

改良型巢狀分割法應用於旅行推銷員 問題之研究

A MODIFIED NESTED PARTITIONS META-HEURISTICS FOR THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM

張 靖 Ching Chang¹

卓裕仁 Yuh-Jen Cho²

藍宜祥 Yi-Hsiang Lan³

(93 年 10 月 19 日收稿，94 年 4 月 14 日修改，94 年 10 月 31 日定稿)

摘 要

旅行推銷員問題 (traveling salesman problem ; TSP) 是組合最佳化問題的典型代表，其應用範圍雖廣，解題複雜度卻屬於 NP-Complete，因此實務應用上多以啟發式解法 (heuristic) 來求得近似解。本研究以新近發展的巢狀分割法 (nested partitions ; NP) 為基礎，導入廣度搜尋 (diversification search) 及深度搜尋 (intensification search) 的概念，輔以傳統鄰域搜尋法來強化 NP 法之深度搜尋工具，並配合多種回溯機制的應用，提出一個可應用於求解 TSP 問題的改良型 NP 法解題架構。

為驗證改良型 NP 法之解題績效，本研究選擇 20 題 TSP 國際標竿例題 (規模自 16 點至 561 點)，並設計不同的模組組合型態及控制參數來進行測試。結果發現：本研究所提出之強化深度搜尋概念與有限幅度的回溯機制，其解

-
1. 中華大學運輸科技與物流管理學系副教授 (聯絡地址：300 新竹市五福路二段 707 號中華大學運輸科技與物流管理學系；E-mail：ching@chu.edu.tw)。
 2. 中華大學運輸科技與物流管理學系助理教授 (E-mail：yjcho@chu.edu.tw)。
 3. 中華大學科技管理研究所碩士 (E-mail：m9103068@chu.edu.tw)。

題績效均優於原 NP 法解題架構之績效。此外，門檻參數 p 值與回溯幅度 h 值之間略呈現負相關的趨勢，經由大規模數值測試可知，績效較佳的設定範圍為： p 值 0.60~0.75、 h 值 8%~10%；其中以 $p=0.65$ 、 $h=9\%$ 之績效最佳，平均誤差僅 1.17%。而測試過程中得到之各題最佳結果平均誤差則降至 1.14%，顯示改良型 NP 法確實對提升 TSP 解題績效有所助益。

關鍵詞：旅行推銷員問題；巨集啟發式演算法；巢狀分割法

ABSTRACT

This paper presents an implementation of the Modified Nested Partitions (MNP) meta-heuristics for solving the Traveling Salesman Problem (TSP). The NP method systematically partitions the feasible region and concentrates the search in regions that are the most promising. The most promising region is selected in each iteration based on information obtained from random sampling of the entire feasible region and local search. In the MNP, we modified the NP method's random sampling, local search methods and backtracking rules. Twenty problems from TSPLIB library are used to test the quality of the MNP. The average accuracy of the best solutions of the twenty problems computed by the MNP is 1.14% above the performance of the current best known solutions.

Key Words: Traveling salesman problem (TSP); Meta-heuristics; Nested partitions

一、前言

旅行推銷員問題 (TSP) 是組合最佳化問題中最基本且具代表性的一種問題型態。TSP 不僅在學術研究上相當重要，更具有非常高的實務應用價值，諸如，印刷電路板 (printed circuit boards) 之設計與製造、電腦網路之配線、工廠之生產排程、機器人控制、X 光射線結晶學 (X-ray crystallography)、考古學 (archeology)、校車路線規劃、廢棄物清理、等問題，皆可利用 TSP 的觀念來求解^[1]。TSP 的問題定義可描述如下：「給定一網路 $G=(N, A)$ ，其中 N 為節點 (nodes) 之集合， A 為節線 (links) 之集合；希望在此路網上求得一條以最小成本，自一點出發並經過 N 中所有節點恰一次，再回到起始點的路線 (tour)」^[2]。

雖然 TSP 於實務上應用十分廣泛與重要，但該問題的解題複雜度已被證明屬於 NP-Complete；亦即目前的最佳演算法在求解此類問題時，解題時間將隨節點數的增加呈指數成長。由於文獻^[1-3]上記載的 TSP 求解方法不勝枚舉，僅將部分較著名的求解方法彙整於表 1。其中，最佳解法雖然可以求得最佳解，但演算過程花費時間冗長；在電腦容量與計算時間之限制下，實務應用多採用近似解法。近似解法又可再分為：啟發式解法 (heuristic method) 與巨集啟發式解法 (meta-heuristics) 兩類。啟發式解法屬於較傳統的近似解法，演算過程中易陷入局部最佳解；而巨集啟發式解法則是透過高階的搜尋策

略，指導搜尋過程跳脫局部最佳解的束縛，以增廣搜尋空間而找到更好的解。從近年來的文獻可知，巨集啟發式解法已成為求解 TSP 等高複雜度組合最佳化問題的主流方法^[4-8]。

表 1 TSP 問題解法彙整

TSP 解法分類		演算法
最佳解解法		窮舉法、分枝切割法、分枝定限法、線性鬆弛法、拉式鬆弛法、切割平面法、動態規劃法等
近似解解法	啟發式解法	最近鄰點法、節省法、插入法、最小擴張樹法、凸殼法、空間填滿曲線法、K-Opt 節線交換法、Or-Opt 節線交換法、Lin & Kernighan 節線交換法、GENIUS 法等
	巨集啟發式解法	禁制搜尋法、模擬鍛鍊法、門檻接受法、大洪水法、紀錄更新法、噪音擾動法、搜尋空間平滑法、變動鄰域搜尋法、基因演算法、螞蟻搜尋法、類神經網路、分散搜尋法等

綜觀新近發展的巨集啟發式解法，其求解觀念大致可歸納為「深度搜尋 (intensification search)」與「廣度搜尋 (diversification search)」兩種高階策略^[4]。諸如，模擬鍛鍊法 (simulated annealing)、門檻接受法 (threshold accepting)、大洪水法 (great deluge algorithm)、紀錄更新法 (record-to-record travel)、噪音擾動法 (noising method)、搜尋空間平滑法 (search space smoothing)、變動鄰域搜尋法 (varied neighborhood search) 等，皆以深度搜尋見長；而基因演算法 (genetic algorithm)、螞蟻搜尋法 (ant colony system)、類神經網路 (neural network)、分散搜尋法 (scatter search) 等，係屬於廣度搜尋的架構；至於禁制搜尋法 (tabu search) 則是兼具深度搜尋與廣度搜尋的方法。這些方法在國內外文獻上多已被深入研究。

巢狀分割法 (nested partitions, NP)^[9-12] 是 1999 年才被提出來的演算法，屬於巨集啟發式解法的一種。由於 NP 法的相關研究尚不多見，其解題機制與績效是否優於上述各種巨集啟發式解法，頗值得加以深入研究。有鑑於此，本研究即從了解巢狀分割法的執行架構著手，並進而改良 NP 法以發展一套適於求解 TSP 之巨集啟發式解法，最後並選擇國際標準測試例題來驗證其解題績效。後續章節安排如下：第二節介紹 NP 法的基本觀念與架構；第三節提出改良式的 NP 法及應用於求解 TSP 的執行架構；第四節說明測試例題與實驗設計的內容，以及測試結果的分析；最後於第五節歸納研究的結論與建議。

二、巢狀分割法簡介

2.1 巢狀分割法之基本觀念與架構

巢狀分割法 (NP) 為 Shi 等人^[9-12] 於 1999 年所提出，屬於一種巨集啟發式解法；NP

法同時結合了全域搜尋 (global search) 與鄰域搜尋 (local search) 的優點並採多起始點 (multi-start) 的搜尋策略，專門用來解決組合最佳化問題，可同時適用在離散型 (discrete) 與連續型 (continuous) 問題型態上。NP 法的執行架構是由四個基本模組組合而成，圖 1 顯示 NP 法基本執行架構流程，以下針對各基本模組作概要說明。

1. 分割 (partitioning)

分割指的是對目前可行解區域 (feasible region) 進行系統化的分割作業，目的在於有效的分割可行解區域，使好的解 (good solution) 可以在分割策略下被劃分而集中在同一子區域內。

2. 隨機採樣 (random sampling)

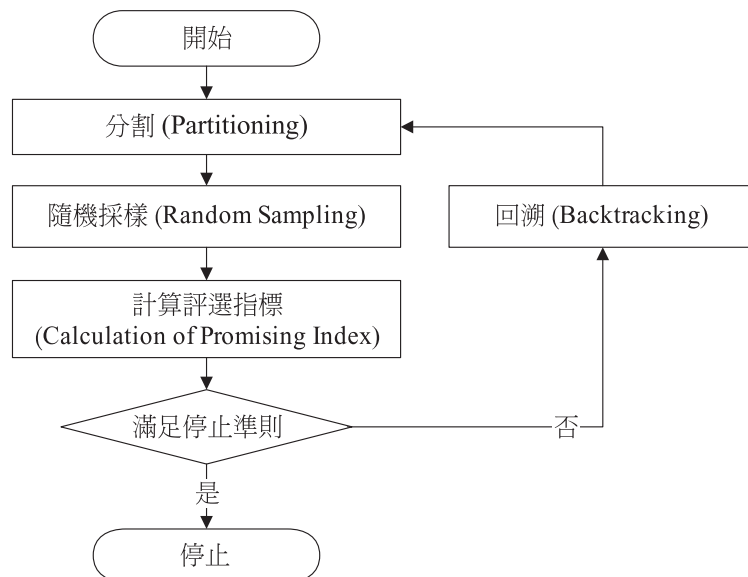
隨機採樣指的是對分割程序產生的子區域內容進行採樣，目的是將所選取出的樣本 (即可行解) 做為後續評選指標計算之用。一般而言，採樣的方式是以隨機策略來選擇樣本，然而對於採樣方式仍具有很大彈性的設計空間，可根據問題本身的特性來加以設計。

