海洋結構物水動力負荷探討

林 維 明

台灣省政府交通處港灣技術研究所
中華民國七十四年八月

湯　序

戰國之時，鬼谷子門人為列國將相，隋唐之際，文中子弟子佐天可汗成貞觀之治，兩先生雖遁世高隱，而其門弟子為世棟樑，余自辛丑年南來設絳帳，兩紀於茲，作育海域工程人才以百計，其間俊才輩出，斐聲國內外者不乏其人，余竊以能略似鬼谷文中為榮焉，林君維明，丁未年自成功大學水利系畢業後，即在中國石油公司從事海域探勘，台灣近海之潮浪海流，無不了然於胸，更奉派在亞洲理工學院深造，後轉中華顧問工程司任海岸工程組工程師，我國重要海域工程，多經其擘劃設計，年前受其學長港灣技術研究所所長梁乃匡博士之邀，任該所港工材料組組長，十餘年來，雖公務繁忙，仍孜孜不倦，手不釋卷，筆不停書，發表研究論文數十篇。凡研鑽學術者，多昧於實際情況，而從事工程者終漸疏其所學。林君集學術事功於一身，有弟子如此，亦足自豪矣，今值其將歷年發表之論文合訂付梓，余大悅而為之序，並望其努力不懈更上層樓焉。

乙丑處暑後二日

毘陵湯麟武序於台南

苟　序

近二十年來，在國內高等教育中，流體力學及有關課程，已有相當之推展，尤以波浪理論及海岸工程之學術研究及工程建設之發展最為顯著，已獲得國際間之重視．在這期間此方面之學術或工程論文十分豐富極具因地制宜之創造性，確應搜集加以彙編保存，供作以後查考之用．

林維明副教授，自成功大學水利系畢業後參入中油公司工作，從實地外海輸油工程及海洋工程之規劃、設計及監工細心作業中獲得豐富經驗，後以優良績效奉派往泰國亞洲理工學院研習海岸工程，與先後進入該校深造之張金機、蔡瑤堂等諸君，均學成返國投身於國家港灣工程及海岸工程研究及建設，貢獻良多，皆為傑出之青年俊彥。林君又在中原大學土木系、台灣大學造船系講授海岸工程、港灣工程、河海輸沙及海洋工程等課程。林君時時不忘苦讀研究，先後完成屬於海洋工程方面之論文計有二十篇之多，包括理論性及實用性之探討，論文深入頗具價值．今彙綴該項著作成集，供參考之用，特書此序以表敬佩之忱，並為推介．

苟淵博 謹識

民國七十四年八月於國立清華大學

應用數學研究所

梁　　序

開發利用海洋資源及研究發展外海工程技術為本港灣技術研究所成立目標之一，林維明君自成功大學水利系畢業後即進入中油公司服務達十四年從事深澳油港、沙崙外海卸油浮筒及海底管綫工程規劃設計與施工，並參與海域基樁設計與施工實務、海底管綫設計與施工實務研究、海洋溫差發電及進口液化天然氣技術初步研究，然後進入中華顧問工程司服務達三年參與大鵬灣建港觀測資料研判及模型試驗評估，興達液化天然氣港新建工程規劃及設計，海域平台研究。民69年2月我曾推薦林君至台灣大學造船系講授海洋工程，民國73年12月進入本研究所服務擔任港工材料組組長，林君將多年來在海洋工程之心得彙集成一專刊，具有相當參考價值，特為之序。

梁　乃　匡　謹識

七十四年八月二十日

自　　序

當我在成功大學求學期間，大二時曾請湯麟武教授推薦到台糖公司雲林海埔新生地墾殖處實習，開始對海洋工程發生興趣。畢業後進入中油公司幸運地參與深澳油港，沙崙外海卸油浮筒及42英吋海底油管工程，期間曾奉派至日本新日本製鐵株式會社研習海洋工程及潮汐、潮流預報；泰國亞洲理工學院研習海岸工程，並調企劃處從事替代能源及海域平台研究工作，然後進入中華顧問工程司參與設計實務，現在港灣技術研究所負責推動港工材料之研究工作。我一直抱著盡心盡力在工作崗位上發揮潛力與學習之工作態度，順利完成上級交付之任務。

深澳油港施工期間，鋼板樁遭颱風所毀，打樁船亦沉沒；沙崙第一條海底管拖至最後一節時，亦遭颱風襲擊，使整條管線斷毀，第二條施工期間，數管船錨碇發生很大的困難。而最近興建中之中油興達液化天然氣港，施工期間沉箱亦受颱風損毀，諸如此類之海洋工程慘痛失敗經驗，使我們深深體認波浪對海洋工程之威脅性。

我常利用公餘整理工程新知及心得報告發表於國內外學術性刊物並曾獲中國水利工程師學會年會論文獎、中山學術基金會學術著作獎及中國工程師學會優秀青年工程師等獎勵，且能有機會在台大及中原兼任教職，受台中港工程局委託推算某港季節風（民59年），兼任榮工處台中港施工處顧問（民63～64）參與建港工程浚填迴淤研究計劃，兼任台灣技術服務社技術顧問工程師（民69～70）參與軍方基地輸油計劃規劃及設計工作，兼任中國石油學會研究員（民69～71.）參與海域油氣生產及輸送及海域基樁工程實務研究。這些在職培訓，優良之工作環境與機會中，各位師友長官、同學同事所給與之協助、鼓勵、與工作態度之感召，鞭策我必須更加努力工作。

本論文專刊為筆者多年來利用公餘研讀心得，希望對從事海洋工程業者有參考價值，尚祈各位先進不吝指正。

必須感謝吾師湯麟武及苟淵博教授及本所梁所長能為我提出序言。

林　維　明　　謹　識

中華民國七十四年八月二十日

海洋結構物水動力負荷探討

目　　錄

論文題目	原出版處所	出版年月	頁數
1. 海域結構物形態之設計	土木水利 8 卷 4 期	71. 2	1—1-10
2. 波力及海流力之最新發展趨勢	工程 56. 卷 10. 期	72. 10	2—1-14
3. 流體負荷近似解法—概率與決定性分析	工程 55. 卷 1. 期	71. 1	3—1-21
4. 海洋結構物之波浪負荷評估	台灣水利 30. 卷 1. 期	71. 3	4—1-42
5. 管樁結構物受波力作用之檢討	台灣水利 28 卷 3 期	69. 9	5—1-27
6. 巨型海洋結構物波力探討	台灣水利 29. 卷 4. 期	70. 12	6—1-15
7. 不規則波之統計理論及解析	台灣水利 29. 卷 1. 期	70. 3	7—1-26
8. 海洋結構物動力分析所需物理參數之決定	工程 55. 卷 11.—12 期	71.11-12	8—1-35
9. 海洋結構物動力負荷及反應基本特性	工程 55. 卷 8. 期	71. 8	9—1-32
10. 水流引起振盪現象之探討	台灣水利 30. 卷 2. 期	71. 6	10—1-24
11. 海中浮筒結構物動力分析	台灣水利 30. 卷 3. 期	71. 9	11—1-19
12. 深海浮體結構物繫纜技術	工程 55. 卷 3. 期	71. 3	12—1-15
13. 海中纜索之靜力分析	土木水利 8. 卷 1. 期	70. 5	13—1-13
14. 海底管線受波浪作用之研究	土木水利 7. 卷 4. 期	70.2	14—1-14
15. 海底管線穩定性分析	工程 54. 卷 7. 期	70. 7	15—1-13
16. 有關海底管設計經驗及水動力係數需求之探討	工程 56. 卷 9. 期	72. 9	16—1-19
17. OTEC 冷水管因受渦散作用而發生振盪現象之解析	台灣水利 31. 卷 2. 期	72. 6	17—1-35
18. 圓柱體及纜索受渦流所引起之振動現象及防制	台灣水利 30. 卷 4. 期	71.12	18—1-13
19. 外海結構物承受風、浪及海流作用之探討	工程 54. 卷 9.—10. 期	70.9-10	19—1-27
20. 海域基樁受海浪冲刷現象之研究	第二屆國際水理研究會	69. 5	20—1-15

摘　要

海洋結構物常年置於海洋中，破壞之風險性甚大，由於水動力為主要負荷，基於工程需求須兼顧安全，經濟與實用，故需探討水動力負荷。本研究專刊為彙集筆者近年來曾在工程月刊、土木水利及台灣水利季刊和國際水理研究會發表之論文20篇，主要介紹海洋管狀結構物水動力負荷，希望對從事海洋工程設計及研究者有參考價值，由於海洋工程技術日新月異，筆者對此方面研究具有相當濃厚興趣，希望有志者共同勉勵，茲介紹各篇摘要如下：

1.「海域結構物型態之設計」一文概述鋼套式及混凝土重力式兩種結構物之基本特性、適用性及如何抉擇最佳結構型態。

2.「波力及海流之最新發展趨勢」一文扼要敘述近年來研究海流及波浪力之物理現象及其成果之應用性。

3.「流體負荷近似解法」一文敘述處理暴風浪負荷兩種方法：利用機率近似決定性法。

4.「海洋結構物之波浪負荷評估」一文評論海浪預報與實測之解析方法：設計波、波浪能譜與波力分析程序，並列舉範例說明「設計波」之波力計算方法。

5.「管樁結構物受波力作用之檢討」一文在檢討現有處理不同管徑及放置形態下之波力公式適用性，討論各種波浪理論之準確性及如何選擇曳力及質量力係數。

6.「巨型海洋結構物波力探討」一文討論重力式平台之海洋結構物波力分析。

7.「不規則波之統計理論及解析」一文檢討有關頻率波譜、波高或週期分佈、波形極大值分佈及波群分析。

8.「海洋結構物動力分析所需物理參數之決定」一文介紹海洋結構物承受動力負荷下加質量、勁度及阻尼係數之決定。

9.「海洋結構物動力負荷及反應基本特性」列舉範例討論利用波譜法分析結構物承受之動力及其所產生之動力反應。

10.「水流引起振盪現象之探討討」一文討論海中結構物因渦流所引起之振盪現象之臨界條件並列舉範例說明。

11.「海中浮筒結構物動力分析」為利用範例討論一圓柱形浮筒結構物之起伏、俯仰與橫搖三種運動，考慮自由浮體及繫纜栓繫兩種結構形態下，預測其在各種海況下之動力反應，及得出最佳之繫纜系統配置。

12.「深海浮體結構物繫纜技術」一文扼要介紹繫纜系統、設備、環境條件、運動軌跡及受力分析。

13.「海中纜索之靜力分析」一文為應用反覆修正初值法解析在穩定之流況下，海中無伸縮性纜索，得出其幾何形態及應力分佈特性，可延伸應用於非均勻流況，且能確保估算值之收斂性。

14.「海底管線受波浪作用之研究」一文為檢討各種海底管線配置下，波力運動機構，Morision 波力公式之適用性及上揚力分析，並對水動力（曳力、內力及上揚力）係數之決定作一討論，且列舉範例說明各種復現期情況下，「設計波高」之決定法。

15.「海底管線穩定性分析」一文扼要介紹海床穩定性及地質調查、海底管線承受水動力及土壤壓力分析及管線設計之可靠性分析。

16.「有關海底管設計經驗及水動力係數需求之探討」一文為蒐集國外海底管設計之工程經驗評估其在冷水管設計之應用性，可提供設計根據，以便準確地預報水動力負荷，然而因冷水管巨大故其周界流況亦大，因此在此種超臨界流況下，目前可供應用之水動力係數不多，故本文蒐集過去學者在此方面之研究文獻評估其適用性。

17.「海洋溫差發電廠因渦散作用而發生振盪現象之解析」一文為蒐集近年來有關結構物承受渦流而發生振盪現象之研究成果，且考慮其在海洋溫差發電廠冷水管上之應用，文中特別強調設計程序及水動力係數之適用性並定義與冷水管振盪相關之結構物反應參數，並列舉實例說明。

18.「圓柱體及纜索受渦流所引起之振動現象及防制」一文扼要描述圓柱形結構物或纜索在海洋環境中，因渦流所引起之振動現象，並蒐集各種渦流防制裝置資料深入探討其應用性。

19.「外海結構物承受風、浪及海流作用之探討」一文扼要介紹有關海洋結構物承受風浪及海流等環境因素已經成熟之數學模式以供應用，並提出實例檢討。

20.「海域基樁受波浪作用發生冲刷現象之研究」一文，乃就試驗室了解海域基樁冲刷之運動機構，同時由理論與試驗結果比較發現在淺海及長波情況下，較易冲刷，且大管徑較小管徑之海洋結構物更易受冲刷。

海域結構物形態之設計

林　維　明*

一、前　　言

海洋空間比陸地大兩倍以上，且蘊藏著無限之資源，早期僅作運輸、捕魚或廢物淨化所，如今工商業迅速發展，生活水準提高，對各種資源需求量日增，爲補陸上資源之不足，各先進國家乃積極加速開發海洋，其利用之範圍亦擴大，諸如下列各項：

(1)材料運輸

自古海洋爲各國文化交流必經之地，許多工業產品及原料利用海運比空運更便宜及較重量多，爲使海運船隻碇泊安全及貨物裝卸，人員上下便利必須建造港灣，同時爲求運輸經濟及需求迅速及量大，故噸位日增，而一般港灣水深不足及面積小，大型船隻入港不便，因此乃發展外海船席設備，可順利地完成裝卸任務。

(2)資源生產地

海洋蘊藏著豐富之生物，石油、天然氣及各種有用之礦物，同時可利用其流體運動例如波浪、潮汐、洋流發電，亦可用海面及海底之溫度差發電，利用鹽度及密度差及海洋生質能產生沼氣發電，海洋生物資源自古即有，但產量不豐，如今科學家研究發展海中牧場及養殖業，而對人類貢獻最大者爲海域石油氣之探勘，至本（70）年二月底爲止世界上共有 98 個國家展開鉆探工作，而已有 37 個國家已開始生產，此種數量一直在增加中，同時對於海洋能源之利用、海底及海洋所含礦物之探採、海底探砂石、製鹽、海水淡化等均積極展開，故海洋爲大量資源之生產地。

(3)空間利用

港埠建設促使其都市之發展，而許多危險品在港內裝卸及貯存，使大家關切到安全性問題，因此許多飛機場、輸油站、核能發電廠等均遠離市區，散佈於人煙稀少之海岸或往外海發展，由於海洋具有廣大之空間且較安全，故現在已在海上之空間利用例如海底倉庫、油槽或工廠、外海浮體式工廠或發電廠，海上都市、研究觀測塔、餐廳、觀光塔、海上架橋、海底隧道、多目標人工島等一直繼續發展中。

(4)污水淨化所

工廠排棄廢物、廢水、油污染、塑膠、垃圾、放射能、紙漿、渣滓，各種含金屬之廢水及農藥排放至海洋，必須防治，以免人們捕食海洋生物而造成危害。

(5)海洋研究

欲使海洋結構物安全、經濟、實用必須設置海洋觀測站進行海洋環境調查，研究海洋工程技術開發之可行性。

由於人類在海洋之活動空間已漸往深海發展，爲提供在海洋中有一舒適之生活空間，能順利地完成各種特殊海洋開發任務，必須建造海域結構物。

海域結構物大體上可分爲兩大類，即固定式與漂浮式，前者以打樁方式或著地式，將結構物固定於海床上，由土壤承受支撐力，而後者爲利用繫纜系統連接漂浮於海洋中之浮體結構與固定於海床上之錨碇系統，使浮體平臺結構作有限度之運動。

海域石油氣探勘之成功，促進海洋工業之迅速發展，今後將有大量之結構物在海中建造執行各項功能，但至目前爲止，在海洋工程之投資量仍以石油氣開發有關者佔絕大多數，故本文主要介紹各種海域結構物形態及選擇之控制因素，尤其探討鋼鐵和混凝土兩種施工材料之鋼套式和重力式結構物之基本特性、施工技術作一概要性之介紹，以供設計之參考。

二、海洋工程之施工材料

海洋固定式結構物因終年置於海中承受風、波浪、海流、地震、海水溫度、土壤等負荷，因此結構物可能破壞之原因如下：

①結構體承受本身無法抗拒之應力、應變及能量之衝擊。

②結構體自然頻率與環境力之運動頻率相符產生共振。

③結構體局部受腐蝕、溫差變化、材料受傷。

④結構體受環境力週期性運動，材料發生疲勞產生裂痕。

材料之選擇，需注意其物理與化學性能可抗拒外力、腐蝕、疲勞、衝擊之能力，同時必須考慮易於構建，材料易於取得，施工費低廉，維護容易及耐久性，另外尚需考慮操作上之問題，例如需作貯存用否？或小意外會造成大災難嗎？常用之材料爲鋼鐵及混凝土兩大類。由於鋼材強度大，可利用焊接技術易於施工及維護，可製成各類標準尺寸及斷面再予構建在施工上較輕便，可在製鋼廠嚴格控制

* 中油公司企劃處專案工程師

材質，達到符合使用要求條件等各種優點，因此鋼結構使用量相當多。而混凝土壓縮强度大，易於取得，可作成任意形狀，不易腐蝕及熱脹冷縮費用便宜等優點，故海中混凝土結構物亦不少。

三、一般海域平台之形態

常見之海域石油氣探勘與生產平台大致如下：

㈠鋼套式結構物

此種結構使用數量最多，其誕生應追溯至一九二〇年初期，美國標準石油公司在委內瑞拉之馬拉開布湖 (Marakybo Lake)及一九四七年在墨西哥灣之外海鉆探及生產需用開始，至今已有三十年以上之歷史，由於海洋結構物，甲板面積受限，承載量亦有限，故爲求安全有兩種型態出現：

1.附有補給船之平台：

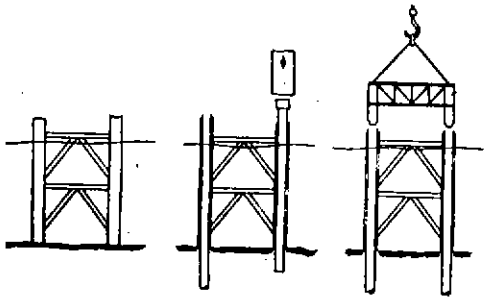
除井架或生產設備等必要設施外，鉆井或生產備用品及人員住宿均在補給船上，惡劣天候下，補給船可先撤退。

2.自備鉆井及生產平台

平台之甲板面積雖較大，但仍需詳盡規劃佈置，使能够以最小之空間及承載力作最有效之利用亦可分爲下列三小類，即鋼套式、單柱型及三或四脚柱型，分述如下：

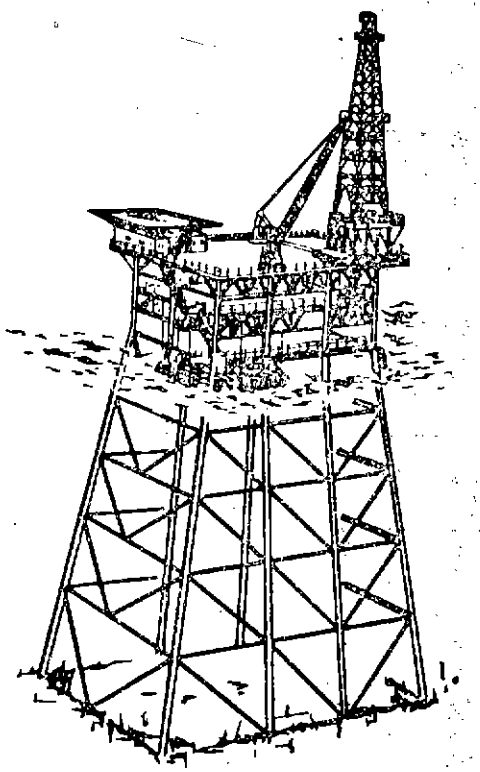
⑴鋼套式

在港內或岸邊有掩避之水域中可直接打樁，施工較易克服，但在外海由於波浪運動激烈，爲使打樁工作順利完成，需以鋼套當作模板，其施工順序如圖一所示，鋼套置於定位，管樁穿過鋼套之支腿



圖一　鋼套式平臺安裝順序

，利用船上之打樁設備進行海上打樁作業，可較順利地打到預定之貫入深度，而在鋼套上之管樁再行切割與鋼套焊接，然後預鑄之甲板再穿於管樁上，然後在現場焊接，代表性之八支腿鋼套式結構物如圖二所示。此類結構物使用最廣。一般設計均使鋼套之主柱插入海床 3～4 公尺，並使其頂端能高出海面 1 公尺以上，插入海床原因爲防萬一結構物附近海床泥沙被海流冲刷形成凹坑，力求不使鋼樁露出海床而直接承受管架重量，而高出海面乃爲便利打樁，打樁完成後，鋼套主柱頂端須與樁焊接在一起，固定好之鋼套上再安裝工作平台及必要設施開始



圖二　鋼套式平臺

作業。

主柱長度必須充足以防水深或地質調查不正確而發生整個鋼套沉於海中，主柱之直徑依本身鋼材强度及所需通過之鋼樁直徑而定，主柱內徑與鋼樁外徑至少有 5～10 公分之間隙以防打樁作業卡塞於主柱內，打樁完成後，有時需在樁與套架主柱間灌漿以求穩固，另外露出海面經常遭受海浪、潮汐潑濺區必須使用耐冲及防蝕之高級鋼板補强，鋼樁直接承受甲板上設備之負荷及各種外力，故需有足够之支撐力。通過鋼套主柱，與鋼樁焊接或安裝之甲板型結構物通常設有主甲板及窖井甲板，主甲板如同船隻上甲板裝有各類鉆井設備所使用之鋼材較堅固，窖井甲板一般在主甲板下四公尺，主要目的爲井口防噴裝置之組立場所，有時工作人員起居室亦設於此，因近井口需雙層門戶以防噪音，提高室內空氣壓力以防火災並需考慮防爆對策。

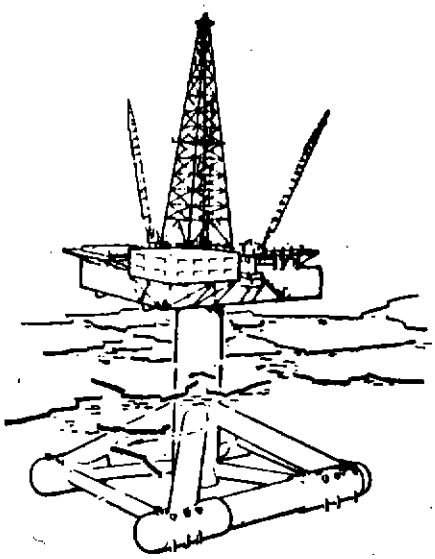
現世界上已完成最大鋼架式例如美國 shell 石油公司在墨西哥灣水深 104 公尺所安裝者可鉆鑿十八口井，重達 2,650 公噸，自柱底至井架頂高達 168 公尺，主脚柱直徑 1.34 公尺，樁基直徑爲 1.22 公尺。

小型套架式結構施工方法很簡單，在岸邊造船廠預鑄，滑上一平頂之駁船，拖運至現場利用吊樁船上之吊舉設備吊至直立位置，然後下沉至海床定位。

而現在海域石油探勘一直往深海發展，結構物若太重可能超過現有吊舉設備之能力。因此有兩大施工上困難存在(1)安裝問題：結構物重量超出現有駁船裝載，下水能力則改由套架本身利用壓艙及漂浮程序自行完成吊舉及下沈工作，有時藉用吊槓船協助，(2)基礎負荷量增加問題：無法僅賴支柱內打樁能支撐負荷，可在支柱周界打樁束或結構物周界打邊樁 (skirt pile) 以提高其安全性。

(2)單柱型

最有名之單脚組工作台是 1966 年在阿拉斯加之克若灣內者。該平台（圖三）露於攝氏零下 39°，潮流流速 6～8 節，平均波高 7.6 公尺，潮差 9.1 公尺，流冰厚 1 公尺之條件下，該地水深 20 公尺，通過此單脚柱內可鑽鑿 32 個井孔，此結構爲鋼管焊接而成，底部通常有兩支巨大底樑與海床接觸。底樑上並焊接平材及斜材支撐單脚柱使其直立。底樑兩端直徑爲 7.2 公尺，中間部份爲 6.1

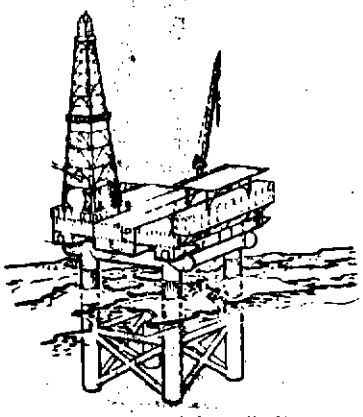


圖三　單脚組工作臺

公尺，長 53.5 公尺，兩底樑間隔 44 公尺由直徑 2.1 公尺水平管連接；同時使用直徑91.5公分之鋼樁將其固定於海床上，單脚柱直徑 8.7 公尺，管壁厚50.8公厘可支撐 33×33m² 之工作台，此工作台可住 50 人，使用低溫鋼材；最大可耐溫程度爲－61°C，在－39°C 情況下衝擊能量爲 3.5 kg. m 最小屈服值爲 42～31.5 kg/mm² 在工作台上裝有五千公尺級鑽機一套，完井時重量爲四千公噸，同時鑽井設備重約一千公噸，此工作台距平均海水面高 16.8 公尺。

(3)三至四脚柱型

四脚柱型工作台 (Tetra pole unit) 在世界各地均有採用，然而在墨西哥灣及阿拉斯加之克苦灣使用最多，一般使用於深水海域，例如阿拉斯加之此類平台（圖四）設計水深38公尺，工作台

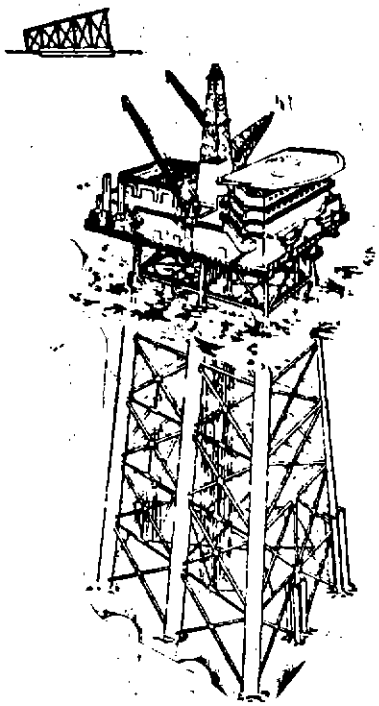


圖四　四脚組工作臺

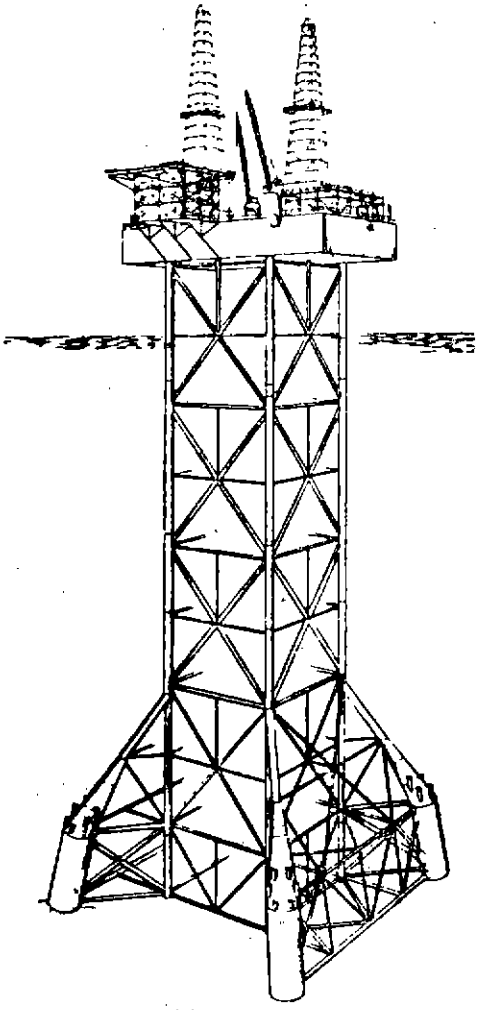
36.5×36.5 m²，自重 6,500 公噸，裝載鑽井設備六千公尺級鑽機兩套重約 1,100 公噸，每支主柱可鑽12口井，四支共 48 口井，可住 60 人，主柱直徑 5.18 公尺，長 51.8 公尺，可作儲油補助用。

(二)塔式結構物

此爲鋼套式在深海施工之延伸，本結構物（圖五）不僅使用樁束及翠樁，且甲板設計亦由塔架本身支撐，由於其重量及體積大，一般均用自浮式，



圖五　塔式結構物
(a)自浮式



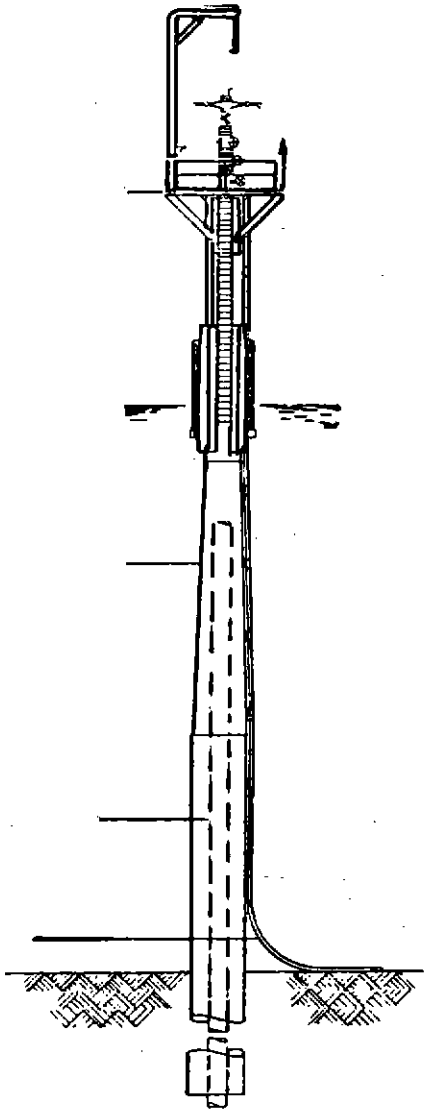
(b)漂浮汽缸式

例如增大主柱直徑有時被稱爲混合式平台已在北海 Brent 及 Thistle 油田安裝，或利用漂浮汽缸，例如 Forties 所使用者，雖可減少結構之波浪負荷但安裝作業較困難。

北海已裝此類結構物於水深超過 160 公尺海域，結構物使用鋼料，重達四萬噸。本結構物一直往深海發展例如 Exxon 油公司於 1976 年在美國南加州外海 260 公尺深安裝一套，而 Shell 油公司亦在 1978 年於美國 Louisiana 外海 312 公尺深 Cognac 油田安裝此類塔式結構物。

㈢沉箱平台

並非所有外海設施均爲巨型結構，許多油氣田產量不大者所需甲板負載不大，其次像試井燃燒或其他設備安裝需要在海面上有一小且相當穩定之平台，一種傳統性而不昂貴之觀念爲沉箱式平台，此包括單一漸細管樁打入泥線下相當深度，可能發展爲懸臂作用，此種形態已在水深60公尺下使用（圖六）



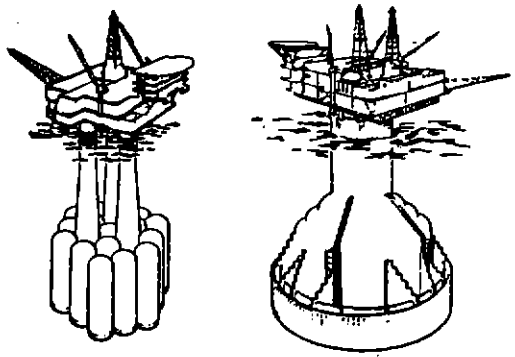
圖六 沉箱式結構物

㈣混凝土動式平台

此種設計一般含有一巨大之空室之基礎由數根支腿支撐上部之鋼架平台如圖七所示，此類結構物首度於 1973 年在北海 Ekofisk 油田啓用，其目的在解決鋼套結構物工作台之水深限制及建造費高昂，由於深海管線敷設困難，而近年來鋼鐵價格高漲，故利用混凝土結構本身重力置於海床上相當穩固，並可利用混凝土結構中空部份可在生產時充當儲油設備，且造價較廉爲其優點， 1975 年在北海 Bryl 油田施工， 1978 年重達 60 萬噸之結構在北海 Ninian 油田安裝 ，此類結構現已受大衆喜愛。

㈤鋼套與重力混合式平台

鋼套式與混凝土重力式兩者配合使用之混合式



圖七　混凝土重力式結構物

平台型式，鋼纖可增强混凝土之張力强度，使其更加强韌，受混凝土固結之鋼纖，材料厚度可較薄可減少焊接工作，易於施工及檢查，因此本類結構更能發揮兩者之優點，大致之設計情形爲上部結構爲鋼架，而下部爲巨大混凝土重力支持。圖八爲在 Wigaria 外海之 Loanga 油田之安裝結構物係利用十支管樁而三個混凝土平台之聯合型式。

(六)順柔性結構物

所有固定式結構物承受負荷將變形，而順柔性可隨環境力而運動，故環境負荷影響可減輕，類似於一錨泊之船隻安然度過大風浪一樣，順柔性結構之約束力大則偏移量可減少、北海之第一套原油生產爲利用順柔性平台，爲半沉式鑽井船改裝形永久繫於 Argyli 油田，本結構物爲燃燒塔，單點繫纜、鑽探及生產使用目的例如索撐塔式（Guyed tower），關節塔式（Articulated tower)及張力脚平台(Tension leg platform)(圖十）等新構想之發展，此種新式平台建造費高昂，甚多在使用時可能發生之困難尚待克服，故目前僅止於理論或設計而已。

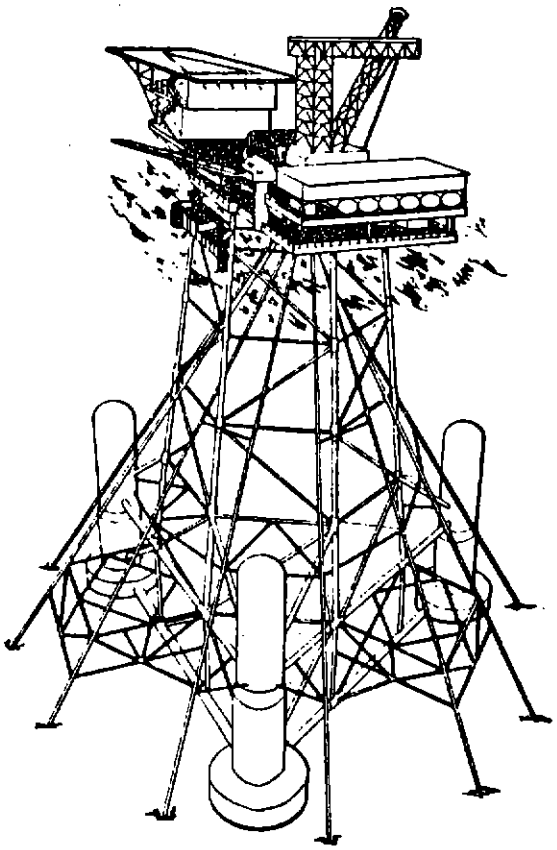
四、選擇結構物形態之控制因素

一海洋結構物以實用、經濟及安全可靠爲要求條件。在選擇最佳之外海結構物材料形態，必須考慮許多因素，較明顯者，一個經驗豐富之海岸工程師必須考慮下列各項：

(1)投資費用
(2)資金回收
(3)維護費
(4)交付能力
(5)極端環境負荷及海床土壤條件
(6)可用之施工技術及勞工。
(7)材料可用性

爲求外海惡劣環境條件下，工程能順利完成則除上述各項外，更應注意下列諸項：

(1)運送能力（海運或空運）
(2)外海天候（施工期間內）
(3)可用天作天數之持續性



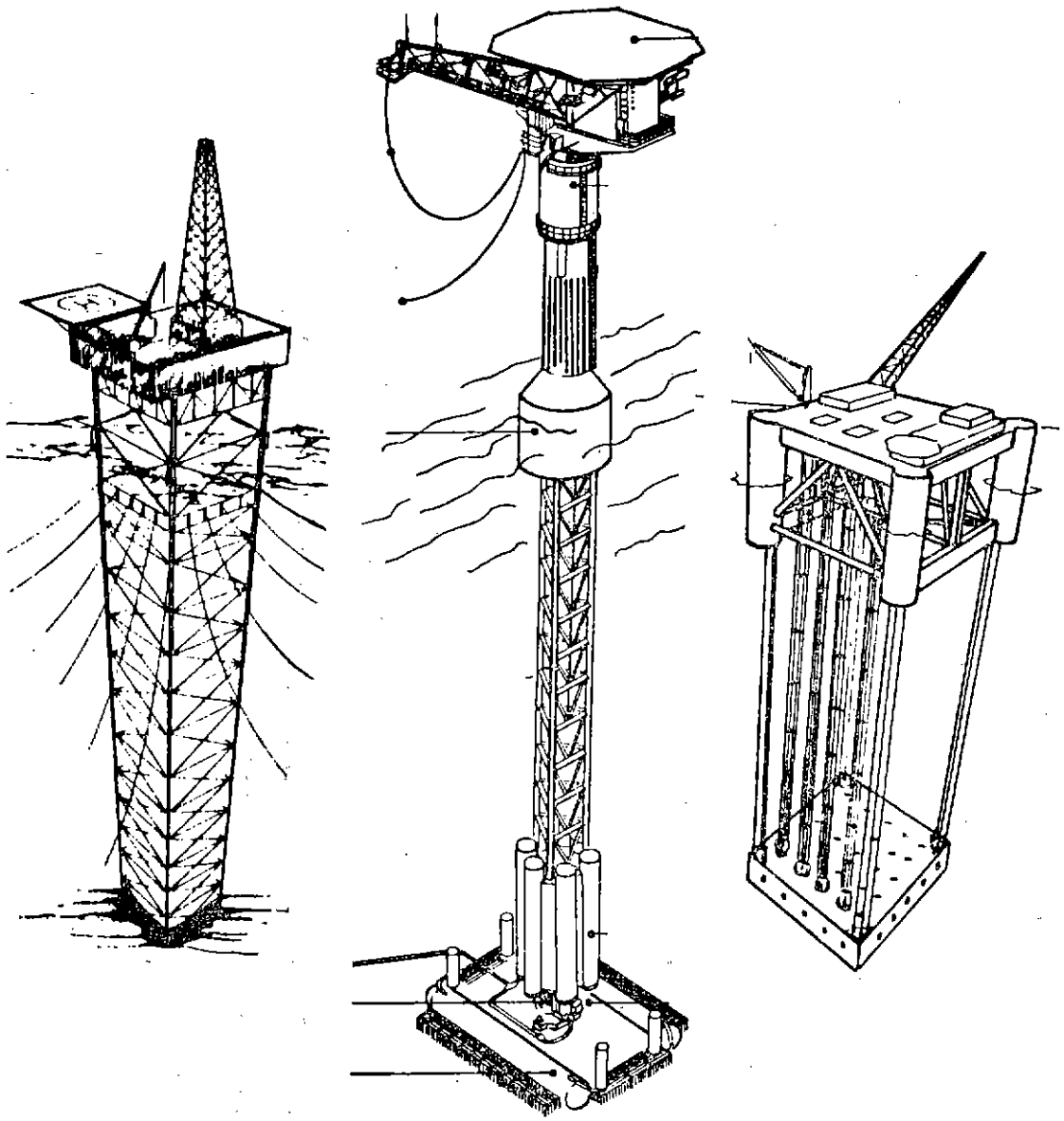
圖八　鋼架與重力混合式平臺

(4)外海工廠或施工設備（例如吊桿船）之可用性。

(5)安全與可靠性。

一般海域石油開發費用高、風險大、維護困難，故須依蘊藏量及試油氣資料擬定整個海域油氣田生產供應能力，鑽井井數及井距、油氣處理、煉製設備、儲運設備之容量以及投資額及還本年限等。海域石油開發最大費用在工作台之建造與鑽井費用、工作台之建造費用隨水深而增加，故應依海域油氣田生產井數，產率及生產年限找出最經濟價值開發之工作台建造條件。

廠商具有交付能力否？是否有足够設備可供建造或拖運。材料之可用性與廠商之交付能力爲選擇之先決條件例如可能交貨時間拖得相當長或無能力供應，則對整個工程進行影響甚大。例如混凝土需用某礦物成份，而施工地點沒有，必須外購，或攪拌所需用之淡水取得不易等情況將使混凝土重力式結構施工上發生困難，若施工地點無製鋼廠及合格之造船廠，則鋼料必須進口，將使鋼結構昂貴及無法控制工期，欲使混凝土結構達到高强度及耐用之施工技術可能比鋼結構構建所需之精密技術較容易，而勞工易於雇得，而且工資亦較便宜。考慮到經濟，必須考慮相對之材料費用及將來之維護費，有

