

固定時刻表下之一般性公路客運車輛 排程模式研究¹

A GENERIC VEHICLE SCHEDULING MODEL FOR INTER-CITY BUS CARRIERS UNDER FIXED-TIMETABLE

王晉元 Jin-Yuan Wang²
林至康 Chih-Kang Lin³

(94 年 5 月 20 日收稿，94 年 8 月 22 日第一次修正，95 年 2 月 24 日定稿)

摘 要

本研究以公路客運業者為研究對象，在時刻表固定情況下，構建符合臺灣地區現況之一般性多場站車輛排程模式，模式中除考量「最小閒置時間」、「最小營運車輛數」、「勤務中路線調動次數最少」與「勤務里程平均差總和最小」等實際營運需求外，更將「由模式中產生營運車輛數」及「多場站營運時所具有的空駛情況」等兩項重要特性納入模式中，俾使模式更具一般化與實用性。此外本研究更提出兩階段模式求解流程，配合線性函數轉換技巧，使得修正後模式具有 0-1 整數線性規劃之特性，更利於實務問題之求解使用。測試結果顯示，本研究所提出之模式不僅可滿足單一場站與多場站客運業者之需求，更表現出測試業者於車輛排程上仍有成本節省空間，充份驗證本研究之模式構建與轉換、參數特性證明、求解流程與測試結果等，均具有提供國內公路客運業者與學術界之參考價值。

-
1. 作者感謝兩位審查委員寶貴的修正意見，使本文更臻完整與嚴謹。
 2. 國立交通大學運輸科技與管理學系副教授（聯絡地址：30010 新竹市大學路 1001 號交通大學運輸科技與管理學系；電話：03-5731737；E-mail：jinyuan@faculty.nctu.edu.tw）。
 3. 國立交通大學運輸科技與管理學系博士候選人。

關鍵詞：一般性車輛排程模式；多場站營運；固定時刻表排程

ABSTRACT

In this paper, we proposed a generic model for multiple depots vehicle scheduling problem (MDVSP) under fixed-timetable in Taiwan inter-city bus carriers. In this model, many practical factors are considered for bus carriers, such as minimization of vehicle idle time in the depot, number of vehicles, frequency of changing route, and mean mileage deviation in the duties. Besides, two important properties of MDVSP, "number of required vehicles" and, "deadhead trips occurred in multiple depot problem", are also included in this model. A two-staged procedure for solving MDVSP, which associates with a linear transference technique for this model was also proposed. The transferred model is not only a binary integer linear programming but is also convenient to solve. Finally, we conducted two case studies of single and multiple depots using real operating data. The results indicated that the proposed model and the solution procedure are useful for practical operations.

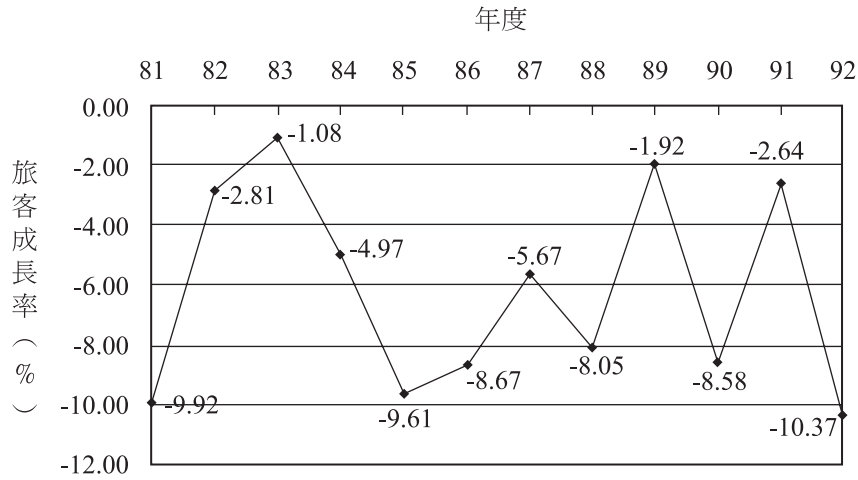
Key Words: *Generic vehicle scheduling problem ; Multiple depots operation ; Fixed-timetable scheduling*

一、前言

近年來臺灣地區受到私人運具過度成長與使用影響，大眾運輸之經營環境逐漸惡化，根據國內公路客運旅客運輸成長率統計資料顯示（如圖 1），過去十年間旅客成長均呈現負成長之趨勢，此種經營困境不僅使得客運業者虧損連連，更造成國內大眾運輸營運情形持續衰退。因此在外部環境開闢客源不易之情形下，降低客運業者內部成本支出則成為另一項可行辦法。

一般而言，客運業者之營運成本包含場站設施、營運車輛等固定成本與營運支出、員工薪資等變動成本兩大項，其中由於營運車輛購入動輒耗資好幾百萬，購入後之折舊成本與維運成本亦為業者成本支出大宗，故車輛安排配置之良窳不僅直接影響業者成本項支出，更為營運班次能否有效率執行之重要依據，亦即良好車輛排程不僅可大幅降低業者購車固定成本與車輛維修變動成本之支出，更可使得後續司機員之排班規劃更有效率，因此如何產製有效率的車輛排程勤務規劃，實為增加客運業者競爭力之主要利器。

有鑑於此，本研究目的係在固定時刻表（fixed-timetable）之情況下，考量公路客運於實務上各種營運因素，找出滿足所有營運班次有效率被執行之車輛排程方式，亦即利用數學規劃之方法，構建符合臺灣地區大眾運輸營運現況之一般性多場站車輛排程模式，進而產生符合營運現況之車輛勤務規劃表，以作為業者營運規劃之參考。



資料來源：「運輸資料分析」第二十七期^[1]

圖 1 臺灣地區城際汽車客運 (inter-city bus) 旅客運輸成長率折線圖

二、文獻回顧

2.1 問題特性分析

依據游文松^[2]針對臺灣地區客運營運流程調查分析可得知，業者對於固定時刻表下之班次營運規劃作業，大多採用車輛與人員共同排班方式，亦所謂人車合一之排班方式進行勤務規劃，此法最大優點是可將車輛與人員共同規劃之結果，作為駕駛指定車輛初級保養之依據。但廖椿煜^[3]針對當年臺汽國光號車種班次規劃研究得知，利用人車合一方式所規劃之結果，平均較人車分離方式所規劃結果每車每天少 1.08 班次，究其原因在於人車合一情況下，營運車輛安排將會受限於司機員每日的工作時數，在規劃結果上必會損失一些最佳性，由此可知先進行車輛排程規劃，再將所規劃出結果作為人員安排依據之兩階段規劃考量，較能提升班次排定之效率與降低班次執行之營運成本；此結論亦反映出車輛排程結果之重要性。

2.2 模式構建方式

自從 Dantzig^[4]於 1954 年提出以數學規劃方式解決固定班表下之最小車隊問題起，車輛排程問題 (vehicle scheduling problem, VSP) 在國際上早已被廣泛討論之，依據相關文獻中記載，此類問題大多是以網路流量模式 (network flow model) 方式配合數學規劃方法來

進行模式構建之工作，其中模式構建類型分為以網路中節點作為班次 (node-based) 與以節線 (arc-based) 作為班次兩大類。一般而言，以 node-based 方式進行模式構建又可分為兩種型態：最小成本網路問題 (minimal cost network problem)^[5-8] 與最小指派網路問題 (minimal circulation/assignment network problem)^[9-11] 兩類。此兩種型態除了在網路中之班次表示法均是以節點為主外，最大的差異在於 minimal circulation/assignment network problem 型態之數學模式是以類似二元圖 (bipartite graph) 方式進行構模，此種方式的優點為所有班次銜接之狀況將可於網路圖形中清楚表現，但最大缺點則是必須將所有的節點數乘以兩倍，如此不僅造成網路中之節點與節線數目遽增、使得問題規模擴大外，更會延長問題求解之時間；此外，以節線作為班次之模式構建類型則均以最小成本網路問題^[12-14] 方式進行，與以節點作為班次之最小成本網路問題最大差異，僅在於班次表現的方式不同與問題規模大小而已。

在歸納相關文獻後可得知，以節線方式較不易於模式中明確表現出「休息時間」、「等候時間」與「空駛班次」等狀況，但對於班次在各場站間之銜接情況則可清楚展現；而以節點方式將較容易表現上述節線方式不易處理之情況，但對於班次在各場站間之轉換時間則需建立一「各站距離矩陣」或「各站時間矩陣」另行表示，由此可知此兩種模式構建方式在優缺點的表現上是呈現互補狀態。

