

新車裝載問題之研究¹

AUTO-CARRIER LOADING PROBLEM

林志鴻 Chih-Hung Lin²

陳春益 Chuen-Yih Chen³

(90 年 10 月 19 日收稿, 90 年 12 月 24 日修改, 91 年 9 月 13 日定稿)

摘 要

國內每年新車約銷售四十幾萬輛，如何將新車由集保場(或製造場)直接地配送到各經銷商交車中心或銷售據點為一重要課題。經實地訪查了解，國內之新車配送作業，或由汽車製造商、進口商自組車隊加以經營(稱自行經營)，或由專業汽車運送業者承接新車配送業務(稱委外經營)，且多以拖車及專用板架配送新車。就拖車之路線規劃而言，實務上多依新車配送路線規劃與新車裝載規劃二階段進行(自行經營)、或再配合拖車路線規劃，而分三階段進行(委外經營)，而本研究僅針對對應新車裝載規劃階段之新車裝載問題加以探討。經初步了解，此新車裝載問題可視為二次指派問題之變化問題，本研究則分別構建二個數學模式(固定性模式與變動性模式)，並利用限制式規劃(constraint programming, CP)進行求解，經測試結果顯示，其求解成效頗佳，應可提供後續研究之依循或相關業者之參考。

關鍵詞：汽車運送業；新車裝載問題；限制式規劃

ABSTRACT

More than 400,000 new automobiles are sold in Taiwan every year. To distribute these new automobiles from manufacturing centers to dealers

-
1. 本研究獲國內某專業汽車運送業者提供拖車營運相關資訊，謹此致謝。
 2. 南台科技大學行銷與流通管理系副教授(聯絡地址為 711 台南縣歸仁鄉民生九街 82 號；電話：06-2533131 轉 4725；E-mail：jhlin@ksts.seed.net.tw)。
 3. 成功大學交通管理科學研究所教授。

efficiently is an important issue managers need to deal with. Generally speaking, manufacturers can either distribute the new automobiles themselves, using tractors and trailers, or outsource the process to an outside company. For the former, managers might need to consider routing and loading, the two most common yet crucial factors. In practice, these two problems share a sequential relationship, the former being the pre-requisite of the latter. This paper focused on the loading factor for Auto-carriers, a problem known as Auto-carrier loading problem (ACLP). Attempts were made to minimize the total reloading costs. A nonlinear zero-one integer programming model which belongs to NP-hard is constructed, and is then solved using constraint programming (CP). Computational results indicated that CP could effectively solve ACLP.

Key Words: *Auto-carrier; Auto-carrier loading problem; Constraint programming*

一、前 言

國內每年新車約銷售四十幾萬輛，如何將新車從汽車製造廠、或組合廠、或集中保管場(以下簡稱集保場)配送到各地區經銷商之交車中心或銷售據點為一值得探討的課題。一般而言，新車如由集保場運送到交車中心，則由經銷商自行運送到銷售據點，或由銷售據點派專人前往取車(圖 1)。就新車自集保場運送到各地區交車中心而言，通常皆使用拖車(tractor)及專用板架(trailer)，每一板架至多可裝載 9 輛新車(圖 2)，然因各地區經銷商交車中心每天所需新車數量大多少於此數量，基於經營成本之考量，每趟拖車需配送數個交車中心，即進行拖車之路線規劃時，需考量路線(routing)因素。另外，因新車係利用專用板架與拖車進行裝載與配送，而專用板架之裝載有其限制，如部分車位有高度限制、或部分車型不能相鄰併放等，此外，為防新車碰撞、以及避免配送時間延誤等因素，多儘量避免在配送過程中有再裝載(reloading)的現象，所謂再裝載即表示新車於非目的地之交車中心卸載後，再裝載於原板架上。通常再裝載的過程多會延滯拖車工作時間及增加新車損傷機會，故配送過程中，多儘量減少新車之再裝載次數。因此，就新車配送作業而言，除需考量路線因素外，通常多會再考量裝載(loading)因素。

經實地訪查了解，國內負責新車配送之汽車運送業者，或由汽車製造商、進口商自組車隊加以經營(稱自行經營)，或由專業汽車運送業者承接新車配送業務(稱委外經營)，其中，

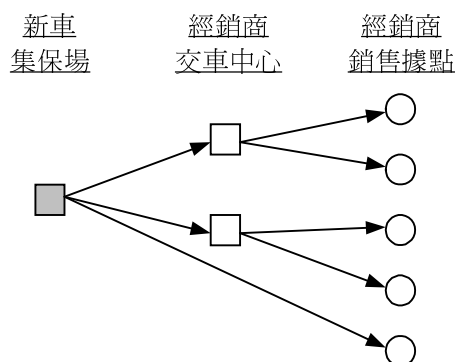


圖 1 新車配送流程



圖 2 運送新車之拖車及專用板架

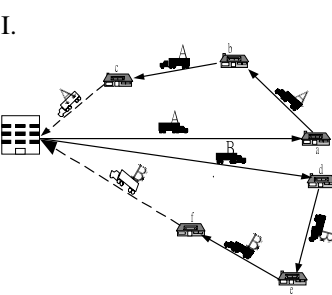
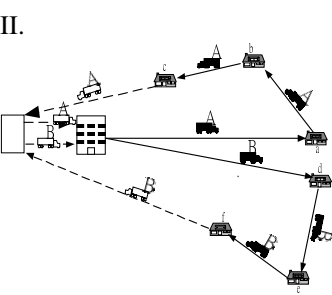
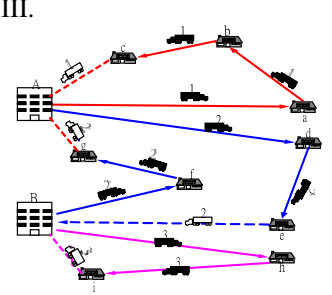
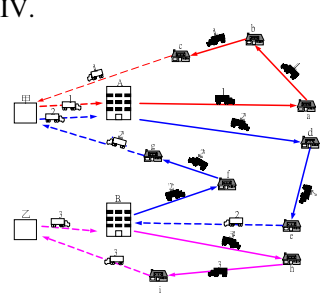
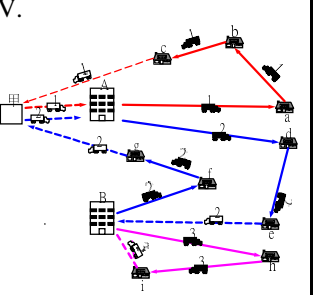
1. 自行經營：乃由汽車製造廠與進口商等業者自組車隊配送新車。由於各集保場所屬的交車中心較少，故此類車隊之規模通常不大，且多僅設置單一拖車基地服務集保場之新車配送業務。
2. 委外經營：即汽車製造廠與進口商等業者，將其新車配送業務委由專業汽車運送業者經營。由於專業汽車運送業者所服務之汽車製造廠或進口商可能不只一家，故其服務的集保場及交車中心通常較自行經營者多，且車隊規模亦較自行經營者大。而為了便於服務各集保場，專業汽車運送業者通常會設置多座拖車基地，因此，專業汽車運送業多屬多座拖車基地、多處集保場(或屬同一製造廠、或不屬同一製造廠)的營運方式，其新車之配送規劃亦較自行經營者複雜。

此外，不論是自行經營或委外經營，基於場地、人員、便利性、以及經營成本等因素之考量，其拖車基地則可能設置於集保場內或異於集保場，然拖車基地是否設置於集保場內，對新車之配送規劃亦有所影響，如表 1 所示，並說明如下：

1. 單座拖車基地：當拖車基地設置於集保場時，拖車由集保場出發，並完成新車配送任務後，需再回到原出發之集保場(如表 1 之圖 I 所示)。另外，當拖車基地未設置於集保場時，則拖車由基地出發後，必須先到集保場裝載新車，並完成新車配送任務後，再回到原出發之基地(如表 1 之圖 II 所示)。故依上述所言，不論拖車基地是否設置於集保場內，其新車之配送規劃應考量路線與裝載二個因素。
2. 多座拖車基地：一般而言，專業汽車運送業者，不論其拖車基地是否設置於集保場內，為降低經營成本，通常會增加拖車之回頭車使用率，如拖車裝載新車由北部集保場配送到南部交車中心，拖車欲回北部時，可至南部集保場裝載新車配送到中、北部之交車中心；或再考量拖車相互支援之效益，如表 1 之圖 III、IV、V 所示，車輛 2 由甲拖車基地出發到 A 集保場裝載新車並配送到交車中心 d 與交車中心 e 後，

並不回 A 集保場，而是就近支援 B 集保場配送新車到交車中心 f 與交車中心 g，當已無任務或工作時間已到，則回原出發之甲拖車基地。易言之，專業汽車運送業者，如屬多座拖車基地、多處集保場之營運方式，對於其新車之配送規劃，除考量路線與裝載因素外，多會再考量拖車之回頭車利用與相互支援之效益。