3. 計算評選指標 (calculation of promising index)

計算評選指標乃是針對隨機採樣步驟選擇出來的樣本節點，分別計算其評選指標值 (通常為目標函數值)，以便決定下一次迭代所要分割的子區域。

4. 回溯 (backtracking)

回溯係用來避免搜尋過程中陷入局部最佳解 (local optimum) 的機制，較常見的做法是將目前最佳區域回溯跳至最上層區域或者上一層區域重新執行演算法，以期跳脫局部最佳解。



資料來源：本研究整理。

圖 1 NP 法之執行架構流程圖

整體而言，NP 法是架構在廣度搜尋的概念下，透過與不同鄰域搜尋工具的結合來改變搜尋空間，並藉由回溯機制 (backtracking) 來跳脫局部最佳解 (local optimal)；此方法在應用上具有簡單的執行架構及彈性改變搜尋空間等特色。

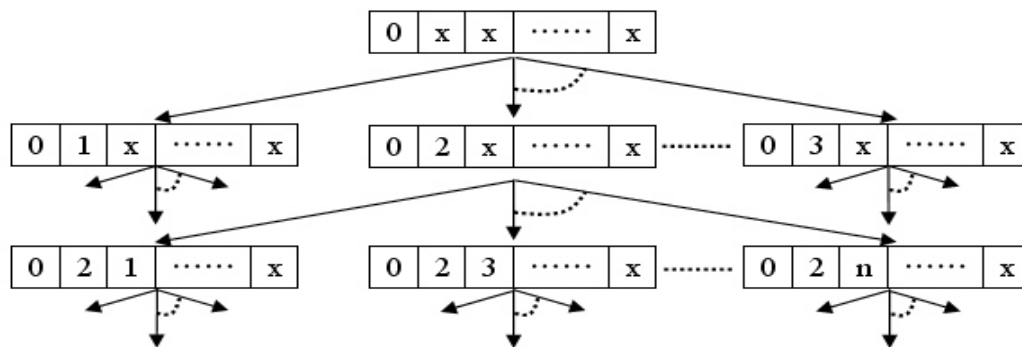
2.2 巢狀分割法於 TSP 之應用

目前應用 NP 法求解的文獻尚不多見，Shi 等人^[10]曾將 NP 法應用於 TSP 之求解。本小節探討文獻上用以求解 TSP 的 NP 執行架構，諸如：解空間的分割策略、採樣方式的擬定、評選指標計算方式以及回溯機制的訂定等等。以下針對各基本模組的細節內容加以說明。

(一) 分割 (partitioning)

應用 NP 法於 TSP 上首先所要注意的就是如何將解空間分割成數個子區域，此部分需要注意的是分割的方式如何同時兼顧收斂的效益。雖然 NP 法在使用上並未限制分割的策略是如何，但是好的分割策略確有助於將好的解集中在同一子區域內，進而達快速收斂的目標。

以下說明 NP 法應用於 TSP 上的分割策略：給定 $n+1$ 個城市節點，假設城市 0 為路徑起始點，其餘節點從 1, 2, ..., n 給予編號，因此解空間即為 $\{0, 1, 2, 3, \dots, n\}$ 的任一可能組合。分割步驟如圖 2 所示，第一步將解空間在固定第一個節點情形下等量分割成 n 個子區域，此固定的節點可能是 1, 2, ..., n 其中之一；下一步從 n 個子區域選擇其中一個，由剩餘的 $n-1$ 個點再固定第二個節點，向下分割成 $n-1$ 個子區域。整個程序繼續持續下去，直到當所有的節點均被固定住時，演算法即宣告結束。換言之，每次分割後都會增加一個固定的節點，亦即使下一層的採樣數減少一個，因此對 TSP 問題而言，最多只需進行 $n-1$ 次分割。



資料來源：Shi 等人^[10]。

圖 2 NP 法應用於 TSP 分割方式

(二) 隨機採樣 (random sampling)

隨機採樣步驟設計的良窳會影響到 NP 法的解題績效，此步驟係針對分割後尚未被固定的子區域，隨機產生分枝的樣本節點。Shi 等人^[10]應用 NP 法於 TSP 的採樣步驟設計方式係以「兩階段採樣方法 (two-step sampling scheme)」為設計基礎，同時融合了最近鄰點搜尋法 (nearest neighbor search)、均勻採樣法 (uniform sampling) 及節線交換法等來產生樣本節點 (即 TSP 可行解)。茲以產生 $n - k$ 個子區域樣本節點為例，說明兩階段採樣法之執行步驟如下：

1. 產生第一個 TSP 樣本節點

此步驟結合最近鄰點搜尋法與均勻採樣法兩種方式，產生第一個 TSP 樣本節點。首先，必須給定一個介於 0 至 1 間的門檻常數 p 值。假設目前已有 k 個城市被固定在確定位置上 (分割)，對於剩餘的 $n - k$ 個城市 (子區域)，依次從第 $k + 1$ 個位置開始，隨機產生一介於 0 至 1 間的亂數 u 。如果 $u < p$ ，則利用最近鄰點搜尋法決定第 $k + 1$ 個位置所服務的城市；反之，則利用均勻採樣法隨機選取一尚未被服務的城市至第 $k + 1$ 個位置上。重複上述步驟，直到所有 $n - k$ 個位置皆已指派服務的城市為止，即完成第一個 TSP 樣本節點。表 2 顯示兩階段採樣法第一階段執行步驟。

表 2 兩階段採樣法第一階段執行步驟

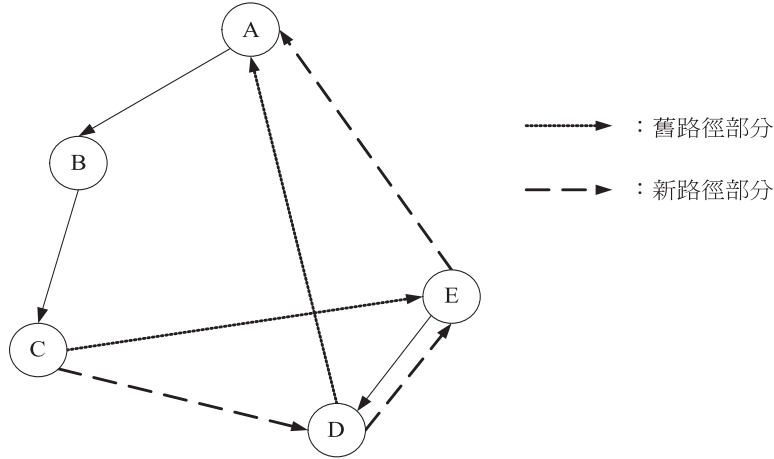
假設前 k 個位置已經確定服務的城市，且事先給定一門檻常數 $p \in (0, 1)$ 迴圈 i：由 $k + 1$ 到 n 產生一隨機變數 $u \in (0, 1)$，u 服從均勻機率分配； 若 $u < p$， 則尋找距離第 k 位置城市最近且尚未被服務的城市，指派其至第 i 位置； 否則，從尚未被服務的城市中隨機擇一指派至第 i 位置； 結束迴圈 i；
--

從表 2 可知，門檻參數 p 值的設定將會影響到此步驟的執行效率及結果。若 $p = 1$ ，則整個搜尋方式均以最近鄰點搜尋法來執行；若 $p = 0$ ，則全以均勻採樣法來進行。因此，對於門檻參數 p 值的設計將是本研究探討的對象之一。

2. 以第一個 TSP 樣本節點為基礎，產生其他 $n - k - 1$ 個 TSP 樣本節點

此步驟乃是透過小幅度的擾動策略產生剩餘的 $n - k - 1$ 個 TSP 樣本節點。根據前一步驟產生的 TSP 樣本節點，隨機選取兩條節線進行 2-opt 節線交換，以產生一個新的 TSP 樣本節點；重複此步驟，直到產生完 $n - k - 1$ 個 TSP 樣本節點為止。上述的節線交換方式與傳統 2-opt 交換法的觀念類似，不同之處在於傳統 2-opt 必須考慮總成本有改善才予以交換，但是 NP 法卻無需考慮成本改善因素，僅做節線交換即可。

如圖 3 簡例所示，假設第一步驟產生的路徑為 A、B、C、E、D 至 A，即圖面上實心線與點虛線的組合，透過步驟二的執行，假設現在隨機選取到的節線分別是 (C, E) 與 (D, A)，透過類似 2-opt 的交換機制產生 (C, D) 與 (E, A) 兩條新節線，如圖的線段虛線部份。從上面交換結果可知，如此便可以產生一條新的路徑樣本 A、B、C、D、E 至 A。



資料來源：本研究整理。

圖 3 兩階段採樣法第二步驟示意圖

(三) 計算評選指標 (calculation of promising index)

此步驟乃是在計算每個子區域所求得樣本節點的評選指標值，再從中找出最佳者當成最具候選資格的對象，以決定下一次迭代所要分割的子區域。對 TSP 而言，評選指標值的計算方式即為每個樣本節點的目標函數值（總路徑成本）。

