

應用基因演算法於捷運列車運行計畫 之研究

A GENETIC ALGORITHM MODEL FOR MRT TRAIN SERVICE PLANNING

王晉元 Jin-Yuan Wang¹
林誌銘 Chih-Ming Lin²

(94 年 12 月 19 日收稿，95 年 5 月 18 日第一次修改，
95 年 8 月 2 日第二次修改，93 年 3 月 5 日定稿)

摘 要

捷運公司為兼顧服務水準與營運成本，重要營運策略之一是規劃良好的列車運行計畫，其主要目的在於規劃最適的營運模式及班距，以滿足系統特性、列車數限制及服務指標規範，並求營運成本最小；但旅客依據列車運行計畫進行路徑選擇的結果，會影響原來預估的服務水準，因此捷運公司須重複修正列車運行計畫，形成了雙層次規劃問題。由於列車運行計畫具有問題規模大、限制式多、不可行解空間區域大等特性，依雙層次規劃問題架構所構建的模式又屬 NP-Hard 性質，難以保證可求得最佳解，故本研究應用可全域搜尋、容易增加限制式的基因演算法來構建模式求解，並針對列車運行計畫問題特性，設計特殊的尋優策略以加速求解時間及確保求解品質。最後以臺北捷運公司現行高運量系統路網作為實例驗證，探討如何進行營運模式及班距決策，驗證結果顯示本研究模式的穩定性、實用性及求解品質，可作為捷運公司之參考。

-
1. 國立交通大學運輸科技與管理學系副教授 (聯絡地址：300 新竹市大學路 1001 號國立交通大學運輸科技與管理學系；電話：03-5731737；E-mail：jinyuan@faculty.nctu.edu.tw)。
 2. 國立交通大學運輸科技與管理學系博士候選人 (電話：0928823434；E-mail：iambell@so-net.net.tw)。

關鍵詞：捷運；列車運行計畫；雙層次規劃問題；基因演算法

ABSTRACT

The MRT train service plan is a kind of bi-level programming problem. For MRT companies, the decision about service mode and headway is the upper-level problem. The goal is to minimize the operational cost under the constraints of MRT system and service performance index (SPI). The lower-level problem is passengers' route choice model, for their main concern is to minimize their travel time and cost, which consequently influences the SPI. This study presents a genetic algorithm for MRT train service planning to solve the bi-level programming problem. In addition, the proposed model was tested with the current network of Taipei Rapid Transit Corporation (TRTC). The results suggest that the model and solution algorithm with high stability, feasibility and solution quality is useful for TRTC.

Key Words: *MRT; Train service plan; Bi-level programming problem; Genetic algorithm*

一、前言

隨著經濟活動快速發展，人們對於交通需求與日俱增，私人運具隨之蓬勃發展的結果，造成都市道路交通擁擠，並產生市容、環保、安全等相關社會問題，故各大都市均積極規劃新建或擴建捷運系統路網，期望藉由提供快速、安全、舒適的大眾運輸系統，與私人運具競爭，達到紓緩道路交通擁擠、降低環境汙染及提高交通安全等目的。捷運公司在都市大眾運輸分工中，雖肩負著短時間內輸運大量旅次、提供良好搭乘環境的責任，但同時亦必須達成永續經營的企業目標，故需規劃良好的營運策略，以兼顧營收及成本；其中，妥為規劃列車運行計畫 (train service plan) 即是重要的營運策略之一^[1]。

捷運列車運行計畫規劃架構如圖 1 所示，可知捷運公司為遵守捷運相關法規規定，必須在市政府的核備下研擬列車運行計畫及系統服務指標，其中系統服務指標規範了最少應達到的服務水準 (例如班距、速率、承載率等)，而列車運行計畫則代表提供的服務內容，例如營運模式 (service mode)、尖離峰時段、班距 (headway) 等，其中又以營運模式及班距為影響成本的主要決策變數。

捷運公司為樽節營運成本，會在系統資源限制 (如可用列車數、軌道限制等)、服務指標規範 (主要為班距、承載率等) 下，妥善規劃營運模式及班距，以求盡量降低司機員數、使用列車數及列車公里數等變動成本，如此提供的運能條件會影響旅客的路徑選擇行為，在固定的旅客起迄分布下，所有旅客同時選擇自己旅行時間成本最小的路徑後，可能會使部分路段產生擁擠情形，以致部分服務指標值 (主要是承載率) 不符規定，導致捷運公司在市政府監督下，必須重新規劃列車運行計畫來滿足旅客需求。

前述修正過程若過於頻繁，將造成旅客搭乘不便、影響捷運公司形象及增加相關營運成本等問題。此外，依臺北捷運公司（以下簡稱 TRTC）現況，是以人工方式調整該計畫，有經驗傳承不易及規劃結果難以驗證的問題，因此在國內各界正積極發展軌道產業的當下，如何建立一個良好的列車運行計畫規劃模式，成為都市交通規劃及捷運營運管理的重要課題。

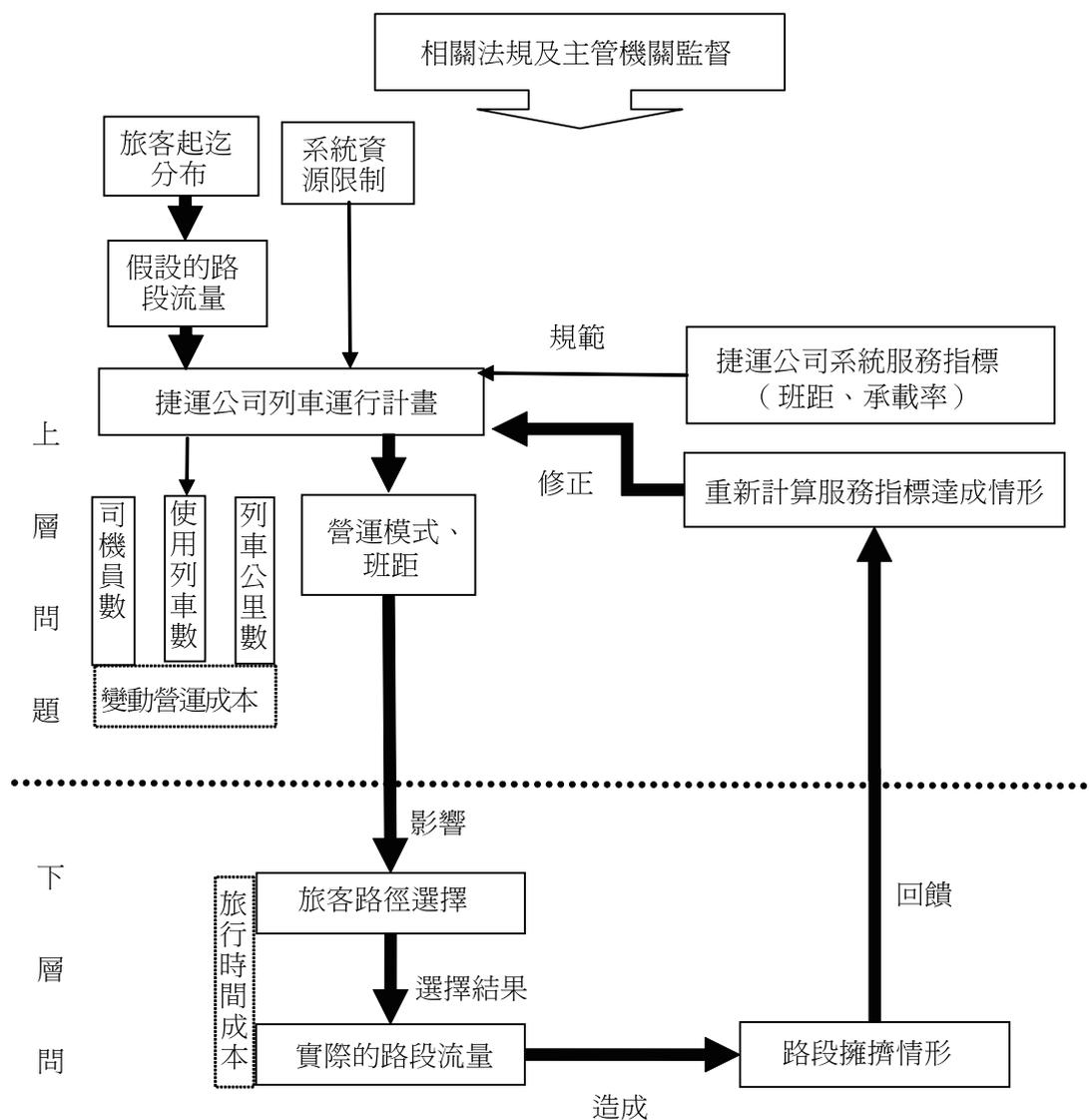


圖 1 列車運行計畫架構圖

就模式角度來看，由圖 1 之粗黑線軌跡可知，捷運公司在上層問題中為政策規劃者，

由於無法事先控制旅客的路徑選擇行為，故第一次規劃時，會先在假設的路段流量（例如先忽略不同營運模式所致的轉車成本，而直接以路網的幾何最短距離為旅客成本，進行運量指派）及各類限制條件下求解營運成本最小問題，因而決定了初期的營運模式及班距；下層問題中，旅客則在其所面對的路網特性及時間成本下進行路徑選擇，選擇結果將產生實際的路段流量，這些流量可能超過捷運公司原提供的路段容量，因而造成擁擠情形並影響服務水準，服務水準的變化改變了上層問題中列車運行計畫的限制條件，以致捷運公司必須重新求解上層問題；這些相互影響的求解過程必須重複進行至穩定收斂為止，因而形成了所謂雙層次規劃問題 (bi-level programming problem)。

雙層次規劃問題屬於 NP-Hard 問題，即使是簡單的路網問題亦無法以最佳化模式求解，且即使上層問題及下層問題都是凸函數，整個雙層次規劃問題仍有可能是非凸問題，因此很難確定是否找到的解是局部最佳解還是全域最佳解^[2,3]。此外，捷運列車運行計畫在實務上必須符合許多限制式，且問題規模會隨著路網的擴建而益形複雜；因此，如何構建一快速、有效、多限制式、多目標的模式，來協助捷運公司解決列車運行計畫中營運模式及班距之決策問題，成為本研究欲解決的研究課題。

本文後續章節安排說明如下：第二節首先說明列車運行計畫問題、雙層次規劃問題模式，其次在說明相關假設條件及重要參數、建立列車運行計畫網路模型後，依雙層次規劃問題架構來構建數學規劃模式，並探討目前常用求解方法，以說明使用基因演算法的適用性；第三節說明列車運行計畫基因演算法研究課題、模式架構、重要步驟及特殊尋優策略內容，第四節以 TRTC 現行高運量系統路網進行相關重要參數探討及敏感度分析後作實例驗證，第五章針對模式的應用及後續發展作結論與建議。