表 1 新車配送方式

拖車基地數	拖車基地設於集保場內	拖車基地未設於集保場內	部分拖車基地設於集保場內，部分拖車基地未設於集保場內
單座拖車基地	I. 	II. 	---
多座拖車基地	III. 	IV. 	V. 
圖例說明:  ：拖車基地  ：集保場  ：交車中心  ：空車  ：實車  ：實車路線  ：空車路線			

理論上，不論是自行經營或委外經營，應同時考量路線與裝載因素(自行經營)，或同時考量路線、裝載、回頭車利用及相互支援因素(委外經營)，進行新車之配送規劃，但依求解經驗知，如同時考量上述之因素進行新車配送規劃，則此問題頗為複雜。故實務上，專業汽車運送業者主要以調度人員依其經驗法則分三步驟進行新車之配送規劃^[1-3]，即依序考量上述所提之四個因素，以利於降低問題複雜度及便於求解，簡述如后：

1. 新車配送路線規劃：首先由各集保場先行安排其新車配送路線，主要考量路線因素，如表 1 圖 III、IV、V 之 A 集保場所規劃服務交車中心 a、b、c 之實車路線、以及服務交車中心 d、e 之實車路線；
2. 新車裝載規劃：待新車配送路線規劃完成後，進而考量裝載因素，藉以規劃各配送路線之新車裝載，並使再裝載次數為最少；
3. 拖車路線規劃：待上述兩個步驟完成後，再安排各拖車基地之拖車服務各集保場之配送路線，以整合拖車之回頭車利用與相互支援因素。

而自行經營者，則僅進行新車配送路線規劃與新車裝載規劃二個階段。就新車配送路線規劃階段而言，由於僅考量路線因素，故此路線規劃問題應可視為一般車輛路線問題(vehicle routing problem, VRP)或一般車輛路線問題之變化問題(表 1 之圖 I 與 II)。就新車裝載規劃階段而言，由於考量裝載因素，則此問題可視為二次指派問題(quadratic assignment problem, QAP)之變化問題^[4]；就拖車路線規劃階段而言，由於專業汽車運送業多屬多座拖車基地、多處集保場，且以極小化拖車之空車旅程為目標，藉以安排各拖車基地之拖車服務各配送路線，當已無任務或工作時間已到，則拖車需回到原出發之拖車基地，因此，依其作業特性知，此問題可視為多場站車輛路線問題(multi-depot vehicle routing problem, MDVRP)之變化問題^[3]。

經由上述之探討知，對應此三階段之規劃問題均頗為複雜，而本研究則僅針對對應新車裝載規劃階段之新車裝載問題加以探討。就此新車裝載規劃問題而言，目前國內並無相關文獻進行探討，而國外文獻部分，雖有 Agbegha 等人^[4]曾探討此問題，但此文獻所考量之問題特性及基本假設，與實務問題特性略有差異，故本研究將以國內之相關汽車運送業者為研究對象，進一步探討新車裝載之作業方式，藉以了解此問題特性，並構建相關數學模式，以利於求解新車裝載問題。基於上述所言，以下本文計分四節，第二節探討新車裝載問題之特性及進行相關文獻回顧；第三節則進行相關數學模式之構建；第四節則依實務問題特性設計測試題目，並進行模式測試；有關結論與建議則列於第五節。

二、問題特性與文獻回顧

由於本研究將針對對應新車裝載階段之新車裝載問題加以探討，即假設已完成新車配送路線規劃之下，以極小化配送路線之新車再裝載次數為目標，進而安排新車裝載於板架上。而本節主要是說明此新車裝載問題之特性，並說明相關文獻之做法，以供後續構建數學模式之參考。本節以下計分三小節，其中，2.1 節說明新車裝載問題

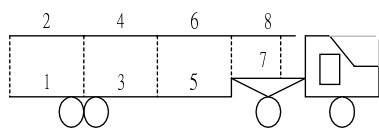
之特性；2.2 節則說明相關文獻之處理方式；2.3 節則為本節之小結。

2.1 問題特性

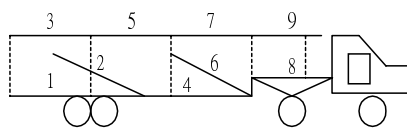
如前所述，新車係利用專用板架(圖 2)裝載進行配送。就國內汽車運送業者所使用的專用板架而言，其板架型式不一，但各種板架裝卸新車的方式與可放置新車之數量皆差異不大，具體而言，其板架型式皆可簡化如圖 3 所示，其中，圖 3a 為一般型式板架(八個車位)，當該配送路線有九輛新車待配送時，在裝載限制容許之下，可將圖 3a 之板架型式，轉變為圖 3b 之板架型式(九個車位)，因此，此專用板架之型式，可依實際需求加以改變。就新車於專用板架上之裝(卸)載方式而言，如以圖 3a 之板架為例，當新車要裝載於下層車位(即指車位 1,3,5,7)時，則必須由車位 1 處進入板架(圖 4a)；當新車要裝載於上層車位(即指車位 2,4,6,8)時，則必須先將上層車位斜放後，再由車位 2 處進入板架(圖 4b)，但要斜放上層車位時，車位 1 不可放置任何新車，故所有新車進入板架之入口僅有一處，其卸載時亦同。如以圖 3b 之板架為例，其裝(卸)載方式與圖 3a 之板架裝(卸)載方式相同，其主要差異是不管新車裝載於下層車位或上層車位，則車位 1 及車位 2 不可放置任何新車，同樣的所有新車進出板架之出入口亦僅有一處(圖 4c 及圖 4d)，且不管新車裝載於板架之下層車位或上層車位，則裝載於車位編號較大者之新車將優先進行裝載，即表示車位編號較小者不可放置任何新車，才可進行此新車之裝載，如新車裝載於車位 7(以圖 4a 為例)，則車位 1,3,5 皆不可放置新車，才可進行此新車之裝載。

此外，拖車是按所規劃之配送路線，依序服務各交車中心進行新車配送，理論上，可依拖車到達交車中心之順序，安排各交車中心所需求之新車裝載於板架上，但實務上，由於各類新車之高度、長度、以及車型多不相同，且板架之車位有高度限制、長度限制、以及道路與交通法規限制等因素，故造成部分車位無法裝載某些車型之新車，如以圖 3a 及圖 3b 之下層車位而言，由於其空間較為狹窄，故高度較高之新車較不適合裝載於此類車位上；或某些車型不能相鄰併放等限制，如以圖 3a 之板架為例，當下層車位裝載高度較高之新車時，多會將其上層車位升高，但考量到拖車須經過隧道、或橋下、或礙於交通法規之限制，此升高之上層車位則無法再裝載某些高度較高之新車。因此，就板架之裝載限制而言，除板架本身會影響新車裝載外，新車之車型及外部環境，亦會限制新車之裝載。另外，據實地查訪知，拖車司機皆依其經驗進行新車之裝載，主要以極小化再裝載次數為目標，當拖車到達交車中心，且完成新車卸載後，如有新車要再裝載，則拖車司機會依目前的車位裝載情況，將新車裝載於適當車位上，期使拖車到達下一處交車中心時，可減少新車之再裝載次數。

a. 八個車位板架



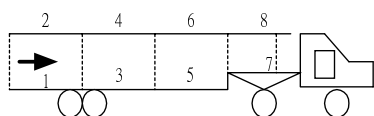
b. 九個車位板架



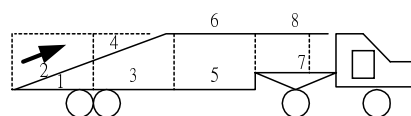
註：圖中之數字表示板架之車位編號。

圖 3 專用板架之車位示意

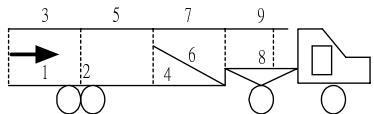
a. 新車裝載於下層車位(八個車位板架)



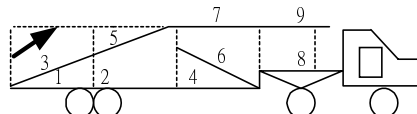
b. 新車裝載於上層車位(八個車位板架)



c. 新車裝載於下層車位(九個車位板架)



d. 新車裝載於上層車位(九個車位板架)



→：新車裝載方向

註：圖 4c 及圖 4d 之車位 2 已平放於下層車位上。

圖 4 新車裝載方式示意

綜合上述所言，此新車裝載問題之特性，可歸納如下：

1. 可變性：由於板架型式可依實際需求加以調整為八個車位或九個車位(圖 3a 及 3b)，故就板架型式而言，其具有可變性。
2. 順序性：由於新車裝卸載於板架之出入口僅有一處，故新車需依序進出板架，故就新車裝載方式而言，其具有順序性。
3. 裝載限制性：由於板架頗為特殊，且有空間上的限制，造成某些車位無法裝載某些新車，故就板架之車位空間而言，其具有裝載限制性。
4. 交互影響性：由於板架之裝載限制、新車車型、以及外部環境等條件，有時會造成兩輛新車裝載於同一板架時，不可相鄰併放，故就新車車型而言，其具有交互影響性。
5. 多次裝載性：當拖車到達交車中心，且完成新車卸載後，如有新車要再裝載，則再裝載之新車可依目前之車位裝載狀況，重新選擇車位進行裝載，期使拖車到達下一處交車中心時，可減少新車之再裝載次數，故就新車裝載之車位選擇而言，其具有

