

# 考量最大願付價格下巡迴計程車市場 最佳空車率與費率之研究

## OPTIMAL VACANCY RATE AND FARE FOR A CRUISING TAXI MARKET WITH CONSIDERATION OF MAXIMUM WILLINGNESS-TO-PAY

張學孔 Shyue-Koong Chang<sup>1</sup>  
朱純孝 Chun-Hsiao Chu<sup>2</sup>

(96年1月22日收稿, 96年6月26日第一次修改, 96年7月19日  
第二次修改, 97年3月1日定稿)

### 摘 要

本研究針對以往雙邊取對數之計程車市場需求函數必須在需求之價格彈性絕對值大於1下求解之限制, 提出考量消費者「最大願付價格」之處理方法, 以解決當價格彈性絕對值小於或等於1時, 無法求解最佳解之狀況; 同時, 研究中以社會福利極大為目標, 求解在此最大願付價格下, 計程車市場之最佳空車率、補貼率與費率。研究分析結果證明, 本研究所提之方法較傳統方法更具一般性, 並可有效克服傳統方法之限制; 最佳化結果則顯示, 在考量最大願付價格下, 最佳空車率與補貼率為價格彈性、等車時間彈性、最高願付價格及邊際成本之函數, 而最佳費率則發生於每車公里費率等於邊際成本時。以臺北都會區實例分析結果則顯示, 最佳空車里程、載客里程、及空車率均較未考量最大願付價格下之最佳化結果為低; 就2005年9月底臺北地區登記之58,488輛

- 
1. 國立臺灣大學土木工程學系教授 (聯絡地址: 10617 臺北市羅斯福路4段1號臺灣大學土木系; E-mail: skchang@ntu.edu.tw)。
  2. 國立臺灣大學土木工程學系博士、國家災害防救科技中心助理研究員 (聯絡地址: 231 臺北縣新店市北新路3段200號9樓; E-mail: shaw@ncdr.nat.gov.tw)。

計程車數量而言，分析結果顯示當計程車平均每日營運時間超過 7.44 小時，大臺北地區之計程車市場有超額供給之現象，若以每日營業 9 小時分析，則會有一萬零一百餘輛之超額供給。就損益兩平次佳解加以考慮，則只要計程車平均每日營運時間超過 5.71 小時，大臺北地區之計程車市場即有超額供給之現象，若以每日營業 9 小時分析，則會有二萬一仟三百餘輛之超額供給。

**關鍵詞：**計程車；空車率；定價；最大願付價格；社會福利

## ABSTRACT

*In this study, a welfare maximization objective for the maximum willingness-to-pay has been analyzed for a cruising taxi market to deal with the common restriction of the conventional log-linear demand function that the price elasticity has to be restricted to be less than -1. This study also proves that the mathematical model formulated in this study is more generalized than the conventional taxi model. The optimization results show that the optimal vacancy and subsidy rate are the functions of the price elasticity, the waiting-time elasticity, the maximum willingness-to-pay around the taxi market and the marginal cost. The numerical results also show that, with the maximum willingness-to-pay, the optimal fare should be equal to the marginal cost while the optimal vacancy mileage, occupancy mileage and vacancy rate are higher than the results without considering the social maximum willingness-to-pay. Regarding fleet size, 58,488 taxis were registered in Taipei Metropolitan till the end of September, 2005; it is shown in the scenario of the first best environment that the taxi market of the Taipei metropolitan area would be excessively supplied when the average daily operating hours of taxi drivers is more than 7.44 hours, while there is an excessive fleet size of 10,100 when the average operating hours of taxi drivers is 9 hours. In the second-best environment, the excessive supply would happen as long as the average daily operating hours of taxi drivers is over 5.71 hours, while there is an excessive fleet size of 21,300 when the average operating hours of taxi drivers is 9 hours.*

**Key Words:** *Taxi; Vacancy rate; Pricing; Maximum willingness-to-pay; Social welfare*

## 一、前言

在運輸需求研究中，將需求函數設定為雙邊取對數 (Log-linear) 之函數型態 (如 Cobb-Douglas 需求函數、抽象運具選擇模式等)，係相當常見之作法，此類函數指定方式具有函數形式簡單、校估容易等優點，因而廣為運輸相關研究人員所採用。

在巡迴計程車市場之相關研究中，將雙邊取對數指定為需求函數之型態亦為相當常見之作法，如 Douglas<sup>[1]</sup>、張堂賢<sup>[2]</sup>、Schaller<sup>[3]</sup>、黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>、Chang 與

Chu<sup>[6]</sup>等人之研究，均曾採用此類函數型態進行分析；然而，雙邊取對數之需求函數型態雖具有校估與分析上之優點，但當用於消費者剩餘或社會福利之分析時，在需求缺乏彈性或均一彈性（即需求之價格彈性絕對值小於或等於 1）之狀況下，卻會面臨積分發散而導致消費者剩餘或社會福利無法計算之情形。

在張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>的研究中，亦延續 Douglas<sup>[1]</sup>之理論模型，採用雙邊取對數之函數型態，考量市場需求面與供給面特性，建立計程車市場之需求模式與成本模式，並在損益兩平社會福利極大的目標下，求解計程車最佳之費率與空車率。由於實證研究發現，臺灣地區計程車產業之價格彈性絕對值均大於 1；因此，該研究之分析架構，主要係針對計程車產業之價格彈性絕對值大於 1 之狀況所建立；然而，當面臨價格彈性小於或等於 1 時，由於該研究係假設需求為雙邊取對數之需求函數型態，其理論模式卻面臨積分發散而導致消費者剩餘或社會福利無法計算之狀況。本研究以導入「最大願付價格」(maximum willingness-to-pay) 之方法，試圖解決在價格彈性小於或等於 1 之狀況下，雙邊取對數需求函數積分發散之特性。

本研究改善 Douglas<sup>[1]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等先前之研究，利用分析性數學模式，以社會福利最大為目標，在考慮最大願付價格下，建立於需求之價格彈性小於或等於 1 之狀況下，仍能適用於雙邊取對數需求函數型態之一般化最佳費率與空車率模式。本文之內容結構，除本節背景說明外，第二節為理論回顧，主要係針對 Douglas<sup>[1]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之理論架構進行回顧與探討；第三節為模式構建與求解，分別就需求面與供給面，構建在考量最大願付價格下之需求函數與成本函數，並在社會福利極大的目標下，進行模式求解。第四節為實例應用分析，透過合理參數的設定，以了解決策變數的最佳值及模式之可適用性，並與黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之成果進行比較；最後提出本研究之具體結論與建議。

## 二、理論回顧

本研究改善黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>之研究，試圖建立於需求之價格彈性絕對值小於或等於 1 之狀況下，仍能適用於雙邊取對數需求函數型態之一般化模式，本節首先針對前述研究之理論架構進行完整之回顧與探討，在第三節則進一步針對在雙邊取對數需求函數型態下，消費者剩餘或社會福利無法計算之主要原因加以說明，並提出可行之改善方法。

### 2.1 計程車之需求及供給函數

張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>之研究假設計程車的需求主要受到費率及服務水準的影響，因此，其需求函數可表示為：

$$Q = f(\text{計程車費率, 等車時間, 公車/捷運費率, 所得, 其他服務因子}) \quad (1)$$

當費率和等車時間以外的因素設為固定不變時，可將計程車的需求函數進一步表示為：

$$Q = f(P, w) \quad (2)$$

其中， $P$  為計程車費率、 $w$  為等車時間；且  $\frac{\partial f}{\partial P} < 0$ ， $\frac{\partial f}{\partial w} < 0$ 。影響等車時間的因素有計程車市場的總空車里程、計程車空迴時行駛速率等，該研究則以總空車里程為主要考量；以函數型態表示為：

$$w = h(V) \quad (3)$$

其中， $V$  為計程車市場上的每日總空車里程，且  $\frac{\partial h}{\partial V} < 0$ 。

因此，在雙邊取對數之需求函數型態下，計程車的需求函數可表示為：

$$\begin{aligned} Q &= A_1 P^{\alpha_1} w^{\beta_1}, \quad \alpha_1 < 0, \quad \beta_1 < 0 \\ w &= A_2 V^{\alpha_2}, \quad \alpha_2 < 0 \\ \Rightarrow Q &= A_1 P^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Rightarrow P = \left( \frac{Q}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (5)$$

其中，

$Q$ ：計程車市場上每日總載客里程（公里／日）；

$P$ ：計程車費率（元／延車公里）；

$w$ ：等車時間（分鐘）；

$V$ ：計程車市場上每日總空車里程（公里／日）；

$\alpha_1$ ：計程車需求之價格彈性；

$\alpha_2$ ：等車時間之空車里程彈性；

$\beta_1$ ：計程車需求之等車時間彈性；

$A_1$ 、 $A_2$ ：估計參數。

在供給函數部分，該研究主要係以成本的概念來表示，其總成本函數表為：

$$TC = c(Q + V) \quad (6)$$

其中，

- TC : 計程車市場每日總成本 (元/日) ;  
 Q : 計程車市場每日總載客里程 (公里/日) ;  
 V : 計程車市場每日總空車里程 (公里/日) ;  
 c : 單位營運成本 (包含合理報酬) (元/公里) 。

## 2.2 目標函數

前述研究有不同目標函數，Douglas<sup>[1]</sup>之研究主要以社會福利極大為目標函數，而黃世明<sup>[4]</sup>則同時以社會福利極大及損益兩平社會福利極大為目標；在張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>之研究中，則以損益兩平社會福利極大為目標，進行最佳費率與空車率之分析。社會福利 (W) 為消費者剩餘 (CS) 加上生產者剩餘 (PS)，在雙邊取對數型態之需求函數設定下，消費者剩餘、生產者剩餘與社會福利可分別計算如下：

### (一) 消費者剩餘 (CS)

$$\begin{aligned}
 CS &= \int_0^Q \left( \frac{X}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} dX - PQ \\
 &= \begin{cases} \left( \frac{1}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \left[ \frac{X^{\frac{1}{\alpha_1} + 1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} \right]_0^Q - PQ, & \text{if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ \left( \frac{1}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \left[ \ln x \right]_0^Q - PQ, & \text{if } \alpha_1 = -1 \\ \left( \frac{1}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1} + 1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - PQ, & \text{if } \alpha_1 < -1 \\ \text{積分發散,} & \text{if } 0 > \alpha_1 > -1 \\ \text{積分發散,} & \text{if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \quad (7)
 \end{aligned}$$

由式 (7) 可發現，在雙邊取對數之需求函數型態下，當  $0 > \alpha_1 \geq -1$  時，需求函數之積分發散，而造成消費者剩餘無法求算。

## (二) 生產者剩餘 (PS)

生產者剩餘 (PS) 為生產者總收入 (TR) 與其營運總成本 (TC) 之差，因此，該研究將生產者剩餘 (PS) 表示為：

$$PS = TR - TC = PQ - c(Q + V) \quad (8)$$

## (三) 社會福利 (W)

社會福利 (W) 為消費者剩餘 (CS) 與生產者剩餘 (PS) 之總和，在求出消費者剩餘 (CS) 與生產者剩餘 (PS) 後，社會福利 (W) 則為式 (7) 與式 (8) 兩者之和。然由於在雙邊取對數之需求函數型態下，當  $0 > \alpha_1 \geq -1$  時，消費者剩餘積分發散，因此，Douglas<sup>[1]</sup> 及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup> 等研究所設定之模型，僅適用在需求富於彈性 (亦即  $\alpha_1 < -1$ ) 之狀況，在此狀況下，社會福利 (W) 可表示為：

$$\begin{aligned} W &= CS + PS \\ &= \left( \frac{1}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \frac{Q^{\alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - PQ + [PQ - c(Q + V)] \quad , \quad \text{if } \alpha_1 < -1 \\ &= \left( \frac{1}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \frac{Q^{\alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - c(Q + V) \quad , \quad \text{if } \alpha_1 < -1 \end{aligned} \quad (9)$$