二、模式探討及構建

2.1 列車運行計畫問題說明

依交通部頒「大眾捷運系統經營維護與安全監督實施辦法」規定，捷運公司於新路線通車前或營運穩定後發現運能供給不敷需求時，需研擬列車運行計畫報請地方主管機關核備後方得實施；且在實務上，必須確認該計畫被核備後，方能接續製作列車運行時刻表及司機員排班等作業，依 TRTC 逐年通車經驗，這些程序週而復始且頻率極高，故列車運行計畫制訂良好與否，成為捷運公司營運管理績效的主要影響因素之一。

列車運行計畫之輸入資料包含運量、可用列車數、列車行駛時間、折返時間、停靠站時間、軌道佈設等，決策內容則為營運模式、尖離峰班距、營運日型、尖離峰時段、服務時間、轉運列車、緊急應變運轉模式及執行方法等項目^[4]，其中又以營運模式（捷運路線上，列車在固定兩車站間之上下行軌來回行駛之運行方式）及班距（系統某一定點上，相鄰兩列車抵達的時間間隔）為主要決定項目，除需能滿足尖離峰運量需求外，亦直接影響

到列車使用數、司機員人力、行車用電等成本項目，故需妥為規劃以兼顧營運成本與效益。

捷運公司對於營運模式及班距的規劃原則如下：

1. 規劃目標在求營運成本最小或旅客綜合成本最少。
2. 營運模式之規劃必須符合軌道及號誌限制，並能滿足大部分旅客的旅次分布型態。
3. 各路段班距需符合系統服務指標之規定以及運量的需求。
4. 使用列車數總和必須低於可用列車數。

其次，以 TRTC 為例，探討列車運行計畫對旅客的影響後發現，由於惡劣氣候、月台人潮擁擠等因素通常會造成不準點，故 TRTC 為避免誤導旅客，並不公布列車時刻表 (time table)，而是公布尖離峰時段、尖離峰班距及營運模式等資訊；一般而言，這些資訊內容的變動，會使捷運系統內各種起迄對 (O-D pair) 旅客的候車及轉車時間有所增減，進而影響了他們的運具選擇 (選擇改搭或放棄捷運)、抵達捷運站時間 (原來搭捷運者改變出門時間)、捷運內路徑選擇 (選擇更節省時間的路徑) 等行為。但由於列車數限制使得各營運模式的班距必須互相折衝 (trade-off)，旅客候車時間也因此而互有消長，且營運模式的變更也導致不同旅客轉車時間的互有增減，所以有些旅客總旅行時間增加了，有些旅客的卻減少了；故整體而言，捷運旅客數增減應不大，因此可推論除非 TRTC 大量地增加或減少使用列車數，使得整個捷運系統的平均旅行時間大幅變動，否則列車運行計畫變更所造成的外部效果並不顯著，亦即 TRTC 僅需考慮原來的旅客起迄對在系統內重新進行路徑選擇的影響，作為對列車運行計畫的回饋即可。

由於捷運路網逐漸綿密，前述規劃原則及考量旅客路徑選擇的回饋，使得列車運行計畫問題規模大且限制式多。而目前國內列車運行計畫規劃作業係採人工方式進行，先以嘗試錯誤法規劃營運模式，其次計算各營運模式之班距、營運列車數及系統運能對照關係，再依專家經驗將總可用列車數分配至各營運模式，最後再依運量分布情形規劃營運日型、尖離峰時段等其他項目。作業方式因係以人工調整，故有規劃時間長、較難確保品質、規劃結果因人而異、無法考量旅客路徑選擇的影響、無法提供更多決策參考資訊等問題，故亟需一套穩健、周延的模式協助規劃，以收事半功倍之效^[1]。

2.2 雙層次規劃問題模式

依 Yang 與 Yagar^[5] 之方式，雙層次規劃問題可表達如下：

$$\text{Min}_u \quad F(u, v(u)) \quad (1)$$

s.t.

$$G(u, v(u)) \leq 0 \quad (2)$$

其中 $v(u)$ 係由以下模式求得

$$\text{Min}_v \quad f(u, v) \quad (3)$$

s.t.

$$g(u, v) \leq 0 \quad (4)$$

以上模式中， F 為上層問題的目標式（捷運公司關心的營運成本）、 u 是決策變數（營運模式及班距）， G 則是限制式（承載率、班距限制...）； f 為下層問題的目標式（旅客旅行時間成本）、 v 則是決策變數（路段流量）， g 則是下層問題限制式（流量守恒）。

雙層次規劃問題應用在捷運列車運行計畫問題上，上層問題可能為系統尚未興建前的路網設計問題，或是營運階段的管理策略問題，目標式通常是求營運成本最小、營收最大；下層問題則是路網流量指派問題，可採使用者均衡（user equilibrium）或系統最佳化（system optimum），並依系統特性採用適當的指派方式及成本函數。其中， $v(u)$ 是所謂的反映函數（reaction function），由下層問題求解而得，求得暫時解後代回到上層問題成為非線性的目標式，因此上層問題將成為非凸問題，隨著問題特性不同，通常很難找到最佳解 [3,6,7]。

雙層次規劃問題因屬 NP-Hard 問題 [2,8]，因此許多文獻係採啟發式解法求解 [9,10]，一般約可分為疊代式最佳化指派方法（iterative optimization assignment, IOA）、敏感度分析基礎法（sensitivity analysis based, SAB）及基因演算法（genetic analysis based, GAB）等，前二者均以疊代方式來循環求解，主要差異在 IOA 假設上層問題決策變數的變動，不影響下層問題的決策變數，SAB 則否 [11-14]；另基因演算法由於具有方便增加目標式及限制式、可全域搜尋等特性，目前在實務上有逐漸增加的趨勢 [8,15,16]，亦構成本研究採用基因演算法來求解屬於雙層次規劃問題的列車運行計畫問題之動機。

2.3 列車運行計畫模式

2.3.1 假設條件與重要參數

本研究探討的列車運行計畫問題，其研究範圍、假設條件、相關推論及重要參數說明如下：

（一）與捷運系統特色相關的重要假設

1. 研究範圍僅考量同一種系統的主線路網；以 TRTC 為例，僅考量高運量系統主線，如淡水、新店、中和、南港、板橋及小南門等線，而支線（小碧潭、新北投）、中運量系統（木柵線）之轉車運量則轉換分配到轉車站（七張站、北投站、忠孝復興站）上。
2. 由 2.1 節的推論，可假設在都市整體運輸規劃的結果中，分配至捷運系統的運量及起迄分布情形不因列車運行計畫不同而異，故每一個列車運行計畫方案均面臨相同的運量需求，互有不同的是營運成本、旅客進行路徑選擇後的流量分布及總旅行時間。
3. 捷運票價以起迄站間最短路徑距離為計算基礎，不因營運模式不同而改變，因此在運

量需求不變的假設條件下，捷運公司票箱收入，將不會因列車運行計畫不同而異，故本問題可不考慮收入問題，僅需探討如何規劃使得營運變動成本最小。

4. 由於捷運系統尖峰特性甚強，及運輸投資成本的沉沒性，捷運公司營運變動成本與尖峰營運方式關聯甚大，故本研究僅針對尖峰時段進行營運模式及班距規劃；離峰時段營運模式則與尖峰時段相同，以避免旅客搭乘習慣上的不便，且因運量需求較少，故採政策班距運行，以符合主管機關對於服務水準之規範；例如，以 TRTC 高運量系統主線而言，尖、離峰班距上限分別為 7、10 分鐘。
5. 各營運模式均採雙線、單一方向循環運行、每站皆停、停靠站時間 (dwelling time) 固定 (25 秒) 且端點站折返時間固定 (300 秒)，故每一營運模式的總行駛時間 (running trip time) 為固定值。
6. 捷運系統軌道轉轍器位置及號誌路徑設定等特性，決定了可能的候選營運模式，列車運行計畫規劃工作，即是妥為分配可上線列車至各營運模式中 (若分配數為 0 即表示不予採用)，各營運模式總行駛時間除以所分配列車數即為其班距。
7. 因號誌系統最小月台開通時間的限制，捷運班距具有下限；以 TRTC 高運量系統而言約為 2 分鐘。
8. 列車為固定編組，且捷運公司為求安全、舒適及提升承載率，已在尖峰時段透過相關營運管理手段 (例如人潮管制計畫)，儘量讓旅客均勻分布在各車廂內，故每一輛列車的承載量相同，且須符合捷運系統服務指標對於承載率之規範；以 TRTC 高運量系統為例，每列車乘載量為座位數 352 人 + 尖峰承載率 6 人/m² × 車廂地板面積 264m² = 1936 人。

(二) 上層的營運成本最小問題相關探討

1. 規劃目標若欲同時求營運變動成本及購車數最小 (如規劃遠期路網時為節省購車預算，或營運期間逢列車大修以致須減少上線列車數)，則除營運變動成本外，尚需將上線列車數置於目標式中，亦即需考量其折舊成本。
2. 規劃目標若欲對現有路網求營運變動成本最小，則因已購置的列車數為固定，即使不上線運行，亦須依會計原則負擔固定的折舊成本，故推知上線列車數多寡不影響變動成本，且因維修策略之需要可能須保留部分列車在廠維修，可上線列車數須列為限制式。
3. 規劃目標若欲求社會成本最小，則目標式將是捷運公司營運變動成本與旅客變動成本之總和。
4. 綜上所述，捷運公司營運變動成本項目包含行車成本 (含行車用電成本及司機員人力成本) 及列車折舊成本，旅客變動成本則是在票價以外所付出的時間成本；每列車公里成本為 378.8 元^[17]、每小時每列車折舊成本為 1522 元 (每列車造價四億元，依 30 年直線攤銷法計算)。

(三) 下層的運量指派問題相關探討

1. 捷運系統尖峰時段旅客大多為通勤族，具備完全資訊、理性行為且時間價值相同，他們知道各起迄站之間的最短路徑，而且會依最短路徑旅行，故可採用確定性使用者均衡指派模式 (deterministic user equilibrium assignment method)。
2. 由於旅客票價僅與站間最短路徑距離相關，不因列車運行計畫而異，故目標式可不考量旅客票價成本，僅需考量旅客總旅行時間成本。
3. 旅行時間成本依旅客在捷運系統內的活動，包含進站步行時間、月台候車時間、車上時間、下車時間及出站步行時間，若有轉車行為，則尚須增加轉車站步行時間。這些時間成本項目除原先在不擁擠情形下所必須花費的時間外，另分別會因車站進站動線、月台、列車、出站動線或轉車站容量不足導致的擁擠情形，而產生額外的不舒適成本，故均非固定值，須以成本函數方式來代表受運量影響而產生的時間成本變化。
4. 前述各項時間成本函數，由於非本研究重點，故本研究係參考李治綱與謝汶進^[11]評量高速鐵路乘客乘坐列車舒適度的方式，參酌美國公路局 (Bureau of Public Road, BRP) 所制定的擁擠函數，擬訂時間成本函數如下：

$$TC(x) = t_0 \times \left[1 + a \times \left(\frac{x}{v_c} \right)^b \right] \quad (5)$$