多次裝載性。

2.2 文獻回顧

據初步了解，探討新車裝載問題之研究較為少見，目前僅 Agbegha 等人^[4]曾針對此問題進行探討。就此文獻而言，其主要構想是將拖車板架之車位視為固定空間，再安排此板架欲裝載之新車(設施)放置於車位(固定空間)內，使新車之再裝載次數為最小，由於相異的兩個車位(固定空間)，如裝載(設置)不同的新車(設施)時，則其再裝載次數(運輸成本)亦不相同，故基於此性質，作者以二次指派問題之觀念構建新車裝載問題之數學模式(以下簡稱為 A 模式)。就此模式而言，由於屬非線性 0-1 整數規劃模式，作者認定其求解不易，故並未直接以此模式進行求解，而是另外以分枝界限法之觀念，研提一啟發式解法(稱 loading algorithm) 求解此問題。然而不論是數學模式或啟發法，皆假設新車於交車中心進行再裝載時，必須裝載於原卸載時之車位，即未考量多次裝載性，與實務之作業方式有所差異(詳 2.1 節)。並將其數學模式與模式之構建構想，分別說明如下：

1. 數學模式

$$\text{Min } \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq 1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_{ijkl} z_{ij} z_{kl} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt} \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^m z_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

$$z_{ij} = \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

$$z_{ij} \in S \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

其中，

(1) 決策變數部分

z_{ij} ：表新車 i 放置於車位 j ，其值為 1，否則為 0。

(2) 參數部分

a_{ijkl} ：表新車 i 放置於車位 j 與新車 k 放置於車位 l 之再裝載成本(次數)。如新車 i, k 之目的地分別以 $d(i), d(k)$ 表示，且 $d(i) < d(k)$ 表新車 i 較新車 k 早抵達

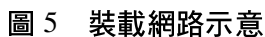
當 $j \notin pred(l)$ 且 $d(i) \leq d(k)$ 或 $d(i) \leq d(k)$ 時， $a_{ijkl} = 0$ 。

(3) 集合部分

S ：所有新車及板架裝載限制之集合；

$$T_{il} = \{t \mid t \in \text{suc}(j), t < \}$$

上述之數學模式為一非線性 0-1 整數規劃模式，且較二次指派模式複雜，其中，式(1)為極小化新車再裝載次數；式(2)表每輛新車僅能指派到一個車位；式(3)表每個車位僅能放置一輛新車；式(4)為 0-1 整數限制；式(5)所有裝載限制條件之集合。



就其數學模式(A 模式)而言，其主要之構建構想如下：

— 773 —

新車需經過節點 1 才可進行裝(卸)載作業,故節點 1 到節點 2 以方向性節線表示,當新車 i, k 分別放置於車位 j, l 時,如新車 i 較新車 k 慢抵達其目的地時,則新車 i 將會出現再裝載之情形。

- (2) 目標函數部分：此文獻主要是依二次指派問題之觀念進行模式構建,就二次指派問題而言,主要是以極小化任兩部新車放入任兩個車位之相對成本(以下皆稱為再裝載次數)進行目標函數之構建,如新車 i 及新車 k 分別放置於車位 j 及車位

l 為例(圖 5),則目標函數應以 $\sum_{i=1 \atop i \neq j}^m \sum_{k=1 \atop k \neq i}^m \sum_{l=1 \atop l \neq j}^m a_{ijkl} z_{ij} z_{kl}$ 項表示新車 i 及新車 k 分別放

置於車位 j 及車位 l 之再裝載次數,此外,由於新車裝(卸)載於板架之出入口僅有一處,故當車位 j 及車位 l 間之車位(即車位 $j+1$, 車位 $j+2, \dots$)所放置新車較新車 k 晚抵達目的地,則新車 k 進行卸載時,將造成放置於車位 $j+1$ 或車位 $j+2$ 之新車出現再裝載現象,故計算車位 j 及車位 l 之再裝載次數時,應再考量裝載於車位 $j+1$, 車位 $j+2, \dots$ 等車位之新車,因此,目標函數應再包括

$$\prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt} \right) \text{項。}$$

- (3) 就限制式而言：由於每輛新車僅能裝載於一個車位上,且每個車位僅能被裝載一輛新車,故分別以限制式(2)及限制式(3)加以表示;此外,以式(5)表示所有裝載限制條件。

由於文獻並未驗證上述之數學模式,且經本研究深入了解此數學模式後,則針對此模式提出幾點看法,簡述如下：

- (1) 於目標函數中,原標記為 $k \neq j, l \neq i$,應改為 $k \neq i, l \neq j$,因為 i, k 與 j, l 分別為新車與車位之標記。
- (2) 模式中並未說明,當 L_{ik} 集合之所有車輛目的地皆與新車 i 之目的地相同時應如何處理。
- (3) 此模式對於所有的板架或新車裝載限制僅以集合型式表示,未以限制式列出,故實務上應用時,仍需由使用者自行構建裝載限制式,即表示此模式尚未完成。
- (4) 此模式假設新車於交車中心進行再裝載時,必須裝載於原卸載時之車位處,此種假設與實務狀況有所差異。

如以 2.1 節所提之問題特性而言,此模式則僅考量可變性、順序性、裝載限制性、以及交互影響性等特性,並無考量新車之多次裝載性。

2.3 小結

綜合上述所言，本節針對新車裝載問題深入了解後，可歸納出此問題包括板架型式有「可變性」、新車裝載有「順序性」及「交互影響性」、車位空間有「裝載限制性」、以及在不同交車中心處，如新車進行再裝載時，可重新選擇裝載車位之「多次裝載性」等特性(詳 2.1 節)。而本節亦針對 Agbegha 等人^[4]文獻深入探討，就數學模式而言，並無考量新車之「多次裝載性」，且未對模式進行驗證，亦有部分說明不清楚之處，因此，為有效求解國內汽車運送業新車裝載問題，本研究將重新利用上述文獻之構想，並考量實務問題特性，進行相關數學模式之構建，以利於求解新車裝載問題。較值得一提的是本研究將構建兩個數學模式，其中，第一個數學模式未考量新車之多次裝載性(稱固定性模式)，期能修正 A 模式之不足；第二個數學模式則是以固定性模式為基礎，並考量新車之多次裝載性進行模式之構建(稱變動性模式)，期能較真實反映新車裝載之特性。

三、數學模式

本節主要是依新車裝載問題之特性及參考 Agbegha 等人^[4]之構想，構建固定性模式，並據以延伸構建變動性模式，以利於求解新車裝載問題。其中，3.1 節為構建固定性模式；3.2 節則說明當載運之新車數少於板架車位數之處理原則；3.3 節說明變動性模式之構建構想及構建變動性模式；3.4 節討論本節之內容。

3.1 固定性模式

本小節將依 2.2 節之構想，據以構建固定性模式，其基本假設如下：

1. 假設板架型式唯一，即板架所提供之車位數固定，至多為八個車位或九個車位。
2. 板架上任一車位所放置的新車進行再裝載時，其每輛新車之再裝載成本皆相同，如將再裝載次數視為成本，則其再裝載成本可設定為 1 或 0。
3. 當拖車進行新車配送時，如有再裝載情形，本研究限定新車卸載後再裝載回板架時，新車應放置於原先卸載時之車位。
4. 假設車次、車型、新車數量、以及所有裝載限制皆已知。

依據上述之基本假設及構想，並以極小化再裝載次數為目標，則其數學模式可列式如下：

$$\text{Min } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_{ijkl} z_{ij} z_{kl} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt} \right) \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in S_i} z_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (7)$$

$$\sum_{i \in S_j} z_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (8)$$

$$z_{r'_1 r''_2} z_{r'_2 r''_1} = 0 \quad \forall r'_1, r'_2, r''_1, r''_2 \in R \quad (9)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall j \quad (10)$$

其中，

(1) 決策變數部分

z_{ij} ：表新車 i 放置於車位 j ，其值為 1，否則為 0。

(2) 參數部分

a_{ijkl} ：表新車 i 放置於車位 j 與新車 k 放置於車位 l 之再裝載次數(相對成本)；如新車 i, k 之目的地方分別以 $d(i), d(k)$ 表示，且 $d(i) < d(k)$ 表新車 i 較新車 k 早抵達目的地，另外以 $pred(j)$ 與 $suc(j)$ 分別表示車位 j 之前車位與後車位，則其相對成本(a_{ijkl})如下：