而在滿足社會福利極大之一階與二階條件下，每日總空車里程、每日總載客里程之最佳解 ( $V^*$ ,  $Q^*$ ) 及其所對應的最佳空車率 ( $R^*$ ) 與最佳費率 ( $P^*$ ) 分別為：

$$V^* = A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \left( -\frac{\alpha_2 \beta_1}{1 + \alpha_1} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \quad (10)$$

$$Q^* = A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \left( -\frac{\alpha_2 \beta_1}{1 + \alpha_1} \right)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \quad (11)$$

$$R^* = \frac{V^*}{V^* + Q^*} = \frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_2 \beta_1 - \alpha_1 - 1} \quad (12)$$

$$P^* = \left( \frac{Q^*}{A_1 A_2^{\beta_1} (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} = c \quad (13)$$

由式 (10) 及 (11) 可知,「最佳空車里程」與「最佳載客里程」和需求函數之常數項 ( $A_1$ ) 成  $\frac{1}{1-\alpha_2\beta_1}$  次方關係、和常數項 ( $A_2$ ) 成  $\frac{\beta_1}{1-\alpha_2\beta_1}$  次方關係、而與邊際成本成  $\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1}$  次方關係。由於在 Beesley 與 Glaister<sup>[7]</sup> 及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup> 等研究均指出,在計程車市場中,計程車市場達到穩定均衡的條件為等車時間之彈性值必須介於 0 與 -1 之間,亦即  $0 < \alpha_2\beta_1 < 1$  之條件必須成立,計程車市場才會達到穩定的均衡,在此一條件成立下,可得知「最佳空車里程」與「最佳載客里程」和需求函數之常數項 ( $A_1$ ) 成正向關係、而與等車時間函數之常數項 ( $A_2$ ) 成反向關係、和單位成本亦成反向關係。

由式 (13) 可發現,在以社會福利極大為決策目標下,全社會之最佳定價為計程車之邊際成本。然而,由於計程車有相當比率之空車里程存在,因此,若以邊際成本定價,將使得計程車之營業收入無法支付空車里程之營運成本,而必將產生虧損,因此,張學孔與黃世明<sup>[5]</sup> 乃進一步求解在損益兩平限制下,計程車之次佳空車里程與載客里程,求解結果顯示,若加入損益兩平之限制,則次佳空車里程、載客里程空車率及費率分別為:

$$V^* = A_1 \frac{1}{1-\alpha_2\beta_1} A_2 \frac{\beta_1}{1-\alpha_2\beta_1} c \frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1} \left(1 - \frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1}} \left(-\frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right)^{\frac{1}{1-\alpha_2\beta_1}} \quad (14)$$

$$Q^* = A_1 \frac{1}{1-\alpha_2\beta_1} A_2 \frac{\beta_1}{1-\alpha_2\beta_1} c \frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1} \left(1 - \frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1}} \left(-\frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_2\beta_1}{1-\alpha_2\beta_1}} \quad (15)$$

$$R^* = \frac{V^*}{V^* + Q^*} = \frac{\alpha_2\beta_1}{\alpha_2\beta_1 - \alpha_1 - 1} \quad (16)$$

$$P^* = \left(\frac{Q^*}{A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2\beta_1}}\right)^{\frac{1}{\alpha_1}} = c \left(1 - \frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right) = \frac{c}{1-R^*} \quad (17)$$

比較式 (12) 與式 (16) 之求解結果可發現,當加入損益兩平限制後,次佳空車里程及載客里程與福利極大解之差異,僅在於最佳之空車里程及載客里程需同時調整為原本最佳解之  $\left(1 - \frac{\alpha_2\beta_1}{1+\alpha_1}\right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1}} = \left(\frac{1}{1-R^*}\right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2\beta_1}}$  倍,而因此使得加入損益兩平後,次佳空車率與福利極大下之最佳空車率相同。

### 三、考慮最大願付價格模式之構建

由式 (7) 可發現,在未含非齊次常數項之雙邊取對數需求函數型態下,當  $0 < -\alpha_1 \leq -1$  時,消費者剩餘積分發散之主要原因,主要係由於積分範圍由 0 開始,而產生以 0 為「瑕

點」(improper point) 之「瑕積分」(improper integral)，利用簡單之「瑕積分發散性」測試 (如 ratio test 或 root test)，即可發現在  $0 < -\alpha_1 \leq 1$  時，需求函數之瑕積分為發散，而造成消費者剩餘無法求算。

就經濟意義而言，一般未含非齊次常數項之雙邊取對數需求函數，係隱含唯有當費率為無限大時，方有可能發生全社會之需求為零之狀況，亦即不論費率如何昂貴，該運具均有乘客搭乘，換言之，費率不論如何，其市場占有率必大於零；就某些特殊具有奢侈性質之運具 (如太空旅行) 而言，此一假設或許成立，然就計程車或其他一般通勤運具而言，由於其為衍生性需求，此一假設在大多數狀況下顯然並不適用。

段良雄與施怡玫<sup>[8]</sup>曾利用臺灣西部走廊城際旅客運具選擇與偏好進行調查，並據以建立相關之運具選擇模式，研究結果顯示實際的運具選擇行為確實具有所得效果，亦即運具選擇行為與一般消費行為相同，均會受到個人所得之限制，因此在一般運具選擇 (如段良雄與張淳智<sup>[9]</sup>、段良雄等人<sup>[10]</sup>)、以及運具搭乘與否之決策，均受到「預算」(budget) 之限制，此一預算因個人之所得水準而有所差異。因而在相關研究中 (如江伯尹<sup>[11]</sup>)，「所得」均為一相當重要之解釋變數。因此，當將「最大願付價格」(maximum willingness-to-pay) 納入模式中時，理論上應產生一可使市場載客里程為零之費率，此一費率即表示在預算與所得限制下，全社會最高之願付價格，且此一願付價格應為一有限值，而非無限大。

由於未含非齊次常數項之雙邊取對數需求函數具有其優點，亦廣獲研究人員所採用，因此，雖然在經濟意義上用於計程車市場確有其不合理性，然而，若能將最大願付價格之經濟特性納入模式中，則不僅在經濟意義上更具有理論基礎，在數學分析上，由瑕積分所產生之消費者剩餘及社會福利不存在之問題，亦可獲得避免。

本節首先就如何將最大願付價格導入需求模式中，以求取社會福利 (W) 加以說明，再針對將最大願付價格導入黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之模式設定下，分析計程車市場社會福利極大之空車率及費率及其所對應之最佳補貼率。

### 3.1 考慮最大願付價格之需求函數

假設原本未考慮最大願付價格之需求函數為  $P(q)$ ，且  $P(q)$  滿足：

$$P(q) = Aq^{\frac{1}{\alpha}}, \alpha < 0 \quad (18)$$

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} \int_a^X P(q) = \infty \quad (19)$$

在上二式中，式 (18) 表示  $P(q)$  為滿足需求法則之雙邊取對數形式需求函數，需求之價格彈性為  $\alpha$ ，且在價格為無限大時，全社會之需求為零，在數學上即表示 0 為  $P(q)$  之瑕點；式 (19) 則係表示在瑕點 0 時，需求函數  $P(q)$  之瑕積分發散，在經濟含意上即表示此市場消費者剩餘及社會福利未定義。

由於  $P(q)$  係因不考慮最大願付價格而造成 0 為  $P(q)$  之瑕點，是故，假設在導入最大願付價格後，存在一外生之  $P_m$  為全社會最高能接受之願付價格，使得費率在超過  $P_m$  時，全社會之需求量為零，若仍假設需求之價格彈性絕對值為  $\alpha$ ，在幾何上即表示整條需求曲線向左平移  $Q_m$  之距離至  $P'(q)$  (如圖 1 所示)，且  $Q_m$  可透過將  $P_m$  代入需求函數後求得，亦即， $Q_m$  可推導如下：

$$\begin{aligned} \because P_m &= P(Q_m) = A Q_m^{-\alpha} \\ \Rightarrow Q_m &= A^{-\frac{1}{\alpha}} P_m^{-\frac{1}{\alpha}} \end{aligned} \quad (20)$$

當需求曲線平移至  $P'(q)$  後，瑕點即由 0 平移至  $-Q_m$ ，而使得消費者剩餘及社會福利得以加以求算。

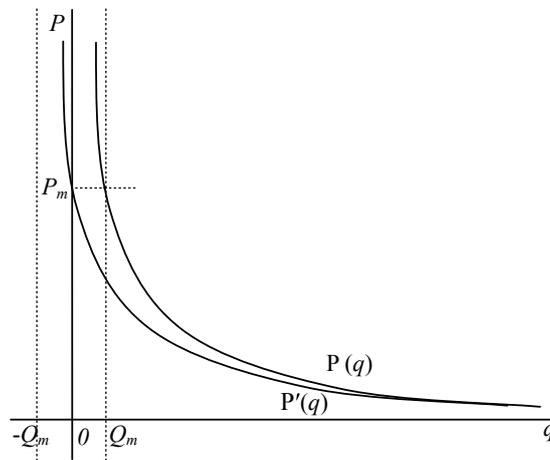


圖 1 導入最大願付價格與需求曲線關係示意圖

再者，由於  $p(q)$  及  $p'(q)$  兩者係平移關係，因此，

$$\begin{aligned} \int_{a-Q_m}^x P'(q) dq &= \int_a^{x+Q_m} P(q) dq \\ \Rightarrow \frac{d}{dx} \int_{a-Q_m}^x P'(q) dq &= \frac{d}{dx} \int_a^{x+Q_m} P(q) dq \end{aligned} \quad (21)$$

$$\Rightarrow P'(x) = P(x + Q_m) \quad (22)$$

是故，當消費量由 0 增加至  $X$  時，社會福利 ( $W$ ) 可表示為：

$$\begin{aligned}
 W &= \int_0^X P'(x) dx - TC(X) \\
 &= \int_0^X P(x + Q_m) dx - TC(X) \quad , \text{ let } y = x + Q_m \\
 &= \int_{Q_m}^{X+Q_m} P(y) dy - TC(X) \quad , \text{ let } Q = X + Q_m \\
 \Rightarrow W &= \int_{Q_m}^Q P(y) dy - TC(Q - Q_m) \tag{23}
 \end{aligned}$$

此結果表示欲求算需求為  $P'(q)$  下之福利函數，不需改變被積分之需求函數  $P(q)$ ，而僅需改變  $P(q)$  之積分界限自  $Q_m$  開始積分，並將  $(Q - Q_m)$  代入總成本函數即可。