其中， TC 是旅客的時間成本， t_0 為不擁擠時的原始時間成本， x 為運量指派後之旅客數， v_c 為車站步行動線、月台或列車的容量；由公式內容可知，當旅客數 x 達到設計容量 v_c 時，時間成本 TC 將等於原始時間成本 t_0 之 $1+a$ 倍，亦即不舒適程度若換算成時間成本時係增加了 a 倍；且當 x 超過 v_c 時， TC 會呈 b 次方的非線性型態快速成長。

該類型擁擠函數在計算交通擁擠成本上甚為普遍，本研究謹參考李治綱與謝汶進^[11]之研究，使用 $a=0.15$ ， $b=4$ 的參數組合來應用在捷運上，進一步的最適參數校估則留待後續研究；故此，該擁擠函數在捷運的適用性分析，僅需探討所選用設計容量 v_c 是否能合理地代表旅客舒適程度。

一般而言，捷運系統設施的設計容量可概分為安全設計容量及舒適設計容量，本研究主要採後者做為 v_c 之依據，以下就旅客在捷運系統內「車站內步行」、「月台候車」及「搭乘列車」等三個搭乘步驟分別討論，可知如此選擇尚稱合理：

- (1) 車站內步行：車站內步行的動線包含出入口、通道及穿堂，一般而言，先設計最小淨寬度的基本規格 (如通道之設計流量為單向 85 人/分鐘/公尺、雙向 70 人/分鐘/公尺)^[18]再進行緊急疏散模擬後調整為安全設計容量，故知在正常營運時，車站內旅客數將低於安全設計容量；至於舒適設計容量，本研究則建議參考臺灣地區公路容量手冊^[19]對於行人交通設施服務水準等級之通勤區 D 級 (行人感受為正常的步行速率受到限制，穿越或超越他人的可能性低，改變方向困難) 最高值 (66 人/分鐘/公尺) 採為基礎，配合各車站的實際空間規劃換算而得，換言

- 之，當旅客數高於車站內步行空間的舒適設計容量時，將產生額外的不舒適成本。
- (2) 月台候車：依捷運車站月台寬度設計準則，在安全設計容量規劃上係依尖峰時段列車班距及承載量換算為安全疏散所需之月台容量^[20]；在旅客候車時舒適度的考量，則另以候車空間為衡量基礎，各系統依國情不同採 B 級 ($1\text{m}^2/\text{人}$ ，如新加坡) 至 D 級 ($0.5\text{m}^2/\text{人}$ ，如新加坡) 不等^[18]，本研究因將以 TRTC 為實例驗證對象，故採用 C 級 ($0.8\text{m}^2/\text{人}$) 為月台候車時 v_c 的計算基礎，以合理估算旅客在月台候車時的舒適程度。
- (3) 搭乘列車：臺北捷運系統購置列車時，安全設計容量為每平方公尺站立七人，營運時為符合法規對於服務指標中舒適度的要求，則以尖峰時段每平方公尺站立六人以下為可接受範圍，亦即超過此門檻即造成旅客不舒適的感覺，故本研究係採每平方公尺站立六人為列車容量之計算依據。
5. 旅客車內及車外時間價值，本研究係參考郭瑜堅^[21]之方式，依據臺北都會區整體運輸需求預測模式^[22]中，民國 80 年大眾運輸之車內時間價值每分鐘 0.79 元、車外平均時間價值每分鐘 1.58 元（後者為前者的二倍），以平均年物價上漲率 0.03，將上述值調整為民國 95 年之車內平均時間價值每分鐘 1.23 元，車外平均時間價值約每分鐘 2.46 元。
6. 假設旅客隨機到達車站，故旅客在月台的平均候車時間成本為其所搭乘營運模式班距的一半^[23]。

2.3.2 網路模型

本研究基於前述假設及推論，先將列車運行計畫問題轉換為網路模型，以構建數學規劃式來說明問題特性；該網路模型中，以不同類別的節線分別代表旅客的進站步行、月台候車及上車、搭車、月台下車及出站步行等動作，各類節線的原始時間成本、指派運量及舒適設計容量構成了成本函數，而節點由於僅代表各搭乘動作間的轉接點（如出入口、車站、月台等），故並無相關時間成本。

網路模型轉換方式以範例說明如圖 2 所示，步驟如下：

1. 捷運實體路網如圖 2- (a) (以下簡稱原始路網) 所示，代表實際的軌道布設情形，其中 ①~⑨代表車站，車站間的雙向節線為軌道，捷運路網因為轉轆器及號誌的作用，可以讓不同營運模式的列車在同一軌道上安全的運行，來滿足旅客的起迄需求。
2. 假設共有 5 個候選營運模式構建成為旅客進站後的路徑選擇路網，如圖 2- (b) 所示，分別是營運模式(1) (車站序列為①-④-⑦-⑧)、營運模式(2) (車站序列為①-④-⑦-⑨)、營運模式(3) (車站序列為⑧-⑦-⑨)、營運模式(4) (車站序列為②-③-④-⑤-⑥) 及營運模式(5) (車站序列為③-④-⑤)，將所有的候選營運模式納入考量，再以其他變數來決定這些營運模式是否被選擇，此時各節線仍為雙向節線。
3. 網路模型構建方式如圖 2-(c) (以下簡稱虛擬路網)，首先將原始路網的每一個車站視為

一個節點，意義上為車站的出入口，亦是旅次產生、吸引點；其次新增另一個節點代表月台，二者之間新增二條方向相反的單向節線，其中出入口往月台的動線稱為 *a* 類節線，代表進站動作；月台往出入口的動線稱為 *e* 類節線，為出站動作，這些節線的原始時間成本為步行時間，容量則為前曾討論的舒適設計容量；*a*、*e* 類節

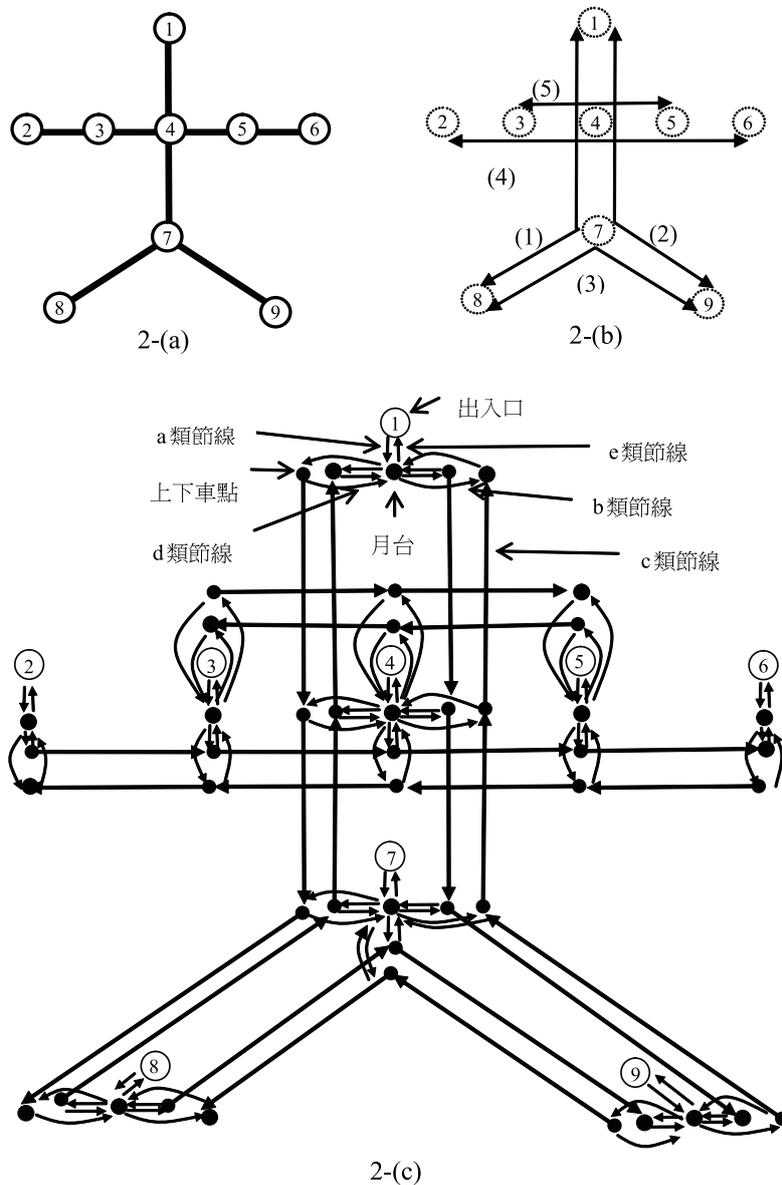


圖 2 實體路網與網路模型示意圖

線一般是應用在規劃遠期路網時探討出入口及車站容量問題上，若所探討的是現有路網的規劃問題，則因出入口與車站容量變動可能性很低，且原先規劃階段即考量緊急

疏散時的安全設計容量，除非遇有緊急疏散，否則不至於有安全之虞，通常可省略不予考量，以簡化路網複雜度。

4. 針對各營運模式中的每一站間路段，新增二個單向節線分別代表旅客搭乘該營運模式的上、下行乘車動作，稱為 c 類節線，兩端的節點代表上、下列車的地點，節線原始時間成本為列車時刻表所規劃的行駛時間，容量則為該營運模式的班距與列車承載量的函數。
5. c 類節線的節點與月台節點間，新增二條方向相反的單向節線，其中離開月台的節線稱為 b 類節線，代表候車動作及上車動作，原始時間成本為該營運模式班距的一半，代表候車時間；前往月台的節線稱為 d 類節線，代表下車動作，原始時間成本為平均旅客下車時間。這些節線的容量則將所屬車站的月台舒適設計容量，依月台型態（島式月台、側式月台）分配而得。
6. 由於轉車即為由某一營運模式 A 換搭另一營運模式 B 的動作，故可由下車（營運模式 A 的 d 類節線）、候車及上車（營運模式 B 的 b 類節線）等連續動作來代表。