當 $j \in pred(l)$ 且 $d(i) > d(k)$ 時，則 $a_{ijkl} = 1$ ；

當 $j \in pred(l)$ 且 $d(i) \leq d(k)$ 時，則 $a_{ijkl} = 0$ 。

m ：表示新車數量及板架車位數。

(3) 集合部分

L_{ik} ：表目的地不為 $d(k)$ 之所有新車(不含新車 i)集合， $L_{ik} = \{q \mid q \neq i, d(q) \neq d(k)\}$ ；

R ：符合任兩輛新車之裝載限制條件之車位所成的集合；

S_i ：表適合放置新車 i 之所有車位集合；

S_j ：表適合放置於車位 j 之所有新車集合；

T_{jl} ：表介於車位 j 與車位 l 間之所有車位集合，即 $T_{jl} = \{t \mid t \in suc(j) \text{ and } t \in pred(l)\}$ 。

其中，式(6)為極小化再裝載次數；式(7)表每輛新車僅能指派到一個車位；式(8)表每個車位僅能放置一輛新車；式(9)表兩輛新車不可相鄰併放或兩輛新車放置於板架時有相互限制，如當新車 1 放置於車位 2 時，則新車 2 不可放置於車位 4 時，則此限制式可表示為 $z_{12} z_{24} = 0$ ；式(10)表 0-1 整數限制。

就 A 模式(式(1)~(5))與固定性模式(式(6)~(10))之比較(表 2)知，其模式型式略有不同

同，說明如下：

1. 目標函數部分

A 模式與固定性模式之目標函數表示方式略有不同，即構建模式所考量之決策變數是否有所重複所致，其中，A 模式之目標函數是由二次指派模式的觀念延伸而來，故會包含乘數 $\frac{1}{2}$ ，如式(11)所示，相同的部分會重新計算二次。但本研究之固定性模式為降低目標函數之複雜度，則僅考量相同的部分之其中之一項即可(配合上述參數之設定方式)，如式(11)之其中一項。

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 a_{ijkl} z_{ij} z_{kl} = (\dots + a_{1122} z_{11} z_{22} + \dots + a_{2211} z_{22} z_{11} + \dots) \quad (11)$$

2. 限制式部分

A 模式之限制式部分，僅以集合形式表示，而固定性模式則較詳細且具體的加以表示各種裝載限制條件，如 $z_{r_1' r_1''} z_{r_2' r_2''} = 0$ 之限制式即表示兩車不可相鄰併放之限制。

綜合上述所言，此固定性模式之說明將較為清楚，且亦修正 A 模式之不足之處，將更方便實務上使用。

表 2 A 模式與固定性模式之比較

	A 模式 ¹	固定性模式	問題特性 ²
目標函數	$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_{ijkl} z_{ij} z_{kl} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt} \right)$	$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_{ijkl} z_{ij} z_{kl} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt} \right)$	1.可變性； 2.順序性。
限制式	$\sum_{j=1}^m z_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, m$ $\sum_{i=1}^m z_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, m$ $z_{ij} \in \{0,1\}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, m$ $z_{ij} \in S, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, m$	$\sum_{j \in S_i} z_{ij} = 1, \forall i$ $\sum_{i \in S_j} z_{ij} = 1, \forall j$ $z_{r_1' r_1''} z_{r_2' r_2''} = 0, \forall r_1', r_2', r_1'', r_2'' \in R$ $z_{ij} \in \{0,1\}, \forall i, \forall j$	1.裝載限制性； 2.交互影響性。

註：1.表 Agbegha 等人^[4]所構建之數學模式。

2.詳 2.1 節。

3.2 新車數少於板架車位數之處理原則

就固定性模式而言，由於限制式之構想是每車位僅可放置一輛新車，但當新車數

量少於板架車位數時，就指派問題(assignment problem)之觀念，將無法構建限制式，故本研究將設定虛擬新車(dummy car)，使新車數量與車位數相同，再進行模式之構建。就此虛擬新車之設定方式而言，如以圖 6a 之板架為例，當板架裝載七輛新車，且新車目的地皆不相同，並將此七輛新車所屬之目的地分別設定其編號為 1~7，由於板架車位數共有八個，故需設定一輛虛擬新車，並令虛擬新車無任何裝載限制，且將其目的地編號為 0 或 8 (即表示此虛擬新車較任何新車都早(或晚)抵達目的地)，使此虛擬新車不會影響其他新車之裝載。如將此虛擬新車之目的地設定為 0，進行新車裝載規劃，則其規劃結果多會安排此虛擬新車放置於車位 1 或車位 2，如待運新車無其他裝載限制，則此虛擬新車之裝載方式，將不會增加待運新車之再裝載次數，但當新車 1 及新車 2 為最早抵達目的地之新車，且分別被限制於僅可放置於車位 2, 7 及車位 1, 2，則依此虛擬新車之設定方式，其裝載規劃結果，如圖 6b 所示，將使新車 1 被放置於車位 7，進而增加再裝載次數。但如將虛擬新車之目的地設定為 8 時，經裝載規劃結果顯示，多會將此虛擬新車放置於車位 7 或車位 8 (圖 6c 及 6d)，如此將不會增加待運新車之再裝載次數。反之，如新車 1 及新車 2 為最晚抵達目的地之新車，並分別被限制僅可放置於車位 2, 7 及車位 1, 2，且將虛擬新車之目的地編號為 8，則結果顯示，此設定方式亦將增加待運新車之再裝載次數，但如將虛擬新車之目的地設定為 0，則不會增加待運新車之再裝載次數。故經上述之探討知，隨待運新車裝載限制之不同，此虛擬新車目的地之設定，亦會影響待運新車之裝載規劃，並增加新車再裝載次數，故當加入虛擬新車進行新車之裝載規劃時，應分別考量虛擬新車目的地之設定方式，並選擇較佳之裝載方式，進行新車之裝載規劃。

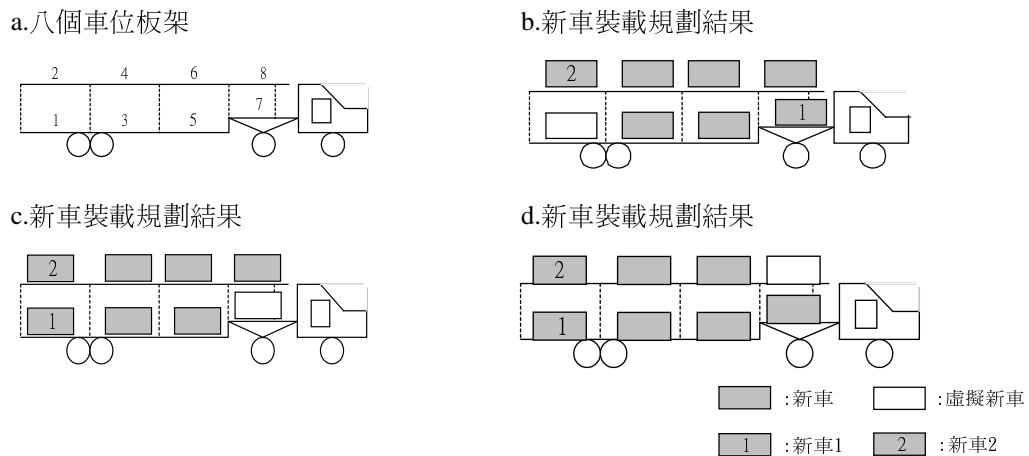


圖 6 新車裝載規劃示意(考量虛擬新車之裝載情況)

3.3 變動性模式

由於上述固定性模式，限定拖車到達交車中心後，新車進行再裝載時，應裝載於原卸載之車位處，就此假設條件而言，與實務情況有所差異，故本小節將嘗試考量新車於交車中心進行再裝載時，可重新選擇車位進行裝載之特性(即考量多次裝載性)，構建數學模式。其中，3.3.1 節則提出模式之構建構想；3.3.2 節則進行數學模式之構建。

3.3.1 模式之構建構想

由於上述固定性模式決策變數之設計方式，使拖車到達任一交車中心時，不論新車是否有再裝載情形發生，其所放置之車位於到達交車中心前均不會改變。為使新車於交車中心再裝載時，可再重新選擇車位，則應容許拖車到達交車中心後，進行再裝載之新車可重新選擇車位，以使此次配送任務之總再裝載次數為最小。基於上述所言，其目標函數與限制式之構建構想如后：