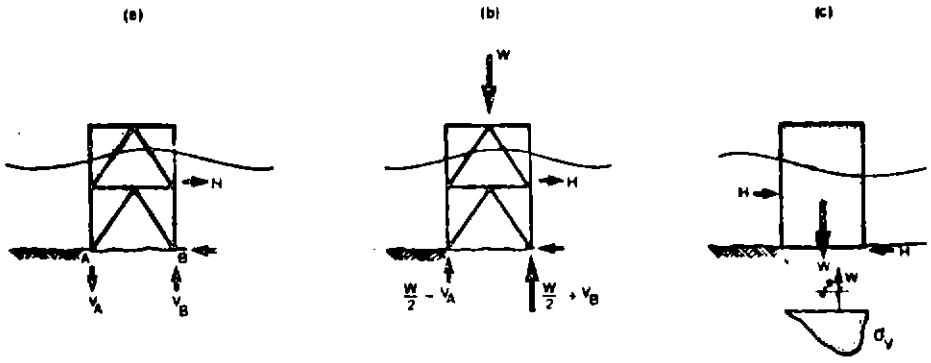


(a)索撐塔式　　(b)關節塔式　　(c)張力脚平臺

圖九　順柔性結構物

時這些因素可決定結構物之形態。

極端環境負荷包括水深、潮汐、波浪、風力、海流、海水與大氣溫度、海水鹽份對材料之腐蝕性、地震等，筆者曾在工程月刊討論過有關外海結構物承受風、波浪及海流之作用現象[1]故本文不贅述，由於固定結構物固定於海床，直持由海床支撐，故海底土壤之調查與分析工作相當重要，若調查資料不足或判斷錯誤可能導致極大之損失，例如北海安裝一平台，預定打樁深度爲 200 呎，但打至 100 呎卽無法繼續，進退兩難，現仍留於北海中，無法達成任務。混凝土重力式與鋼架式結構型態選擇之基本判斷條件仍在於土壤條件，如圖十所示爲一外海結構物相當簡單之概圖，流力負荷使得在土壤中之樁上承受負荷及力矩，圖 10 a 中爲兩點支持之鋼架結構、兩支柱具有垂直方向之推力與拉力分力以與水平流力所產生之力矩產生平衡。爲減少上舉力可能造成結構物傾覆則需如圖 10 b 中加上垂直方向之負荷以求克服、此爲重力式結構之基本觀念，最實際方法爲利用結構物本身之自重以減少上舉力所造成之傾覆問題。通常利用混凝土重力式結構如



圖十　鋼架及重力式結構

圖 10c 所示，圖 10b 爲不連續性基礎架構式重力式結構物，而圖 10c 爲連續性基礎重力式結構。

結構物之基礎穩定性相當重要，考慮之臨界因素包括海床土壤性質，結構物基座負荷及所產生之應力、應變等，土壤性質爲主要之技術因素，可由土壤力學理論判斷是否可使用重力式結構，初步分類說明如下：

(1)非常軟土——黏土，假定非擾動土樣之不排水剪力强度(C)值不大於每平方呎六佰磅，砂內之摩擦角(ϕ)爲 0，假定軟土厝不太厚，則可用打樁方法（例如 Forties 油田），除非使用深鑽進法或打相當深之梁樁與連續性浮着則不能利用重力式方法施工，兩種形態之結構設計均需詳細考慮。

(2)非常硬之海床——粗糙或堅固者。打樁或重力式均可，但兩者之施工費均高昂。

(3)硬度均勻的情況：重力式最理想，打樁亦可，但需土壤鑽探且結構物施工費可能相當昂貴。

(4)中度——砂與黏土混合之土壤，兩種結構形態均可。

由以上相當簡單之判別方法看來，在技術上之選擇範圍相當狹窄。事實上最後兩種土壤形態爲海床上最常見者，若不考慮兩種結構形態之施工費用及使用之不同技術，則兩種結構均可採用。主要判斷在經濟、施工難易度及安全性。

五、鋼架與混凝土結構物基本特性

(一)鋼架結構物

考慮選用鋼套結構物必須注意該地點之基礎是否需用或可應用打樁施工，是否造船廠有構建及在海上施工之能力；樁基結構物須有足够之支撐力抗拒外在負荷，管樁之管徑愈大，管壁愈厚則愈堅硬，但施工及製作將相對地更困難，故在原則上管樁軸向負荷降至適合於打樁之能力範圍以內，因此爲求抗拒外在負荷必須多打數根樁、樁距視外力條件及所需提供之甲板面積而定，爲減少波浪及海流之負荷則需用空間架構（或鋼套），在此鋼套中每一節點均有六個自由度即三個軸向位移及旋轉自由度。

由於波浪之運動方向爲多向性，故對稱圓柱結構體似乎爲最佳條件，主因爲其他形狀之結構物波力估算不易，因此可採用鋼材筒狀結構在岸上構建後再運輸至現場安裝，故結構物重量影響到施工能力問題。其次打樁作業均需導引架，若使用筒狀架構之支腿當作模板則可依附施工，鋼套結構物已有豐碩之施工經驗，例如筒狀材料接合及金屬電焊技術一直在繼續發展中，尤其自動電焊與水中電焊技術之突破解決了不少施工上之困難。在淺海水域施工可利用器材補給船，吊桿船及升降或平臺作運輸、搬運及安裝之工作此方面技術已有三十年經驗，而設計一直在精益求精，有許多研究致力於結構物之脆性破壞及金屬疲勞上，設計者可以具有相當地信心來滿足使用者之需要。

(二)重力式結構物

重力式結構物具有由本身重量抗拒傾覆及滑行之能力，因此必須充分了解土壤特性，所了解海床地層深度至少與基礎直徑相同，爲了解土壤之剖向變化至少有五個以上之鑽孔，深入取樣及作土壤試驗。主要控制設計之土壤因素爲：

①水平方向之剪力及承載能力。

②在井口開採前之最初沉陷量及完井後長期沉陷量。

③振盪負荷之影響，亦即可能之液化現象。

④土壤冲刷現象。

因素①中之水平剪力可直接處理、承載力只要了解負荷之分佈範圍亦易於處理，例如可能所有負荷集中於平臺周界或在平臺之中心或者海床爲崎嶇不平時現象，需考慮土壤與結構物互制現象。

因素②尚無法得到合理之成果，在巨大負荷範圍內之沉陷機構有待努力使沉陷量可正確地預報、依鑽井及油漿前數月期間之最初沉陷量限制承載壓力。

因素③必須經常校核，但不常發生，排水系統需良好。

因素④爲一難以處理之問題詳述如下：

一巨大海中結構物受海流（單向流）及波浪（振盪流）之運動，基脚周界之海床上泥砂發生運動而造成冲刷現象、影響其穩定，致受崩潰，其運動機構至今未明，尚無預報冲刷坑深度、範圍、歷時之方法發展出現。一般均應用模型試驗探討各種冲刷參數與冲刷坑之關係了解冲刷之原因、過程及現象，但若嚴格地遵守幾何相似原理，原體中之砂粒在模型中可能變爲粉末，原來泥沙冲刷之運動決定於砂粒之物理性質，但在模型中之粘末尚牽涉至化學性能，換言之粉末在運動時，因膠結作用，其有效粒徑比實驗粒徑爲巨，而在沉降後，因膠結作用，水流難使其再冲刷下移，故在此情況下，如果泥砂大小按正態尺度比例選擇，其運動特性不復相似。這些尺度影響因素有待克服，而一般均在基脚做些防護工作，在結構物周界圍些笨重之材料，防止局部水分子之速度造成冲刷現象，其方法如下：

①舖設海底水泥、柏油、蛇籠或石頭堆等。

②水泥塊墊法：將邊長 50 公分至 1 公尺，厚 20—50 公分之水泥塊，使用合成纖維繩將數十個此種水泥塊縱橫連在一起，而且各水泥塊間夾插塑膠球以保持間隔。

③砂帶舖墊：用合成纖維材料直徑 40 公分之袋子裝砂作被覆物。

④實用上可利用駁船拋放直徑 3 吋之卵石保護，數量多少必須愼重判斷，此方法可隨時修補。

在結構物周界打些挿樁並非長期防止冲刷之策，除非先挖除一層可能被冲刷之土層而更換不易被冲刷之材料，只要經過基礎設計詳細考慮，則不需再另作防護冲刷之措施。

海床含有黏土之結構物基礎範圍易受冲刷，至少亦需如同砂土區同樣作防護措施，砂床易於再滲積，而黏土海床則較難，所有基礎設計工作必須依海床之土壤特性而定，當在一油田範圍欲建造海域平臺前應及早完成土壤調查資料，才能執行設計工作，以免發生不良之後果。

混凝土比鋼材笨重，故若選定重力式結構，很明顯地重量太重而無法置於駁船上運輸至現場，必須自浮，置放後不需作海床基礎固定之工作。設計時除需考慮長期負荷條件同時必須具有下列能力：

(1)在拖航期間，遭遇大風浪時亦相當穩定

(2)當它被灌水，下沉至海床時仍相當穩定

(3)在負荷下能承受所有應力

(4)拖速可達2—3節。

(5)在施工地點有足够之吃水深。

大多數重力式結構在完全漂浮情況下均相當穩定，但在下沉過程中，難以確保其穩定性，至少需有五十公分以上之定傾高度，能安全地控制其下沉作業。因此穩定性、重量及吃水深等參數均爲選擇重力式結構物大小主要考慮之條件，同時亦嚴格地限制其甲板上能携帶生產或鑽井設備之能力，可在安裝現場利用吊槓船吊放標準尺寸之甲板，否則欲同時拖運甲板則需多加一些額外之結構。另外安裝地點水深增加重力結構增大則所需之船席吃水深亦加深，故水深爲亦考慮因素。

混凝土重力式結構一大優點爲易於貯存油料，但必須防備石油之浮力，維持石油之正常壓力比周界之海水壓力小爲一防止污染之控制措施，原油之溫度至少大於海水 40°C 以上，故對貯槽將產生熱應力，混凝土不會熱漲冷縮當作貯槽相當理想。

耐久性負荷之限制條件可分圓柱（或塔）及基礎兩部份討論，若使用圓柱與基礎之設計形態（例如 Ondeep, Seatank, Andoco）圓柱部份應儘量使用相當細長者則可應用 Morision 流力經驗公式估算波浪及海流之作用力，基礎則必須用波浪繞射理論解析。斷面設計可用剪力和彎矩直接計算，但必須校核結構物之動力反應以確保在任何模式下無共振現象之風險。

對使用者而言，欲決定圓柱之大小並非易事，是否鑽探之導管、直立管等應設在圓柱內或圓柱外呢？需多少根必須根據石油工業技術評估而定，若設於圓柱外則必作防禦受傷之措施，故實際上最好將所有導管及直立管置於圓柱內較安全。由圓柱之結構觀點而言，若鑽井超過 30 口井、及八根分等之直立管可藏於兩根圓柱較爲經濟。爲求結構物穩定則需增加圓柱之管徑，但波力與管徑之平方及受力體積成正比，將引起巨大之波浪負荷！若使用一巨型單一圓柱（例如 Howard-Doris）則主要必須致力抗拒波浪所引起之巨大負荷，此可利用 Jarlan 開孔壁，使波浪穿過開孔壁而消能克服。

重力式結構可製成各種不同之結構形狀而最經濟之型態爲含有一基座及單一細長圓柱，而可承受甲板上之一定負荷者。多支圓柱則重心提高，造成施工中安裝下沉過程中可能發生不穩定之現象，但單柱結構則因在甲板結構上可能造成負荷過度懸吊，例如鑽探及生產設備之安排負荷不均，甲板結構物應保持有可移動性較好，而單柱過份限制甲板負荷之分佈，而且使用單柱若發生火警不可能與其他範圍分離，無空間可供導管、直立管等之使用。因此小型平臺、鑽井數量少於 15 口井可用兩根圓柱使用，三根最好，若大於 30 口井最少應爲三根，但若欲甲板安排理想可用四根。當然亦有使用巨型單一圓柱（例如 Howard-Doris），相當笨重，可將整個生產或鑽井設備由建造地點置於結構物上拖至現場安裝，但施工費相當高昂。

六、鋼架與重力結構比較

若拋開工程本身無先例可循，技術爲新開發性不談、巨型重力式平臺之設計較鋼架式複雜，此道理簡單，因重力式平臺除原有功能爲提供鑽探及生產設備及工作人員一個相當乾燥不潮濕場所及安全支撐可執行任務外，另外平臺必須考慮具有下列三項功能：

表一、北海外海結構物施工工期

混凝土結構物		鋼套式結構物	
工作項目	工期（月）	工作項目	工期（月）
①混凝土施工	18～24	①預鑄筒接頭（構建前）	6
②甲板及標準尺寸結構安裝（掩避之水域）	3～4	②構建（在造船廠內）	10～12
		③拖運及打樁	4～6
③拖航及基礎灌漿安裝	3～4	④安裝甲板	3～6
合計	24～32		23～30

(1)可拖航：因此其設計形狀必須如同船形。

(2)可安全下沉：故其設計必須如同潛水艇。

(3)可當作石油貯存：故其設計必依油輪及貯槽設計。

此三項中，前兩項鋼架結構物亦需考慮但相依程度不同而已。

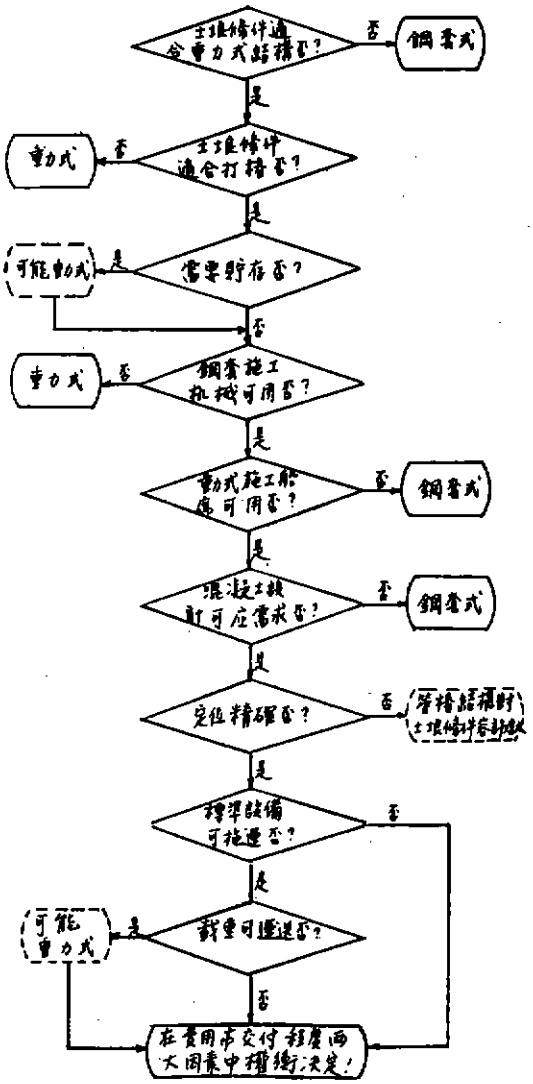
因此一複雜及昂貴之設計程序所得出之成果之最佳條件爲各種不同計劃相互比較，鋼套式結構物已有上千個可作比較，而混凝土重力式平臺經驗尚不足。例如 Forties 油田之第二代鋼套式平臺經驗較第一代更完整，其原因不僅因較有實績且因較早定貨可作最佳條件之設計，若定貨爲準備立即鑽探使用則必須趕工，無法如定貨要求之完整，表一爲北海兩種結構物施工工期比較，這些時間假設施工場地之供應及定貨材料之生產不受限制，且能利用夏天天氣良好之施工條件下工作，若可用性相當確實的話，則兩者之施工期限相差不多。

鋼套與重力混合式爲取鋼套式與重力式兩者之優點，可能爲一良好之替代型，選用程度將依上述兩者所佔之份量衡量，但至目前爲止定貨尚不多。

七、選擇與遠景

前面概述鋼套力重力式結構物兩者之基本特性及應考慮之因素，而在海洋工程中除少數特殊海床地質僅能適用於鋼套或重力式任一種，一般而言，兩者均可應用很難作一決擇，但必須全盤考慮整個工程規劃、設計與施工過程中對此兩種結構物之可接受性作一詳細比較，但由於此兩類平臺同時在各種不同水深及海況下之建造數量不多，施工費用亦因情況不同而各異，同時通貨膨脹對造價之影響性亦大，故欲將此兩種結構在不同之水深海況條件下，作精確之比較相當不易，圖十一可作爲選擇判斷之初步參考。

海洋開發工作一直往深海邁進，當水深增大時，固定式結構物之形狀斷面亦將增大、工程費增加，結構承受動力發生共振反應之敏感性增强，因此更趨危險，由於固定式結構物一旦破壞，難以復原，損失相當大。因此學者一直探索新的平臺觀念以求更加安全實用及經濟、張力腳平臺結構物觀念係



圖十一　鋼套式與重力式平臺決定流程圖

以半沉式船型用粗纜索固定於海床上，此種結構物當水深增加時，僅需增長纜索，建造費較節省，地震對結構之影響性較少，不過隨水深增加受海洋環境之外力而影響浮體之漂流移動量增加，現已發展許多有抓力強之新型錨碇及動力定位系統出現，使得浮體之幌動及移動量減至容許範圍內，而且此類平臺可移至其他工作地點再行使用，且風險性亦較少，故爲一經濟之結構，在數年內可能與固定式平臺競爭，且亦可能使用鋼鐵或混凝土爲施工材料，若如是，則在設計上尚需考慮浮體運動，材料疲乏等更多因素，以求設計與施工更臻於理想。

六、參　考　資　料

1. 林維明「外海結構物承受風、浪及海流作用之探討」工程月刊第五十四卷第九～十期，70年 9—10月
2. John Antonakis "Steel vs. Concrete Platforms" Petroleum Engineer Oct,～Nov, 1975.
3. Brian J. Watt "Basic Structural Systems-A review of their Design and Analysis Requirements" Chapter I. Numerical Method in Offshore Engineering Edited by O. C. Eienkiewicz., R. W. Lewis, and K. G. Stagg, 1978.
4. Griff C. Lee "Recent Advances in Design and Construction of Deepwater Platforms" Nov, 1980. & Feb, 1981. Ocean Industry
5. J. C. Chapman "Design and Construction of Offshore Structures" Proc. 2nd International Conf. on the Behaviour of Offshore Structure Aug, 1979.

波力及海流力之最近發展趨勢

LATEST DEVELOPMENTS IN WAVE AND CURRET FORCES

中華顧問工程司
工程師　林維明

本文譯自：Moe. G. "Latest Developnents in Wave and currents Forces" in Appendix B. partz, port Engineering/3rd. Edition byper Bruun, pp 271～294. Gulf publishing conupang 1981。

ABSTRACT

There are many papers about the topic of the wave & current forces on offshore & coastal structures, but the designer should continuing need to update and review the information available. The aim of this paper is to summarize the findings concening wave & current forces in a manner that at least sketch the plysics involved, also giving the results that are most useful to practicing engineer in the design of offshore structures, the main topics for discussion are forces on rigid or flexible. Cylinder in steady current or regular waves, also large volume structure in waves & forces due to irregular waves etc.

摘　要

過去有許多文獻探討外海及海岸結構物承受波力及海流力。然而對一位設計者而言，必須繼續吸收最新發展之新知。本文目的扼要敍述近年來海流及波浪力之物理現象及其成果之應用性。欲期對工程師在設計上有所助益，本文討論之主題爲堅硬性或順柔性圓柱體結構物在穩定流或規則波下之流體動力，巨型圓柱體承受之波力及不規則波之波力等。

一、水動力之分類

外海及海岸結構物可能承受各種負荷諸如自重及活負荷、由於碰撞爆炸，海上起重設備上重物之意外落墮、火災、油氣噴出等突發災難之負荷，或海洋環境之負荷等。而後者可能包括由地震、冰雪、風、海浪及海流等環境因素所引起者。

本文之討論限於海浪及海流所引起之水動力。若與自重及活負荷疊加，則這些力經常佔總負荷之大部份、然而現在海洋結構物設計趨勢爲避免波浪冲擊，例如在海浪濺飛區之海洋結構物上之構件選用高強度之鋼料，構件細長及少量。同時另一原因爲此種構形之結構物之自然頻率不與暴風浪運動頻率一致關於此點，則亦需考慮風之靜力及動力分析。

水動力大小之計算可能依在該處之結構物形態及水流特性而定，最簡單之情況爲在波動水流中之巨型光滑結構物可用勢流理論解析，（即假設理想流體）而波動水流即水分子之運動軌跡爲圓形、橢圓形或在平面上往返運動等形態。

若一粗糙結構體在一穩定水流下，除非流速相當低而無工程意義則不適用理想流體模式。一般水流自結構體左右兩邊分離，而漸在結構體表面所形成之剪力層（shearlayer）離開進入水流中，此自由之剪力層依次捲縮於渦流中而形成下游之尾跡流。對此問題之解析相當複雜需用經驗公式。

在一波動水流中之小結構體，則發生水流分離及渦散現象，此時每半個波浪循環中形成一個尾跡流，同時水流加速或遲延亦使流體之慣性增加，

總波力需包含此加質量力。

若結構體之構形爲流線型及與水流成一直線，則分離現象可能被抑制，而在粗糙結構物體不致產生巨大之壓力差及很大之水動力，此時之水動力將由最靠近結構體之狹窄剪力層，該處之流速變化很快而決定之，此對於船體及飛機，同時對合金薄片及推進器等均很重要，然而本文僅限於討論圓柱體。

同時在各種情況下水流之穩定性即層流爲穩定而亂流爲不穩定，此種現象在解析水動力方面亦爲相當重要之考慮因素。

二、穩定海流作用於固定式結構物之作用力

若一圓柱體之管徑爲 D，在一均勻穩定之海流流速 u 之作用下，若流體爲海水，在 10°C 之動黏性係數 $\nu = 1.35 \times 10^{-6}\ m^2/sec$ 而在 20°C 下，$\nu = 1.05 \times 10^{-6} m^2/sec$，且海水密度爲 $\rho = 1025\ kg/m^3$。

圓柱體單位長度之受壓力 F_D，假定爲 D, u, ν 及 ρ 等參數之函數，由試驗發現，水流之紊亂度，及圓柱體之粗糙度均對總作用力有影響[1,2]，若考慮光滑圓柱體，忽視此兩影響參數則可得：

$$F_D = f(D, u, \nu, \rho) \quad (1)$$

無因次分析可得兩無因次量即：

$$R_e = UD/\nu \quad (2)$$

及 $$C_D = F_D/(\tfrac{1}{2}\rho u^2 D) = C_D \quad (3)$$

此乃因爲三個獨立之基本物理量：質量、長度及時間，而若所處理之問題中有 N 個物理參數，則僅能定出 $N-3$ 個無因次量[3,4]。

故可得出單位椿長上之受力爲

$$F_D = \tfrac{1}{2} C_D \rho D u^2 \quad (4)$$

$$C_D = f(R_e) \quad (5)$$

C_D 爲無因次係數依 Reynold 數（R_e）而定，圖一表示一代表性之光滑圓柱體，球體及圓板與水流正交情況下 C_D 值與 Reynold 數之關係，當 $R_e = 10^5 \sim 10^6$，（Reynold 數之臨界值）則圓柱體或球體之 C_D 值暴跌，此乃邊界層自層流變爲紊流，而使圓柱上之分離點再向下游移動，圖二說明亞臨界流及臨界流況下之水流形態及圓柱體上之壓力分佈。很明顯地由圖中可見流況不同，則圓柱體周界壓力變化亦異，在亞臨界流情況下之壓力量大，因此其曳力值亦大。

Fage[1] 在 1923 年就已探討圓柱體之粗糙度對曳力之影響性相當地重要，圖三說明 C_D 爲 Reynold 數及圓柱體表面粗糙率（K/D）之函數，其中 K 值爲圓柱體表面起伏高度[12,9]，假定使用粗糙率雷諾數（roughness Reynoldss No. $R_{eK} = UK/\nu$）[20] 則在 R_{eK} 值大之情況下，這些不同 K/D 值下之曲線將趨近於同一曲線範圍，因此管徑與表面粗糙度相較下顯得較不重要。

用因次分析得知 C_D 值必須爲 R_e 之函數，而雷諾數爲慣性力與黏性力之比值，慣性力與 $\rho u^2 D^2$ 成正比，黏性力與 uUD 成正比，u 爲動力黏性係數與動黏性係數（ν）之關係爲 $\nu = u/\rho$，故 $R_e = UD/\nu$，即雷諾數增大，則動黏性係數減少，而並無任何非揮性流體之動黏性係數比水爲低者，因此在水工試驗中很難得到有很高之 Renyold 數流況。故在 Reynold 數大之情況下之試驗成果相當少，但在大的風洞實驗中可得到 Reynold 數高之流況。

事實上曳力隨波浪循環之時間而變，故上述之曳力或曳力係數均爲時間平均值。

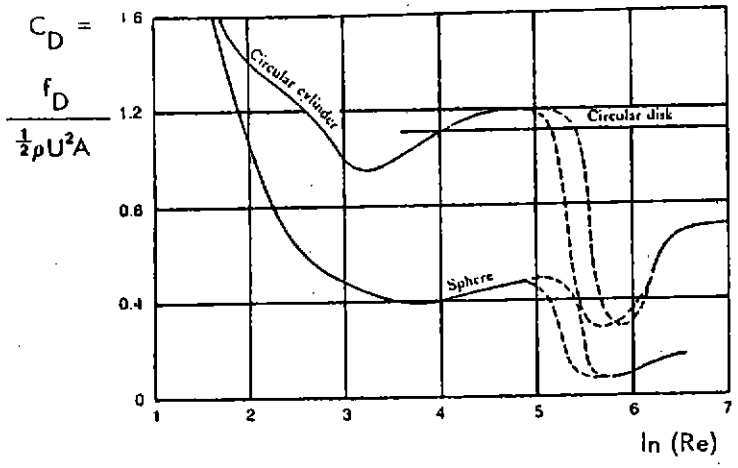
三、穩定海流作用於固定式圓柱體之渦散現象

渦流在圓柱體兩邊交替地發散、渦散之頻率 f_v（等於單位時間之渦對數）可由 strouhal 數 S 決定，

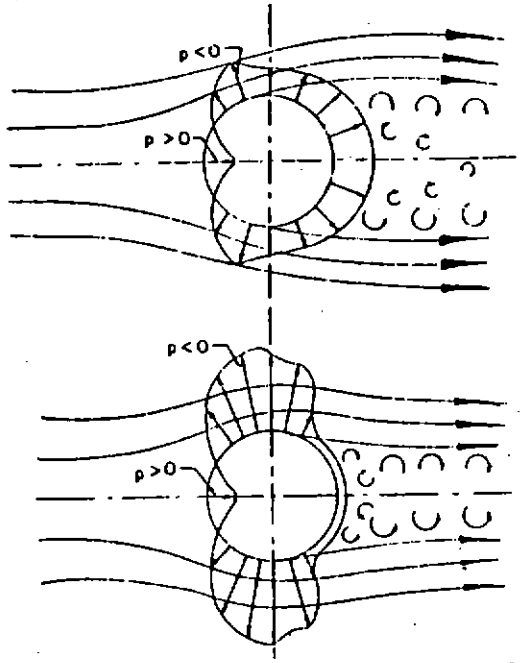
$$S_t = \frac{f_v D}{u} \quad (6)$$

在亞臨界流有很長之範圍內其 strouhal 數之倒數（S_t^{-1}）約爲 5，而在臨界流況下，渦散較不規則，S_t^{-1} 之平均值約爲 2.5，而在雷諾數較大之情況，渦散現象變爲較規則，而 S_t^{-1} 約爲 3～3.5 參考資料 10 中表 3-1（第16～17頁）列出幾種幾何形態結構物之 strouhal 數[10]。

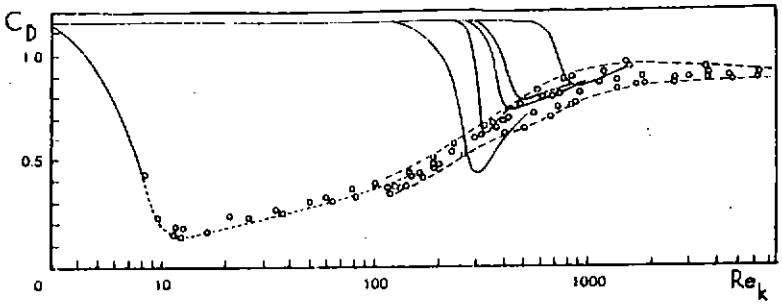
渦散現象將使得與流向相同及橫向之非穩定力增大，在同流向每一同流力循環中有一



圖一　曳力係數與雷諾數之關係[5]



圖二　亞臨界流與臨界流之水流形態及壓力分佈[6]



圖三　穩定曳力係數與粗糙雷諾數$R_{*k} = UK/\nu$之關係
相對粗糙度之範圍在$K/D = 3.5 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-3}$[20]

渦散現象發生，即同向力之頻率爲$2f_v$。在橫方向每一橫向力之半循環中有一渦散現象，即橫向力之頻率爲f_v，這些不穩定力之振幅依許多因素而定，每單位長度之同向力及橫向力如下式

$$f = \frac{\rho}{2} C \rho D u^2 \qquad (7)$$

式中C：無因次係數，在同流向及橫向分別爲C_D'及C_L' King[7]曾歸納15篇論文之試驗成果，而得出結論爲在任意流況下最安全設計可取$C_L' \simeq 1.2$而$C_d' = 0.2$，此成果確實太保守，但在決定固定基樁之外力寧可取保守點較安全。若固定式圓柱體有顯著地彎曲撓度則需考慮動力分析，而在順柔性圓柱體，其運動將使渦散機構受影響，而使外力產生變化，此現象將在第五節海流中之順柔性圓柱體中討論。

四、固定式圓柱體承受張力

對非定常性水流，在任意情況下，固定式圓柱體所承受之作用力將依水流之歷程而定，關鍵在於流況變化之快慢，故在本情況下有一限定即水流變化若相當慢可產生似穩定流（quasi-steady flow）即在每一波浪循環期間有許多渦流發散，渦流之形成及傳播有時間與瞬間流速配合。然而在另一極端現象爲水流變化太快而無充足之時間可讓一渦流形成

及傳播之限制。在此情況下，不產生水流分離且作用力可由勢流理論推論得出。當然在近圓柱體有一薄層之邊界層由剪力控制，而根據勢流積分周界之壓力得出總作用力。

假設振盪流之流速爲：

$$u = u_0 \cos(2\pi t / T) \quad (8)$$

式中 t 爲時間，T 爲振盪之週期，u_0 爲振盪流流速之振幅，一光滑圓柱體單位長度所承受之波力爲：

$$F = f(u_0, D, \rho, \nu, t, T) \quad (9)$$

與穩定海流情況比較，多了兩個參數 t 及 T，故波力依三個無因次參數即

$$R_e, N_{K-C} = \frac{U_0 T}{D}, \text{及}$$

t/T 等而定，N_{K-C} 稱爲 Keulegan-Carpenter 數，有時亦稱爲週期參數(Period Parameter)。

Morison 曾假設圓柱體單位長度所承受之波力包括曳力(同穩定海流力)和與勢流解析法相稱之內力，兩項之疊加，即：

$$F = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} + C_D \tfrac{1}{2} \rho D u|u| \quad (10)$$

若此公式爲正確，假定波力之變化爲考慮在一波浪循環中之極值，故可忽略 t/T 此一參數即 C_M 及 C_D 均爲 R_e 及 N_{K-C} 之函數，即

$$C_M = f_1(R_e, N_{K-C})$$
$$C_D = f_2(R_e, N_{K-C}) \quad (11)$$

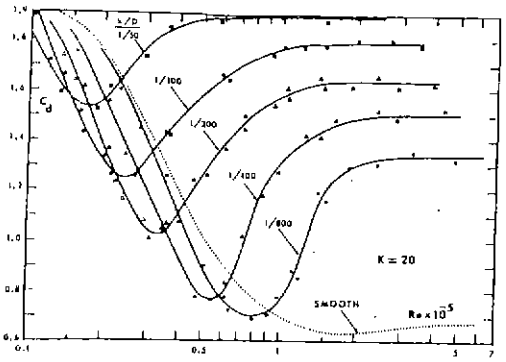
式中 $R_e = \frac{UD}{\nu}$

$$N_{K-C} = \frac{U_0 T}{D} \quad (12)$$

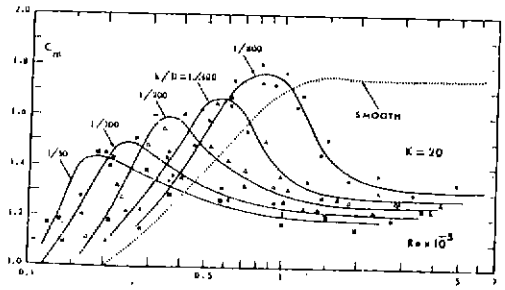
Keulegan-Carpenter 數(N_{K-C})與 strouhal 數倒數(S_t^{-1})相似，主要差異爲 strouhal 數中使用渦散頻率 f_{V_1} 而 N_{K-C} 數則用波浪頻率 T^{-1}。

在實驗室或原型測量 C_D 及 C_M 值均相當困難，Sarpkaya 教授在此方面曾做了一些相當重要之試驗成果[6]，他用一 U 形管模擬相當精確之振盪流而作很有系統地調查圓柱表面粗糙度之影響性，使用參數 K/D，式中 K 爲表面粗糙高度(表面粗糙率爲使用同一大小之砂粒製成)圖四至十三分別爲 $N_{K-C} = 20, 30, 40, 60, 100$ 等五種情況下在粗糙圓柱之相對粗糙爲 $K/D = 1/50, 1/100, 1/200, 1/400, 1/800$ 及光滑圓柱等各種情況下 C_D 及 C_M 與 Reynold 數之關係圖。由這些圖可見粗糙度之影響性是相當地顯著，特別在 Reynold 數高之紊流情況更甚！圓柱體駐於海中將有海生物附著於其表面上，故很難確保圓柱體表面永遠爲光滑面，在 Reynold 數之紊流下，管徑 1m 之管樁結構物上有 1～2mm 之粗糙度將使波力約增加一倍。

深海波浪之水分子運動軌跡爲圓形，並非如這些試驗所使用之平面簡諧運動[8]，況且基樁承受之海浪爲各種波浪運動頻率及有方向分散之波能作用疊加而非單一波浪，同時當海浪隨水深而減衰時，使得沿直立樁上之渦散及壓力分佈之相聯性較少，此現象相信眞正海洋結構物上之波力較上述用 U 形管實驗值爲低[9]，而相差多大仍爲一待研究之工作



圖四 C_D 及 R_e 之關係($N_{K-C} = K = 20$)



圖五 C_M 與 R_e 之關係($N_{K-C} = K = 20$)

一、前　　言

非流線型或直立式結構物，經常可發現當其承受風或水流作用時將顯出振盪不穩定現象，對此種流體所產生之共振現象，其運動機構爲衆所熟悉之有組織且週期性之渦散所致。

渦散之形成機構如圖一所示，渦流激盪將使圓柱體表面之壓力分佈發生變化，此種作用於圓柱體上之流力，隨渦流激盪頻率及時間而變可分爲與流向相同之穩定或非穩定曳力，和與流向垂直之非穩定上揚力(或稱橫向力)，若渦流之運動頻率與結構體之自然振動頻率接近，則將產生共振現象，此時結構體之運動很顯著地控制渦流激盪頻率，此種現象通稱爲鎖合現象(lock on)，一穩定性結構體最常見之振盪現象爲橫向振盪 (cross flow oscillations)。但若一順柔性且其結構阻尼爲微量，則所發生之共振現象可能同時含有與水流同向之振盪(inline oscillations)成橫向振盪兩種。

在昇導管及海域平臺，其直立圓柱形構件易受

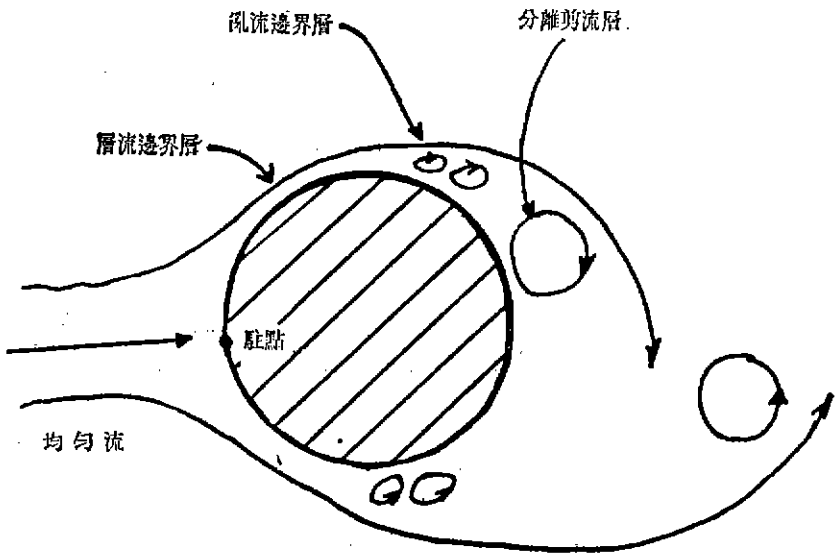


圖 1　圓柱體周界之流況

進襲海流作用而產生渦散現象，OTEC冷水管爲一直立順柔性圓柱體，其細長比 (slenderness ratio or aspect ratio)(卽管長 (L) 與管徑 (D) 比) 大，易受海流作用而產生渦流激盪之現象。爲求其設計安全可靠，必須充分了解流體與結構體互制特性及其水動力負荷。目前已有不少文獻探討渦流引起之振盪現象例如有關渦流振盪之一般性檢討[1]，海洋結構物動力設計基準[5]，流體引起振盪一般性探討[4]，及有關海洋結構物相關之渦散問題研究論文[6]等均各以不同之觀點研究。

而本文主要之目的在蒐集近年來有關在一穩定流況下，一直立管遭受渦流所引起之振盪現象，歸納評估其在 OTEC 冷水管設計之應用性，所蒐集之數據包含小縮尺之實驗室試驗成果及實際海洋結構物之現場調查結果，而這些成果已曾在外海結構物及纜索系統之動力分析上考慮作爲設計之方法，相當具有實用價值。

二、OTEC 發展背景[6]

海洋溫差發電原理爲利用海面上高溫之海水與深海中低溫之冷海水之熱能轉換產生低壓蒸汽壓驅動熱引擎而發電，OTEC 之構想在美、日、法等先進國家已掀起研究熱潮，待解決之技術問題包括下列各項。

(1)熱交換器（卽冷凝器和蒸發器）和工作流體之施工材料及生物附著和腐蝕。

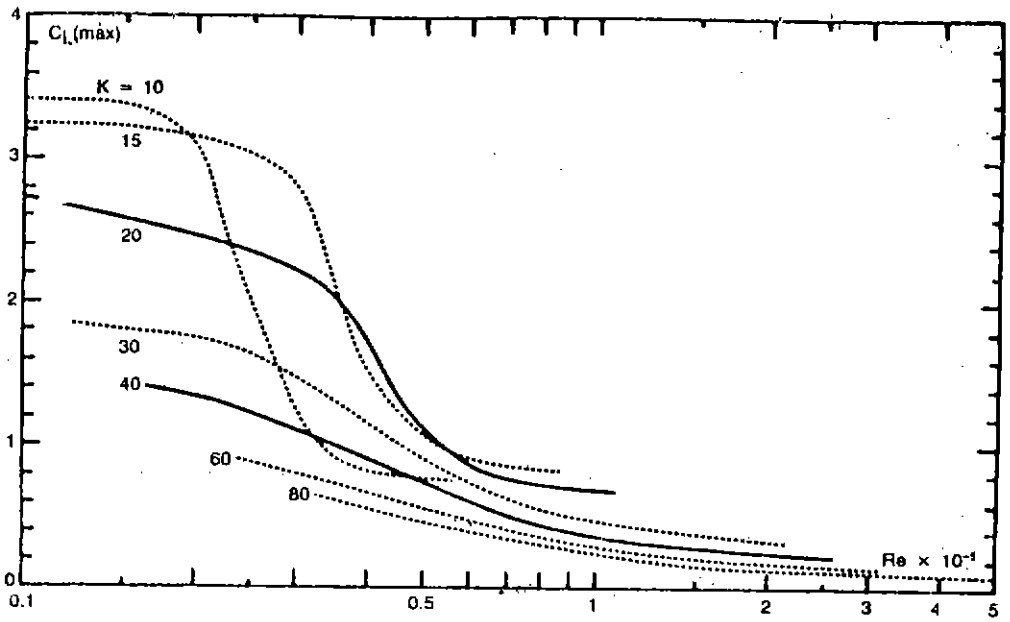
(2)海域平臺及冷水管結構物。

(3)能源轉換之開放式或密閉式循環製程。

(4)海中電力輸送電纜。

(5)整個 OTEC 電廠之可施工性及長期之可靠性。

上列問題在國際外海工程技術 (Offshore Te-



圖十四　光滑圓柱體各種$N_{K-\sigma}=K$情況下，上揚力係數與雷諾數之關係[9]

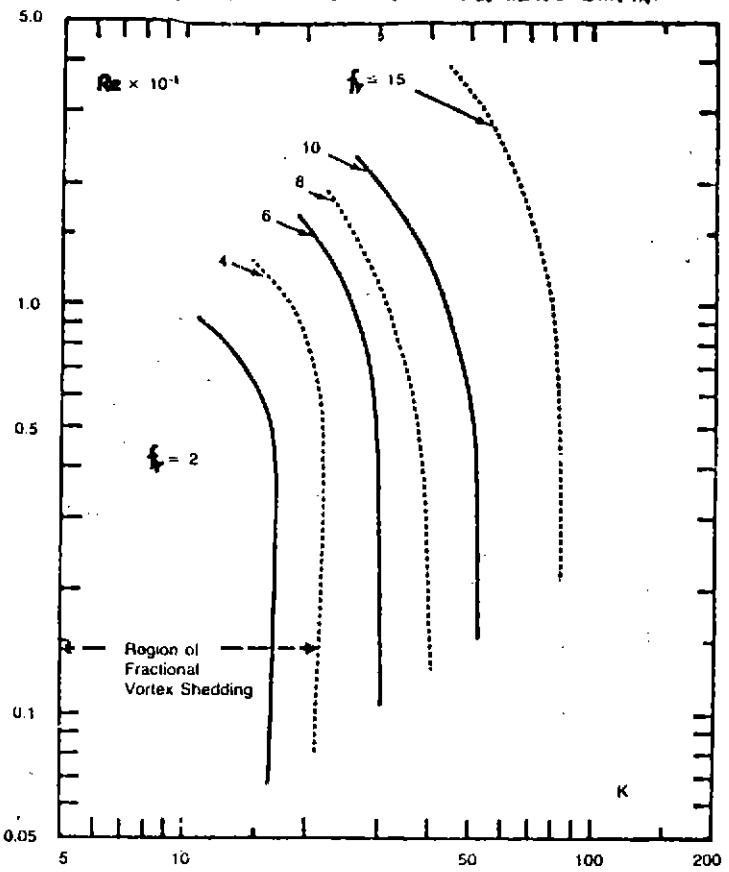
然而有些海洋試驗結構物（Ocean Test strueture）利用大尺度實測水動力係數現正進行中[44]。