2.3.3 符號定義

本研究構建數學規劃模式使用的符號定義如下：

1. 上層問題決策變數

F_i ：實數決策變數，原始路網中營運模式 i 的頻率 (frequency，即班距的倒數)，車次數／小時； $i=1 \sim n$ 。

s_i ：二元決策變數，原始路網中營運模式 i 被選擇時為 1，不被選擇時為 0。

2. 下層問題決策變數

x_a ：整數決策變數，虛擬路網中代表進站動作節線之 a 類節線的旅客數，人／小時； $a=1 \sim n_a$ 。

x_b ：整數決策變數，虛擬路網中代表月台候車及上車動作之 b 類節線上的旅客數，人／小時； $b=1 \sim n_b$ 。

x_c ：整數決策變數，虛擬路網中代表乘車動作之 c 類節線上的旅客數，人／小時； $c=1 \sim n_c$ 。

x_d ：整數決策變數，虛擬路網中代表下車動作之 d 類節線上的旅客數，人／小時； $d=1 \sim n_d$ 。

x_e ：整數決策變數，虛擬路網中代表出站動作之 e 類節線上的旅客數，人／小時； $e=1 \sim n_e$ 。

f_k^{rs} ：整數決策變數，虛擬路網中從起站 r 到迄站 s 的可能替選路經 k 上被指派的旅客數，人／小時。

3. 上層問題參數

RL_i ：實數常數，營運模式 i 的來回行駛距離，公里。

- RT_i : 實數常數, 營運模式 i 的總行駛時間, 小時。
 α : 實數常數, 每列車公里成本, 元/車·公里。
 β : 實數常數, 每小時列車折舊成本, 元/車·小時。
 γ : 實數常數, 旅客車內時間價值成本, 元/人小時。
 θ_{ij} : 二元參數, 原始路網中的 j 路段若被營運模式 i 服務時為 1, 否則為 0。
 TRC : 整數常數, 可上線列車數, 車。
 OT : 實數常數, 最小班距限制, 小時/車。
 PT : 實數常數, 政策班距限制, 小時/車。

4. 下層問題參數

- T_{rs} : 整數常數, 從起站 r 到迄站 s 的旅客數, 人/小時。
 δ_{ak}^{rs} : 二元參數, 若節線 a 包含於替選路徑 k 中為 1, 否則為 0。
 δ_{bk}^{rs} : 二元參數, 若節線 b 包含於替選路徑 k 中為 1, 否則為 0。
 δ_{ck}^{rs} : 二元參數, 若節線 c 包含於替選路徑 k 中為 1, 否則為 0。
 δ_{dk}^{rs} : 二元參數, 若節線 d 包含於替選路徑 k 中為 1, 否則為 0。
 δ_{ek}^{rs} : 二元參數, 若節線 e 包含於替選路徑 k 中為 1, 否則為 0。

2.3.4 非線性混合整數雙層次規劃模式

本研究基於前述假設、變數及參數, 所構建的非線性混合整數雙層次規劃模式如下所示:

目標式 (行車用電成本 + 列車折舊成本 + 旅客時間成本)

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \alpha \times \sum_{i=1}^n RL_i \times F_i \times s_i + \beta \times \sum_{i=1}^n RT_i \times F_i \times s_i + \gamma \times (2 \sum_{a=1}^{n_a} \int_0^{x_a} TC(x) dx + \\ & 2 \sum_{b=1}^{n_b} \int_0^{x_b} TC(x) dx + \sum_{c=1}^{n_c} \int_0^{x_c} TC(x) dx + 2 \sum_{d=1}^{n_d} \int_0^{x_d} TC(x) dx + 2 \sum_{e=1}^{n_e} \int_0^{x_e} TC(x) dx) \end{aligned} \quad (6)$$

限制式

1. 車隊規模限制

$$\sum_{i=1}^n |RT_i \times F_i \times s_i| \leq TRC \quad (7)$$

2. 路網完整性限制

$$\sum_{i=1}^n \theta_{ij} \times s_i \geq 1, \text{ for all link } j \quad (8)$$

3. 原始路網中最小班距限制

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n \theta_{ij} \times F_i \times s_i} \geq OT, \text{ for all link } j \quad (9)$$

4. 原始路網中政策班距限制

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n \theta_{ij} \times F_i \times s_i} \leq PT, \text{ for all link } j \quad (10)$$

5. 非負值限制

$$F_i \geq 0 \quad (11)$$

6. 運量指派模式 (旅客總進站時間 + 總候車及上車時間 + 總車上時間 + 總下車時間 + 總出站時間)

$$\begin{aligned} \text{Min } & \gamma \times (2 \sum_{a=1}^{n_a} \int_0^{x_a} TC_a(x) dx + 2 \sum_{b=1}^{n_b} \int_0^{x_b} TC_b(x) dx + \sum_{c=1}^{n_c} \int_0^{x_c} TC_c(x) dx \\ & + 2 \sum_{d=1}^{n_d} \int_0^{x_d} TC_d(x) dx + 2 \sum_{e=1}^{n_e} \int_0^{x_e} TC_e(x) dx) \end{aligned} \quad (12)$$

s.t.

(1) 流量守恆

$$\sum_k f_k^{rs} = T_{rs}, \text{ for all O-D pair } r, s \quad (13)$$

$$x_a = \sum_k f_k^{rs} \times \delta_{ak}^{rs}, \quad a = 1 \sim n_a \quad (14)$$

$$x_b = \sum_k f_k^{rs} \times \delta_{bk}^{rs}, \quad b = 1 \sim n_b \quad (15)$$

$$x_c = \sum_k f_k^{rs} \times \delta_{ck}^{rs}, \quad c = 1 \sim n_c \quad (16)$$

$$x_d = \sum_k f_k^{rs} \times \delta_{dk}^{rs}, \quad d = 1 \sim n_d \quad (17)$$

$$x_e = \sum_k f_k^{rs} \times \delta_{ek}^{rs}, \quad e = 1 \sim n_e \quad (18)$$

(2) 非負限制

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad (19)$$

$$x_a, x_b, x_c, x_d, x_e \geq 0 \quad (20)$$

式 (6) 係以金錢價值為衡量的一般化綜合成本，在上層問題代表總社會成本的目標式，規劃者亦可以針對各成本項目設定不同係數來表現營運策略；例如，同時令 β 、 γ 為 0 時，即代表規劃者追求的是營運成本最小問題。式 (7) 表各營運模式總使用列車數必須低於總可用列車數，由於列車造價高，捷運系統在規劃階段的購車數通常已很接近運量所需，所以本限制式使得列車運行計畫不可行解的空間甚大；式 (8) 用以確保原始路網中的

每一條路段至少被服務一次，以避免捷運系統在正常營運狀況下發生局部營運的不合理情形；式(9)、(10)針對原始網路中的各節線計算其班距，並分別確保不會發生低於最小班距及高於政策班距的不合理情形。

式(12)~(20)構成了一個以旅客總旅行時間成本最少為目標式的運量指派模式，也是本列車運行計畫問題的下層問題。其中式(12)總計了旅客在各類路段發生的綜合旅行時間成本；式(13)~(18)是典型的流量守恆限制式。

綜上可知，在給一特定值的營運模式(s_i)及班距(F_i)組合後，下層問題成為一個已知各類節線舒適設計容量的旅客路徑選擇問題，在依據式(5)的擁擠成本變化情形，以旅客總旅行時間最小為目標求得 x_a 、 x_b 、 x_c 、 x_d 及 x_e 等變數的最佳解後，將這些流量視為已知，帶入上層問題的目標式 $TC_a(x_a)$ 、 $TC_b(x_b)$ 、 $TC_c(x_c)$ 、 $TC_d(x_d)$ 、 $TC_e(x_e)$ 中，求解路網規劃的決策問題。由於上層所求得的新營運模式及班距組合，將影響依式(12)的設計容量，使得依照原來的 x_a 、 x_b 、 x_c 、 x_d 及 x_e 所計算的旅客總旅行時間可能非最小值，因此必須再重新求解下層問題，如此過程必須重複到穩定及收斂為止，由於上下層問題的決策變數互相影響，在複雜路網結構中，將無法以函數轉換方式整合為同一個模式求解，故成為一個典型的雙層次規劃問題。

2.3.5 求解方法之探討

由於前述所構建的模式為決策變數相乘的非線性整數雙層次規劃問題，求解上極為困難，故一般是以啟發式法(heuristic method)求解，國內文獻如凌建勳^[24]以運量分布為基礎，綜合考量運能供給、運量需求、營運效能等因子，由規劃者依本身專業知識及經驗，在每一路段之運能供給均能滿足運量需求的前提下，研選數個候選組合，再互相比較出運能最大的組合即為所求。周義華與黃勵君^[17]先在不考慮班距情形下，求算營運成本及使用者成本總和最小的營運模式組合，其次再進行承載量及班距的敏感度分析，以提供較多資訊供決策者參考。王晉元與林誌銘^[25]採基因演算法求解，同時考量班距及營運模式，但由於求解過程中發生不可解比率甚大，故執行時間較長。

國外文獻部分，則有Constantin與Florian^[26]針對營運模式的最適班距問題，構建非線性非凸混合整數規劃問題並轉化為Min-Min問題後，採Projected Gradient Algorithm法求解，但所求仍為局部最佳解。Gao等人^[27]則利用啟發式為基礎的敏感度分析法求解捷運網路設計問題。

2.3.6 小結

由前述對列車運行計畫之問題特性分析知，由於必須同時考量捷運公司營運策略與旅客路徑選擇行為的互動，除非捷運路網相當簡單，例如高雄捷運目前僅有紅、橘兩線十字路網，且加上轉轍器限制，使得一個營運模式無法同時服務紅、橘二路線，導致以幾何距離計算的假設路段流量與實際流量相同，因而可合併上下層問題一起求解；否則在複雜路

網下 (如 TRTC 路網), 列車運行計畫所構成的雙層次規劃問題將無法整合於一個模式中求解, 故須採 NP-Hard 特性的雙層次規劃模式求解, 且因該類問題具有多目標、多限制式、非線性、變動路網結構、變動路網成本、變動路段容量及問題規模甚大等特性, 通常僅能求得局部最佳解, 故一般均採啟發式法來求解。

可應用在列車運行計畫問題的啟發式解法甚多, 本研究基於基因演算法具有全域搜尋、方便加入目標式、限制式及變動路網結構等特性^[8], 恰適合運用在列車運行計畫問題之求解, 故以下將運用基因演算法來求解列車運行計畫問題。

三、列車運行計畫基因演算法

本研究構建的列車運行計畫基因演算法 (以下簡稱本模式), 架構如圖 3 所示, 其主要概念係先在上層問題, 產生起始的列車運行計畫可行解 (內容為營運模式組合及列車數) 並計算相關營運成本, 其次應用 2.3.2 節觀念構建下層問題的網路模型後, 求解運量指派問題並算得旅客時間成本, 最後再依適合度函數計算綜合成本後, 進行基因交配及突變等動作, 以尋找其他優良的解。

雖然本模式基於基因演算法全域搜尋的特性, 有機會搜尋到最佳解, 但因隨機產生基因方式將產生許多不可行解, 且運量指派程序需要大量運算時間等問題, 將影響本模式之應用成效, 故在求解過程中加入一些列車運行計畫特有的尋優策略, 以有效、快速地求解問題, 以下各小節將說明圖 3 各重要步驟的內容。

3.1 基因編碼

本模式所使用的基因編碼方式, 是將一個候選組合當成一組基因, 其中將所有的營運模式依序排列後, 以整數方式針對每一營運模式給予配車數, 若配車數為 0, 則表示該營運模式未被選用; 如圖 4 所示即為一組基因, 該組基因共有 n 個營運模式, 其中營運模式 1 配與 10 部列車、營運模式 2 配與 3 部列車、營運模式 3 則因配車數為 0 表示沒有被選取……, 依此類推。而所有配車數之總和即為該營運模式的使用列車數。

