式。

本研究模式之構建是以合作校方作為決策者為考量，以最小車輛數為目標，規劃跨校選授課專車之班表與排程。此數學模式之使用方法為根據問題輸入所需之資料，包含乘客人數、乘客之起迄點、乘客之時窗限制、車輛數上限、各節線成本及其他相關等參數。模式中輸出資料包含模式目標值、求解時間、各乘客群搭乘之車輛、各車輛行駛路徑與各乘客群行駛路徑等。

三、求解演算法

由於本研究模式為多重貨物網路流動問題，屬 NP-Hard 問題 (Garey 與 Johnson^[27])，故當問題規模變為龐大時，若以現有的最佳化軟體進行求解 (如 CPLEX 數學規劃軟體)，將會相當耗時且難以於時限內有效率地求得最佳解。因此，本研究依問題特性結合 CPLEX 發展一啟發式解法，以下說明此啟發式解法之設計。

(一) 啟發式解法

本研究依據問題特性，利用問題分解及合併策略，進行求解。首先，將問題依時段進行分解，在切成好幾段子問題後，再求解第一段子問題且固定其部分答案後，再加入下一段子問題 (即合併第一段子問題及下一段子問題) 並進行求解，以此類推，慢慢合併並求解，直到所有子問題完全合併成原來的問題且求解後完畢。本研究模式包含車流與人流時空網路兩部分，因本研究於資料輸入中將乘客需求設計為 5 種不同之時窗限制，如表 2 所

表 2 5 種人流時窗限制表

時點	時距	時間	需求種類	備註
1~15	14	6:30~8:50	前往	上午第 2 節課
25~39	14	10:30~12:50	前往	下午第 1 節課
31~45	14	11:30~13:50	前往	下午第 2 節課
35~48	13	12:10~14:20	返回	上完中午 12 點課後
71~97	26	18:10~22:30	返回	上完下午 6 點課後

示，故依據此人流時窗限制分為 5 階段，並分階段逐步求解，且在求解每階段之時空網路時加入前一階段之求解結果（即求解過之部分人流解及車流解），直至所有人流搭乘需求皆配對車輛完畢。

值得一提的是，表 2 中，18:10~22:30 時段相對其他時段較長，主要是參考此學校系統之現行班表而設計（如此亦可以本模式跟現行班表進而測試比較）。實務上此系統學校為讓師生在下課後能在該校用餐或進行其他課業討論，並儘可能滿足所有師生回程之需求，故設計較寬鬆之晚間起迄時窗，因此有夜間行駛的班次。當然本模式在未來其他的應用中，若有不同的考量，亦可依照實際的需要而設計合理的起迄時窗。因此，未來在其他的應用中，依照人流搭乘需求的資料輸入不同，則分階段的方式亦可改變，而車流時空網路則維持不變。此啟發解法的流程圖如圖 3 所示，至於具體的步驟則如下：

【步驟 1】：設定參數

- (1) 設定車輛數上限。
- (2) 分割時段長度；設定欲求解之人流時空網路長度。

【步驟 2】：建立初始網路並求解

- (1) 依照前述步驟所設定之使用車輛數，以及欲求解之人流時空網路，先構建各層車流時空網路。網路之節點及節線設計與原車流時空網路相同，但每個時點皆建有成本為 0 之匯集節線，因此於搭乘需求滿足後，車輛即可返回匯集節點，如圖 4 所示。值得一提的是，由於預期車輛數相較於搭乘需求 ODT 數很小，故本研究實際上並未對車流時空網路切割分段，而是依人流時窗所切割的時段，在車流時空網路中所對應的時段上構建匯集節線，使在子問題中車輛能透過匯集節線提早流至匯集節點，其功能類似切割車流時空網路。
- (2) 依前步驟所設定分割時段來構建人流時空網路層，且僅建立符合此求解階段之乘客時窗開啟時點至乘客時窗關閉迄點內之人流時空網路。例如，第 1 階段的時間為 6:30 至 8:50，故只構建乘客需求中時窗開啟與關閉為 6:30 至 8:50 之間的人流時空網路來與車流時空網路進行配對。
- (3) 以 CPLEX 軟體求解此部分之車流與人流時空網路。

【步驟 3】：擴增人流時空網路層數並進行求解

- (1) 固定步驟 2 中求解後具有流量之部分人流旅行節線，並檢查新增時段是否與上一階段之時間重複？若是，則重複時間內之人流旅行節線則不予固定。例如，第 2 階段之 10:30 至 12:50 與第 3 階段之 11:30 至 13:50，重複之時間（11:30 之後時間）之人流旅行節線則不予固定。至於人流停留節線則不予固定，以維持求解之彈性。
- (2) 固定步驟 2 中求解後具有流量之車流旅行節線和發車節線，即固定大於零的車流旅行節線和發車節線流量。
- (3) 擴增乘客需求時段，及加入下一階段乘客需求時段對應之人流時空網路。
- (4) 以 CPLEX 求解此部分之人流及車流時空網路。