1. 目標函數部分：以圖 7 之配送路線為例，該路線共計服務三處交車中心，即交車中心 1、2、3，如各交車中心所需求之新車數量依序為 3 輛、3 輛、2 輛，則該路線計有八輛新車待配送，故可選用八個車位板架(圖 3a)裝載新車。為利於模式之構建，首先將待運新車依其到達交車中心之順序加以編號，其中，交車中心 1 所需新車之編號設定為 1~3，而交車中心 2 及交車中心 3 所需新車之編號則分別設定為 4~6 與 7~8，並待上述之編號設定完成後，即可進行新車之裝載規劃。為使新車於交車中心再裝載時有機會重新選擇車位，本研究構想於每交車中心均進行新車裝載規劃，由於該配送路線共計服務三處交車中心，故須進行三次新車裝載規劃，即集保場到交車中心 1 (第一處交車中心)之新車裝載規劃(以下簡稱第一次裝載規劃)、交車中心 1 (第一處交車中心)到交車中心 2 (第二處交車中心)之新車裝載規劃(以下簡稱第二次裝載規劃)、以及交車中心 2 (第二處交車中心)到交車中心 3 (第三處交車中心)之新車裝載規劃(以下簡稱第三次裝載規劃)，並分別說明如下：

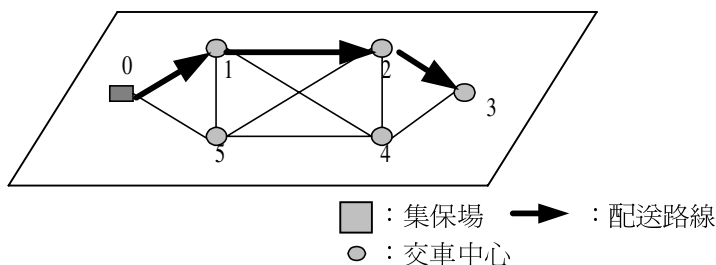


圖 7 新車配送路線示意

- (1) 第一次裝載規劃：此新車裝載規劃之目標函數與固定性模式相同，如式(12)所示，其中， m 表示車位數與新車數量，就此例題而言，此時 $m=8$ ，其他如前所述。

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \sum_{k=1}^8 \sum_{l=1}^8 \substack{a_{ijkl} z_{ij}^1 z_{kl}^1 \\ k \neq i, l \neq j} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^1 \right) \quad (12)$$

其中，

z_{ij}^1 ：當拖車由集保場配送新車到第一處交車中心時，如新車 i 放置於車位 j ，則其值為 1，否則為 0。

- (2) 第二次裝載規劃：當拖車到達第一處交車中心(即交車中心 1)卸載新車 1 ~ 新車 3 後，則僅剩五部新車(即新車 4 ~ 新車 8)待配送，由於板架車位數不變，使得待配送之新車數量少於板架車位數，故此時可加入三部虛擬新車，設定其目的地編號為 0 (即最早抵達目的地者)及無任何裝載限制，並重新進行新車之裝載規劃，其新車裝載規劃之目標函數亦與固定性模式相同，如式(13)所示。

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \sum_{k=1}^8 \sum_{l=1}^8 \substack{a_{ijkl} z_{ij}^2 z_{kl}^2 \\ k \neq i, l \neq j} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^2 \right) \quad (13)$$

其中，

z_{ij}^2 ：當拖車由第一處交車中心配送新車到第二處交車中心時，如新車 i 放置於車位 j ，則其值為 1，否則為 0。

- (3) 第三次裝載規劃：當拖車已到達第二處交車中心(即交車中心 2)，並卸載新車 4 ~ 新車 6 後，則僅剩 2 部新車(即新車 7 ~ 新車 8)待配送，如前所述，可加入六部虛擬新車，並重新進行新車之裝載規劃，則其新車裝載規劃之目標函數亦與固定性模式相同，如式(14)所示。

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 \sum_{k=1}^8 \sum_{l=1}^8 \substack{a_{ijkl} z_{ij}^3 z_{kl}^3 \\ k \neq i, l \neq j} \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^3 \right) \quad (14)$$

其中，

z_{ij}^3 ：當拖車由第二處交車中心配送新車到第三處交車中心時，如新車 i 放置於車位 j ，則其值為 1，否則為 0。

由於此例題僅三處交車中心，故依上述原則知，應極小化新車總再裝載次數，故應將此三次新車裝載所產生的再裝載次數加總並極小化，視為目標函數，故可結合式(12) ~

式(14)，使數學模式之目標函數如式(15)所示，並以此類推，當該路線所服務之交車中心有 n 個時，則以式(16)表示。

$$\text{Min} \sum_{s=1}^3 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^8 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^8 a_{ijkl} z_{ij}^s z_{kl}^s \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^s \right) \quad (15)$$

$$\text{Min} \sum_{s=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^8 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^8 a_{ijkl} z_{ij}^s z_{kl}^s \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^s \right) \quad (16)$$

然依上述之規劃原則知，除極小化總再裝載次數外，其總再裝載次數將不能多於固定性模式所求解之再裝載次數，否則將失去構建變動性模式之意義。如就式(16)之設定方式而言，當拖車到達任一交車中心時，所有未卸載之新車均會重新選擇車位，故如直接以式(16)視為變動性模式之目標函數求解新車裝載問題，則可能使總再裝載次數多於固定性模式所求解之再裝載次數。因此，為改善此一現象，本研究構想於式(16)中，再加入一懲罰成本項，此懲罰成本項之功能，是防止新車於每次的裝載規劃中隨意更改車位，即新車於第一處交車中心後之每次的新車裝載規劃，如更改車位，則要增加懲罰成本，使新車不會隨著多次的裝載規劃而隨意更換車位，但此懲罰成本應小於再裝載成本，即再裝載成本(a_{ijkl})設為 1 時，則懲罰成本(P)應介於(0,1)之間，因新車於交車中心進行再裝載，並更改車位時，如能避免新車於下一處交車中心出現再裝載現象，則此目標函數值雖會增加懲罰成本(P)，但會減少一次再裝載，進而降低目標函數值，亦即表示此新車再裝載時，更換車位是被接受的。如以四個車位之板架(圖 8)為例，車位編號為 1~4，其中，新車裝卸載之出入口為車位編號 1，並將配送四部新車到三處交車中心，其新車編號為 1~4，其中，新車 1、2 之目的地為 1 (即表示拖車最早到達之交車中心)，新車 3 之目的地為 2，新車 4 之目的地為 3，而其裝載限制，如表 3 所示。

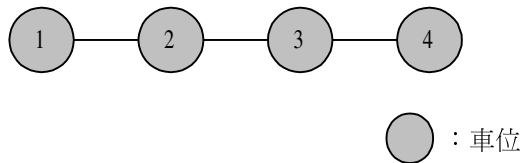


圖 8 板架型式轉為裝載網路(以四個板架為例)

表 3 簡例資料

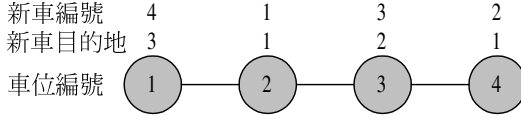
新車編號	1	2	3	4
新車目的地	1	1	2	3
裝載限制條件	1. 新車 1 僅可放置於車位 2； 2. 新車 2 僅可放置於車位 4； 3. 新車 3 可放置於車位 2、3、4； 4. 新車 4 僅可放置於車位 1、4。			

就此簡例而言，如以固定性模式求解，則其結果如圖 9a 所示，總再裝載次數為 3 次，其中，拖車抵達交車中心 1 時，有 2 次再裝載現象(圖 9a)，當拖車抵達交車中心 2 時，有 1 次再裝載現象(圖 9b)。但當拖車抵達交車中心 1 卸載新車 1、2 後，如新車 3、4 於交車中心 1 進行再裝載時，分別放置於車位 2、4，如圖 9c 所示，當拖車抵達交車中心 2 時，則已無再裝載現象出現；同樣的交車中心 2 之新車裝載規劃，如圖 9d 所示，當拖車抵達交車中心 3 時，亦無再裝載現象出現，即表示此車次之新車再裝載次數僅為 2 次。而此懲罰成本項之設定方式，如式(17)所示，當 $z_{33}^1=1$ 及 $z_{33}^2=1$ 時，表示新車 3 沒有更換車位，則不會出現懲罰成本，即 $P*(z_{32}^1*(z_{33}^2+z_{34}^2)+z_{33}^1*(z_{32}^2+z_{34}^2)+z_{34}^1*(z_{32}^2+z_{33}^2))=0$ ；但當 $z_{41}^1=1$ 、 $z_{44}^2=1$ 、以及 $z_{44}^3=1$ 時，即表示新車 4 第一次裝載放置於車位 1 (z_{41}^1)，第二次裝載與第三次裝載皆放置於車位 4 (z_{41}^2, z_{41}^3)，則會出現懲罰成本 P ，即 $P*(z_{41}^1*z_{44}^2+z_{44}^1*z_{41}^2)=P$ 及 $P*(z_{41}^2*z_{44}^3+z_{44}^2*z_{41}^3)=0$ ，但因為此懲罰成本 P 小於再裝載成本(再裝載次數)，故會使目標函數值減少，基於極小化目標函數值之原則下，模式之規劃結果將會接受 $z_{41}^1=1$ 及 $z_{44}^2=1$ 。如以圖 8 之簡例而言，為使新車於交車中心進行再裝載時，可重新選擇車位，則應將式(15)再加上懲罰成本項，並將其設為變動性模式之目標函數(式(18))。