渦散現象產生橫向力及同流向之附加之騷動性曳力，如同式(7)可假設爲

$$F=\frac{1}{2}C\rho Du|u| \quad (13)$$

C爲騷動性上揚力係數（C_L'）及騷動性曳力係數（C_D'），圖14爲一光滑圓柱體之橫向力（上揚力）係數[9]，在亞臨界流及$N_{K-\sigma}=10\sim20$則上揚力係數可達到極值$C_L=2.8-3.2$，很奇怪地，管樁之粗糙度對上揚力係數之影響性並不大[9]，在試驗中發現渦散現象隨時變化很快，故測量值相當分散，而一般而言，在$N_{K-\sigma}<5$之情況下，並無發生太多渦散現象。

在每一波浪循環中，渦散



圖十五　每一波浪循環之渦對數量f_s與R_e及$N_{K-\sigma}$之關係[9]

週期將改變，接近流速極值則渦散愈快。N_{K-C} 值愈大，則上揚力係數愈小。故在 $N_{K-C}=100$ 則騷動上揚力係數值約爲 $C_L'=0.3\sim0.4$，同時如圖14所示當Reynold 數增大則 C_L' 將減少。

設 f 爲波浪運動頻率，而 f_V 爲渦散頻率平均值。Sarpkaya[9]曾定義每一波浪頻率之渦對發散數量爲 f_r，則

$$f_V=\frac{f_r}{T}=f_r\cdot f$$

平均"波浪 strouhal 數"（Wave strouhal no.）定義爲

$$S_t=\frac{f_V D}{u_m}$$

此值依 N_{K-C} 及 R_e 值而定，

即 $f_r=\frac{f_V}{f}$

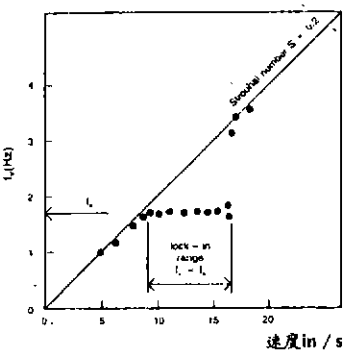
爲 R_e 及 N_{K-C} 之函數，如圖15所示。

五、海流中之順柔性圓柱體

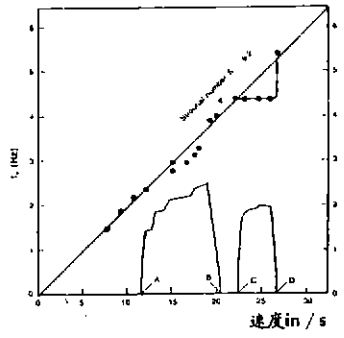
此方面相當之複雜，限於篇幅無法詳細討論，可參閱 King[7]，Blevins[10]，Sarpkaya 等學者之論著。

在一穩定之海流下之順柔性圓柱體，將動力反應產生非穩定曳力及騷動性橫向力。在許多情況下之基樁運動將使作用力改變，因此一般稱爲"水彈性問題"（hydroelastic problem）。關於此點一種最顯著之特徵爲所謂之鎖合或併發現象，參見圖16及17說明如下：

鎖合現象（lock-in）發生於水流之流速增加而使渦散振動頻率隨之增加超過結構物之共振頻率（f_s），此時渦散振動頻率與結構物之共振頻率相重合而鎖在一起，即與結構物之共振頻率併發。於是在堅硬性基樁上受力之頻率（f_V）根據 $f_V=S_tU/D$ 將隨水流之流速而增大。順柔性圓柱體當流速超過某一範圍達到 $f_V=f_s$ 時，渦流激盪頻率以共振頻率出現，產生大的振動量然後此種大振幅之圓柱體運動突然停止而渦散頻率（f_V）跳至符合隨流速直線增加之關係如



圖十六　橫向振盪共振鎖合現象[7]



圖十七　同流向自行激盪之共振現象 $A-B$ 為線性互制 $C-D$ 區為同時發生者[7]

圖16所示。

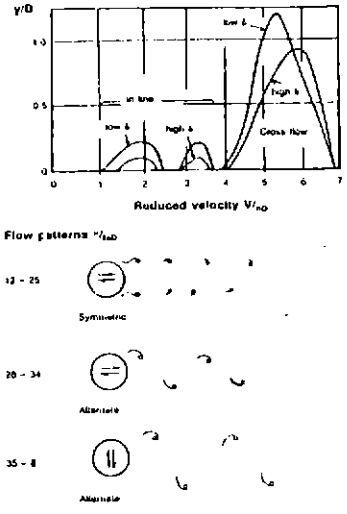
此種問題最重要之參數爲"指示速度"（reduced velocity）即：

$$u_r=\frac{u}{f_s D}\qquad(14)$$

此式與 strouhal 數之倒數 $S_t^{-1}=\frac{u}{f_V D}$（式6）及 N_{K-C} 數（式12）相似，而現在用基樁之共振頻率分別替代渦散頻率及波浪頻率，例如指示速度與 strouhal 數之倒數關係爲

$$u_r=S_t^{-1}\cdot f_V/f_s$$

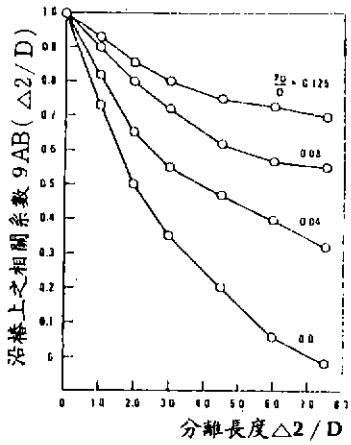
如前述 f_V 定義爲每單位時間渦對之數量，而對交錯渦散現象；同流向力之頻率爲 $2f_V$，而橫向力之頻率爲 f_V，故橫向之共振振盪發生於 $u_r=S_t^{-1}$ 而，同向振動則在 $2f_V$



圖十八　同流向及橫向振動量與指示流速之關係；相關之渦散形態[13]

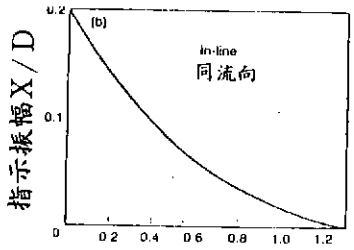
$=f_s$ 即：$u_r=0.5\,S_t^{-1}$，由上述鎖合現象之觀點而言，當 $u_r \geq S_t^{-1}$（或 $0.5\,S_t^{-1}$）共振現象將持續一段流速期間如圖17所示。而圖18為說明此類試驗之成果，橫向共振的確發生於 $u_r=4\sim7$，而同流向者為 $u_r=2.5\sim3.5$，此確似合理，因為本試驗為在亞臨界流況下其 $S_t^{-1}\cong5$ 之故。而另一種不穩定區為與對稱渦散（Symmetric vortex Shedding）相關聯者。而 f_v/f_s 之比值變為1/4，2/7，3/7，6/13及1/2等[7]，而很少發生鎖合現象，此種現象為非線性振盪系統之典型。

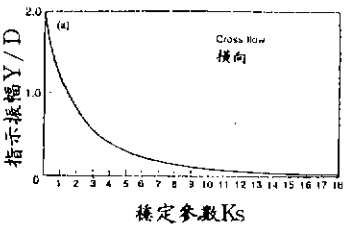
其次需預報振動之位移量，有許多學者曾對此問題提出數學模式[10,14～20]，主要之特性為上揚力係數為在與水流橫向之基樁運動振幅之函數，若振幅大於 $0.5D$（D 為管徑）則上揚力將增大，因此在情況下在沿基樁上之渦散相關性



圖十九　一圓柱體與渦散發生共振之長度方向相關性

顯著，如圖19所示。同時渦流強度亦可能增大。然後當振動振幅量較大則上揚力將降低，當 $y=(1\sim2)D$ 時，則上揚力接近於零。其意義為振動位移量將自行限制。若在一大振幅情況下運動，則振動位移量將漸減小而趨近於一漸近極限值，而若在小振幅下運動則振動位移量則漸增大而趨近相同之極限值。此現象為一非線性微分方程式稱為Van der pol方程式。大多數之數學模式均為此類，然而此種微分方程式相當地複雜，故大多數以





圖二十　在同流向及橫向振動之振幅極限值

試驗成果曲線表示數簡單。

圖20為同流向與橫流向共振之振幅極限值與穩定參數（stability parameter）有時稱為指示阻尼（reduced damping）之關係[10]：穩定參數可表示如下式：

$$K_s=\frac{2\,m_e\,\delta}{\rho\,D^2} \qquad (15)$$

式中 m_e 為單位圓柱長度上之相當質量，包括內管所含之流體，及圓柱周界之加質量 $m(x)$，而振動位移量將隨基樁上之位置（Z）而變，設 $\phi(Z)$ 為振態（mode shape）則 m_e 求法如下式

$$m_e=\frac{\int_0^L m(Z)\,|\phi(Z)|^2\,dZ}{\int_0^h |\phi(Z)|^2\,dZ} \qquad (16)$$

式中 L 為構件之長度，h 為水深，同時式(67)之 δ 為阻尼之對稱減衰量即

$$\delta=\ln\left(\frac{y_{n+1}}{y_n}\right)=2\pi\eta \qquad (17)$$

式中 y_n 及 y_{n+1} 為兩個連續之振動位移振幅，而 η 為阻尼比，即 $\eta=1$ 代表臨界阻尼（Critical damping）而必須注意者 δ 為由靜水位情況下所計算得出，而使用靜水阻尼應用於流體阻尼由於情況不同似乎有問題存在。Sarpakaya[11]曾對圖20加以評論，而在另一方面圖20似乎如同相當複雜之非線性振盪模式之預報法一樣地可靠。

六、波浪中之順柔性圓柱體

對於在波浪中之小管徑之構件所承受之波力經常假定用Morision公式之通式，如下式

$$F=\tfrac{1}{2}C_D\,\rho\,D\,|u-\dot{x}|\,(u-\dot{x})+\rho\,(\pi D^2/4)\,\dot{u}$$

$$+(C_M-1)\rho\frac{\pi D^2}{4}(\dot{u}-\ddot{x}) \quad (18)$$

第一項爲水流分離相關之形狀曳力，$\dot{x}$爲管樁本身之運動速度，$u-\dot{x}$爲相對速度。後二項爲慣性力項，其爲勢流解答之通式，前者即所謂 Froude-Krylov 力爲因非受干擾之壓力場所致，故與管樁本身運動量無關，而後者爲波浪繞射通解，式中(C_M-1)因素乃因考慮分離流之故。

在實驗室 Morision 公式之經驗成果是考慮基樁或波浪水分子單一振盪運動所得者。在式(18)中之曳力項爲考慮基樁及水分子運動之相對速度，故曳力量依基樁振盪頻率，波浪頻率與渦散頻率之比值而定。一最簡單之情況爲固定基樁。在平靜之海況下亦可用式(18)，而第二項爲零。此公式確實被用於靜水位下外海套架式平台受地震所引起之激盪運動[21]，然而相當巨大之構件之振幅大多數小於$0.2D$，至少必須決定結構系統之阻尼和平均振盪量，故需用勢流理論配合 stokes 黏性阻尼之模式，將於下節討論。

而當波浪週期或基樁振盪週期兩者相差相當長且亦較平均渦散週期爲長，則此種長週期之運動，可用一連續之穩定運動近似求解，例如在一順序之穩定海流下振盪一基樁或在波浪中一基樁穩定地移動，Verley[22] 曾試驗穩定海流下，基樁受振盪之現象，文中證明C_D因時間而變，並圖示穩定曳力係數C_D及振盪曳力係數C_D'，此兩值可認爲C_D之Fourier展開式中之兩個第一項，總曳力扣除 stokes 黏性曳力才得出形狀曳力。

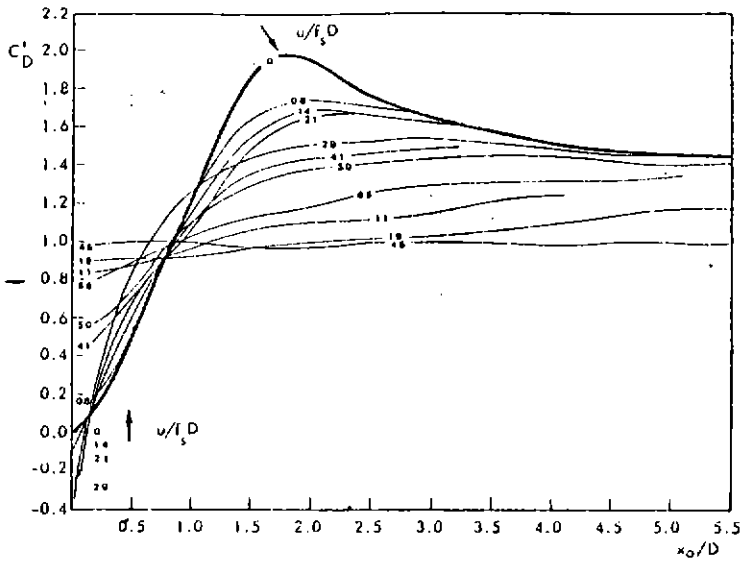
圖21示在一穩定海流下之振盪曳力係數值(C_D')其爲管樁運動振幅(x_0)與管徑之比值(x_0/D)和海流之指示流速$u_r=\frac{u}{f_S D}$之函數。由此圖可見在基樁運動振幅小於0.2D情況下在$u_r<1$情況下，C_D'相當小而可忽略，而在$u_r>20$時則可見水流由穩定流所控制。即在穩定海流下由於形狀曳力所產生之阻尼(其與C_D'成比例)與靜水位情況下相同，而應用於波浪是否可得到類似成果，必須再由試驗證實，同時這些試驗爲在層流(R_e小)之情況下，延伸於紊流下應用亦需試驗證實。

七、波浪中巨型結構物

在深海中之規則波之波高爲H，假定$C_D=1$及$C_M=2$，可發現在$H/D=12.56$時內力與曳力量相等，而$H/D<0.2$情況下無發生水流分離現象，而在$H/D<0.7$，則無渦散發生，由試驗所得之壓力曳力係數(pressure drag coefficient)C_{DP}如同圖21中之$u_r=0$之曲線在$H/D=0.2\sim1.6$範圍內線性增加，近似值之公式爲

$$C_{DP}=1.25H/D$$
(在$H/D<1.6$及$R_e=10^4\sim10^6$情況下) (19)

因此H/D值減少，則在 Morision 公式中之內力項逐漸顯著，且在H/D值較低情況下，形狀曳力現象漸消失，故在$H/D<0.7$情況下，整



圖廿一 振盪曳力係數C_D'與指示振幅X_0/D之關係(在各種指示流速u_r情況下)[22]

個之波力可用勢流理論近似計算，而形狀曳力阻尼（form drog damping）在0.2 $< H/D <$ 1.6 期間內將漸消失。

在深海波情況下 $N_{K-C} = \pi H/D$，故在 $N_{K-C} < 0.6$ 情況下無水流分離現象發生，而在 $N_{K-C} < 2$，沒有渦散現象發生，而在 $N_{K-C} = 5$ 情況下，則形狀曳力完全發展。而這些均爲流況 Reynold 數相當低下之試驗成果。

勢流理論必須滿足在流體中之 Laplace 方程式 $\nabla^2\phi = 0$，在海床及固定性結構體之表面不透水，其法線方向之速度爲零即 $\partial\phi/\partial n = 0$ 及自由海水表面之邊界條件

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 ,$$

另外一個條件爲波浪冲擊至結構物會反射向周圍擴散。

現在已由用數值分析處理此類問題，大多數之程式爲使用源口一漏口（Source-sink）技巧，其解析包括在結構體表面之一群 Green 函數，除在結構體上，這些函數均滿足流場方程式及所有邊界條件，在無限個流體，Green 函數均爲源口，故稱此法爲 Green 函數法（Green fumction method），現流經表面上任一定點可由所有源口之線性疊加，在結構體表面之 N 點上之源口滿足在相同 N 點上之邊界條件，故可得有 N 個未知數之 N 個方程式。此方法已廣泛使用[28～26]，而另一種數值分析法爲有限差分法及有限元素法，後者現已發展爲一相當有效之計算工具[27]，勢流問題現亦適於模型試驗[28-30]。

若考慮一固定直立圓柱結構物，波長與管徑比值相當長，則波浪之波形函數可展開爲

$$\cos(\omega t - Kx) = \cos(\omega t - Kr\cos\theta) \cong \cos\omega t + \sin\omega t \cdot Kr\cos\theta$$

式中 $r \cdot \theta$ 爲極座標之變數，K 爲週波數 ω 爲週頻率，設 d 爲水深，則入射波與繞射波之流速勢疊加可變爲：

$$\phi = \frac{gH}{\omega}\frac{\cosh k(Z+d)}{\cosh kd}\left[\cos\omega t + \sin\omega t \cdot K\left(r + \frac{D^2}{4r}\right)\cos\theta\right] \quad (20)$$

動壓力可根據

$$P_d = -\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}$$

得出，積分基樁表面波壓量在 X 方向之分量，可得基樁單位長度之波力即：

$$F = -\int_0^{2\pi} P_d\cos\gamma\, d\theta = 2\rho\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\dot{u} \quad (21)$$

式中 $\dot{u}$ 爲未受干擾之入射波在 $X=0$ 處之水分子運動速度，流體未受圓柱體存在而發生干擾之情況下之壓力等於圓柱體圍繞之水質量 $\rho\pi D^2/4$ 與水分子加速度 $\dot{u}$ 之乘積，此單位長度之作用力用 Froude-Krylou 力表示，式21爲包括繞射之勢流，爲 Froude—Krylov 力之兩倍，相當於 Morision 公式中取 $C_M = 2$ 及 $C_D = 0$ 之成果。

而若管徑與波長之比值不小，則仍可用 Maccamy[31] 之波浪繞射理論分析法，內力係數可表示如下式

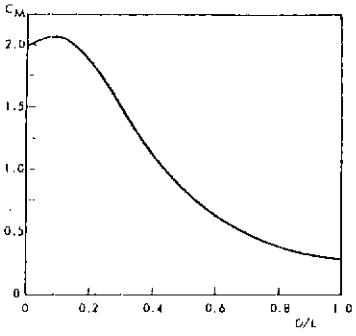
$$C_M = \frac{4}{\pi}\frac{1}{(\pi D/L)^2}\left\{J_1'\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2 + Y_1'\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2\right\}^{-1/2}\frac{\cos(\omega t - \alpha)}{\cos\omega t} \quad (22)$$

$J_1'(x)$ 及 $Y_1'(x)$ 分別爲第一類及第二類 Bessel 函數之微分量而 α 爲位相角即

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{J_1'(x)}{Y_1'(x)}\right) ,$$

故基樁單位長度之波力爲

$$F = C_M\rho\frac{\pi D^2}{4}\dot{u}$$



圖廿二　內力係數 C_M 與管徑和波長比值（D/L）之關係

(23)

C_M 與 D/L 之關係如圖22所示，式(22)亦可用於有限水深之情況[26]，在波浪中之巨型結構物，考慮動力爲相當重要，不僅激動作用力，且周界海水之加質量及水動力阻尼，Newman[32]曾對此問題詳細討論，現陳述其中一成果，在二度空間，與第 i 方向之作用力及位移相關之阻尼係數爲 b_{ii}，因此在 i 方向上單位振幅之規則波作用於每單位長度之固定基樁上之激盪力之振幅爲 $\frac{A}{F_i}$ 而 C_g 爲一定波浪下之群速度，故

$$b_{ii}=\frac{\overset{A}{|F_i|}^2}{2\rho g C_g} \qquad (24)$$

許多學者曾研究各種巨型結構物並製成圖表以供應用，例如漂浮半球體[26,32]，巨大長方形駁船[32]，直立之浮體圓柱[26]，方形柱體置於海床上[33]，及浮式方形碼頭[34]等。

八、不規則波力

海浪爲各種不同波向及波浪頻率下分量波之合成，通常用均方波譜（mean square spectrum）描述，其表示波浪水位之均方值如何在頻率及波向上分佈之特性，即

$$\overline{\eta^2}=\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} S_\eta(\omega,\theta)\,d\omega\,d\theta \qquad (25)$$

均方波譜有時通稱爲能譜（energy spectrum）或動力譜（power spectrum）。

若在某一地點測量水位之變化量（η），則無法記錄其方向之分散故迫使使用頻率譜即

$$S_\eta(w)=\int_0^{2\pi} S_\eta(w,\theta)\,d\theta \qquad (26)$$

有許多學者曾提出頻率波譜 $S_\eta(w)$ 之經驗公式 price[35]曾詳細討論海浪之統計性質，最通用者如 pierson-Moskowitz 波譜可寫爲

$$S_\eta(w)=\frac{A}{W^5}\exp\left(-\frac{B}{W^4}\right) \qquad (27)$$

原始 $P-M$ 波譜中之係數 $A=0.0081g^2$，及 $B=0.74g^2/V^4$ 式中 V 爲平均風速及 g 爲重力加速度，此波譜有兩修正式廣泛地應用即 ITTC 波譜（International towing tank conferuce spectrum）使用原 $P-M$ 波譜中相同之 A 值，而 $B=3.11/H_s^2$，而另一爲 ISSC 波譜（International ship structural congreso spectrum）其中 $A=173H_s^2/T_1^4$ 及 $B=691/T_1^4$ 式中 H_s 爲示性波高而 T_1 爲平均零切週期（估計爲

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_0}{m_1}}$$

式中 m_1 爲波譜之第一次力矩）。

另一種使用廣泛者爲 JONSWAP 波譜，可使用 $P-M$ 波譜公式，但 A 不再爲一常數即

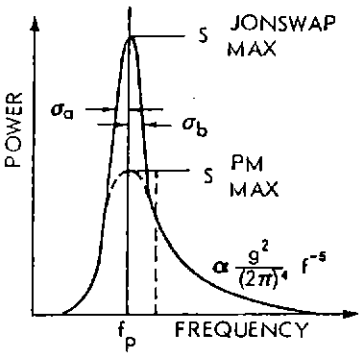
$$A=0.0081g^2\gamma^{\exp\left(-(W-W_m)^2/2\sigma^2W_m^2\right)} \qquad (28)$$

$$B=1.25W_m^4 \qquad (29)$$

式中 W_m 爲在頻率譜尖峰值下之頻率，而 γ 爲尖度因素（peakeduess）介於1與7之間，σ 值依範圍不同而異當 $W<W_m$ 則 $\sigma=0.07$，而當 $W>W_n$ 則 $\sigma=0.09$ Houmb x Overuik[36] 曾根據在挪威大陸架上115個波浪記錄資料直接用 H_S 及 T_z 代表 JONSWAP 各參數圖23爲 JONSWAP 波譜示意圖。

而波譜之方向分散經常考慮所有頻率分量依 $(\cos\theta)^2$ 之簡單化。

假定勢流理論可應用之情況，則波力可視爲一群小波浪之線性函數，故可用疊加法原理，故波力爲在海況下各小波



圖廿三　JONSWAP 波譜參數定義及與 $P-M$ 波譜比較[36]。

浪相關之波力之疊加，因此在一結構物上第K點上單位長度承受一小波浪其週頻率W及波高$H(w)$作用下之波力爲

$$F_K(w) = T_K(w) H(w) \qquad (30)$$

式中$T_K(w)$爲波高與波力相關之水動力轉換函數，故波譜與波力譜之關係亦可得出

$$S_{F_K F_j}(w) = T_K(w) \cdot T_j(w) S_H(w) \qquad (31)$$

此爲波力之交錯波譜密度（cross spectral deusity of the force），當$j=K$時，則可得均方波力譜，交錯波譜得出在K點及j點同時發生之作用力之平均值，即亦考慮位相差。式(31)之另一意義爲在點K臨近之小區域內之積分值，故可決定鋼架上某一節點之受力，在式(31)用新的$T_K(w)$及$T_j(w)$值將可求出在K及j之節點力（nodal forces）。

同理在K點之反應可表示爲：

$$X_I(w) = \sum_K \tau_{IK}(w) F_K(w) = \sum_K \tau_{IK}(w) T_K(w) H(w) \qquad (32)$$

則交錯之反應譜可表示爲

$$S_{X_I X_i}(w) = \sum_K \tau_{Ik}(w) T_K(w) \sum_j \tau_{ij}(w) T_j(w) S_H(w) \qquad (33)$$

此乃根據在一定斷面上之反應亦可表示爲位移之線性組合之原理得出，而由於加質量及水動力阻尼爲頻率之函數，既使其他非線性因素可能描述，而在此用時間領域解析乃感不足。

由交錯反應譜$S_{v_I v_i}(w)$可易於求出反應之均方值（如式25），故亦可求出反應之標準偏差（σ_X）值。

由統計上之中心極限原理，許多小波浪而無單一波浪特別佔優勢者之線性合成爲一高斯分佈，在一狹頻帶下，尖峰值爲一 Rayleigh 分佈，若隨機過程之帶寬爲適度條件則極大之尖峰值仍近乎爲一 Rayleigh 分佈[37]，故極端值之期望值爲：

$$E[X_{max}] = \sigma_X [(2\ln N)^{1/2} + 0.5771/(2\ln N)^{1/2}] \qquad (34)$$

式中N爲在一樣本中之尖峰值數量，N之簡單估計值爲

$$N = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} \qquad (35)$$

式中m_i爲波譜中第i次力矩。

另外若取100次試驗中一次最大值作爲設計值[38]，則爲

$$X_{\text{設計值}} = \sigma_X [2\ln(N/0.01)]^{1/2} \qquad (36)$$

若波力非爲波高之線性函數，若可用 Morision 公式則

$$F_K = K_{DK} u_K |u_K| + K_{MK} a_K \qquad (37)$$

式中 $K_{DK} = C_D \rho D_K / 2 \qquad (38)$

$$K_{MK} = C_M \rho \pi D_K^2 / 4 \qquad (39)$$

其中足數K代表位置在(x_K, y_K, z_K)，F爲圓柱單位長度之波力，而u及a分別爲水分子運動速度及加速度，而D爲管徑，故單位長度之交錯波力譜爲[40]

$$S_{F_k F_j}(w) = \frac{1}{\pi} K_{Dk} K_{Dl} \left[\delta \sigma_{uk} \sigma_{ul} S_{ukul}(w) + \frac{4}{3\sigma_{uk}} \sigma_{ul} \{S_{ukul}(w)\}^2\right] + \frac{\sqrt{8}}{\pi}(K_{Dk} K_{Ml} \sigma_{uk} - K_{Dl} K_{Mk} \sigma_{ul}) S_{uk a_l}(w) + K_{Mk} K_{Ml} S_{aka_l}(w) \qquad (40)$$

式中σ_{uk}爲在水深Z_K處之波浪水分子之運動速度之標準偏差。而$\{S_{ukul}(w)\}^2$爲$S_{ukul}(w)$之第三回旋（convolution）。

式(40)中第一項及第三項可用$u|u| \simeq c \cdot u$加以線性化。而反應譜（Response spectra）爲根據線性化 Morision 公式即忽略第二項在大多數之情況下之成果均已夠精確，然而第三回旋量對波譜尖峰頻率三倍（$3W_P$）下之波力譜量增加，故若結構物之阻尼量很弱，而$3W_P$爲接近結構物之共振頻率，則必須保留此回旋量。

非線性函數之概率分佈一般爲非高斯，而其尖峰亦非爲 Rayleigh 分佈，Borgman[41]曾證明在$F \leq F_0$情況下爲一 Rayleigh 分佈，則在 Morision 公式中（式37）僅

慣性力項，而在 $F > F_0$ 情況下則爲一簡單之指數分佈

$$u(F) = \frac{w}{4\pi K_D \sigma_u^2} \exp\left\{ -\frac{F - F_0/2}{2K_D \sigma_u^2} \right\} \quad (41)$$

$u(F)$爲單位時間之單位波力尖峰值之期望值，而 F_0 爲

$$F_0 = \frac{\sigma_u^2 w_0^2}{2 C_D} \quad (42)$$

Moe[37,42] 曾證明在中度之寬帶式 (41) 亦適用，且延伸至複雜之結構物[43]，然而必須強調大多數之套架式結構物包括巨大之構件僅在最極端負荷下才達到極限，故式 (36) 僅適用於 Rayleigh 分佈。在非線性情況下，最大負荷期望值爲

$$E[F_{max}] = 2 C_D \sigma_u^2 [\ln N + 0.5771] \quad (43)$$

$$N = \frac{w}{2\pi} t \quad (44)$$

式中 N 爲在時間間隔 t 中尖峰值之期望數量，若 F 代表圓柱單位長度之受力，則在式 (44) 中之 w 必須爲水分子運動速度之頻率 $w_1 = \sigma_{\dot{u}} / \sigma_u$，而若 F 爲直立樁上之總力，則 w 必須爲水位之頻率 $w_1 = \sigma_u / \sigma_\eta$，此處 σ_η，σ_u 及 $\sigma_{\dot{u}}$ 分別爲水位，水分子運動速度及加速度之標準偏差，詳細可參見參考資料 37。

似靜定情況之反應直接由負荷求出。然而在一阻尼弱之系統反應；既使非高斯負荷下，其反應亦近似爲高斯，故式 (41) 至式 (44) 不能應用。

對於在不規則波渦散引起之現象，並無精確之概率處理法，但可試著找出相當之規則波狀況而特別注意近共振之作用力量。

九、結論與建議

本文僅扼要概述最新有關波力及海流力之發展，然而有關圓柱體渦散現象所產生之上揚力等現象在本文中未加詳細討論，讀者可參閱 Blevin[10] 一書中有詳細的討論。另外有關衝擊力之處理則可參見第四屆，海洋土木工程會議論文集 (44)。

十、參考文獻

1. Fage, A. and Warsap, J.H., 1923, "The Effect of Turbulence and Surface Roughness on the Drag of a Circular Cylinder," Aero. Res. Comm. Reports and Mem. 1283.
2. Achenbach, E., 1974, "Influence of Surface Roughness on the Cross-Flow Around a Circular Cylinder, J. Fluid Mech, Vol. 46, pp. 321-335.
3. Birkhoff, G., 1955, Hydrodynamics–A study in Logic, Fact, and Simultude, New York: Dover.
4. Sedov, L.I., 1959, Similarity and Dimensional Methods in Mechanics, New York, Academic Press.
5. Batchelor, G.K., 1970, An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press.
6. Le Mehaute, B., 1976, An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves, Springer Verlag.
7. King, R., 1977, "A Review of Vortex Shedding Research and Its Application, Ocean Engr. Vol. 4, pp. 141-171.
8. Sarpkaya, T., Collins, N.J., Evans, S.R., 1977, "Wave Forces on Rough-Walled Cylinders at High Reynolds Numbers," OTC paper 2901, Offshore Technology Conference, Houston, Texas.
9. Sarpkaya, T., 1976, "In-Line and Transverse Forces on Smooth and Sand-Roughened Cylinders in Ocillatory Flow at High Reynolds Numbers." Nav. Postgrad. School Techn. Report (June 4). No. NPS-69SL76062, Monterey, California.
10. Blevins, R.D., 1977, Flow-Induced Vibrations, New York: Van Nostrand Reinhold Co.
11. Sarpkaya, T., 1979, "Vortex-Induced Oscillations. A Selective Review," J. Appl. Mech., Vol. 46, No. 2, pp. 241-258, ASME.
12. Nikuradse, J., 1933, "Stromungsgesetze in rauhen Rohren," Forsch. Arb. Ing.-Wes. Heft 361.
13. King, R., Prosser, M.J., Verley, R.L.P., 1976, "The Suppression of Structural Vibrations Caused by Currents and Waves," Proc. BOSS Conf., Trondheim, Norway, Paper 2.11, pp. 263-284.
14. Hartlen, R.T., Currie, I.G., 1970, "Lift Oscillator Model for Vortex-Induced Vibration," ASCE," EM5, Vol. 96, pp. 577-591 (1970).
15. Griffin, O.M., Skop, R.A., Ramberg, S.E., 1975, "The Resonant Vortex-Excited Vibrations of Structures and Cable Systems," The Offshore

Technology Conference, OTC 2319, Houston, Texas.
16. Iwan, W.D., "The Vortex-Induced Oscillations of Elastic Structural Elements, ASME J. of Engng. for Industry, Vol. 97, pp. 1378-1382.
17. Neudascher, E., ed. 1974, Flow Induced Structural Vibrations, Springer Verlag, Berlin (1974).
18. Berger, E., 1979, "Analyse der Scheingung-sanfachung von Zylindern zwischen Re=1000 bis 30 000 infolge Wirbelablosung mittels der Oszillator-Modell-Theorie," Report of Hermann-Fottinger-Institut fur Thurmo- und Fluiddynamik, Technische Universitat Berlin, Germany.
19. Toebes, G.H., 1969 "The Unsteady Flow and Wake Near an Oscillating Cylinder," J. Basic Eng., Vol. 91, pp. 493-502.
20. Szechenyi, E., 1975, Supercritical Reynolds Number Simulation for Two-Dimensional Flow Over Circular Cylinders," J.F.M., Vol. 70, pp. 529-543.
21. Penzien, J., 1976, Structural Dynamics of Fixed Offshore Structures. Proceedings of the Behavior of Offshore Structures, BOSS '76, Trondheim, Norway.
22. Verley, R., Moe, G., 1979, "The Forces on a Cylinder Oscillating in a Current," SINTEF Report No. STF60, A79061, Trondheim, Norway.
23. Garrison, C.J. and Rao, 1971, "Interactions of Waves with Submerged Objects," J. Waterways, Harbors, Coastal Engineering Div. ASCE, 97.
24. Hogben, N. and Standing, R.G., 1974, "Wave Loads on Large Bodies. Proceedings of International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, University College London.
25. Faltinsen, O. and Michelsen, F.C., 1974, "Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number. Proceedings of International Symposium on The Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, University College London.
26. Garrison, C.J., 1978, "Hydrodynamic Loading of Large Offshore Structures. Three-dimensional Source Distribution Methods," in Numerical Methods in Offshore Engineering, eds. O.C. Zienkiewicz, R.W. Lewis and K.G. Stagg, John Wiley, Chichester, England, 87-140.
27. Zienkiewicz, O.C., Lewis, R.W. and Stagg, K.G. (eds.), 1978, Numerical Methods in Offshore Engineering, John Wiley, Chichester, England, Notably Sections 3 and 4, pp. 141-194.
28. Hooft, J.P., 1972, "Hydrodynamic Aspects of Semi-submersible Platforms, H. Veenman en Zonen N.V., Wageningen.
29. Garrison, C.J., Tørum, A., Iversen, C., Leivseth, S., Ebbesmeyer, C.C., 1974, "Wave Forces on Large Volume Structures – A Comparison between Theory and Model Tests," Offshore Technology Conference, Houston, Texas, Paper OTC 2137, pp. 1061-1070.
30. Nes, K., 1976, "Geosim Model Tests of a CONDEEP Platform. Scale 1:120 and 1:200. Comparison with theoretical calculations," ISBN 82-595-0016-7, SINTEF Report, STF60 A76008.
31. Mac-Camy, R.S. and Fuchs, R.A., 1954, "Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory." U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Techn. Memo, No. 69, Washington.
32. Newman, J.N., 1977, Marine Hydrodynamics, the MIT press, Cambridge, Mass. USA.
33. Isaacson, M., 1979, Wave Forces on Large Square Cylinders, Mechanics of Wave-Induced Forces on Cylinders, London, England: Pitman Publishing Ltd.
34. Mei, C.C., 1978, "Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation," Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 10, pp. 393-416.
35. Price, W.G. and Bishop, R.E.D., 1974, Probabilistic Theory of Ship Dynamics, London, Halsted 1974.
36. Houmb, O.G. and Overvik, T., "Parameterization of Wave Spectra and Long Term Distribution of Wave Height Spectrum," Proc. BOSS Conf., Trondheim, Norway.
37. Moe, G., 1979, "Long-term Wave-force Statistics for a Vertical Pile," Coastal Eng., Vol. 2, pp. 297-311 (1979).
38. Gumbel, E.J., 1958 Statistics of Extremes. Columbia Univ. Pres, N.Y.
39. Ochi, M.K., 1973, "On Prediction of Extreme Values, J. Ship Res., Vol. 17, pp. 29-37.
40. Borgman, L.E., 1967, "Random Hydrodynamic Forces on Objects," Ann. Math. Statist., Vol. 38, pp. 37-50.
41. Borgman, L.E., 1973 "Statistical Models for Ocean Waves and Wave Forces," Advances in Hydrosciences, pp. 139-181.
42. Moe, G., Crandall, S. H; 1978, "Extremes of Morison-Type Wave Loading on a Single Pile," J. Mech. Design, ASME, Vol. 100, pp. 100-104.
43. Moe, G., Sack, R., 1978, Extremes of Morison-type wave loading on complex structures," In: Safety of Structures under Dynamic Loading, Tapir Publishers, Trondheim.
44. Proceedings of the Speciality Conference Civil Engineering in the Oceans IV, 1979, ASCE, New York.