假設目前最具候選資格的區域為 $\sigma(k)$ ，同時已由該區域分割成 M 個子區域，其表示為 $\sigma_j(k)$ ， $j = 1, 2, \dots, M$ 。接下來必須定義指標的計算方式，以 $I(\bullet)$ 來表示，式 (1) 顯示針對每個分割下來以及由周圍區域結集而成的 $M + 1$ 個子區域，計算總路徑成本值 $f(\bullet)$ ，並選擇最小者當成最具候選資格的對象，亦即視為下一次迭代所要向下分割的對象，如此便完成計算評選指標步驟的演算流程。

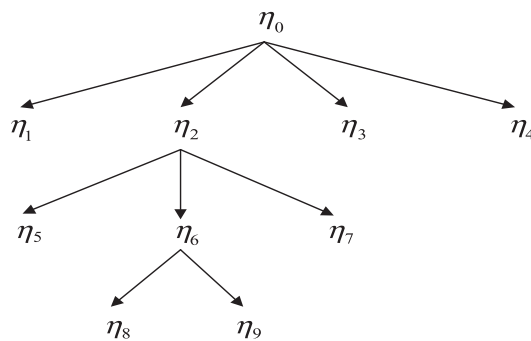
$$I(\sigma_j(k)) = \min_{\theta \in \sigma_j(k)} f(\theta), \quad j = 1, 2, \dots, M + 1 \quad (1)$$

(四) 回溯 (backtracking)

回溯機制的目的是在避免搜尋過程落入局部最佳解狀態。NP 法在此部分具有很大彈性的改變空間，目前文獻中使用的做法是將當前迭代所找出的最佳子區域回溯至其上一母層區域，再重新執行演算法。其觀念即為當被分割下來的子區域表現不如先前的母層區域

時，則捨棄繼續由該子區域向下分割的機會，反而退回母層區域中表現較佳的其他樣本節點再重新向下分割。

茲以圖 4 的簡例來說明上述的回溯機制：假設目前已知 η_0 , η_2 , η_6 分別是前三次迭代演算過程所產生最具候選資格的樣本節點，欲決定何者是下一步驟被分割的對象，則需考慮 (η_8, η_9) 與 $(\eta_1, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_7)$ 兩部分，假若透過評選指標計算結果發現， (η_8, η_9) 的評選指標值優於 $(\eta_1, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_7)$ ，則繼續自 η_8 或 η_9 向下分割；否則回溯的條件成立。例如，最具候選資格者是 η_7 時（即 η_7 的指標值優於 $\eta_1, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_8, \eta_9$ ），則必須回溯至其上一層 η_2 ，並重新自 η_2 再進行一次分割與採樣。



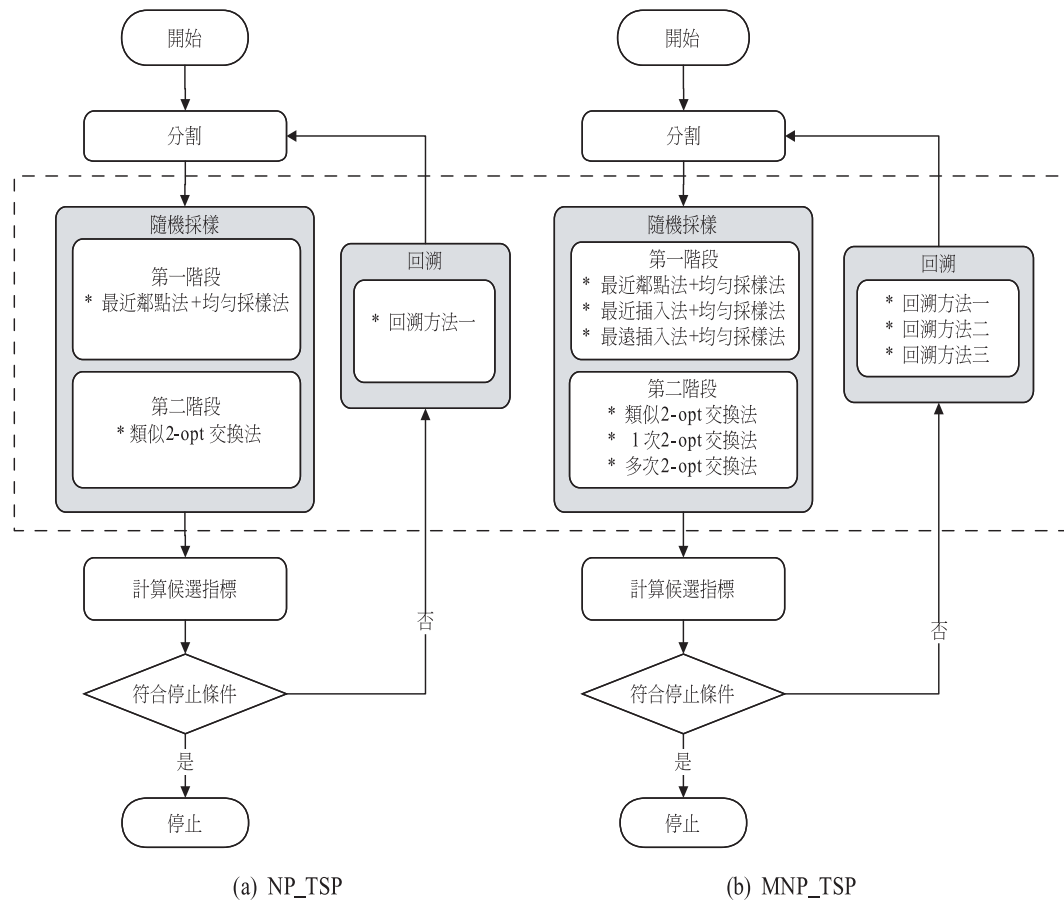
資料來源：本研究整理。

圖 4 回溯機制示意圖

Shi 等人^[10]應用上述的 NP 法架構求解了 2 題 TSPLIB 的國際標準例題，題目規模分別為 51 點 (eil51) 及 417 點 (fl417)，解題平均精度分別為 0.7% 與 0.5%，解題時間為 30 CPU 秒與 133129 CPU 秒。Shi 等人的研究僅驗證了 NP 法應用於求解 TSP 的可行性，並未進行大規模的 TSP 例題測試，也未考量其他的模組執行方式，尚有許多值得深入探討與改進的空間。下節即針對本研究提出的改良型 NP 法進行說明。

三、改良型 NP 法求解 TSP 執行架構之建立

Shi 等人^[10]所提出之求解 TSP 的 NP 法架構 (如圖 5(a)，以下簡稱 NP_TSP)，雖然兼具了隨機化的廣度搜尋與簡化的鄰域搜尋兩種機制，但仍有可以改進之處，例如在隨機採樣步驟加強深度搜尋的功能，或是在回溯步驟設計更有效率的機制。有鑑於此，本研究提出了求解 TSP 的改良型 NP 法 (modified NP_TSP)，並以 MNP_TSP 簡稱之，其執行架構如圖 5(b) 所示。



資料來源：本研究整理。

圖 5 NP_TSP 與 MNP_TSP 執行架構差異比較

表 3 NP_TSP 與 MNP_TSP 執行內容差異比較

	NP_TSP [10]	MNP_TSP (本研究)	備註
分割	總節點數-固定節點數	總節點數-固定節點數	同
隨機採樣	最近鄰點法 + 均勻採樣	最近鄰點法 + 均勻採樣 最近插入法 + 均勻採樣 最遠插入法 + 均勻採樣	異
計算評選指標	總旅行成本	總旅行成本	同
回溯	回溯方法一	回溯方法一 回溯方法二 回溯方法三	異

表 3 列示 NP_TSP 與 MNP_TSP 兩者間同、異之處；由表 3 可知，NP_TSP 與 MNP_TSP 兩者間差異主要在於隨機採樣與回溯機制兩大步驟。其中，在隨機採樣步驟本研究除了加入「最近插入法 (nearest-insertion)」及「最遠插入法 (farthest-insertion)」兩種構建解法外，並採用「確定性」的 2-opt 節線交換法^[13]取代原有的「類似 2-opt 交換機制」。而在回溯機制方面，本研究則提出了兩種新的回溯方法。以下分別針對 MNP_TSP 之隨機採樣與回溯機制兩項步驟的改良細節加以說明，而 MNP_TSP 各個步驟的設計內容亦於後文一併說明。

3.1 隨機採樣之改良

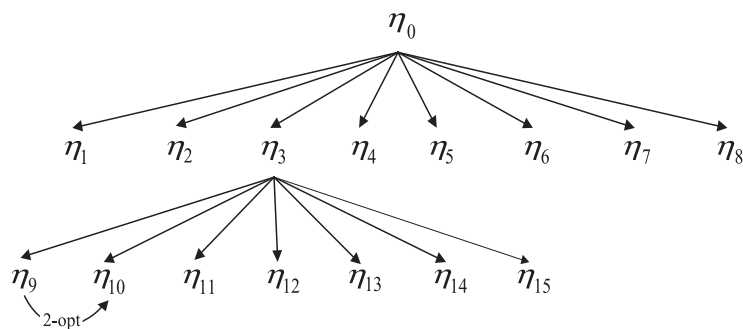
NP_TSP 僅在隨機採樣中執行了簡單的鄰域搜尋步驟，可能無法真正搜尋到各子區域的局部最佳解。為加強 NP 法的搜尋深度，MNP_TSP 在隨機採樣步驟中做了兩項改良。首先，採用了兩種插入法以提升構建起始解的品質；因為根據以往的實驗測試結果^[4-7]顯示，插入法的求解績效通常優於鄰點法。然後，在鄰域搜尋部分，則採用較嚴格的 2-opt 節線交換法，亦即在成本值有改善的情況下才予以接受；其目的也是要使新產生樣本節點具有較佳的評選指標值。本研究提出以下二種樣本節點的產生策略，用以決定 MNP_TSP 在此一步驟執行 2-opt 交換機制的時機以及產生路徑個數。