3.2 直交表產生可行起始解

依前述編碼原則, 再以隨機方式產生各營運模式配車數候選組合, 產生過程中可能會發生「總使用列車數大於可用列車數」、「路網不完整」或「違反班距限制」的情形, 而分別違反式 (7)~式 (10), 這些都是不可違背的限制式 (hard constrain), 將產生不可行解, 故在產生起始解階段即應予以排除。

若採一般方法隨機地產生起始解後, 再個別檢查是否違反前述限制式, 因為路網規模大、限制式甚多, 這種方式將相當無效率且費時, 有違實務上對於求解時間之要求; 若改

採有規則的全因子實驗 (all-factorial experiments)，列出所有可能情形後依序去尋找可行解，則會因為密集分布在局部的解空間內而致廣度不足，故針對本問題特性，應尋求一個能快速、有效並儘量廣域地產生可行解的方法。

本模式基於前述需求，使用田口方法 (Taguchi method) 中所應用的直交表 (orthogonal table)，利用其均勻分布之特性，產生廣域且均勻的起始可行解。以五個營運模

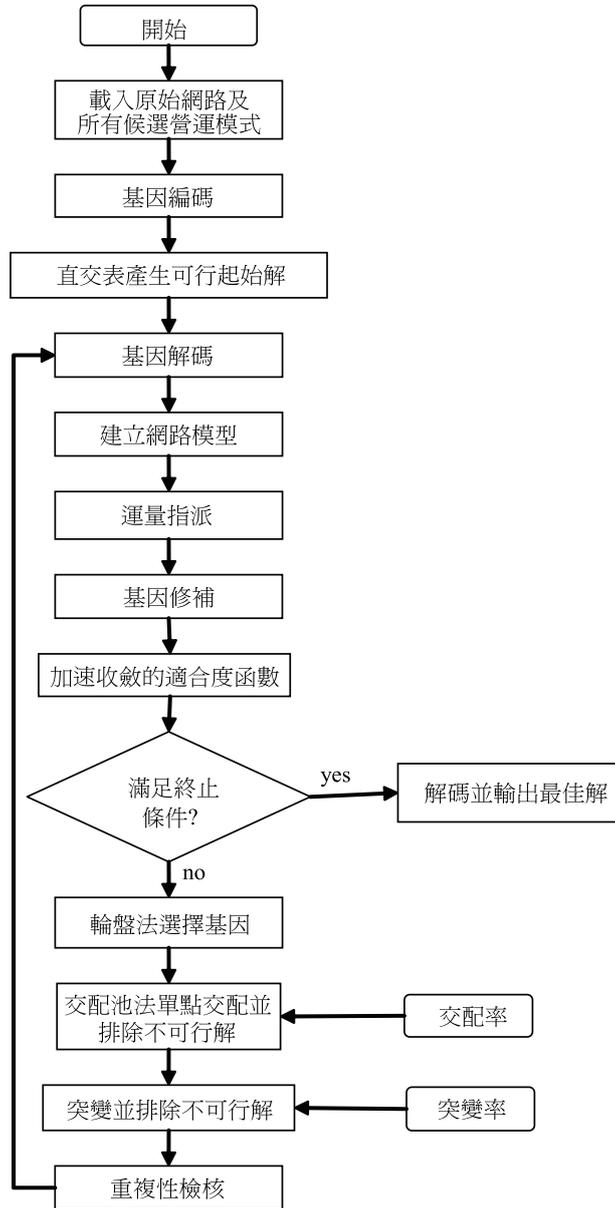


圖 3 基因演算法示意圖

營運模式編號	1	2	3	$n-1$	n
基因編碼	10	3	0	4	2

圖 4 基因編碼範例

式的問題為例，表 1 是一個 7 個因子的直交表，可以處理七個營運模式以下的問題，其中每行（因子）代表一個營運模式，每一列代表各營運模式是否被選取的組合方式，基於直交表特性，共有八個組合方式。產生步驟說明如下：

1. 令 $i = 1$; $k = 0$;
2. 讀取第 i 列的 $k + 1 \sim k + 5$ 欄，分別代表營運模式 1~5 被選取的情形，其中的每一欄，若其值為 0，表示營運模式未被選取，若其值為 1，則表示被選取並隨機產生列車數，如此將產生一組解；
3. 針對步驟 2 產生的解進行式 (7) ~ 式 (10) 之限制式檢驗；若通過，則新增一組可行起始解，若未通過則放棄該組解；
4. 若已產生足夠的可行解，則結束；
5. $k = k + 1$ ，若 $k > 7$ ，則令 $k = 0$ ；
6. $i = i + 1$ ，若 $I > 8$ ，則令 $i = 1$ ；
7. 回到步驟 2。

表 1 七個因子的直交表

組合方式 \ 因子	因子						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	1	1	1	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	0	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0
8	1	1	0	1	0	0	1

由於各可行起始解內容包含營運模式及配車數，故本階段即可依式 (6) 中之營運成本公式，計算出行車成本及列車折舊成本，以作為後續計算適合度的基礎。

3.3 建立網路模型

依 2.3.2 節觀念構建網路模型，本模式和 2.3.4 節之非線性混合整數雙層次規劃模式不同之處，在於該數學規劃模式，必須考量所有的營運模式來構建網路，問題規模較大，運算時間較長；而本模式所構建的網路模型則因僅需將配車數不為 0 的營運模式納入考量，故所求解的運量指派路網規模較少，有利於節省運算時間。

3.4 運量指派

基於 2.3.1 的假設，可採用確定性均衡指派模式來進行運量指派，本模式係採以 Floyd's 最短路徑演算法為主的全有全無指派法 (all-or-nothing assignment method) 進行運量指派，每次指派後依新流量更新各類節線時間成本，並以 Frank-Wolfe 法求得均衡的收斂解，運量指派結果將可求得各節線的均衡流量，代入式 (6) 中的旅客總旅行時間成本公式以計算適合度。

3.5 基因之修補

部分營運模式由於配車數過少、班距太大以致候車成本較高，若同時有可替代且容量充足的路徑供旅客選擇，則此類營運模式在運量指派後可能並無任何旅客選擇搭乘，因而變成無效的基因，若能在不違反式 (7)~式 (10) 的前提下，將該營運模式從候選組合中刪除，將可在不影響旅客時間成本的情形下降低營運成本，進而使該基因適合度更優良，收深度搜尋之效。

故此，本模式在運量指派後增加基因修補機制，在求解過程中透過篩選機制來縮短求解時間，主要原理係在運量指派後檢查各營運模式上的各節線運量，如果發現有任一營運模式上的所有節線上均無運量，即表示該營運模式因成本過高而未被任何旅客選擇，該營運模式即屬於無效基因，若刪除後仍能滿足式 (7)~式 (10) 等限制式，則將被剔除出候選組合 (令其配車數為 0)，修補後之基因將重新計算適合度後再加入評比之列。

3.6 加速收斂的適合度函數

由於列車造價昂貴，故捷運公司會儘量以恰可滿足運量需求的方式來購置列車，故在不同營運模式及班距規劃下進行運量指派後，各類節線上旅客數超過設計容量限制的情形甚為普遍，若僅使用式 (5) 的擁擠函數來提高旅客成本，較無法凸顯這些劣解的存在，而影響了求解的速度及品質；本模式為解決此情形，在計算適合度時加上額外的懲罰成本以儘量避免之，公式如下：

$$\text{Min fitness} = \text{式 (6)} + \text{擁擠節線數} \times M \quad (21)$$

其中， M 是一個極大值，擁擠節線數則是在運量指派後，檢核各類節線是否擁擠，總

計而得指派流量高於設計容量的節線數。基於 M 在式 (21) 的應用，使得模式在尋優過程中，雖可暫時接受這些劣解但會優先排除之，而加速求解的速度及品質。

3.7 終止條件的設定

終止條件之設定方式甚多，通常可為演算迭代數大於所設定的最大次數時，或採目標函數無法改進時的停滯時間限制 (stall time limit) 等；本模式為觀察可行解或最佳解出現代數的情形，係採前者為終止條件，未來實際應用時則可改採其他條件以符合使用者對於品質或速度的需要。

3.8 交配池法單點交配並排除不可行解

由於列車運行計畫問題產生不可行解的機率很大，若採較複雜的交配方式，將使此問題更形嚴重，故本模式參考一般文獻常用方式而採單點交配^{[8][28]}，交配時為排除式 (7)~式 (10) 所造成的不可行解，採交配池概念來確保交配後產生的解都是可行解^[29]，程序說明如下：

1. 令 $m = 0$ 。
2. 輪盤法隨機選出一個父代，放入交配池中。
3. $m = m + 1$ ，若 $m >$ 某一最大次數，將交配池清空，到步驟 1。
4. 輪盤法隨機選出一個有別於父代的母代，放到交配池中，令 $n = 1$ 。
5. 隨機定義交配點後，進行單點交換產生子代，進行式 (7)~式 (10) 檢驗程序，若不違反任一限制式，則到步驟 7。
6. $n = n + 1$ ，若 $n >$ 某最大次數，將交配池中的母代清除，回到步驟 4；否則回到步驟 5。
7. 產生合乎限制的子代。

3.9 突變並排除不可行解

同樣地，考量複雜的突變方式會產生大量不可行解，故本模式採單點方式進行突變；即針對每一子代，在事先設定的突變率下，若經隨機方式確定應進行突變，則先分別以隨機方式選取突變點及該突變點的列車數後，進行式 (7)~式 (10) 的檢驗程序，若違反限制式，則在預擬的次數限制下先嘗試以變更突變點方式重新檢驗，若在次數內仍無法求得可行解則放棄對該子代進行突變，如此將可確保突變後產生的解都是可行解。

3.10 重複性檢核

運量指派過程中，由於求解 Floyd's 最短路徑的複雜度為 $O(N^3)$ ，故求解時間將隨著路網規模擴大而大幅增加，因此如何避免重複性的運量指派動作，是加速求解的重要方法之一。

本模式為避免對相同候選組合重複作運量指派，特建立一記憶機制，針對交配或突變後的子代基因予以比對，若經檢核發現已重複，將予以捨棄不進行運量指派，以節省運算時間。

四、實例測試

4.1 例題說明

本研究以 TRTC 目前營運中的高運量主線路網（即淡水線、新店線、中和線、南港線、板橋線及小南門線）作為個案研究，來探討本模式在列車運行計畫問題的應用特性。

研究範圍路網詳圖 5，共 48 個車站（二路線交會站視為一站），依軌道及號誌特性共可運行 21 種營運模式（詳表 2），平常日尖峰時段可用列車數為 46 列，備用車 5 列，目前共規劃 4 個營運模式，列車使用情形詳表 3。