流體負荷近似解法—概率與決定性分析

林　維　明

一、前　　言

設計船舶及海洋結構物必需考慮其所承受之各種負荷諸如彎矩，動力及各種運動等，此等負荷之了解對確保結構物之使用壽命相當地重要，而其中波浪與海流之流體負荷爲主要考慮因素，因實際海浪及海流不規則性，故流體負荷問題相當複雜，近三十年來有許多學者在理論與試驗方面探索。

浪浪負荷爲由於流體結構物之相對運動所致，由於波浪隨時隨地而變，故須先對波浪或波浪與海流之流場詳細了解開始處理，例如自離開速處之吹風區之湧浪可能可使用規則及決定性波浪理論處理，而在吹風區域內之風浪則爲完全之隨機過程，因此在處理暴風浪負荷有兩個方向利用概率或近似決定性方法，本文將概述之。

一旦建立適當之波浪模式，則可求此流力作用於結構物各構件之負荷機構。若構件對進行波場不發生干擾則可應用 Morision 公式[1]計算波向上之負荷，而當構件與波長之比值大者，則必須考慮因邊界改變而形成渦流所造成之橫向或上揚力之波浪繞射現象[2]，本文僅考慮 Morision 公式應用範圍內之流體負荷之處理。

一旦負荷建立，而且假定結構物與基礎之動力激動爲近似靜定，則結構物之反應（位移或應力）可合理直接地計算。而流體與結構物之運動結合，可能因波浪運動與結構物之相對運動之動力反應系統所致，此代表在負荷機構之反饋現象，而需計算系統之動力反應將於本文中討論。

二、波 浪 之 環 境

在海洋工程設計上所考慮之波浪負荷，大多數來自暴風之作用，雖其物理現象至今尚未能完全瞭解，但至少可認知其中包含著數種運動機構，剛開始由於大氣中之空氣壓力場與海水面變形之共振機構所產生[3]，利用能量轉換、可將風場轉換爲相當程度之波浪[4]，風與波浪之交互作用使能量自短波長傳遞至長波長，且最後發生碎波[5]，以便在能量輸入於一定頻率之波浪運動間維持一平衡狀況，且在碎波過程中減少激盪現象。

此各種不同物理過程可視爲三維隨機過程，由不同波高、週期與傳播方向疊加所致，由於對波浪之產生過程並不充分瞭解，故有三種設計波浪之經驗公式介紹如下：

(1)決定性波浪理論

(2)不規則波概率性質

(3)波浪能量密度譜法

爲簡化問題、以下僅討論在一定波向下之長波峯海況，此數值分析可延伸處理三度空間短波峯海況，但其計算較冗長且試驗室證實成果亦相當地少[6]；除外，在設計計算上可考慮平均波向之變化。

㈠決定性波浪理論

大多數波浪理論在本質上均爲求解流速勢，而流速勢 ϕ（或流線函數 ψ）必數滿足於連續性（拉普拉斯）方程式及能量方程式。即：

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$p/\rho=-gz-\frac{\partial\phi}{\partial t}-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right] \quad \cdots\cdots (2)$$

式中　p：壓力

ρ：流體密度

g：重力加速度

(x,z)：笛卡兒座標系統，x 爲水面、z 爲垂直向上。

式㈠及㈡假設爲非壓縮、非旋轉流運動，流速勢之解析必須滿足下列邊界條件。

(1)空氣與海水之交界面：

(a)運動邊界條件：水分子運動速度需與水面坡降相切。

(b)動力邊界條件：滿足能量方程式及 $p/\rho=0$

(2)在海床上，垂直方向之速度爲零。

流速勢（或流線函數）爲說明流體在其邊界內之流況，故在點 (x,z) 之水分子水平及垂直方向運

動速度分量分別爲:

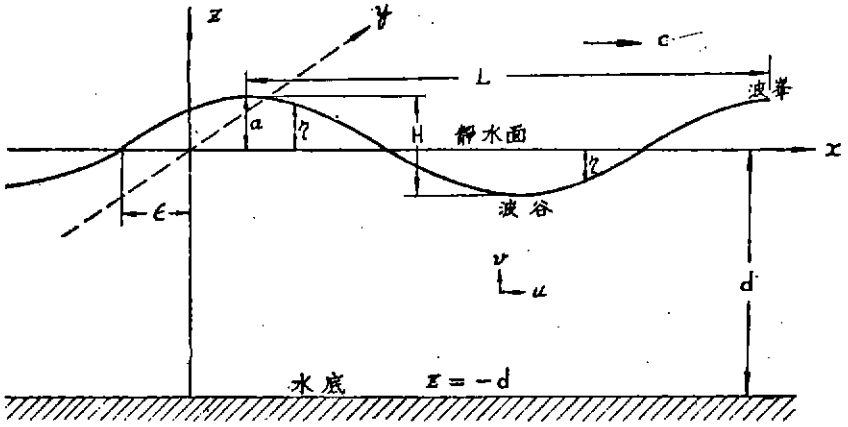
$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x}=-\frac{\partial\psi}{\partial z}$$

$$v=\frac{\partial\phi}{\partial z}=\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad \cdots\cdots (3)$$

在解析 ϕ (或 ψ) 之主要問題爲水與空氣交界面之邊界條件應用，找到水位變化之部份解答，常用之波浪理論有 Airy 線性波、Stokes 第三及五階深水波、一階及二階橢円波及淺水弧立波及一些流線函數之數值分析（例如 Dean）等。[7-9]

本文僅歸納線性波理論，然後扼要討論數值分析，其他之波浪理論可參閱有關之參考文獻[9]。

Airy 之線性波理論爲假設水面上之邊界條件爲線性，則其相關之水面曲線如下式（圖 1）：



圖一　波浪各要素定義及線性波理論應用座標系

$$\eta(t)=a\cos(kx-wt)$$

$$=\frac{H}{2}\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \quad \cdots\cdots (4)$$

式中　H: 波高=2a

k: 波數$=\frac{2\pi}{L}$

L: 波長

w: 波浪頻率$=\frac{2\pi}{T}$

T: 波浪週期=L/C

波速C及波長L可由下式定義

$$L=L_0\tanh(kh)$$

$$C^2=g/k\tanh(kh) \quad \cdots\cdots (5)$$

足數 0 代表深水波情況 ($kh>\pi$)，同時單位面積波浪之總能量(E)，等於 $\rho ga^2/2$。

作用於結構物之波力與水分子運動速度及加速度有關，其水平及垂直方向之運動速度量分別用 u 及 v 表示爲:

$$u=aw\left[\frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)}\right]\cos(kx-wt) \quad \cdots\cdots (6)$$

$$v=aw\left[\frac{\sinh(k(h+z))}{\cosh(kh)}\right]\sin(kx-wt) \quad \cdots\cdots (7)$$

而波浪運動加速度爲速度對時間之微分量。

Stokes 高階波浪理論其波形 $\eta(t)$可列爲級數型態，而級數中之係數爲波浪特性（波高，水深及波長）之函數。

Dean 之流線函數爲一數值分析方法[7-10]，如其名所意指藉與流速有關之流線函而發展出來的。

在流體運動中，水分子運動之軌跡(ψ) 爲常數者稱爲流線，在其上任意點均與其局部之流速向量平行，因此若用流線函數代替流速勢來描述波浪，可能更確實地滿足運動邊界條件，而達到自由水面爲一ψ 爲常數之曲線。

可以滿足於流體連續性需求及海床垂直方向速度爲零之適當流線函數可定爲:

$$\psi=A_1\sinh(kz)\cos(kx-wt)$$
$$+A_2\,\mathrm{Sinh}(2kz)\mathrm{ws}(2(kx-wt))+\cdots$$
$$+A_n\,\mathrm{Sinh}(nkz)\mathrm{ws}(n(kx-wt)) \quad \cdots\cdots (8)$$

因係數 $A_1\cdots\cdots A_n$ 可由每一波浪計算得出，故此級數可延伸至任一高階；除係數外，波長和水面上之 ϕ 值可視爲未知數處理。若已知 H、T 及 h 而欲找出所有未知數之程序爲在自由表面無數點之動力邊界條件爲極小值，在計算上，有許多有關非線性極小值處理方法之技術可用。由於其可能易於延伸至任意高階，因此流線函數可應用於更廣泛範圍，但需注意確使滿意之數值解答具有物理意義。

在波浪中水分子流速及加速度測量相當困難，但已有學者努力研究而得到一些可靠之試驗成果，因此在一定條件下，不同波浪理論之相對可靠性之研究爲考慮未確實滿足邊界條件之各別誤差程度，已有學者例如 Dean[11]，Le Méhauté[13] 及 Silvester[18] 等提出各種不同波浪理論其邊界條件誤差之比較。

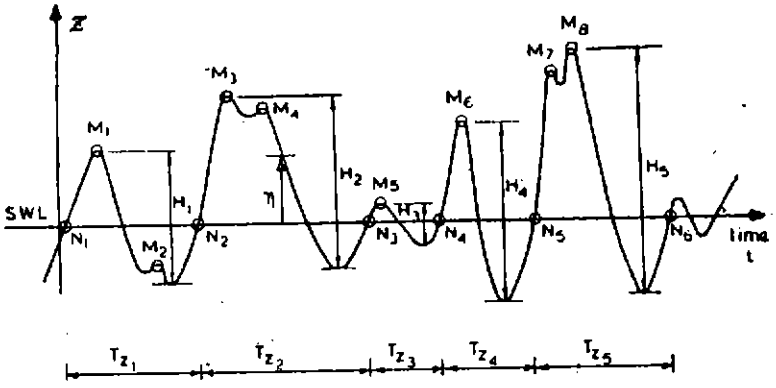
可應用海水自由表面與觀測剖面一致，此一額外之邊界條件修正上述流線函數，根據此限制條件以修正係數使得所有邊界條件之誤差減至最小，如此可計算所有波浪特性。

最近 Chaplin[14] 之研究成果指出，可由已知波浪剖面決定自由水面之水分子運動軌跡，而由此軌跡之幾何形態可得到波浪速度與加速度，此方法對減少實驗室波力測量計算波擊係數 (Wave slamming Co.)之分散現象，在使用上相當地成功。

現今處理許多流力問題包括波浪運動均使用直接差分法或有限元素法，然而很少應用於處理週期波問題。

㈡不規則波概率性質

在海洋中任意地點由測波儀所記錄之海水位變化 η 如圖二所示，然後可依照以下程序分析此一隨時間，位置而變之水位 $\eta(x,t)$。若假定水面在觀測期間內爲定常性及統一性。則可由觀測資料 η_i ($i=1.2\cdots\cdots N$ 式中 $N=T_R/\Delta t$，Δt 爲計算之時間間隔，而 T_R 爲所取之記錄時間) 求取累積分佈函數 $P(\eta)$ 及概率密度函數 $p(\eta)$ 之估計值。



圖二　不規則波浪

若 N′ 爲在 $\eta'<\eta<\eta'+d\eta$ 期間內之觀測數量，則概率密度函數爲：

$$p(\eta')d\eta=\lim_{N\to\infty}N'/N \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

而累積分佈函數爲：

$$P(\eta')=\text{prob}(\eta\leq\eta')=\int_{-\infty}^{\eta'}p(\eta)d\eta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

同樣地，η 之第 j 階統計力矩或期望值爲：

$$E(\eta^j)=\lim_{N\to\infty}\left(\sum_{i=1}^{N}\eta_i^j\right)/N \quad \cdots\cdots (11)$$

對於 η 之一階力矩、平均水位爲零之海面可用高斯概率密度函數表示：

$$p(\eta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_\eta}\exp(-\eta^2/2\sigma_\eta^2)\cdots (12)$$

式中，σ_η 爲 $\eta(t)$之標準偏差量。

有關概率之觀念於本文後附錄中詳細介紹。

若採用適當之方法解析，則圖 2 中之不規則波可由波高H及週期T描述。在工程應用上，波高定義爲相隣兩個上交於靜水位間最大水位高差，而產生一零交週期之定義，Ionguet-Higgin[15] 曾證明在某一情況下，波高之累積分佈大致可可 Rayleigh 分配表示：

$$P(H)=1-\exp(-H^2/8\sigma_\eta^2) \quad \cdots\cdots (13)$$

而相對應之波高機率密度函數則爲:

$$p(H)=\frac{H}{4\sigma_\eta^2}\exp(-H^2/8\sigma_\eta^2) \quad \cdots\cdots (14)$$

可易於由上列分配之力矩定義各種常用之不規則波度量，例如指示波高 ($H_{1/3}$) 代表一波浪樣品中、最大三分之一之期望值，而有下列關係:

$$H_{1/3}=4\sigma_\eta \quad \cdots\cdots (15)$$

在N個波浪樣品中，最大波高之期望值 E (H_{max})爲:

$$E(H_{max})\fallingdotseq(H_{1/3}/\sqrt{2\log_e N})\ /2 \ (N>100) \quad \cdots\cdots (16)$$

因此設計者可以應用具有某特殊波高（例如 $H_{1/3}$, $H_{1/10}$ 或 H_{max}）特性之規則波理論轉換機率模式爲決定性模式。而將立即遭遇到選擇波浪週期之問題，其與波高參數有關，Longuet-Higgins [16]及 Cavanie[17] 曾提出 H,T 結合分佈之形態，但仍需進一步由試驗中證實。

機率模式之發展不止有關短期定常條件，爲工程目的，常需使用 50 年或100 年之長期最大期望波高預報值，在一特定地點長期波可用觀測之 $H_{1/3}$ 及 T 值表示（圖三），每一對波浪 ($H_{1/3}$, T) 其短期條件 Rayleigh 分佈可寫爲:

$$P(H/H_{1/3}, T)=1-\exp(-2H^2/H_{1/3}^2) \quad \cdots\cdots (17)$$

H_s(m) \ T(sec.)	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5
0.3	14	40	34	8						
0.9	64	159	135	40	4					
1.5	18	103	164	78	24	2				
2.1	6	53	126	95	33	7	1			
2.7		19	103	72	41	8	2			
3.3		9	46	71	31	3	1			
3.9		1	23	63	38	6	1			
4.5			6	20	31	10	2	1		
5.1			5	13	15	12	1			
5.7			1	9	4	6	3			
6.3				2	2	4	2			2
6.9					1	3	7			
7.5				1	1		4		2	
8.1					2					
8.7						2	2			
9.3										2

圖中之數字爲總數 1924 所佔之分量

圖三　代表性 H_s 及 T 二元組立圖

此式爲二元組立圖之回旋 (Convolution)，可得單一波高長期分佈 $P_{LT}(H)$爲:

$$P_{LT}(H')=\text{prob}(H<H')=1-\{\sum_i\sum_j \exp(-2(H'/H_{1/3})^2\ n_{ij}/T_j)/\overline{N} \quad \cdots (18)$$

式中 n_{ij} 爲在下列區域內之時間比率:

$$(H_{1/3})_i-\Delta H_{1/3}/2 \le H_{1/3}\le (H_{1/3})_i+\Delta H_{1/3}/2,$$

$$T_j-\Delta T/2\le T_j\le T_j+\Delta T$$

而 $\overline{N}$ 爲單位時間內長期波浪數目之平均值，

$$\overline{N}=\sum_i\sum_j n_{ij}/T_j \quad \cdots\cdots (19)$$

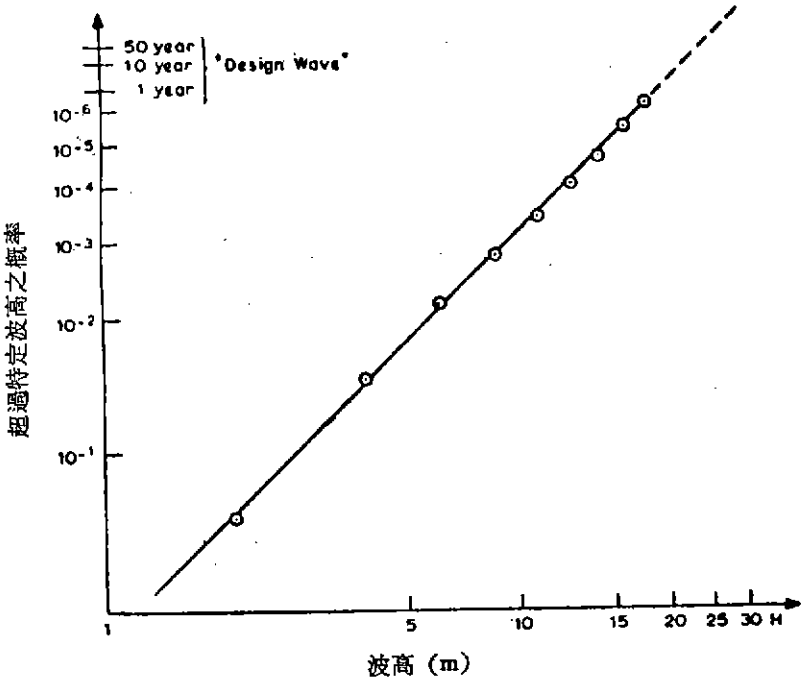
長期單一波高分佈爲根據一年實測資料且延伸至復現週期 50 年或 100 年，且根據實測資料適於 Weibull 或 Gumbel 分配函數而得出，此兩函數表示如下：

$$\text{Weibull: } p(H)=1-\exp\left[-\left(\frac{H-\alpha}{\beta}\right)^{\gamma}\right] \quad \cdots\cdots (20)$$

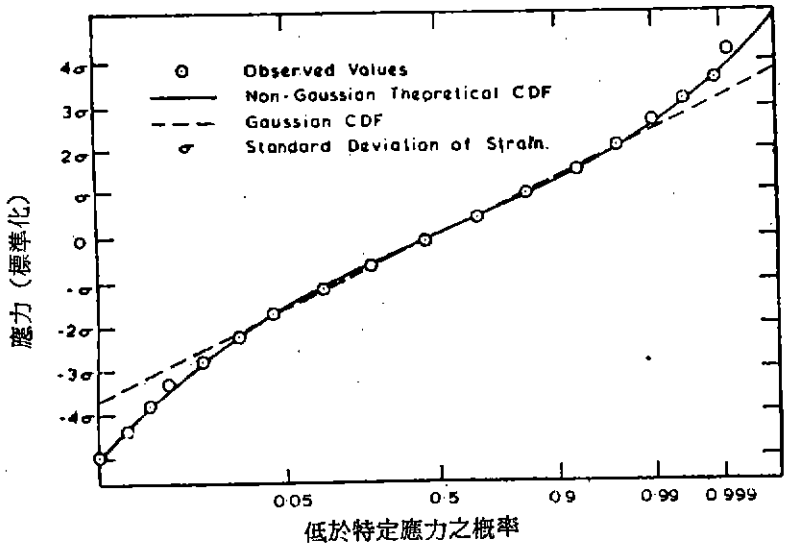
$$\text{Gumbel } P(H)=\exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{H-\delta}{\xi}\right)\right]\right\} \quad \cdots\cdots (21)$$

式中 α, β, γ, δ 與 ξ 等均爲由波浪資料所決定之分配函數之參數。

根據圖三之波高資料，應用 Weibull 概率尺度表示長期分配示於圖四，此概率分配可以延伸求



圖四　單一波高之長期性分配



圖五　應力之理論與試驗分佈比較

取所需超過之概率波高值或估計在一定平均復現週期之波高值，有關此處理之延伸請參見 Nolte[18] 之文獻。

㈢波浪能譜密度方法

上述不規則概率性質中，對波浪中之頻率內容稍感不足，且在公式中對於在不同之波浪頻率下之相對能量分佈情形並未表示，此等資料可用波浪能量密度函數說明，在文後附錄中有詳細介紹。

水面波譜 $S_\eta(w)$ 爲在外海環境中能廣泛廣用於設計情況，在設計上可採用某一個標準水面波譜型態，可根據少量不規則波之性質或測量結果而定，例如 Pierson-Moskowitz 波譜[19] 爲

$$S_\eta(w)=\frac{\alpha g^2}{w^5}\exp\left(-\frac{\beta w_0^4}{w^4}\right)\cdots\cdots (22)$$

式中 $\alpha=0.0081$

$\beta=0.74$

$w_0=g/U$

U 爲靜水面上 19.5 公尺處之風速，此式爲完全發達之風浪條件下之情形。而在風域受限情形，最近亦有許多波譜研究出現，例如 JONSWAP 波譜[20] 可列如下式:

$$S_\eta(w)=\frac{\alpha g^2}{w^5}\exp\left[-1.25\left(\frac{\overline{w}}{w}\right)^4\right]r^A$$

式中 $A=-(w-\overline{w})^2/2\sigma^2\overline{w}^2$ …… (23)

$$\sigma=\begin{cases}\sigma_a & (w\leq\overline{w})\\ \sigma_b & (w>\overline{w})\end{cases}$$

除 α 與 $\overline{w}$ 外，此式與上式類似，波譜尖峯 (Spectral peak) 之頻率爲風速與風域之函數，而其他參數 r、σ_a 及 σ_b 等不與風域成函數關係，由試驗可得平均值爲 $r=3.3$，$\sigma_a=0.07$ 及 $\sigma_b=0.09$。原先 JONSWAP 波譜目的在預報波浪，而如今爲工程設計使用，但在使用上必須考慮設計波譜規範，例如已知一對 $H_{1/3}$ 及T值，既使使用 P－M 波譜亦有兩個波譜形態出現，一則由 $H_{1/3}$，另一由 T 得出。

雖然波譜密度函數爲可由自關 Fourier 轉換得出（詳見附錄），而量度波譜可直接由順序相連之海水面高程觀測值用快速 Fourier 轉換方法 (Fast Fowier transfom method 簡稱 FFT) 計算得出[21,22]，特別當資料點數N爲偶數 (2^q) 之情況下，在計算各個 Fourier 係數 a_k 相當有效，

$$a_k=\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1}\eta_j\exp(-i(2\pi jk/N))\cdots (24)$$

由此式可概估連續性波譜爲:

$$S'(w_k)=\frac{T_R}{2\pi}a_k^*a_k\cdots\cdots (25)$$

式中 a_k^* 爲 a_k 之共軛複素數，而 $w_k=\frac{2\pi K}{T_R}$ 在此式之概估波譜推算值之變異數較大，一般平滑波譜爲應用相隣兩頻率點推算值之平均值，其次再將整個記錄中之片段用 FFT 處理且平均所得之波譜。

一些其他實際問題必須提及，在計算間隔 Δt 必須選定，使得在超過 $\pi/\Delta t$ 之頻率下無顯著之能量存在，若對 Nyquist 頻率，此種高頻率感興趣，而未採用此步驟或記錄未經原始濾過，則超過 $\pi/\Delta t$ 之能量將摺合於低頻率之估計值中。同時亦需移走一些避免在零頻率之大推算值之任何趨向之資料，且開始逐漸尖削記錄，最後變爲餘弦或其他合適之函數[23]。

㈣不規則波之模擬

水面 (η) 之波譜描述在頻率領域內之變異數分配情形，且由線性波理論，變異數與波能關係爲:

$$\sigma_\eta^2=\int_0^\infty s_\eta(w)dw\cdots\cdots (26)$$

長波峯不規則波之數值模式可根據一羣一階之波浪，其波浪振幅可由波譜 $s_\eta(w)$ 得知而相疊加如下式:

$$\eta(x,t)=\sum_{j=1}^{M}a_j\cos(k_jx-w_jt+\theta_j)\cdots (27)$$

式中 $a_j=\sqrt{2s_\eta(w_j)}\Delta w\cdots\cdots (28)$

週波數 k_j 與頻率及水深有關如下式

$$w^2=gk\tanh kh\cdots\cdots (29)$$

若位相 θ_j 選自一在 $0\sim2\pi$ 間之獨立，均勻概述分佈，而當 $M\to\infty$，可應用中心極限定理 (Central Iimit Theorem) 建立 $p(\eta)$ 之極限型態爲一高斯當配與式(2)相符合。

Borgman[24] 與 Shinozuka[25] 曾討論式(27)之

使用和分擬海洋波浪和其他隨機過程之相似模式，Borgman 建議 w_j 頻率選自累積波譜可得到相等之波浪振幅（能量）分量，而 Shinozuka 則證明可取 w_j 當作隨機頻率模擬求出波譜密度函數有關之分配，若M值相當大，則此模式在用所需標的波譜和概率分佈模擬 η 看來似乎相當地成功，Borgman[34] 亦用線性濾過發展模擬水面曲線如下式：

$$\eta_j=\sum_{j=-N}^{N} a_i b_{j-i},\quad j=N+1,\ N+2\cdots\cdots \quad (30)$$

式中 b 爲具有已知波譜之隨機高斯次序而濾過常數 a_i，可由 Fourier 轉換有關 b 與 η 之頻率反應函數之計算而得出，此一近似求法爲許多不規則波浪合成之根據，用於控制試驗室之造波機，次序 b 爲由一個轉換記錄器之虛隨機二進位輸出資料得出，在此時之濾過常數權衡阻力，其值選自一標的波譜 $S_\eta(w)$ 和造波機運動及其所形成之波浪轉換函數等。

此方面之討論其主要目的不在模擬水位，而爲發展流體運動中在計算波浪負荷之模式，因此再應用線性波浪理論可得到水平及垂直方向之速度與加速度例如：

$$u(x,y,k)=\sum_{j=1}^{M}\sqrt{2S_\eta(w_j)\triangle w}\cdot\frac{\cosh(k_j(z+h))}{\sinh(k_j h)}\cos(k_j x-w_j t+\theta_j) \quad \cdots\cdots (31)$$

由此可得到波浪水分子水平速度波譜 $S_\eta(w)$ 與水面波譜 $S_u(w)$之關係爲

$$S_u(w)=\left(w\frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(kh)}\right)^2 S_\eta(w) \quad \cdots\cdots (32)$$

式(32)中之括號部份爲波浪水分子速度波譜與水面波譜相關之轉換函數。

除非在自由表面區域，該處在所考慮點之上、下之水位 η 變化。面導至流體運動之中止或不連續之隨機過程、此方面，當考慮在自由表面範圍內之結構物構件負荷時必須詳加討論，否則式(32)此種線性轉換包含流體運動之高斯分佈爲合理的。

三、波浪負荷

(一)負荷機構

Morision 公式[1]對於波向上作用於垂直構件之水平力，其單位長度之總波力爲線性內力與非線性曳力分量之疊加，即：

$$F=K_i u+K_d u|u| \quad \cdots\cdots (33)$$

若管狀構件之直徑爲 D，則

$$K_i=C_m\rho\pi D^2/4,\qquad K_d=C_D\rho D/2 \quad \cdots\cdots (34)$$

式中 ρ 爲海水密度，而 C_m 及 C_D 爲引起許多爭論之內力和曳力係數，C_m 及 C_D 爲浸水深度、波浪條件、管徑和管構表面粗糙度等各種變數之函數，而這些變數在式(33)中表示不夠充分，因此波浪負荷問題可分兩個步驟解析，首先須評估適合於所考慮之特殊海況下之曳力和內力係數，然後才能應用式(33)計算波浪負荷。

有關 C_m 及 C_D 值之選定，曾有許多學者從事研究且可提供指引，而其共同之方法爲測量構件斷面上之波力及進行波性質，然後利用某些波浪理論計算波浪週期內之運動速度與加速度，然後將觀測波力值一齊代入式(33)可得到 C_m 及 C_D 之推算值，此值可能在一波浪週期內利用最小二乘法解析求得之最佳擬合。可能可從速度或加速度等於 0 有關之位相角或可選定對最大波力之最佳擬合數值。Agard 與 Dean 曾應用流線函數理論與水面觀測值擬合用以計算有關波力測量計算流體運動及其他深入研究工作，Dean[37] 亦曾討論在決定內力及曳力係數之適當波浪及波力資料標準。

在概率模式中，Pierson & Holmes[38] 及 Borgmen[39] 曾發表根據觀測之波力分佈之力矩值或由波譜關係推算 C_m 及 C_D 值之方法，最近英國船舶研究協會[30] 曾對 Morision 係數作一評論。

在衆多研究文獻中，可得到一些實用之結論，Morision 係數與流體運動參數例如 Reynold 數或 Keulegan-Carpenta 數等有關，實驗室所進行試驗之縮尺很重要，由於縮尺影響關係因此許多實驗值不適於原型，極度亂流之條件下應用。然而有些例外，例如 Sarpkapa[31] 之研究成果，同時很明顯地在應用時，必須依原來在導引 Morision 係數所使用之波浪理論分析資料者一致，例如統計

分析所得出之 C_m 及 C_d 值可能代表總觀測週期內之期望值，不適合用此值連同決定性波浪理論計算在某一特定位相角下構件之負荷。

在海洋中除了波浪外，尚需注意穩定海流之存在，在習慣上使用總波浪運動速度與穩定海流向量疊加合成流速於 Morision 公式非線性曳力分量，同時在計算波浪運動時，必須認知波浪與海流有相互作用，使得波浪性質有所改變，此問題 Dalrymple[32] 及 Dean[33] 曾應用流線函數波浪理論考慮，而 Huang[34] 亦曾討論在海流與不規則波間之互制，可引起相當顯著之波譜變化。

通常穩定流問題表示橫向或上揚力，其公式形態與 Morision 公式中之波向上曳力量類似，即

$$F_T=C_L\rho\frac{D}{2}u^3 \cdots\cdots (35)$$

然而在許多振盪流之情況下試驗之資料中顯示 F_T 並不具有規則性，且與線上流 (In-line flow) 關連性不大，但可能與線上力之大小同一順序，對此問題之研究，有些學者[35,36] 曾利用級數表示如下:

$$F_T=\rho\frac{D}{2}U_{max}^2\sum_{j=1}^{N}C_{Lj}\cos(jwt+\theta j) \cdots\cdots (36)$$

式中 U_{max}: 最大水平力

w : 基本波浪頻率

C_{Lj}; θ_j: 與第 j 個調和上揚力有關之上揚力係數及位相角。

Sarpkaya[81] 之研究成果指出橫向力之頻率量並不可能經常爲基本波浪頻率之確實調和函數所組成。在原則上、上揚力係數亦可由上述介紹之 Morision 係數方法之試驗資料估計得出。在此方面。很少有適用於原型之資料可用，而需要有更多之研究工作，致力於發展一完全線上或橫向之負荷機構，以爲外海結構物波浪負荷分析之使用。

㈡波浪負荷之波譜說明

Borgman[37] 根據 Morision 方程式將其非線性曳力項化爲級數形態而導出單位長度波力之近似波譜表示法，波浪速度與加速度由其水位變化之線性關係可考慮爲獨立之高斯過程。

若級數中，僅考慮保留其中第一項，則其解答爲

$$S_F(w)=\frac{8Kd^2\sigma_u^2}{\pi}S_u(w)+K_I^2S_{\dot{u}}(w) \cdots\cdots (37)$$

$S_F(w)$ 可用兩個獨立輸入資料 $S_u(w)$ 與 $S_{\dot{u}}(w)$ 之線性轉換疊加近似得出，因此波力之概率密度函數爲平均值爲零之高斯分佈（無海流之情況下）而其變異數爲

$$\sigma_F^2=\int_0^\infty S_F(w)dw \cdots\cdots (38)$$

因此對於一個窄帶波譜，尖峯波力之概率密度及受力範圍可用 Rayleigh 密度函數近似表示，類似於前所介紹之波高分佈。

假定曳力量之代表級數中保留更多之高次項，捲入波譜自個旋捲 (Self-Convolution) 此必須用數值分析估計。最有效之方法爲用 Fourier 轉換爲頻率領域，計算在 τ 領域之解答，波譜回轉之結果爲在頻率高於輸入波譜之波力譜所產生之能量，能量標準很低，且不論外海平臺構件之結構阻尼係數很小，代表性者約爲臨界值之 3～5%，此激動對造成在外海結構物頻率爲 5～20Hz 之範圍下具有相當顯著之應力變動量似乎很難成功的，可能後者可由渦散過程造成，但至今尚未完全地了解。

㈢波浪負荷之概率說明

在概率領域之波浪負荷可能可將變數轉換方法應用於流體運動之多變數高斯密度函數說明[38]，令在結構物上 n 個位置之波浪負荷可用向量向量 $\{F\}=\{F_1, F_2\cdots\cdots F_n\}$ 表示。而向量 $\{u\}$ 則代表流體有關之速度及加速度 $\{u_1,u_2\cdots\cdots\dot{u}_n,u,\cdots\cdots\dot{u}_n\}$ 則 $\{u\}$ 之結合概率密度分佈函數之形式爲

$$p\{u_1,u_2\cdots\cdots\dot{u}_n\}=\exp(-\{u\}^T[\mu]^{-1}\{u\}/2)/[(2\pi)^n\sqrt{\text{Det }\mu}] \cdots\cdots (39)$$

Det μ 爲 μ 之矩陣，$[\mu]$ 爲 $[u]$ 之二次力矩之矩陣，這些項可由積分波譜密度自個及交錯函數例如 $Su_1u_1(w)$ 及 $Su_1u_2(w)$ 等之積分而得出，此可能由線性隨機波浪理論發展得出（式(6)、(7)、(32)及附錄），在投攝 $\{u\}$ 與 $\{F\}$ 概率空間之關係，必須引用一 $F_{n+1}\sim F_{2n}$ 之補助變數，在此情況下，可能可取爲速度之變化量例如 $F_{n+1}=u_1$ 等，因此波力之結合概率密度函數可寫爲:

$$p((F_1F_2\cdots\cdots F_{2n})=\frac{p(u_1u_2\cdots\cdots\dot{u}_n)}{|\text{Det }[J]|} \cdots\cdots (40)$$

式中〔J〕爲 Jacobian 轉換矩陣，由每一n 點之 Morision 波力公式（式 33）之微分量所得，此補助變數可藉 n 重積分去除，因此可得：

$$p(F_1,F_2,\cdots F_n)=((2\pi)^n\sqrt{\mathrm{Det}\mu}\prod_{j=1}^{n}K_{jj})^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-\{u\}^T[\mu]^{-1}\{u\}/_2)du_1\cdots\cdots du_n \quad\cdots\cdots(41)$$

式中 K_{jj} 爲式(33)中，有關波浪負荷內力分量在 j 位置上之相關係數。對於結構物上似靜定之波浪負荷、式(40)可以藉結構物之堅硬度矩陣（Stiffness matrix）再次轉換、而得到應力與位移反應變化之結合密度函數，然而此一近似解法由於 n 重積分包含如式(41)之表示法，相當地冗長，對於大於一個自由度者，不論使用特別一致之程序，而其數值計算仍是相當地長，此一近似解所得出之值爲使用非線性曳力，且此現象對於曳力量特別顯著之小管經構件之波浪負荷之統計說明是相當地重要。

亦可證明(28)單一變化之波力（海流力爲零）之概率密度可表示爲：

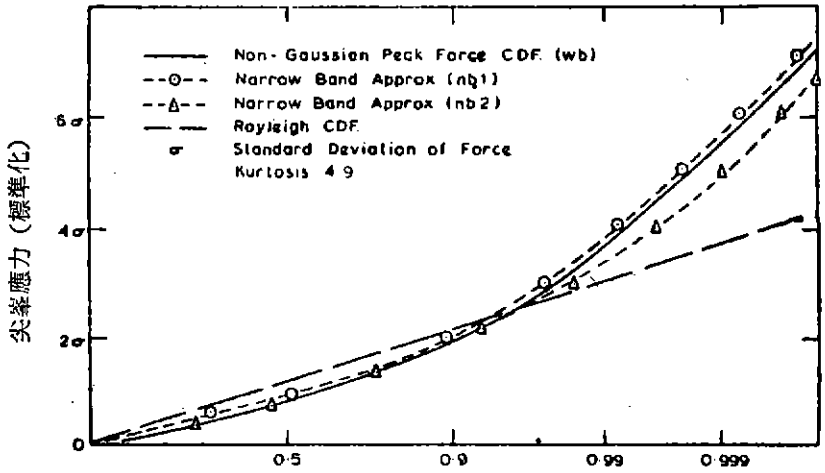
$$p(F)=(2\pi\sigma_{\phi_1}\sigma_{\phi_2})^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\left(\frac{\phi_1}{\sigma_{\phi_1}}\right)^2+\left(\frac{\phi_2}{\sigma_{\phi_2}}\right)^2\right)\right]d\phi_1 \quad\cdots\cdots(42)$$

式中 $\phi_1=u\sqrt{K_d}$ 及 $\phi_2=\dot{u}K_f$，而參數 σ_{ϕ_1} 及 σ_{ϕ_2} 可能可由波力之二階及四階力矩求得，例如 $E(F^2)$ 及 $E(F^4)$，在北海之外海平臺之原型應力記錄及實驗室試驗所得之分析(38)顯示結構物反應變數之概率分佈與式(42)之形態相類似，圖五爲理論與觀測之應力分配比較圖，其理論值爲與反應觀測值之二次及四次力矩一致。

(四)尖峯波力及受力範圍

在極端負荷及疲勞之設計上，必須了解尖峯疲力及受力範圍之密度函數，有許多根據曳力項之線件化或保留非線性，且假設有關波力譜之帶寬度（Band-width）等而定之解答形態可以利用。

對於線性化之解答，最基本之變量爲 Guassian 分佈，而對於窄帶波譜，其尖峯波力及其受力範圍爲一 Rayleigh 分佈，此現象類似於水位之極大值及波高之概率性質。



圖六　尖峯應力理論分配之比較

非線性曳力量之保留導至一波力之非高斯分佈，且相當之波力之極大值及其受力範圍之求解將更爲複雜。

由 F, $\dot{F}$ 及 $\ddot{F}$ 之結合統計之考慮可得到尖峯波力之一般性寬帶分佈(38-40)，但若一窄帶波力譜，則可作些簡化，如此極大正值可發生於一向上橫過一定基準波力中此種分佈之第一種形式可列爲：

$$P_{nb1}(F)=1-\int_0^{\infty}\dot{F}_p(F,\dot{F})d\dot{F}/\int_0^{\infty}F_p(F=0,\dot{F})d\dot{F} \quad\cdots\cdots(43)$$

若 F 及 $\dot{F}$ 互相獨立爲合理的，則可再次簡化爲

$$P_{nb2}(F)=1-P(F)/P(F=0) \cdots\cdots (44)$$

式中足數 nb 代表窄頻帶

式(44)中之尖峯波高分佈之表示法，有些重要之假設條件爲前題，當波力之概率密度函數可能用些簡單之統計力矩定義則式(44)之表示法所得之數值很理想。圖 6 爲三種尖峯波力分佈之比較，其中 Rayleigh 分佈由線性近似值得出，內力與曳力之相對重要性之量度可由波力之四次力力矩與二次力矩之平方之比值 $(E(F^4)/E^2(F^2))$ 加以訂定。所列舉之範例爲一套架式平臺支柱負荷情況之代表型，所需疲勞設計之應力範圍計算顯示類似之趨向，非線性之影響很顯然地表示出來，但它存在以便探索是否此因素對於疲勞問題之相關性相當顯著，而在計算極端負荷時，適切地考慮非線性項爲相當重要地[41]。

若將穩定海流值考慮於平均速度變量 {u} 中，則可修正因穩定海流存在之基本及尖峯波力概率密度函數[42]，而在矩陣 [μ] 之單元爲由修正之水面波譜 $S_\eta(w)$ 之自個及交錯波譜函數導出，必須認知上列之修正僅代表在處理波浪與海流互制直接用速度疊加之第一階段之步驟。

(五)間歇性負荷

當構件在水面區域內，則對於波浪負荷之概率模式必須作進一步之修正，若在相對於靜水位之某一特定高度 Z，其流體運動不連續性，當波浪通過時，此點位於自由水面之上下。對此問題，可定義一修正之速度及加速度量 (u′, v′, $\dot{u}'$, $\dot{v}'$如下):[43]

$$\begin{aligned} u' &= C\ (\eta-Z)\ u \\ u' &= C\ (\eta-Z)\ \dot{u} \text{ 等等} \end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (45)$$

$$\text{而 } C(\eta-Z)=\begin{cases} 1\ (\eta\geq Z) \\ 0\ (\eta<Z) \end{cases}$$

則新的速度及加速度組不再爲一高斯分配變數，例如水平流速爲一歪斜分佈(Skewed distribution)而在 $u'=0$ 時，有一不連續之概率則代表在該時之點未浸水波力，概率分佈之修正式爲使用非高斯變數 {u′} 導出者，一般而言，其發展如同連續性負荷情況。

(六)長期尖峯波力

上面所導出之波力分佈爲短期及定常條件下之現象。若欲獲取長期或使用年限期間之尖峯波力分配，必須疊加所有在整個結構物所經歷之海況下之短期波力分配之積[43]。此程序類似前面所介紹之波浪長期統計成果，若長期波浪可用 $H_{1/3}$ 及 T 數值表示，則可提出各種滿足於 $H_{1/3}$ 及 T 之水面波譜。在估計極大負荷統計上，僅需考慮一些最惡劣之海況，疲勞分析一則可根據長期應力範圍歷程，或對許多海況下計算其短期之累積災害情形，然後藉著在該條件下之時間比率對每一個海況旋捲期望傷害值。

四、討論與結論

暴風浪之複雜之三維空間隨機過程，然而使用決定性或概率方法模擬波力場上之研究成果有顯著地進步，決定性波浪理論之數值形式非常有適應性可延伸至高階，雖在大尺度之可靠性尚需證實。由比較得知，根據一階波譜之不規則波理論僅發展爲線性解析，而此可能足供工程設計用，但仍需進一步調查波浪與海流互制及近水面之流體問體。

雖有許多學者對 Morision 公式提出評論，但它仍爲計算鋼架型結構物線上波力最適當之負荷機構。假設在應用時注意選定 Morision 係數 C_D 及 C_m 值依流況參數之特性而定而能選到相當合適之數值，則 Morision 公式仍可應用。而深入研究需致力於固定或可彎性構件其線上或橫向負荷之機構。

線性波譜分析爲適用於波浪負荷中，以線性內力分量所佔之比例較大之情況。當曳力分量相當顯著之情況，則必須非線性量足以表示。由前述所得短期非高斯模式之成果顯示與實測資料一致。現在正進行之研究工作爲確定非線性量對於預報疲勞與使用年限及開始發生疲勞現象之重要性。

在許多方面上，這些解析之延伸爲可能的，而未來必須研究發展有關長期波浪環境更作更眞實之描述；包括進行波場之方向性，和適合於發展中之波譜等。現在之解答必須延伸於考慮結構物之動力反應影響，特別是非線性在水動力阻尼之重要性更需作試驗與理論之探討。

五、參 考 文 獻

1. Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S. A. (1950). "The forces exerted by surface waves on piles", Pet. Trans., 189, TP2846.
2. Garrison, C. J. and Chow, P. Y. (1972). "Wave forces on submerged bodies", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div., ASCE, 98, WW3, August 1972.
3. Phillips, O. M. (1957)."On the generation of waves by turbulent waves by turbulent winds", J. Fluid Mech., 2.
4. Miles, J. W. (1957—62). "On the generation of surface waves by shearfiows", J. Fluid Mech.
5. Longuet-Higgins, M. S. "Anon-linear mechanism for the generation of sea waves", Proc. Royal Soc, Series A, 311.
6. Marshall, P. W. (1976). "Cynamic and fatigue analysis using directional spectra", Paper No. 2537, p. 143, Oflshore Technology Conference, Houston, Texas.
7. Dean, R. G. (1974). "Evalnation and development of water wavet heories for engineering applica.tion", Special Report No. 1, Vol. 1, U.SArmy Coastal Eng. Res. Centre, November 1974.
8. Chan, R. K. and Street, R.L. (1970). "Acomputer study of finite amplitude water waves", J. ComputationalPhysics, 6.
9. Wiegel, R. L. (1963). Oceanographical Engineering, Prentice-Hall.
10. Chaplin, J. R. (1976). "Mathematical models for gravity waves", Mathematical and Physical Modelling, Universities of Liverpool and Manchester, April 1976.
11. Dean, R. G. (1970). "Relative validities of water wave theories", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE,WW1.
12. Le Méhauté, B.(1969). Shore Protection Manual, U. S. Army Coastal Eng. Res. Centre, 1973. 13. Silvester, R. (1974). Coastal Engineering, Vol. 1, Elsevier.
13. SilSester, R. (1974). Coastal Engineenng, Vol. l, Elsevier.
14. Chaplin, J. R. (1977). "Surface particle orbits in uniform waves", Waterways Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE, May 1977.
15. Longuet-Higgins, M. S. (1952). "On the statistical distribution of the heights of sea waves", J. Mar. Res., XI.
16. Longuet-Higgins, M. S.(1975). "On the joint distribution of the periods and amplitudes of sea waves", J. Geophys. Res., 80, June 1975.
17. Cavanie, Arham, M., and Ezraty, R.(1976). "A statisical relationship between individual heights and periodsof storm waves", Int. Conf. on Behavionr of Offshore Structures, BOSS, Trondheim.
18. Nolte, K.(1973). "Statistical methods for determiningextreme sea states", 2nd Conf.Port & Ocaen Eng. Under Arctic Conditions, Univ. of Iceland.
19. Pierson, W. J. and Moskowitz, L. (1964). "A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigordskii", J. Geophys. Res., 69, 5181.
20. Hasselman, K.etal. (1973). Measurements of Wind-wave Growth and Swell Decay

During the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Deutches HydrographischesInstiaut, Hamburg.
21. Newland, D. E. (1975). An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis, Longman.
22. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. (1971). Random Data Measurement and Analysis Procedures, 2nd Edn, Wiley, New York.
23. Bingham, C., Godfrey, M. D., and Tukey, J. W. (1967). "Modern techniques of power spectrum estimation",IEEE Trans. Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15.
24. Borgman, L. E. (1969). "Ocean wave simulation for engineering design", J. Waterways Harbor s& Coastal Eng. Div. ASCE, 95, WW4, November 1969.
25. Shinozvka, M. and Jan, C. M. (1972). "Digital simulation of random processes and its applications", J. Sound & Vibn., 25.
26. Aagard, R. and Dean, R. G. (1974). "Waveforces: data analysis and engineer- ing calculation method", OTC, 1974, Paper 2073.
27. Dean, R. G. (1976). "Methodology for evaluating suitability of wave and wave force data for determining drag and inertraroefficients", BOSB, 1, Trondheim.
28. Pierson, W. J.and Holmes, P.(1965). "Irregular wave forces on a pile", J. Waterways, Hardors & Coastal Eng. Div. ASCE, 91.
29. Borgmann, L. E. (1972). Statisticalmodels for ocean waves and wave forces", Recent Advances in Hydroscience, Vol. 8, Academic Press.
30. A Critical Evaluation of the Data on Wave Force Coeffients, British Ship Research Association, August 1976.
31. Sarpkaya. T. (1976). "Vortex shedding and resistance in harmonic flow about smooth and rough circular cylinders", BOSS, 1, Trondheim.
32. Dalrymple, R. A. (1973). "Water-wave models and wave forces with shear cur-rents", Coastal & Offshore Eng. Lab., Univ. of Florida, August 1973.
33. Dalrymple, R. A. and Dean, R. G. (1975). "Waves of maximum height on uniform currents", J. Waterways. Harbors & CoastalEng. Div. ASCE, 101, August 1975.
34. Huanf, N. E. etal. (1972). "Interaction between steady non-uniform currents and gravity waves with applications for current measurement", J. Physical Oceanography, 2.
35. Isaacson, M. St. J. and Maull, D. (1976). "Transversc forces on vertical cylinders in waves", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE, 102, February 1976.
36. Chakrabarti, S. K., Wolbert, A. L., and Tam. W. A. (1976). "Waveforces on vertical circular cylinders", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE, 102, May 1976.
37. Borgman, L. E. (1967). "Spectral analysis of ocean wave forces on pilsng", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE, 93.
38. Tickell, R. G (1977). ".Continuons ra ndom wave loading on structural members", Structural Engineer,May 1977.
39. Holmes, P. Analysis of Wave Forces on a North Sea Structure, unpublished.
40. Tung, C. C. (1974). "Peak distribution of random wave-current force", J. Eng. Mech. Div. ASCE, 100.