### 3.2 考慮最大願付價格下計程車市場福利極大化模式

本研究首先針對考慮最大願付價格下，計程車市場福利極大化之最佳空車里程與載客里程，並據以求算最佳之空車率與費率，再依據所求出之最佳費率與空車率計算最佳補貼水準。

#### (一) 最佳費率與空車率

依據上節所回顧之 Douglas<sup>[1]</sup> 及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup> 等研究之模式，計程車市場之需求函數可表示為：

$$\begin{aligned}
 Q &= A_1 P^{\alpha_1} w^{\beta_1}, \quad \alpha_1 < 0, \beta_1 < 0 \\
 w &= A_2 V^{\alpha_2}, \quad \alpha_2 < 0 \\
 \Rightarrow Q &= A_1 P^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1} \tag{24}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P = \left( \frac{Q}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \tag{25}$$

上式中各符號定義與式 (4) 及式 (5) 相同。

而計程車市場之成本函數可表示為：

$$TC(Q, V) = c(Q + V)$$

假設在最大願付價格下，全社會願意付出之最高費率為  $P_m$ ，利用式 (20)， $Q_m$  可表示為：

$$Q_m = A_1 P_m^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}$$

依據式 (23) 之推導過程，在考慮最大願付價格下，社會福利 (W) 可表示為：

$$W = CS + PS$$

$$= \int_{Q_m}^Q \left( \frac{y}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} dy - TC(Q - Q_m, V)$$

$$= \int_{A_1 P_m^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}^Q \left( \frac{y}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} dy - c(Q - Q_m + V)$$

$$= \begin{cases} \frac{\frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1} + 1}}{\left( A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}}} - A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} P_m^{1 + \alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - c(Q - Q_m + V) & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \left[ \ln(Q) - \ln\left( \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} \right) \right] - c(Q - Q_m + V) & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1} + 1}}{\left( A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}}} - A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} P_m^{1 + \alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - c(Q - Q_m + V) & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \left[ \ln(Q) - \ln\left( \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} \right) \right] - c(Q - Q_m + V) & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{\frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1} + 1}}{\left( A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}}} - A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} P_m^{1 + \alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + 1} - c(Q - A_1 P_m^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1} + V) , & \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \quad (26) \\ A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \left[ \ln(Q) - \ln\left( \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} \right) \right] - c\left( Q - \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} + V \right) , & \text{ if } \alpha_1 = -1 \quad (27) \end{cases}$$

由於當  $\alpha_1 \notin \{0, -1\}$  及  $\alpha_1 = -1$  時，社會福利函數 (W) 之函數型態並不相同，以下分別就二狀況分別加以討論。

1. 當  $\alpha_1 \notin \{0, -1\}$

當  $\alpha_1 \notin \{0, -1\}$  時，欲使社會福利最大之一階條件為：

$$\frac{\partial W}{\partial Q} = \left( \frac{Q}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\alpha_1} - c = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial V} &= \alpha_2 \beta_1 (A_1 A_2^{\beta_1})^{-\frac{1}{\alpha_1}} V^{-\frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1} - 1} Q^{\frac{1}{\alpha_1} + 1} \left( \frac{-1}{1 + \alpha_1} \right) \\ &+ \alpha_2 \beta_1 A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1 - 1} P_m^{\alpha_1} \left( c - \frac{P_m \alpha_1}{1 + \alpha_1} \right) - c = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

解式 (28) 與式 (29) 之聯立方程式，並令  $T = \frac{\left( \frac{P_m}{c} \right)^{\alpha_1} \left( 1 + \alpha_1 \left( 1 - \frac{P_m}{c} \right) \right) - 1}{1 + \alpha_1}$ ，即可解得符

合一階條件之每日總空車里程 ( $V^*$ ) 及每日總載客里程 ( $Q^*$ )，並可進一步解得符合一階條件之空車率 ( $R^*$ ) 及費率 ( $P^*$ )：

$$V^* = A_1^{\frac{1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} \quad (30)$$

$$Q^* = A_1^{\frac{1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1 - \alpha_2 \beta_1}} \quad (31)$$

$$R^* = \frac{V^*}{V^* + Q^*} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha_2 \beta_1 T}} = \frac{\alpha_2 \beta_1 T}{\alpha_2 \beta_1 T + 1} \quad (32)$$

$$P^* = \left( \frac{Q^*}{A_1 A_2^{\beta_1} (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} = c \quad (33)$$

由於  $T$  恆為正值，其極小值為零，且極小值發生於當全社會最高之願付價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等時 (見附錄二證明)，因此， $V^*$  及  $Q^*$  均保證必為正實數，而當全社會最高之願付價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等時， $Q^*$ 、 $V^*$  及  $R^*$  均為零；再者，觀察  $T$  之定義可發現，當  $P_m$  趨近於無限大時， $T$  之極限值為  $\left( -\frac{1}{1 + \alpha_1} \right)$ ，因此，當  $P_m$  趨

近於無限大時，式 (30)、(31)、(32) 將分別趨近於式 (10)、(11)、(12)，而與不考慮最大願付價格之情況相同，顯示不考慮最大願付價格之情況僅為本模式之特例。

其次，欲正確判斷式 (30)~(33) 是否為能使社會福利變動幅度極大之最佳解，需進一步針對一階條件下所解出之  $Q^*$  及  $V^*$  是否滿足目標函數為半負定之二階條件進行驗證。

$$|H|_1 = \left| \frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}(Q^*, V^*) \right| = \frac{1}{\alpha_1} \left( \frac{(Q^*)^{1-\alpha_1}}{A_1 A_2 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} |H|_2 &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}(V^*, Q^*) & \frac{\partial^2 W}{\partial Q \partial V}(V^*, Q^*) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial V \partial Q}(V^*, Q^*) & \frac{\partial^2 W}{\partial V^2}(V^*, Q^*) \end{vmatrix} \\ &= \frac{\alpha_2 \beta_1 (1 - \alpha_2 \beta_1)}{\alpha_1 (1 + \alpha_1)} \left[ \frac{(Q^*)^{1-\alpha_1}}{(V^*)^{\alpha_2 \beta_1 (1-\alpha_1) + 2\alpha_1} (A_1 A_2 \beta_1)^{1-\alpha_1}} \right]^{\frac{1}{\alpha_1}} \\ &\quad \times \left( P_m^{\alpha_1} (\alpha_1 P_m - c(1 + \alpha_1)) + \left( \frac{Q^*}{(V^*)^{\alpha_2 \beta_1} A_1 A_2 \beta_1} \right)^{\frac{1+\alpha_1}{\alpha_1}} \right) \\ &= \frac{\alpha_2 \beta_1 (1 - \alpha_2 \beta_1)}{\alpha_1 (1 + \alpha_1)} (V^*)^{-\frac{2}{\alpha_1}} (P^*)^{1-\alpha_1} \left( P_m^{\alpha_1} (\alpha_1 P_m - c(1 + \alpha_1)) + (P^*)^{1+\alpha_1} \right) \\ &= \frac{\alpha_2 \beta_1 (1 - \alpha_2 \beta_1)}{\alpha_1 (1 + \alpha_1)} (V^*)^{-\frac{2}{\alpha_1}} (c)^{1-\alpha_1} \left( P_m^{\alpha_1} (\alpha_1 P_m - c(1 + \alpha_1)) + c^{1+\alpha_1} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

欲滿足目標函數為半負定之二階條件，需滿足  $|H|_1 < 0$  及  $|H|_2 \geq 0$ ，亦即需滿足以下條件：

$$\alpha_2 \beta_1 \leq 1 \quad (36)$$

$$\frac{\left( \frac{P_m}{c} \right)^{\alpha_1 + 1} \left( \alpha_1 - \frac{c}{P_m} (1 + \alpha_1) \right) + 1}{1 + \alpha_1} = -T \leq 0 \quad (37)$$

在黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等人之研究中，已說明  $\alpha_2 \beta_1 \leq 1$  必須恆成立才能保證市場達到穩定之均衡，而附錄二亦已證明  $T$  恆為正值；因此，就一穩定均衡之計程車市場

而言，式 (36) 及 (37) 均必然成立。

由於附錄二證明  $T$  為零之狀況唯有發生在全社會願意付出之最高價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等時，因此，唯有在  $P_m$  與  $c$  相等或  $\alpha_2\beta_1 = 1$  時，函數  $W$  之 Hessian 矩陣為半負定，在其餘情況下，函數  $W$  之 Hessian 矩陣均為負定，因而可以確認  $V = V^*$ 、 $Q = Q^*$  為使社會福利最大之最佳解，而全社會之最佳空車率及費率則分別為  $R^*$  及  $P^*$ 。

## 2. 當 $\alpha_1 = -1$

當  $\alpha_1 = -1$  時，欲使社會福利最大之一階條件為：

$$\frac{\partial W}{\partial Q} = \frac{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}}{Q} - c = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial W}{\partial V} = \alpha_2 \beta_1 A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1 - 1} \left( \ln \frac{QP_m}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} + c - 1 \right) - c = 0 \quad (39)$$

解式 (38) 與式 (39) 之聯立方程式，並令  $U = \ln\left(\frac{P_m}{c}\right) + \frac{c}{P_m} - 1$ ，即可解得在  $\alpha_1 = -1$  時，符合一階條件之每日總空車里程 ( $V^*$ ) 及每日總載客里程 ( $Q^*$ )，並可進一步解得符合一階條件之空車率 ( $R^*$ ) 及費率 ( $P^*$ )：

$$V^* = \left( \frac{A_1 \alpha_2 \beta_1 U}{c} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \quad (40)$$

$$Q^* = \left( \frac{A_1}{c} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 U)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \quad (41)$$

$$R^* = \frac{V^*}{V^* + Q^*} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha_2 \beta_1 U}} = \frac{\alpha_2 \beta_1 U}{\alpha_2 \beta_1 U + 1} \quad (42)$$

$$P^* = \left( \frac{Q^*}{A_1 A_2^{\beta_1} (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{-1} = c \quad (43)$$

由於  $U$  恆為正值，其極小值為零，且極小值發生於當全社會願意付出之最高價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等時 (見附錄三證明)，因此， $V^*$  及  $Q^*$  均保證必為正實數。

同樣地，欲判斷式 (40)~(43) 是否為能使社會福利極大之最佳解，亦需進一步針對一階條件下所解出之  $Q^*$  及  $V^*$  是否滿足目標函數為半負定之二階條件進行驗證。

$$|H|_1 = \left| \frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}(Q^*, V^*) \right| = -\frac{A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}}{(Q^*)^2} = -\frac{P^*}{Q^*} = -\frac{c}{Q^*} < 0 \quad (44)$$

$$\begin{aligned} |H|_2 &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W}{\partial Q^2}(V^*, Q^*) & \frac{\partial^2 W}{\partial Q \partial V}(V^*, Q^*) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial V \partial Q}(V^*, Q^*) & \frac{\partial^2 W}{\partial V^2}(V^*, Q^*) \end{vmatrix} \\ &= (A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1 - 1})^2 \alpha_2 \beta_1 (\alpha_2 \beta_1 - 1) \left( \left( 1 - \ln \frac{P_m Q^*}{A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} \right) P_m - c \right) \\ &= (A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1 - 1})^2 \alpha_2 \beta_1 (\alpha_2 \beta_1 - 1) \left( \left( 1 - \ln \frac{P_m}{P^*} \right) P_m - c \right) \\ &= (A_1 A_2 \beta_1 (V^*)^{\alpha_2 \beta_1 - 1})^2 \alpha_2 \beta_1 (\alpha_2 \beta_1 - 1) P_m (-U) \geq 0 \end{aligned} \quad (45)$$