(一) 每次迭代僅執行一次 2-opt 節線交換步驟

此一策略主要是以每次迭代僅執行一次 2-opt 節線交換為基準，亦即如圖 6 所示，當演算法在第二層執行隨機採樣步驟時，第一條路徑 η_9 是以最近鄰點法、最近插入法或最遠插入法與均勻採樣法的混合方式產生，而 η_{10} 則是根據 η_9 執行 2-opt 節線交換法後所產生，至於其他尚未產生的樣本節點則是依 NP_TSP 之原有方法繼續產生。

(二) 每次迭代執行多次 2-opt 節線交換步驟

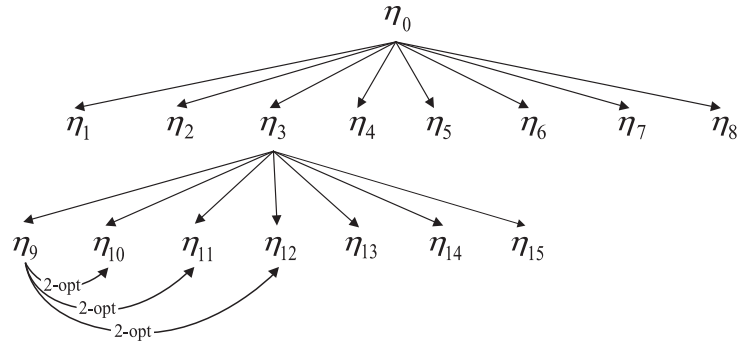
此一策略主要是以每次迭代執行多次 2-opt 節線交換為基準，與第一種策略的差異僅在於執行 2-opt 之次數多寡。如圖 7 所示， η_9 路徑的產生方式與第一種策略相同，但是在



資料來源：本研究整理。

圖 6 MNP_TSP 隨機採樣步驟策略 1 示意圖

後續子區域其他樣本節點的產生方式均是以第一條路線為基礎，然後執行 2-opt 產生更多較佳的 TSP 可行解。值得注意的是，上述做法仍與 Lin^[13] 之 2-opt 方法有部分差異：如圖 7， η_{10} 是根據 η_9 執行 2-opt 節線交換法後所產生，而後繼的 $\eta_{11} \sim \eta_{15}$ 亦是根據 η_9 在路徑不重複產生條件下各執行一次 2-opt 節線交換法。此種做法的目的除了在於提高深度搜尋求解品質外，另一重點在於比較兩種策略方式於解題精確度跟速度上的差異。



資料來源：本研究整理。

圖 7 MNP_TSP 隨機採樣步驟策略 2 示意圖

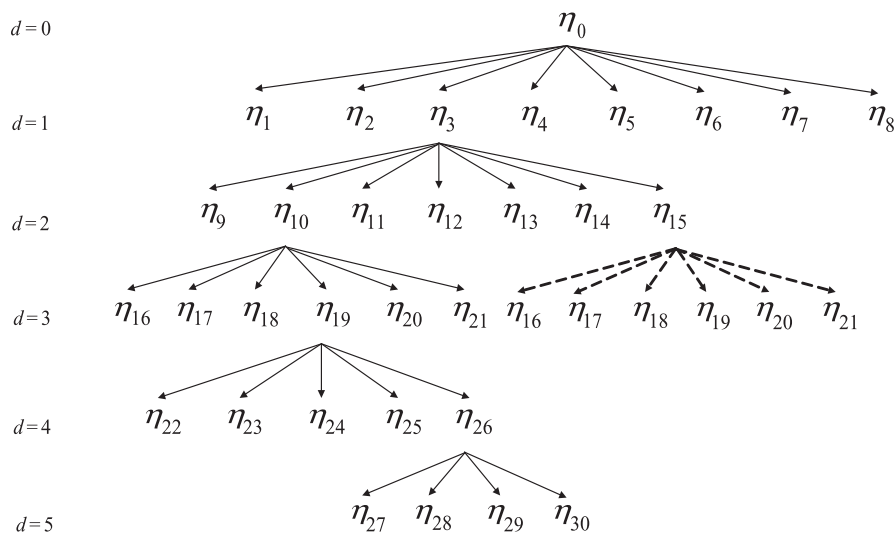
3.2 回溯機制之改良

NP_TSP 的回溯機制可能有以下的缺點：回到最具候選資格的樣本節點（以下稱為「指標解」）之上一母層進行重新分割與採樣時，新產生的樣本節點並無法保證優於原先向下分枝的樣本節點。有鑑於此，本研究另設計了兩種回溯方式，如表 4 所示，其一即是直接由指標解向下進行分割與採樣；其二就是先設定一 h 值，在每次回溯時均回到最低子層現有解之上 h 層再進行分割與採樣。

1. 「回溯方法一」即為原本 NP_TSP 之回溯機制，指的是演算法在比較最低子層現有解與其他上層樣本節點之評選指標值時，若指標解（具最佳評選指標值者）非位於最低子層，即往該指標解的上一層分枝點重新執行分割與採樣。
2. 「回溯方法二」指的是演算法在比較最低子層現有解與其他上層樣本節點之評選指標值時，若指標解非位於最低子層，即回溯至該指標解執行分割與採樣。如圖 8 所示，假設演算法目前已執行至第 5 層（ $d=5$ ，即現有解），並計算評選指標以判斷 η_{27} 、 η_{28} 、 η_{29} 、 η_{30} 何者是下一代所要分割的對象，若發現在第 5 層以上所有尚未被分割過的區域中之 η_{15} 具有較好的表現績效（即指標解）時，則下一步驟即回到 η_{15} ，然後再繼續執行後續的步驟。回溯方法二之目的即是自所有尚未分割的樣本節點選擇最優者繼續進行分割，以增加搜尋最佳解之機會。

表 4 MNP_TSP 回溯步驟設計方式

	指標解定義	回溯方式
回溯方法一	現有解以上，尚未分割區域中，評選指標計算結果最佳者	回到指標解的上一層
回溯方法二	現有解以上，尚未分割區域中，評選指標計算結果最佳者	回到指標解
回溯方法三	現有解以上 h 層內，尚未分割區域中，評選指標計算結果最佳者	回到現有解的上 h 層

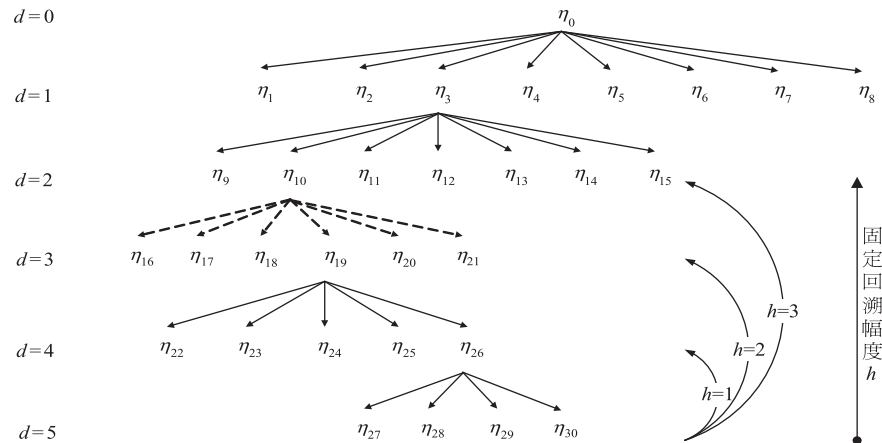


資料來源：本研究整理。

圖 8 MNP_TSP 回溯機制「回溯方法二」示意圖

3. 「回溯方法三」是一種有限度跳躍的回溯機制，可避免因回溯層數太多而增加運算時間；若指標解非位於最低子層，即自現有所在子層往上回溯 h 層後再重新分割與採樣。如圖 9 所示，在判定 η_{27} 、 η_{28} 、 η_{29} 及 η_{30} 何者是下一次迭代所要分割的對象時，若發現在其他區域存在比 η_{27} 、 η_{28} 、 η_{29} 及 η_{30} 有更好的解題績效時，則依據事先給定的 h 值執行回溯步驟，亦即從現在的區域向上回溯 h 層再重新執行演算法（如圖 9 假設 $h=3$ 的情況下執行回溯步驟）。然而為了更有系統的測試演算法在不同回溯幅度下的解題績效，本研究擬以題型大小的固定百分比做為回溯幅度的計算基準，目前採 1%、5%、10%、20% 以及 30% 五種百分比做為測試基準，其計算公式如式 (2) 所示。

$$h = \text{題型大小} \times \{1\%, 5\%, 10\%, 20\%, 30\%\} \quad (2)$$



資料來源：本研究整理。

圖 9 MNP_TSP 回溯機制「回溯方法三」示意圖

3.3 MNP_TSP 之執行架構

MNP_TSP 之整體執行架構如圖 10 所示，所使用的符號定義於表 5。整體架構與各模組執行步驟細節分述如下：

(一) MNP_TSP 整體執行步驟 (假設例題規模大小為 n)

步驟 1：令 $k = 0$ 且 $\sigma(k) = \Theta$ 。

表 5 MNP_TSP 使用符號一覽表

符號	定 義
Θ	可行解區域 (the feasible region)
Σ	$\Sigma = \{\sigma \in \Theta \mid \sigma \text{ 為分割後產生之子區域 } \sigma\}$
Σ_0	$\Sigma_0 = \{\sigma \in \Sigma \mid \sigma \text{ 位演算法最深層級 } \}$
$\sigma(k)$	第 k 次迭代最具候選資格區域 (the most promising region)
$d(\sigma)$	子區域 $\sigma \in \Sigma$ 所處的層級 (depth)，用以紀錄目前分割程度； d^* 代表處最深層級，即表示所有點均已固定
$M_{\sigma(k)}$	針對 $\sigma(k)$ 分割的子區域個數
j_k	表示經評選指標計算篩選後最具候選資格區域之編號