2.3 解決問題型態

針對以數學規劃方式來解決 VSP 之問題型態方面，曾有 Bodin、Golden 等^[5,15] 與 Ball 等^[6] 相關學者進行過全面性的彙整，基本上可分為下列五項因素：

1. 最小閒置時間：此項因素若加上班次銜接時間限制之考量 ($T_j - D_j > T_i + DH[E_i, S_i]$ ，其中 T 為到達時間、 D 為班次執行時間、 $DH[E, S]$ 為空駛時間)，則可視為 Dilworth decomposition problem^[15]，此即為 VSP 之基本型態。
2. 場站數量：可分為單一場站與多場站兩大類，Lenstra and Rinnooy Kan^[16] 證明若問題規模是屬於單一場站之 VSP，則其問題求解時間將為 polynomial time；而 Bertossi 等人^[17] 則證明若場站數 > 2 時，多場站之 VSP 則成為一 NP-hard 問題，求解過程將變為困難且複雜許多，但多場站規劃較能符合大多數業者之營運生態。
3. 固定車隊規模：多數文獻中之 VSP 模式均會考量此因素，通常於限制式中給定各場站所能使用之車輛數一上限數目，而於目標式中加上最小車輛添購成本或車輛使用成本 (capital cost) 之考量。
4. 車輛種類：文獻中對於車種與班次搭配之考量，多為給定各車種一組可執行班次數目 (稱之為勤務) 之上限值與下限值 ($\underline{b}^t \leq \sum_{i,j \in N} x_{ij}^t \leq \bar{b}^t$ ，其中 \bar{b}^t 與 \underline{b}^t 分別表第 t 種車型所能執行班次之上限值與下限值)，並加入模式限制式中一併求解。
5. 班次長度：通常營運車輛受限於某些班次排定之特殊性或其他原因，需特別考量補給油

料之狀況，一般文獻中多將勤務規劃成為循環狀態 (cycle)，亦即表示所規劃後之勤務必須滿足其班次長度 (或油料) 之限制；此外 Ball^[18] 證明出勤務長度限制問題 (the path-length-constrained problem) 為 NP-hard 問題。

2.4 小結

茲歸納文獻中 VSP 解決問題型態如表 1 所示，由表中可得知於相關文獻中所考量的最小閒置時間與多場站因素已成為車輛排程問題之基本考量；在固定車輛規模方面，因車輛排程規劃是屬於長期性規劃，因此由模式來決定業者之最適車隊規模 (最小車輛數) 較能滿足業者需求，本研究將放鬆此項限制於模式中；在車輛種類限制方面則可藉由班次分類之方式來處理此一問題，故本研究僅將考量單一車種之問題特性；於班次長度限制方面，由於國內營運班次均屬於短程班次，亦即在營運車輛油箱加滿情況下均能跑完至少一個營運班次，因此本模式中亦不考量此項限制。

此外，相關文獻中並無針對勤務中之路線盡量屬於同一路線 (或同一路線群) 的限制予以處理，此項限制肇因於：如所規劃之勤務能盡量屬於同一路線 (或同一路線群) 時，則可降低司機員訓練成本與減少路線變更時所需花費之調整時間，故本研究將此因素考慮於模式中；而另一項需考量因素則為勤務里程平均差總和最小化，由於臺灣地區客運車輛各級維修保養之規劃均依據車輛本身所記錄之營運里程，若所規劃車輛勤務里程平均差總和為最小時，將可使得車輛之維修規劃更為便利。最後，相關文獻中之車輛排程問題模式均未將各站間可能發生之空駛成本反映在模式中，僅於時間限制式中加以規範，如此將會降低模式之彈性，因此本研究將於模式目標式中考量此一特性，使得模式對於空駛成本之權衡取捨更具彈性。

綜合上述所言，本研究擬以節點結合最小成本網路問題之方式進行模式構建，亦即以 1994 年 Ribeiro^[7] 提出之車輛排程模式為基礎，加上 1996 年 Beasley^[8] 所提出之時間限制式概念，並將涵蓋最小閒置時間、最小車隊規模、最小車輛勤務里程平均差總和差、最小勤務中更換路線次數、與最小空駛成本等因素，提出符合臺灣地區客運業者營運現狀之一般性車輛排程模式。

表 1 VSP 解決問題型態之彙整表

研究者 \ 考慮因素	最小閒置時間	場站數量	固定車隊規模	車輛種類	班次長度	勤務里程平均差總和最小	勤務盡量屬於同一路線	空駛成本納入模式
Bodin & Golden	○	○	○	○	○			
Ribeiro & Soumis	○	○	○					
Carraraesi & Gallo	○	○	○					
Haghani & Bamhashemi	○	○			○			*○

註：* 表示 Haghani 是以區分後之 compatibility cost 取代回站與由站開出之空車成本。

三、臺灣地區公路客運車輛排程模式之建立

3.1 臺灣地區公路客運車輛排程問題之架構

在車輛排程問題中，除實務作業與學術研究慣稱名詞不一外，不同環境之經營業者即使工作內容相同，相關作業慣用稱呼亦有所不同，因此本研究將研究過程中所遇到之相關名詞定義如下：

1. 班次 (trip)：車輛由場站發車經特定路線行駛後到達另一場站，或由某一場站發車行駛於特定路線而回到原場站稱為一個班次。
2. 單趟行駛時間 (trip time)：完成一個班次之所需行駛時間，此時間為預先規劃出之營運時間。
3. 時刻表 (timetable)：為執行每一班次起始時間與結束時間之班次規劃彙整表。
4. 行車基本勤務 (duty)：或稱為勤務表、仕業、運行表、工作表等，於本研究統稱行車基本勤務，簡稱勤務。係在組合時刻表中符合時間接續之所有班次，可由單一車輛執行完畢。
5. 空駛班次 (deadhead trip)：即表示行車基本勤務內兩連續班次無法於同一場站接續執行，必須將車輛空車行駛至下一工作站後，才可繼續執行班次，則空車行駛於兩站間之班次，稱為空駛班次。

一般而言，公路客運多具有時刻表固定之特性，亦即表示所有班次均已事先規劃出其發車時間與到站時間，營運車輛僅需依照時刻表按時發車執行班次即可，故臺灣地區多場站車輛排程問題可歸納出下列特點：

1. 共有 N 個班次必須於一天 (24 小時) 內，由最小車輛數之營運車輛執行完畢。
2. 每一個班次 i 均包含班次發車車站 s_i 、班次結束車站 e_i 、固定的起始時間 τ_i 、營運時間 t_i (隱含 $\tau_i \geq \tau_i + t_i$) 與班次營運成本 oc_i 。
3. 對於任意兩班次 i 與 j 而言，如這兩班次均由同一車輛執行時，即存在一銜接節線 (transition arc) 接續此兩班次，並同時產生兩班次間之閒置時間成本 c_{ij} ，此亦可視為 i 與 j 兩班次位於同一勤務內。
4. 若任意兩班次 i 與 j 可位於同一勤務時，則必須滿足 $\tau_j \geq \tau_i + t_i + \xi_{ij}$ (其中 ξ_{ij} 表當 $i \neq j$ 且 i 與 j 為不同場站時，第 i 點至 j 點之空駛時間成本)。
5. 對同一場站車輛而言，必須於每日營運完畢後回到自己所屬場站，但可允許空駛班次之狀況發生 (亦即班次發車站與目前車輛所在場站不同時，必須駕駛空車至另一場站執行該班次)，不過多數業者會盡量避免空駛班次之發生 (此狀況將增加班次之營運成本)。
6. 在考量所有因素後產生之所有勤務成本必須是最小的。

針對上述特性可得知，臺灣地區客運車輛排程問題是屬於一種結合時間性 (temporal)

與空間性 (spatial) 之最小化成本排程問題，可用圖 2 簡單表示之。由圖中可看出車輛一可執行班次二、班次四、班次五、...、至班次 N 等班次組，車輛二可執行班次三、班次四、...、至班次 $N-1$ 等班次組，各個班次組統稱為勤務，於此圖中兩個勤務之第一班次發車場站與最後一班次結束場站均為相同 (代表無空駛班次發生)；另一項重要特性為因受限於時間軸之特性，所有勤務均屬於非循環性 (acyclic)，亦即各個勤務均不會產生迴圈 (no cycle)，此外對於任何產生之所有可行勤務解而言，其班次營運成本 $\sum_{i=1}^N oc_i$ 均為固定，故於模式中可忽略此項成本。