由二階條件可發現，唯有當全社會願意付出之最高價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等或  $\alpha_2 \beta_1 = 1$  時，函數  $W$  之 Hessian 矩陣為半負定，在其餘情況下，函數  $W$  之 Hessian 矩陣均為負定，亦即可以確認  $V = V^*$  及  $Q = Q^*$  為使社會福利極大之最佳解，而全社會之最佳空車率及費率則分別為  $R^*$  及  $P^*$ 。

## (二) 最佳補貼率

在 Douglas<sup>[1]</sup>之研究中，提及若計程車產業採邊際成本定價，雖為全社會最有效率之定價，但計程車業者卻由於空車里程 ( $V$ ) 而產生  $cV$  之虧損，因此，計程車市場之供給曲線不為邊際成本 ( $c$ )，而係平均成本 (AC)，且市場均衡條件為最後一單位載客里程之邊際收益等於邊際成本時，假設全市場最終之空車率均為  $\frac{Q}{Q+V}$ ，則均衡條件可表示為：

$$P \left( \frac{Q}{Q+V} \right) = c$$

$$\text{或，} \quad PQ = c(Q+V) \quad (46)$$

亦即市場均衡發生於損益兩平時。

由於平均成本 (AC) 為：

$$AC = c \left( \frac{Q+V}{Q} \right) = c \left( 1 + \frac{V}{Q} \right) \quad (47)$$

因此，平均成本恆大於邊際成本  $c$ ，且當載客里程 ( $Q$ ) 為零時，平均成本沒有定義，而當載客里程 ( $Q$ ) 增加時，平均成本則隨之遞減；需求曲線、平均成本及邊際成本三者之關係，可歸納如圖 2 所示。

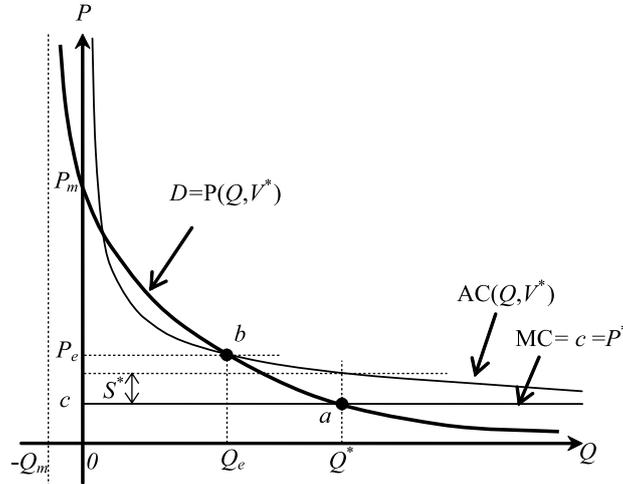


圖 2 計程車市場均衡及最佳補貼示意圖

在圖 2 中，計程車市場福利最大之價格與載客里程為  $(c, Q^*)$  (即  $a$  點)，市場之均衡點為  $b$  點，均衡價格與載客里程則為  $(P_e, Q_e)$ ，由於計程車市場之平均成本 (AC) 必高於邊際成本 ( $c$ )，顯然以邊際成本 ( $c$ ) 定價，對於計程車業者而言，由於有  $V^*$  之空車里程，而必將造成虧損；Arnott<sup>[12]</sup>更進一步指出，由於計程車有密度經濟之特性，因此認為應給予計程車補貼，且此一補貼額度應能支付計程車空車時間之影子價值 (shadow value)。是故，若政府欲給予計程車市場定額補貼 (亦即每一載客里程給予固定額度之補貼)，以彌補業者之虧損，期將市場均衡價格與載客里程調整至較具市場效率之  $a$  點，則所應給予之最佳補貼率，即為在載客里程為  $Q^*$  時，計程車業者平均成本與最佳定價 ( $c$ ) 之差額 ( $S^*$ )，以彌補在載客里程為  $Q^*$  時，計程車業者之虧損，亦即最佳補貼率為：

$$\begin{aligned}
 S^* &= AC(Q^*, V^*) - c \\
 &= c \left( 1 + \frac{V^*}{Q^*} \right) - c \\
 &= \frac{cV^*}{Q^*} \\
 &= \begin{cases} c\alpha_2\beta_1T & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ c\alpha_2\beta_1U & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \quad (48)
 \end{aligned}$$

### (三) 損益兩平下次佳費率與空車率

在社會福利極大下，由於計程車市場具有規模經濟之特性，而往往需針對計程車市場予以補貼，以彌補計程車業者之虧損。為使計程車業者能在不需補貼之狀況下，仍能自行達到永續經營，主管機關在決策時，經常加入損益兩平之考量，以避免給予計程車業者補貼，表現在數學模式上，即表示在原本社會福利極大模式下，需再加上損益兩平限制式，亦即在損益兩平限制下之數學模式為：

$$\text{Max } W = \begin{cases} \frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1}+1}}{\left(A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} P_m^{1+\alpha_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_1}}} - A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} P_m^{1+\alpha_1} \\ \frac{\frac{1}{\alpha_1} + 1}{\alpha_1} - c(Q - A_1 P_m^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1} + V) \end{cases}, \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\}$$

$$\begin{cases} A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1} \left[ \ln(Q) - \ln\left(\frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m}\right) \right] - c \left( Q - \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} + V \right) \end{cases}, \text{ if } \alpha_1 = -1$$

Subject to

$$c \left( 1 + \frac{V}{Q} \right) = P = \left( \frac{Q}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}}$$

上述模式在傳統上大多係透過拉氏乘數法，求取  $(Q)$  及  $(V)$  之最佳解，但由於上述模式太過複雜，因而若以拉氏乘數法進行求解，將無法得到決策變數之封閉式 (closed-form)。

本研究進一步於不同  $P_m$  及  $\alpha_1$  之設定下，針對社會福利函數與利潤函數繪製等高線圖，如圖 3 至圖 6 所示，在圖 3 至圖 6 之等高線圖中，a 點為社會福利極大解、b 點為損益兩平社會福利極大解、c 點為在設定某一大於零之利潤下社會福利極大解、d 點則為利潤極大解；直線  $\dot{L}$  係 a 點與原點之連線，在直線  $\dot{L}$  上之每一點，均表示與社會福利極大解 (a 點) 有相同之空車率。

比較式 (12) 與式 (16) 之求解結果可發現，在不考慮社會最大願付價格 ( $P_m$ ) 下，當加入損益兩平限制後，次佳空車率與福利極大下之最佳空車率相同。而由圖 3 至圖 6 之等高線圖中可發現，損益兩平社會福利極大解 (b 點) 均落於直線  $\dot{L}$  附近，亦顯示損益兩平社會福利極大解具有相當近似之空車率<sup>3</sup>，由於在考慮社會最大願付價格 ( $P_m$ ) 下，加入損益兩

3. 雖由等高線圖上可發現，損益兩平社會福利極大解 (b 點) 大多均落於直線  $\dot{L}$  上，但其嚴謹之數學證明有待進一步探討，因此，本研究僅視此一特性為次佳解之近似特性。

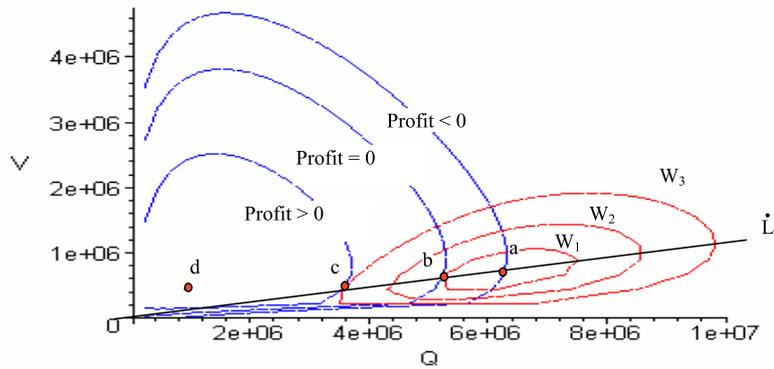


圖 3  $P_m = 75$  ,  $\alpha_1 = -1.4$  之社會福利與利潤函數等高線圖 (on scale)

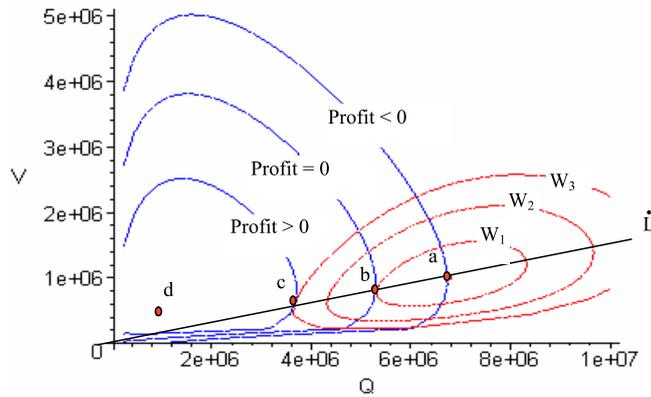


圖 4  $P_m = 100$  ,  $\alpha_1 = -1.4$  之社會福利與利潤函數等高線圖 (on scale)

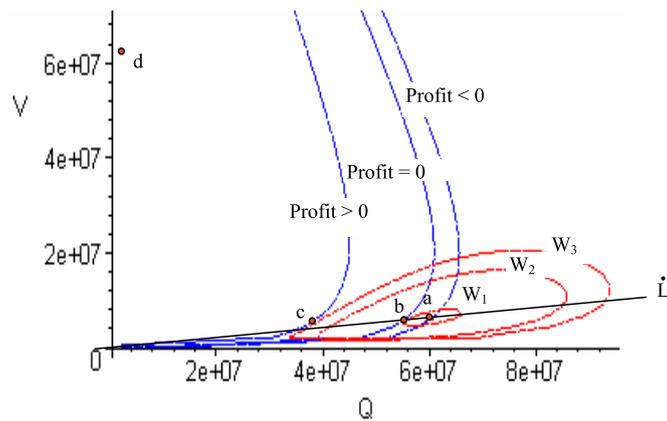


圖 5  $P_m = 75$  ,  $\alpha_1 = -0.8$  之社會福利與利潤函數等高線圖 (on scale)

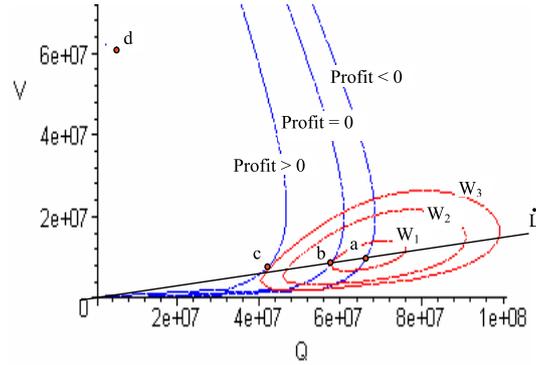


圖 6  $P_m = 100$  ,  $\alpha_1 = -0.8$  之社會福利與利潤函數等高線圖 (on scale)