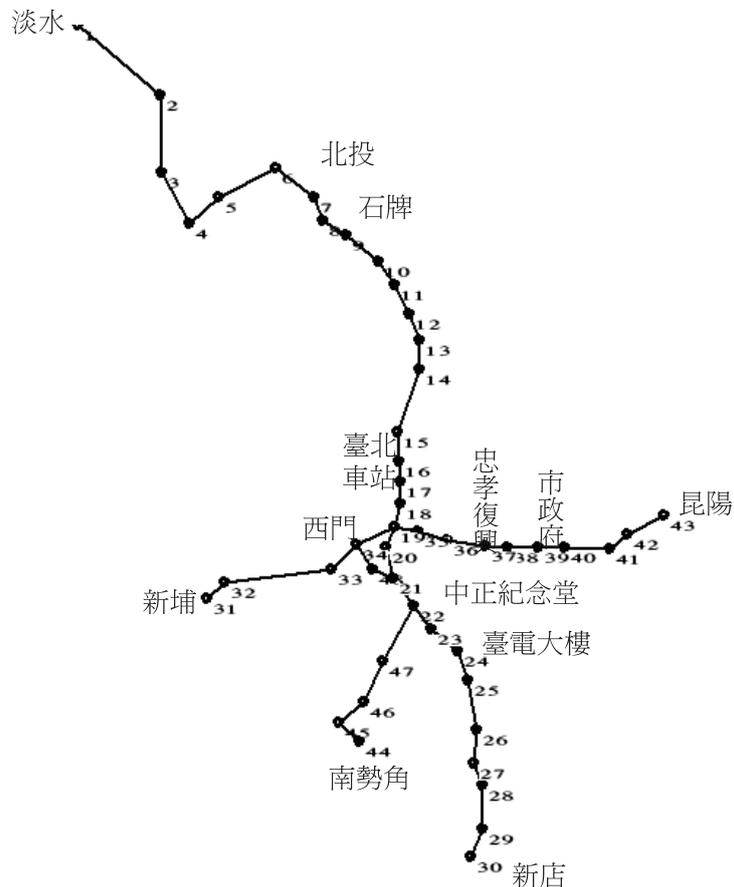


圖 5 TRTC 現行高運量主線路網圖

將表 3 之班距分布情形以路網方式繪如圖 6，可推知 TRTC 的營運模式規劃原則主要是以簡單、方便旅客記憶、儘量直達不用轉車、小南門線以支線方式獨立行駛以降低複雜度等；但如此的規劃結果，雖然旅客旅行時間較低，但使得總可用列車數無法因應尖峰運量需求，雖然 TRTC 已設法在列車時刻表以外，由行控中心安排備用車以插車方式服務重點區間，來暫時疏緩特定車站擁擠問題，但是在新購列車尚未到位之前，擁擠問題仍將隨著運量成長而持續存在，且在強調自動化發車的捷運系統中加入人工調度方式還是存在風險，故恰可運用本模式來探討是否可藉由調整營運模式及班距來妥為利用目前的 46 列車(甚至在大修期間可以使用更少上線列車數)，達到全部自動發車、紓緩擁擠情形的目的。

表 2 TRTC 高運量主線候選營運模式彙整表

編號	車站數	起迄車站	行駛週期(分)	往返距離(公里)
1	30	淡水－新店	121.75	63.66
2	24	北投－新店	92.15	43.52
3	21	石牌－新店	81.17	37.83
4	12	臺北車站－新店	50.33	21.9
5	23	淡水－臺電大樓	94.82	48.59
6	17	北投－臺電大樓	65.22	28.45
7	14	石牌－臺電大樓	54.23	22.76
8	14	新埔－昆陽	54.93	29.57
9	11	新埔－市政府	48.72	23.24
10	8	新埔－忠孝復興	39.47	18.76
11	26	淡水－南勢角	110.18	57.36
12	20	北投－南勢角	80.58	37.22
13	17	石牌－南勢角	69.6	31.53
14	8	臺北車站－南勢角	38.77	15.6
15	22	昆陽－新店	87.05	40.85
16	19	市政府－新店	76.33	34.51
17	16	忠孝復興－新店	67.08	30.04
18	15	昆陽－臺電大樓	60.12	25.78
19	12	市政府－臺電大樓	49.4	19.45
20	9	忠孝復興－臺電大樓	40.15	14.97
21	3	西門－中正紀念堂	9.33	3.18

前述路網運量需求資料係請 TRTC 提供，採平日尖峰小時運量(約 12.2 萬人)，相關成本、系統特性及基因演算法參數彙整如表 4。

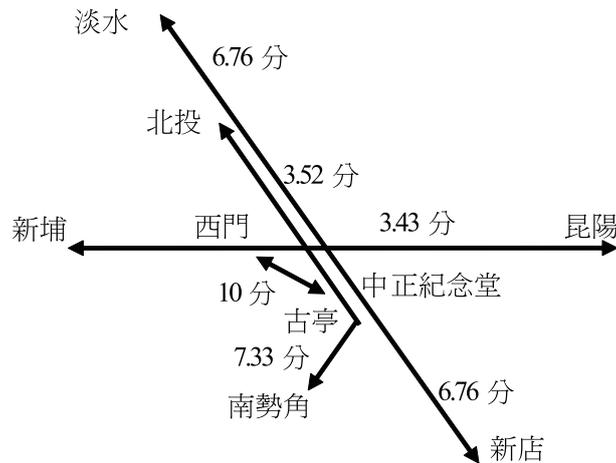


圖 6 TRTC 現行高運量主線路網班距分布圖

表 3 TRTC 平常日尖峰小時列車使用情形彙整表

編號	營運模式	列車數 (列)	班距 (分)	列車公里	列車小時
1	淡水－新店	18	6.76	564.70	18
8	昆陽－新埔	16	3.43	516.79	16
12	北投－南勢角	11	7.33	304.85	11
21	西門－中正紀念堂	1	10	19.08	1
小 計		46		1408.42	46
適 合 度		4353183	旅行時間	75437.37 小時	

註：依本模式計算，TRTC 目前營運方式將在頂溪站→古亭站區段產生承載率大於站立 6 人/m²，及於臺北車站月台發生擁擠之情形。

表 4 中 α 、 β 及 γ 均不為 0，表示是以社會成本最小為規劃目標。另有親代數、子代數及世代數之設計，主要影響模式執行的時間，若數值大則執行時間較長，反之則否，本模式參考一般文獻常用的參數^[8,28]，分別設為 50、100 及 200，並將此參數組合予以固定，以進行交配率與突變率的敏感度分析。

4.2 交配率與突變率之敏感度分析－以社會成本最小為例

由於交配率及突變率之組合將影響搜尋之效果，其中，交配率越高則新物種進入族群之速度越快，搜尋最佳解的廣度較高，突變率則通常設定較低數值，若過高將類似於隨機搜尋。本研究為求取適合本模式的參數組合，分別以交配率 0.5 ~ 1.0、突變率 0.1 ~ 0.4，

二者間隔均為 0.1 的方式，在表 4 的固定參數下進行敏感度分析，每一組參數均進行三次、共進行 72 次運算，得到敏感度分析結果如表 5 及圖 7。

表 4 本模式相關參數彙整表

分類	參數	數值	備註
成本相關參數	每列車公里成本 (α)	378.8 元	周義華與黃勵君 ^[17]
	每小時每列車折舊成本 (β)	1522 元	每列車造價四億元，依 30 年直線攤銷法計算
	旅客車內時間價值 (γ)	1.23 元/分鐘	依據臺北都會區整體運輸需求預測模式，民國 80 年大眾運輸車內時間價值每分鐘 0.79 元，以平均年物價上漲率 0.03 調整為民國 95 年之每分鐘 1.23 元
系統相關參數	端點站折返時間	300 秒	TRTC ^[4]
	停靠站時間	25 秒	TRTC ^[4]
	班距最小限制	2 分鐘	TRTC ^[4]
	尖峰班距上限	7 分鐘	TRTC ^[4]
	每列車承載量	1936 人	TRTC ^[4]
	設計容量	規劃手冊	臺北捷運局 ^[20]
基因演算法參數	親代數	50	本研究設定
	子代數	100	
	世代數	200	
	運量指派最大迭代次數	20 次	
	運量指派收斂之差距	10 人	
	M	2000000	

表 5 表示有 37 次可找到局部最佳解，且局部最佳解出現世代數差異程度甚大，表示本模式確實因限制式多且捷運系統投入資源已很接近旅客運量需求，以致產生不可行解空間甚大的問題。另觀察表 5 中局部最佳解適合度的平均值、標準差及變異係數等相關統計分析結果，及圖 7 之分布情形頗為集中且整齊，可推知本模式求解品質對於參數組合之設定內容不敏感，因此本研究後續將直接選擇表 5 中局部最佳解適合度及出現世代數相對較佳的參數組合，即題號 27 (交配率 0.9、突變率 0.2)，作為進一步分析之使用參數。

4.3 模式應用結果分析－以社會成本最小為例

將交配率 0.9、突變率 0.2 及表 4 各參數代入本模式中求解，可求得以社會成本最小為營運策略的列車運行計畫規劃結果，為驗證本模式的穩定性，經執行 30 次運算後將發現局部最佳解的 23 次各世代尋優過程趨勢繪如圖 8，相關重要項目內容及統計分析彙整如表 6 所示，可推知本模式相關應用特性如下：

表 5 依交配率及突變率進行的敏感度分析表

題號	交配率	突變率	局部最佳解 適合度	局部最佳解	題號	交配率	突變率	局部最佳解 適合度	局部最佳解
1	0.5	0.1	513277	31	21	0.7	0.4	498059	173
2	0.5	0.1	513277	31	22	0.8	0.1	476136	39
3	0.5	0.2	508759	9	23	0.8	0.2	476815	46
4	0.5	0.3	522282	26	24	0.8	0.3	521078	1
5	0.5	0.3	522282	97	25	0.8	0.4	506507	47
6	0.5	0.4	476815	93	26	0.9	0.1	488537	136
7	0.5	0.4	521078	30	27	0.9	0.2	475605	23
8	0.5	0.4	506507	149	28	0.9	0.3	506327	161
9	0.6	0.1	477009	68	29	0.9	0.4	506583	200
10	0.6	0.2	505294	50	30	1.0	0.1	476815	23
11	0.6	0.3	519681	22	31	1.0	0.1	487458	76
12	0.6	0.4	476815	28	32	1.0	0.2	476136	63
13	0.6	0.4	484076	17	33	1.0	0.2	477009	170
14	0.7	0.1	514535	106	34	1.0	0.3	508258	85
15	0.7	0.1	515797	157	35	1.0	0.4	506507	18
16	0.7	0.2	507972	17	36	1.0	0.4	506327	65
17	0.7	0.2	485599	18	37	1.0	0.4	506507	119
18	0.7	0.2	500506	82	平均值(A)			498981.5	70
19	0.7	0.3	513277	49	標準差(B)			16651.7	55
20	0.7	0.3	476815	54	變異係數 (V=B/A)			3.3%	78.3%