步驟 2：分割 (partitioning)

- 若 $d(\sigma(k)) \neq d^*$ ，亦即 $\sigma(k) \notin \Sigma_0$ 的話，將 $\sigma(k)$ 分割成 $M_{\sigma(k)} = n$ 個子區域 $\sigma_1(k)$ 、 $\dots$ 、 $\sigma_{M_{\sigma(k)}}(k)$ 。
- 若 $d(\sigma(k)) = d^*$ ，則令 $M_{\sigma(k)} = 1$ ，且 $\sigma_1(k) = \sigma(k)$ 。
- 若 $d(\sigma(k)) \neq 0$ ，亦即 $\sigma(k) \neq \Theta$ 的話，則集合周圍的區域 $\Theta \setminus \sigma(k)$ 成為另一個新的區域 $\sigma_{M_{\sigma(k)}+1}(k)$ 。

步驟 3：令 $i = 1$ 。

步驟 4：隨機採樣 (Random sampling)。利用兩階段採樣方法，從每個子區域 $j = 1, 2, \dots, n+1$ 中求得 N_j 個路徑樣本。

步驟 5：若 $i = n_0$ ，執行步驟 7。否則，令 $i = i + 1$ ，跳回步驟 4。

步驟 6：計算評選指標 (Calculation of promising index)。依 (3.2) 式計算每個區域的評選指標值。

步驟 7：依步驟 6 計算結果，選擇向下分割最佳的子區域。

$$j_k \in \arg \min_{i=1,2,\dots,n+1} I(\sigma_j)$$

- 若 $j_k < n+1$ ，則 $\sigma(k+1) = \sigma_{j_k}(k)$
- 若 $j_k = n+1$ 且 $d(\sigma(k)) < d^*$ ，則給定 $h > 0$ ， $\sigma(k+1) = \sigma_{j^*_{k-h}}(k)$
- 若 $j_k = n+1$ 且 $d(\sigma(k)) = d^*$ ，則給定 $h > 0$ ， $\sigma(k+1) = \sigma_{j^*_{n-h}}(k)$

步驟 8：若 $\sigma(k) \in \Sigma_0$ ，停止運算。否則，令 $n = n - 1$ 跳至步驟 2。

在步驟 4 的採樣程序中，本研究尚納入最近插入法與最遠插入法兩種演算法，假設 D_{ij} 為城市 i 到城市 j 所需距離 ($i, j = 1, 2, 3, \dots, n$)，執行步驟如下：

(二) 最近插入法

步驟 1：任選一節點 i 。

步驟 2：任選一節點 j 使得節點 i 至節點 j 的距離 D_{ij} 為最短，加入節點 j 形成次迴路 $i-j-i$ 。

步驟 3：選擇不包含在次迴路內的節點 k ，使得 k 至次迴路內的所有點之距離為最小。

步驟 4：從次迴路中找出一節線 $i-j$ ，使得第二章介紹之插入法公式之值為最小，然後將節點 k 插入 i 與 j 之間形成新次迴路。

步驟 5：重複步驟 3 及步驟 4，直到形成一條漢米爾頓迴路為止。

(三) 最遠插入法

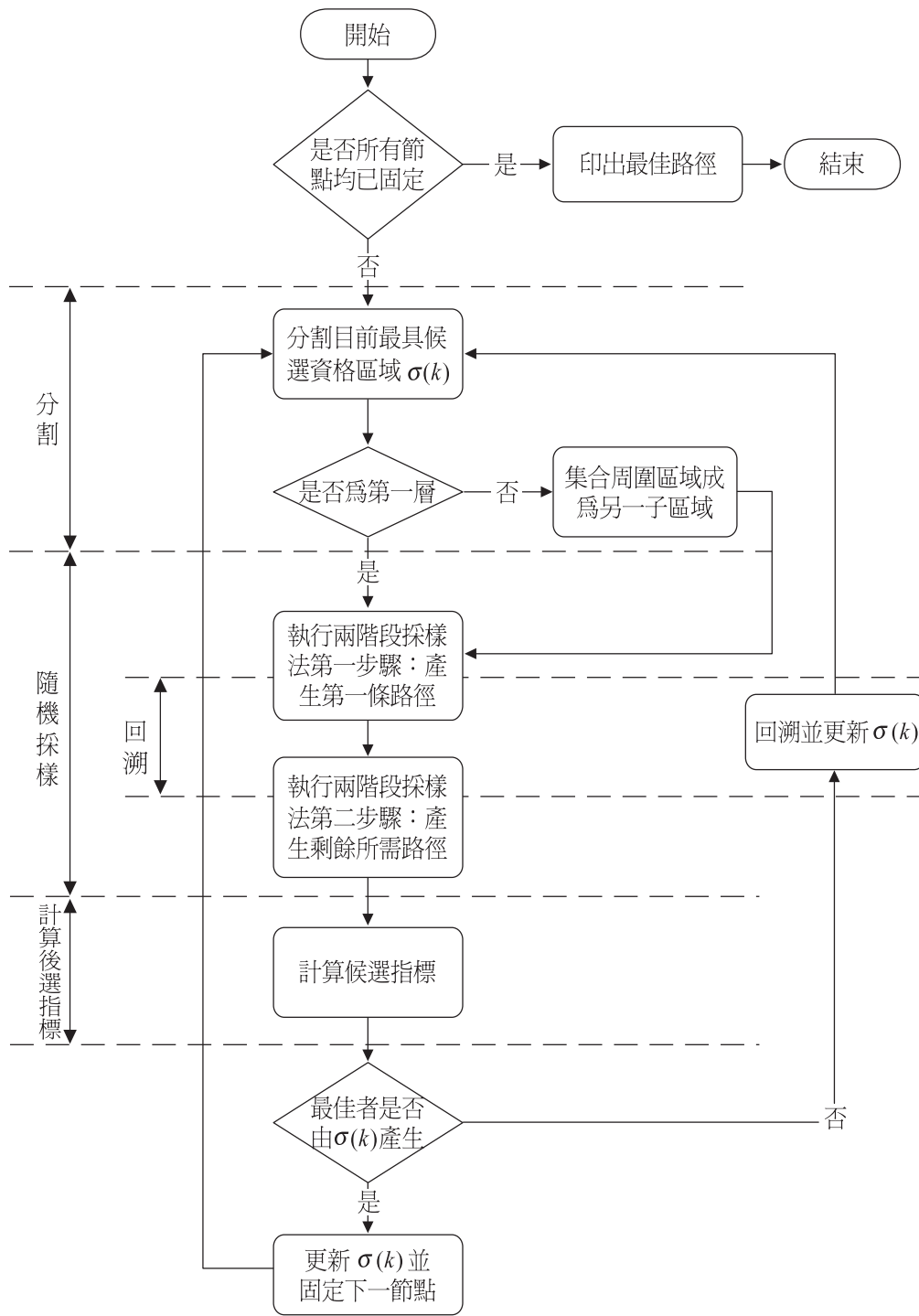
步驟 1：任選一節點 i 。

步驟 2：任選一節點 j 使得節點 i 至節點 j 的距離 D_{ij} 為最短，加入節點 j 形成次迴路 $i-j-i$ 。

步驟 3：選擇不包含在次迴路內的節點 k ，使得 k 至次迴路內的所有點之距離為最大。

步驟 4：從次迴路中找出一節線 $i-j$ ，使得第二章介紹之插入法公式之值為最小，然後將節點 k 插入 i 與 j 之間形成新次迴路。

步驟 5：重複步驟 3 及步驟 4，直到形成一條漢米爾頓迴路為止。



資料來源：本研究整理。

圖 10 MNP_TSP 之執行架構

四、綜合測試與分析

為驗證本研究提出 MNP_TSP 之解題績效，特進行下列的實驗設計與綜合測試分析。測試之執行係以 Visual Basic 語言撰寫 MNP_TSP 之電腦程式，然後於 Celeron 1.7 GHz、768Mb RAM 及 Win XP 環境下之個人電腦上進行例題測試。

為測試 MNP_TSP 的解題績效，本研究自 TSPLIB^[14]題庫共挑選 20 題 TSP 之國際標準例題做為測試基礎。此 20 個例題的規模自 16 個節點至 561 個節點，均屬於「平面 (x, y) 座標」資料型態，部分例題更有真確最佳解 (exact solution) 的答案。由於 TSPLIB 題庫中的例題甚多，本研究參酌以往文獻^[1,2,3,5,6,8,15]的測試報告，儘量選擇使用率較高的測試例題。表 6 彙整 20 個例題的編號、例題名稱、題目規模及目前世界文獻報導之已知最佳解 (best known solution) 成本。