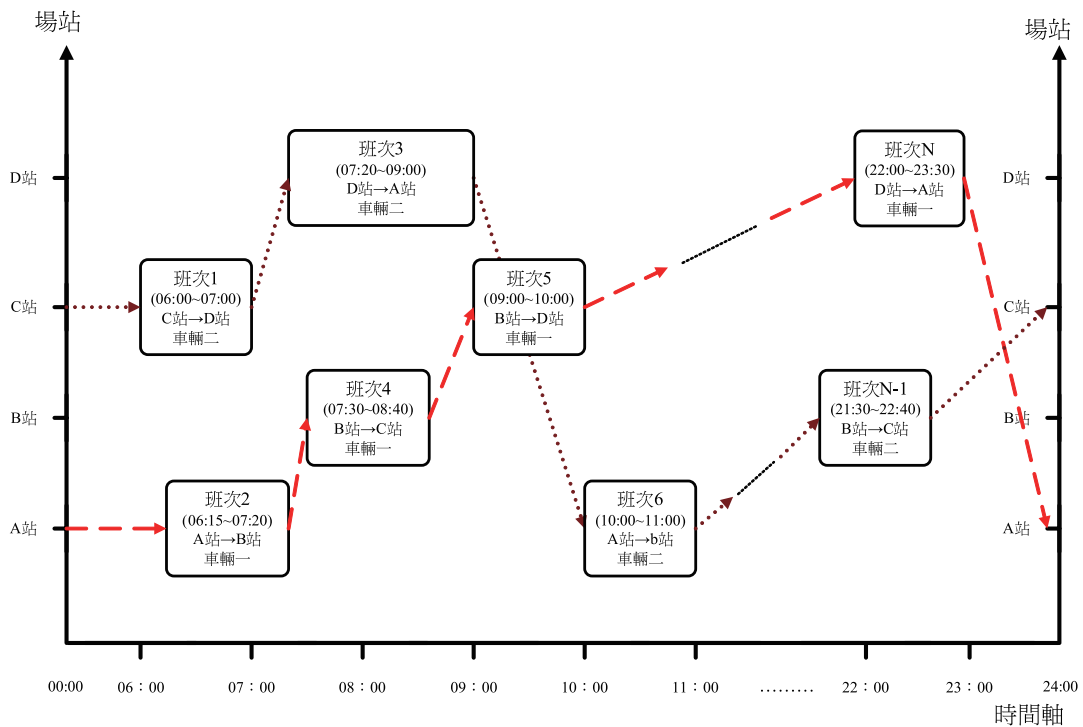


圖 2 臺灣地區客運車輛排程 (多車站車輛排程) 示意圖

3.2 一般性多場站車輛排程模式之建立

本研究依據 3.1 節所描述之 VSP 問題架構與特性，構建一符合臺灣地區公路客運營運現狀之一般性多場站車輛排程模式，模式中令 $N=\{1,2,\dots,n\}$ 表所有班次數， $p \in L$ 為所有場站，則可定義出 $G^p=(V^p,A^p)$ 表示一時空網路圖，其中節點 $n+p$ 表第 p 個場站， I 屬於 $N \times N$ 子集合，表示所有可互相連結的班次子集合 (compatible trips)，而 $V^p=N \cup \{n+p\}$ ， $A^p=I \cup \{(n+k) \times N\} \cup \{N \times (n+k)\}$ ，因此模式中之決策變數可定義

為： x_{ij}^{pv} 表第 j 個班次緊接著在第 i 班次之後，可由第 p 場站第 v 輛車所執行。其模式如下所示：

目標式：

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \alpha \left(\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i, j \in N} c_{ij} x_{ij}^{pv} \right) + \beta \left(\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{n+p, j}^{pv} \right) + \lambda \left(\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i, j \in N} (\gamma_j - \gamma_i) x_{ij}^{pv} \right) \\
 & + u \sum_{v \in V} \left| \sum_{i \in N} d_i \left(\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j, n+p}^{pv} \right) - \left(\frac{\sum_{i \in N} d_i \left(\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j, n+p}^{pv} \right)}{\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j, n+p}^{pv}} \right) \right| \\
 & + \omega \sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \left(\sum_{i, j \in N} \xi_{ij} x_{ij}^{pv} + \sum_{j \in N} \xi_{j, n+p} x_{j, n+p}^{pv} \right) \quad (1)
 \end{aligned}$$

限制式：

$$\sum_{v \in V} \sum_{k \in N} x_{jk}^{pv} + \sum_{v \in V} x_{j, n+p}^{pv} = \sum_{i \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{v \in V} x_{n+p, j}^{pv} \quad \forall p \in L \text{ and } \forall j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \left(\sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + x_{i, n+p}^{pv} \right) = 1 \quad \forall j \in N \quad (3)$$

$$\sum_{v \in V} (p - s_i) x_{n+p, j}^{pv} = 0 \quad \forall p \in P \text{ and } \forall i \in N \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} (p - e_i) x_{j, n+p}^{pv} = 0 \quad \forall p \in P \text{ and } \forall i \in N \quad (5)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} (e_i - s_j) x_{ij}^{pv} = 0 \quad \forall i, j \in N \quad (6)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{n+p, j}^{pv} \leq N \quad (7)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{n+p, j}^{pv} = N - \sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i, j \in N} x_{ij}^{pv} \quad (8)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{n+p, j}^{pv} \leq 1 \quad \forall p \in L \quad (9)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{i \in N} x_{i, n+p}^{pv} \leq 1 \quad \forall p \in L \quad (10)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} (\tau_j x_{ij}^{pv} + M(1 - x_{ij}^{pv})) \geq (\tau_i + t_i) \quad \forall i, j \in N \quad (11)$$

$$\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{n+p,j}^{pv} - \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{n+p,j}^{p(v+1)} \geq 0 \quad \forall v \in V \quad (12)$$

$$x_{ij}^{pv} \in (0,1) \quad \forall p \in L, \forall v \in V, \forall i, j \in N \text{ and } i \neq j \quad (13)$$

參數說明

N ：總班次數；

p ：所屬車站， $p \in L$ ；

v ：營運車輛， $v \in V$ ；

M ：為一極大值；

c_{ij} ：班次 i 與 j 間之閒置時間（分鐘）；

d_i ：班次 i 之營運里程（公里）；

γ_i ：路線 i 重要性係數；

τ_i ：班次 i 發車時間；

t_i ：班次 i 營運時間；

s_i ：班次發車車站；

e_i ：班次結束車站；

α ：業者自訂之車輛閒置站內單位時間價值（元／時間）；

β ：業者自訂之單位車輛於預估使用年限中之各期折舊成本（元／輛）；

λ ：業者自訂之勤務中路線重要性轉換懲罰成本（元／次）；

μ ：業者自訂各個勤務路線總里程差距最小之每公里懲罰成本（元／里程）；

ω ：業者自訂車輛空駛時之單位時間耗油成本（元／時間）。

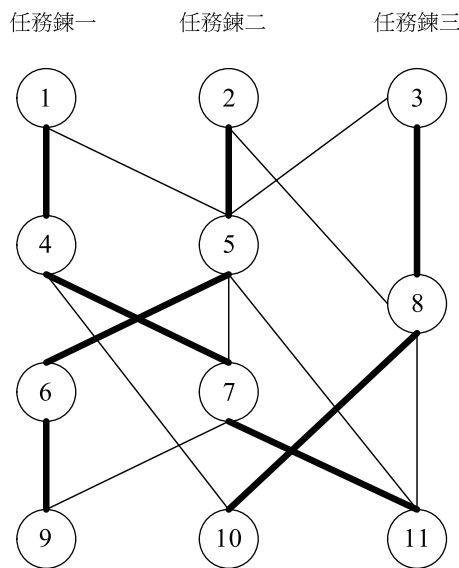
目標函數(1)表示車輛排程之營運成本最小化，共由五項成本組合而成；第一項為

$\alpha \left(\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i,j \in N} c_{ij} x_{ij}^{pv} \right)$ 營運車輛於站內之總閒置成本，括號內累加式為車輛閒置時間之總和，

α 表車輛閒置站內之單位時間價值（元／時間），可建議由車輛購置成本單價除以預計使用年限（換算成分鐘）決定之；第二項為車輛購置後之折舊成本，表於勤務規劃時程內所有車輛折舊成本之總和，規劃車輛數越少其折舊成本亦將越少， β 表單位車輛於勤務規劃時程內之當期折舊成本（元／輛）；第三項為勤務中路線重要性限制轉換懲罰成本， λ 表勤務中路線重要性轉換懲罰成本（元／次），基本上客運業者對於此項成本之要求主要在於減少司機員因路線變動所須花費額外時間進行準備工作（包括更換車內路線標示牌、車內相關機器《如車機、讀卡機》設定工作等），此項工作亦必須算至「司機員行車時間（元／分鐘）」成本中，因此建議可由車輛閒置時間成本 α 值加上駕駛員行車時間 ρ （元／分鐘）決定之