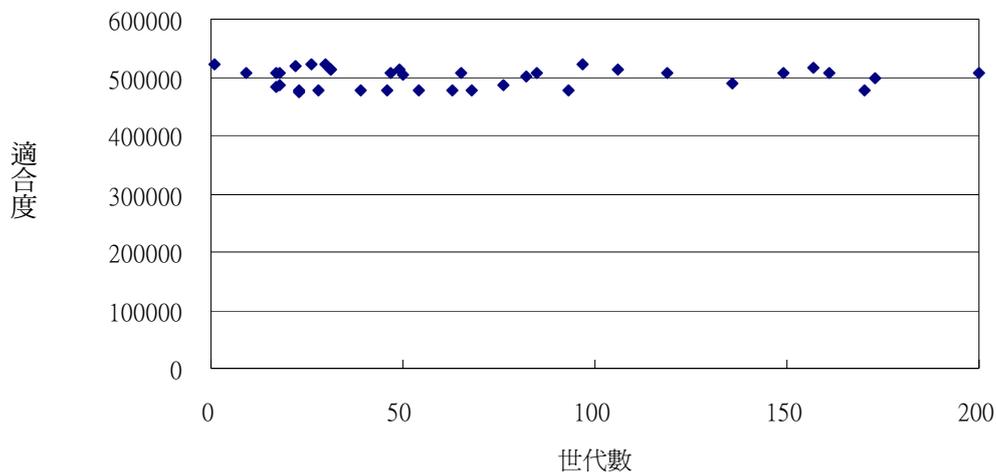


圖 7 各參數組合適合度與世代數分布圖

1. 由圖 8 可觀察知，本模式尋優收斂之速度甚快，可推知將極大值 M 應用於適合度計算公式中有其加速收斂的效果。就本模式而言，可接受解的意義為沒有任何節線發生擁擠情形的解，雖然這些可接受解的適合度可能不是最低，但就 TRTC 而言，若其營運策略除了追求社會成本最小以外，尚須兼顧營運模式簡單化、方便民眾記憶等目的，則這些

表 6 多次實驗結果彙整表

題號	適合度	列車數	列車公里	旅行時間(小時)	營運模式數	第一個可接受解出現世代數	局部最佳解出現世代數
1	477009	42	1251.6	89022.2	7	15	23
2	506870	46	1330.0	92528.5	8	5	5
3	514535	46	1350.8	81905.9	6	21	21
4	498672	45	1308.9	83392.3	7	26	28
5	503558	45	1321.2	94103.5	8	32	32
6	506327	45	1329.2	81643.2	6	76	78
7	487914	43	1280.5	86958.2	7	19	24
8	477527	42	1253.0	88779.8	7	12	40
9	492611	44	1292.5	92120.7	7	59	61
10	508258	46	1334.0	87273.5	7	42	42
11	476136	42	1249.4	87710.1	7	28	66
12	476136	42	1249.4	87710.1	7	31	36
13	521077	46	1367.9	85341.8	7	25	25
14	476815	42	1251.7	78501.3	3	12	29
15	506327	45	1329.2	81643.2	6	13	13
16	481159	43	1262.2	94691.6	8	80	131
17	506327	45	1329.2	81643.2	6	58	60
18	495397	44	1299.9	91076.9	7	27	40
19	510581	46	1340.1	86628.2	6	37	37
20	513277	44	1347.9	76827.9	3	12	16
21	483902	43	1269.8	87589.5	7	15	132
22	476136	42	1249.4	87710.1	7	15	17
23	475605	42	1247.8	91186.8	8	23	23
平均值 (A)	496210.2	44.1	1302.32	86528.18	7	31	45
標準差 (B)	14896.6	1.5	39.31	4953.18	1.3	21.2	34.1
變異係數 $V = B/A$	3.0%	3.5%	3.0%	5.7%	20.3%	69.1%	76.3%

註：本表中第 23 次所求為相對的最佳解。

可接受解亦可納入考量，且產生的速度越快越可滿足 TRTC 實務上的規劃需要；基於此，雖然由前面的探討知列車運行計畫問題的不可行解空間甚大，但經本模式採直交表產生可行起始解，以及將極大值 M 應用於適合度計算公式中，使得第一個可接受解的出現頗為快速，其中有 8 個例題在 15 個世代內即可找到可接受解，平均而言則在第 31 世代可找到可接受解，故可滿足 TRTC 即時求得規劃結果之需求。

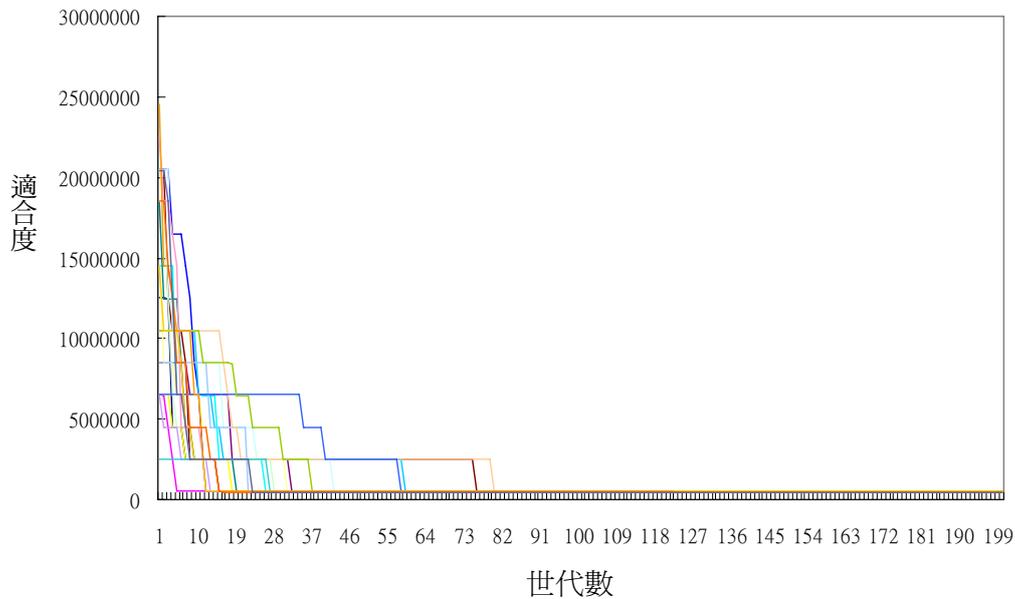


圖 8 多次實驗尋優過程趨勢彙整圖

2. 探討各例題局部最佳解產生的情形，其中以題號 23 之結果適合度最低，為相對最佳解；就求得局部最佳解的速度而言，則平均在 45 世代即可找到，故綜合上述可接受解產生的速度，若 TRTC 在實務上有規劃時間的壓力時，則在親代數、子代數各為 50、100 的情形下，將最高世代數設定在 31 至 45 之間，應可求得相當程度的可接受解。
3. 就使用列車數而言，最多為 46 列，最低為 42 列，平均為 44 列，顯示本模式確實可在節線不擁擠及班距限制的基本要求下，經由尋優過程求得使用列車數較低的解，也表示 TRTC 尚可藉由變更列車運行計畫來降低對可用列車數的依賴性，並預留未來運量成長時的運能提升空間。
4. 就平均值、標準差及變異係數等相關統計分析結果，適合度、列車公里及旅行時間等項目均頗為集中且整齊，可推知本模式應用在列車運行計畫問題上時，可求得穩定的解，因此未來實際應用時可以考量執行較少的次數，以兼顧求解品質與時間。

4.4 相對最佳解特性分析

將本模式目前求得相對最佳解 (即題號23所求的解) 的列車使用情形及班距分布分別以表 7、圖 9 表示，與 TRTC 規劃現況 (即表 3 及圖 6) 比較後歸納其特性如下：

表 7 相對最佳解列車使用情形彙整表

編號	營運模式	列車數(列)	班距(分)	列車公里	列車小時
1	淡水-新店	9	13.53	282.35	9
8	新埔-昆陽	5	10.99	161.50	5
9	新埔-市政府	4	12.18	114.48	4
10	新埔-忠孝復興	3	13.16	85.55	3
11	淡水-南勢角	8	13.77	249.89	8
13	石牌-南勢角	5	13.92	135.91	5
15	昆陽-新店	7	12.44	197.09	7
21	西門-中正紀念堂	1	9.33	20.45	1
小 計		42		1247.8	42
適合度		475605			