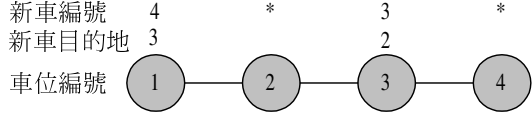
$$\begin{aligned}
 & P*((z_{32}^1*(z_{33}^2+z_{34}^2)+z_{33}^1*(z_{32}^2+z_{34}^2)+z_{34}^1*(z_{32}^2+z_{33}^2))+(z_{41}^1*z_{44}^2+z_{44}^1*z_{41}^2)) \\
 & + P*(z_{41}^2*z_{44}^3+z_{44}^2*z_{41}^3) = P*\sum_{s=2}^3 \sum_{i \neq j}^4 \sum_{l=1}^4 z_{ij}^{s-1} \left(\sum_{\substack{j'=1 \\ j' \neq j}}^4 z_{ij'}^s \right) \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\sum_{s=1}^3 \sum_{i \neq j}^8 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^8 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^8 d_{ijkl} z_{ij}^s z_{kl}^s \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^s \right) + P*\sum_{s=2}^3 \sum_{i=m' \neq j}^8 z_{ij}^{s-1} \left(\sum_{\substack{j'=1 \\ j' \neq j}}^8 z_{ij'}^s \right) \quad (18)$$

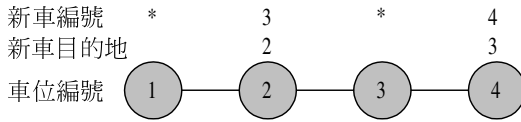
a. 由集保場配送新車到交車中心 1 之新車裝載 (目標函數未加懲罰成本項)



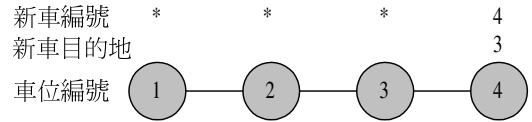
b. 由交車中心 1 配送新車到交車中心 2 之新車裝載 (目標函數未加懲罰成本項)



c. 由交車中心 1 配送新車到交車中心 2 之新車裝載 (目標函數加上懲罰成本項)



d. 由交車中心 2 配送新車到交車中心 3 之新車裝載 (目標函數加上懲罰成本項)



註：*表示此車位無裝載任何新車。

圖 9 新車裝載及其目的地示意(以四個車位板架為例)

其中，

m' ：表示將新車依其抵達交車中心的順序編號後，非交車中心 1 所需求新車之編號最小者，以表 3 之簡例資料而言， $m'=2$ ；

P ：為懲罰成本。

2. 限制式部分：有關限制式的設定，則與 3.1 節固定性模式相同，但較值得一提的是每次進行新車裝載規劃時，皆有對應的限制式。

3.3.2 數學模式

依據 3.3.1 節之構想，並設定其基本假設如下：

1. 假設板架型式唯一，即板架所提供之車位數固定，至多為八個車位或九個車位。
2. 板架上任一車位，所放置的新車進行再裝載時，其每輛新車之再裝載成本皆相同。
3. 本研究限定新車卸載後再裝載回板架時，則可重新選擇新車之裝載車位。
4. 假設車次、車型、新車數量、以及所有裝載限制皆已知。

基於上述之基本假設及構想，並以極小化再裝載次數與懲罰成本為目標，則變動性模式，可列式如下：

$$\text{Min} \sum_{s=1}^n \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m \sum_{\substack{k \neq j \\ l \neq i}} d_{ijkl} z_{ij}^s z_{kl}^s \prod_{t \in T_{jl}} \left(\sum_{q \in L_{ik}} z_{qt}^s \right) + P * \sum_{s=2}^n \sum_{i=m'+1}^m \sum_{j=1}^m z_{ij}^{s-1} \left(\sum_{\substack{j'=1 \\ j' \neq j}}^m z_{ij'}^s \right) \quad (19)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in S_i} z_{ij}^s = 1 \quad \forall i, \forall s \quad (20)$$

$$\sum_{i \in S_j} z_{ij}^s = 1 \quad \forall j, \forall s \quad (21)$$

$$z_{r_1' r_1''}^s z_{r_2' r_2''}^s = 0 \quad \forall r_1', r_2', r_1'', r_2'' \in R, \forall s \quad (22)$$

$$z_{ij}^s \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall j, \forall s \quad (23)$$

並將不同於固定性模式之決策變數與參數之設定，分別說明如下：

(1) 決策變數部分

z_{ij}^s ：拖車配送新車到第 s 處交車中心，如新車 i 放置於車位 j ，則其值為 1，否則為 0。

(2) 參數部分

m' ：表示將新車依其抵達交車中心之先後順序，由小到大加以編號後，非最早抵達交車中心所需求新車之最小編號者。如以表 3 之簡例資料而言，由於拖車最早到達交車中心 1，故非交車中心 1 所需求之新車分別為新車 3 及新車 4，而其編號最小者為新車 3，因此，就表 3 之簡例而言， $m' = 3$ ；

n ：表示該路線所服務之交車中心數；

P ：表示新車進行再裝載時，其放置之車位異於原先卸載時之車位，其應負擔的懲罰成本， $0 < P < 1$ 。

其中，式(19)為極小化再裝載次數及懲罰成本；式(20)表每次進行裝載規劃時，每輛新車僅能指派到一個車位；式(21)表每次進行裝載規劃時，每個車位僅能放置一輛新車；式(22)表每次進行裝載規劃時，兩輛新車不可相鄰併放或兩輛新車放置於板架時有相互限制；式(23)表 0-1 整數限制。

3.4 討論

本節主要依新車進行再裝載時，是否可重新選擇車位，分別構建兩個數學模式，即固定性模式與變動性模式，其中，固定性模式主要是依 Agbegha 等人^[4]之構想而建立，其主要假設新車進行再裝載時，不可重新選擇其所放置之車位(即未考慮多次裝載性)。此外，本研究另以固定性模式為基礎，並假設新車進行再裝載時，可重新選擇其所放置之車位(即考慮多次裝載性)，進而構建一變動性模式。就此兩個數學模式而言，實可視為二次指派問題之變化模式，且其板架車位數與待配送新車數量並不多(至多裝

載九輛新車)，就求解二次指派問題之經驗而言，當設施數目(即本文之新車數量)低於 15 個時，應可利用求解最佳解演算法進行解題^[5]，但由於此兩個數學模式之目標式與限制式均較傳統二次指派問題複雜，故是否可利用求解二次指派問題之最佳解演算法進行解題，仍需經求解測試後方可得知。但本研究則直接利用限制式規劃求解此兩個數學模式，其理由是限制式規劃主要是由求解限制滿足問題(constraint satisfaction problem, CSP)所演化而來，其求解方式是搜尋符合所有限制式之決策變數值，當決策變數值滿足限制式時，則此決策變數值即為一可行解^[6-8]，故搜尋可行解之過程可暫時避開目標函數(一般數學規劃多同時考量目標函數與限制式進行求解)，由於此兩個數學模式之目標函數較為複雜，但限制式則較為簡單，且決策變數均為 0-1 變數(即表示決策變數之值域不大)，以及其問題規模不大(至多考量九輛新車之裝載規劃)，故頗適合利用限制式規劃進行求解。

四、模式測試

為了解上述所構建數學模式之適用情況，本節將依實務問題之特性，設計測試題目，並分別以固定性模式與變動性模式進行求解分析。以下本節計分四小節，其中，4.1 節為測試題目之說明；4.2 節簡述限制式規劃之求解概念及求解結果；4.3 節為求解結果分析；4.4 節則討論本節之內容。

4.1 測試題目說明

由於新車裝載問題係假設板架所裝載之新車數量、車型、以及所有裝載限制條件皆已知下，針對各路線所配送之新車進行裝載規劃。就實務上而言，各配送路線所服務之交車中心數多不相同，當該車次所服務之交車中心不超過二處時，其新車裝載規劃較為簡單，故本小節之測試題皆假設此車次所服務之交車中心至少三處以上，且依其被拖車服務之順序事先編號，如該拖車服務三處交車中心，則先到達者編號為 1，再依序將交車中心編號為 2、3 等。就新車而言，亦依其到達目的地(交車中心)之順序，事先編號，如該路線所服務之第一處交車中心需求三輛新車，則將此三輛新車編為 1、2、3，而第二處交車中心需求二輛新車，則將此二輛新車編為 4、5 等。就板架而言，本小節之測試題目，除問題 6 為 Agbegha 等人^[4]之例題，其板架有七個車位外，其餘皆假設板架有八個車位，且事先將車位加以編號(圖 5a)。就上述對新車、板架、以及新車目的地之處理方式，並考量各路線可能配送不同新車數量、不同的交車中心數、以及不同的新車裝載限制條件，計有七題測試題目，其中，問題 1 ~ 4 僅有車位之裝