($\lambda = \alpha + \rho$)，若業者僅在乎勤務中路線轉換次數，不考慮路線重要性之影響時，其 λ 值可等於 $\frac{(\alpha + \rho)}{(\gamma_j - \gamma_i)}$ ，($\gamma_j - \gamma_i \neq 0$)；第四項為各個勤務里程平均差總合最小之懲罰成本總和，其目的在避免車輛行駛里程差距過大時，造成車輛保修之困擾，懲罰值 μ 可建議由車輛保養成本除以業者所規定之保養里程決定之(元/里程)；第五項為車輛執行空駛之成本總和，為避免過多空駛情況產生， ω 可由單位里程耗油成本除以法定行車速度(亦即每分鐘耗油成本)決定之(元/時間)。基本上，模式中之各項參數 ($\alpha, \beta, \gamma, \rho, \mu, \omega$) 均為外生變數，可由各業者依據該公司之實際營運情況來設定。

限制式 (2) 為流量守恒限制條件，限制式 (3) 表任一班次僅能被執行一次，不得重複執行之限制，限制式 (4)、(5) 分別代表禁止起站空駛與回站空駛之限制條件，限制式 (6) 表禁止班次銜接時產生空駛班次之限制條件，限制式 (7)、(8) 為產生最小車輛數之限制條件，其觀念乃套用 Ford^[19] 於 1961 年所提出的班次鏈限制定理，此定理說明在一個非循環網路中，若 N 表班次數、 C 表班次鏈(班次數組合)之集合、 D 表網路中被選定節線數之集合，三者之關係式為 $|C| + |D| = |N|$ (絕對值為避免負號產生)，其關鍵即在於每一班次鏈之節線數必定比節點數少 1 (如圖 3 所示)，限制式 (9)、(10) 為每輛車僅能使用一次之限制，限制式 (11) 表任二班次相連接時之時間限制式，為使任兩班次於時間限制不滿足(亦即 $\tau_l < \tau_i + t_i + \xi_{ij}$) 時該限制式亦能成立，故於限制式中加上懲罰項 $M(1 - x_{ij}^{pv})$ 以滿足所有情況之發生，限制式 (12) 為確保車輛數編號 v 連續之限制，限制式 (13) 為二元變數限制式。



註：1. 粗線表節線被選取，細線表原網路。
2. 其任務鍊(3) = 總節點數(11) - 被選取節線數(8)。

圖 3 Ford 班次鏈之限制定理

此外，在多場站之問題型態下，營運班次之空駛種類可分為起迄場站與班次間是否允許空駛（限制式 4、5）及班次銜接時是否允許空駛（限制式 6）兩類，並可組合成下列四種營運策略：

1. 允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛：模式需加入目標式空駛成本項與限制式 (4)(5)(6)；
2. 允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛：模式僅需加入目標式空駛成本項與限制式 (4)(5)；
3. 不允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛：模式僅需加入目標式空駛成本項與限制式 (6)；
4. 不允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛：模式不需加入目標式空駛成本項與限制式 (4)(5)(6)。

一般而言，此四種營運策略之採用端視實務問題需求而定，其間並無優劣之比較，但值得注意的是若是採用第四種營運策略時，則必須滿足所有班次於各場站之發車班次總和數目與結束班次總和數目相同（亦即 $\sum_{v \in V} \sum_{i \in N} x_{n+p,i}^{pv} = \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}, \forall p \in P$ ），否則將會造成班次無法銜接、問題無法產生可行解之情況。

3.3 模式參數分析

分析目標式中各項成本組成後可發現，第一項最小車輛閒置時間成本為考慮班次銜接時之車輛閒置時間最小化，此為 VSP 中最基本之考量因素，又如果 VSP 為多場站問題時，則可加入第五項車輛執行空駛成本，使得所規劃之車輛排程閒置時間成本與空駛成本為最小，同時本研究希望能由模式中求得 VSP 之最小車輛數，因此第二項車輛折舊成本最小化亦為必須加入模式中之考量因素；此外若 VSP 中需考慮車輛維修里程之公平性時，可加入第四項各勤務總里程差距之最小化，又如需考量勤務中路線重要性轉換限制（或勤務中路線轉換次數最少）時，則可加入第三項勤務中路線重要性限制轉換懲罰成本。由此可知，第一項、第二項與第五項成本可視為一般性 VSP 必須考量之因素，而第三與第四項成本是否加入則須視業者實際需求而定。

由於目標式所包含之成本項均是以成本總和最小化作為 VSP 之求解方向，故各項成本間相對重要性之參數值（亦即 α 、 β 、 λ 、 μ 、 ω 值），則可依客運業者之實際需求分別給定，但由於客運業者營運車輛之購置成本所費不貲，車輛購入成本動輒價值數百萬元，因此基本上車輛當期折舊成本參數 β 值將會遠大於其餘參數值，其重要性亦大於其他參數值，由此可知車輛當期折舊成本之多寡，將會對 VSP 模式之求解結果造成影響。

有鑑於此，本研究根據 3.2 節所提一般性 VSP 模式參數特性與上述分析結果，提出下列四項命題（proposition），分別說明在各種極限值之情況下， β 值對於其他參數值之相關設定範圍，以作為求解實務問題時參數設定之參考。

命題 1：在僅考慮 α 與 β 值之極限情況下，若 β 值之設定大於 $(1440 \times \alpha)$ ，則於問題求解時目標式第一項閒置時間成本值之大小，將不會影響車輛數目之增加。

證明：一般來說，若時刻表中 N 個班次由 N 輛車執行時，將不會產生閒置時間成本（但此時車輛折舊成本將會極大），故閒置時間成本之極限情況為當 $N/2$ 輛車於 0:00 時回站後、直至 24:00 時才再次發車，則此時車輛閒置時間成本為 $(\frac{N}{2} \times \alpha \times 1440)$ ，而車輛折舊成本為 $(\frac{N}{2} \times \beta)$ 。若要求目標式第一項閒置時間成本值之大小不影響車輛數目增加時，則必須 $(\frac{N}{2} \times \beta)$ 大於 $(\frac{N}{2} \times \alpha \times 1440)$ ，經化簡後可得 $\beta > (\alpha \times 1440)$ 。

命題 2：在僅考慮 λ 與 β 值之極限情況下，若 β 值之設定大於 $[\lambda \times (N-1)]$ ，則於問題求解時目標式第三項勤務中路線重要性限制轉換懲罰成本值之大小，將不會影響車輛數目之增加。

證明：目標式第三項懲罰成本之值極限情況為 N 個勤務均由一輛車執行時，此時發生路線轉換之最大次數將為 $N-1$ 次，若車輛折舊成本為 β ，則懲罰成本總值為 $[\lambda \times (N-1)]$ ，因此要求目標式第三項勤務中路線重要性限制轉換懲罰成本值之大小不影響車輛數目增加時，則必須 $\beta > [\lambda \times (N-1)]$ 。

命題 3：在僅考慮 μ 與 β 值之極限情況下，若 β 值之設定大於 $[\mu \times 2 \times S$ （所有班次里程之總和）]，則於問題求解時目標式第四項各個勤務路線總里程差距最小之成本值大小，將不會影響車輛數目之增加。

證明：此命題分兩階段證明，第一階段先證明在班次總數固定下，各組勤務里程與平均勤務里程數差之總和若為最大時，此情況會發生在其中一組勤務里程值等於所有班次里程之加總，而其餘勤務里程均為 0 之情況下；第二階段則利用第一階段證明結果，說明當其中一組勤務總和等於所有班次里程總和，而其餘勤務里程均為 0 時，其各組勤務與平均勤務里程差最多不會超過所有里程總和之兩倍。藉由此二階段證明，將可說明命題 3 成立之情況。其相關證明如下：

- a. 在給定一組實數值 x_1, x_2, \dots, x_n （其個數可視為勤務），且此組中所有個數累加之總和為固定情況下，每個實數與其平均數差之絕對值總和最大將會發生在「其中一數為其總和值，其餘個數均為 0」之狀況下。其原因在於平均數易受到極端值（extreme points）之影響，若要使得 $\sum_{i=1}^n |x_i - \mu|$ 為最大，則必須 x_1, x_2, \dots, x_n 均為極限值，其中一數值為 $n \times \mu$ ，其餘個數均為 0。
- b. 在一個數列中，其中一數 (x_i) 之值等於所有數列總和（總和為 s ），而其餘個數（共有 n 個）均為 0，此數列平均數則為 s/n 。當個數趨近於無窮大時 $(n \rightarrow \infty)$ ， x_i 與其平均數差為 $\lim_{n \rightarrow \infty} (s - s/n) = s$ ，另其他為 0 個數與平均數差之總和為