平限制之次佳解無法解出封閉式 (closed-form)，因此，本研究乃利用此一最佳解與次佳解之關係，求解次佳解之近似解。

當加入最佳空車率之限制後，原問題可改寫為：

$$\text{Max } W = \begin{cases} \frac{Q^{\frac{1}{\alpha_1}+1}}{\left(A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1\right)^{\frac{1}{\alpha_1}} - A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1 P_m^{1+\alpha_1}} - c \left(Q - A_1 P_m^{\alpha_1} (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1} + V\right), & \text{if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1 \left[ \ln(Q) - \ln\left(\frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m}\right) \right] - c \left(Q - \frac{A_1 (A_2 V^{\alpha_2})^{\beta_1}}{P_m} + V\right), & \text{if } \alpha_1 = -1 \end{cases}$$

Subject to

$$c \left(1 + \frac{V}{Q}\right) = P = \left(\frac{Q}{A_1 A_2^{\beta_1} V^{\alpha_2} \beta_1}\right)^{\frac{1}{\alpha_1}}$$

$$R = R^*$$

就實務而言，為使計程車業者能在不需補貼之狀況下，仍能自行達到永續經營，主管機關在決策時，經常加入損益兩平之考量，以避免給予計程車業者補貼，而在實務上係事先決定一合理空車率，再依據此一合理空車率 ( $R^*$ ) 及針對計程車市場調查所得之十二項

成本資料，在損益兩平下求取最佳費率，因此，此一處理方式，亦符合實務上費率訂定之過程。

由於本研究所求解之決策變數僅有載客里程 ( $Q$ ) 及空車里程 ( $V$ ) 二者，理論上，在二條限制式下，只要此二限制式無重疊線段，應可求得有限個可行解。因此，為求解方便，本研究首先針對限制式求得可行解集合。

首先假設次佳費率為  $P'$ ，利用損益兩平限制式可得到：

$$\begin{aligned} \because c \left( 1 + \frac{V}{Q} \right) &= P' \\ \Rightarrow \frac{Q}{V} &= \frac{1}{\frac{P'}{c} - 1} \\ \Rightarrow R &= \frac{1}{1 + \frac{Q}{V}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{P'}{c} - 1}} = 1 - \frac{c}{P'} = R^* \\ \Rightarrow P' &= \frac{c}{1 - R^*} \end{aligned} \quad (49)$$

由式 (49) 可發現，只要  $R^*$  已知下，費率即可被唯一決定，設福利極大解之最佳費率為  $P^*$ ，由於福利極大解之最佳費率 ( $P^*$ ) 滿足：

$$P^* = \left( \frac{Q}{A_1 A_2 \beta_1 V \alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} = c \quad (50)$$

利用式 (49) 可得到：

$$P' = \frac{c}{1 - R^*} = \left( \frac{Q'}{A_1 A_2 \beta_1 (V') \alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \quad (51)$$

$$= \left( \frac{Q^*}{A_1 A_2 \beta_1 (V^*) \alpha_2 \beta_1} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \frac{1}{1 - R^*} \quad (52)$$

再者，由於限制最佳空車率與次佳空車率為相同，因此，意味次佳空車里程 ( $V'$ ) 與載客里程 ( $Q'$ ) 較最佳解 ( $V^*$ 、 $Q^*$ ) 均同時增加某一倍數 ( $K$ )，亦即，式 (51) 可改寫為：

$$\begin{aligned}
 P' &= \left( \frac{Q'}{A_1 A_2^{\beta_1} (V')^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \\
 &= \left( \frac{Q^* K}{A_1 A_2^{\beta_1} (V^* K)^{\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \\
 &= \left( \frac{Q^*}{A_1 A_2^{\beta_1} (V^*)^{\alpha_2 \beta_1}} K^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \right)^{\frac{1}{\alpha_1}} \tag{53}
 \end{aligned}$$

利用式 (52) 及式 (53) 可得到，

$$K = \left( \frac{1}{1-R^*} \right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \tag{54}$$

由於滿足限制式之可行解僅有唯一解，因此，此一唯一可行解即為最佳解，亦即，損益兩平限制下之次佳解為：

$$\begin{aligned}
 Q' &= KQ^* = A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \left( \frac{1}{1-R^*} \right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \\
 &= \begin{cases} A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T + 1)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 U + 1)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 U)^{\frac{\alpha_2 \beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \tag{55}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V' &= KV^* = A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \left( \frac{1}{1-R^*} \right)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} \\
 &= \begin{cases} A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T + 1)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 T)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ A_1^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} A_2^{\frac{\beta_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} c^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 U + 1)^{\frac{\alpha_1}{1-\alpha_2 \beta_1}} (\alpha_2 \beta_1 U)^{\frac{1}{1-\alpha_2 \beta_1}} & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \tag{56}
 \end{aligned}$$

$$R' = \frac{V'}{V' + Q'}$$

$$= \begin{cases} \frac{\alpha_2 \beta_1 U}{\alpha_2 \beta_1 U + 1} & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ \frac{\alpha_2 \beta_1 U}{\alpha_2 \beta_1 U + 1} & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \quad (57)$$

$$P' = \frac{c}{1 - R^*}$$

$$= \begin{cases} c(\alpha_2 \beta_1 T + 1) & , \text{ if } \alpha_1 \notin \{0, -1\} \\ c(\alpha_2 \beta_1 U + 1) & , \text{ if } \alpha_1 = -1 \end{cases} \quad (58)$$

#### 四、實例應用

囿於研究時程及經費限制並期與黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之成果有所比較，除全社會最高願付價格 ( $P_m$ ) 外，本研究沿用上述研究之參數值，進行實例應用分析；至於全社會最高願付價格 ( $P_m$ ) 之估算，則係引用主計處<sup>[13,14]</sup>有關臺灣地區家庭收支調查之數據，作為估算之依據。當各參數值決定後，即可據以求解各決策變數之最佳值。

##### 4.1 系統參數探討

###### (一) 全社會最高願付價格 ( $P_m$ )

由於全社會最高願付價格 ( $P_m$ ) 係指計程車市場上，全社會對於每一載客里程所願意付出之最高費率，此一最高費率顯然與所得及載客數呈正相關。在本研究中，係假設  $P_m$  為最高所得群於運輸交通與通訊部門之支出總額與最高載客數之乘積，亦即：

$$P_m = \frac{DI \times TP}{d \times N \times AQ} \times L \quad (59)$$

- 其中， $P_m$ ：全社會最高願付價格 (元/車公里)；  
 $DI$ ：最高所得群全年可支配所得 (元)；  
 $TP$ ：運輸部門消費占可支配所得比率 (%)；  
 $AQ$ ：平均每車每旅次載客里程 (公里)；  
 $L$ ：計程車平均每次載客人數 (人)；  
 $d$ ：全年工作日數 (日)；

$N$ ：平均每日旅次產生數（旅次）。

關於式 (59) 中各參數值之估算，分別說明如后。

1. 最高所得群全年可支配所得 ( $DI$ )

依據行政院主計處出版之「92 年臺灣地區家庭收支調查報告」(2003 年)，若將可支配所得分佈劃分為十等分，則在所得最高前 10% 組中，92 年度臺北市平均每人每年可支配所得約為一百三十四萬元 (1,339,658 元)，而我國 92 年之平均每人國民所得為 403,056 元，民國 93 年則為 413,786 元，共成長約 1.027 倍，據此，本研究推估 93 年度臺北市平均每人每年可支配所得約為一百三十七萬五千餘元 (1,375,829 元)。

2. 運輸部門消費占可支配所得比率 ( $TP$ )

依據行政院主計處<sup>[14]</sup>之調查，93 年度儲蓄約占全年可支配所得之 16.5%，因此，全年消費約占可支配所得之 83.5% 其中，運輸交通及通訊消費則約占總消費額之 12.29%，假設此一比率可代表臺北市之消費型態，因此，民國 93 年臺北市之運輸交通及通訊消費約占可支配所得之 12.29%。

3. 平均每車每旅次載客里程 ( $AQ$ )

在計程車經營狀況方面，依據周文生<sup>[15-17]</sup>、陳武正<sup>[18]</sup>、藍武王<sup>[19]</sup>及張堂賢<sup>[20]</sup>等人之研究，計程車市場歷年之平均旅程與延滯時間如表 1 所示，若將各調查資料加以平均，則計程車平均每次載客之載客里程約為 4.67 公里。

表 1 各年度之平均旅次里程與延滯時間

年度	平均旅次里程 (公里)	平均低速延滯時間 (分鐘)
80	4.30	5.71
84	4.83	5.52
86	5.07	5.05
89	4.61	4.36
91	4.54	4.19
93	4.68	5.09

資料來源：[15-20]。

4. 計程車平均每次載客人數 ( $L$ )

在計程車之載客人數方面，依據周文生針對臺北地區之調查研究<sup>[17]</sup>顯示，臺北縣市地區每次平均載客人數約為 1.54 人。

根據相關調查<sup>[21]</sup>，臺北都會區平均每人每日旅次發生率約為 2.05，而民國 93 年全年工作日共有 256 日，配合上述各項數據，代入式 (59) 後，可得到全社會最高願付價格 ( $P_m$ ) 約為 106.25 元/延車公里，即：

$$P_m = \frac{1,375,829 \times 0.1229}{256 \times 2.05 \times 4.67} \times 1.54 \cong 106.25 (\text{NT\$}/\text{veh.-km}) \quad (60)$$

## (二) 其他相關參數

在其他相關參數部分，本研究沿用黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之參數設定，將等車時間彈性設定為-0.2，空車里程對等車時間之敏感度的基準值設為-1，將需求函數常數項 $A_1$ 之基準值設為 $7.2 \times 10^8$ ， $A_2$ 設為 $7.5 \times 10^6$ 。

在需求之價格彈性部分，本研究則針對價格彈性絕對值大於1、等於1及介於0與1之間等三種情境分別加以考量；在價格彈性絕對值大於1之情境中，本研究仍沿用張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究之參數設定，將價格彈性基準值設定為-1.4；而在價格彈性絕對值介於0與1間之情境中，本研究則參考林佐鼎<sup>[22]</sup>之研究成果，將價格彈性基準值設定為-0.78。

## 4.2 最佳化結果

將各參數基準值代入第三節所求得各決策變數最佳化之封閉解，即可得到在最大願付價格社會福利最大下的各個變數最佳化數值，表2所示為本研究所得之各決策變數最佳值及其與黃世明<sup>[4]</sup>及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>等研究所得結果之比較。

由表2可發現，在黃世明<sup>[4]</sup>之研究中，由於未考慮最大願付價格，其所得之社會福利極大化之求解結果，不論就社會福利、空車里程及空車率等均較本研究考慮最大願付價格下之求解結果為高，顯示在未考慮最大願付價格下，由於隱含旅客願意用極高之費率換取更佳之服務水準（即等車時間），而使得乘客對於候車時間之忍耐度有遭到低估之現象，進而使得最佳空車里程與空車率均高於最大願付價格下之最佳化求解結果。