載限制，而問題 5~7 則再增加兩車不可相鄰併放之限制(表 4)。較值得一提的是問題 7 使用八個車位板架配送七輛新車，如前所述，此題將加入一虛擬新車 8，且無任何裝載限制。

4.2 測試結果

為便於模式測試，其參數及資料設定如下：

(1) 再裝載成本(a_{ijkl})

兩部新車間如有再裝載現象，則設定 $a_{ijkl}=1$ ，否則 $a_{ijkl}=0$ 。

(2) 新車及裝載限制資料

如表 4 之資料所示。

表 4 測試題目之資料¹

問題	新車目的地及裝載限制資料 ²								問題	新車目的地及裝載限制資料 ²											
1	新車編號		1	2	3	4	5	6	7	8	2	新車編號		1	2	3	4	5	6	7	8
	新車目的地		1	2	3	4	5	6	7	8		新車目的地		1	1	2	2	2	3	3	3
	車位編號	1	x	x	x	x	x	x	x	*		車位編號	1	x	x	*	x	x	*	*	*
		2	x	x	x	*	x	x	x	*			2	x	*	*	x	x	*	*	x
		3	*	x	x	x	x	x	x	*			3	x	x	*	*	*	*	*	x
		4	x	x	x	x	*	x	x	*			4	x	*	*	x	x	*	*	x
		5	x	*	x	x	x	x	x	*			5	x	x	*	*	*	*	*	x
		6	x	x	x	x	x	*	x	*			6	x	*	*	x	x	*	*	x
		7	x	x	*	x	x	x	x	*			7	*	x	*	*	*	*	*	*
		8	x	x	x	x	x	x	*	*			8	x	*	*	x	x	*	*	x
3	新車編號		1	2	3	4	5	6	7	8	4	新車編號		1	2	3	4	5	6	7	8
	新車目的地		1	1	2	2	2	3	3	3		新車目的地		1	1	1	2	2	2	3	3
	車位編號	1	x	x	*	x	x	*	*	*		車位編號	1	x	x	x	x	x	x	x	*
		2	x	x	*	x	x	*	*	x			2	*	*	*	*	*	x	*	*
		3	x	x	*	*	*	*	*	x			3	*	*	*	*	*	*	*	*
		4	x	*	*	x	x	*	*	x			4	*	*	*	*	*	*	*	*
		5	x	x	*	*	*	*	*	x			5	*	*	*	*	*	*	*	*
		6	x	*	*	x	x	*	*	x			6	*	*	*	*	*	*	*	*
		7	*	x	*	*	*	*	*	*			7	*	x	*	*	x	x	*	*
		8	x	*	*	x	x	*	*	x			8	*	*	*	*	*	*	*	*

表 4 測試題目之資料(續)¹

問題	新車目的地及裝載限制資料 ²									其他裝載限制 ³
5	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	1. 假設新車 2 裝載於車位 5，則新車 5 不可裝載於車位 6 及車位 8。 2. 假設新車 8 裝載於車位 1 或車位 3，則新車 5 及新車 6 不可裝載於車位 2 或車位 4。
	新車目的地	1	1	1	2	2	2	3	3	
	車位編號	1	x	x	x	x	x	x	*	
		2	*	*	*	*	*	x	*	
		3	*	*	*	*	*	*	*	
		4	*	*	*	*	*	*	*	
		5	*	*	*	*	*	*	*	
		6	*	*	*	*	*	*	*	
		7	*	x	*	*	x	x	*	
		8	*	*	*	*	*	*	*	
6	新車編號	1	2	3	4	5	6	7		1. 假如車型 2 或車型 3 之新車指派到車位 3，則車型 3 之新車不可指派到車位 4；反之，假如車型 2 或車型 3 之新車指派到車位 4，則車型 3 之新車不可指派到車位 3。 2. 假如車型 2 或車型 3 之新車指派到車位 5，則車型 3 之新車不可指派到車位 6；反之，假如車型 2 或車型 3 之新車指派到車位 6，則車型 3 之新車不可指派到車位 5。
	車型	2	3	2	1	1	1	3		
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4		
	車位編號	1	x	x	x	*	*	*	x	
		2	*	*	*	*	*	*	*	
		3	*	*	*	*	*	*	*	
		4	*	*	*	*	*	*	*	
		5	*	*	*	*	*	*	*	
		6	*	*	*	*	*	*	*	
		7	*	x	*	*	*	*	x	
7	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	1. 裝載限制，如問題 6 所示。 2. 此板架有八個車位，但僅配送七部新車，故加入一虛擬新車 8，其目的地為 0 或 5，且無任何裝載限制。
	車型	2	3	2	1	1	1	3		
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4		
	車位編號	1	x	x	x	*	*	*	x	
		2	*	*	*	*	*	*	*	
		3	*	*	*	*	*	*	*	
		4	*	*	*	*	*	*	*	
		5	*	*	*	*	*	*	*	
		6	*	*	*	*	*	*	*	
		7	*	x	*	*	*	*	x	
		8	*	*	*	*	*	*	*	

註：1. 問題 1~5 為本研究自行設計；問題 6~7 之資料(或部分資料)來源為[4]。

- 依新車到達之先後順序，分別將其目的地依序編號(由小到大)；而新車編號與車位編號之資料矩陣，表各新車之裝載限制，如其記號為*，表示此新車可放置於此車位，如記號為 x，則表示此新車不可放置於此車位。
- 表兩輛新車(或兩種車型)間之相互裝載限制條件。

表 5 測試結果(固定性模式)

問題	求解結果*								目標值(再裝載次數)	求解時間(秒)	
1	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	7	小於 0.01
	新車目的地	1	2	3	4	5	6	7	8		
	新車所放置之車位	3	5	7	2	4	6	8	1		
2	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	4	0.55
	新車目的地	1	1	2	2	2	3	3	3		
	新車所放置之車位	7	2	4	5	3	8	6	1		
3	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	5	0.11
	新車目的地	1	1	2	2	2	3	3	3		
	新車所放置之車位	7	4	2	5	3	8	6	1		
4	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	2	1.54
	新車目的地	1	1	1	2	2	2	3	3		
	新車所放置之車位	7	5	3	6	2	4	8	1		
5	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	2	0.28
	新車目的地	1	1	1	2	2	2	3	3		
	新車所放置之車位	6	4	2	8	5	3	7	1		
6	新車編號	1	2	3	4	5	6	7		2	0.77
	車型	2	3	2	1	1	1	3			
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4			
	新車所放置之車位	4	2	3	7	5	1	6			
7	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	0	1.6
	車型	2	3	2	1	1	1	3			
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4	0		
	新車所放置之車位	5	3	7	6	4	2	8	1		

*：粗黑字體為求解結果，表各新車所放置之車位編號。

依據上述測試題之資料與參數設定，配合新車裝載模式，並在個人電腦(pIII-600)利用最佳化軟體 OPL 以限制式規劃進行求解，如前所述，限制式規劃主要由限制滿足問題所演化而來，而限制滿足問題即是在變數、變數所構成的限制式、以及變數之所有可能值(稱為此問題之 domain)皆已知的情況下，求解滿足所有限制式之可行解，一般而

言，求解限制滿足問題主要分為四類，產生與測試法(generate and test)、回溯演算法(backtracking)、限制傳播演算法(constraint propagation)、以及限制傳播演算法與回溯演算法之組合^[6,8]，而本研究所利用之最佳化軟體 OPL，即組合限制傳播演算法與回溯演算法進行求解^[7]。其中，固定性模式與變動性模式之求解結果，則分別列於表 5 與表 6 之中，就其求解結果而言，此二模式皆可求得問題之正確解。其中，問題 6 設定虛擬新車之目的地為 0 時，利用固定性模式求解結果之目標值(再裝載次數)為 0，故採此一求解結果(表 5 問題 6)。

表 6 測試結果(變動性模式)

問題	求解結果 ¹										
1	新車編號	1 2 3 4 5 6 7 8							再裝載 次數	目標值	求解時間 (秒)
	新車目的地	1 2 3 4 5 6 7 8									
	第一處交車中心 ²	3 5 7 2 4 6 8 1							1	3	17.08
	第二處交車中心	5 7 2 4 6 8 3							1		
	第三處交車中心	7 2 4 6 8 3							1		
	第四處交車中心	2 4 6 8 7							0		
	第五處交車中心	4 6 8 7							0		
	第六處交車中心	6 8 7							0		
	第七處交車中心	8 7							0		
	第八處交車中心	7							0		
2	新車編號	1 2 3 4 5 6 7 8							再裝載 次數	目標值	求解時間 (秒)
	新車目的地	1 1 2 2 2 3 3 3									
	第一處交車中心	7 2 4 5 3 8 6 1							3	3	10.43
	第二處交車中心	4 5 3 8 6 7							0		
	第三處交車中心	8 6 7							0		
3	新車編號	1 2 3 4 5 6 7 8							再裝載 次數	目標值	求解時間 (秒)
	新車目的地	1 1 2 2 2 3 3 3									
	第一處交車中心	7 4 2 5 3 8 6 1							4	4	10.05
	第二處交車中心	2 5 3 8 6 7							0		
	第三處交車中心	8 6 7							0		
4	新車編號	1 2 3 4 5 6 7 8							再裝載 次數	目標值	求解時間 (秒)
	新車目的地	1 1 1 2 2 2 3 3									
	第一處交車中心	7 5 3 6 2 4 8 1							1	1	20.29
	第二處交車中心	6 2 4 8 3							0		
	第三處交車中心	8 1							0		