41. Tickell, R. G. (1976). Discussion on "Prediction of extreme wave-induced loads on ocean structuoes", Ochi & wang, BOSS, 2, Trondheim.
42. Pajouhi, K. and Tung, C. C. (1975). "Statistics of randomwave field", J. Waterways, Harbors & Coastal Eng. Div. ASCE, November 1975.
43. Tickell. R. G., Burrows, R., and Holmes, P. (1976). "Long-term wave loading on offshore structures", Proc. ICE. 61.

附錄：概率理論與隨機過程

大多數在外海工程所遭遇之環境負荷均爲隨機性，包含隨應力和變位而變更之隨機結構反應。在過去數年來決定性負荷之設計程序之發展減輕不少設計者對處理波浪，風及地震等環境力問題之困擾。而近年來應用概率理論解析此等隨機性環境力而所得之結果證以相當適切，因此對此方面之技術產生更大之信心本文扼要介紹五個基本上之觀念如下：

(1)隨機變數
(2)隨機過程
(3)波譜
(4)隨機振盪量線性系統之反應
(5)極大值及極端值之統計理論

欲徹底了解此等觀念，請參閱本附錄後之參考文獻。

一、隨機變數

概率理論爲考慮可能出現或某些情況其確實出現之成果尚未能預先決定者，故爲處理一未確定問題之數學。例如 $\{R_1, R_2, \cdots\cdots R_n\}$ 代表一組可能之結果，則 R_j 在某一特定時機之機會定義爲 R_j 之概率〔prob$\{R_j\}$〕，概率爲正值，介於 0～1 間分別代表不可能和確實之極限。

隨機變數爲某一情況下所有可能出現數值之變數。因此概率之標準可與一隨機變數各個值相關，一隨機變數 X 可用其累積分配函數 P(x)說明爲

$$P(x)=\text{prob}(X<x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A\cdot1)$$

式中根據定義

$$P(-\infty)=\text{prob}(X\leq-\infty)=0.0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A\cdot2)$$

$$P(\infty)=\text{prob}(X\leq\infty)=1.0$$

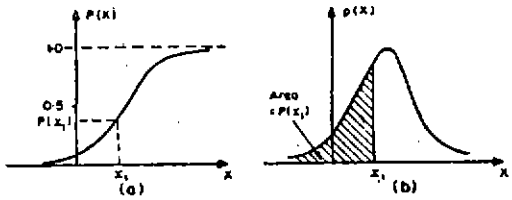
$$\text{Prob}(x_1<X<x_2)=P(x_2)-P(x_1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A\cdot3)$$

圖A1(a)爲代表性累積概率分佈函數 (CDF)，CDF 可用以說明連續或非連續性變數之隨機變數。爲避免隨機變數爲無限個X值，其概率值將趨於零，故引用另一新的概率密度函數 p(x) 定義爲 CDF 之微分值說明如下：

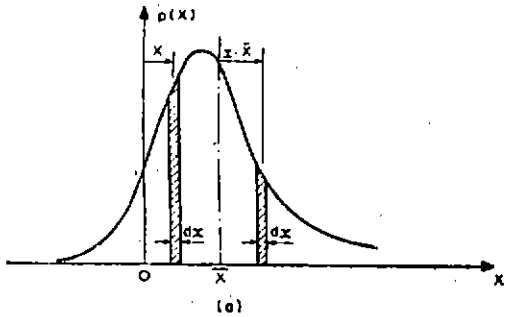
$$\text{prob}(x<X<x+\triangle x)=P(x+\triangle x)-P(x)=\triangle p(x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A\cdot4)$$

若 P (x) 可微分，則

$$P(x)=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle P(x)}{\triangle x}=\frac{dP(x)}{dx} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A\cdot5)$$



圖A1　X 之累積分佈函數及概率密度函數



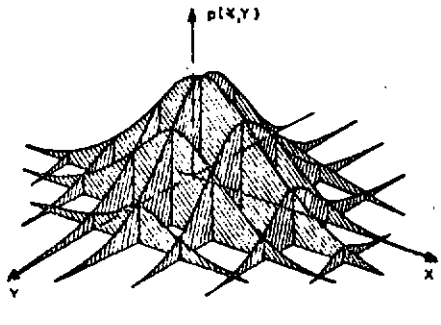


圖 A2 (a)X 之概率密度函數之力矩
(b)結合概率密度函數

因此可得

$$\int_{-\infty}^{x_1} p(x)dx=P(x_1)-P(-\infty)=P(x_1) \quad \cdots\cdots (A\cdot6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx=P(\infty)-P(-\infty)=1.0 \quad \cdots\cdots (A\cdot6)$$

圖 A1(b) 示一代表性之概率密度函數。

設一變數，各變量之出現事件爲互斥，且各變量發生機率和等於一，則該變數之期望值爲各該變量與其發生之機率乘積之和，因此若Y爲一已知函數 f(x) 且爲一隨機變數，則其平均值 $\bar{Y}$ 或期望值 E(Y) 爲

$$E(Y)=\bar{Y}=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x)dx \cdots\cdots (A\cdot7)$$

上式若取概率密度函數 p(x) 對垂直軸(x=0)之力矩，則可得:

$$m_j=E(X^j)=\overline{x^j}=\int_{-\infty}^{\infty} x^j p(x)dx \quad \cdots\cdots (A\cdot8)$$

因此可得

(1)j=0，$m_0=1.0$ …… (A·9)

(2)j=1，變異數X之平均值或期望值

$$m_1=E(x)=\bar{x}=\int_{-\infty}^{\infty} \times p(x)dx \quad \cdots\cdots (A\cdot10)$$

(3)j=2；變異數X之二次力矩或均方值爲

$$m_2=E(x^2)=\bar{x}^2=\int_{-\infty}^{\infty} x^2p(x)dx \quad \cdots\cdots (A\cdot11)$$

可能可對任一垂直軸取力矩，例如變異數X中，σ_x 稱爲X之標準偏差，σ_x^2 爲對 $x=\bar{x}$ 之垂直軸之二次力矩，即

$$\sigma_x^2=E((x-\bar{x})^2)=\int_{-\infty}^{\infty} (x-\bar{x})^2p(x)dx$$
$$=m_2-m_1^2 \cdots\cdots (A\cdot12)$$

下列爲一般常用以說明概率密度之參數

平均值 $=m_1$

標準偏差 $=\sigma_x=(\mu_2)^{1/2}$

歪度 (Skewness) $=\mu_3/\sigma_x^3$

峯度 (Kurtosis) $=\mu_4/\sigma_x^4$

衆數 (Mode)=p(x) 爲最大值情況下之 X值

中值 (Median)=p(x)=0.5 情況下之X值

式中 μ_n 爲對平均值之 n 次力矩。

概率方法亦可延伸處理許多不規則變數之結合，例如 X, Y 之結合概率密度函數 p(X,Y) 如圖A2(b)所示:

$$p(x,y)=\lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0}} \frac{prob(x<X<x+\Delta x,\ y<Y<y+\Delta y)}{\Delta x\Delta y}=\frac{d^2p(x,y)}{dxdy} \cdots\cdots (A\cdot13)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int p(x,y)dxdy=1.0 \cdots\cdots (A\cdot14)$$

X或Y之個別地或邊緣之概率密度函數可能可由其結合概率密度函數得出，但一般並不保證其爲收斂。

$$p(x)=\int_{-\infty}^{\infty} p(x,y)dy \cdots\cdots (A\cdot15)$$

條件概率密度 p(x | y) 爲描述在Y等於一定值之情況下，X之概率。

$$p(x\mid y)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{prob(x<X<x+\Delta x\mid Y=y)}{\Delta x} \cdots\cdots (A\cdot16)$$

在結合概率密度函數與條件概率密度函數有一很重要之關係存在，即:

$$p(x,y)=p(x\mid y)\cdot p(y) \cdots\cdots (A\cdot18)$$

$$p(x,y)=p(x\mid y)p(y) \cdots\cdots (A\cdot17)$$

若X與Y在統計上爲獨立，則 p(x | y)=p(x) 在此特例下:

多變數之力矩與前述之單一變數處理方法相同

$$E\{f(X,Y)\}=\int_{-\infty}^{\infty}\int f(x,y)p(x,y)dxdy \quad \cdots\cdots (A\cdot19)$$

例如

$$E(XY)=XY=\int_{-\infty}^{\infty}\int xyp(x,y)dxdy \quad \cdots\cdots (A\cdot20)$$

兩獨立隨機變數(v,w)之結合概率密度函數可能可由 X, Y 之結合概率密度函數得出，其間之關係爲

$$V=f(X,Y),\ W=g(X,Y) \quad \cdots\cdots (A\cdot21)$$

若其上爲 x_i, y_i 而 $v=f(x_i, y_i)$ 及 $w=g(x_i,y_i)$ 則

$$p(v,w)=\sum_i \frac{p(x_i,y_i)}{|Det\ J(x_i,y_i)|} \quad \cdots\cdots (A\cdot22)$$

式中模式 | | 爲絕對值，確保p(V,W)爲正值，而Det J ( ) 爲 Jacobian 轉換矩陣之行列式值，定義爲

$$J(x,y)=\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{vmatrix} \quad \cdots\cdots (A23)$$

此變數轉換之最簡單範例假定Y爲X之函數則

$$Y=f(X) \text{ 則 } p(y)=p(x)/\left|\frac{df}{dx}\right| \quad \cdots\cdots (A24)$$

若在一轉換中，一獨立變數之數量超過從屬變數，則可引入一補助變數，此數可由積分中去除若

$$W=f(x,y) \quad \cdots\cdots (A25)$$

令 V 爲一補助變數，且V=x 則

$$P(w)=\int_{-\infty}^{\infty} p(v,w)dv$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(x,y)}{|Det\ J(x,y)|}dx \quad \cdots\cdots (A26)$$

二、隨機過程

一隨機過程爲所考慮之隨機變數X隨時間而變(X(t))或隨空間而變(X(s))或隨時間與空間而變(X(s,t))，最簡單之範例爲隨時間及空間而變之海水位變化。

若在 $t=t_1$ 之隨機變數 $X(t_1)$，其概率密度函數爲 $p(x,t_1)$ 同樣可得 $X(t_2)$, $X(t_3)$……等，這些無數個變數集合構成隨機過程之集合，如圖A3 所示，

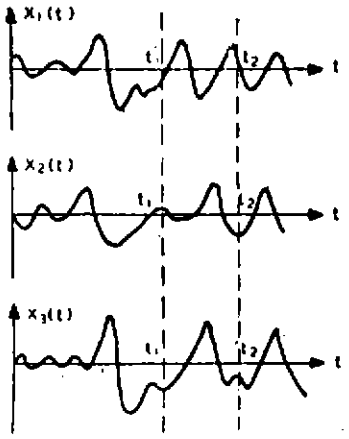


圖 A3 X(t) 無限個集合之抽樣

在 $t=t_1$ X(t) 期望值可定義爲 $X(t_1)$ 在整個集合中之平均值。即:

$$E\{X(t_1)\}=\int_{-\infty}^{\infty} xp(x:t_1)dx \quad \cdots\cdots (A2)$$

同樣可定義二次或多次力矩爲

$$E(X(t_1)X(t_2))=R_{xx}(t_1t_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int x_1x_2p$$
$$(x_1:t_1,x_2:t_2)dx_1dx_2 \quad \cdots\cdots (A28)$$

$R_{xx}(t_1t_2)$ 稱爲自關函數，爲代表順序取每一個觀測值 $X(t_1)$ 及 $X(t_2)$ 乘積之期望值。概率密度函數 $P(x_1:t_1,x_2:t_2)$ 之二次力矩爲 $X(t_1)$ 在 $x_1 \pm \frac{\triangle x}{2}$ 及 $X(t_2)$ 在 $x_2 \pm \triangle x/2$ 範圍之結合概率。

若隨機過程之各種概率量度（例如力矩或概率密度函數）不隨所選之時間而變，則此過程在統計上稱爲定常性，例如在一定常過程中，其平均值 $\bar{x}(t)$ 不隨時間而變即

$$E\{X(t_1)\}=E\{X(t_2)\}=\bar{X} \quad \cdots\cdots (A29)$$

且自個相關函數僅與延遲時間 (lag) $\tau=t_2-t_1$ 有關即

$$R_{xx}(\tau)=E\{X(t)X(t+\tau)\} \cdots\cdots (A30)$$

在短期間內（例如 30 分鐘）之海面變化可用定常隨機過程表示，但例如暴風浪經過數小時或數日之發展或減衰則變爲非定常性。

在習慣上，在一集合中僅能得到一觀測值以避免橫過集合計算力矩，然而若此觀測值爲所有集合中之代表性，則力矩之估計或其他概率度量可沿此觀測值之時間變化取平均而不必橫跨集合(圖 A4)，若在此情況下定常隨機過程稱爲統一性，一個統一性過程之力矩或時間之平均值爲：

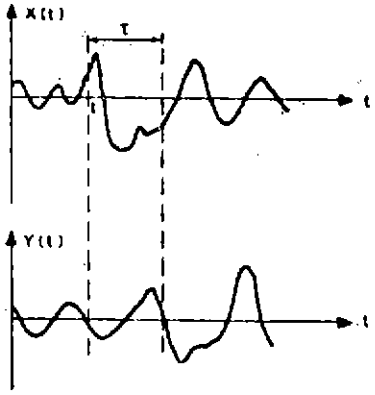


圖 A4　X(t) 及 Y(t) 之統一性時序

$$E\{X(t)\}=\bar{X}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}X(t)dt \cdots\cdots (A31)$$

$$R_{xx}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}X(t)X(t+\tau)dt \cdots\cdots (A32)$$

自個相關函數可延伸處理兩個變數 X(t) 及 Y(t)，則稱爲交錯函數 $R_{xy}(\tau)$

$$R_{xy}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}X(t)Y(t+\tau)dt \cdots\cdots (A33)$$

自個互變數及交錯互變數之函數爲由基本時序減去各別之平均值而得出

$$C_{xx}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}X((t)-\bar{X})(X(t+\tau)-\bar{X})dt \cdots (A34)$$

$$C_{xy}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}(X(t)-\bar{X})(Y(t+\tau)-\bar{Y})dt \cdots\cdots (A35)$$

自個相關函數和自個互變數函數均在 τ 期間內對稱，而交錯相關函數和交錯互變數函數則否，由觀測可證明

$$\begin{aligned}&R_{xx}(0)=\bar{X}^2,\ C_{xx}(0)=\sigma_x^2\\&R_{xx}(\infty)=\bar{X}^2,\ C_{xx}(\infty)=0\end{aligned} \cdots\cdots (A36)$$

三、波譜

若 f(t) 爲一時間之週期函數，其週期爲 T，則可用 Fourier 級數表示如下：

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(n\triangle w)\exp(in\triangle wt) \cdots\cdots (A37)$$

式中 Fourier 級數係數爲

$$F(n\triangle w)=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\exp(in\triangle wt)dt \cdots\cdots (A38)$$

該基本頻率 $\triangle w=2\pi/T$，則在時距 $-T/2<t<T/2$ 之函數爲

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\frac{\triangle w}{2\pi}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\exp(-in\triangle wt)dt\right\}\exp(in\triangle wt) \cdots\cdots (A39)$$

一非週期性函數可用式(39)表示取無線長之週期 ($T\to\infty$) 其極限值變爲積分值故 $\triangle w\to dw$，$n\triangle w$ 變爲連續函數 w 故

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\exp(-iwt)dt\right\}\exp(iwt)dw \cdots (A40)$$

或　$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(w)\exp(iwt)dw \cdots (A41)$$

$$F(w)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(-iwt)dt \quad \cdots\cdots (A42)$$

f(t) 與 F (w) 具有某些對稱性，構成「Fourier 轉換對」(Fourier transform Pair) 欲使 F(w) 存在，則必須

$$\begin{matrix}(a)\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|\,dt \\ (b)\int_{-\infty}^{\infty}(f(t))^2dt\end{matrix} \quad \cdots\cdots (A43)$$

兩者均存在且爲有限值。

一定常隨機過程 X(t) 則與上述之第一條件相違，亦即在此過程不具有 Fourier 轉換式，故引入另一補助函數後則可作爲 Fourior 轉換函數，定 b(t) 爲

$$b(t)=\begin{cases}1.0, & (-T/2<t<T/2)\\ 0.0, & (其他情況)\end{cases}$$

然後 $f(t)=b(t)X(t)$ …… (A44)

式中 T 爲樣本之歷時，有關引入資料樣本窗 b(t) 在 Fourier 轉換上之影響性，在一般波譜分析之文獻曾有詳細討論，現考慮 f(t) 之自關函數

$$R_f(\tau)=E\{f(t)f(t+\tau)\}=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+\tau)dt=\frac{1}{T}\int f(t)\int_{-\infty}^{\infty} F(w)\exp(iw(t+\tau))dt=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} F(w)\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\exp(iwt)dt\cdot\exp(iw\tau)dw$$

$$=\frac{2\pi}{T}\int_{-\infty}^{\infty} F(w)F^*(w)\exp(iw\tau)dw \quad \cdots\cdots (A45)$$

式中 F*(w) 爲 F(w) 之共軛複素數

在式(45)中引入另一新函數

$$S_f'(w)=\frac{2\pi}{T}F(w)F^*(w) \quad \cdots\cdots (A46)$$

故 $$R_f(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} S(f)\exp(=iw\tau)dw \quad \cdots\cdots (A47)$$

式中S(w) 爲 f(t) 之波譜密度函數，可得另一 Fourier 轉換對爲

$$S_f'(w)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_f(\tau)\exp(-iw\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A48)$$

X(t) 之波譜密度函數爲

$$S_x'(w)=\lim_{T\to\infty}\frac{2\pi}{T}F(w)F^*(w) \quad \cdots\cdots (A49)$$

則 $$S_x'(w)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)\exp(-iw\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A50)$$

$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} S_x'(w)\exp(iw\tau)dw \quad \cdots\cdots (A51)$$

此兩方程式稱爲 Wiener-khintchine 關係式，因自個相關函數爲實數且對 τ 對稱因此自個波譜函數 $S_x'(w)$ 亦對 w 對稱。

$S_x'(w)$ 與 $R_x(\tau)$ 均爲實數偶函數故爲處理方便可化簡爲單邊波譜密度函數 $S_x(w)$ 即

$$S_x(w)\begin{cases}=2S_x'(w) & (w\geq 0)\\ =0 & (w<0)\end{cases} \quad \cdots\cdots (A52)$$

則 $$R_f(\tau)=\int_0^{\infty} S_x(w)\exp(iw\tau)dw \quad \cdots\cdots (A52)$$

式(53)，若 $\tau=0$ 則

$$E(x^2)=R_x(0)=\int_0^{\infty} S_x(w)dw \quad \cdots (A54)$$

因此 $S_x(w)$ 可用在頻率領域，隨機過程之均方值情形來加以闡明，特別在線性隨機波浪理論極

限範圍內，波能與水位變化之均方值成正比，水面波譜密度可描述呈現在不規則波浪上之頻率分量之波能分佈。

在隨機過程之總均方值之分量可能分佈於寬頻率（寬頻率過程），或集中於一某些特殊之頻率（窄帶過程）。代表性之寬頻帶窄頻帶及正弦波如圖 A5 所示，波譜函數之第 i 階力矩 M_i' 可寫爲

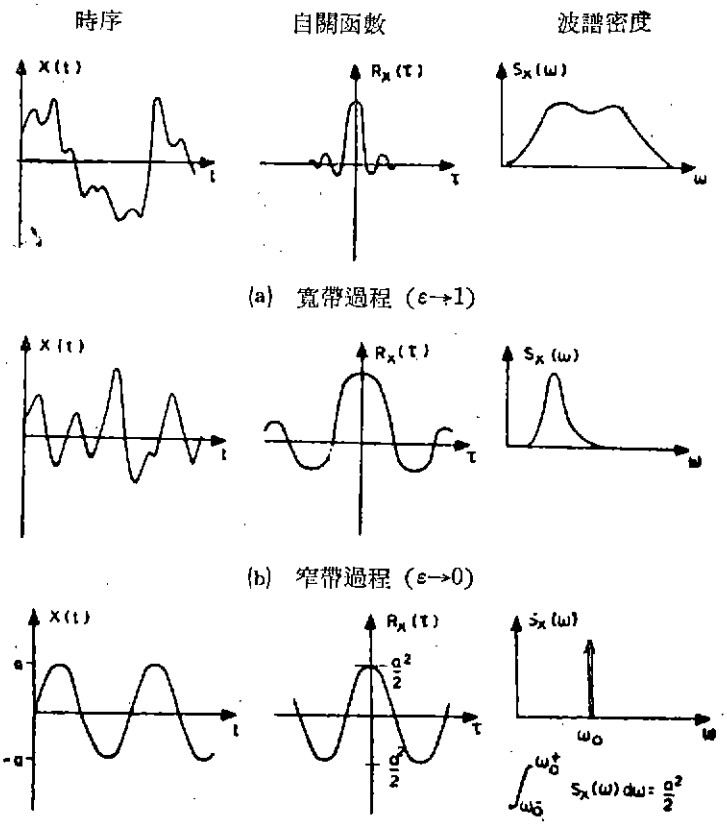


圖 A5 代表性時序之波譜密度及自關函數

$$m_i' = \int_0^\infty w^i S_x(w)\,dw \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A55)}$$

此波譜力矩必須不能與概率密度函數之力矩或期望值（式 8）混淆。

對平均水位爲零之高斯過程之特殊情況，可用力矩定義隨機過程及其波譜參數如下：

$$E\{T_z\} = 2\pi(m_0'/m_2')^{1/2} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A56)}$$

$$E\{T_c\} = 2\pi(m_2'/m_4')^{1/2} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A57)}$$

$$\varepsilon = (1-(m_2')^2/m_0'm_4')^{1/2} \cdots\cdots\cdots \text{(A58)}$$

T_z 及 T_0 分別爲上交零切及上交波峯之週期，而 ε 爲波譜帶寬，對於一窄帶過程，ε將趨近於零而對寬帶過程則 ε 趨近於 1。

同理亦可 處理 交錯 相關 函數 $R_{xy}(\tau)$ 之 Fourior 轉換，定義交錯波譜密度函數爲

$$S'_{xy}(w) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)\exp(-iw\tau)\,d\tau$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A59)}$$

$$R_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S'_{xy}(w)\exp(iwt)\,dw$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A60)}$$

兩隨機過程之交錯相關函數一般並不與 $\tau=0$

對稱，因此交錯波譜密度函數爲一複素函數，必須在過程間同時說明振幅及位相之關係

$$S'_{xy}(w)=Co_{xy}(w)-i\ Qu_{xy}(w) \quad \cdots\cdots (A61)$$

交錯波譜密度函數之實數部份爲頻率之偶函數被稱爲共波譜 $Co_{xy}(w)$ (Co-Spectrum)，而其虛數部份爲奇函數 稱爲求 積波譜 (Quadrature spectrum) $\theta u_{xy}(w)$，如同其名稱所意指，波譜之兩部份助成均方值分別由位相內及位相外之分量分量導出之隨機過程之乘積所形成者。

實際，自關及交錯波譜密度函數之推算值並非藉適當之相關函數之正式定義所導引而得，此兩相關係數之乘積計算爲一相當冗長之過程，因此更有效之推算波譜 $S'_x(w)$ 之方式爲由 $F_x(w)$ 及 $F_y(w)$ 之 Fourier 轉換如同式 (A46)

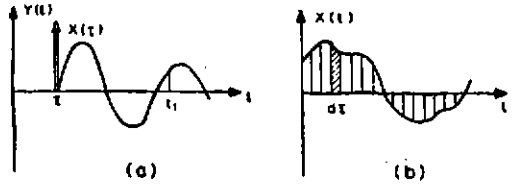


圖 A6 脈衝反應函數

$$S'_x(w)\simeq\frac{2\pi}{T}F_x^*(w)F_x(w) \quad \cdots\cdots (A62)$$

且 $$S'_{xy}(w)\simeq\frac{2\pi}{T}F_x^*(w)F_y(w) \quad \cdots (A63)$$

快速 Fourier 轉換 (FFT) 方法之副程式廣泛之應用於式 (A62) 及 (A63) 之波譜推算值之粗估，而後必須平滑，才能得到穩定之波譜密度函數。

四、隨機振盪量線性系統之反應

現已建立描述隨機過程之架構，此可用以研究在某些隨機振盪中之系統反應，此處所指之隨機振盪爲波浪，風或地震所引起之負荷，而結構系統爲固定或浮體式結構物。

由於非線性問題在處理上較繁，故本文僅考慮線性系統分析之介紹，若 X_i 代表第 i 個振盪（或輸入），而 Y代表所考慮簡單之線性系統之反應（或輸出）資料則

$$Y=L(X_1, X_2\cdots\cdots)=L(X_1)+L(X_2)+ \quad \cdots\cdots (A64)$$

及 $$Y=L(CX_1)=CL(X_1) \quad \cdots\cdots (A65)$$

式中運用子 (Operator) L ( )代表系統而C爲定常係數。

若一系統未具有記憶，則反應之統計性質可藉變數轉換方法將振盪量導出，例如一堅硬結構物之應力反應可能可由在極端暴風浪下瞬間波浪負荷來決定，因此此分析在實質上爲一類似靜定的。

若一系統具有記憶，則反應爲依據在所考慮時間內負荷作用點之前之負荷大小及順序而定。在時間與頻率領域中有許多及各類分析方法可用，大多數之分析均根據脈衝反應函數 h(t) 或頻率反應函數 H(w) 說明系統之行爲 L(t)。

如圖 A6(a)所示在 $t=t_1$ 之系統反應 $Y(t_1)$ 爲由於脈衝振盪 (Impulsive excitation) $X(\tau)$ 在 $t=\tau$ 點，非常短之時間間隔 $d\tau$ 作用於系統所致，用脈衝反應函數說以系統反應爲

$$Y(t_1)=h(t_1-\tau)X(\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A66)$$

任何一般性之振盪可當作此類脈衝之級數(圖A6b)因此總反應爲

$$Y(t_1)=\int_0^{t_1}h(t-\tau)X(\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A67)$$

積分極限可能可藉動因原理 (Causality principle) 加以修正

$$Y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t-\tau)X(\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A68)$$

因 $h(t-\tau)=0,\ (t<\tau)$

且 $x(\tau)=0,\ (\tau<0)$

式 (A68) 之另一替換式爲

$$Y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)X(t-\tau)d\tau \quad \cdots\cdots (A69)$$

現用一正弦函數 $X_0\exp(iwt)$ 來考慮振盪之特殊情況。反應有時是在振盪發生後才產生者稱爲穩定狀態反應，且可能用另一正弦函數 $Y_0\exp(iwt)$ 表示，反應之大小及位相可能可用系統中頻率反應函數中之振盪而導出即

$$Y(t)=Y_0\exp(iwt)=H(w)\ X_0\exp(iwt) \quad \cdots\cdots (A70)$$

將正弦振盪之表示代入式 (A69) 並與式(A70) 比較，證明脈衝與頻率反應構成一 Fourier 轉換對，雖然因子 $\frac{1}{2\pi}$ 改變位置。

$$H(w)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\exp(-iwt)dt \quad \cdots (A71)$$

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(w)\exp(iwt)dw \quad \cdots\cdots (A72)$$

一般而言，若系統受一個 m階定常隨機振盪之向量 {X(t)}，然後 n個隨機反應之向量 {Y(t)} 可能用其第一及第二次力矩說明。用 [h(t)] 或 [H(w)] 之 n×m 矩陣，依順序地第 j 個反應變數 $Y_j(t)$ 對於第 i 個振盪 $X_i(t)$ 由式 (A69) 可得反應向量爲:

$$\{Y(t)\}=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \cdots\cdots \text{(A73)}$$

且定常過程之反應期望值爲:

$$\begin{aligned} E(\{Y(t)\}) &= E\left(\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau\right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)E(X(t-\tau)))d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)d\tau E(X(t)) \end{aligned}$$
$$\cdots\cdots \text{(A74)}$$

同理若 $[R_{xx}(\tau)]$ 爲振盪 $X_i(t)$ 之相關函數之 m×m 矩陣，而 $[R_{yy}(t)]$ 爲相對應之反應相關函數 n×n 矩陣，則

$$[R_{yy}(\tau)]=E(Y(t)\cdot\{Y(t+\tau)\}^T)$$
$$\cdots\cdots \text{(A75)}$$

式中 $\{\}^T$ 代表向量轉換，將式 (A73) 代入式 (A75) 且在積分內取期望值及代入積分變數 τ_1 及 τ_2 可得

$$[R_{yy}(\tau)]=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)]\int_{-\infty}^{\infty}[R_{xx}(\tau+\tau_1-\tau_2)][h(\tau_2)]^T d\tau_2 d\tau_1 \cdots \text{(A76)}$$

雙邊反應譜密度矩陣 $[S'_{yy}(w)]$ 爲由相關矩陣 $[R_{yy}(\tau)]$ 之項接項之 Fourier 轉換所定義者

$$[S'_{yy}(w)]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}[R_{yy}(\tau)]\exp(-iw\tau)d\tau \cdots\cdots \text{(A77)}$$

將式 (A71) 及式 (A76) 代入式 (A77)，可證明反應波譜密度可用相對應之振盪波譜函數表示

$$[S'_{yy}(w)]=[H^*(w)][S'_{xx}(w)][H(w)]^T$$
$$\cdots\cdots \text{(A78)}$$

式中 H*(w)爲 H(w) 之共軛複素數

$$[S'_{yy}(w)]=\begin{vmatrix} S'_{y_1y_2}(w) & S'_{y_1y_2}(w)\cdots S'_{y_1y_n}(w) \\ S'_{y_2y_1}(w) & S'_{y_2y_2}(w)\cdots \quad 〃 \\ & 〃 \quad \cdots \quad 〃 \\ S'_{y_ny_1}(w) & 〃 \quad \cdots S'y_ny_n(w) \end{vmatrix}$$
$$\cdots\cdots \text{(A79)}$$

$$[H(w)]=\begin{vmatrix} H_{11}(w) & H_{12}(w)\cdots H_{1m}(w) \\ H_{21}(w) & H_{22}(w)\cdots \quad 〃 \\ & 〃 \quad \cdots \quad 〃 \\ H_{n1}(w) & \quad \cdots H_{nm}(w) \end{vmatrix}$$
$$\cdots\cdots \text{(A80)}$$

假設作用於線性系統之振盪亦爲高斯分佈則反應向量 {Y(t)} 將有一多變數之高斯概率分佈，例如式 (A74) (A76) 及 (A78) 之關係爲將一多變數之高斯反應之完全詳細之說明之所需第一及第二次力矩。

脈衝及頻率反應函數之詳細形式依所選定適合於問題之特性和反應變數等而定，例如振盪可取受力之形式，動因加速度或水面變化和反應變化，可能爲一結構變形，內應力或浮體運動，詳細探討可參閱附錄後之參考資料。

非高斯振盪或系統非線性影響之處理相當困難，必須特別考慮，不在本文討論範圍。

五、最大值及極端值之統計理論

在任何設計之應用上，對於一個系統承受隨機振盪之尖峯反應需有一概率說明，一般均需有關某一期間內之極端尖峯反應或反應範圍之估計，一般隨機過程之此種性質可能可由其基本之過程之結合分佈及其時間之微分量得出。可能有兩個重要之關係可導出。

對於定常隨機過程 X(t) 可能有兩個重要之關係可導出，如圖 A7(a)所示，若單位時間內通過基

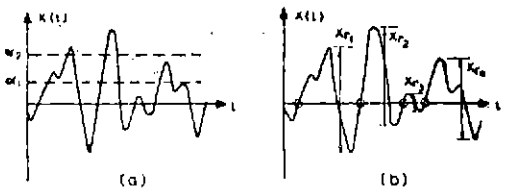


圖 A7 橫越某基準及其範圍

準線 α 之水位期望數量用 E[N(α)] 表示此包含上交或下交之點爲:

$$E(N(\alpha))=\int_{-\infty}^{\infty}|\dot{x}|\cdot p(x=a,\dot{x})d\dot{x}$$
$$\cdots\cdots \text{(A81)}$$

而單位時間內超過基準線之 α 尖峯期望量定爲 E[M(α)] 此處之尖峯由 $\dot{x}=0$ 及 $\ddot{x}<0$ 定義

$$E(M(\alpha))=-\int_{\alpha}^{\infty}\int_{-\infty}^{0}\ddot{x}p(x,\dot{x}=0,\ddot{x})d\ddot{x}dx$$
$$\cdots\cdots \text{(A82)}$$

式中 $\dot{x}=dx/dt$ 及 $\ddot{x}=d^2x/dt^2$

尖峯之累積分佈函數之合理模式定爲 $P_p(x)$ 即

$$P_p(x=\alpha)=1.0-E(M(\alpha))/E(M(-\infty)) \quad \cdots\cdots (A83)$$

式中 $E(M(-\infty))$ 爲總尖峯發生率，且式(83)包括在平均值上及下之尖峯值數量（即全寬帶處理，式(83)之微分可得總尖峯概率密度函數。

在許多應用上，假設 X(t) 爲一窄帶過程爲一合理之情況，且在此情況下 $E(M(\alpha))$ 近似等於 $E(N_+(\alpha))$，而 $E(N_+(\alpha))$ 爲上交切於基準線 α 之值，因此對於平均值爲零之定常過程，窄帶情況尖峯累積分佈函數之近似值爲

$$P_p(x=\alpha)=1-E(N_+(\alpha))/E(N_+(0)) \quad \cdots\cdots (A84)$$

而可由式(A81)得出

$$E(N_+(\alpha))=E(N(\alpha))/2 \cdots\cdots (A85)$$

在高斯分佈隨機過程 X(t) 之特殊情況下可知 $\frac{dx}{dt}=\dot{X}(t)$亦爲高斯分佈，除外 X(t)與 $\dot{X}(t)$在統計上爲獨立的，因此:

$$p(X,\dot{X})=(2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}})^{-1}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{X^2}{\sigma_x^2}+\frac{\dot{X}^2}{\sigma_{\dot{x}}^2}\right)\right) \cdots (A86)$$

式中 $$\sigma_x^2=\int_{-\infty}^{\infty} S'_x(w)dw \cdots\cdots (A87)$$

$$\sigma_{\dot{x}}^2=\int_{-\infty}^{\infty} w^2S'_x(w)dw \cdots\cdots (88)$$

由式 (A84) 及利用式 (A81) (A85) 及(A86)等可得

$$P_p(X=\alpha)=1-\exp(-\alpha^2/2\sigma_x^2) \cdots (A89)$$

此爲 Rayleigh 累積分佈函數之標準型態，若隨機過程之範圍 X_r 根據上交零切點方法定義（圖A76）則

$$X_r=2\alpha \cdots\cdots (A90)$$

因此隨機過程範圍之累積分佈函數爲

$$P(X_r)=1-\exp(-X_r^2/8\sigma_x^2) \cdots\cdots (A91)$$

故範圍之概率密度函數爲

$$p(X_r)=\frac{X_r}{4\sigma_x^2}\exp(-X_r^2/8\sigma_x^2) \quad \cdots\cdots (A92)$$

式 (A91) 及 (A92) 當 Xr=H（波高）及X(t)=η(t)（水面高程則爲熟悉之波高累積分佈函數及概率密度函數

若 X(t) 爲非高斯過程，則全寬帶或窄帶關係必須用式 (A83) 及 (A84) 解析，然而將發現既使相當寬帶之波譜，一般而言，窄帶近似值仍可接受的，特別對極大值之高值或範圍統計之推算值上。

若 X_{max} 爲在一 N 個尖峯樣本中最大之尖峯值，然後可根據定義一特殊尖峯之概率等於或小於 X_{max} 爲 $P_p(X_{max})$，若一單獨之尖峯爲統計獨立，則每一尖峯等於或小於 X_{max} 之概率爲 $[P_p(X_{max})]^N$，且定義 $P_{ep}(X_{max})$爲極端尖峯之累積分佈函數則:

$$P_{ep}(X_{max})=[P_p(x_{max})]^N \cdots\cdots (A93)$$

且極尖峯概率密度函數爲

$$p_{ep}(X_{max})=N(P_p(X_{max}))^{N-1}p_p(X_{max}) \quad \cdots\cdots (A94)$$

X_{max} 之期望值可能可取 $p_{ep}(X_{max})$ 之第一力矩而得，而概率最大之尖峯值爲相對應於 $p_{ep}(X_{max})$ 之衆數值。

參 考 文 獻

1. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. (1971). Random Data:Analysis and Measurement Procedures, 2nd Edn., J. Wiley, New York.
2. Clough, R. W. and Penzien, J (1975). Dynamics of Structures, lst Edn.., McGraw-Hill, New York.
3. Newland, D. E. (1975). Random Vibration and Spectral Analysis, lst Edn., Longman, London.
4. Papoulis, A. (1965). Probability Random Variables and Stochastic Processes, lst Edn., McGraw-Hill, New York.
5. Price,W. G. and Bishop, R. E. D. (1974). Prodabilistic Theery of Ship Dynamics, lst Edn., Chapman and Hall, London.

註: 本文譯自英國 Swansea 大學土木系出版，Zienkiewicz O.C. 等人所編之「外海工程數值分析法一書中之第二章」Approaches to Fluid loading. Probabilistic and Deterministic Analysis 作者爲 Tickell R. G. and Holmes. P. (1978)

海洋結構物之波浪負荷評估

Estimation of Wave Loading on Marine Structures

林　維　明

LIN WEI-MING

中油公司企劃處專案工程師

摘　　要

本文扼要評論波浪預報及實測波浪資料解析方法，設計波、波浪能譜及波力分析程序及實務。

文中並討論波浪性質計算例如海床對波浪特性之影響，設計應用之波浪參數評估及風浪特性。

Morision 波力公式爲最常用之公式，其中水力係數及波浪理論決定水分子運動特性最難確定。本文中討論應用上應考慮之因素，同時並舉一範例說明設計波法之波力計算並提出討論，文中並列出一些已發表之實用圖表，以供設計參考，雖然波力負荷之文獻及資料相當多，但仍有許多無法確實能完全了解的，故必須能繼續在現場多獲取更多之可靠資料，使得預測之波力能更接近實際之現象。

Abstract

The most important source of dynamic loads on marine structure is that due to wave, so this paper is a working guide to methods and associated data for estimating loading on ocean structure due to waves, consider all the stages from the calculation of wave properties to the dynamic forces experienced on a structure, many of techniques described are essentially similar to those used in equivalent static design.

There are more considerable uncertainties in Morision's equation. The problems associated with its use will be discussed here, also some published practical charts are presented here for designer's use.

Although data on wave loading are plentiful, there are still many serious uncertainties and gaps in knowledges. It is therefore important that research should continue with emphasis on the need for more reliable data from large scale structures in the real environment.