相較於張學孔與黃世明<sup>[5]</sup>以損益兩平為限制，求解社會福利極大之結果，由於並未考慮最大願付價格（或最大願付價格為無限大）而同樣使得旅客對於候車時間之忍受度受到低估，因而使得空車里程及空車率均較本研究所得結果為高，而最佳等車時間則較本研究所得結果為低，且由於該研究係以損益兩平為限制，因此載客里程亦較考慮最大願付價格下為低。

再者，由於以損益兩平為限制，係意味計程車之載客服務，僅提供至達到損益兩平為止，然由圖2可知，損益兩平之均衡載客量仍較社會福利極大解為低，且由於仍處於平均成本下降階段，因此，市場均衡費率與邊際成本之差，將高於政府為刺激計程車市場達到社會福利極大所需補貼之額度。而表2之求解結果亦顯示，在考慮市場最大願付價格下，若政府不予以補貼，任由市場達到損益兩平之均衡，相較於福利極大解（ $P^* = c, Q^*$ ），乘客每延車公里所需額外負擔之費率（ $= 19.63 \times 1,270,848 \div 6,005,739 = 4.15$ 元），將高於政府對於每延車公里所需付出之（金錢或非金錢）補貼額度（3.19元）。

## 4.3 敏感度分析

由於本研究在進行全社會最高願付價格（ $P_m$ ）之實證分析時，係利用最高所得群於運輸

與通訊部門之支出總額與最高載客數之乘積進行推估，並設定此為全社會最高願付價格，此種推估方式係為一種近似之估計方式，缺乏計量理論之分析基礎。為探討全社會最高願付價格之估計準確度對於最佳化分析之影響程度，本研究乃進一步針對全社會最高願付價格 ( $P_m$ ) 進行敏感度分析。以下將分別針對全社會最高願付價格對於最佳空車率、費率、載客里程、及每日總營運里程等變數之影響進行探討。

表 2 各模式之最佳化數值

變數	考慮消費者最大願付價格模式之求解結果			損益兩平下考慮消費者最大願付價格模式之求解結果			黃世明 <sup>[4]</sup>	張學孔與黃世明 <sup>[5]</sup>
	-0.78	-1	-1.4	-0.78	-1	-1.4	-1.4	-1.4
需求之價格彈性 ( $\alpha_1$ )	-0.78	-1	-1.4	-0.78	-1	-1.4	-1.4	-1.4
每日總載客里程 ( $Q^*$ ) (公里/日)	79,721,916	35,263,154	7,817,188	68,257,166	28,834,600	6,005,739	10,352,191	5,091,815
每日總空車里程 ( $V^*$ ) (公里/日)	13,761,842	6,160,359	1,270,848	11,782,762	5,037,312	976,359	5,176,096	2,545,907
每日總營業里程 (公里/日)	93,484,758	41,423,513	9,088,036	80,039,928	33,871,912	6,982,098	15,528,287	7,637,722
空車率 ( $R^*$ ) (%)	14.72	14.87	13.98	14.72	14.87	13.98	33.33	33.33
費率 ( $P^*$ ) (元/延車公里)	19.63	19.63	19.63	23.02	23.06	22.82	19.63	29.45
等車時間 ( $w^*$ ) (分)	0.54	1.22	5.90	0.64	1.49	7.68	1.45	2.94
社會福利 ( $W^*$ ) (元/日)	$1.08 \times 10^9$	$4.84 \times 10^8$	$9.98 \times 10^7$	$1.06 \times 10^9$	$4.74 \times 10^8$	$9.70 \times 10^7$	$4.06 \times 10^8$	$3.75 \times 10^8$
平均成本 (元/延車公里)	23.02	23.06	22.82	23.02	23.06	22.82	29.45	29.45
補貼率 ( $S^*$ ) (元/延車公里)	3.39	3.43	3.19	-	-	-	9.82	-

### (一) 最佳空車率

圖 7 顯示全社會最高願付價格變動與空車率之關係，由圖 7 可發現，當全社會最高願付價格由原本之 0.5 倍增加至原本之 1.5 倍時，將使得最佳空車率由 7.37% 增加至 17.20%，全社會最高願付價格愈高將使得最佳空車率亦隨之遞增，然遞增之幅度卻隨著全社會最高願付價格之增加而趨緩，平均而言，當全社會最高願付價格增加 10%，將使得最佳空車率隨之增加 7.97%。

### (二) 費率

圖 8 則顯示出不同模式下，全社會最高願付價格變動與費率之關係，由圖 8 可發現，

當全社會最高願付價格由原本之 0.5 倍增加至原本之 1.5 倍，社會福利極大最佳解之費率將維持不變，而損益兩平預算限制模式之次佳費率則由每延車公里 21.192 元增加至 23.708 元，平均而言，當全社會最高願付價格增加 10%，將使得每延車公里之損益兩平次佳費率隨之增加 1.11%。

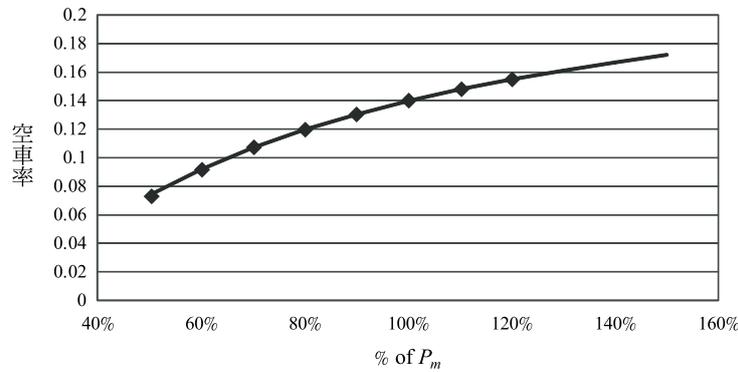


圖 7 全社會最高願付價格變動對於空車率之影響

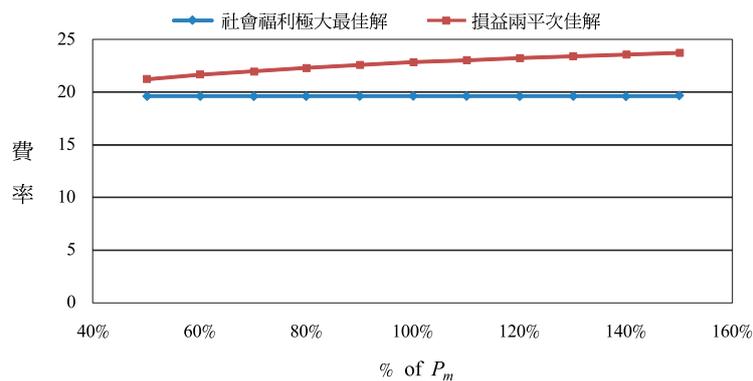


圖 8 全社會最高願付價格變動對於費率之影響

### (三) 載客里程

圖 9 則顯示出不同模式下，全社會最高願付價格變動與載客里程之關係，由圖 9 可發現，當全社會最高願付價格逐步增加，最佳及次佳載客里程將呈現非線性增長。當全社會最高願付價格由原本之 0.5 倍增加至原本之 1.5 倍，社會福利極大最佳解之載客里程將由每天 6,538,530 公里增加至 8,311,518 公里，而損益兩平平次佳載客里程則由每日 5,718,599 公里增加至 5,973,297；平均而言，當全社會最高願付價格增加 10%，將使得社會福利極大最佳解之載客里程增加約 2.36%，損益兩平平次佳載客里程則增加約 0.43%。

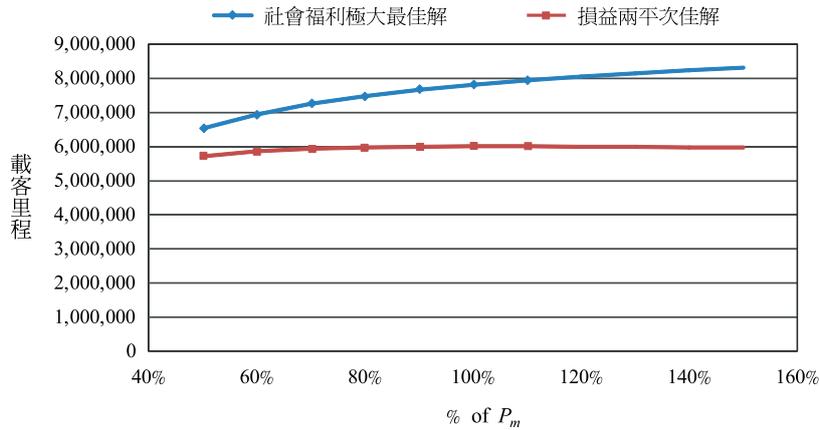


圖 9 全社會最高願付價格變動對於每日載客里程之影響

#### (四) 每日總營運里程

圖 10 則顯示出不同模式下，全社會最高願付價格變動與每日總營運里程之關係，由圖 10 可發現，當全社會最高願付價格逐步增加，最佳及次佳每日總營運里程將呈現非線性增長。當全社會最高願付價格由原本之 0.5 倍增加至原本之 1.5 倍，社會福利極大最佳解之每日總營運里程將由每天 7,058,815 公里增加至 10,038,320 公里，而損益兩平次佳每日總營運里程則由每日 6,173,641 公里增加至 7,214,310；平均而言，當全社會最高願付價格增加 10%，將使得社會福利極大最佳解之每日總營運里程增加約 3.44%，損益兩平次佳每日總營運里程則增加約 1.54%。

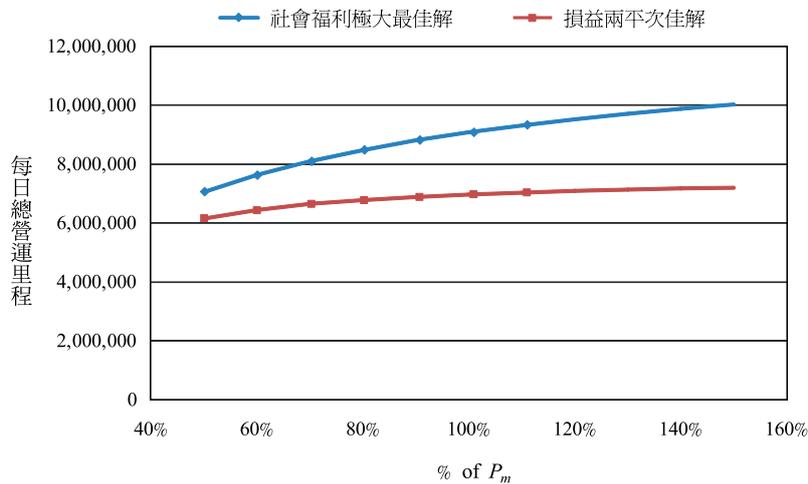


圖 10 全社會最高願付價格變動對於每日總營運里程之影響

**(五) 敏感度分析總結**

由上述針對全社會最高願付價格變動對於最佳空車率、費率、載客里程、及每日總營運里程等變數之影響進行分析之結果顯示，全社會最高願付價格之變動對於空車率具有最為顯著之影響，其次則為每日總營運里程，而費率對於全社會最高願付價格之變動則最不敏感；整體而言，社會福利極大最佳解對於全社會最高願付價格變動之敏感程度，則高於損益兩平次佳解之敏感程度。各變數於不同模式下，對於全社會最高願付價格變動之敏感度彙總如表 3 所示。