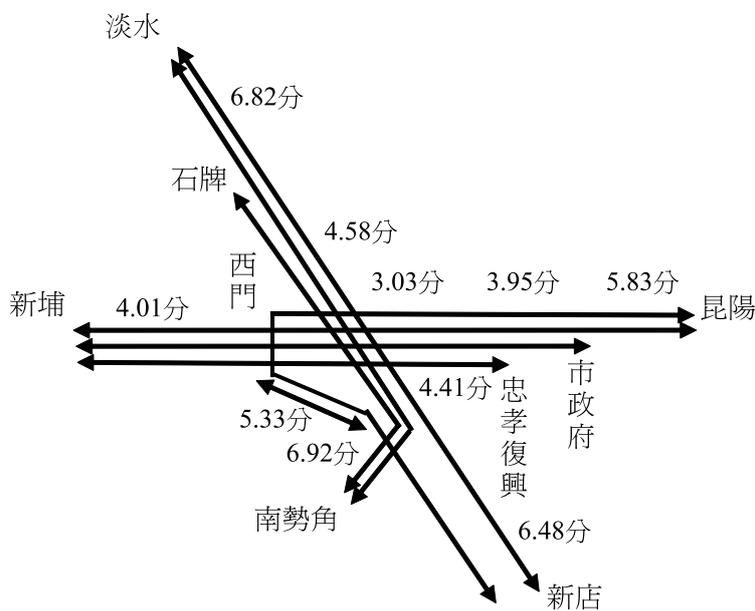


圖 9 相對最佳解之班距分布圖

1. 依 TRTC 目前規劃，雖然營運模式數較少，方便旅客搭乘及轉車（旅客總旅行時間僅 75437.37 小時，低於本模式相對最佳解的 91186.8 小時），但就整體社會成本而言則非最低成本；且長期而言，列車數不足所導致的部分路段及月台擁擠的問題將益形嚴重，在增購列車尚未到位之前，建議 TRTC 可考量適度調整列車運行計畫來因應。
2. 在行車調度自動化需求上，由於本模式相對最佳解沒有路段產生擁擠現象，故不需加開備用車，相較 TRTC 目前須以人工調度加開備用車方式而言，有調度自動化及節省司機人力成本的優點。
3. 本模式相對最佳解僅需 42 列車，未來若 TRTC 逢大修期間，將可考量採用此種營運模式及班距組合，以安排足量列車進場進行大修作業。
4. 從營運模式觀察，若採加強宣導等方式來降低營運模式過多對於旅客搭乘習慣的影響，則本模式所求得之雙 Y 型營運方式（即新店、板南線形成一個 Y 字，淡水、新店及中和線形成另一個 Y 字），其營運成本（1247.8 列車公里、42 列車小時），較 TRTC 目前以淡水、新店及中和線單 Y 字，並以小南門支線（西門—中正紀念堂）來回行駛營運（shuttle service）的 1408.42 列車公里及 46 列車小時較低。
5. 針對小南門支線而言，TRTC 目前規劃是以單一軌道來回行駛方式提供服務，但因為定期磨軌之維修需求，使得必須週期性的變換行駛軌道，因而衍生旅客搭乘習慣必須隨之變動、必須加強廣播來車目的地，甚至旅客月台候車安全等問題，本模式相對最佳解則因同時使用上下行軌，月台搭車習慣與其他車站一樣，故將可避免這些問題。
6. 就司機員勤務安排而言，TRTC 目前規劃的「昆陽—新埔」營運模式，由於班距低至 3.43 分鐘，就一列車約 140 公尺長度而言，尖峰時段月台候車人數多時，司機員在端點站將無法獲得足夠的折返時間，故新埔站、昆陽站於尖峰時段必須各增加一位司機員以進行所謂的雙人折返勤務，因而增加大量人力成本；而本模式相對最佳解則在昆陽站規劃二個營運模式，班距分別為 10.99 分鐘、12.44 分鐘，合併後班距為 5.83 分鐘；同理，新埔站共三個營運模式，合併後班距 4.01 分鐘，因折返時間充足，均不需增加雙人折返勤務的人力，可收樽節人力成本之效。
7. 就路線容量來探討，以忠孝復興站—西門站間共 $5+4+3+7=19$ 列車為容量最高的區段，換算班距為 3.03 分鐘，仍在號誌系統容許的 2 分鐘班距限制內；換言之，該路段運能並無違反系統的路段容量限制，且未來尚有多餘列車數可投入時，本相對最佳解仍有提升運能的彈性。
8. 最後探討本相對最佳解在相關軟硬體配合上的可行性，最大可能問題有三，其一是營運模式「昆陽-新店」的規劃，使得列車必須跨線行駛新店線（綠線）及南港線（藍線）之間，但由於 TRTC 目前已能在淡水線（紅線）、中和線（橘線）、新店線等路線間規劃營運模式，故如硬體系統上必須配合通訊系統間的切換、號誌路徑開通、轉轍器路徑設定、旅客資訊系統、廣播系統的宣導等，以及周邊設備輔以標誌系統、列車車側目的地掛牌，以及程序上控制員席位重新安排等，均已有足夠經驗及技術來配合修正。

第二個問題是石碑站、市政府站及忠孝復興站並非端點站，卻必須擔任折返站的功能是否可行？由於目前 TRTC 亦在尖峰時段以人工方式增開臨時加班車，其折返方式與本模式建議方式相同，而本模式所建議營運模式更可納入列車時刻表中自動執行，故可證明其可行性。

第三個問題是小南門支線同時有「昆陽－新店」及「西門－中正紀念堂」二個營運模式同時營運，此將提高該路段的列車調度複雜性，但從軌道佈設及號誌設計原理上看，只要變更號誌系統的路徑設定，仍可以採時刻表方式自動運轉，因此無安全顧慮。

由於以上三個系統設計問題均可獲得解決，故可推知本模式所求結果建議的規劃方案應屬可行。

五、結論與建議

本研究透過數學規劃模式之構建，探討捷運列車運行計畫規劃問題的特性，並應用基因演算法架構輔以特殊的起始解產生、修補、偵測重複、交配、突變法來避免產生不可行解，以加速求解時間及提升解的品質，經由 TRTC 實例驗證可說明本模式的穩定性及實用性。

實例驗證結果發現，就 TRTC 現行高運量主線路網而言，為求社會成本最小，以雙 Y 路網方式營運為較佳的營運方式，若可比照現有經驗解決控制員席位協調安排、通訊系統整合、號誌路徑……等問題，建議 TRTC 可考量朝此方向規劃。

另基於本模式容易加入限制式的特性，若 TRTC 考量營運模式數目應低於某數值以簡化運轉難度及便利旅客搭乘，亦可將此類限制式加入模式中求解。

本模式在列車運行計畫實務問題的求解上尚有改善的空間，謹說明如下：

1. 目前僅針對尖峰時段的營運模式及班距求解，若離峰時段運量需求超過政策班距之規範，可針對營運時間內不同時段的運量需求（如次尖峰、離峰時段）進行整合規劃，以求捷運公司全日營運成本最小。
2. 本研究假設列車係固定編組、每一列車承載量固定，實務上有一些捷運系統如高雄捷運即規劃有同時運行三車組及六車組之功能，故後續可求解混合編組問題，使本模式應用範圍更廣泛。
3. 由於捷運系統旅運需求尖峰性甚強，捷運公司常需利用備用車，在適當的時間行駛在最需要的區段，此類加班車的策略規劃可利用本模式產生的解透過適當的交換法來求得最適的加班車策略。
4. 敏感度分析及運算結果的統計雖已能證明本模式應用在 TRTC 現行路網的穩定性，但若設計更適當的參數如直交表、交配率、突變率及世代數等，仍可讓本模式所求的解有更為改善的空間；在考量運量指派需要大量時間的問題下，如何在有限時間內，針對不

同例題求得穩健、有效的參數組合，成為一重要研究課題，建議後續可採實驗設計方法(如田口法)來加以深入探討。

5. 理論上，本模式可以進行全域搜尋求得最佳解，但因運量指派需花費大量時間，故較難滿足實務上即時性的規劃需求，若能歸納出簡單的邏輯規則，將可有助於捷運公司臨時規劃列車運行方式之參考；由於本模式在執行過程中，已經計算出不同情境下的適合度、列車公里、旅行時間、擁擠情形等資料，故建議後續可利用這些既有資料進行推論分析(如資料採礦、模糊推論等)，找出簡單有效的規則供即時決策參考，使得本模式的應用更加廣泛。

參考文獻

1. 陳強、沈志藏、魏瑜、林誌銘，「臺北捷運公司列車服務計畫現況說明與研究課題探討」，新世紀軌道運輸國際學術研討會，民國八十九年十月。
2. Ben-Ayed, O., Boyce, D. E., and Blair, C. E., "A General Bi-Level Linear Programming Formulation of the Network Design Problem", *Transportation Research Part B*, Vol. 22, 1988, pp. 311-318.
3. Gao, Z., Wu, J., and Sun, H., "Solution Algorithm for the Bi-Level Discrete Network Design Problem", *Transportation Research Part B*, Vol. 39, 2005, pp. 479-495.
4. 臺北捷運公司，**列車運行計畫**，民國九十四年。
5. Yang, H. and Yagar, S., "Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems", *Transportation Research Part B*, Vol. 28, No. 6, 1994, pp. 463-486.
6. Chion, S. W., "Bi-Level Programming for the Continuous Transport Network Design Problem", *Transportation Research Part B*, Vol. 39, 2005, pp. 361-383.
7. Yang, H., Yagar, S., Iida, Y., and Asakura, Y., "An Algorithm for the Inflow Control Problem on Urban Freeway Networks with User Optimal Flows", *Transportation Research Part B*, Vol. 28, No. 2, 1994, pp. 123-139.
8. Yin, Y., "Genetic-Algorithm-Based Approach for Bilevel Programming Models", *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 126, No. 2, 2000, pp. 115-120.
9. Soehodo, S. and Koshi, M., "Design of Public Transit Network in Urban Area with Elastic Demand", *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 33, No. 1, 1998, pp. 335-369.
10. Baaj, M. H. and Mahmassani, H. S., "Hybrid Route Generation Heuristic Algorithm for the Design of Transit Networks", *Transportation Research*, Vol. 3C, No. 1, 1995, pp. 31-50.
11. 李治綱、謝汶進，「應用雙層次規劃於高速鐵路列車服務設計之研究」，**運輸計劃季刊**，第三十一卷，第一期，民國九十一年三月，頁 95-120。
12. Yang, H. and Bell, M. G. H., "Models and Algorithms for Road Network Design: A Review and Some Developments", *Transport Reviews*, Vol. 18, No. 3, 1998, pp. 257-278.

13. Fiacco, A. V., *Introduction to Sensitivity and Stability Analysis in Nonlinear Programming*, Academic Press, New York, 1983.
14. Tobin, R. L. and Friesz, T. L., "Sensitivity Analysis for Equilibrium Network Flow", *Transportation Science*, Vol. 22, No. 4, 1988, pp. 242-250.
15. Ceylan, H. and Bell, M. G. H., "Traffic Signal Timing Optimization Based on Genetic Algorithm Approach, Including Drivers Routing", *Transportation Research Part B*, Vol. 38, 2004, pp. 329-342.
16. Ceylan, H. and Bell, M. G. H. "Genetic Algorithm Solution for the Stochastic Equilibrium Transportation Networks under Congestion", *Transportation Research Part B*, Vol. 39, 2005, pp. 169-185.
17. 周義華、黃勵君，「捷運系統最適營運路線設計之研究」，中華民國運輸學會第十五屆研討會論文集，民國八十九年十二月。
18. 鄭意勳，「捷運車站主要設施配置之研究」，國立交通大學交通研究所碩士論文，民國八十八年。
19. 交通部運輸研究所，**2001年臺灣地區公路容量手冊**，民國九十年。
20. 臺北市政府捷運工程局，**捷運系統規劃手冊**，民國七十八年。
21. 郭瑜堅，「都市旅次成本之研究」，臺灣大學土木工程學研究所碩士論文，民國九十二年。
22. 臺北市政府捷運工程局，**臺北都會區整體運輸需求預測模式 (TRTSIII) 校估報告**，民國八十三年。
23. Turmquist, M. A., "A Model for Investigating the Effects of Service Frequency and Reliability on Bus Passenger Waiting Times", *Transportation Research Record* 663, 1978, pp. 70-73.
24. 凌建勳，「營運規劃相關課題—列車服務計畫之探討」，臺北捷運局十週年慶研討會論文集，民國八十六年，頁 86-119。
25. 王晉元、林誌銘，「捷運系統營運模式及班距規劃模式之建立—以臺北捷運遠期路網為例」，中華民國運輸學會第十七屆研討會論文集，民國九十一年。
26. Constantin, I. and Florian M., "Optimizing Frequencies in a Transit Network: a Nonlinear Bi-Level Programming Approach", *International Transportation Operation Research*, Vol. 2, No. 2, 1995, pp. 149-164.
27. Gao Z. Y., Sun H. J., and Shan L. L., "A Continuous Equilibrium Network Design Model and Algorithm for Transit Systems", *Transportation Research Part B*, Vol. 38, 2004, pp. 235-250.
28. David, E. G., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, New York, 1989.
29. 游文松，「公路客運人員與車輛排班之研究」，中華大學科技與管理研究所碩士論文，民國九十三年。