一、前　　言

海洋結構物承受動力負荷，可能產生巨大動力反應，而其主要動因爲波浪所致，故對波浪負荷必須詳細了解，風浪因風而起，但當波浪脫離吹風區，或風已停止對海面之作用，仍有湧浪繼續存在。海洋工程設計人員雖不必對風浪發生之機構深入了解，因此方面已有海洋學家在鑽研，且有豐碩成果，但需了解預測風浪及分析波浪資料之過程及其限制條件。

本文扼要介紹波浪預報及實測紀錄解析方法，求出設計波及波浪能譜，其分析之程序如圖 1 所示。

海洋結構物體積大小不一，圖 2 列出海洋結構物波力分析之程序，並在文中討論小型及巨型結構物構件承受波力分析法即設計波法及波譜法。

由於影響波力參數相當複雜，文中並討論有關曳力、內力係數和波浪特性之應用範圍。

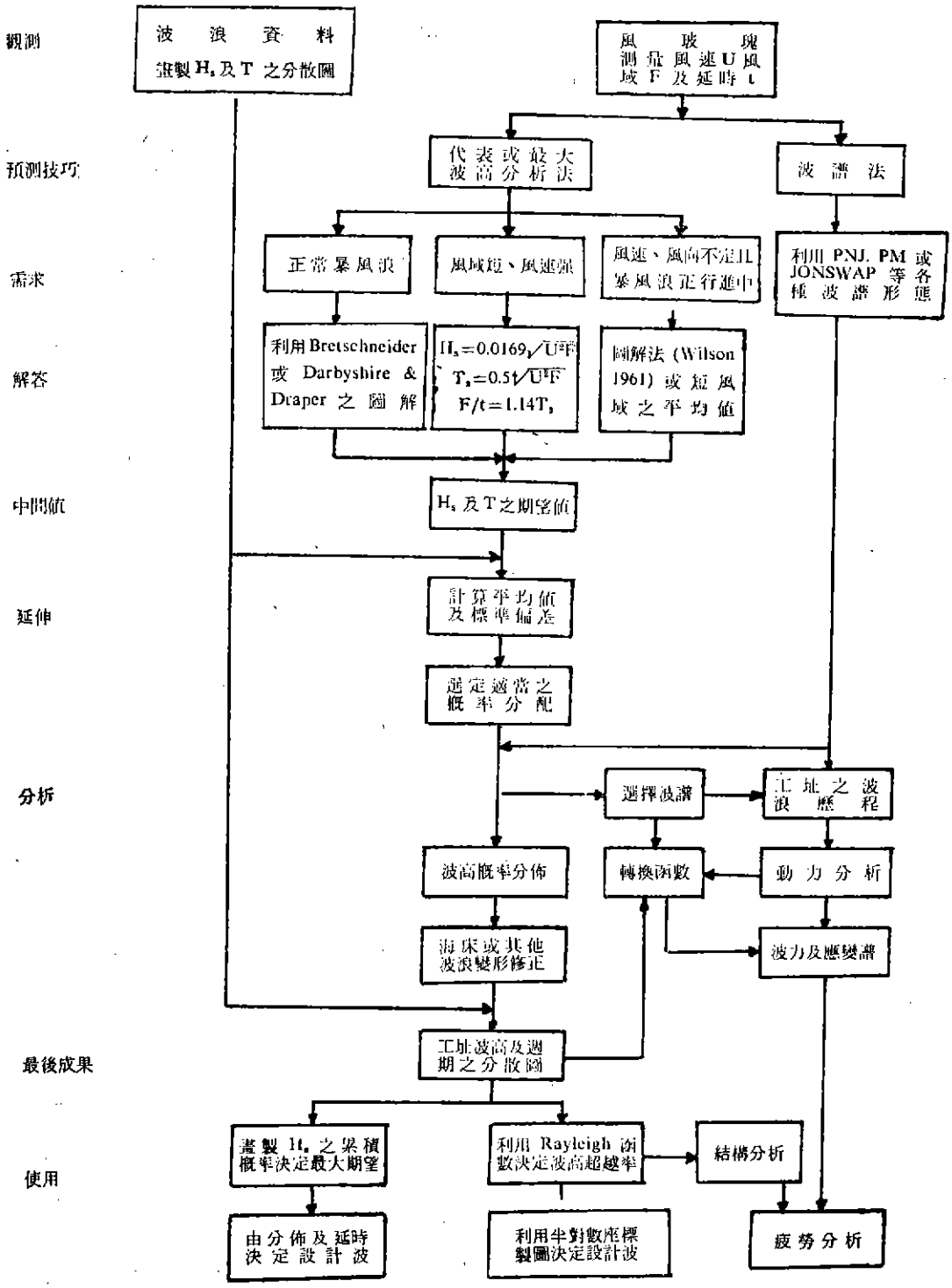


圖 1　利用波浪預報決定設計波特性摘要

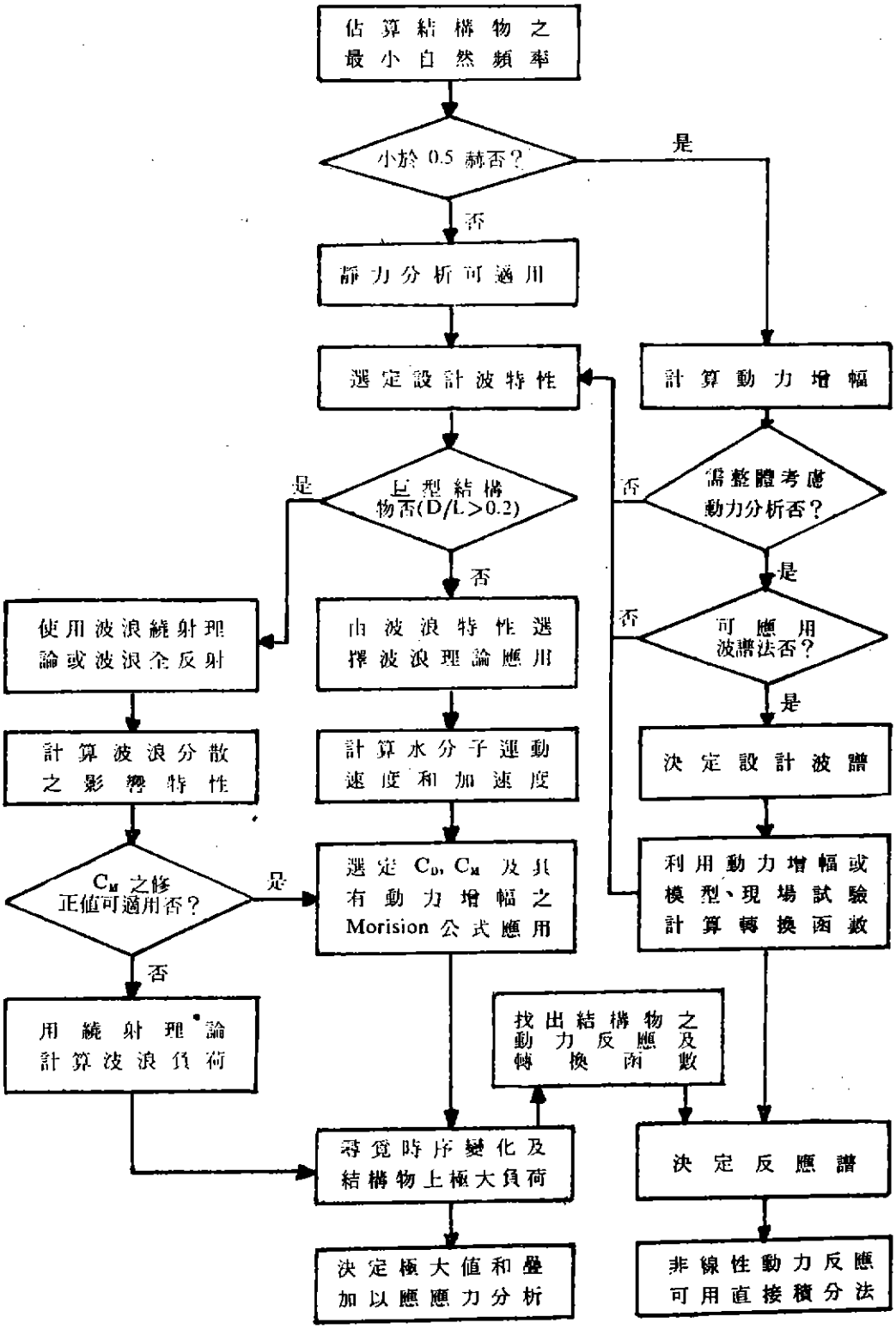


圖 2　海洋結構物反應解析程序

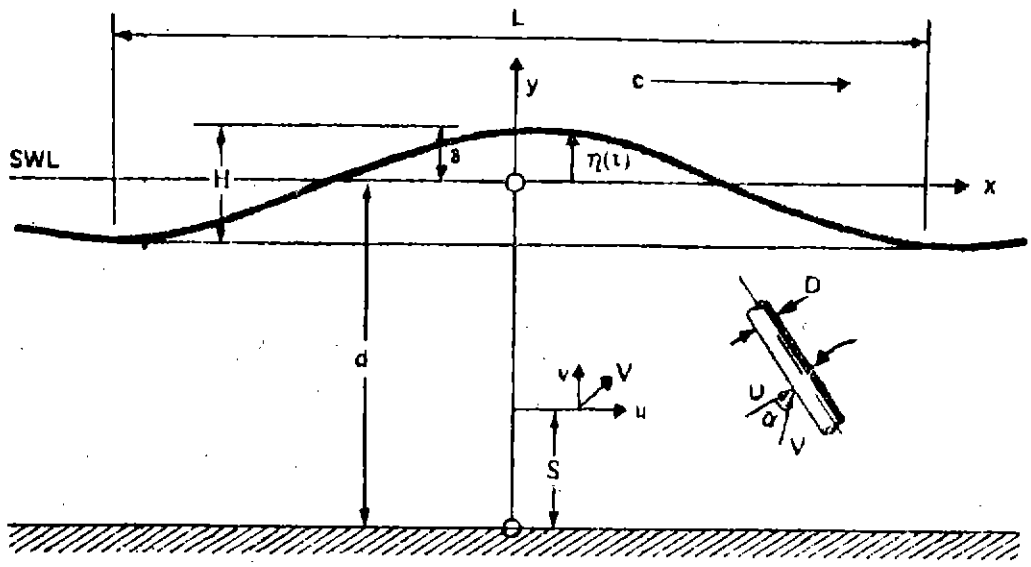


圖3 波浪符號定義

二、波浪性質之計算

波浪爲水面之週期性起伏現象，以水爲媒體之波動，波浪之符號定義如圖3，其性質說明如下：

㈠波浪參數

影響波浪之參數可扼要介紹如下：

(1)波形 (η)：

深海中微小振幅波理想波形爲正弦波，而在淺海中，波峯變爲尖銳且增高，而波谷則變爲較扁平及低淺。波形趨向於擺動波，所謂擺動波如同一圓板沿一直線上滾動，其圓內任意定點運動之軌跡(圖4)。實際波浪因波浪尖銳度增加，波峯變爲更尖銳而不對稱，尤其在吹風區之風浪，由於風之局部影響性，故顯得相當不規則性，深海單一正弦波可用波高 (H)及週期 (T)，兩參數描述其波形，而淺海中需再增加另一參數水深 (d)。

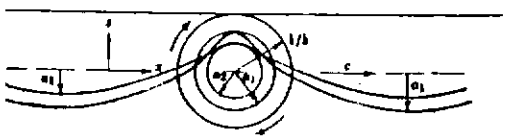


圖4 擺動波

(2)週期 (T)：

波浪週期與波長 (L) 及波速兩特性有密切關係，即 $L=CT$，波浪頻率定義爲 $f=1/T$，常用於替代週期，例如週期10秒即代表頻率爲 0.1赫 (Hertz)，波浪系統之能量與波浪頻率有關，畫製能量密度與頻率相關之圖形稱爲波譜，可用以說明一海況在一定頻率下之能量大小。

在深海中易於測量波浪週期，而波速 (C) 及波長 (L) 則不易在外海中量取，可由其與週期之關係得出，例如在水深大於½倍波長之情況下則：

$$L_0=\frac{g}{2\pi}T^2=1.56T^2 \text{ (m)} \qquad (1)$$

$$C_0=\frac{g}{2\pi}T=1.56T \text{ (m/sec)}$$

或

$$C_0=\sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}} \qquad (2)$$

而在任意水深情況則：

$$L=L_0\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \qquad (3)$$

$$C=C_0\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)$$

$$=\sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh\frac{2\pi d}{L}} \qquad (4)$$

式中 g 爲重力加速度，當深水 $d/L\to\infty$ 則 $\tanh 2\pi d/L\to 1$，若 $d/L=0.5$，則 $\tanh(2\pi d/L)=0.9963$，故爲實用目的，可考慮 $d/L>0.5$ 爲深海情況之條件。上述之方程式限於微小振幅波，對於實際有限振幅波在深海情況爲設計方便可用下列近似值[1]：

$$C_0=\sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}\left(1+\frac{\pi^2H^2}{4L^2}\right)}^{1/2} \qquad (5)$$

由此式可知波浪尖銳度 (H/L) 值愈大，則波浪傳播之速度愈大，在波浪尖銳度達到極限情況（即波浪將發生破碎情況，$H/L=1/7$）則波速之增加量可達10%。

(3)波高 (H)：

波高爲波浪自波谷至波峯之垂直間距，爲一相當重要之波浪特性，但其對結構物之影響性，主要依其與波浪週期之關係而定。

(4)波浪尖銳度 (H/L)：

波浪尖銳度爲波高與波長之比值即 H/L，基於物理上原因，深海中之波浪尖銳度不能超過$1/7$，否則波浪將呈現不穩定及發生破碎，另一替代之限制條件爲波峯角不得大於 120°，在外海單一波浪其尖銳度雖有時可達 $1/8$，但經常均小於 $1/12$，此最大之尖銳度例如一波浪週期爲 6 秒，波長爲 56 公尺而其波高極限爲 7 公尺。

(5)水分子流速和質量輸送速度：

雖然波浪之形狀以一波速傳播前進與波長有關，而水分子通常僅以微量之速度在其原位置附近作週期性之上下往復運動而不隨波形前進，在深海中，水面上之水分子運動速度依波高和週期而定，深海中之波浪水分子運動軌跡爲圓形，在水面上之直徑等於波高值，而運動速度爲圓周頻率 $(\omega=2\pi/T)$ 與波高之乘積，故波高大而週期短之波浪將比波高小而週期長者之水分子運動速度爲快，而若在碎波情況，則在波峯之水分子隨波形而運動。實際海況下，每一週期，水分子略向波浪傳播方向推進，水分子運動軌跡並非密閉曲線（圖 5），此種水質量前進之速度稱爲質量輸送速度，若與波速和水分子運動速度相較，質量輸送速度相當微量，尤其在小波浪情況更甚！

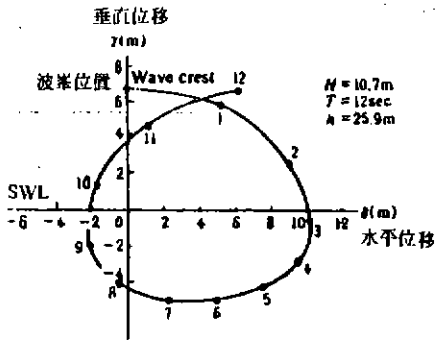


圖 5　實際海洋水分子運動軌跡

深海中，水面下之水分子運動軌跡仍維持圓形，但與水面上之軌跡比較，則依指數曲線減小，至水深等於波長時，軌跡約爲水面之 $1/_{535}$，而 1.5 倍波長爲 $1/_{12400}$，故當水深等於波長時，水幾乎爲靜止的。在淺海中，水分子運動軌跡將變爲橢圓形，其長軸與波向同（圖 6），隨水深遞減至海床上僅有水平方向運動量，水分子運動速度亦同。

(6)波浪能量 (E)：

波浪能量依波高和週期而定，波浪具有巨大之能量可作更多之功，亦可造成結構物巨大之災害。

在深海中之波能中位能與動能各佔一半，由於水分子在產生運動，故有動能存在。動能保持定常，但位能隨著波速而傳遞，故在一波羣之總波能以波形傳播速度之半傳送，因此一有限數量之波羣推進至靜水區之波羣速度爲單一波浪之波速之半。由於在波列後之波羣，由於波能留在單一波形之後，引起新的波浪一個接一個地在後面重覆地形成而在傳播進行中之前方逐漸消失。

在每單個波長 (L) 內，單位波峯寬度之平均波能爲：

$$E=\frac{1}{8}\rho gLH^2 \qquad (6)$$

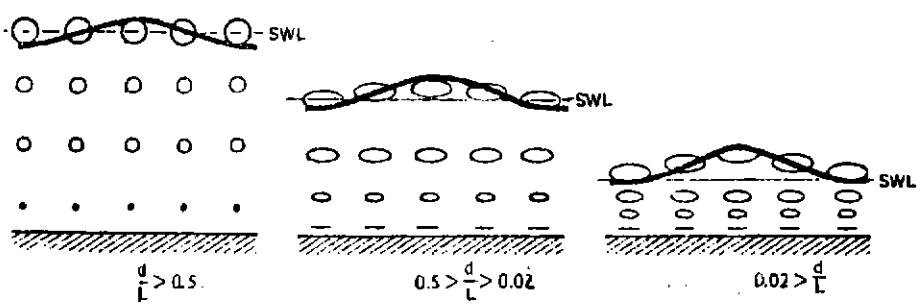


圖 6　水分子運動軌跡（微小振幅波）

因此波高增加，則波能迅速增高，在深海中波能可寫爲：

$$E_0=\frac{1}{16\pi}\rho g^2H^2T^2$$
$$\simeq 2000\,H^2T^2\ (\text{Joule/m}) \qquad (7)$$

嚴格地講，此方程式僅適用於微小振幅正弦波，但實際有限振幅波可應用二階理論修正得出下式：

$$E=\frac{\rho gLH^2}{8}\left(1-4.93\frac{H^2}{L^2}\right) \qquad (8)$$

而單位面積上之平均波能即波能密度爲 E/L，僅與波高平方成正比。

㈡波浪描述

(1)風　浪：

影響風浪大小有三個變數即風速，吹風延時及吹風距離，且此三者任一均可獨立達到一極限值。然而强大風速及吹風延時長之情況下在一有限之風域中無法產生巨浪，此限制情形可用氣象情況決定在一定風向下之吹風距離，或由海洋形態決定產生風浪之有效風域，由其決定該地點之暴露性。此爲考慮波浪反應之重要單元，在外海之波浪相當複雜，很難如規則波可用理論處理，可視爲許多波浪之重疊合成，水面相當混亂，尤其風域內更易顯見。

不同之波浪週期與波高相互疊加而形成波譜，在各種不同風向下之波浪動因至今還存有相當大之混淆不明處。在風域中之波浪稱爲風浪，其代表性之波譜帶寬爲 $\varepsilon=0.5\sim0.7$，此爲許多頻率下之波浪出現所致。

(2)湧　浪：

當波浪遠離吹風區，到達一個無風帶或已停止吹風，則風浪將變爲湧浪，其波高及能量遞減，逐漸變形，雖單一波浪之壽命僅限於相當短時間，但湧浪則可傳播相當長之距離而不喪失其一致性，若由延時長之强風所產生之風浪，設其尖銳度低，則減衰之速率將相當緩慢，故湧浪在波浪預報中相當地重要，例如在太平洋中之一暴風浪可能傳播了數萬公里而在臺灣東海岸波浪記錄中得出。

在減衰期間內假定波形有規則可循，短波峯而傳播速度慢者留在後面，而長波峯者在波譜上佔控制趨勢，在此情況下，波譜帶寬爲狹窄的，其值爲 $\varepsilon=0.2\sim0.3$。若僅以一波列而其波形爲湧浪傳播進行則通稱爲長波峯，即波浪與其傳播方向成直角之波峯線爲一連續一段長距離之特性。其與短波峯之區別爲短波峯即當兩波列以輻射向傳播而其各別之波峯僅偶爾一致而形成一特殊之長波峯。而長波峯則爲具有無限長平行之波峯線均以同一方向進行者，同時在此範圍中，暴風浪之代表性之尖銳波峯亦變較圓周性，故湧浪變爲近似於正弦波、湧浪由於其波長大，若局部波浪疊加量不大，則不可能如巨大風浪之顯眼，但此種長週期之湧浪由於其波長大及波高適度，故具有很大之能量，故當其接近海岸時，可能爲作用於海灘之主要波浪。

㈢波浪之觀測

海浪之調查測量因地而異，且依所欲建造之結構物形態而定，例如小於六秒之波浪資料不需用於設計分析上，則在此情況下，不需使用非常昂貴之海面浮標式測波儀，其線性反應頻率在 1.0～0.06 Hz 範圍，此時使用壓力式測波儀置於海床上較理想，因隨水深減衰，水動力濾過高頻率之波浪分量，但此等壓力式感應器不適用於潮差大之地區使用測量系統如圖 7 所示。

爲求建立波浪預報之長期參數，至少需有實測波浪一年之完整資料，每三小時觀測記錄十分鐘，爲愼重起見，儀器應安裝兩年，因此第一年未測得之資料，第二年可以補充。

有時在海洋工程規劃設計時，尚無波浪之實測資料，而欲決定設計條件及可能之施工天數等，則必須用現有之氣象資料作預報及位置轉換技巧，將於下節中介紹。

㈣波浪理論

(1)線性波：

線性波之定義爲波浪運動情況下海水與空氣之交界面上之邊界條件爲線性之謂，自由水面之水位變化 (η) 爲位置 (x) 與時間 (t) 之函數可表示爲：

$$\eta=a\sin(kx-wt)$$
$$=\frac{H}{2}\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \qquad (9)$$

式中 a，H 分別爲波浪振幅及波高、k 爲波數、w 爲週頻率。

波速或波面傳播速度 (C) 爲：

$$C=\left[\frac{gL}{2\pi}\tanh\frac{2\pi d}{L}\right]^{1/2}$$

表十七　在一彈簧半空間上一堅硬圓形基座上之彈簧常數

垂　向	$K_z=\frac{4GR}{1-\nu}=\frac{2ER}{1-\nu^2}$
水平向	$K_T=\frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}=\frac{16(1-\nu)ER}{(7-8\nu)(1+\nu)}$
搖　動	$K_\theta=\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}=\frac{4ER^3}{3(1-\nu^2)}$
扭　曲	$K_\psi=\frac{16}{3}GR^3=\frac{8ER^3}{3(1+\nu)}$

礎面積中最大範圍者。故在此半球形範圍外之土壤形態之任意改變將可忽略不計，而在其內之土壤性質必須由土壤調查資料確實地得出，根據彈性理論可得出土壤之相當質量如表 15 所示[19,20]，另表16列有一些替代性公式[21]，而在某些情況下可發現兩表之值略有差異，表16所得之結果略爲偏高。一般而言，當作用力運動之頻率低之情況（即$w<C_s/R$），式中C_s：剪波速（Shear Wave Velocity），R爲基礎半徑）例如波浪激盪之情況，則表16之公式最具代表性，而在作用力爲高頻率之情況下，則表15所給較小之有效質量則最具代表性。

通常若與結構物本身質量及附加於結構物上之加質量比較下，有效土壤質量之數量相當小，故對動力分析計算之影響性較小，在許多情況下，既使土壤質量全部忽略不計，所致之誤差量仍比選擇不確實之彈簧係數所造成之誤差較小。

(2)有效彈簧係數：目前估計重力式平臺基礎之彈簧係數之方法有二。一爲根據彈性理論公式所得；爲與剪力模數（G）或 young 氏模數（E）有關，如表 17 所示。

土壤與結構物互制問題中在選擇 Poisson 比值相當重要一般可在試驗室測量剪力模數（G）及楊氏模數（E），假設各向同性(isotropy)則

$$\nu=(E/2G)-1$$

由表18可見 Poisson 比（ν）由乾顆粒土壤之$\nu=0.3$變至非常軟而飽和之黏土爲$\nu=0.5$，若使用$\nu=0.5$於所有土壤情況計算，則其誤差比在估計彈簧係數估計錯誤所造成之誤差爲小。故在使用本法估計彈簧係數，其中最大之未確定數爲剪力強度及 young 氏係數值。各種土壤形態靜力模式下之代表值，由於剪力或楊氏係數值一般將隨激動力之頻率而變，大多數比靜力負荷所得之值爲高，由於各工址之土壤特性不盡相同，故建議利用現場土壤調查所得之成果以替代表十九所列之數值。

既使土壤之應變很微量，其剪力與應變之關係並非線性，因此易於定義剪力模數（shear modulus）爲一封閉應力應變環狀曲線兩端點之線性模數相當量如圖 22 所示，影響土壤剪力模數之因素至少有下列八個變數。

(1)動力應變之振幅；

(2)應力作用下之平均有效應力和作用時間

(3)土壤空隙比；

(4)土壤之顆粒特性及結構；

(5)應力歷程；

(6)振動頻率；

(7)飽和程度；

(8)土壤溫度

下述方法[21]已被證明在決定剪力模數上是相當理想的即：

(1)估計在基礎下一代表點（圖23）之垂直向及水平向有效應力此應力計算須包括土壤重量及結構物基礎之靜力負荷。

(2)量度有效應力與剪力模數間之關係，此可在試驗室用共振柱試驗（resonant column

表十八　代表性 Poisson 值

土壤形態	ν
飽和黏土	0.45—0.50
半飽和黏土	0.35—0.45
緊密砂或碎石	0.4 —0.5
中密砂或碎石	0.3 —0.4

當考慮土壤之穩定性時，則上式亦可用於計算結構物周界在海床上 $(y=-d)$ 上之壓力。

每單位波峯寬度之總波能爲：

$$E=\frac{\rho g H^2 L}{8} \qquad (6)$$

而單位波峯寬度之平均能量輸送率爲：

$$P=\frac{1}{8}\rho g\frac{H^2 L}{T}\left(1+\frac{kd}{\sinh kd}\right)=C_G\cdot E \quad (20)$$

式中 C_G 稱爲波羣速度。

(2) stokes 高階波浪理論：

(a) stokes 三階波浪理論所得水面之水位方程式如下式：

$$\eta(t)=a\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+\frac{\pi a^2}{L}\left\{f_2\left(\frac{d}{L}\right)\right\}\cos 4\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+\frac{\pi^2 a^3}{L^2}\left\{f_3\left(\frac{d}{L}\right)\right\}\cos 6\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \quad (21)$$

式中：
$$f_2\left(\frac{d}{L}\right)=\frac{\left(2+\cosh 4\pi\frac{d}{L}\right)\cosh 2\pi\frac{d}{L}}{2\sinh^3 2\pi\frac{d}{L}}$$

$$f_3\left(\frac{d}{L}\right)=\frac{3}{16}\frac{1+8\cosh^6 2\pi\frac{d}{L}}{\sinh^6 2\pi\frac{d}{L}}$$

故：
$$H=2a+\frac{2\pi^2 a^3}{L^2}\left\{f_3\left(\frac{d}{L}\right)\right\}$$

$$c^2=\frac{gL}{2\pi}(1+\beta)\tanh 2\pi\frac{d}{L}$$

$$L=\frac{gT^2}{2\pi}(1+4\beta)\tanh 2\pi\frac{d}{L}$$

式中：
$$\beta=\left(\frac{\pi a}{L}\right)^2\frac{14+4\cosh^2 4\pi\frac{d}{L}}{16\sinh^4 2\pi\frac{d}{L}}$$

$\eta(t)$ 可表示爲：

$$\eta(t)=A_1\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+A_2\cos 4\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+A_3\cos 6\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \qquad (22)$$

其水分子速度可表示爲：

$$\frac{u}{c}=F_1\cosh 2\pi\frac{(y+d)}{L}\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+F_2\cosh 4\pi\frac{(y+d)}{L}\cos 4\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+F_3\cosh 6\pi\frac{(y+d)}{L}\cos 6\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \qquad (23)$$

$$\frac{v}{c}=F_1\sinh 2\pi\frac{(y+d)}{L}\sin 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+F_2\sinh 4\pi\frac{(y+d)}{L}\sin 4\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)+F_3\sinh 6\pi\frac{(y+d)}{L}\sin 6\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right) \qquad (24)$$

加速度可由速度對時間之微分值得出，Skjelbria (1959)[2] 曾列出係數 A_n 及 F_n，$(n=1,2,3)$ 爲 d, L 及 a 之函數，在淺海中，水分子速度之對流項 (convective term) 顯得相當地重要，而在深水波近似於微小振幅波式 (13) 及式 (14)。

(b) stokos 五階近似值爲 $u(t)$ 級數再增加兩項，其解答曾由 Skjelbreia and Hendrickson (1961)[3] 所列圖表或電腦處理。

(3)弧立波理論：

在非常淺之海洋結構物，若使用 stokes 高階波浪理論，在數值上相當不穩定，而亦不能應用線性波理論，由於波形非正弦波，波高變爲較尖銳，而波谷平緩，當一湧浪在一斜降很小之海灘上傳播時經常可見到此種現象。在此情況下可能可用弧立波理論，僅考慮一個波在弧立狀態（圖 8），當其進入淺海，則此波峯振幅量增加而波谷之振幅量降低，此波浪特性與波浪之週期無關，水面爲波高和水深之函數如下：

$$\eta=H\left[\operatorname{sech}\sqrt{\frac{3H}{4d^3}}(x-ct)\right]^2 \qquad (25)$$

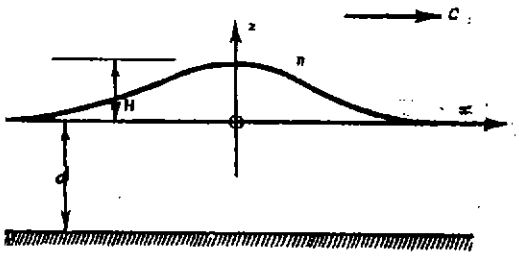


圖 8 弧 立 波

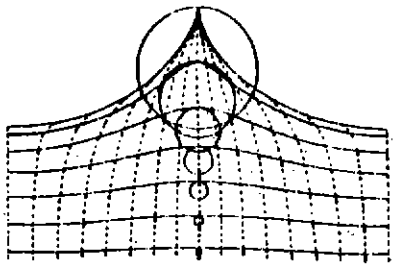


圖9　臨界波浪條件

而波速爲

$$c=\sqrt{g(H+d)} \tag{26}$$

此爲淺海振盪波極限理論之延伸，當弧立波接近靜水位時，一代表性之水分子向上位移，且沿著波浪傳播方向水平運動，直至波峯正在水分子之上(圖9)，此時水分子具有最大之水平方向之運動速度，然後水分子將在水平方向減速而向下運動，直到波浪通過，波浪作用下之淨結果爲僅在傳播之水平方向有位移量而無垂直方向之垂直位移，水分子運動速度振幅可定爲：

$$\frac{u}{c}=N\left(\frac{1+\cos(MS/d)\cosh(Mx/d)}{(\cos(MS/d)+\cosh(Mx/d))^2}\right) \tag{27}$$

$$\frac{v}{c}=N\left(\frac{\sin(MS/d)\sinh(Mx/d)}{(\cos(MS/d)+\cosh(Mx/d))^2}\right) \tag{28}$$

式中 S 爲與海床之距離，而 M, N 爲 H/d 之函數如下式：

$$\frac{H}{d}=\frac{N}{M}\tan^{1/2}\left[M\left(1+\frac{H}{d}\right)\right] \tag{29}$$

$$N=\frac{2}{3}\sin^2\left[M\left(1+\frac{2}{3}\frac{H}{d}\right)\right] \tag{30}$$

M, N 如圖 10 所示，最大速度發生於 $x=t=0$ 即：

$$u_{max}=\frac{CN}{1+\cos\left(M\frac{S}{H}\right)} \tag{31}$$

(4)橢圓函數波：

Stokes 有限振幅波在 $d/L>1/10$，其波形能與實際海浪波形脗合，$d/L<1/10$，則不甚適用，過去在此情況下均使用弧立波理論，但弧立波與週期無關，且波形均在靜在面上，故在性質上與具有一定波長及週期性波動有所不同，其適用性不無疑問，近年來研究在 $1/60<d/L<1/10$ 使用橢圓函數波最適

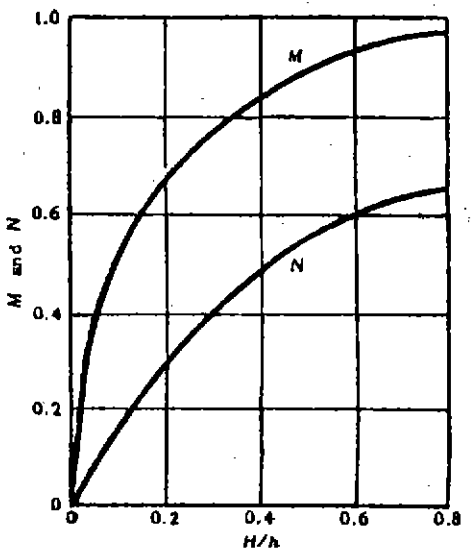


圖10　弧立波理論 M 及 N 值

當，凡 stokes 波不能充分表示之淺水性質均可引用，C_n 波理論由 Korteweg and DeVries[4] 導出，後經 Keulegan and Patterson[5] 引申 Wiegel[1] 之成果，並製成各種實用圖表後始成實用化，C_n 波爲長波性之保存波，因波形以 Jocobian 橢圓函數 C_n 表示而得名，本理論考慮二次項，可得到較精確結果，可能在某些情況下需用，下面將介紹計算之圖表。

(5)計算水分子運動速度及加速度圖表：

在計算波力公式中，必須先計算波浪水分子運動速度及加速度，表一及表二爲正弦波及橢圓函數波理論所導出之基本公式，所代表之符號說明如下：

(1)符號說明：

C：波速

C_G：波羣速度

E：平均能量密度

E_f：平均能量流動量

F_m：動量部份輻射應力

F_p：壓力部份輻射應力

F_w：輻射應力 $(=F_m+F_p)$

P^+：動壓力

Δh：波浪引起之水位下降量

P_{max}：最大壓力

u_{max}：最大水平方向水力子運動週度

v_{max}：最大水分子垂直方向運動速度

α：水分子運動水平方向振幅

β：水分子運動軌跡垂直向振幅

MEL：平均能量線

MWL：平均水位 ($y=0$)

η：高於 MWL 之水面位移量 ($\bar{\eta}=0$)

m：橢圓函數及積分參數

m_1：補助橢圓參數 ($m_1=1-m$)

$E(m)$：以 m 爲模數之第二種完全橢圓積分

$K(m)$：以 m 爲模數之第一種完全橢圓積分

U：stoke 參數 (=ursell 參數) $U=HL^2/d^3$

(2)正弦波 (圖11)：

①局部參數：

已知水深 (d) 及週期 (T)，欲決定波長 (L)

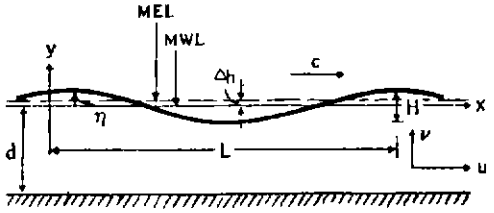


圖11 正 弦 波

表一 正 弦 波 基 本 公 式

名稱	單位	一般公式	深水波	淺水波
$\frac{d}{L}$ (interval)		$0<\frac{d}{L}<\infty$	$0.50<\frac{d}{L}<\infty$	$0<\frac{d}{L}<0.050$
$\frac{d}{L_0}$ (interval)		$0<\frac{d}{L_0}<\infty$	$0.50<\frac{d}{L_0}<\infty$	$0<\frac{d}{L_0}<0.015$
c	(m/s)	$\sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh kd}$	$\sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}}=\left(\frac{gT}{2\pi}\right)$	$\sqrt{gd}$
c_g	(m/s)	$\frac{1}{2}c(1+G)$	$\frac{1}{2}c_0$	c
E	(J/m²)	$\frac{1}{8}\rho gH^2$	$\frac{1}{8}\rho gH_0^2$	$\frac{1}{8}\rho gH^2$
E_f	(W/m)	$\frac{1}{16}\rho gH^2c(1+G)$	$\frac{1}{16}\rho gH_0^2c_0$	$\frac{1}{8}\rho gH^2c$
F_m	(N/m)	$\frac{1}{16}\rho gH^2(1+G)$	$\frac{1}{16}\rho gH_0^2$	$\frac{1}{8}\rho gH^2$
F_p	(N/m)	$\frac{1}{16}\rho gH^2G$	0	$\frac{1}{16}\rho gH^2$
F_w	(N/m)	$\frac{1}{16}\rho gH^2(1+2G)$	$\frac{1}{16}\rho gH_0^2$	$\frac{3}{16}\rho gH^2$
G		$G\equiv\frac{2kd}{\sinh 2kd}$	0	1
Δh	(m)	$\frac{H^2}{16d}G$	0	$\frac{H^2}{16h}$
p_{max}	(N/m²)	$p^+_{max}-\rho gy$	†$p^+_{max,0}-\rho gy$	$\rho g\frac{H}{2}-\rho gy$
p^+_{max}	(N/m²)	$\rho g\frac{H}{2}\frac{\cosh k(y+d)}{\cosh kd}$	†$\rho g\frac{H_0}{2}\exp(k_0y)$	$\rho g\frac{H}{2}$
u_{max}	(m/s)	$\frac{\pi H}{T}\frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd}$	†$\frac{\pi H_0}{T}\exp(k_0y)$	$\frac{H}{2d}c$
v_{max}	(m/s)	$\frac{\pi H}{T}\frac{\sinh k(y+d)}{\sinh kd}$	†$\frac{\pi H_0}{T}\exp(k_0y)$	$\frac{\pi H}{T}\left(1+\frac{y}{d}\right)$
α	(m)	$\frac{H}{2}\frac{\cosh k(y+d)}{\sinh kd}$	†$\frac{H_0}{2}\exp(k_0y)$	$\frac{H}{2}\frac{L}{2\pi d}$
β	(m)	$\frac{H}{2}\frac{\sinh k(y+d)}{\sinh kd}$	†$\frac{H_0}{2}\exp(k_0y)$	$\frac{H}{2}\left(1+\frac{y}{d}\right)$

† 表示在 $y<-d/2$ 情況下不能使用。

表二 橢圓函數波基本公式

名稱	單位	公式
A		$A\equiv\frac{2}{m}-1-\frac{3E}{mK}$
B'		$B=\frac{1}{m^2}\left[\frac{1}{3}\left(3m_1^2-m_1+(2-4m_1)\frac{E}{K}\right)-\left(m_1-\frac{E}{K}\right)^2\right.$
c	(m/s)	$\sqrt{gd\left(1+A\frac{H}{d}\right)}$
E_f	(W/m)	ρgH^2Bc
F_m	(N/m)	$2\rho gd\Delta h$
F_p	(N/m)	$\rho gd\Delta h$
F_w	(N/m)	$3\rho gd\Delta h$
Δh	(m)	$\frac{H^2}{2d}B$
P	(N/m²)	$p^+-\rho gy$
p^+_{max}	(N/m²)	$\rho g\left[\eta_{max}-4d\left(1-\left(\frac{y+d}{d}\right)^2\right)\frac{HK^2}{gT^2}\right]$
p^+_{min}	(N/m²)	$\rho g\left[\eta_{min}+4dm_1\left(1-\left(\frac{y+d}{d}\right)^2\right)\frac{HK^2}{gT^2}\right]$
u_{max}	(m/s)	$c\left[\frac{\eta_{max}}{d}-\left(\frac{\eta_{max}}{d}\right)^2-4\left(\frac{1}{3}-\left(\frac{y+d}{d}\right)^2\right)\frac{HK^2}{gT^2}\right]$
u_{min}	(m/s)	$c\left[\frac{\eta_{min}}{d}-\left(\frac{\eta_{min}}{d}\right)^2+4m_1\left(\frac{1}{3}-\left(\frac{y+d}{d}\right)^2\right)\frac{HK^2}{gT^2}\right]$
U		$U=\frac{HL^2}{d^3}=\frac{16}{3}mK^2$
η	(m)	$\eta_{min}+Hcn^2(\theta,m)$
η_{max}	(m)	$\eta_{min}+H$
η_{min}	(m)	$H\left(\frac{1}{m}\left(1-\frac{E}{K}\right)-1\right)$

及波速 (C)：

(i) 先計算深水波之波長 $L_0=(g/2\pi)T^2$。

(ii) d/L_0 計算。

(iii) 由表一中找出 $\tanh kd$ 值。

(iv) 計算 $L=L_0\tanh kd$ 及 $U=HL^2/d^3$。

(v) 校核 U 值範圍：

若 $U<15$，可應用正弦波理論。

$U>15$ 及 $d/L_0>0.1$ 用橢圓函數無意義，可使用正弦波。

$U>15$ 及 $d/L_0<0.1$ 需用橢圓函數理論。

(vi) 決定波速 $C=L/T$。

若給與 d 及 L 值，則求 d/L_0 值，由表一求出 d/L_0 值，然後可求出週期 T 值。

②淺化：假定不考慮波浪折射影響而僅考慮淺化現象情況：

已知：在 a 水深 d_a 之波高 (H_a) 及週期 (T) (或波長 L_a) 之數值

求解：在水深 d_b 之波高 (H_b) 及波長 (L_b) 值

解析：(i) 由①之程序求出深水波長 L_0。

(ii) 由表一中查出 H_a/H_0，故可得出深水波波高值 H_0。

(iii) 由①之程序求出在水深 d_b 處之波長 (L_b) 值。

(iv) 由表一中查出 H_b/H_0，故可得出 H_b 值。

(3)橢圓函數波 (圖12)：

首先用微小振幅波試算，若 $U>15$ 及 $d/L_0<0.1$ 需用橢圓函數波理論。

①決定局部參數之方法：

表三 正弦波函數

d/L_0	tanh kd	d/L	kd	sinh kd	cosh kd	G	H/H_0	d/L_0	tanh kd	d/L	kd	sinh kd	cosh kd	G	H/H_0
0.000	0.000	0.0000	0.000	0.000	1.00	1.000	∞	0.20	0.888	0.225	1.41	1.94	2.18	0.335	0.918
002	112	0179	112	113	01	0.992	2.12	21	899	234	47	2.05	28	313	920
004	158	0253	159	160	01	983	1.79	22	909	242	52	18	40	291	923
006	193	0311	195	197	02	975	62	23	918	251	57	31	52	271	926
008	222	0360	226	228	03	967	51	24	926	259	63	45	65	251	929
0.010	0.248	0.0403	0.253	0.256	1.03	0.958	1.43	0.25	0.933	0.268	1.68	2.60	2.78	0.233	0.932
015	302	0496	312	317	05	938	31	26	940	277	74	75	2.93	215	936
020	347	0576	362	370	07	918	23	27	946	285	79	2.92	3.09	199	939
025	386	0648	407	418	08	898	17	28	952	294	85	3.10	25	183	942
								29	957	303	90	28	43	169	946
0.030	0.420	0.0713	0.448	0.463	1.10	0.878	1.13								
								0.30	0.961	0.312	1.96	3.48	3.62	0.155	0.949
035	452	0775	487	506	12	858	09								
040	480	0833	523	548	14	838	06	31	965	321	2.02	69	3.83	143	962
045	507	0888	558	588	16	819	04	32	969	330	08	3.92	4.05	131	955
								33	972	339	13	4.16	28	120	958
0.050	0.531	0.0942	0.592	0.627	1.18	0.800	1.02	34	975	349	19	41	53	110	961
055	554	0993	624	665	20	781	1.01								
060	575	104	655	703	22	762	0.993	0.35	0.978	0.358	2.25	4.68	4.79	0.100	0.964
065	595	109	686	741	24	744	981	36	980	367	31	4.97	5.07	091	967
070	614	114	716	779	27	725	971	37	983	377	37	5.28	37	083	969
								38	984	386	43	61	5.70	076	972
0.075	0.632	0.119	0.745	0.816	1.29	0.707	0.962	39	986	395	48	5.96	6.04	069	974
080	649	123	774	854	31	690	955								
085	665	128	803	892	34	672	948	0.40	0.988	0.405	2.54	6.33	6.41	0.063	0.976
090	681	132	831	929	37	655	942	41	989	415	60	6.72	6.80	067	978
095	695	137	858	0.968	39	637	937	42	990	424	66	7.15	7.22	052	980
								43	991	434	73	7.60	7.66	047	982
0.10	0.709	0.141	0.886	1.01	1.42	0.620	0.933	44	992	443	79	8.07	8.14	042	983
11	735	150	940	08	48	587	926								
12	759	158	0.994	17	54	555	920	0.45	0.993	0.453	2.85	8.59	8.64	0.038	0.985
13	780	167	1.05	25	60	524	917	46	994	463	91	9.13	9.18	035	986
14	800	175	10	33	67	494	915	47	995	472	2.97	9.71	9.76	031	987
								48	995	482	3.03	10.3	10.4	028	988
0.15	0.818	0.183	1.15	1.42	1.74	0.465	0.913	49	996	492	09	11.0	11.0	026	990
16	835	192	20	52	82	437	913	0.50	0.996	0.502	3.15	11.7	11.7	0.023	0.990
17	850	200	26	61	90	410	913								
18	864	208	31	72	1.99	384	914	∞	1.000	∞	∞	∞	∞	0.000	1.000
19	877	217	36	82	2.08	359	916								
0.20	0.888	0.225	1.41	1.94	2.18	0.335	0.918								