**表 3 敏感度分析彙總表**

$P_m$ 平均變動 10% 之影響 模式	變數	空車率	費率	載客里程	每日總營運里程
		社會福利極大最佳解	7.97%	0%	2.36%
損益兩平次佳解		7.97%	1.11%	0.43%	1.54%

**4.4 最佳計程車數量**

歷年調查臺北地區之計程車市場每日營運狀況如表 4 所示，當求出每日最佳營業里程後，即可推算在最大願付價格下社會福利最大之計程車數量，由於實際調查顯示，臺北市計程車市場需求之價格彈性絕對值應大於 1，因此，以下僅針對在需求之價格彈性絕對值大於 1 (= 1.4) 之狀況加以分析。

**表 4 歷年調查臺北地區之計程車市場每日營運狀況**

項目別	年 度				
	84	86	89	91	93
載客里程 (公里/天)	106.99	91.95	84.30	64.42	74.05
空車里程 (公里/天)	52.03	90.26	95.13	95.58	103.91
距離空車率	32.06%	48.69%	52.48%	59.83	58.39
營業收入 (元/天)	2218	2251	2017	1912	2256
等車時間 (分)	4.45	—	2.18	—	—
營業時間 (小時)	9.26	9.79	9.80	9.80	9.22
計程車數量	62,423 <sup>註</sup>	69,193	69,106	64,528	59,046

註：該次調查時間為 1994 年 12 月、1995 年 1 月，故採用 1994 年底的計程車數量。

資料來源：[15-19]。

根據周文生之調查結果<sup>[17]</sup>，計程車平均行駛速率約為 20.89 公里／小時。若以每日營業 8 小時計算，則每輛計程車的每日營業里程為 167.12 (20.89×8 = 167.12) 公里；而在最大願付價格社會福利極大下，當  $\alpha_1 = -1.4$  時，每日最佳營業里程為 9,088,036 公里，因此最佳的計程車數量為 54,380 (9,088,036 ÷ 167.12 = 54,380) 輛。相較於 2005 年 9 月臺北縣市地區計程車登記數量 (詳如表 5) 58,488 輛，最佳計程車營業數量則較登記數量少了約 4,108 輛。

而若考慮損益兩平限制下之次佳解狀況，則由於當  $\alpha_1 = -1.4$  時，每日營運里程之次佳解為 6,982,098 公里，因此，在每日營運 8 小時下之最佳計程車數量約為 41,779 輛，相較於現況之 58,488 輛，最佳計程車營業數量則較登記數量少了約 16,709 輛。

表 5 大臺北地區各縣市計程車登記數量

縣市別	計程車登記數量 (輛)
臺北市	33,306
臺北縣	25,182
Total	58,488

資料來源：[23]。

在藍武王之調查報告中指出<sup>[19]</sup>，因為從事計程車駕駛行業通常不必再耗費通勤時間，其他行業除依勞基法規定 8 小時營業時間外，再加上上下班通勤時間，可能非常接近 9 小時或超過，所以有司機認為每天營業 9 小時應屬合理。因此，若改以每天營業 9 小時計算，當  $\alpha_1 = -1.4$  時，最佳計程車營業數量為 48,338 (9,088,036 ÷ 20.89 ÷ 9 = 48,338) 輛。與 2005 年 9 月大臺北地區的計程車登記數量 58,488 輛相較，最佳計程車營業數量則較登記數量少了 10,150 輛。

若考慮損益兩平限制下之次佳解狀況，則由於當  $\alpha_1 = -1.4$  時，每日營運里程之次佳解為 6,982,098 公里，因此，在損益兩平下，當每日營運 9 小時之計程車數量為 37,137 輛，相較於現況之 58,488 輛，最佳計程車營業數量則較登記數量少了 21,351 輛。

由於每車每日的營業里程應為多少尚無定論，因此表 6 乃分別給定不同的每車每日營業里程，以估算在最大願付價格社會福利最大的情況下，市場上的計程車數量；由表 6 可發現，當考慮最大願付價格時，在計程車平均行駛速率為時速 20.89 公里下，只要計程車每日營業里程超過 7.44 小時，則以目前臺北市計程車市場而言，即有可能出現超額供給之現象。

表 7 則係在考慮損益兩平限制下，分別給定不同的每車每日營業里程，市場上的計程車次佳數量；由表 7 可發現，當進一步考損益兩平限制時，在計程車平均行駛速率為 20.89 公里／小時下，只要計程車每日營業里程超過 5.71 小時，則以目前臺北市計程車市場而言，即有可能出現超額供給之現象。

表 6 社會福利極大下最佳計程車數量

每車每日營業里程 (公里/日)	每日最佳總營業里程 (公里/日)	最佳計程車 數量	2005年9月大臺 北地區計程車 登記數量	登記數量與最 佳數量之差距
135	9,088,036	67,319	58,488	少 8,831 輛
145		48,152		少 4,188 輛
155 (7.44 小時)		58,488		—
167.12 (8 小時)		54,380		多 4,108 輛
177.96 <sup>a</sup>		51,068		多 7,420 輛
185		49,125		多 9,363 輛
188.01 (9 小時)		48,338		多 10,150 輛
192.61 (9.22 小時 <sup>b</sup> )		47,185		多 11,303 輛
200		45,440		多 13,048 輛

註：a. 177.96 公里為周文生<sup>[17]</sup>調查之平均每車每日營業里程。

b. 9.22 小時為周文生<sup>[17]</sup>調查之平均每車每日營業時程。

表 7 考慮損益兩平下之次佳計程車數量

每車每日營業里程 (公里/日)	每日次佳總營 業里程 (公里/日)	次佳計程車 數量	2005年9月大臺 北地區計程車 登記數量	登記數量與次佳 數量之差距
115	6,982,098	60,714	58,488	少 2,226 輛
119 (5.71 小時)		58,488		—
125		55,857		多 2,631 輛
135		51,719		多 6,769 輛
145		48,152		多 10,336 輛
155		45,046		多 13,442 輛
167.12 (8 小時)		41,779		多 16,709 輛
177.96		39,234		多 19,254 輛
185		37,741		多 20,747 輛
188.01 (9 小時)		37,137		多 21,351 輛
192.61 (9.22 小時)		36,251		多 22,237 輛
200		34,910		多 23,578 輛

## 五、結論與建議

本研究在考慮最大願付價格之社會福利最大目標下，分析以巡迴計程車為主的計程車市場，經過數學模式的構建，針對計程車市場之補貼率及空車率進行理論求解，並以臺北地區計程車市場為例進行實例應用分析後，具體得到以下結論與建議。

### 5.1 結論

1. 本研究改善 Douglas<sup>[1]</sup> 及張學孔與黃世明<sup>[5]</sup> 之研究，利用分析性數學模式，以社會福利最大為目標，在考慮最大願付價格下，建立於需求之價格彈性小於或等於 1 之狀況下，仍能適用於雙邊取對數需求函數型態之一般化最佳及次佳費率與空車率模式。
2. 在雙邊取對數型態之需求函數下，最大願付價格福利極大空車率及補貼率僅和函數中之各彈性值、邊際成本及全社會最高願付價格有關，而和常數項無關。
3. 本研究以可支配所得中，交通運輸與通訊消費所占之比率作為估算全社會最高願付價格之依據，估計結果顯示，以臺北市而言，全社會最高願付價格約為每延車公里 106.25 元。
4. 實例應用分析結果顯示，當等車時間彈性為 -0.2、空車里程對等車時間的敏感度為 -1、單位營運成本為 19.63 元/車一公里且全社會最高願付價格為每延車公里 106.25 元時，在價格彈性為 -1.4 之狀況下、最佳及次佳空車率為 13.98%、最佳費率為 19.63 元/延車公里、次佳費率則為 22.82 元/延車公里。
5. 針對全社會最高願付價格變動對於最佳空車率、費率、載客里程、及每日總營運里程等變數之影響進行分析之結果顯示，全社會最高願付價格之變動對於空車率具有最為顯著之影響，其次則為每日總營運里程，而費率對於全社會最高願付價格之變動則最不敏感；整體而言，社會福利極大最佳解對於全社會最高願付價格變動之敏感程度，則高於損益兩平次佳解之敏感程度。
6. 實例應用分析之結果顯示，當需求之價格彈性絕對值降低至 1 或介於 0 與 1 之間時，由於使用者對於計程車之依存度提高，因此，政府更應積極改善計程車業者之營運環境，並給予更高之金錢或非金錢補貼，以提高計程車業者提供更好服務品質之誘因。
7. 在合理參數設定並假設計程車每日營業 8 小時之情況下，所求得之社會福利極大計程車數量為 54,380 輛，此與 2005 年 9 月底臺北地區的計程車登記數量 58,488 輛相較，顯示有四仟一百餘輛之超額供給；若以每日營業 9 小時分析，則將有一萬零一百餘輛之超額供給；若就營業時間加以分析，則只要計程車每日營業時間超過 7.44 小時，則以目前臺北計程車市場而言，即有可能出現超額供給之現象。
8. 損益兩平次佳解分析結果顯示，在合理參數設定並假設計程車每日營業 8 小時之情況下，所求得之次佳計程車數量為 41,779 輛，與 2005 年 9 月底臺北地區的計程車登記數量，有一萬六仟七百餘輛之超額供給；若以每日營業 9 小時分析，則將有二萬一仟三百

餘輛之超額供給；若就營業時間加以分析，則只要計程車每日營業時間超過 5.71 小時，則以目前臺北計程車市場而言，即有可能出現超額供給之現象。

## 5.2 建議

1. 本文主要係延續以往相關研究，針對需求函數為雙邊取對數型態下，在需求之價格彈性絕對值介於 0 與 1 之間時，消費者剩餘無法積分之問題加以探討，並提出合理之解決方法。然而，若在需求函數為其他函數型態假設下，並不必然產生消費者剩餘無法積分之問題，建議後續研究可針對需求函數為不同形態之計程車空車率與費率等議題進行探討。
2. 本研究對於計程車所造成之交通擁擠及空氣污染等外部成本並未加以考量，而有關運輸系統外部性對於系統設計與最佳化之量化評估已有相關研究<sup>[24,25]</sup>曾加以分析，值得後續研究予以納入作進一步之探討。
3. 本研究主要探討及應用對象係以巡迴計程車為主的都會地區；然而，近年來已有業者成功引進智慧型計程車派遣技術，且其系統車隊將達 1 萬輛以上，而近來亦有將智慧卡作為付費交易媒介以及一車兩駕駛之議<sup>[26,27]</sup>，這些營運模式將對未來整個計程車市場產生相當大的衝擊，後續研究可朝不同營運型態及不同技術應用程度的計程車市場進行探討。
4. 由於全社會最高願付價格係指計程車市場中，全社會對於每一載客里程所願意付出之最高費率，此一最高費率顯然與所得及載客數呈正相關，本研究囿於經費與時間之限制，無法針對此一參數予以精確估算，建議後續研究可針對此一參數做更詳盡之探討。