表 6 測試結果(變動性模式)(續)

問題	求解結果 ¹									
5	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	
	新車目的地	1	1	1	2	2	2	3	3	
	第一處交車中心	6	4	2	7	5	3	8	1	1
	第二處交車中心				8	5	3	8	6	0
	第三處交車中心						8	6		0
6	新車編號	1	2	3	4	5	6	7		
	車型	2	3	2	1	1	1	3		
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4		
	第一處交車中心	4	2	3	7	5	1	6		1
	第二處交車中心			3	7	5	4	6		0
	第三處交車中心				7	5	4	6		0
	第四處交車中心						6			0
7	新車編號	1	2	3	4	5	6	7	8	
	車型	2	3	2	1	1	1	3		
	新車目的地	1	1	2	3	3	3	4	0	
	第一處交車中心	5	3	7	6	4	2	8	1	0
	第二處交車中心			7	6	4	2	8	1	0
	第三處交車中心				6	4	2	8	1	0
	第四處交車中心						8	1		0

註：1. 粗黑字體為求解結果，表各新車所放置之車位編號。

2. 表拖車到達第 S 處交車中心時，新車於板架上所放置的車位，其中， S 為一、二、...等。

4.3 測試結果分析

就上述之求解結果(表 5 與表 6)而言，可獲致下列幾點成果，簡述如下：

1. 不論此裝載問題僅有新車與板架間之裝載限制(問題 1 ~ 問題 4)，或再增加其他裝載限制條件，如兩車不可相鄰併放等限制(問題 5 ~ 問題 7)，此二個模式皆能有效求得正確解，其中，問題 6 為 Agbegha 等人^[4]之測試題，如就本節之求解結果與其比較知，本研究利用固定性模式並配合限制式規劃進行求解之結果，與此文獻所研提之啟發法(loading algorithm)求解結果相同，且都可在極短的時間內求得正確解(表 5)。
2. 就處理車輛數少於板架車位數之問題而言，本節所設計之問題 7 則為問題 6 之延

伸，即利用八個車位板架裝載七輛車，本節則加入一虛擬新車進行求解，經由求解結果顯示，此二類模式亦可有效求解此類問題。

3. 就求解時間而言，由於問題 1 有較多的裝載限制，將使模式之決策變數較少，相對的其求解時間亦較短，但當模式之決策變數越多，則其求解時間越長，此亦顯示限制式規劃雖能有效求解非線性整數規劃，但其求解時間亦會隨決策變數增多而增加。
4. 就固定性模式與變動性模式之求解結果進行比較(表 7)知，由於固定性模式僅進行一次新車裝載規劃，而變動性模式則隨著此車次所服務交車中心之多寡，而會進行多次的新車裝載規劃，故變動性模式之決策變數與限制式將多於固定性模式，因此，變動性模式之求解時間通常會多於固定性模式，但就求解結果而言，變動性模式所求解之再裝載次數多少於或等於固定性模式所求解之再裝載次數，由此顯示變動性模式之求解結果更符合實務狀況。

表 7 固定性模式與變動性模式求解結果之比較

問題	固定性模式		變動性模式	
	再裝載次數	求解時間(秒)	再裝載次數	求解時間(秒)
1	7	小於 0.01	3	17.08
2	4	0.55	3	10.43
3	5	0.11	4	10.05
4	2	1.54	1	20.29
5	2	0.28	1	20.59
6	2	0.77	1	54.1
7	0	1.6	0	360.69

4.4 討論

本節主要是依實務問題特性，據以設計測試題目，並分別利用固定性模式與變動性模式，配合限制式規劃進行求解。經求解結果顯示，其求解績效頗佳，均可於極短的時間內獲得正確解。唯利用限制式規劃求解此二個數學模式時，由於其組合限制傳播演算法與回溯演算法進行求解，雖可暫時避開較複雜的目標函數，但仍採樹狀搜尋的觀念進行求解，故當問題規模變大時，其求解時間將隨之增加，故限制式規劃求解仍有其限制，但由於本研究之問題規模不大，故限制式規劃之求解績效頗佳。此外，就實務上應用本研究成果進行新車之裝載規劃而言，其步驟可歸納如后：

1. 事先將各新車之車型加以歸類，並整理各新車車型與板架間、各車型間之裝載限制；
2. 視各配送路線所載運新車數量多寡，再決定是否構建模式，進行求解。一般而言，當此配送路線之待運新車數量較少時，則僅依經驗法則加以判斷即可進行新車裝載規劃；
3. 依各配送路線進行新車裝載模式之構建；
4. 利用 OPL 進行求解。

五、結論及建議

經由上述對問題之探討與模式之求解分析，本文之結論可列示如下：

1. 經本研究實地訪查國內之相關汽車運送業者，其新車裝載問題之特性主要包括下列五項：
 - (1) 板架具可變性；
 - (2) 新車裝載具順序性；
 - (3) 新車與板架間具有裝載限制性；
 - (4) 新車與新車間具有交互影響性；
 - (5) 新車到達各交車中心時，可重新選擇車位，故新車之裝載具有多次裝載性。
2. 就數學模式而言，本文依考量問題特性之多寡，分別構建二個數學模式，一為固定性模式，主要考量上述之前四項問題特性。另一為變動性模式，是以固定性模式為基礎，再考量新車可多次裝載之問題特性加以建立，以使新車裝載規劃之結果，能更符合實務狀況。
3. 就求解方法與結果而言，本研究是利用限制式規劃方法加以求解，由其求解結果顯示，此限制性規劃可有效求解此新車裝載問題。

此外，本文亦歸納出下列幾點建議，於後續研究再進一步加以探討：

1. 本文僅利用二次指派問題之觀念構建相關數學模式，是否有其他更好的方式可建立此新車裝載模式，值得後續研究再加以探討。
2. 本文雖依實務狀況之問題特性設計測試題目，進行求解測試，經其求解結果顯示，其求解成效頗佳，但為使本研究成果更符合實務狀況，可於後續研究中，再進行實例研究，以供實務界之參考。
3. 由於國內汽車運送業者，多以圖 5a 或圖 5b 之板架型式進行新車之配送作業，故本文僅探討此型式之板架進行新車裝載規劃，而未來可考量國外之汽車運送業者之不同板架型式，再進行新車裝載規劃。

4. 就新車由集保場配送到交車中心之路線規劃而言，主要考量路線因素與裝載因素，理論上，應同時考量此二因素進行路線規劃，但本文則於配送路線已知下，探討新車之裝載規劃，故如何同時考量路線因素與裝載因素進行新車配送路線規劃，實值得進一步加以探討。
5. 雖本文利用限制式規劃方法求解上述兩個新車裝載模式(均為非線性 0-1 整數規劃模式)，均可有效求得正確解，但就限制式規劃之適用範圍及其於其他類型之問題(或模式)之應用，實可再加以深入探討。
6. 未來可利用本研究結果建立一新車裝載之決策支援系統，以方便實務界之應用。

參考文獻

1. 陳春益、林志鴻、陳志偉，「汽車運送業拖車路線規劃問題之探討」，中華民國運輸學會第 15 屆學術研討會，民國八十九年，頁 649-658。
2. 林志鴻、陳春益、曹以明，「汽車運送業拖車調度問題求解之研究」，中華民國第五屆運輸網路研討會，民國八十九年，頁 205-215。
3. 林志鴻、陳春益、曹以明，「汽車運送業拖車排程問題之研究」，第九屆校際運輸聯誼研討會，民國九十年，頁 101-131。
4. Agbegha, G., Ballou, R., and Mathur, K., "Optimizing Auto-carrier Loading", *Transportation Science*, Vol. 32, No. 2, 1998, pp. 174-188.
5. Cela, E., *The Quadratic Problem*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
6. Brailsford, S. C., Potts, C. N., and Smith, B. M., "Constraint Satisfaction Problem: Algorithm and Applications", *European Journal of Operational Research*, Vol. 119, 1999, pp. 557-581.
7. Lustig, I., Michel, L., and Puget, J. F., "ILOG OPL Optimization Programming Language Reference Manual", M.I.T., 1999.
8. Marriott, K. and Stuckey, P. J., "Programming with Constraints: An Introduction", M.I.T., 1998.