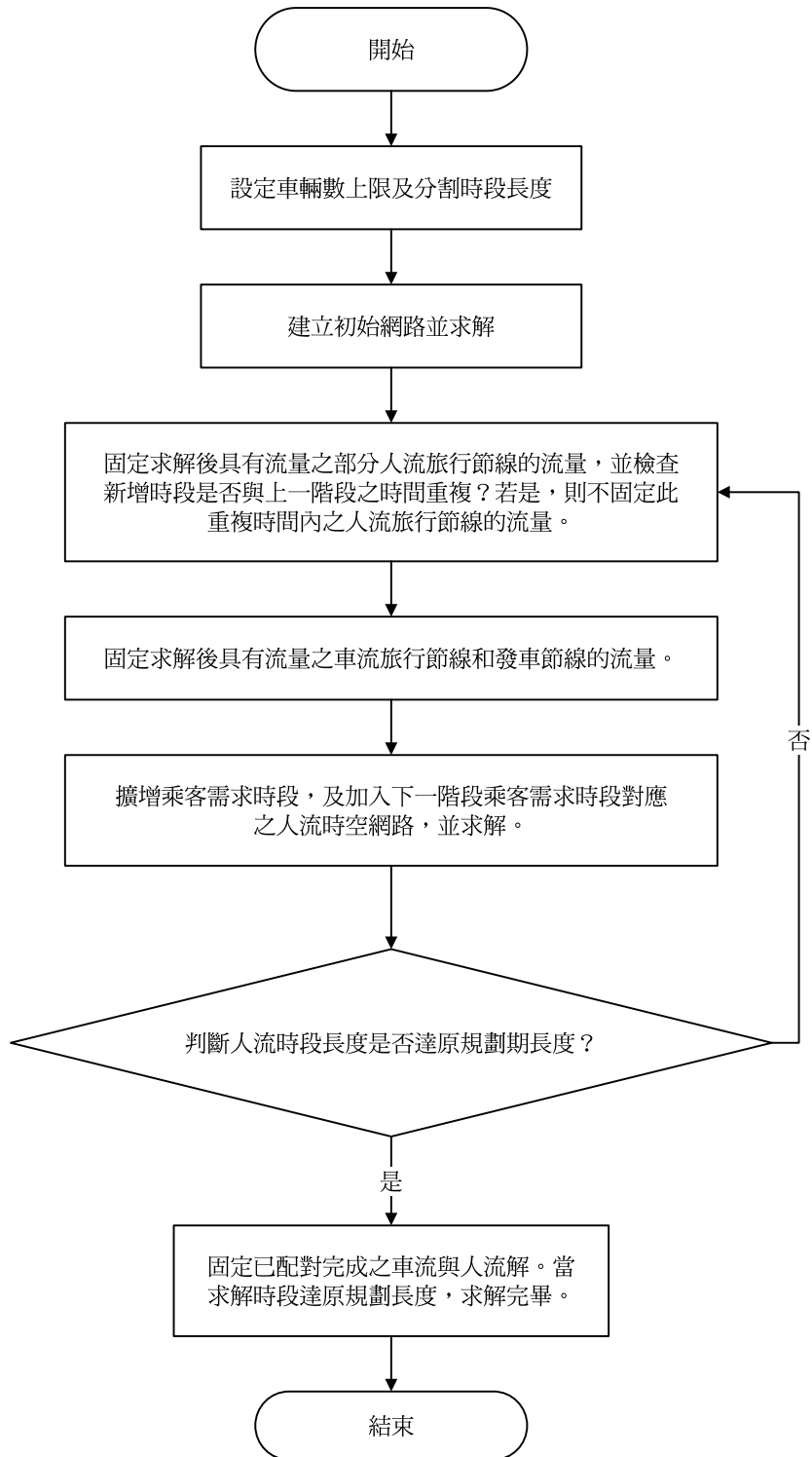


圖 3 啟發解流程圖

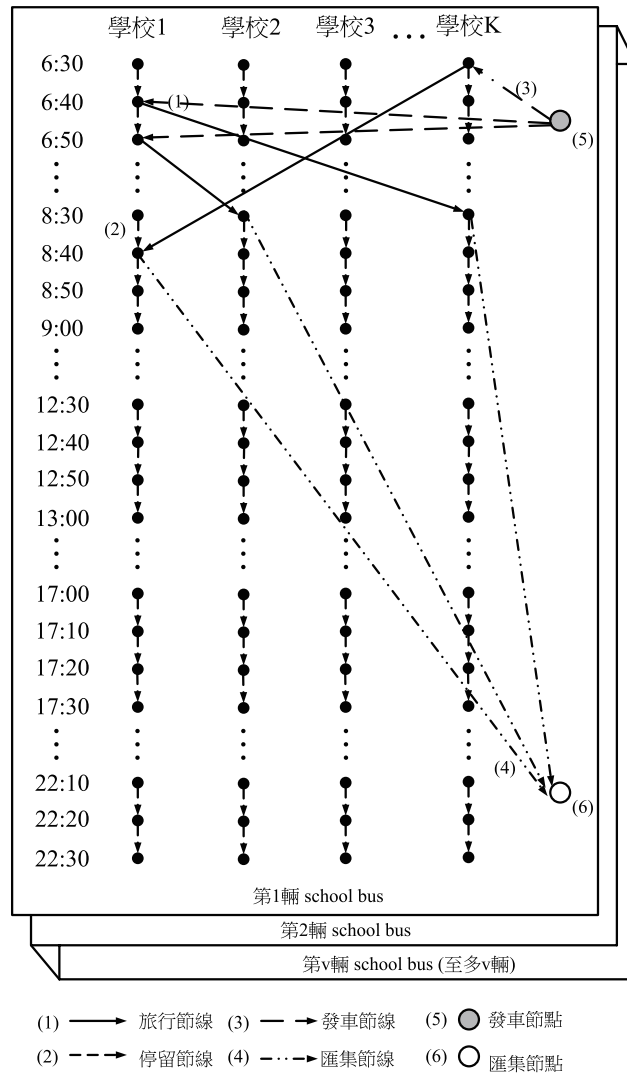


圖 4 第一階段車流時空網路示意圖

【步驟 4】：判斷人流時段長度是否達原規劃期長度？若是，則進入步驟 5。否則，回到步驟 3。

【步驟 5】：固定已配對完成之車流與人流解。當求解時段達原規劃期長度，表示該車流與人流時空網路中之車輛與乘客已完成配對，求解完畢。

值得一提的是，對於在求解過程中，當部分節線答案一旦被固定後，在後續的求解過程中，將不會有任何變化；至於其他沒有被固定的節線答案，則可能會隨後續求解過程有所變化，直到求解完畢後，所有的節線答案才完全確定。此外，本演算法在求解各階段的子問題中，係以最小車輛數為目標，如此在給定的部分人流時空網路層及所有車流網路層(含部分已固定之人流旅行節線解及部分已固定之車流旅行節線和發車節線解)，可求出該

階段子問題所需的最小車輛數。請注意，各階段子問題的解中，部分車流網路層之發車節線可能皆為 0，代表該車不需使用；換言之，若當該層車流時空網路之發車節線有流量時，即表示該輛車有被指派以進行服務。因此，各階段所需使用之車輛數可能不同（明顯的，相較於前面階段，後面階段考量較多的乘客起迄需求，所以所需的最小車輛數不會較小）。之後，各階段依此求解所對應之最小車輛數，直到步驟 5，當求解時段達原規劃期長度，表示已考量原問題之所有人流時空網路層及車流網路層，此時此子問題（為原問題）所求得的車輛數，即為原問題之最小車輛數。

此外，本研究在模式構建上，先給予一初步可容許的車輛數，是為一車輛上限值，以及在給定的乘客起迄需求下，以最小車輛數為目標，同時決策車輛的排程及乘客的運送計畫。在給定的乘客起迄需求下，除非一開始所給予的初步可容許的車輛數太小，否則模式不會無解（因為目標式在給定初步較寬鬆的車輛數下，以求得更經濟的車輛數），因此實際上應不致於太常發生無解的情況。若是真的發生無解時，則其原因是所給的初步可容許之車輛數太小或乘客的需求量太多。