表 6 本研究使用之 20 題 MNP_TSP 測試例題

編號	例題名稱	規模	已知最佳解	例題來源	備 註
1	ulysses16	16	6,859*	Groetschel/Padberg	Odyssey of Ulysses
2	att48	48	10,628*	Padberg/Rinaldi	City Problem
3	eil51	51	426*	Christofides/Eilon	City Problem
4	berlin52	52	7,542*	Groetschel	Locations in Berlin
5	kroA100	100	21,282*	Krolak/Felts/Nelson	City Problem
6	lin105	105	14,379*	Lin/Kernighan	City Problem
7	gr120	120	6,942*	Groetschel	City Problem
8	bier127	127	118,282	Juenger/Reinelt	Biergaerten in Augsburg
9	gr202	202	40,160*	Groetschel	City TSP
10	tsp225	225	3,916*	Reinelt	City TSP
11	pr226	226	80,369	Padberg/Rinaldi	City Problem
12	gr229	229	134,602	Groetschel	City TSP
13	a280	280	2,579*	Ludwig	Drilling Problem
14	pr299	299	48,191	Padberg/Rinaldi	City Problem
15	lin318	318	42,029	Lin/Kernighan	City Problem
16	fl417	417	11,861	Reinelt	Drilling Problem
17	gr431	431	171,414	Groetschel	City TSP
18	att532	532	27,686	Padberg/Rinaldi	City Problem
19	ali535	535	202,339	Padberg/Rinaldi	Airports Around The Globe
20	pa561	561	2,763	Kleinschmidt	City Problem

註：* 表示為目前文獻已知真確最佳解 (exact solution)。

4.1 實驗設計與參數設定

MNP_TSP 主要測試項目為「隨機採樣」與「回溯」此兩大部分，如表 7 所示，隨機採樣步驟方面，依不同階段有不同測試範圍選擇，第一階段分別為：最近鄰點法+均勻採樣法、最近插入法+均勻採樣法與最遠插入法+均勻採樣法；第二階段分別為：執行類似 2-opt 交換法、執行 1 次 2-opt 交換法及執行多次 2-opt 交換法。在回溯步驟方面，分別有：回溯方法一、回溯方法二及回溯方法三。此外，如表 8 所示， p 值參數的應用係為了控制隨機採樣步驟第一階段鄰域搜尋法的使用時機，本研究就其進行敏感度測試；再者，回溯幅度 h 係針對回溯方法三所設計，本研究亦就其設定 5 種不同回溯程度予以探討。

表 7 MNP_TSP 測試項目、測試範圍與代號

測試項目	測試範圍	代號
隨機採樣	第一階段	Nrest NrIns FrIns
	最近鄰點法+均勻採樣法	
	最近插入法+均勻採樣法	
	最遠插入法+均勻採樣法	
隨機採樣	第二階段	NOp lOp Mop
	執行「類似 2-opt 交換法」	
	執行「1 次 2-opt 交換法」	
	執行「多次 2-opt 交換法」	
回溯	回溯方法一 (回到指標解的上 1 層) 回溯方法二 (回到指標解) 回溯方法三 (回到現有解的上 h 層)	IndUp1 Ind Bound

表 8 MNP_TSP 控制參數項目與測試範圍

參數項目	測試範圍
門檻值 (p)	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9
回溯幅度 (h)	題型大小 $\times \{1\%, 5\%, 10\%, 20\%, 30\%\}$

4.2 測試結果與分析

(一) 組合測試分析

表 9 表示隨機採樣步驟第一階段採「最近鄰點法+均勻採樣法」的所有參數組合之測試結果，由表 9 的測試結果可知：「最近鄰點法+均勻採樣法」與「多次 2-opt 交換法」及

「回溯方法三」的組合方式，其平均誤差的表現最佳；其次以與「1 次 2-opt 交換法」及「回溯方法三」的組合方式表現次佳。

表 9 「最近鄰點法+均勻採樣法」之所有參數組合測試結果彙整 (單位：%)

最近鄰點法+均勻採樣法(Nrest)	類似2-opt交換法(NOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	7.93	8.37	13.23	12.30	10.16	9.30	7.65
		p=0.3	7.29	7.56	12.38	11.18	10.32	10.11	8.32
		p=0.5	7.18	7.49	12.52	10.69	9.41	9.24	10.57
		p=0.7	7.64	7.34	10.31	9.19	8.58	8.71	9.87
		p=0.9	7.69	8.15	11.84	9.82	8.75	10.29	10.63
	1次2-opt交換法(Op)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	6.72	6.04	7.10	6.44	5.96	5.36	4.99
		p=0.3	6.19	5.69	6.78	6.30	5.78	5.29	4.87
		p=0.5	5.87	4.98	6.58	6.19	5.57	4.77	5.01
		p=0.7	4.92	4.10	5.28	4.72	3.99	4.32	4.96
		p=0.9	5.21	4.59	5.26	4.67	5.07	5.31	5.49
	多次2-opt交換法(MOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	4.32	4.09	5.23	4.19	3.86	3.64	2.29
		p=0.3	3.48	4.01	3.34	2.89	4.12	3.16	3.01
		p=0.5	2.42	3.17	4.78	2.30	1.89	2.45	3.42
		p=0.7	2.10	2.88	3.19	2.45	2.35	2.59	3.51
		p=0.9	3.60	3.72	4.15	3.69	3.09	3.98	4.86

表 10 表示隨機採樣步驟第一階段採「最近插入法+均勻採樣法」的所有參數組合之測試結果，由表 10 之測試結果可知：「最近插入法+均勻採樣法」與「多次 2-opt 交換法」及「回溯方法三」的組合方式，其平均誤差的表現最佳；其次以與「1 次 2-opt 交換法」及「回溯方法三」的組合方式表現次佳。

表 11 表示隨機採樣步驟第一階段採「最遠插入法+均勻採樣法」的所有參數組合之測試結果，由表 11 的測試結果可知：「最遠插入法+均勻採樣法」與「多次 2-opt 交換法」及「回溯方法三」的組合方式，其平均誤差的表現最佳；與「1 次 2-opt 交換法」及「回溯方法三」的組合方式表現次佳。

經由上述三項測試結果數據 (表 9、表 10、表 11) 綜合比較得知：就平均誤差而言，以「最近插入法+均勻採樣法」、「多次 2-opt 交換法」與「回溯方法三」之執行架構，配合門檻 p 值為 0.7、回溯幅度 h 為 10% 的參數組合方式最具解題能力，20 個例題的平均誤差為 1.24%。

若進一步以不同鄰域搜尋方法以及不同交換法組合方式觀察，依然是以「最近插入法+均勻採樣法」跟「多次 2-opt 交換法」的組合方式較佳，值得注意的是，當隨機採樣步驟第一階段是採「最遠插入法+均勻採樣法」時，無論與「類似 2-opt 交換法」或「1 次 2-opt 交換法」任一種交換準則配合，其所得結果平均而言均是最差，但與「多次 2-opt

交換法」組合搭配則大幅改善求解精度，顯示本研究所提之執行多次 2-opt 的交換法則的確是有助於解題精度提昇。

表 10 「最近插入法+均勻採樣法」之所有參數組合測試結果彙整（單位：%）

最近插入法+均勻採樣法(NIst)	類似2-opt交換法(NOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	7.48	7.44	9.84	8.62	8.20	7.41	7.27
		p=0.3	6.92	7.62	10.11	8.38	8.52	7.65	7.42
		p=0.5	6.58	8.25	9.62	7.76	7.49	7.34	7.85
		p=0.7	7.56	8.49	9.08	8.25	7.25	7.32	7.53
		p=0.9	8.19	10.13	9.34	8.69	7.66	7.71	8.09
	1次2-opt交換法(1Op)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	5.21	4.86	5.34	4.82	4.54	4.37	4.28
		p=0.3	4.75	4.60	5.39	4.73	4.42	4.39	4.38
		p=0.5	4.53	4.07	5.16	4.28	3.47	3.76	4.11
		p=0.7	4.19	4.15	4.43	3.27	3.76	4.15	4.68
		p=0.9	4.92	4.66	4.63	3.84	3.98	4.37	4.72
	多次2-opt交換法(MOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	2.49	2.35	2.37	1.85	1.76	1.78	1.85
		p=0.3	2.21	2.10	2.06	1.82	1.69	1.53	1.64
		p=0.5	2.14	1.83	1.86	1.65	1.37	1.31	1.43
		p=0.7	1.72	1.76	1.74	1.58	1.24	1.41	1.52
		p=0.9	2.28	2.21	1.98	1.79	1.62	1.71	1.77

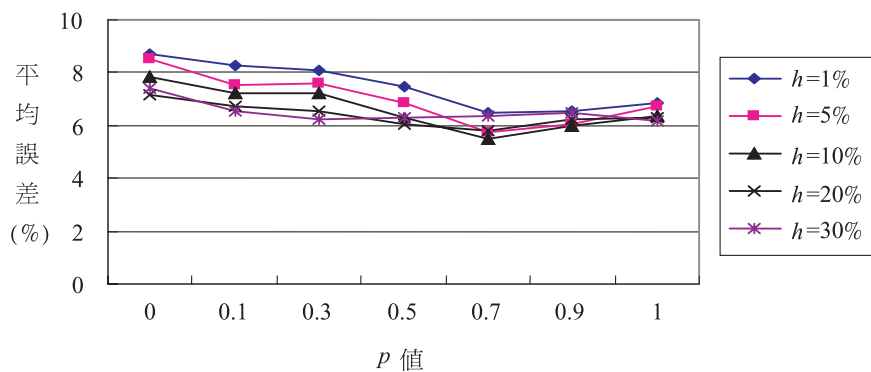
表 11 「最遠插入法+均勻採樣法」之所有參數組合測試結果彙整（單位：%）

最遠插入法+均勻採樣法(FIst)	類似2-opt交換法(NOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	8.29	16.19	14.31	12.89	11.44	11.07	10.21
		p=0.3	8.11	14.91	15.38	13.64	10.79	10.33	9.84
		p=0.5	7.84	10.63	13.15	11.51	10.42	10.09	11.91
		p=0.7	7.47	9.27	11.62	9.82	9.49	9.26	9.65
		p=0.9	7.15	11.12	12.09	10.43	9.87	10.20	11.42
	1次2-opt交換法(1Op)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	10.05	8.78	9.45	8.62	8.29	7.57	7.08
		p=0.3	7.67	8.53	9.07	8.81	8.47	7.39	6.81
		p=0.5	7.66	7.13	7.59	7.41	7.06	6.65	6.93
		p=0.7	6.59	6.18	6.89	6.45	5.70	5.93	6.51
		p=0.9	5.99	6.23	6.91	6.73	5.88	5.98	6.45
	多次2-opt交換法(MOp)		IndUp1	Ind	Bound(h=1%)	Bound(h=5%)	Bound(h=10%)	Bound(h=20%)	Bound(h=30%)
		p=0.1	3.91	3.81	4.81	4.61	4.36	3.20	2.52
		p=0.3	3.28	2.95	3.85	3.66	3.22	3.29	3.16
		p=0.5	2.30	2.12	3.31	2.24	2.11	2.31	3.01
		p=0.7	1.95	1.78	3.09	2.31	1.78	2.11	2.87
		p=0.9	3.09	2.87	3.58	3.32	2.84	2.20	3.34