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [(0 - \frac{s}{n}) \times (n-1)] = \lim_{n \rightarrow \infty} [(\frac{n-1}{n}) \times s] = s, \text{ 故此數列與平均數差之總和為 } 2S。$$

由上述兩階段證明可得知，若要求目標式第四項各個勤務路線總里程差距成本值之大小不影響車輛數目增加時，則必須 β 值大於 $[\mu \times 2 \times S]$ (所有班次里程之總和)。

命題 4：在僅考慮 ω 與 β 值之極限情況下，若 β 值之設定大於 $(\omega \times 2880)$ ，則於問題求解時目標式第五項車輛執行空駛成本值之大小，將不會影響車輛數目之增加。

證明：目標式第五項車輛空駛成本之值極限情況為 N 個勤務由 N 輛車執行時，其所能發生之最大空駛次數為 $2 \times N$ 次 (包含起站時空駛與訖站時空駛)，且此時之最大空渡時間為 $2 \times 1440 \times N$ ，故最大空渡成本即為 $[\omega \times N \times 2880]$ ，而車輛折舊成本為 $\beta \times N$ ，因此要求目標式第五項車輛空駛成本之大小不影響車輛數目增加時，則必須 $\beta \times N > [\omega \times N \times 2880]$ ，經化簡後可得 $\beta > [\omega \times 2880]$ 。

由於 VSP 是屬於事前性之規劃工作，加上各家客運業者對於 VSP 之規劃檢討時程不一 (有一個月、三個月、甚至半年、一年才進行檢討規劃)，對於各期折舊成本參數 β 值之計算則大小不一，此將嚴重影響模式求解結果。故本研究提出上述四項命題，提供業者於車輛排程問題 (VSP) 規劃時，於車輛折舊成本 β 值之設定提供一上限條件。依據上述命題所述，若所構建之 VSP 模式均將此五項成本項考慮其中時，其 β 值可設定為 $\max[(\alpha \times 1440), \lambda \times (N-1), 2 \times \mu \times S, \omega \times 2880]$ ，如此方可確保於模式求解過程中其餘各項成本值不論如何變化，均不會影響到車輛數目之增加。

3.4 模式轉換

由於 3.2 節所建模式之目標式為一非線性函數 (變數出現於分母部分)，為使問題求解容易起見，本研究先將原始目標式內之絕對值與非線性函數部分進行線性與代數轉換，使模式成為二元變數線性規劃模式 (0-1 integer linear programming)，再利用 3.3 節參數分析之結果，構建一完整二階段模式求解程序，以簡化原模式求解之複雜度，其相關說明如下。

3.4.1 模式線性函數轉換

目標式非線性函數轉換為線性函數之處理步驟為：首先令變數 $\text{Avg } M = \frac{\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv})}{\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}}$ ，其目的在取代目標式函數中第四項成本計算平

均車輛里程之部分，再依據絕對值函數之定義，分別設定式 (14)、(15) 兩函數，其中式 (14) 表示當所有勤務之里程總和大於 $\text{Avg } M$ 時〔亦即

$\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - \text{Avg } M \geq 0$ 〕，其函數 $\text{TUM}(v)$ 將會等於

$\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - \text{Avg } M$ ，而當所有勤務之里程總和小於 $\text{Avg } M$ 時〔亦即

$\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \leq 0$] , 則函數 $TUM(v)=0$; 式 (15) 則表示當所有勤務之里程總和小於 $Avg M$ 時 [亦即 $\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \leq 0$] , 其函數 $TML(v)$ 將會等於 $\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM$, 而當所有勤務之里程總和大於 $Avg M$ 時 [亦即 $\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \geq 0$] , 則函數 $TML(v)=0$, 最後再利用 $TUM(v)$ 與 $TML(v)$ 之組合, 取代原目標式絕對值部分, 故轉換後目標式第四項成本即為式(16)所示, 而原目標式(1)則變為式(17)所示, 而為確保轉換後之目標式發生作用, 必須於限制式中加入式(18), 如此方可使模式自動符合本研究之需求。

$$TUM(v) = \begin{cases} \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \right]^+ & \text{if } \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - Avg \right] \geq 0 \\ 0 & \text{if } \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - Avg \right] < 0 \end{cases} \quad (14)$$

$$TML(v) = \begin{cases} 0 & \text{if } \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - Avg \right] < 0 \\ \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \right]^- & \text{if } \left[\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - Avg \right] \geq 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\sum_{v \in V} TUM(v) + TNL(v) \quad \forall v \in V \quad (16)$$

$$\begin{aligned} Min \quad Z = & \alpha (\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i, j \in N} c_{ij} x_{ij}^{pv}) + \beta (\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{n+p, j}^{pv}) + \lambda (\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{i, j \in N} (\gamma_j - \gamma_i) x_{ij}^{pv}) \\ & + u \sum_{v \in V} TUM(v) + TNL(v) + \omega \sum_{p \in L} \sum_{v \in V} (\sum_{i, j \in N} \xi_{ij} x_{ij}^{pv} + \sum_{j \in N} \xi_{j,n+p} x_{j,n+p}^{pv}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$TUM(v) - TNL(v) = \sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) - AvgM \quad \forall v \in V \quad (18)$$

3.4.2 兩階段模式求解程序

在上述說明中, 變數 $Avg M$ 是取代目標式中第四項勤務路線總里程差距最小懲罰成本中之 $\sum_{i \in N} d_i (\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{ij}^{pv} + \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}) / \sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}$, 而模式在經由線性轉換後, 變數

Avg M 則可視為一參數，亦即於模式求解前必須輸入該參數值，才可計算出各個勤務路線總里程差距最小之總值，但由原目標式可得知於分母部分之變數 $\sum_{p \in L} \sum_{j \in N} x_{j,n+p}^{pv}$ (車輛數) 乃是由模式中求解得知，為避免造成於求解上之衝突，本研究特構建兩階段模式求解程序，以化解此問題之產生，其求解流程為：首先利用第一 VSP 轉換模式求出各車站所需之最小營運車輛數，並計算出車輛平均里程 (Avg M) 值，於此模式中目標式僅考量最小車輛閒置時間與最小車輛折舊成本，之後則利用前述 3.3 節參數分析之結果進行參數成本判斷，判斷準則為是否 $\beta > \text{Max}[\alpha \times 1440, \lambda \times (N-1), 2 \times \mu \times S, \omega \times 2880]$ ，若是，則可利用第二 VSP 轉換模式 a 繼續求解；反之，第二 VSP 轉換 b 進行計算。

$$\sum_{p \in L} \sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{n+p,j}^{pv} = SV \quad , \quad SV \text{ 為第一 VSP 轉換模式算出之車輛數} \quad (19)$$

在第二 VSP 轉換模式 a 中，主要是將第一 VSP 轉換模式所求出車輛數作為限制式中車輛總數之限制 (式 19)，因此在車輛數不變之情況下，將可直接求解出所有車輛勤務之班次配置狀況；而在第二 VSP 轉換模式 b 中，因為無法保證 β 值定會大於 $\text{Max}[\alpha \times 1440, \lambda \times (N-1), 2 \times \mu \times S, \omega \times 2880]$ ，如此將使得於模式求解時，有可能發生求解出之車輛總數大於第一階段所求解出之車輛數，此時必須先將目前車輛總數加 1，並將計算出新車輛數時之車輛平均里程值代入第二 VSP 修正轉換 b 中進行求解，若求解出新增車輛之勤務中班次數為 0 時，則表示於此目標式參數設定下，所求出各站車輛數與勤務組合為最後求解結果 (必須扣除勤務中班次數為 0 者)，若否，則表示車輛總數還有增加之可能，必須再回到車輛總數加一之步驟繼續進行求解，直至新增加車輛勤務中之班次數等於 0 為止。此二階段求解流程如圖 4 所示。

此兩階段求解流程主要適用在模式中有考量各個勤務路線總里程差距最小之情況，其重點是以第一階段 VSP 模式求解出車輛數作為第二階段計算平均車輛里程數之依據，若客運業者於車輛排程過程中並無此因素之考量時 (亦即僅考慮車輛閒置時間成本、車輛折舊成本與路線轉換成本)，僅需使用第一 VSP 轉換模式進行求解即可 (相關模式內容彙整如表 2 所示)。

四、實例測試

本研究為驗證所提出多場站公路客運車輛排程模式之完整性與實用性，特選取具有單場站多路線營運型態之 T 公司及多場站多路線營運型態之 K 公司，以這兩種不同營運型態之客運公司，作為本研究實例測試之對象。此外更由於車輛排程工作是屬於長期規劃 (long-term) 之範疇，故本研究於模式求解方法將採用分枝定限法 (branch and bound method)，配合 CPLEX 7.0 最佳化軟體進行模式構建與求解。本研究並使用 Microsoft