若已知條件爲：水深 d，波高 H 及週期 T，欲決定 L 及 C，則其計算程序如下：

(i) 先計算 L_0 值，校核在橢圓函數應用範圍。

(ii) 計算 H/d 及 $T\sqrt{g/d}$，然後由表四中求出 L/d 值，得出 L 值，然後決定 C。

若已知：d, H 及 L 欲決定 C 及 T 則應該：

(i) 先計算 U 值校核是否在橢圓函數應用範圍。

(ii) 由表五求出 A 值，決定波速 C 值及週期 T 值。

②淺化：

已知：在水深 d_a 之 H_a 及 T (或 L_a)

求解：d_b 情況下之 H_b 及 L_b

解析：(i) 由①求解 L_0 及 L_a (或 T) 值。

(ii) 計算 U_a 值，由表五中得出 B_a 值。

(iii) 計算 $H_0=4H_a(B_aL_a/L_0)^{1/2}$ 及 d_b/L_0, H_0/L_0 數值。

(iv) 校核是否 $d_b/L_0>0.1$ 若是則使用橢圓函數波無意義，在此水深下可用正弦波。

(v) 由表六決定 H_b/H_0 值，然後得出 H_b。

(vi) 用①之程序決定 L_b。

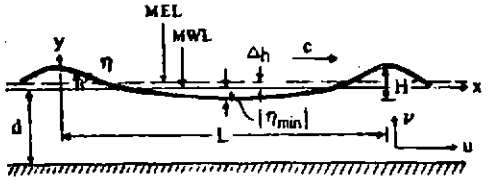


圖12A 橢圓函數波

(五)設計應用波浪參數評估

海洋結構物設計波選定必須考慮：(1)設置地點之波浪特性；(2)結構物之耐波特性；(3)使用年限；(4)受損時之經濟效益，波浪作用於結構物上之設計負荷可用兩種近似求法，例如找出結構物使用年限內之最大負荷，此可能不是最大波浪，而尙需考慮負荷歷時、作用於結構物產生疲勞或動力反應相當顯著之特性。了解在其使用年限中，最大設計負荷之波浪特性，計算發生之概率並與可接受之負荷超過之風險比較，考慮增加結構物之强度及維護所需費用等問題。此種用於設計之波浪條件稱爲設計波 (Design wave)，經常以一定波高值具有一定之主要波向和可能之波浪週期範圍。例如英國能源部建議使用 50 年復現期之波浪條件作爲設計，而許多油公司則採用 100 年期間內最大之負荷爲條件。復現期經常大於海洋結構物之使用年限，例如一石油生產平臺，其設計使用年限約爲 30 年而欲能承受復現期爲 100 年之環境負荷，則在其年限內將約有 26%機會將超過設計負荷[6]，爲分析整個結構物之受力分析需了解各不同波向下之設計波特性，一般而言，對於敏感性之結構物需考慮不同振幅及週期下之波力，以期可了解任意條件下之負荷。

對於疲勞分析，則需了解在結構物年限期間內之負荷可能之歷程，引起此負荷之波浪經常爲一分散形態，即以指示波高和在一定期間內之零切週期之發生概率之分散特性。爲設計目的，可應用與指示波高和零切週期有關之設計波譜，此種波譜已有許多形態可用，而經常應用於外海範圍之波譜形式爲 Pierson-Moskowitz 波譜，及最近延伸至風域受限之 JONSWAP 波譜。

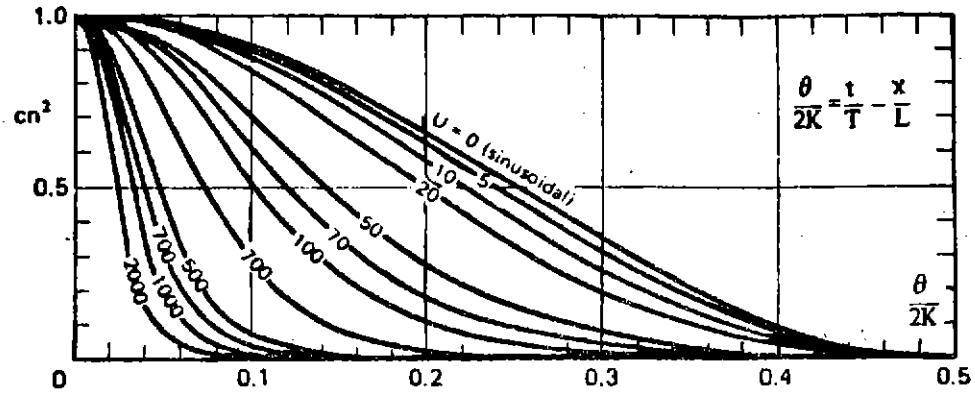


圖12B 橢圓函數波水面曲線

表四 L/d 爲 H/d 及 $T\sqrt{g/d}$ 之函數

$T\sqrt{g/d}$ \ H/d	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.60	0.70	0.80
8	6.7	6.7	6.7	6.7	6.8	6.8	6.8	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.4	7.6	7.9	8.2
9	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.1	8.1	8.2	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.8	9.1	9.4	9.7
10	9.2	9.2	9.2	9.2	9.2	9.2	9.3	9.3	9.4	9.5	9.7	9.8	9.9	10.1	10.4	10.8	11.2
11	10.3	10.3	10.3	10.3	10.3	10.3	10.3	10.5	10.6	10.7	10.9	11.0	11.2	11.4	11.8	12.2	12.6
12	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.5	11.6	11.8	11.9	12.1	12.3	12.5	12.7	13.1	13.5	14.0
13	12.4	12.4	12.4	12.4	12.5	12.5	12.6	12.7	12.9	13.1	13.3	13.5	13.7	13.9	14.4	14.9	15.4
14	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5	13.6	13.7	13.9	14.0	14.2	14.5	14.7	14.9	15.2	15.7	16.2	16.7
15	14.5	14.5	14.5	14.5	14.6	14.6	14.8	15.0	15.2	15.4	15.7	15.9	16.2	16.4	17.0	17.5	18.1
16	15.6	15.6	15.6	15.6	15.6	15.7	15.9	16.1	16.3	16.6	16.8	17.1	17.4	17.7	18.3	18.9	19.5
17	16.6	16.6	16.6	16.6	16.6	16.8	16.9	17.2	17.4	17.7	18.0	18.3	18.6	18.9	19.6	20.2	20.9
18	17.6	17.6	17.6	17.6	17.7	17.8	18.0	18.3	18.6	18.9	19.2	19.5	19.8	20.2	20.9	21.5	22.2
19	18.6	18.6	18.7	18.7	18.7	18.9	19.1	19.4	19.7	20.0	20.4	20.7	21.1	21.4	22.1	22.9	23.6
20	19.7	19.7	19.7	19.7	19.7	19.9	20.2	20.5	20.8	21.2	21.5	21.9	22.3	22.7	23.4	24.2	24.9
21	20.7	20.7	20.7	20.7	20.8	21.0	21.3	21.6	21.9	22.3	22.7	23.1	23.5	23.9	24.7	25.5	26.3
22	21.7	21.7	21.7	21.7	21.8	22.0	22.3	22.7	23.1	23.5	23.9	24.3	24.7	25.1	26.0	26.8	27.6
23	22.7	22.7	22.7	22.8	22.8	23.1	23.4	23.8	24.2	24.6	25.1	25.5	25.9	26.4	27.2	28.1	29.0
24	23.7	23.7	23.8	23.8	23.8	24.1	24.5	24.9	25.3	25.8	26.2	26.7	27.1	27.6	28.5	29.4	30.3
25	24.7	24.8	24.8	24.8	24.9	25.2	25.6	26.0	26.4	26.9	27.4	27.9	28.4	28.8	29.8	30.7	31.7
26	25.7	25.8	25.8	25.8	25.9	26.2	26.6	27.1	27.6	28.1	28.6	29.1	29.6	30.1	31.1	32.0	33.0
27	26.8	26.8	26.8	26.9	26.9	27.3	27.7	28.2	28.7	29.2	29.7	30.2	30.8	31.3	32.3	33.4	34.4
28	27.8	27.8	27.8	27.9	27.9	28.3	28.8	29.3	29.8	30.4	30.9	31.4	32.0	32.5	33.6	34.7	35.7
29	28.8	28.8	28.8	28.9	29.0	29.4	29.9	30.4	30.9	31.5	32.1	32.6	33.2	33.8	34.9	36.0	37.1
30	29.8	29.8	29.9	29.9	30.0	30.4	30.9	31.5	32.1	32.6	33.2	33.8	34.4	35.0	36.1	37.3	38.4
31	30.8	30.8	30.9	30.9	31.0	31.5	32.0	32.6	33.2	33.8	34.4	35.0	35.6	36.2	37.4	38.6	39.7
32	31.8	31.8	31.9	32.0	32.0	32.5	33.1	33.7	34.3	34.9	35.6	36.2	36.8	37.4	38.7	39.9	41.1
33	32.8	32.8	32.9	33.0	33.1	33.6	34.2	34.8	35.4	36.1	36.7	37.4	38.0	38.7	40.0	41.2	42.4
34	33.8	33.9	33.9	34.0	34.1	34.6	35.2	35.9	36.5	37.2	37.9	38.6	39.2	39.9	41.2	42.5	43.8
35	34.8	34.9	34.9	35.0	35.1	35.7	36.3	37.0	37.7	38.4	39.1	39.7	40.4	41.1	42.5	43.8	45.1
36	35.8	35.9	35.9	36.0	36.1	36.7	37.4	38.1	38.8	39.5	40.2	40.9	41.6	42.4	43.8	45.1	46.5
37	36.8	36.9	37.0	37.1	37.2	37.8	38.5	39.2	39.9	40.6	41.4	42.1	42.9	43.6	45.0	46.4	47.8
38	37.8	37.9	38.0	38.1	38.2	38.8	39.5	40.3	41.0	41.8	42.5	43.3	44.1	44.8	46.3	47.7	49.2
39	38.9	38.9	39.0	39.1	39.2	39.9	40.6	41.4	42.1	42.9	43.7	44.5	45.3	46.0	47.6	49.1	50.5
40	39.9	39.9	40.0	40.1	40.2	40.9	41.7	42.5	43.3	44.1	44.9	45.7	46.5	47.3	48.8	50.4	51.8

表五 橢圓函數波之函數

U	m	m_1	K	E	$\frac{\eta_{min}}{H}$	A	B	U	m	m_1	K	E	$\frac{\eta_{min}}{H}$	A	B
1	(−2)7.317	(−1)9.268	1.601	1.542	−0.495	−13.152	0.1250	50	(−1)9.673	(−2)3.274	3.113	1.043	−0.312	0.029	0.1148
2	(−1)1.410	(−1)8.590	1.631	1.514	−0.491	−6.565	0.1250	55	(−1)9.753	(−2)2.466	3.252	1.034	−0.301	0.072	0.1134
3	(−1)2.038	(−1)7.962	1.662	1.487	−0.486	−4.365	0.1249	60	(−1)9.813	(−2)1.874	3.386	1.027	−0.290	0.111	0.1119
4	(−1)2.619	(−1)7.381	1.692	1.462	−0.481	−3.261	0.1249	65	(−1)9.856	(−2)1.438	3.516	1.022	−0.280	0.105	0.1104
5	(−1)3.157	(−1)6.843	1.723	1.438	−0.476	−2.596	0.1249	70	(−1)9 889	(−2)1.112	3.643	1.017	−0.271	0.175	0.1089
6	(−1)3.655	(−1)6.345	1.754	1.416	−0.472	−2.151	0.1248	75	(−1)9.913	(−3)8.668	3.766	1.014	−0.263	0.203	0.1075
7	(−1)4.116	(−1)5.884	1.786	1.394	−0.467	−1.830	0.1247	80	(−1)9.932	(−3)6.805	3.886	1.012	−0.255	0.227	0.1061
8	(−1)4.543	(−1)5.457	1.817	1.373	−0.462	−1.588	0.1246	85	(−1)9.946	(−3)5.379	4.003	1.009	−0.248	0.250	0.1048
9	(−1)4.937	(−1)5.063	1.849	1.354	−0.458	−1.399	0.1245	90	(−1)9.957	(−3)4.278	4.117	1.008	−0.242	0.271	0.1034
10	(−1)5.302	(−1)4.698	1.881	1.335	−0.453	−1.245	0.1244	95	(−1)9.966	(−3)3.423	4.228	1.006	−0.235	0.290	0.1021
11	(−1)5.639	(−1)4.361	1.912	1.318	−0.449	−1.119	0.1243	100	(−1)9.972	(−3)2.753	4.336	1.005	−0.230	0.308	0.1000
12	(−1)5.952	(−1)4.048	1.944	1.301	−0.444	−1.012	0.1242	150	(−1)9.996	(−4)3.955	5.304	1.001	−0.168	0.434	0.0902
13	(−1)6.240	(−1)3.760	1.976	1.285	−0.440	−0.921	0.1241	200	(−1)9.999	(−5)7.674	6.124	1.000	−0.163	0.510	0.0822
14	(−1)6.507	(−1)3.493	2.008	1.270	−0.435	−0.842	0.1239	250	1.000	(−5)1.808	6.847	1.000	−0.146	0.602	0.0780
15	(−1)6.754	(−1)3.246	2.041	1.256	−0.431	−0.773	0.1238	300	1.000	(−6)4.894	7.500	1.000	−0.133	0.600	0.0711
16	(−1)6.982	(−1)3.018	2.073	1.243	−0.426	−0.712	0.1236	350	1.000	(−6)1.471	8.101	1.000	−0.123	0.630	0.0671
17	(−1)7.194	(−1)2.806	2.105	1.230	−0.422	−0.657	0.1234	400	1.000	(−7)4.807	8.660	1.000	−0.115	0.664	0.0638
18	(−1)7.389	(−1)2.611	2.137	1.218	−0.418	−0.607	0.1233	450	1.000	(−7)1.681	9.186	1.000	−0.109	0.673	0.0607
19	(−1)7.570	(−1)2.430	2.169	1.207	−0.414	−0.562	0.1231	500	1.000	(−8)6.224	9.682	1.000	−0.103	0.069	0.0602
20	(−1)7.738	(−1)2.262	2.201	1.196	−0.410	−0.521	0.1229	550	1.000	(−8)2.419	10.155	1.000	−0.096	0.706	0.0600
								600	1.000	(−9)9.803	10.607	1.000	−0.094	0.717	0.0540
22	(−1)8.036	(−1)1.964	2.266	1.176	−0.402	−0.449	0.1225	650	1.000	(−9)4.122	11.040	1.000	−0.091	0.728	0.0522
24	(−1)8.293	(−1)1.707	2.329	1.158	−0.394	−0.387	0.1220	700	1.000	(−9)1.791	11.458	1.000	−0.087	0.736	0.0508
26	(−1)8.513	(−1)1.487	2.393	1.142	−0.386	−0.333	0.1216	750	1.000	(−10)8.015	11.859	1.000	−0.084	0.747	0.0491
28	(−1)8.702	(−1)1.298	2.456	1.128	−0.379	−0.285	0.1211	800	1.000	(−10)3.682	12.247	1.000	−0.082	0.755	0.0478
30	(−1)8.866	(−1)1.134	2.519	1.116	−0.372	−0.243	0.1206	850	1.000	(−10)1.733	12.624	1.000	−0.079	0.762	0.0465
								900	1.000	(−11)8.333	12.990	1.000	−0.077	0.769	0.0464
32	(−1)9.006	(−2)9.937	2.581	1.104	−0.365	−0.204	0.1201	950	1.000	(−11)4.089	13.346	1.000	−0.075	0.775	0.0443
34	(−1)9.128	(−2)8.720	2.643	1.094	−0.358	−0.170	0.1195								
36	(−1)9.233	(−2)7.666	2.704	1.085	−0.352	−0.138	0.1190	1000	1.000	(−11)2.044	13.693	1.000	−0.073	0.781	0.0434
38	(−1)9.325	(−2)6.753	2.764	1.077	−0.345	−0.109	0.1184	2000	1.000	(−16)2.421	19.365	1.000	−0.062	0.845	0.0318
								3000	1.000	(−20)4.015	23.717	1.000	−0.042	0.874	0.0263
40	(−1)9.404	(−2)5.959	2.824	1.070	−0.339	−0.082	0.1179	4000	1.000	(−23)2.611	27.386	1.000	−0.037	0.890	0.0230
42	(−1)9.473	(−2)5.268	2.883	1.063	−0.334	−0.056	0.1173								
44	(−1)9.533	(−2)4.665	2.942	1.057	−0.328	−0.033	0.1167	5000	1.000	(−26)4.066	30.619	1.000	−0.033	0.902	0.0207
46	(−1)9.586	(−2)4.139	3.000	1.052	−0.323	−0.011	0.1161	6000	1.000	(−28)1.177	33.541	1.000	−0.030	0.911	0.0190
48	(−1)9.632	(−2)3.678	3.057	1.047	−0.317	0.009	0.1155	7000	1.000	(−31)5.451	36.228	1.000	−0.028	0.917	0.0178
50	(−1)9.673	(−2)3.274	3.113	1.043	−0.312	0.029	0.1149	8000	1.000	(−33)3.663	38.730	1.000	−0.026	0.923	0.0185
								9000	1.000	(−35)3.336	41.079	1.000	−0.024	0.927	0.0150
	Integers in parentheses indicate powers of 10 by which the following numbers are to be multiplied							10000	1.000	(−37)3.918	43.301	1.000	−0.023	0.931	0.0149
								∞	1.000	0.000	∞	1.000	−0.000	1.000	0.0000

表六　H/H_0 爲 d/L_0 及 H_0/L_0 之函數

0.005	0.006	0.007	0.008	0.009	0.010	0.015	0.020	0.025	0.030	0.035	0.040	0.045	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090	0.100	d/L_0 / H_0/L_0
1.848	1.692	1.593	1.523	1.471	1.428	1.288	1.201	1.139	1.092	1.054	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	.0002
2.072	1.837	1.684	1.580	1.506	1.451	1.291	1.202	1.140	1.092	1.054	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	4
2.261	1.975	1.782	1.648	1.553	1.483	1.296	1.203	1.140	1.092	1.054	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	6
2.423	2.097	1.876	1.718	1.604	1.520	1.304	1.205	1.141	1.092	1.054	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.838	8
2.664	2.207	1.962	1.785	1.656	1.559	1.312	1.207	1.141	1.092	1.054	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	.0010
2.860	2.441	2.149	1.937	1.778	1.656	1.339	1.214	1.144	1.094	1.055	1.023	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	15
3.103	2.635	2.308	2.068	1.887	1.746	1.371	1.224	1.147	1.095	1.055	1.024	0.997	0.975	0.939	0.912	0.892	0.877	0.868	20
	2.804	2.447	2.185	1.985	1.829	1.404	1.236	1.151	1.096	1.056	1.024	0.997	0.975	0.939	0.912	0.891	0.877	0.868	25
		2.572	2.289	2.074	1.906	1.438	1.249	1.155	1.098	1.057	1.024	0.997	0.975	0.939	0.912	0.891	0.877	0.868	30
			2.385	2.156	1.976	1.472	1.263	1.161	1.100	1.057	1.024	0.997	0.975	0.939	0.912	0.891	0.877	0.868	35
				2.232	2.042	1.505	1.278	1.167	1.102	1.058	1.025	0.998	0.975	0.939	0.912	0.891	0.877	0.868	.0040
					2.162	1.569	1.309	1.181	1.108	1.061	1.026	0.998	0.975	0.939	0.912	0.891	0.877	0.868	50
					2.271	1.628	1.341	1.196	1.115	1.063	1.027	0.998	0.975	0.939	0.912	0.891	0.876	0.868	60
					2.370	1.684	1.373	1.212	1.122	1.067	1.028	0.999	0.975	0.939	0.911	0.891	0.876	0.867	70
					2.461	1.736	1.404	1.229	1.131	1.071	1.030	1.000	0.975	0.938	0.911	0.891	0.876	0.867	80
						1.786	1.434	1.247	1.140	1.075	1.032	1.000	0.976	0.938	0.911	0.891	0.876	0.867	90
						1.833	1.464	1.264	1.149	1.080	1.034	1.001	0.976	0.938	0.911	0.890	0.876	0.867	.0100
						1.921	1.520	1.299	1.170	1.090	1.039	1.003	0.977	0.938	0.910	0.890	0.875	0.866	120
							1.573	1.334	1.191	1.102	1.045	1.005	0.978	0.938	0.910	0.889	0.875	0.866	140
							1.623	1.368	1.213	1.115	1.052	1.009	0.979	0.937	0.909	0.889	0.874	0.865	160
								1.400	1.230	1.128	1.059	1.013	0.980	0.937	0.908	0.888	0.874	0.865	180
Below dotted step-curve $\frac{H}{d}>0.8$								1.432	1.256	1.143	1.068	1.017	0.982	0.937	0.908	0.887	0.873	0.864	.0200
									1.278	1.157	1.077	1.022	0.985	0.937	0.907	0.886	0.872	0.863	220
									1.299	1.172	1.086	1.028	0.987	0.937	0.906	0.886	0.871	0.862	240
										1.186	1.096	1.034	0.990	0.937	0.906	0.885	0.870	0.862	260
										1.201	1.106	1.040	0.994	0.937	0.905	0.884	0.869	0.861	280
										1.215	1.116	1.046	0.998	0.938	0.904	0.883	0.868	0.860	.0300
											1.126	1.053	1.002	0.939	0.904	0.882	0.867	0.859	320
											1.136	1.060	1.006	0.940	0.903	0.881	0.866	0.858	340
												1.067	1.011	0.941	0.903	0.880	0.865	0.856	360
												1.075	1.016	0.942	0.902	0.879	0.864	0.855	380
												1.082	1.021	0.944	0.902	0.878	0.863	0.865	.0400
													1.048	0.954	0.903	0.874	0.857	0.848	500
													1.077	0.968	0.906	0.872	0.852	0.842	600
														0.985	0.912	0.871	0.848	0.836	700
															0.921	0.872	0.845	0.830	800
																0.875	0.843	0.826	900
																	0.843	0.822	.1000

三、風 浪 之 特 性

(一)波浪預報

雖然對於波浪起源已有相當廣泛之認識，但尚無法以理論解析完全地預報波浪，同時在海面之波譜測量亦相當困難，尤其在暴風條件下，波動激烈，且對設計相當重要，由波浪預報可以對結構物作應力及疲勞分析，而由波浪追算亦能了解已知災害之波浪條件。

波浪預報可分爲三個階段，首先由任一特定之風速、風域及延時可預測在深海中之波譜，其次需考慮風浪變爲湧浪在頻率領域內波譜尖峯值之波高減弱和位相變化之影響性，然後尚需考慮海床對波浪之影響性，尤其當湧浪接近海岸線時更應特別注意。

現所應用之波浪預報方法均爲經驗與理論配合之半經驗公式，大致可分爲兩大類，第一類爲考慮預報波之指示波高及週期，然後可定出一代表性之波譜，經常使用者例如 SMB 法卽 Sverdrup, Munk 和 Bretschreider 所提出者，或 Darbyshire and Draper 法[7]，該法提供一些曲線，可由其定出在 10 分鐘延時之最大期望波高值，此將與任意延時之最大期望波高值有關，而第二類爲直接獲取波譜或替代性之公式，著名者例如 PNJ, P-M 及 JONSWAP 波譜等。

1. 指示或最大波法：

對於指示波高方法而言，波浪預報參數爲由理論考慮而發展出來的，但確實之關係則需一些基本資料決定不同之參數和係數，因此本方法爲半經驗法，指示波高之定義爲假定一連續N個波高，按大小順序排列，其中最大 $N/3$ 個讀數之平均值，而指示週期爲此 $N/3$ 個波高所相對應之週期平均值，由波浪資料分析顯示，指示波高與目視波高相當接近，故在理論發展前，有相當的目視波與經驗公式一致。

指示波浪週期代表最大波能集中附近之週期，若已知指示波高，則可求出海況下之各種不同代表波之波高分佈值。

(1)正常暴風浪條件：

若所考慮之風域內之風速及風向爲一定則可稱此爲正常暴風浪條件存在，而影響風浪之參數爲風速 U，吹風距離 F，吹風延時 t，而波浪之參數爲波高 H 及週期 T，同時波浪亦受重力影響，故可假定爲

$$T=f_1(U, F, t, g) \tag{32}$$

及

$$H=f_2(U, F, t, g) \tag{33}$$

因次分析可得

$$\frac{gH}{U^2}=F_1\left(\frac{gF}{U}, \frac{gt}{U}\right) \tag{34}$$

$$\frac{gT}{2\pi U}=F_2\left(\frac{gF}{U}, \frac{gt}{U}\right) \tag{35}$$

Bretschneider 曾將此畫製如圖 13 所示，由 gF/U 或 gt/U 與 gH/U^2 及 $gT/2\pi U$ 之關係曲線

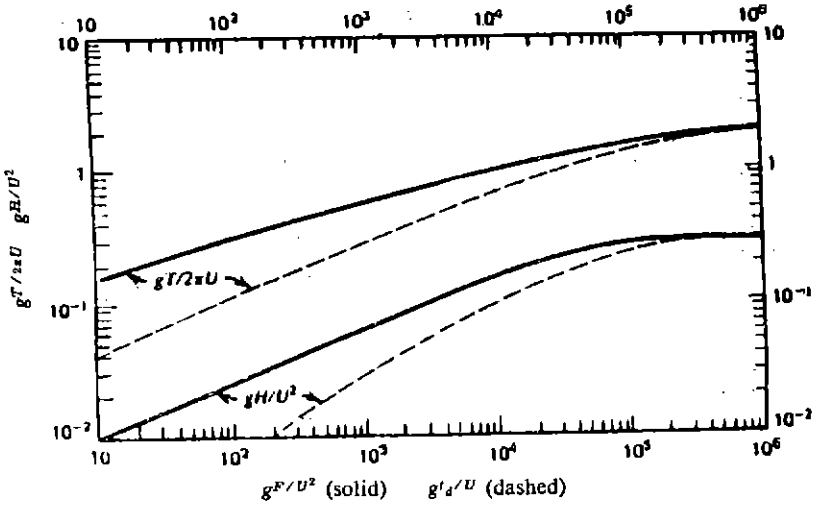


圖13 Bretschneider 代表波圖解

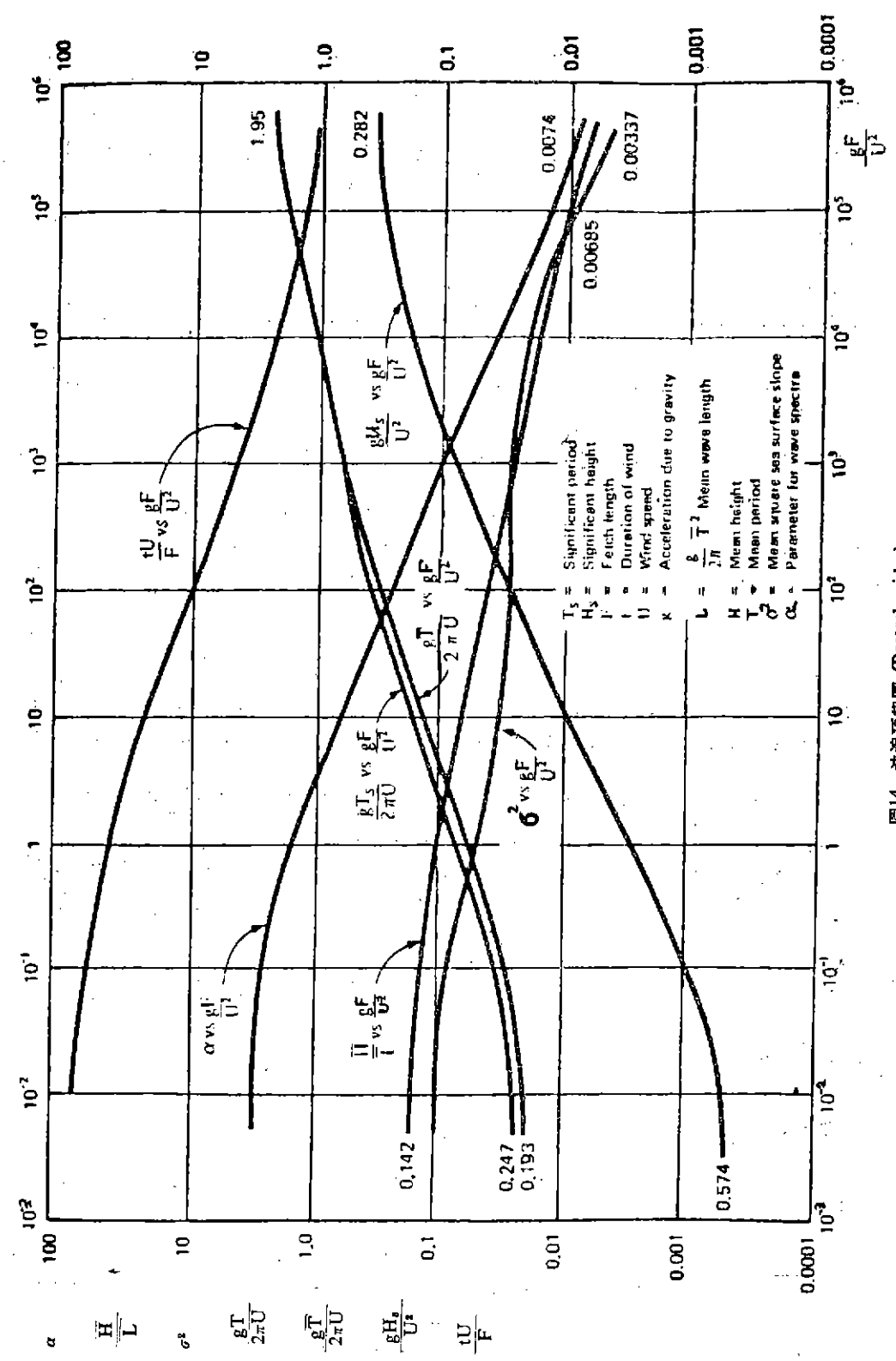


圖14 波浪預報圖 (Bretschneider)

找出之兩個代表波值，而採用其中較小者。

(2)短風域和風速强之情況：

風域短和風速强之情況，可用下列近似值：

$$H_s=0.016\,P\sqrt{U^2F} \tag{36}$$

$$T_s=0.5\sqrt[3]{U^2F} \tag{37}$$

及

$$\frac{F_{min}}{t_{min}}=0.57\sqrt[3]{U^2F}=1.14\,T_s \tag{38}$$

這些公式與圖14，所得出者略有差異，使用時必須小心，然而當需要明確之函數時，則這些方程式相當有用。

(3)風速風向變化不定及暴風一直在移動之情況：

若風場並非太不規則，暴風移動速率緩慢，則此方法仍然有用，可用平均風速、延時、風域資料代入上述方法處理，然而當變數不易定義可用 Wilson 圖解法處理。

2. Darbyshire and Draper 法：

Darbyshiro and Draper 曾根據在大西洋中心船隻十年之記錄在海岸地區不同地點觀測之波浪資料提出一系列預報風浪之圖表，由海岸不同地點所觀測值相互一致，但與外海資料有顯著之差異，因此預報圖中分爲兩個代表性區域即外海及海岸地區，後者之水深約在 30～45 公尺之間。

決定波浪大小之參數爲風速、延時及風域，Darbyshire and Draper 使用風源週期內之平均週期，在圖中可定出一百個代表性波浪之最大波高和指示週期，指示波高可由 $H_{max}=1.6\,H_s$ 得出。或由 10 分鐘波浪記錄指示波與最大波之關係得出。圖 15a～15d 圖中代表外海及海岸地區之最大波高和指示週期而不同之暴風之延時下之波高值，可乘以圖 15e 之波高因子。

波浪預報之精確度與所取之風速風向資料之準確性有相當程度之關係，風速風向資料可能由觀測或天氣圖分析得到。暴風浪之最高波浪可由資料統計估計得出，其大小半因暴風延時，可隨延時增加而遞增，因大多數暴風浪持續時間越長，則波峯數之概率值愈大之故。

此種預報圖表，不許有湧浪出現，因湧浪不能與風浪線性疊加，爲實用目的，兩波浪之疊加可定爲 $H=\sqrt{H_1^2+H_2^2}$，式中 H_1 及 H_2 爲兩各別波浪之波高而 H 爲其合成波高，湧浪對於外海及無掩蔽之海岸地區之波高影響較大。

由 Darbyshire and Draper 之波浪預報圖所得出之結果顯示在海洋及海岸兩地區水域之週期預報值有相當之差異量，特別在强風情況更甚！近岸波浪預報較外海更難！風速、延時及風域三者任一

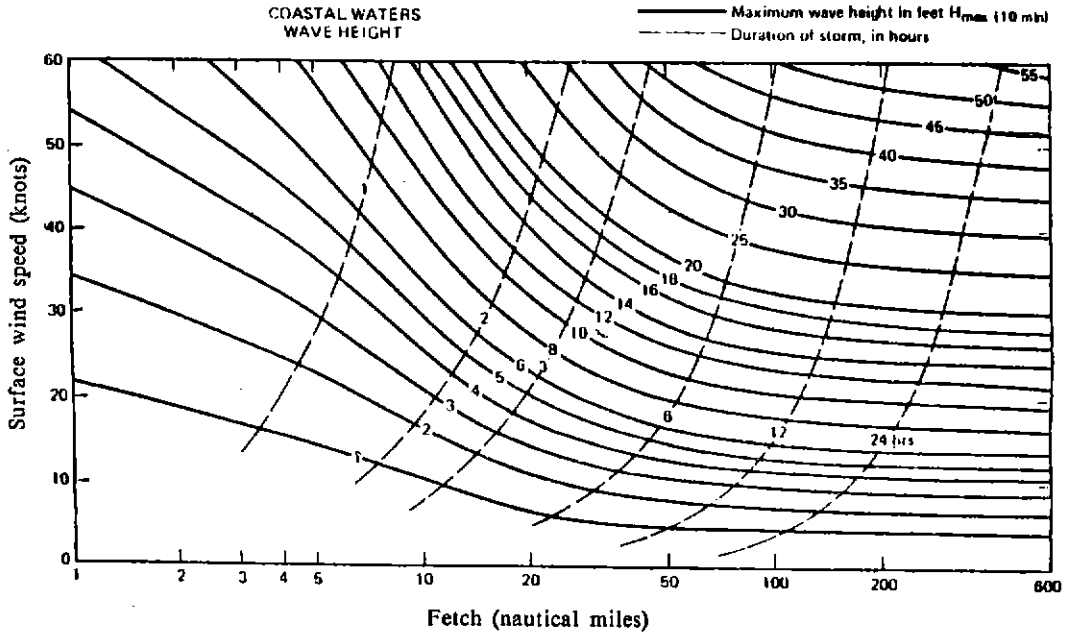


圖15a Darbyshire and Draper 海岸地區最大波高預報法

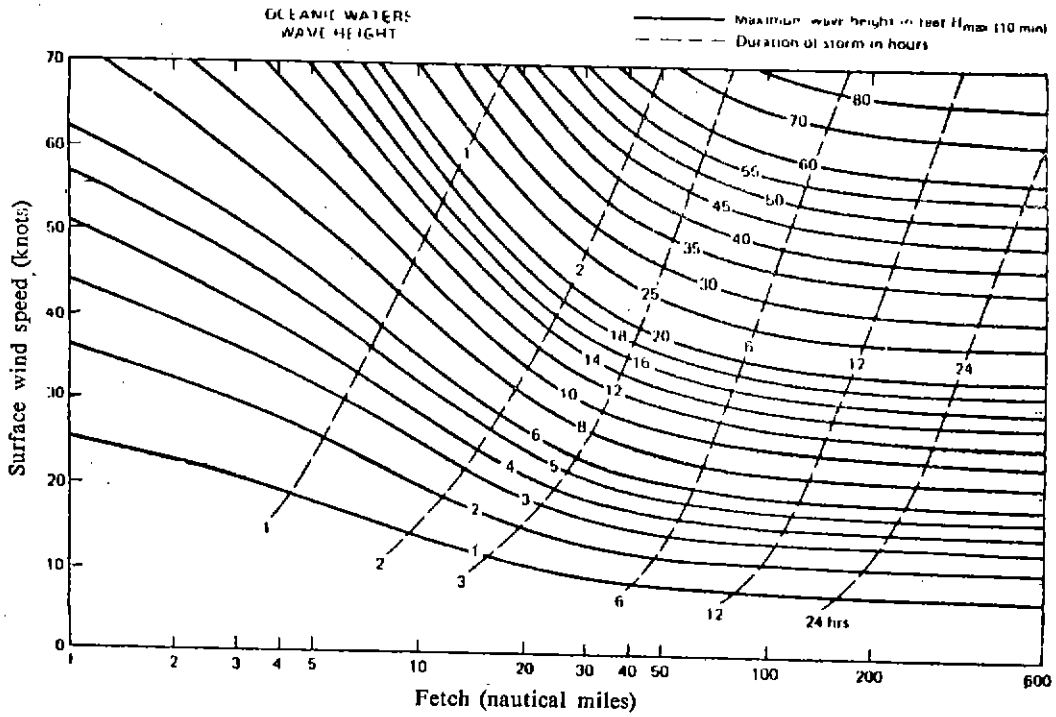


圖15b Darbyshire and Draper 外海地區最大波高預報法

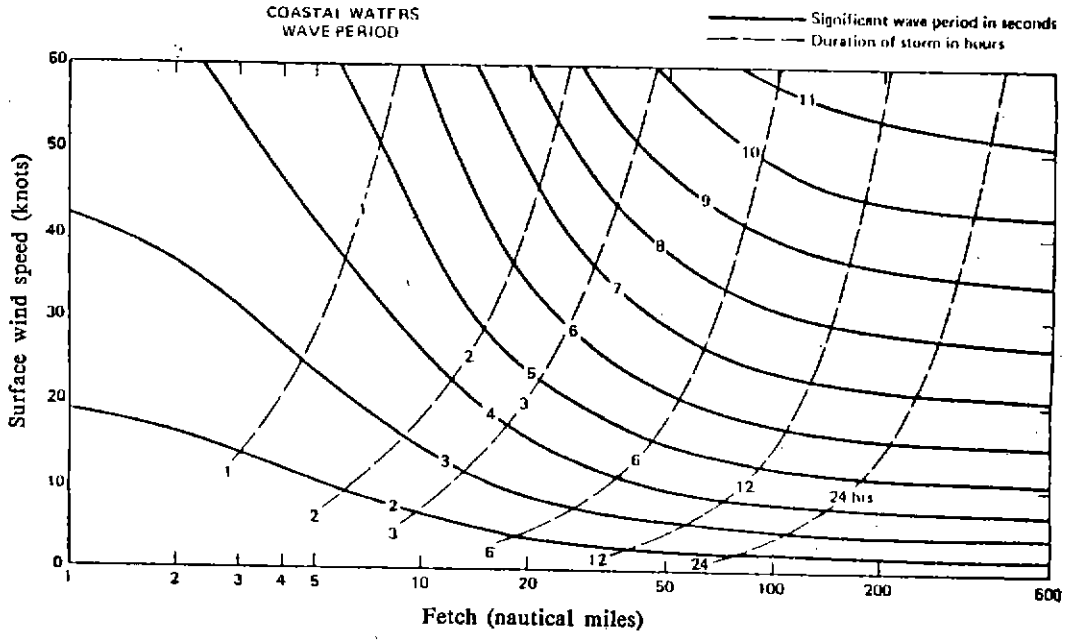


圖15c Darbyshire and Draper 海岸地區指示波週期預報法

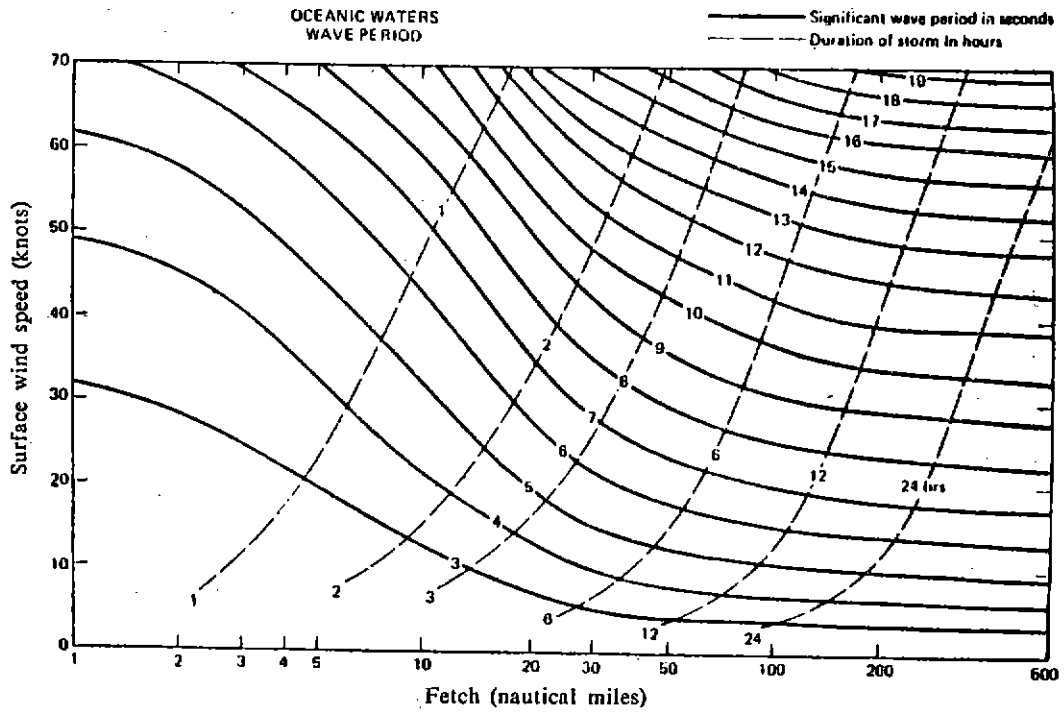


圖_15d Darbyshire and Draper 外海地區指示波週期預報法

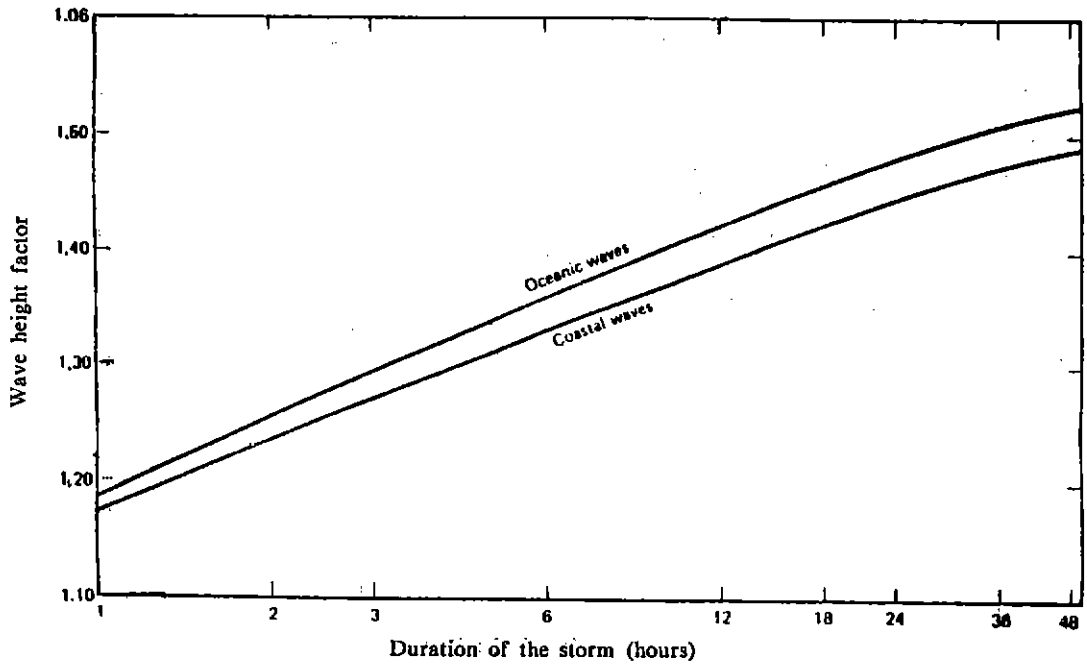


圖15e 不同暴風延時之波高因子

變數均可影響波浪大小，限制波浪成長，均需在預報中考慮[3]。

3. 波譜法：

第二種波浪預報方法，爲資料以完全之波譜形式呈現，根據波譜之研究顯示波浪能量經常集中於一相當狹窄之頻率範圍內，其爲確實之波浪形態。在某一定點觀測兩連續波峯通過該點所需之時間，此值稱爲波浪之目視週期 (apparent period)，此與吹風速度有關，每一風速作用下可產生一定範圍之波浪週期，其最大週期隨風速而遞增，可由經驗之關係式驗證理論分析之結果，JONSWAP 波譜可考慮在波浪系統中，能量之非平衡情況（即風浪未完全發達），且此波譜幾乎爲當地風速很强之情況，P-M 波譜爲完全發達風浪之特殊情況。