綜合表 9、表 10 及表 11 的結果可知，本研究應用確定性 2-opt 節線交換法取代原有的類似 2-opt 交換法，確實有助於求解精度的提昇；再者，觀察不同回溯機制應用可以發現，隨機採樣步驟第二階段採類似 2-opt 交換法時，雖然「回溯方法一」的平均表現不錯，但考慮其他交換法則時，回溯方法二與回溯方法三的解題能力反而較好，充分顯示本研究所提之二種回溯機制確實對解題能力有一定的助益。

如圖 11 所示，無論隨機採樣步驟採用何種鄰域搜尋法或交換方式，當 p 值愈小並與較大幅度的回溯機制進行搭配時，會有較好的績效；相反地，當 p 值愈大時，則與較小幅度的回溯機制進行搭配，會有較高機會求得較好的解，兩者間略呈現負相關的關係。由此可知， p 值及回溯幅度 h 的設定，確實對 MNP_TSP 解題績效具顯著影響，在本研究設定範圍內，以 $p = 0.7$ 、 $h = 10\%$ 最具解題效果。

此外，本研究也發現不同的構建解方法及回溯方法，對個別的例題而言卻有很大的差異。若以 200 個節點數當作題型大小區分的界線，如表 12 所示，對小型例題（節點數 ≤ 200 ）而言，以最近鄰點法較具解題能力，平均誤差為 5.36%；而對大型例題而言，則以最近插入法表現較佳，平均誤差為 5.44%。又如表 13 所示，對小型例題而言，以回溯方法一較具解題能力；而對大型例題而言，則以回溯方法三較具解題能力。



資料來源：本研究整理。

圖 11 不同設定 p 值與 h 值間相互關係

表 12 不同的構建解方法對題型大小之測試結果比較

	最近鄰點法	最近插入法	最遠插入法
小型例題*	5.36%	6.79%	9.68%
大型例題*	7.37%	5.44%	6.81%

註：*小型例題：節點數 ≤ 200 ；大型例題：節點數 > 200 。

表 13 不同回溯機制對題型大小之測試結果比較

	回溯方法一	回溯方法二	回溯方法三
小型例題	5.54%	6.13%	6.95%
大型例題	6.37%	5.72%	5.59%

(二) 控制參數設定範圍分析

本小節依前述測試組合之結果，再針對控制參數 p 值與回溯幅度 h 值進行更大規模的設定與測試： p 值的範圍自 0.50 至 0.90、每隔 0.05 設一值，共 9 個 p 值；回溯幅度 h 值的範圍自 5% 至 15%、每隔 1% 設一值，共 11 個設定值，參數設定範圍之測試結果如表 14 所示。

表 14 控制參數門檻 p 值與回溯幅度 h 值之大規模測試結果彙整

h \ p		0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
5%	平均誤差%	1.65	1.79	1.67	1.52	1.58	1.56	1.63	1.69	1.79
	誤差標準差	2.33	2.65	2.47	1.98	1.76	1.59	1.53	1.38	1.45
	平均時間(分)	57.64	57.28	54.49	52.33	50.07	46.11	47.25	46.91	45.88
6%	平均誤差%	2.18	1.78	1.71	1.63	1.65	1.51	1.58	1.63	1.81
	誤差標準差	3.83	3.29	3.05	2.31	2.28	2.18	2.03	1.84	1.77
	平均時間(分)	61.78	61.94	59.73	56.59	51.67	48.52	47.28	45.76	42.16
7%	平均誤差%	1.58	1.74	1.62	1.50	1.59	1.58	1.77	1.64	1.79
	誤差標準差	3.72	3.34	2.83	2.59	1.87	2.37	1.79	1.28	1.33
	平均時間(分)	63.45	58.86	61.50	59.44	57.36	57.28	51.47	55.63	44.56
8%	平均誤差%	2.06	1.85	1.63	1.66	1.56	1.44	1.58	1.47	1.49
	誤差標準差	3.20	2.11	2.38	2.23	1.81	1.49	1.33	1.90	1.61
	平均時間(分)	60.13	56.59	55.72	52.48	50.79	48.66	45.53	44.39	42.73
9%	平均誤差%	1.79	1.82	1.28	1.17	1.38	1.36	1.69	1.52	1.57
	誤差標準差	2.49	2.21	1.76	1.05	1.44	1.62	1.86	2.14	1.92
	平均時間(分)	64.74	58.39	54.55	52.23	51.46	46.19	42.25	49.36	41.73
10%	平均誤差%	1.37	1.63	1.40	1.25	1.24	1.36	1.65	1.61	1.62
	誤差標準差	2.65	2.23	2.35	1.42	1.75	1.84	1.32	2.17	1.53
	平均時間(分)	64.79	59.91	57.68	54.10	48.36	49.52	47.25	48.13	42.26
11%	平均誤差%	1.53	1.51	1.48	1.37	1.24	1.46	1.58	1.67	1.77
	誤差標準差	2.91	2.48	1.86	1.58	1.49	1.77	1.94	2.03	2.15
	平均時間(分)	70.13	68.49	64.91	62.33	60.05	57.68	54.19	53.64	52.48
12%	平均誤差%	1.44	1.41	1.36	1.48	1.33	1.64	1.74	1.73	1.65
	誤差標準差	2.27	1.88	2.24	1.75	1.53	1.39	1.48	1.59	1.77
	平均時間(分)	72.48	70.36	68.88	67.59	62.32	60.41	57.11	54.28	51.06
13%	平均誤差%	1.81	1.57	1.57	1.45	1.42	1.71	1.89	1.83	1.79
	誤差標準差	2.47	2.29	1.73	1.84	1.52	1.66	3.54	2.67	2.66
	平均時間	75.69	74.38	73.40	70.54	67.76	62.24	69.27	58.79	53.27
14%	平均誤差%	1.72	1.68	1.55	1.44	1.41	1.73	2.08	1.97	2.03
	誤差標準差	2.41	2.26	1.49	2.03	1.15	1.38	1.73	1.78	1.89
	平均時間(分)	81.45	79.42	80.26	78.40	70.38	62.45	60.27	55.89	54.49
15%	平均誤差%	1.65	1.60	1.53	1.48	1.38	1.85	2.27	2.16	1.88
	誤差標準差	2.76	2.38	2.04	1.93	1.82	1.65	3.22	3.48	2.28
	平均時間(分)	83.40	82.28	80.53	76.17	71.84	65.14	62.35	58.87	55.42

由表 14 可看出當 p 值、 h 值太大或太小時解題績效並不佳，績效較佳的 p 值範圍為 0.60 ~ 0.75，而 h 值範圍為 8%~10%，以 $p = 0.65$ 、 $h = 9\%$ 之績效最佳，平均誤差為 1.17%、平均 CPU 時間為 52.23 分鐘。從上述控制參數對解題績效之敏感度測試與分析可知，MNP_TSP 的解題績效若選擇「多次 2-opt 交換法」做為隨機採樣步驟第二階段的使用方法時，其平均誤差呈現小幅波動的趨勢，顯示 p 值、 h 值對該種組合情形解題績效之影響並不明顯。本研究認為此種情形發生原因可能在於：執行「多次 2-opt 交換法」此種路徑產生方式大幅降低演算過程中每一層級產生路徑之旅行成本，因此使其有較高的機會求得較佳的路徑，進一步驗證本研究所以提加強深度搜尋的觀念，確實有助於解題績效的提昇。

(二) 最佳結果之比較

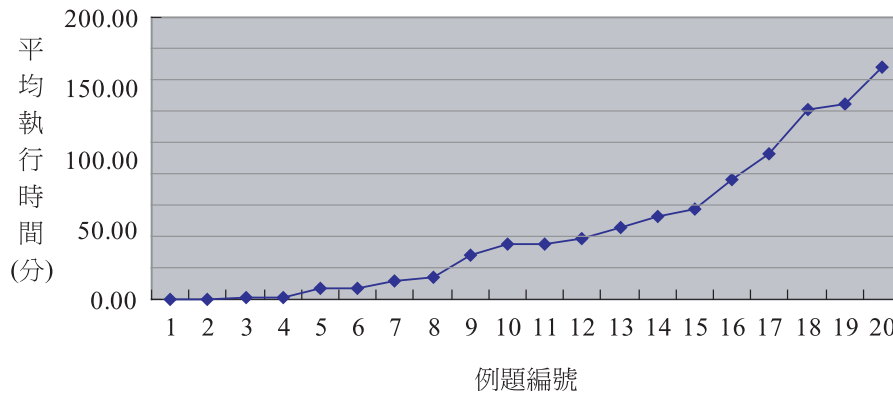
茲將 MNP_TSP 求得各例題之最佳結果，包括：目標成本、誤差百分比及 CPU 執行時間，彙整於表 15，並列出 MNP_TSP 所相對應之測試組合及各項控制參數值 (p 、 h)。由表 15 可知，MNP_TSP 對 20 題測試例題之最佳平均誤差為 1.14%，平均執行時間約為 49.96 分鐘。此處強調，表 15 數據內容並未對上述參數進行大規模的測試，因此表中所列的數值並非各例題真正的最適參數。