針對此情況，決策者可再評估增加車輛數或刪除部分乘客起迄需求。對於要刪除那些乘客起迄需求，決策者可參考其實務的運作或政策，再以評估（本研究經詢問此學校系統的實務作業，發現其作法是考量有無替代運具，或考量刪除後受影響較小的起迄需求等等）。雖然此評估屬決策者之實務或政策考量，不在本研究的範圍內，但是本模式可提供為一決策輔助工具，以幫助決策者在調整可容許的車輛數或乘客起迄需求下，重複地求解、評估，以獲得最滿意的結果。

（二）目標值下限解

因本研究之問題規模龐大，無法直接求得最佳解，故為適當地評估本研究所發展之啟發式解法之求解績效，本研究發展一下限解法。其作法為鬆弛原模式中人流之整數限制式，如 (12) 所示，使原本的整數規劃問題變成混合整數規劃問題。由於鬆弛部分限制，因此此解為原模式目標值之下限解。值得一提的是，理論上此解可能為不可行解（實際上一般為不可行解，若為可行解，則此下限解即為最佳解），即部分人流節線流量不為整數，然而此下限解的設計目的主要在提供一目標值之下限參考（並不需參考下限解之內部解），以評估啟發解法所求得的可行解（為一上限解）之目標值。具體的作法是比較啟發解法求得的可行解與此下限解目標值之差距，理論上此差距較與最佳解目標值的差距為大，故評估上較為保守，然若設計的下限解不佳時（即下限解的目標值過度偏離最佳解目標值），則此評估可能失真，因此如何求得好的下限解目標值，以評估啟發解的品質，在確保良好的啟發解設計上甚為重要。

$$y_{ij}^k \geq 0, \quad \forall ij \in PA^k, \forall k \in K \quad (12)$$

（三）車輛定線與乘客配對演算法

由於本研究模式所得之解為車流與人流之流動解，僅能得到單一車輛排程而無法詳細

得知人流搭乘車輛狀況，因此可以流量分解法求得各車輛所搭載之乘客及旅行路徑，及乘客所搭乘之車輛。本研究利用乘客尋找符合路線車輛的方式，以求得所搭乘之車輛，並盡量以轉乘人數最少之方式完成車輛配對。詳細之步驟如下：