## 參考文獻

1. Douglas, G. W., "Price Regulation and Optimal Service Standards: The Taxicab Industry", *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 20, 1972, pp. 116-127.
2. 張堂賢，「都會計程車運輸市場及其定價研究」，**運輸計劃季刊**，第 21 卷，第 1 期，1992 年 3 月，頁 63-94。
3. Schaller, B., "Elasticities for Taxicab Fares and Service Availability", *Transportation*, Vol. 26, 1999, pp. 283-297.
4. 黃世明，「計程車最佳費率與空車率之研究」，臺灣大學土木工程學研究所碩士論文，2001 年 6 月。
5. 張學孔、黃世明，「計程車最佳費率與空車率之研究」，**運輸計劃季刊**，第 32 卷，第 2 期，2003 年 6 月，頁 341-364。
6. Chang, T. H. and Chu, T. S., "Optimal Taxi Market Control Operated with a Flexible Fare Policy", *Proceeding of 2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing, and Control*,

- 2004, pp. 1335-1340.
7. Beesley, M. E. and Glaister, S., "Information for Regulation: The Case of Taxis", *The Economic Journal*, Vol. 93, 1983, pp. 594-615.
  8. 段良雄、施怡玫，「城際客運運具選擇之所得效果」，*運輸計劃季刊*，第 29 卷，第 3 期，2000 年 9 月，頁 583-615。
  9. 段良雄、張淳智，「以個體需求模式分析機動車輛持有與運具之選擇行為」，*運輸計劃季刊*，第 18 卷，第 1 期，1989 年 3 月，頁 55-78。
  10. 段良雄、張淳智、胡琬珮、劉怡慧，「運具選擇無異門檻模式」，*運輸計劃季刊*，第 25 卷，第 4 期，1996 年 12 月，頁 565-595。
  11. 江伯尹，「高速鐵路服務品質對旅客選擇行為影響之研究」，成功大學交通管理科學研究所碩士論文，1999 年 6 月。
  12. Arnott R., "Taxi Travel Should Be Subsidized", *Journal of Urban Economics*, Vol. 40, 1996, pp. 316-333.
  13. 行政院主計處，**92 年臺灣地區家庭收支調查報告**，2004 年 10 月。
  14. 行政院主計處，**93 年中華民國統計年鑑**，2005 年 9 月。
  15. 周文生，「八十九年度臺北地區計程車營運情形調查」，臺北市政府交通局委託中央警察大學交通學系辦理專題研究報告，2000 年 10 月。
  16. 周文生，「九十一年度臺北地區計程車營運情形調查」，臺北市政府交通局委託中央警察大學交通學系辦理專題研究報告，2002 年 11 月。
  17. 周文生，「九十三年度臺北地區計程車營運情形調查」，臺北市政府交通局委託中央警察大學交通學系辦理專題研究報告，2004 年 11 月。
  18. 陳武正，「八十六年度臺北地區計程車營運情形調查」，臺北市政府交通局委託交通大學交通運輸研究所辦理專題研究報告，1997 年 6 月。
  19. 藍武王，「臺北地區計程車營運情形調查」，臺北市政府交通局委託交通大學交通運輸研究所辦理專題研究報告，1995 年 6 月。
  20. 張堂賢，「計程車、小船費率結構之研究」，臺北市政府交通局委託淡江大學交通管理研究所辦理專題研究報告，1991 年 6 月。
  21. 亞聯工程顧問有限公司，「臺北都會區整體運輸規劃基本資料之調查與驗校（二）」，臺北市政府交通局委託辦理專題研究報告，2001 年 8 月。
  22. 林佐鼎，「都市內個體運具選擇模式之研究」，成功大學交通管理研究所碩士論文，1984 年 6 月。
  23. 交通部，交通部全球資訊網，「交通統計」，<http://www.motc.gov.tw/>，民國九十六年。
  24. Chang, S. K. and Chu, T. S., "Optimal Headway and Route Length for a Public Transit System under the Consideration of Externality", *Journal of Eastern Asia Society for Transportation Studies*, Vol. 6, 2005, pp. 4001-4006.

25. 張學孔、郭瑜堅，「都市旅次總成本模式構建之研究」，**運輸計劃季刊**，第 36 卷，第 2 期，2007 年 6 月，頁 147-182。
26. 洪軍燭，「新一代計程車管理系統」，商車營運管理計程車派遣系統研討會，交通部運輸研究所，2000 年 2 月。
27. 張學孔，「計程車隊管理智慧化之研究」，臺灣大車隊股份有限公司委託臺大慶齡工業研究中心辦理專題研究報告，2006 年 7 月。

### 附錄一 符號定義表

本研究中理論模式及實例應用分析所使用之符號及其基準值，彙整如下：

符號	定 義	單 位	基 準 值
$A_1$	需求函數之常數項	—	$7.20 \times 10^8$
$A_2$	等車時間函數之常數項	—	$7.50 \times 10^6$
$u$	單位營運成本	元/延車公里	19.29
$c$	單位營運成本(包含合理報酬)	元/延車公里	19.63
CS	消費者剩餘	元/日	—
$P$	計程車費率	元/延車公里	—
$P_m$	全社會最高願付價格	元/延車公里	106.25
PS	生產者剩餘	元/日	—
$Q$	計程車市場上每日總載客里程	公里/日	—
$R$	距離空車率	—	—
TC	總成本	元/日	—
TR	總收入	元/日	—
$V$	計程車市場上每日總空車里程	公里/日	—
$w$	等車時間	分鐘	—
W	社會福利	元/日	—
$\alpha_1$	需求之價格彈性	—	-1.40
			-1.00
			-0.78
$\alpha_2$	等車時間之空車里程彈性	—	-0.20
$\beta_1$	需求之等車時間彈性	—	-1.00

## 附錄二 $T$ 恆為正值之證明

由於若  $T$  為負值將可能使得在需求之價格彈性 ( $\alpha_1$ ) 不等於一時， $V^*$  及  $Q^*$  為虛數，因此，需進一步針對  $T$  是否恆為正值進行判斷，而為證明方便起見，本研究以證明  $-T$  為半負定，且  $-T$  之極大值為零，作為  $T$  恆為正值之證明。

由於

$$-T = \frac{1 - \left(\frac{P_m}{c}\right)^{\alpha_1} \left(1 + \alpha_1 \left(1 - \frac{P_m}{c}\right)\right)}{1 + \alpha_1} = \frac{\left(\frac{P_m}{c}\right)^{\alpha_1+1} \left(\alpha_1 - \frac{c}{P_m}(1 + \alpha_1)\right) + 1}{1 + \alpha_1} \quad (\text{A1})$$

設最大願付價格下，全社會願意付出之最高價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 之比值  $\frac{P_m}{c} = x$  並定義函數  $f(x, \alpha_1)$  為：

$$f(x, \alpha_1) = \frac{x^{\alpha_1+1} \left(\alpha_1 - \frac{1}{x}(1 + \alpha_1)\right) + 1}{1 + \alpha_1} \quad x > 0, \alpha_1 < 0 \quad (\text{A2})$$

函數  $f(x, \alpha_1)$  極大值之一階條件為：

$$\frac{\partial f(x, \alpha_1)}{\partial x} = \alpha_1 x^{(\alpha_1-1)}(x-1) = 0 \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial f(x, \alpha_1)}{\partial \alpha_1} = \frac{x^{\alpha_1}(\ln(x)((x-1)\alpha_1^2 + (x-2)\alpha_1 - 1) + x) - 1}{(\alpha_1 + 1)^2} = 0 \quad (\text{A4})$$

由 (3)、(4) 二式可輕易解出 ( $x^* = 1, \alpha_1$ ) 為滿足一階條件之解，且將其代入 (2) 式可得到  $f(x^* = 1, \alpha_1) = 0$ 。

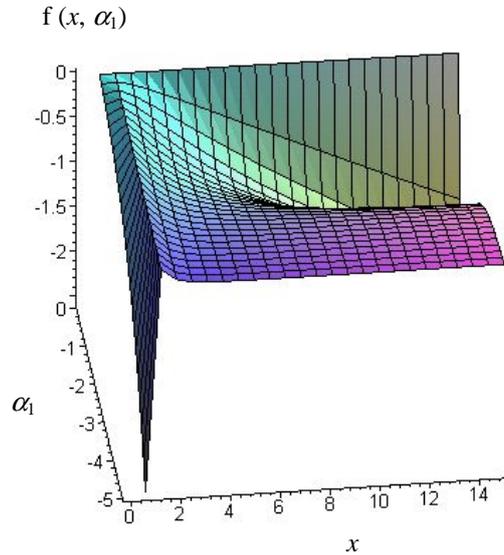
進一步驗證其二階條件：

$$|H|_1 = \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x^* = 1, \alpha_1) \right| = \alpha_1 < 0 \quad (\text{A5})$$

$$|H|_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x^* = 1, \alpha_1) & \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha_1 \partial x}(x^* = 1, \alpha_1) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \alpha_1}(x^* = 1, \alpha_1) & \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha_1^2}(x^* = 1, \alpha_1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A6})$$

(5)、(6) 二式顯示在  $(x^* = 1, \alpha_1)$  時，函數  $f(x, \alpha_1)$  之 Hessian 矩陣為半負定，函數  $f(x, \alpha_1) = 0$  為極大值，如附圖 1 所示，由附圖 1 亦可看出當  $x = 1$  時，不論  $\alpha_1$  之值為何， $f(x, \alpha_1)$  均為 0，此時函數  $f(x, \alpha_1)$  之函數值達到極大值；當  $x \neq 1$  時， $f(x, \alpha_1) \leq 0$ 。

由以上證明可知， $-T$  為半負定，且  $-T$  之極大值為零，因此  $T$  恆為正值得證。



附圖 1 函數  $f(x, \alpha_1)$  之圖形

### 附錄三 $U$ 恆為正值之證明

由於若  $U$  為負值將可能使得在需求之價格彈性  $(\alpha_1)$  等於 1 時， $V^*$  及  $Q^*$  為虛數，因此，需進一步針對  $U$  是否恆為正值進行判斷，由於

$$U = \ln\left(\frac{P_m}{c}\right) + \frac{c}{P_m} - 1 \quad (A7)$$

因此，定義函數  $g(x)$  為：

$$g(x) = \ln(x) + \frac{1}{x} - 1 \quad (A8)$$

函數  $g(x)$  極小值之一階條件為：

$$\frac{dg}{dx}(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = 0 \quad (A9)$$

由式 (9) 可解出滿足  $g(x)$  極小值一階必要條件之  $x^*$  為  $x^* = 1$  且  $g(x^* = 1) = 0$ ；進一步驗證其二階充分條件：

$$\frac{d^2g}{dx^2}(x^* = 1) = 1 > 0 \quad (A10)$$

因此， $U$  恆為正值，亦即  $V^*$ 、 $Q^*$  及  $R^*$  均為正實數，其最小值發生於全社會願意付出之最高價格 ( $P_m$ ) 與計程車之邊際成本 ( $c$ ) 相等時，此時， $V^*$ 、 $Q^*$  及  $R^*$  均為零，因此， $U$  恆為正值得證。