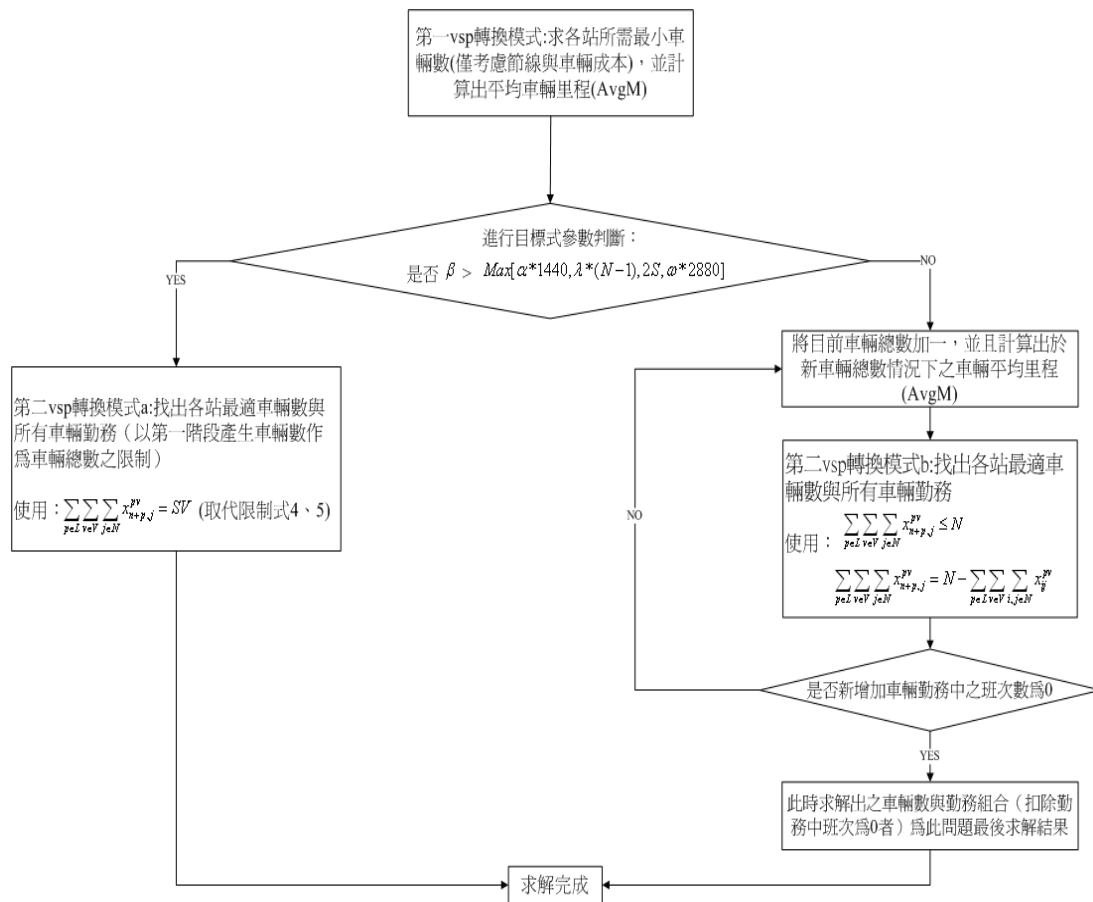


圖 4 VSP 轉換模式兩階段求解流程圖

表 2 VSP 轉換模式內容彙整表

包含項目 模式種類	目標式 (以式 14 為主, 共包含五項成本)	限制式
第一 VSP 轉換模式	第一項 + 第二項 + 第五項	(2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (11) + (13)
	第一項 + 第二項 + 第三項 + 第五項	
第二 VSP 轉換模式 a	第一項 + 第二項 + 第四項 + 第五項	(2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (9) + (10) + (11) + (12) + (13) + (19)
	第一項 + 第二項 + 第三項 + 第四項 + 第五項	
第二 VSP 轉換模式 b	第一項 + 第二項 + 第四項 + 第五項	(2) + (3) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8) + (9) + (10) + (11) + (12) + (13)
	第一項 + 第二項 + 第三項 + 第四項 + 第五項	

註：1. 於第一 VSP 轉換模式中可將變數 x_{ij}^{pv} 上標 v 拿掉, 以減小問題規模。

2. 於第二 VSP 轉換模式 a 中之限制式, 是以式(19)取代(7)、(8)二式。

3. 若為問題多場站型態時, 可依前述章節說明並配合問題型態, 於模式中自行調整式(4)、(5)、(6)之加入。

Windows XP 作業平台，以及 Intel Pentium 4 CPU 2.4GHz，1GB RAM 之個人電腦執行運算工作。

此外為加快測試時之求解時間，本研究對於實例測試時之參數值設定，均是依據 3.3 節所提方法來決定 β 值之大小（亦即使用圖 4 兩階段求解流程之左邊分枝流程直接求解），至於其餘參數值則經由業者訪談後統一給定 $\alpha = 1$ (元/分)、 $\lambda = 10$ (元/次)、 $\mu = 10$ (元/公里)、 $\omega = 20$ (元/分)。

4.1 T 客運公司實例測試分析

T 客運公司之單一場站負責 49 條營運路線、共 526 個營運班次，其中營運里程最短為 5 公里、最長為 28.8 公里，行車時間最短 25 分鐘、最長為 120 分鐘，該公司目前是以 46 輛車每日依序執行所有 526 個班次。依據模式特性，單一場站營運型態不需考量空駛成本之問題，因此該公司之測試將以目標式中其餘四項因素：最小閒置時間、最小車輛數、勤務最少路線更換次數，以及最小勤務里平均差總和為主要考量重點，依序產生 (1) 僅考量最小閒置時間與最小車輛數、(2) 考量最小閒置時間、最小車輛數與勤務里程平均差總和最小、(3) 最小閒置時間、最小車輛數與勤務中路線更換次數最少、(4) 四種因素全部納入考量等四種營運狀況，並將分別與該公司現況資料進行分析比較。而相關參數除 $\beta = \text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (526 - 1), 2 \times 10 \times 6435] = 130,000$ 外⁴，其餘參數值均比照前述之設定值。

表 3 為測試結果之彙總表，由表中可得知本研究設定四種營運狀況之求解車輛數，均優於 T 公司目前所使用之車輛數，顯示 T 公司對於營運車輛數之節省仍有 1 輛車之空間；在閒置時間方面，由於受到 T 公司現況使用車輛數較多因素，故營運狀況一的閒置時間較現況值為大，而營運狀況四的閒置時間為最小 (10, 148) 的原因在於模式中考量一併路線轉換與勤務中里程差等因素，所以此閒置時間目標值被此二者所影響；在路線更換次數方面，明顯是營運狀況三為最少，此結果符合本模式求解之預期；至於勤務中里程差最小化方面，是營運狀況二為最小，此結果亦同時符合本模式求解之預期。至於求解品質方面，由於營運狀況二與四兩者是使用線性函數轉換之技巧進行求解，因此於該兩者模式中之變數與限制式數目均遠大於其餘二者，為使盡快完成模式求解之工作，故於求解時在 CPLEX 中設定 Gap 值，以加快求解時間。

在敏感度分析部分，由於車輛當期折舊成本參數 β 值之重要性相對大於其他參數值，因此本研究選擇此次測試中產生最佳解與總成本最小之營運情況一進行 β 值之敏感度分析，探討車輛折舊成本對於模式求解後車輛數與總成本之變化關係，更因為此營運狀況一於目標式中只考量最小閒置時間成本與最小車輛數成本兩項因素，因此依前述章節之說明

4. 只考量營運狀況一時 $\beta = \text{Max}[1 \times 1440] = 1440$ ，只考量營運狀況二時 $\beta = \text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (526 - 1)] = 5250$ ；為便於比較所有測試結果，故將所有測試營運狀況之 β 值均設為 $\text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (526 - 1), 2 \times 10 \times 6435] = 130,000$ 。

表 3 T 客運公司測試結果彙整表

權重係數之比 ($\alpha:\beta:\lambda:\mu$)	最小 車輛	閒置 時間	車輛 折舊成本 (元)	路線 更換 (次數)	里程差 (公里)	總成本 (元)	求解 時間 (秒)	Gap/ 最佳解
1:130000:__:__	45	13,963	5,850,000	(427)	(1,063)	5,863,963	10.97	最佳解
1:130000:__:10	45	14,698	5,850,000	(427)	546	5,870,158	1350.51	0.05% 5,867,130
1:130000:10:__	45	11,655	5,850,000	279	(1,441)	5,864,445	9.73	最佳解
1:130000:10:10	45	10,148	5,850,000	425	760	5,871,998	1637.41	0.07% 5,866,980
T 公司現況	最小 車輛	閒置 時間	車輛 折舊成本 (元)	路線 更換 (次數)	里程差 (公里)	總成本 (元)	求解 時間 (秒)	Gap/ 最佳解
—	46	13,204	5,980,000	(452)	(1,078)	5,993,204	—	—