表 15 MNP_TSP 求得最佳結果之測試組合

編號	例題名稱	規模	已知最佳解	目標成本	成本誤差(%)	平均執行時間 (CPU時間、分)	測試組合
1	ulysses16	16	*6859	6908	0.72	0.00	NrIns-1Op-IndUp1(p=0.7)
2	att48	48	*10628	10728	0.94	0.54	Nrest-1Op-IndUp1(p=0.5)
3	eil51	51	*426	430	0.85	0.67	NrIns-1Op-IndUp1(p=0.7)
4	berlin52	52	*7542	7611	0.91	0.78	Nrest-1Op-IndUp1(p=0.7)
5	kroA100	100	*21282	21512	1.08	7.56	Nrest-MOp-Ind(p=0.7)
6	lin105	105	*14379	14560	1.26	8.43	Nrest-MOp-Bound(p=0.5)(h=10%)
7	gr120	120	*6942	7017	1.08	13.27	FrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
8	bier127	127	118282	119879	1.35	15.24	Nrest-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
9	gr202	202	*40160	40525	0.91	31.05	NrIns-MOp-Bound(p=0.3)(h=20%)
10	tsp225	225	3916	3969	1.35	39.56	NrIns-MOp-Bound(p=0.5)(h=10%)
11	pr226	226	80369	81325	1.19	39.77	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
12	gr229	229	134602	136446	1.37	43.12	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
13	a280	280	*2579	2610	1.20	50.42	NrIns-MOp-Bound(p=0.3)(h=20%)
14	pr299	299	48191	48711	1.08	58.87	Nrest-MOp-Bound(p=0.5)(h=10%)
15	lin318	318	42029	42554	1.25	64.57	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
16	fl417	417	11861	11974	0.95	85.32	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
17	gr431	431	171414	174037	1.53	103.62	NrIns-MOp-Bound(p=0.5)(h=5%)
18	att532	532	27686	27974	1.04	134.15	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
19	ali535	535	202339	205050	1.34	138.25	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=10%)
20	pa561	561	2763	2801	1.39	164.08	NrIns-MOp-Bound(p=0.7)(h=20%)
			平均	48331	1.14	49.96	

*表示為目前文獻中所知之真確最佳解 (exact solution)。

各例題執行時間則如圖 12 所示，解題時間大致隨例題規模增加而遞增，顯示 MNP_TSP 的演算法複雜度為一多項式時間函數。對本研究選擇之 20 題測試例題而言，雖然在解題精確度上表現突出，但在執行時間上表現仍差強人意，值得後續研究繼續深入探討。



資料來源：本研究整理。

圖 12 各例題最佳平均執行時間

五、結論與建議

本研究選擇近年來新發展之巨集啟發式演算法—巢狀分割法 (nested partitions, NP) 做為設計求解 TSP 方法之基礎，並改良 Shi 等人^[10]發表應用 NP 法求解 TSP 方法之潛在缺點。本研究之主要貢獻在於結合廣度搜尋及深度搜尋的概念，以 NP 法及傳統鄰域搜尋法為核心工具，同時配合不同回溯機制的應用，發展出一改良型 NP 法應用於 TSP 問題上的解題架構 (MNP_TSP)。

為檢視本研究提出之改良型 NP 法在 TSP 應用上的適用性與發展潛力，本研究選擇 20 題國際標準測試例題進行平均狀況分析，並藉由撰寫電腦執行程式及測試國際標準例題，與目前發表之已知最佳解進行比較分析。歸納本研究之具體成果如下：

1. 方法執行架構部分

MNP_TSP 係根據 Shi 等人所提方法改良發展而成，本研究針對「隨機採樣」及「回溯」兩大大步驟進行改良，分別提出兩種新策略進行測試分析，測試結果發現本研究所提之於隨機採樣步驟應用「確定性 2-opt 交換法」取代 Shi 等人^[10]所提之「類似 2-opt 交換法」的作業方式，確實有助於解題績效的提升，且發揮本研究納入深度搜尋觀念的精神。再者，本研究於回溯步驟所提之「有限制幅度」的回溯方式，確實有效提升演算法求解精度，同時也兼顧運算時間。整體而言，當隨機採樣步驟第一階段採取「最近插入法 + 均勻採樣

法」、第二階段採取「多次 2-opt 交換法」，而回溯步驟採取「回溯方法三」之組合方式最具解題能力。整體而言，MNP_TSP 的平均解題績效表現優於原本的 NP_TSP。

測試過程中發現， p 值與回溯幅度 h 間的設定對解題績效具有密切關係，兩者間略呈現負相關的趨勢，亦即 p 值較小與回溯幅度 h 較大之參數組合會有較佳測試結果。經本研究對兩個控制參數行大規模測試結果可知，績效較佳的 p 值設定範圍為 0.60 ~ 0.75，而 h 值範圍為 8%~10%，以 $p = 0.65$ 、 $h = 9\%$ 所得績效最佳。

2. 例題測試部份

經對 20 個國際標準例題進行測試結果發現，MNP_TSP 程序單組參數 ($p = 0.65$ 、 $h = 9\%$) 之最佳結果可達平均誤差 1.17%；測試過程中得到之各題最佳結果平均誤差下降至 1.14%。此外，若以 200 個節點數當作題型大小區分的界線，對小型例題 (節點數 ≤ 200) 而言，以回溯方法一較具解題能力；而對大型例題 (節點數 > 200) 而言，則以回溯方法三較具解題能力。此外，MNP_TSP 的平均解題時間稍嫌太長，實務應用時應注意解題時間之控制。

本研究為國內首度探討巢狀分割法 (NP) 之應用研究，茲提出以下幾點建議，作為未來後續研究參考之用。

1. 可探討其他傳統或巨集啟發式方法納入 MNP_TSP 架構之可行性及最佳的組合方式，例如 3-opt、Or-opt 交換法、變動深度交換法或門檻接受法 (TA)，以強化 MNP_TSP 空間搜尋的深度。
2. 加強 MNP_TSP 空間搜尋速度。目前 MNP_TSP 空間搜尋是以循序 (sequential) 方式處理，且由例題測試結果明顯可知演算法解題速度仍具改善空間，後續研究可考慮應用平行處理 (parallel) 方式，以強化 MNP_TSP 搜尋速度。
3. 在績效測試方面，可進行更大規模的參數敏感度分析，以了解控制參數設定與解題績效之關係，並進而歸納出最佳的參數設定方式或數值範圍。

參考文獻

1. Lawler, E., Lenstra, J., Rinnooy Kan, A., and Shmoys, D., *The Travelling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, John Wiley and Sons, Chichester, 1985.
2. Bodin, L., Golden, B., Assad, A., and Ball, M., "Routing and Scheduling of Vehicle and Crew: The State of Art", *Computers and Operations Research*, Vol. 10, No. 2, 1983, pp. 63-211.
3. Junger, M., Reinelt, G., and Rinaldi, G., "The Traveling Salesman Problem", *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 7, 1995, pp. 115-313.
4. 卓裕仁，「以巨集啟發式方法求解多車種與週期性車輛路線問題之研究」，國立交通大學運輸工程與管理學系博士論文，民國九十年。
5. 陳建緯，「大規模旅行推銷員問題之研究：鄰域搜尋法與巨集啟發式解法之應用」，國立

交通大學運輸工程與管理學系碩士論文，民國九十年。

6. 韓復華、王國琛，「巨集啟發式解法在求解大規模旅行推銷員問題之研究」，**中華民國第五屆運輸網路研討會論文集**，逢甲大學，民國八十九年，頁 195-204。
7. 韓復華、卓裕仁，「巨集啟發式解法在 TSP 與 VRP 上之應用：參數設定與執行機制之探討」，**中華民國第五屆運輸網路研討會論文集**，逢甲大學，民國八十九年，頁 72-82。
8. 韓復華、楊智凱，「門檻接受法在 TSP 問題上之應用」，**運輸計劃季刊**，第二十五卷，第二期，民國八十四年，頁 163-188。
9. Shi L., O'lafsson, S., and Chen, Q., "A New Hybrid Optimization Algorithm", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 36, No. 2, 1999, pp. 409-426.
10. Shi L., O'lafsson, S., and Sun, L., "New Parallel Randomized Algorithms for the Traveling Salesman Problem", *Computers and Operations Research*, Vol. 26, No. 4, 1999, pp. 371-394.
11. Shi L. and O'lafsson, S., "Nested Partitions Method for Global Optimization", *Operations Research*, Vol. 48, No. 3, 2000, pp. 390-407.
12. Shi L. and O'lafsson, S., "Nested Partitions Method for Stochastic Optimization", *Methodology and Computing in Applied Probability*, Vol. 2, 2000, pp. 271-291.
13. Lin, S. and Kernighan, B., "An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem", *Operations Research*, Vol. 21, 1973, pp. 498-516.
14. TSPLIB, <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/tsp>, 2000.
15. Reinelt, G., *The Traveling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1994.