- 【步驟 1】：讀入同一層人流 ODT 之旅行節線答案。
- 【步驟 2】：挑選與該旅行節線相對應之車流旅行節線，並記錄其車流層編號。
- 【步驟 3】：同一層人流時空網路若有第二條旅行節線，即表示人流並非直達，則記錄其對應之車流層編號，且與上一條旅行節線具相同車流層優先配對，方使得轉乘人數較少。若皆與上一條旅行節線車流層編號不同，則記錄為轉乘人數。
- 【步驟 4】：當該層人流時空網路無人流旅行節線時，則該層人流的流量分解完成。
- 【步驟 5】：重複上述步驟，直到所有層人流的流量分解完成。

四、範例測試

為測試本研究模式與啟發式解法的實用績效，本研究參考國內某一教學合作大學系統之跨校選授課專車營運為例，進行模式及演算法的測試及分析。本研究在 Microsoft Windows 之作業平臺下，以 Visual Studio C++ 6.0 撰寫 C 語言程式，結合 CPLEX 11.1 數學規劃軟體進行模式構建與求解，並於 Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU 2.20GHz，2Gb RAM 之個人電腦進行運算。

4.1 資料輸入分析

本研究以國內某一教學合作大學系統為基礎架構（由四所學校所組成，其各校地理區位分別為：一所 A 學校位於此系統中較北方處，一所 B 學校位於此系統中間處，另二所 C、D 學校位置較為接近且位於此系統較南方處），並為適當地擴大測試的規模（避免四所學校的測試規模太小），本研究參考此合作大學系統之相關資料且加上合理的推估，以虛擬方式增加 2 所新的合作學校，將原有 4 所學校擴增為 6 所學校作為基本範例。本研究亦針對新增的校對 (school pair) 間，參考原合作大學系統的相關營運資料（及加上部分的修正），隨機產生距離及旅次起迄對，以進行測試。此測試所需資料主要可分為跨校選授課專車排程所需之相關參數與搭乘需求資料。

關於跨校選授課專車排程所需的資料，包含規劃開始與結束之時間、車輛數上限值、各校間距離與車輛平均時速等。另外，由於師生之個人詳細選授課資料取得不易，因此本研究在蒐集現有營運相關資料後，經系統性整理及合理的假設，作為測試之輸入資料。未來在實務的應用上，宜估算詳細之選授課資料以為車輛排程規劃之用。至於在車輛數上限值方面，主要是依據決策者最多願意提供的車輛數為主，本研究範例係假設為 10 輛。此外，各校際間的行駛路線距離為已知資訊，本研究可依據車輛平均時速推算出其旅行時間。為適當地反應實務的交通情況，茲假設尖峰時段為早上 7:00 至 9:00 以及 17:00 至

19:00，尖峰時段內之平均時速為 30 公里／小時，而其餘時間則為離峰時段，平均時速為 40 公里／小時。

搭乘需求之相關資料包含該需求之起迄點、時窗限制、搭乘需求人數、旅次特性等。由於本研究無法取得詳細的選授課資料，因此僅能參考各校每學期跨校選授課統計總人數的歷史資料為依據，大致估算所需資料。其作法係假設學校數有 6 所，總選授課人數為 400 人，然後再以隨機方式產生起迄點、時窗限制及各起迄之搭乘需求人數等相關資料。至於上課時窗限制則可由各校的實際上課時間得知。另外，本研究假設乘客抵達目的地後需花費 10 分鐘步行至教室或下課後步行至搭乘站牌，以更符合實務作業。例如，前往上午第二節課 (9:00 上課) 為例，其時窗開啟為 6:30，時窗關閉為 8:50；換言之，若上課時間為 9:00 則車輛須在 8:50 前抵達目的地，如此乘客才能在上課前抵達教室。最後，本研究參考實務的跨校選授課專車班表，擬定每日規劃總時窗從早上 6:30 至晚上 10:30 (時間長為 16 小時)、5 種上課限制時窗資料 (如表 2 所示)、2 種旅次特性 (前往或返回)、40 種 ODT 及 10 分鐘之節點時距等。

4.2 測試結果與分析

本研究測試範例共含 6 所學校、16 小時規劃長度 (從早上 6:30 至晚上 10:30)、10 輛車上限、400 總搭乘人數及 40 種 ODT。若以 10 分鐘為節點間距，則每日的規劃長度為 97 個時點。此測試例的網路模式規模含 10 層車流網路、40 層人流網路、9,756 個節點及 133,105 條節線；至於數學模式規模則含 16,956 個整數變數、116,149 個零壹變數、9,756 流量守恒限制式及 1,353 車容量限制式。由於此等問題規模無法以 CPLEX 在一天內求解完成，難以實用，因此本研究利用發展的啟發解求解，結果如表 3 所示。其中啟發解與下限解的目標值皆為 6 輛車，顯示啟發解之誤差為 0%，亦表示此啟發解即為最佳解。至於啟發解的求解時間為 1,643 秒，此求解效率在實務的規劃階段上 (通常所需的時間限制不緊) 應可接受。至於下限解的求解時間為 68,821 秒，雖然較長，但此下限解的設計目的僅在事後驗證啟發解的效果，因此求解時間的迫切性較低。至於啟發解之細部解中，車流總時間為 4,980 分，人流總時間為 52,700 分，轉乘人數為 30 人。另外，在規劃時間內各車載客數如表 4 所示，其中車編號 2、車編號 5、車編號 7、車編號 8、車編號 9 和車編號