註：1. α 、 β 、 λ 、 μ 如前述定義。

2. 括號內數字表該項因素並未放入模式中考量，為模式求解後之彙整結果。

3. Gap 表下限解間距(%), 其計算方式 = $|(\text{目前整數最佳解} - \text{下限解目標值}) / \text{目前整數最佳解}|$ 。

將 β 值設定為 $\text{Max}[1 \times 1440] = 1440$ ，故此營運狀況一之車輛總折舊成本為 64,800，總成本為 78,763，而不同 β 值之敏感度分析表如表 4 所示。

由表 4 中可得知當 β 值大於 1,440 時，求解後之車輛數皆維持在 45 輛，表示當 β 值越大時，對於車輛數之增加已不造成影響，此外於總成本變化方面，亦可發現當 β 值大於 1,440 後，不論 β 值增加多少，其總成本之增加量皆為車輛總折舊成本之增加量（可觀察出車輛閒置時間之成本固定為 13,963），此情況說明當 β 值超過臨界點 1,440 後， β 值之變化對於模式求解後所得之車輛數與總成本數均已不造成影響。此分析結果亦可說明本研究所計算出之 β 值正好等於該測試資料之 β 值臨界點。

4.2 K 客運公司實例測試分析

K 客運公司目前擁有三個場站進行客運營運工作，此三站共有 a-a、a-b、a-c、b-b、b-c、c-c 六條互開路線及每日 395 個營運班次，其中 a 站與 b 站距離 38 公里、a 站與 c 站距離 28 公里、b 站與 c 站距離 23 公里，而目前營運里程最短為 7 公里、最長為 27 公里。該公司目前是以每日 29 輛車依續執行所有 395 個班次。

依據模式特性，多場站營運型態必須考量空駛成本之問題，但由於該公司所有路線均屬於站間對開型路線，並且對於是否會產生空駛任務之興趣遠大於勤務中路線轉換次數，有鑑於此最少路線更換次數之因素將不納入測試中考量，故該公司之測試將以模式目標式中其餘 4 項因素：最小閒置時間、最小車輛數、勤務里程平均差總和最小、以及最小空駛

表 4 不同 β 值對 T 客運公司營運資料之敏感度分析彙整表 (單位：元)

β 值 (單位車輛折舊成本)	車輛數 (輛)	車輛總折舊成本	總成本
1	596	596	15,294
100	114	11,400	26,795
500	73	32,500	47,996
1,000	52	52,000	69,963
1,440	45	64,800	78,763
2,000	45	90,000	103,963
3,000	45	135,000	148,963
4,000	45	225,000	238,963
5,000	45	450,000	463,963
10,000	45	900,000	913,963
20,000	45	1,800,000	1,813,963
40,000	45	3,600,000	3,613,963
80,000	45	4,500,000	4,513,963
100,000	45	5,850,000	5,963,963

成本為主要考量重點，並產生 (1) 最小閒置時間、最小車輛數與最小空駛成本、(2) 四種因素全部納入考量等兩種營運狀況，再加上多場站營運型態具有 (1) 允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛、(2) 允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛、(3) 不允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛、與 (4) 不允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛等四種營運策略，因此本次測試共可組成下列八種營運狀況：

- (1) (允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛) + (最小閒置時間、最小車輛數與最小空駛成本)；
- (2) (允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛) + (四種因素全部納入)；
- (3) (允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛) + (最小閒置時間、最小車輛數與最小空駛成本)；
- (4) (允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛) + (四種因素全部納入)；
- (5) (不允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛) + (最小閒置時間、最小車輛數與最小空駛成本)；
- (6) (不允許起迄場站空駛 + 允許班次間空駛) + (四種因素全部納入)；
- (7) (不允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛) + (最小閒置時間、最小車輛數與最小空駛成本)；
- (8) (不允許起迄場站空駛 + 不允許班次間空駛) + (四種因素全部納入)。

但由於 K 客運公司所有班次中於 a 場站發車之班次總數為 156，與 a 場站之回站班次總數為 154 不同，於 b 場站發車之班次總數為 75，也與 b 場站之回站班次總數為 77 不同（於 c 場站之發車與回站班次總和數均為 164），故可確定營運策略 (7) 與 (8) 所產生的模式將無法產生可行解（經由本研究測試結果亦為如此），因此本研究將以其餘營運策略進行模式構建與問題求解，並分別與該公司現況資料進行分析比較。而相關參數除 $\beta = \text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (329 - 1), 2 \times 10 \times 8833, 20 \times 2880] = 180,000$ 外⁵，其餘參數值均比照前述之設定值。

表 5 與表 6 為 K 公司測試結果彙總表，由此二表可得知本研究所設定六種營運狀況之求解車輛數均優於 K 公司目前所使用之車輛數—營運狀況 (1)(2)(3)(4) 可節省四輛車、營運狀況 (5)(6) 可節省兩輛車，此結果顯示 T 公司對於車輛數之節省最多仍有 4 輛車之空間。可節省如此多輛車之主要原因在於 T 公司於每個勤務中均安排中退時間以方便司機用餐，未來此部分將可有改善空間；至於六種營運策略間之比較，由於策略 (3)(4) 限制條件較少（可允許起訖站及班次間之兩種空駛成本），故在閒置時間最小與總里程差最小的表現上，均較其餘四種營運策略為佳，此結果符合本模式求解之預期。值得一提的是，策略 (1)(2) 與策略 (3)(4) 之空駛次數均為六次，但策略 (3)(4) 中有兩次的空駛次數是發生在起訖站與班次銜接間，若於實務問題上勤務如此安排的話，則司機必須提前從停車場站出發趕至另一場站執行班次任務，其準備時間勢必得提前（例如規劃班次 5：50 分從 b 站發車，車停在 a 站，a 站至 b 站空駛時間需 20 分鐘，則該駕駛必須於 5:30 分從 a 站出發，故該駕駛勢必於 5:30 分前就抵達 a 站），此法通常會造成司機執行班次時之不便，因此實務上此類策略較少使用。此外由於策略 (5)(6) 對於空駛成本限制較為嚴格，故求解結果則需較策略 (1)(2)(3)(4) 之結果多兩輛車才能滿足問題限制，因此除空駛次數表現較佳外，策略 (5)(6) 在其他因素表現上均較其餘四種策略為差，此結果亦符合本模式求解之預期。至於求解品質方面，由於營運策略 (3) 之限制條件較策略 (1) 與 (5) 為少，故求解結果均較另兩者為佳，又營運策略 (2)(4)(6) 是使用線性函數轉換之技巧進行求解，因此於該兩者模式中之變數與限制式數目均遠大於其他策略，為使儘快完成模式求解之工作，故於求解時在 CPLEX 中設定 Gap 值，以加快求解時間。

在敏感度分析部分，由於車輛當期折舊成本參數 β 值之重要性相對大於其他參數值，因此本研究選擇此次測試中產生最佳解與總成本最小之營運情況一進行 β 值之敏感度分析，探討車輛折舊成本對於模式求解後車輛數與總成本之變化關係，更因為此營運狀況一於目標式中只考量最小閒置時間、最小車輛數與最小空渡成本三項因素，因此依前述章節之說明 β 值將設定為 $\text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (329 - 1), 20 \times 2880] = 57,600$ ，故此營運狀況一之車輛總折舊成本為 1,440,000，總成本為 1,448,490，而不同 β 值之敏感度分析表如表 7 所示。

5. 只考量營運狀況一、三、五時 $\beta = \text{Max}[1 \times 1440, 20 \times 2880] = 1440$ ，為便於比較所有測試結果，故將所有測試營運狀況之 β 值均設為 $\text{Max}[1 \times 1440, 10 \times (329 - 1), 10 \times 2 \times 8833, 20 \times 2880] = 180,000$ 。

表 5 K 客運公司測試結果彙整表 (1)