表 3 模式求解結果

啟發解目標值 (輛)	6
車流總時間 (分)	4,980
人流總時間 (分)	52,700
轉乘人數 (人)	30
下限解目標值 (輛)	6
啟發解求解時間 (秒)	1,643
下限解求解時間 (秒)	68,821
啟發解誤差	0%

表 4 車輛載客數結果

ODT 人流層	車輛編號載客數						轉乘人數
	# 2	# 5	#7	#8	#9	#10	
1						10	
2	10						
3			10				
4						10	
5			10				
6		10					
7	10						
8		10					
9		10					
10			10	10			10
11			10				
12		10					
13					10		
14		10					
15	10						
16						10	
17				10			
18						10	
19					10		
20	10	10					10
21			10				
22					10		
23	10						
24		10					
25		10					
26					10		
27			10				
28			10				
29					10		
30		10					
31	10						
32						10	
33		10					
34				10	10		10
35		10					
36			10				
37	10						
38	10						
39				10			
40					10		
各車人數加總	80	110	80	40	70	50	-
全部加總	430						-

10 之總載客數，分別為 80 人、110 人、80 人、40 人、70 人和 50 人。另外，有轉乘之 30 人分別只轉乘一次。至於更細部的解內容，則限於篇幅不再贅述。

4.3 敏感度／方案分析

為更進一步了解模式中相關參數對模式決策之影響，本研究針對總搭乘需求人數和 ODT 種類之重要參數進行敏感度分析，亦針對不同問題規模和比較現行班表等情況進行方案分析。各敏感度／方案分析中，有關車輛的載客數細部結果，因礙於篇幅限制，不再贅述。至於其他的參數分析或方案分析，可以類似作法在未來探討。

1. 總搭乘需求人數

本研究在維持相同 40 種 ODT 之情況下，分別針對原範例人數 400 人之 60% 至 140% 範圍進行測試，在人數方面則將原各別 ODT 人數增減。以 80% 為例，將原 40 種 ODT 之個別人數 10 人減少至 8 人，在不變動 ODT 數量與種類之情況下，總人數變為 320 人進行測試，其餘變動比例方式則依此類推。測試結果如表 5 所示，當總搭乘需求人數在 60%、80%、100% 時，所求得的目標值皆為 6 輛，其原因受限於第 2、3、4 種上課時窗限制中之需求所致，由於此 3 種時窗時間有部分相互重疊，不易利用轉運以減少車輛數，因此即使人數減少，但仍需 6 輛車才能滿足服務。而當總搭乘需求人數增為 120% 與 140% 時，則因人數增加，造成原 6 輛車的座位數不足，因此車輛數需增為 7 輛。至於車流及人流總時間均隨總搭乘需求人數增加而增加，其中後者的增幅較前者大，主要是總搭乘需求人數相較車輛數為大，故變化較敏感。另外，在相同的車輛數下，轉乘人數會隨總搭乘需求人數增加而增加，代表運送愈有效率。最後，啟發解求解時間亦隨總搭乘需求人數增加而增加，但最大亦在 2,103 秒以下，此求解效率對實務的規劃問題而言應可接受，表示啟發解在此總搭乘需求人數下仍可實用。

表 5 總搭乘需求人數之敏感度分析結果

總搭乘需求人數比例	60%	80%	100%	120%	140%
總搭乘需求人數	240(人)	320(人)	400(人)	480(人)	560(人)
目標值 (輛)	6	6	6	7	7
車流總時間 (分)	4,520	4,760	4,980	5,150	5,340
人流總時間 (分)	29,860	41,760	52,700	58,770	63,210
轉乘人數 (人)	0	16	30	12	14
啟發解求解時間 (秒)	1,304	1,566	1,643	1,922	2,103
目標值變動幅度	0%	0%	0%	16%	16%

2. ODT 種類

本研究維持總搭乘人數 400 人情形下，分別測試 20、30、40、50 與 60 種等 ODT 種數。此等 ODT 之設計，茲以 30 種 ODT 為例說明：因本研究原設計 5 種時窗，故將 5 種

時窗類型之 ODT 總類隨機各減少 2 個，共計減少 10 個。此外，為控制其總人數相加為 400 人，因此將此 30 種 ODT 的各別 ODT 產生人數至 13 人或 14 人 (40 種 ODT 之個別 ODT 皆為 10 人)。至於其他種 ODT 的設計依此類推。測試結果如表 6 所示，當 ODT 種類數由 20 逐漸增加至 60 時，所需之最小車輛數亦隨之增加，當 ODT 數量為 20 種時，需 4 輛車，當 ODT 數量為 60 種時，需 7 輛車。此外，當 ODT 種類數由 20 逐漸增加至 60 時，車流總時間與人流總時間亦隨之增加，但由於總人數維持不變在 400 人，因此人流總時間的增幅不較車流總時間的增幅大 (與前述總搭乘需求人數的敏感度分析不同)。另外，隨 ODT 的種類增多 (即使總人數維持不變在 400 人時)，啟發解的求解時間亦明顯的隨之增加，其主要原因是人流網路數量隨 ODT 數量增加而增加。故當 ODT 種類增為 60 時，求解時間則增為 3,288 秒，然值得一提的是，此求解時間 (低於 1 小時) 對實務的規劃問題而言，仍應可接受。

表 6 ODT 總類之敏感度分析結果

ODT 總數	20	30	40	50	60
一 ODT 人數	20	13~14	10	8	6~7
目標值 (輛)	4	5	6	7	7
車流總時間 (分)	3,030	4,250	4,980	5,880	6,380
人流總時間 (分)	44,760	49,520	52,700	58,950	59,820
轉乘人數 (人)	0	0	30	8	14
啟發解求解時間 (秒)	201	1,142	1,643	2,609	3,288
目標值變動幅度	-33%	-17%	0%	17%	17%

3. 不同問題規模

本研究為了解不同問題規模的模式對啟發解求解效率的影響，茲設計以下 3 種問題規模之方案，進行測試分析。

方案 A：學校數 4 所，總搭乘人數 200 人，ODT 種類 20 個。

方案 B：學校數 6 所，總搭乘人數 400 人，ODT 種類 40 個。

方案 C：學校數 8 所，總搭乘人數 600 人，ODT 種類 60 個。

其中，方案 A 較原方案 (方案 B) 少二所虛擬學校，剩下目前此合作大學系統的四所學校，並刪除原方案中與二虛擬學校之相關資料。至於方案 C 則較原方案 (方案 B) 多二所學校，其新增資料作法上如前，係以虛擬方式產生新增之二學校，亦針對新增的校對間，參考原合作大學系統的相關營運資料，隨機產生距離及旅次起迄對。測試結果如表 7 所示，隨問題規模擴大，所需的車輛數亦增加，如方案 A 需 2 輛車，方案 B 需 6 輛車，方案 C 需 8 輛車。至於啟發解與下限解皆一致，顯示此啟發解即為最佳解，代表啟發解效果甚佳。對於求解時間方面，當問題規模越大，啟發解與下限解之求解時間亦皆隨之增加，最大規模 C 的啟發解求解時間為 3,688 秒 (約 1 小時)，實務上仍可接受。至於下限解之求

解時間為 94,432 秒，雖較長但屬事後驗證之用，較無關係。最後，車流總時間、人流總時間及轉乘人數均隨問題規模擴大而增加，頗為合理。

表 7 不同規模大小之方案分析結果

	方案 A	方案 B	方案 C
學校數 (所)	4	6	8
ODT 種類 (個)	20	40	60
總人數 (人)	200	400	600
目標值 (車)	2	6	8
車流總時間 (分)	1,560	4,980	7,250
人流總時間 (分)	13,380	52,700	70,320
轉乘人數 (人)	0	30	40
求解時間 (秒)	144	1,643	3,688
下限解 (分)	2	6	8
求解時間 (秒)	18,810	68,821	94,432
啟發解誤差	0%	0%	0%

4. 現行班表

由於本研究礙於無法取得詳細的選授課資料，因此參考此教學合作大學系統之跨校選授課專車現行班表，如圖 5 所示，以為測試比較。其現行班表的時窗設計可分為 4 種，為早上上課 (06:30~09:00)、下午上課 (11:30~14:00)、下午回程 (12:00~17:00) 與晚上回程 (17:00~22:30)。圖 5 中「X」表示無法服務之起迄，1010 表示專車在 10:10 才能抵達，並分別由 3 輛車來服務 (以不同圖示表示不同車)，且發車地點是固定由某一學校出發。