起迄同、允許空渡 發生權重係數之比 ($\alpha:\beta:\mu:\omega$)	最小 車輛	閒置 時間	車輛 成本 (元)	空渡次數 [成本]	里程差 (公里)	總成本 (元)	Gap/ 最佳解
1 : 180000 : _ : 20	共 25 輛 a 站 : 14 b 站 : 2 c 站 : 9	4,770	4,500,000	6 [3,760]	(1,684)	4,508,530	最佳解
1 : 180000 : 10 : 20		3,225	4,500,000	6 [3,760]	808	4,515,065	0.01% 4,514,904
起迄不同、允許空渡 發生權重係數之比 ($\alpha:\beta:\mu:\omega$)	最小 車輛	閒置 時間	車輛 成本 (元)	空渡次數 [成本]	里程差 (公里)	總成本 (元)	Gap/ 最佳解
1 : 180000 : _ : 20	共 25 輛 a 站 : 14 b 站 : 6 c 站 : 5	4,730	4,500,000	6 [3,760]	(1,544)	4,508,490	最佳解
1 : 180000 : 10 : 20		3,320	4,500,000	6 [3,760]	892	4,516,000	0.02% 4,515,110

表 6 K 客運公司測試結果彙整表 (2)

起迄不同、不允許空渡 發生權重係數之比 ($\alpha:\beta:\mu:\omega$)	最小 車輛	閒置 時間	車輛 成本 (元)	空渡次數 [成本]	里程差 (公里)	總成本 (元)	Gap/ 最佳解
1 : 180000 : _ : 20	共 27 輛 a 站 : 15 b 站 : 2 c 站 : 10	5,375	4,860,000	2 [920]	(2,146)	4,866,295	最佳解
1 : 180000 : 10 : 20		4,060	4,860,000	2 [920]	1,127	4,876,250	0.05% 4,873,920
C 公司現況	最小 車輛	閒置 時間	車輛 成本 (元)	空渡次數 [成本]	里程差 (公里)	總成本 (元)	Gap/ 最佳解
—	共 29 輛 a 站 : 16 b 站 : 2 c 站 : 11	中退 5,820 閒置 1,690 共 7,510	5,220,000	(2)	(1,132)	5,227,510	—

註：1. 表 5、6 中參數 α 、 β 、 λ 、 μ 如前述定義。

2. 括號內數字表該項因素並未放入模式中考量，但為模式求解後之彙整結果。

3. 兩表中 Gap 表下限解間距(%), 其計算方式 = $|(\text{目前整數最佳解} - \text{下限解目標值}) / \text{目前整數最佳解}|$ 。

表 7 不同 β 值對 K 客運公司營運資料之敏感度分析表 (單位：元)

β 值 (單位車輛折舊成本)	車輛數	車輛總折舊成本	總成本
1	395	395	2,736
100	99	9,900	11,817
500	34	17,000	20,650
1,000	28	28,000	33,475
1,500	27	40,500	46,490
2,000	25	50,000	58,490
2,500	25	62,500	70,990
3,000	25	75,000	83,490
4,000	25	100,000	108,490
5,000	25	125,000	133,490
10,000	25	250,000	258,490
20,000	25	500,000	508,490
50,000	25	1,250,000	1,258,490
100,000	25	2,500,000	2,508,490

由表 7 中可得知當 β 值大於 2,000 時，求解後之車輛數皆維持在 25 輛，表示當 β 值越大時，對於車輛數之增加已不造成影響，此外於總成本變化方面，亦可發現當 β 值大於 2,000 後，不論 β 值增加多少，其總成本之增加量皆為車輛總折舊成本之增加量 (可觀察出車輛閒置時間與空駛成本之總和固定為 8,490)，此情況說明在當 β 值超過臨界點 2,000 後， β 值之變化對於模式求解後所得之車輛數與總成本數，均已不造成影響。跟據本研究提出之命題所計算出 β 值為 $Max[1 \times 1440, 20 \times 2880] = 57,600$ ，與經由敏感度分析所得之 β 值臨界值相較，兩者差距為 55,600，其主要因素係本研究於計算 β 值時是採用 $Max[1440, 57600] = 57,600$ ，而此值受到空駛成本 ω 之極端值所影響，且於最後測試結果中僅產生 6 個空駛班次，所以造成本研究所計算之 β 值有偏高情形。雖然本研究所計算之 β 值較經由敏感度分析得知之 β 值臨界值為大，但此值與實務上車輛折舊成本值相較仍屬偏低，此可說明本研究所提出 β 值計算方式於實務上使用時，仍具有實用與參考之價值。

五、結論與建議

本研究以公路客運業者為研究對象，在時刻表固定情況下，構建符合臺灣地區現況之一般性多場站車輛排程模式，模式中除考量「最小閒置時間」、「最小營運車輛數」、「勤

務中路線調動次數最少」與「勤務里程平均差總和最小」等實際營運需求外，更將「由模式中產生營運車輛數」及「多場站營運之空駛情況」等兩項重要特性納入模式中，俾使模式更具一般化與實用性。另外，本研究更提出兩階段模式求解流程，配合線性函數轉換技巧，使得修正後模式具有 0-1 整數線性規劃之特性，更利於實務問題之求解使用。測試結果顯示，本研究所提出之模式不僅可滿足單一場站與多場站客運業者之需求，更表現出測試業者於車輛排程上仍有成本節省空間，充份驗證本研究之模式構建與轉換、參數特性證明、求解流程與測試結果等，均具有提供國內公路客運業者與學術界之參考價值。

由於本研究主要目的是構建一般性公路客運之車輛排程模式，因此建議後續可加入司機員於值勤時之相關考量限制，使模式更能符合實際業者需求；此外，本模式是假設車種均一的情況下進行研究，後續可建議加入多車種規劃考量進行研究。最後，雖然車輛排程規劃可允許較長之問題求解時間，但畢竟 VSP 是屬於 NP-Hard 問題，當問題規模過大時，仍將會出現無法求解之窘境，因此建議後續研究可針對解法部分進行研究（或採用啟發式解法），以加快求解時間。

參考文獻

1. 交通部運輸研究所，**運輸資料分析**，第二十七期，民國九十三年。
2. 游文松，「公路客運人員與車輛排班之研究」，中華大學科技與管理研究所碩士論文，民國九十三年。
3. 廖椿煜，「公路客運車輛排班調度制度之研究—以臺灣汽車客運公司為例」，交通大學交通運輸研究所碩士論文，民國七十四年。
4. Dantzig, G. B. and Fulkerson, D. R., "Minimizing the Number of Tankers to Meet a Fixed Schedule", *Naval Res. Log. Quart.*, Vol. 1, 1954, pp. 217-222.
5. Bodin, L., Golden, B., Assad, A., and Gall, M., "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – the State of the Art", *Computers & Operations Research*, Vol. 10, 1983, pp. 63-211.
6. Ball, M. O., Magnanti, T. L., Monma, C. L., and Nemhauser, G. L., "Time Constrained Routing and Scheduling", *Handbooks in Operation Research and Management Sciences Volume 8 : Network Routing*, 1995.
7. Ribeiro, C. and Soumis, F., "A Column Generation Approach to the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem", *Operations Research*, Vol. 42, 1994, pp. 41-52.
8. Beasley, J. E. and Cao, B., "A Tree Search Algorithm for the Crew Scheduling Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 94, No. 3, 1996, pp. 517-526.
9. Orloff, C. S., "Route Constrained Fleet Scheduling", *Transportation Science*, Vol. 10, No. 2, 1976, pp. 149-168.
10. Carraraesi, P. and Gallo, G., "Network Models for Vehicle and Crew Scheduling", *European Journal of Operational Research*, Vol. 16, No. 3, 1983, pp. 139-151.

11. Paixao, J. and Branco, I. M., "A Quasi-assignment Algorithm for Bus Scheduling", *Networks*, Vol. 17, 1987, pp. 249-270.
12. Desaulniers, G., Desrosiers, J., Dumas, Y., Marc, S., Rioux, B., Solomon, M. M., and Soumis, F., "Crew Pairing at Air France", *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, No. 2, 1997, pp. 245-259.
13. Yan, S., and Tu, Y. P., "A Network Model for Airline Cabin Crew Scheduling", *European Journal of Operational Research*, Vol. 140, No. 3, 2002, pp. 531-540.
14. 蔡文昉, 「大眾運輸排班系統之研究」, 交通大學運輸工程與管理學系碩士論文, 民國九十年。
15. Bodin, L. and Golden, B. L., "Classification in Vehicle Routing and Scheduling", *Networks*, Vol. 11, 1981, pp. 97-108.
16. Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G., "Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problem", *Networks*, Vol. 11, 1981, pp. 221-228.
17. Bertossi, A. A., Carraresi, P., and Gallo, G., "On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models", *Networks*, Vol. 17, 1987, pp. 271-281.
18. Ball, M., "A Comparison of Relaxations and Heuristic for Certain Crew and Vehicle Scheduling Problems", Presented at National ORSA/TIMS Meeting, Washington, D. C., 1980.
19. Ford, L. R. and Fulkerson, D. R., *Flows in Networks*, Princeton University Press, N. J., 1962.