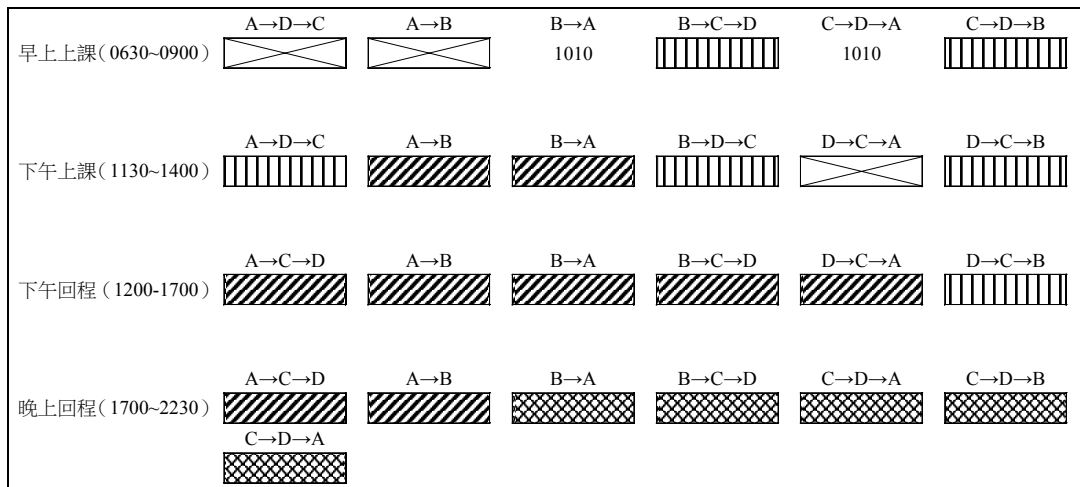


圖 5 跨校選授課專車之現行班表時窗設計

本研究依據此現行班表之時窗設計、4 所學校及 20 種各時段可服務之起迄，隨機產生 20 種 ODT 及需求 (共 200 總搭乘人數) 進行測試與分析。值得一提的是，由於現行班表有無法服務之起迄 (如早上 0900 前學校 A 到 D 到 C、早上 0900 前學校 A 到 B、下午 1400 前學校 D 到 C 到 A、早上 0900 前學校 B 到 A、早上 0900 前學校 C 到 D 到 A)，因此為求公平之測試比較，本研究不產生此等起迄對資料。另外，為反應現行班表之服務情況，本研究模式暫不考慮乘客抵達目的地後需花費 10 分鐘以步行至教室或下課後步行至搭乘站牌之條件。

依據上述產生的起迄需求及條件，我們首先利用本研究模式，且固定原現行班表的 3 層車流網路所對應的旅行節線，並刪除其餘旅行節線，再求解此修正模式，以反應利用現行班表及 3 輛車以服務此等需求之排程績效。之後再利用本研究模式求解相同之問題，測試結果如表 8 所示。本研究模式所得之最小車輛數為 2；而現行班表需 3 輛車方能服務。至於在車流與人流總時間方面，現行班表之車流總時間為 1,210 分鐘，而本研究模式求得之車流總時間為 920 分鐘；現行班表之人流總時間為 12,020 分鐘，而本研究模式之人流總時間為 10,580 分鐘，二者皆明顯降低。此外，依現行班表下有 10 人無法服務，而本研究模式可服務所有乘客。由此可以發現在給定同樣的乘客需求下，本研究模式所求得的结果顯然較現行班表為佳。就理論面而言，現行的班表及車輛排程僅為本研究模式之一可行解，其解並非最佳解，故較本研究模式解為差 (至多一樣)。

表 8 現行班表與本研究模式解之結果分析

	現行班表	本研究模式解
目標值 (車)	3	2
車流總時間 (分)	1,210	920
人流總時間 (分)	12,020	10,580
未服務人數 (人)	10	0
轉乘人數 (人)	10	10

五、結論與建議

本研究針對國內某一教學合作大學系統之跨校選授課專車問題，基於合作學校的立場，以最小車隊規模為目標，考量跨校選授課之師生起迄需求，利用網路流動技巧與數學規劃方法，構建一多對多起迄需求之跨校選授課專車排程模式。此模式為一特殊之多重網路流動問題，屬 NP-hard 問題。為有效率地求解實務的大型問題，本研究利用問題分解及合併策略，且配合 CPLEX 數學規劃軟體，發展一啟發式解法。為評估本研究模式及求解演算法的應用績效，本研究參考國內某一教學合作大學系統之跨校選授課專車營運為例進行測試，結果良好。另外，本研究亦針對數個重要參數及營運情境進行敏感度及方案分析，

發現此等參數的變化與結果變化之相關性皆為合理，亦發現本研究模式規劃解的營運績效較現行班表的營運績效為佳。此外，在此等敏感度及方案分析中，本研究發展之啟發解仍能維持良好之績效，適用於實務。由上述結果顯示，本研究所發展之多對多起迄需求模式及求解演算法的測試效果頗佳，應具實用性價值，可望提供給決策者參考，以有效地規劃校際間之校車排程問題。最後，本研究所發展之數學模式係參考此教學合作大學系統的實務作業，以最小車輛數為目標，而在其他的應用上，未來可針對不同營運目標為考量進行研究，例如若考量最小總營運時間之目標，則可以加總人流或車流之旅行時間，並增加對人流或車流旅行時間之權重設計，再運用本研究演算法，或參考本研究演算法發展有效的演算法，以求解模式。至於不同權重的設計，所得的結果應會有所不同；例如當車流權重值設計越大時，其求解結果將規劃以車流總時間越小為佳；但若當車流權重值設計越小時，則其求解結果將相對重視人流總時間，而規劃以人流總時間越小為佳。此外，決策單位可能會有其他的規劃目標（例如最小總營運成本等）或不同的營運限制（如多車種營運、不同的起迄時窗限制等），因此如何針對此等規劃目標或營運限制，修正本研究模式以發展合適的模式，並配合此修正模式發展合適的求解演算法，可為未來的研究方向。

參考文獻

1. Bodin, L. D. and Berman, L., "Routing and Scheduling of School Buses by Computer", *Transportation Science*, Vol. 13, No. 2, 1979, pp. 113-129.
2. Bowerman, R., Hall, B., and Calamai, P., "A Multi-Objective Optimization Approach to Urban School Bus Routing: Formulation and Solution Method", *Transportation Research Part A*, Vol. 29, No. 2, 1995, pp. 107-123.
3. Braca, J., Bramel, J., Posner, B., and Simchi-Levi, D., "A Computerized Approach to the New York City School Bus Routing Problem", *IIE Transactions*, Vol. 29, 1997, pp. 693-702.
4. Corberan, A., Fernandez, E., Laguna M., and Marti, R., "Heuristic Solutions to the Problem of Routing School Buses with Multiple Objectives", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 53, No. 4, 2002, pp. 427-435.
5. Li, L. and Fu, Z., "The School Bus Routing Problem: A Case Study", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 53, No. 5, 2002, pp. 552-558.
6. 陳文瑞，「交通車之網路設計」，臺灣大學土木工程研究所碩士論文，民國 79 年。
7. 陳建都，「校車路線指派問題之研究」，大葉工學院事業經營研究所碩士論文，民國 86 年。
8. 張容瑄，「模擬退火法在校車路線問題上的應用」，中正大學數學研究所碩士論文，民國 90 年。
9. Equi, L., Gallo, G., Marziale, S., and Weintraub, A., "A Combined Transportation and Scheduling Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, No.1, 1997, pp. 94-104.

10. 申生元, 「多趟次車輛途程與排程問題」, 行政院國家科學委員會專題計畫報告, NSC90-2218-E155-010, 民國 90 年。
11. Bent, R. W. and Hentenryck, P. V., "Scenario-Based Planning for Partially Dynamic Vehicle Routing with Stochastic Customers", *Operations Research*, Vol. 52, No. 6, 2004, pp. 977-987.
12. Diana, M. and Dessouky, M. M., "A New Regret Insertion Heuristic for Solving Large-Scale Dial-a-Ride Problems with Time Windows", *Transportation Research Part B*, Vol. 38, 2004, pp. 539-557.
13. Ibaraki, T., Kubo, M., Masuda, T., Uno, T., and Yagiura, M., "Effective Local Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem with General Time Windows Constraint", *Transportation Science*, Vol. 39, 2005, pp. 106-232.
14. Azia, N., Gendreau, M., and Potvin, J. Y., "An Exact Algorithm for A Single-Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Routes", *European Journal of Operational Research*, Vol. 178, No. 3, 2007, pp. 755-766.
15. Hsu, C. I., Hung, S. F., and Li, H. C., "Vehicle Routing Problem with Time-Windows for Perishable Food Delivery", *Journal of Food Engineering*, Vol. 80, 2007, pp. 465-475.
16. Solomon, M. M., "Vehicle Routing and Scheduling with Time Windows Constraints: Models and Algorithms", Ph.D. dissertation, Department of Decision Science, University of Pennsylvania, USA, 1983.
17. Psaraftis, H. N., "A Dynamic Programming Approach to the Single-Vehicle, Many-to-Many Immediate Request Dial-a-Ride Problem", *Transportation Science*, Vol. 14, 1980, pp. 130-154.
18. Desrosiers, J., Dumas, Y., and Soumis, F., "A Dynamic Programming Solution of the Large-Scale Single Vehicle Dial-a-Ride Problem with Time Windows", *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, Vol. 6, 1986, pp. 301-325.
19. 向美田, 「公車動態資訊與撥召系統之研究與建立－以金門縣為例」, 交通大學交通運輸研究所碩士論文, 民國 86 年。
20. Cordeau, J. F. and Laporte, G., "A Tabu Search Heuristic for the Static Multi-Vehicle Dial-a-Ride Problem", *Transportation Research Part B*, Vol. 37, 2003, pp. 579-594.
21. 黃台生、許采蘋, 「計程車共乘與撥召計程車可行條件之研究」, 第 14 屆海峽兩岸都市交通學術研討會, 中華大學, 民國 95 年, 頁 203-224。
22. Rekiek, B., Delchambre, A., and Saleh, H. A., "Handicapped Person Transportation: An Application of the Grouping Genetic Algorithm", *Engineering Application of Artificial Intelligence*, Vol. 19, 2006, pp. 511-520.
23. Melachrinoudis, E., Ilhan, A. B., and Min, H., "A Dial-a-Ride Problem for Client Transportation in a Healthcare Organization", *Computers and Operations Research*, Vol. 34, 2007, pp. 742-759.
24. Yan, S. and Chen, H. L., "A Scheduling Model and a Solution Algorithm for Inter-City Bus Carriers", *Transportation Research Part A*, Vol. 36, 2002, pp. 805-825.
25. Yan, S., Chen, S. C., and Chen, C. H., "Air Cargo Fleet Routing and Timetable Setting with Multiple On-Time Demands", *Transportation Research Part E*, Vol. 42, Issue 5, 2006, pp. 409-430.

26. Yan, S. and Chen, C. H., "Coordinated Flight Scheduling Models for Allied Airlines", *Transportation Research Part C*, Vol. 15, 2007, pp. 246-264.
27. Garey, M. R. and Johnson, D. S., *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, WH Freeman, San Francisco, CA, 1979.