P-M 波譜中，具有相當能量之風浪成份含於所定義之頻帶之內，每一頻率 f 之能量密度可定爲

$$S(f)=\alpha g^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\left[-0.74\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right] \quad (39)$$

式中 α：Phillips 經驗常數=0.0081

g：重力加速度。

f_m：波譜尖峯值情況下之頻率，（完全發達風浪情況下 $f_m=g/2\pi U_{19.5}$）。

$U_{19.5}$：在海面上 19.5m 處之風速 (m/sec)。

而 JONSWAP 波譜爲

$$S_\eta(f)=\alpha g^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\cdot\exp\left[\frac{5}{4}\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right]\gamma^a \quad (40)$$

式中 $a=\exp\left\{-\left[\frac{(f-f_m)^2}{2\sigma^2 f_m^2}\right]\right\}$

其中兩個形狀參數 γ 及 σ 可由經驗定義如下：

γ：能量波譜密度尖峯值與 P-M 波譜尖峯值比值（北海情況 $\gamma=3.3$）

σ：說明能量波譜密度尖峯值兩邊之寬度

$$\sigma=\begin{cases}\sigma_a=0.07 & \text{爲 } f\le f_m \text{（右邊）情況}\\ \sigma_b=0.09 & \text{爲 } f>f_m \text{（左邊）情況}\end{cases}$$

$\alpha=0.0662\,(f_m/2.84)^{2/3}$

$\bar{f}_m$ 爲 f_m 之無因次式，其經驗公式爲

$$\bar{f}_m=2.84\,\bar{F}^{-0.3} \quad 及 \quad \bar{f}_m=f_m\frac{U_{10}}{g} \quad (41)$$

式中 $\bar{F}$ 爲風域 F 之無因次式

$$\bar{F}=\frac{gF}{U_{10}^2} \quad (42)$$

U_{10} 爲在海面上 10 公尺處之風速。

設 E 爲能譜密度下之面積即

$$E=\int_0^\infty S_\eta(f)df \quad (43)$$

定義一非因次常數 $\bar{E}$ 爲

$$\bar{E}=Eg^2U_{10}^4 \quad (44)$$

線性關係可表示爲

$$\bar{E}=1.6\times10^{-7}\,\bar{F} \quad (45)$$

同時 $\bar{f}_m$ 與 E 及 f_m 關係之經驗公式可表示爲

$$\bar{f}_m=\left[\frac{E(f_m)^4}{g^2\times5.19\times10^{-6}}\right]^{3/2} \quad (46)$$

圖16說明波譜之形態及所使用之術語及波浪能量之成長特性，例如一完全發達之風浪情況下，其風速爲 20 knots 所產生之波浪能量界於 0.083～0.3 Hz 頻率範圍（即波浪週期 3～12秒，）而最大波浪能量發生於週期 8.1 秒 (或頻率 $f_m=0.124$ Hz) 情況。

波譜與吹風延時之相依程度關係尚未完全建立，然而可假設使用尖峯波能分量之頻率下之波羣速度，決定整個海浪之波速，而忽略任何湧浪之影響性而得到合理之近似值，故若吹風延時 (t) 受限，風域 (F) 將受限，可定爲

$$F=t\cdot C_G \quad (47)$$

式中 C_G 爲在一波列中之波能傳播速度，定義爲

$$C_G=\frac{1}{2}C\left(1+\frac{2kd}{\sinh 2kd}\right) \quad (48)$$

對一完全發達之風浪，其總波能可證明與風速之五次方 (U^5) 成正比，當風速增加，能量迅速增加，而波能與波高之平方成正比。

波高可用平均波高 ($\bar{H}$)，指示波高 ($H_{1/3}$) 或最大 1/10 波高 ($H_{1/10}$) 表示，其相互關係可由理論和波浪紀錄中求得，例如下列成果[8]

$$\left.\begin{aligned}\frac{\bar{H}}{H_{1/3}}&=\begin{cases}0.65 & \text{（實測值）}\\ 0.625 & \text{（理論值）}\end{cases}\\ \frac{H_{1/10}}{H_{1/3}}&=\begin{cases}1.29 & \text{（實測值）}\\ 1.27 & \text{（理論值）}\end{cases}\end{aligned}\right\} \quad (49)$$

這些值可由與波能之關係得出，在一完全發達

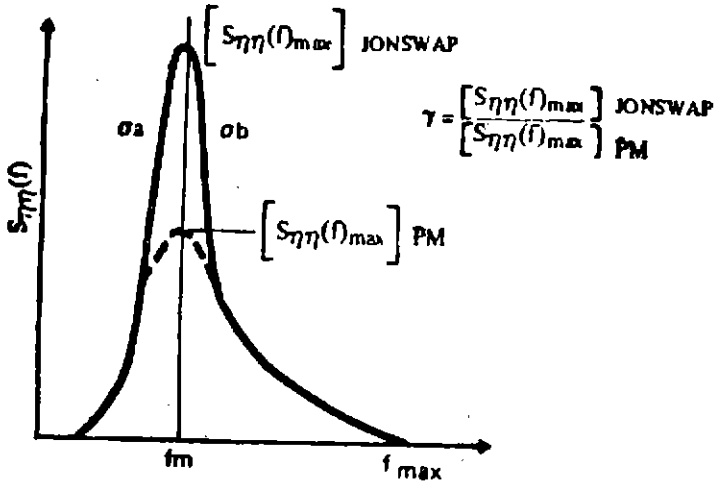


圖16a JONSWAP 能譜

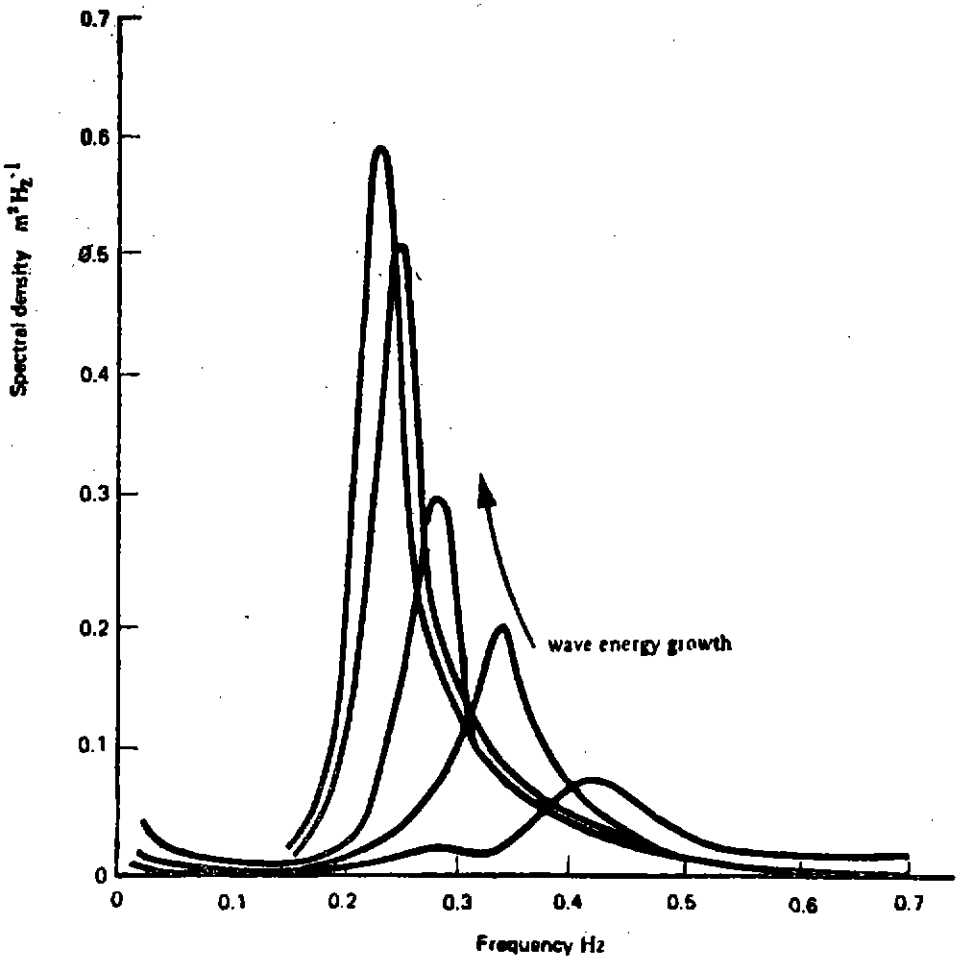


圖16b 波能成長特性

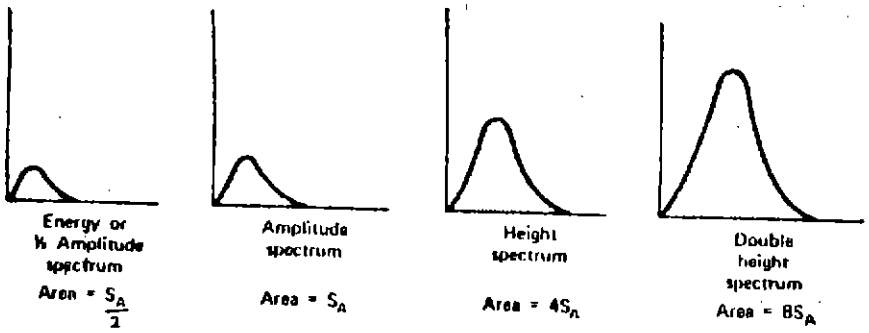


圖17 各種波譜型態

之風浪下之最大波高值與風速之關係亦可表示如下公式

$$H_{max}=9\times10^{-3}\ U_{10}^{2.5} \tag{50}$$

此非常接近於波高觀測之上限值[9]，且與總波能與 U_{10}^{5} 成正比之關係一致，波譜觀念確實爲了解波浪產生特性之一大突破，例如可證明波浪爲自波譜之高頻率（即週期小）值之一端開始產生的，且由此觀念可能導出風浪成長期間之波譜關係。可由其求出累積波譜，而易於預測波能 (E) 值，波能 (E) 爲積分在波譜密度曲線下之面積，然而最近在北海 JONSWAP 計劃所得出之波譜建議可能長波量分散形成高頻率波之機構情形，但除非特例，包含在此過程之能量可能爲微量。

假定水位變化量 (η) 之平均值爲零，則其變異數 (σ_η^2) 爲水位之均方值

$$\sigma_\eta^2=\overline{\eta^2} \tag{51}$$

由於位能等於

$$E_P=\frac{\rho g}{2}\overline{\eta^2}=\frac{\rho g}{2}\sigma_\eta^2 \tag{52}$$

總波能爲位能之一倍故

$$E=\rho g\,\sigma^2 \tag{53}$$

故單位面積之平均波能爲

$$E=\frac{1}{8}\rho\eta\,\overline{H^2}=\frac{1}{2}\rho g\,\overline{a^2}=\rho g\,\overline{\eta^2}$$
$$=\rho g\,\sigma_\eta^2 \tag{54}$$

若以波譜定義爲

$$\overline{\eta^2}=\sigma_\eta^2=\int_0^\infty S_\eta(f)\,df \tag{55}$$

及代表波高之關係[10] $H_{1/3}=1.4159\,H_{rms}$

$$E=\frac{1}{16}\rho g(H_{1/3})^2 \tag{56}$$

故可得

$$\sigma_\eta^2=\overline{\eta^2}(t)=\frac{1}{2}\overline{a^2}=\frac{1}{8}\overline{H^2}=\frac{1}{16}(\overline{H}_{1/3})^2 \tag{57}$$

若以 $\overline{\eta^2}$, $\overline{a^2}$, $\overline{H^2}$ 及 $H_{1/3}^2$ 各代表 ½ 振幅波譜（能量譜）、振幅譜、波高譜、雙倍波高譜之面積值，則其關係如圖17及表七所示，而 $H_{1/3}$ 與各能譜面積之代表性波高值之相關比值亦如表七所示例如：

$$H_{1/3}=2\overline{a}_{1/3}=2(1.4159)\,\overline{a}_{rms}=2.832\,\overline{a}_{rms} \tag{58}$$

或由式 (57) 可得

$$\eta_{rms}=\frac{\overline{a}_{rms}}{\sqrt{2}}=\frac{\overline{H}_{rms}}{\sqrt{8}}=\frac{H_{1/3}}{4} \tag{59}$$

表七 替代性波譜定義

波譜型態	1/2 振幅譜（或能量譜）	振幅譜	波高譜	雙倍波變譜
表示符號	$S_\eta(f)$（或 $E(f)$）	$S_a(f)$	$S_H(f)$	$S_{2H}(f)$
面積值	σ_η^2	$2\sigma_\eta^2$	$8\sigma_\eta^2$	$16\sigma_\eta^2$
代表波高值	$\overline{\eta^2}$	$\overline{a^2}$	$\overline{H^2}$	$(H_{1/3})^2$ 或 $(2H^2)$
與 $H_{1/3}$ 之比值	4	2.832	1.415	1

定義面積 S_A 爲振幅譜之面積值，其與水位對平均數之二級動差 μ_2（或 m_0）之關係爲

$$S_A=2\mu_2=2m_0=2\sigma_\eta^2=2\overline{\eta^2(t)} \qquad (60)$$

式中 m_n 之定義爲波能對原點之動量即

$$m_n=\int_0^\infty f^n S_\eta(f)\,df \qquad (61)$$

因此可波譜獲取波高之分佈情形，其直接與波能有關，可用於工程設計應用，各類代表性波高與波能之關係爲

$$\overline{H}=H_{rms}=1.772\sqrt{S_A}=2.5\sqrt{m_0} \qquad (62)$$

$$H_s=H_{1/3}=2.832\sqrt{S_A}=4.0\sqrt{m_0} \qquad (63)$$

$$H_{1/10}=3.6\sqrt{S_A}=5.1\sqrt{m_0} \qquad (64)$$

則波譜寬度參數（ε）可用波能譜動差表示如下：

$$\varepsilon^2=\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4} \qquad (65)$$

正常海況下，規則波（例如湧浪）爲一狹窄頻帶則 $\varepsilon=0$，而完全發達之不規則波（例如風浪）則 $\varepsilon=1$，一般海浪介於 0～1 之間，例如北海之海浪爲 $\varepsilon=0.5\sim0.7$，波譜寬度亦可由水位紀錄估計如下：

$$\varepsilon^2=1-\left(\frac{N_z}{N_c}\right)^2 \qquad (66)$$

式中 N_z：上交零切點數目

N_c：在波浪紀錄中之波峯數即 $dy/dt=0$ 及 d^2y/dt^2 爲負值之波峯情況

㈡湧浪基本特性

當離開吹風區或暴風已平息，波浪將喪失其不規則性，假設可用平滑之湧浪特性替代，小波浪及剛產生之波浪亦將減衰，假定忽略海床之影響性，則當波浪離開吹風區後，將依下列五個過程，使得波浪減少其波高和波能值說明如下：

(1)由於波浪能量自局部風源向巨大之面積側向傳播，此種現象爲波能自一暴風中心先由扇形方向往周圍擴散達到 180° 之結果。此可能爲發生減衰之最大因素，而且當波浪離開吹風區將立即發生。

(2)波能在分散過程中，在其傳播方向上延伸一段相當長之距離，此種分散現象爲在波譜中許多不同之波浪週期之波浪運動和較長波浪而較快波速分量所致。

(3)由於受波向之迎面空氣阻力或直接受反向風速減弱而影響。

(4)由於海流經常與常風向同一方向，若海流之流向與波浪之波向相反，則將減弱波能，使得波浪尖銳度及波高增大甚而導致碎波，同時亂流亦將使能量喪失等因素影響所致。

(5)由於水流內部黏性產生摩擦熱而使能量損失，然而此影響性並不大。

預報湧浪之方法已有許多學者發展出來，但尚無法證以其具有相當實效，JONSWAP 法考慮波浪之過濾，對於預測波浪減衰可能較有成功之機會。

㈢海床對波浪特性之影響

一波列在深海中傳播，波能未增加或減少，故波浪可在同一波向下以同一波高繼續前進，然而當其傳播至淺海，海床將對其產生影響，而使得波浪特性改變，必須考慮各種影響因素加以修正，常見者如下：

(1)反射
(2)吸收
(3)淺化
(4)繞射
(5)碎波
(6)折射

當波浪進行至淺海中，這些因素經常出現，但相對之重要性有所程度上之不同，例如一代表性之海灘，波浪折射及繞射影響因素較顯著，而波浪反射及吸收之影響因素較爲次要。

波向改變則波能與波高亦隨之而變，然而在線性波浪理論中，波浪週期維持爲一定值。理論上，在波浪中之能量可影響海面下定深度之領域，根據理論解析或試驗證明發現在靜水位下，水深小於半波長的領域，其波能量約佔總波能之99%以上，故可說深海情況下，波浪不受海床地形影響，然而當水深小於半波長之情況，則需考慮海床之影響性，以下介紹上述六種影響因素！

1. 反　射：

波浪反射發生於波浪進行中遇到障礙物，而波能往反方向傳播之情況下，當波浪衝擊一光滑垂直堅實岸壁，反射量可達極大，大約 80～90%之波能可能傳至新的方向上，而在正常海灘、海床斜降平緩，可忽略波能之反射量，例如海灘斜降小於

1/14，則反射波能約爲總波能之 1%以下，而 1/6 之海灘則小於 10%。

2. 吸　收：

吸收爲由於受海床摩擦和透射而產生能量損失所致，除非波列在一淺海運行一段長距離，否則此因素之影響量較小，可以忽略，一砂灘斜降爲 1/10，在碎波點處之波高值由於吸收因素約減少1%，在斜降不大之海灘(1/300)則自水深等於半波長處起至碎波點間距中，剛開始60%距離受吸收因素影響之減少量約爲 1%，而其他 40%之範圍則波浪因受吸收之影響量增強，可能需考慮吸收而對波高之減少，例如在碎波點最極端值可達25%，因此在一般波長和海床質下，若斜降爲中度或尖銳者（斜率小於 1:300）或水深與波長比值大於 0.2 之情況，則波能因海床摩擦和滲透所致之波能吸收量並不顯著，可以忽略。

3. 淺化作用：

當海床或海灘之出現，對波能傳播速度 (C_G)及波浪傳播速度 (C) 有影響性之情況下，將產生淺化作用，此可能造成波能之擴散或集中，故可使波浪振幅增加或降低，必須不能與折射混淆，淺化係數 (K_s) 可計算如下式：

$$K_s=\sqrt{\frac{(C_G)_0}{C_G}}=\left[\frac{C_0}{C\left[1+\left(\frac{4\pi d}{L}\right)\Big/\sinh\left(\frac{4\pi d}{L}\right)\right]}\right]^{1/2} \tag{67}$$

4. 波浪繞射：

當一波列傳播中，在淺水遇到障礙物而突然發生水流之非連續性則需考慮波浪繞射現象，此種非連續性可歸類爲二類，一則完全在水中而另一在水面上，前者例如水下海床斷崖，航道壁和海溝等而後者例如防波堤、港灣或碼頭等，第一種情況，遇到障礙物發生之繞射現象與折射有關，而第二種含較複雜之數值分析例如用 Green 函數 Fresnel 積分，可參閱有關文獻圖解[11]。

在解析中，非連續性可考慮以此非連續點作爲波源，沿入射波向以半圓弧輻射傳播，在障礙物之端點之波浪將以近似於1/4圓擴散，而其振幅將沿圓弧指數曲線變化，而在障礙物之外面部份將發生反射現象，例如防波堤之堤端將當作一波源，將向外各方向輻射，而此分散波與入射波重疊形成複雜之干擾現象。

5. 碎　波：

當水深變小，波浪尖銳度 (H/L) 增高，波浪變爲不穩定而導致破碎，根據試驗室資料顯示未受干擾之水位情況下之波高與在碎波點之波高之比值，顯然地與海灘坡降和深水波尖銳度獨立，比值大約等於 0.78，因此在一碎波點一般常用之近似值爲

$$\frac{y_b-d_b}{H_b}=0.78 \tag{68}$$

式中　y_b：自海床至波峯之高程

d_b：未受干擾之情況下的靜水位

H_b：碎波點之波高

由圖18可求出在不同水深及週期情況下，可能最大之碎波波高值。

6. 折　射：

折射爲波速在不同水深變化之結果，即海床開始感覺有波浪存在，線性波浪理論，波速爲

$$C=\sqrt{\frac{gL}{2\pi}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \tag{10}$$

當 $d/L\to\infty$ 則 $\tanh 2\pi d/L\to 1$ 而當 $d/L\to 0$ 則 $\tanh 2\pi d/L\to 0$ 因此當一波浪進入淺海，則其波速將減少，若波浪在不同水深運動，則波峯線將變爲曲折，而非一直線，且波向線（與波峯線垂直者）變爲收斂或發散，波峯線有變爲海床地形之趨勢，假定在兩波向線間之波能爲一定值，因此當波峯線彎曲，因此沿波峯線之波能分佈即不再維持均勻分配，例如波能可能集中於岬處，而可能分散於海灣中。

根據線性波浪理論，單位波峯長度之能量與波高之平方成正比，若兩波向線間無能量損失，則波浪折射係數 (K_r) 可定義爲折射後波高 (H) 與深水波高 (H_0) 之值可定爲

$$K_r=\sqrt{\frac{D_0}{D}} \tag{69}$$

式中 D_0 爲深水波向線間距，而 D 爲折射後之波向線間隔。

因此可以找出海床對波浪之影響性，同時考慮波浪折射係數 (K_r) 及淺化係數 (K_s)，故經過折射及淺化後之波高值爲

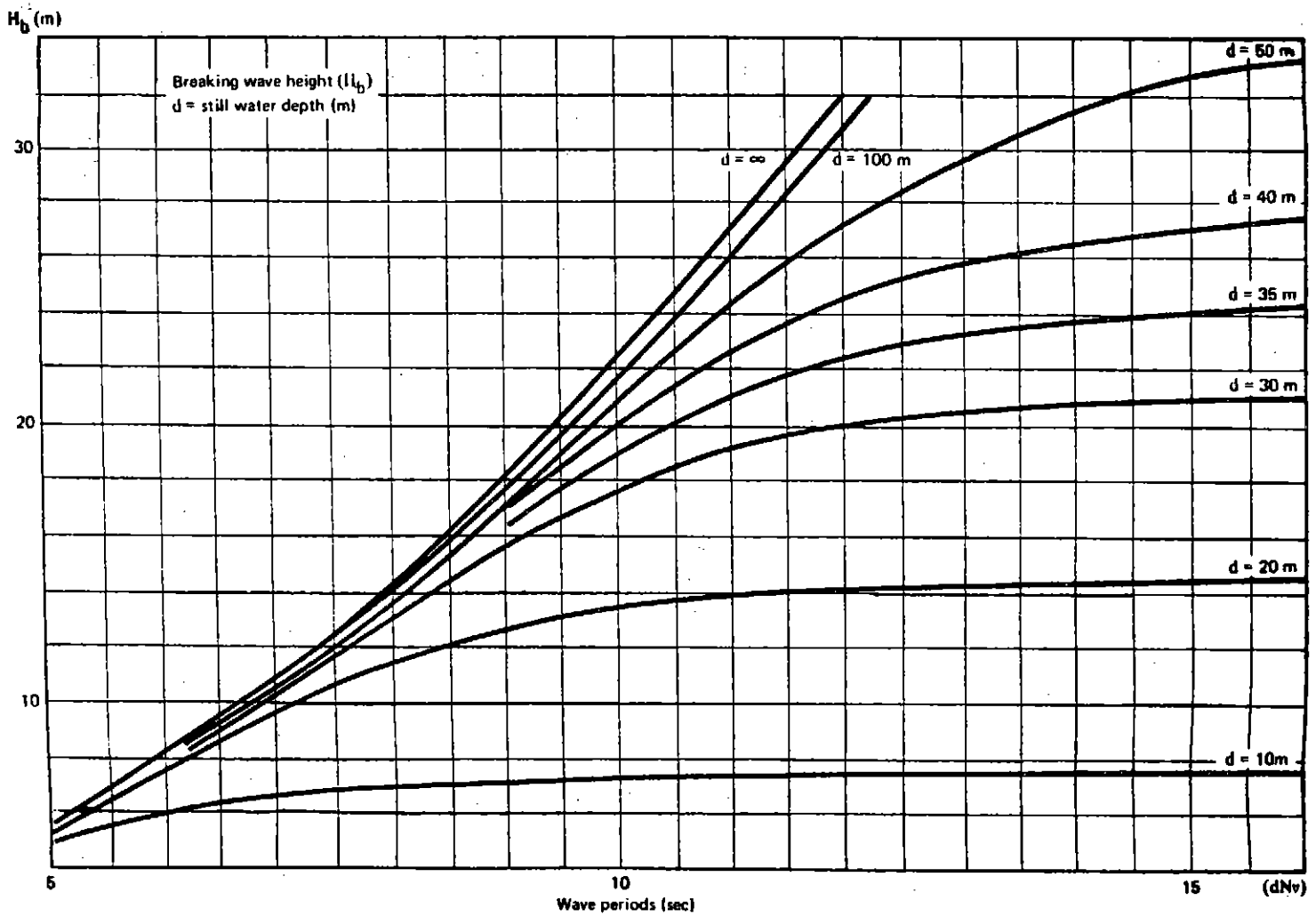


圖18　不同波浪週期及水深下之最大碎波高度

$$H=K_r \cdot K_s \cdot H_0 \qquad (70)$$

故設計者必須先找出波浪經過該地點之 K_r 及 K_s 值，計算在該地點之波浪活動情形，除外如繞射、反射及吸收亦均需考慮

淺化因子 (K_s) 可由式 (67) 計算得出，或由圖表得出，若所考慮之地點不接近碎波點，亦需考慮波浪尖銳度之限制條件和波浪之破碎影響。

折射因子 (K_r) 依海床地形和波浪特性而定，必須每一地點和波浪情況下均需設定。現已發展兩種求在一複雜海床之情況下之抗射係數一者用圖解或由電腦自行製圖[12]。

四設計波規範

設計波爲一般結構物造成不利之負荷條件。大多數情況下，設計波之估計首先了解在不同海況下發生概率，即在某週期下 波高值之分佈之 分散圖 (Scatter diagram)，此可由前述波浪預報方法得出或波浪實測資料得出，觀測時間不得少於一年，大多數已發表之論文僅適用於深海情況，因此必須修正適合於結構物所在地點之波浪變形特性，海床地形因素如上所述，而該工址之陸上遮避效果均可能阻止波向變化，例如施工地點在臺灣海峽，則太平洋之波浪傳播至工程地點將受臺灣本島阻隔。

工址之海況分散圖已經經過修正，可應用下列兩種方法延伸一年之資料，而得到設計波參數分述如下：

1. 第一種方法爲畫製指示波高及其累積概率關係曲線於對數紙，爲使曲線能達直線化，可將概率用一參數 (y) 表示

$$y=\log\left[-\log\left(1-P(H)\right)\right] \qquad (71)$$

大多數情況下，此累積概率曲線爲一直線，可延伸找出正確回歸期之指示波高值[13]。假定所取之海況延時爲 6 小時或 3 小時，則可根據下列公式求出最大波高值爲

$$H_{max}=\begin{cases}2.1\ H_s & (\text{延時爲 6 小時})\\ 1.86\ H_s & (\text{延時爲 3 小時})\end{cases} \qquad (72)$$

若所畫製之圖形爲非線性，則必需使用 H_s 之修正值 $\hat{H}_s$，可定爲：

$$\hat{H}_s=H_s-H_0 \qquad (73)$$

由重覆法找出最佳直線決定 H_0，例如北海之代表性 H_0 值爲 $H_0=0.5$ m，而波浪週期一般可定在下列範圍：

$$\sqrt{6.5\,H_{max}}<T<20 \text{ (sec)} \qquad (74)$$

式中 H_{max} 爲延時 6 小時之極大波高值，單位爲公尺。

可能需調查三個以上之波浪週期，以便可以很精確地描述最大負荷之特性。

根據上述公式，本方法中較嚴格之處理方式爲計算最大期望海況下之零切週期值，然後除以延時可得出在此海況下之波浪數，延時爲觀測之間隔大大約介於 3～6 小時，在此情況下之最大期望波高值爲

$$H_{max}=1.34\,H_s \log_{10} N \qquad (75)$$

2. 第二種找出設計波特性之方法，假設不規則波浪之波高 (H) 及週期之平方 (T^2) 其概率密度函數爲— Rayleigh 密度函數，因此在每一海況下，概率分函數爲

$$P(H)=1-\exp\left[-2\left(\frac{H}{H_s}\right)^2\right] \qquad (76)$$

$$P(T)=1-\exp\left[-\frac{0.675\,T}{\bar{T}}\right]^4 \qquad (77)$$

式中 H, T 爲特定波高及週期 H_s 及 $\bar{T}$ 爲指示波高和平均週期。

這些函數可將分散圖轉換求出超過某一定值之不同波高及週期之概率值，亦可除以相關之延時及零切週期而得出波浪數量，波高與超過某定值之概率畫於半對數紙，而超過某定值之波浪數畫於對數尺度上，大多數情況下，此曲線爲直線變化，因此可延伸找出在某一定復現期之最大波高值，圖19說明其運算程序。

上述方法所求得之設計波，爲結構物可能在其使用年限中可能有遭遇一次之機會。

每一分散圖之間隔可能用其中間點表示，例如以波高 2～3 公尺間共佔有總波數之 30% 爲例，則可將此值定在波高 2.5 公尺情況下之數值以利圖示，上述第二種方法 可找出 在每一波高間隔下之波數，然後可計算每一波高及其代表性週期下結構物所引起之應力範圍，而結構物之疲勞年限之估計可疊加在一定時間允許使用壽命消耗之比率，根據 Miner's 定律[14]，結構物使用壽命消耗率可定爲

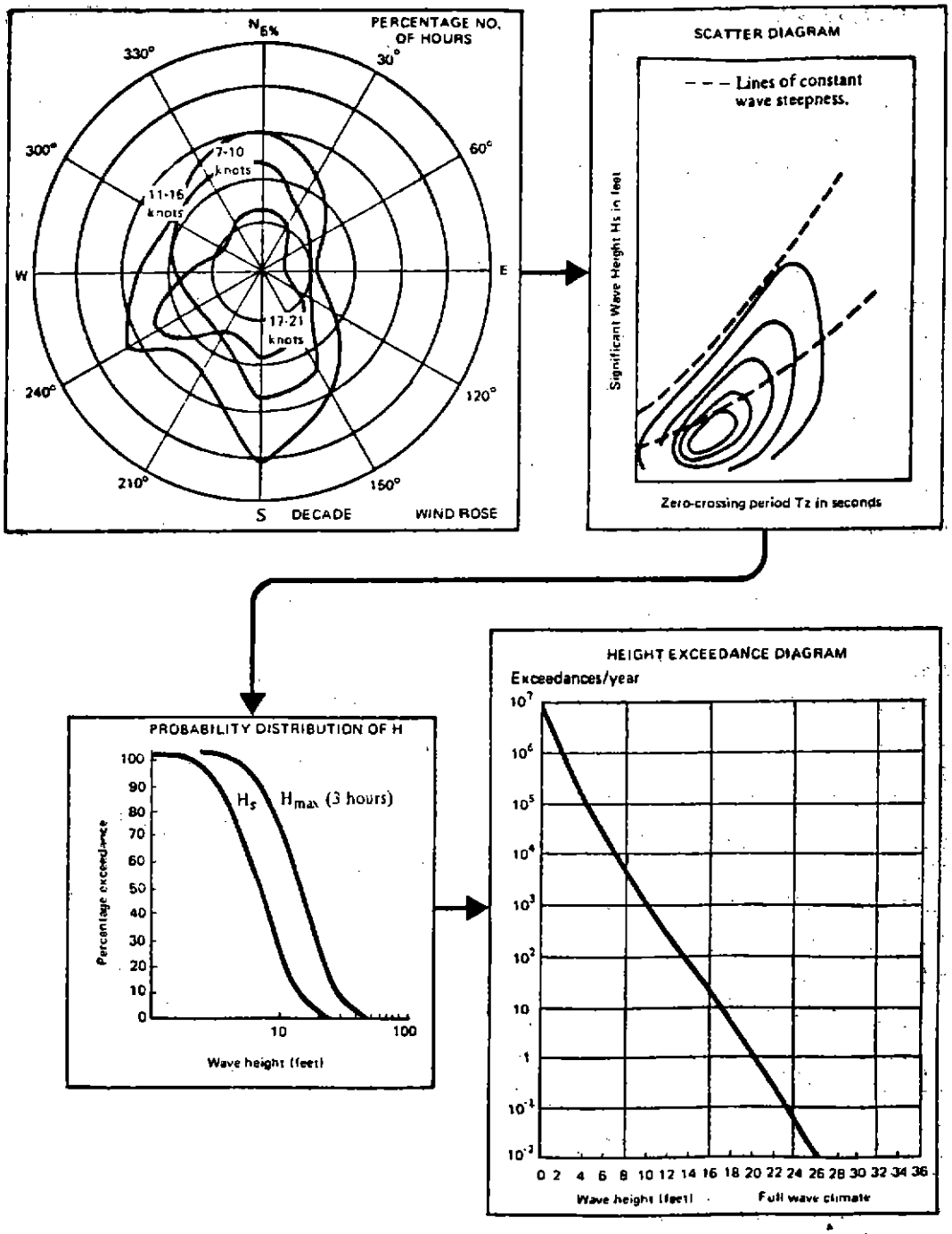


圖19　超過最大波高之概率之決定程序

$$R=\Sigma\frac{N}{N_a} \qquad (78)$$

式中　N：在一定應力範圍內之週波數

N_a：在此應力下之允許週波數

3. 波譜規範：

短期不規則波可用波譜說明，其依指示波高和平均零切週期而定，在外海情況可使用 P-M 波譜，若附近有地形變化亦可能修正，其替代型態

$$\frac{S_\eta(f)}{H_s^2\bar{T}}\,df=\frac{1}{8\pi^2}(f\bar{T})^{-5}\cdot\exp\left[-\frac{1}{\pi}(f\bar{T})^{-4}\right]df \quad (79)$$

式中 f 爲頻率 H_s 爲指示波高而 T 爲平均週期。

利用波譜可求出波力譜，故可直接得出應力譜或可能用類似程序得出波浪通過一結構物之時序變化，而可用於動力分析之直接積分型態，若風浪未完全發達則可能使用 JONSWAP 波譜較合適。

4. 高波浪之進行長度 (The length of runs of high waves)：

高波浪進行之平均長度和在兩連續波羣間超過一定波高值之平均波數，此兩者當在考慮結構物之動力反應相當地重要，若波高之次序可用一隨機過程敍明，而連續之波高並未具相關性，則波譜必定爲一巨大之帶寬，然而由實驗得知當在一完全發達之風浪下亦可應用狹窄頻帶過程之公式，亦可證明一寬頻帶，波高超過某一定高度 (h) 之平均長度爲

$$L_1=\left[1-\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{h^2}{\sigma_\eta}\right)\right]^{-1} \quad (80)$$

式中 L_1 爲波次之平均長度，σ_η 爲水位之標準偏差。其與指示波高之關仔爲

$$\sigma_\eta=\frac{H_s}{4}=\sqrt{m_0} \quad (81)$$

對一寬帶波譜，波羣超過某一水位 (h) 與下一個波羣超過同一水位之間之波浪進行平均長度 L_2 可定爲

$$L_2=\left[1-\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{h^2}{\sigma_\eta}\right)\right]^{-1}+\exp\left(\frac{1}{2}\frac{h^2}{\sigma_\eta}\right) \quad (82)$$

而對於窄頻帶過程，可表示爲

$$L_1=(1-\varepsilon^2)^{-1/2}\left[\frac{m_2}{2\pi\mu_2}\right]^{1/2}\frac{\sigma_\eta}{h} \quad (83)$$

$$L_2=(1-\varepsilon^2)^{-1/2}\left[\frac{m_2}{2\pi\mu_2}\right]^{1/2}\frac{\sigma_\eta}{h}+\exp\left(\frac{1}{2}\frac{h^2}{\sigma_\eta}\right) \quad (84)$$

有關波羣之研究之文獻例如 Goda[15] 而求極端值例如 Wang[16]。等均有詳細地討論。

5. 波　向：

假定缺少波向資料，在設計上，可假設任意方向均有發生之可能性，但有時在海岸地區則此一假定將無法應用。

雖有波能方向分散模式 以供設計 波之研究[17]，但除非特殊情況，一般不需考慮使用。

四、波　　力

波浪作用於結構物上所引起之負荷爲波浪所產生壓力場之結果，在此現象中，許多有關之運動機構分述如下：

(1)曳力：此分力之第一近似值與結構體之受力截面積與流速之平方成正比，此因流體受結構物干擾所致。

(2)內力：此分力與水流加速和結構物之受力體積成正比，內力可分爲兩個分量一者爲作用於同體積之結構體之水質量之水壓力稱爲 Froude-Krylov 力，由於結構物存在之阻碍流體運動作用於結構體附近之水質量之力量叫加質量。

當某一特定地點之長期性波浪特性及設計波已經設定，則可評估波力，習慣上考慮具有一定波高和週期之波列，而找出與其相關之時序波力，然後可將結構體當作一整體或分析各構件找出最大負荷及反應，在結構物靜力分析前，乘以合適之動力增幅得出最壞之情況考慮，如圖 2 之程序所示。

若需作動力分析，則程序需加修正以期提供作用於結構物上之時序負荷，然後可直接積分求出結構反應值，另者亦可利用轉換函數及波譜得出負荷波譜，但此僅在轉換函數爲線性之情況下，應用上較理想，計算結果顯示，若曳力太大例如管徑小於10公尺之結構物則不宜應用波譜分析，結構物動力分析計算程序如圖 2 所示，首先先計算結構物之自然振動頻率，決定是否有顯著之動力反應。爲計算靜力與動力反應，必須先確定波力之大小，此包含利用波浪理論計算結構體周界水分子運動速度與加速度，然後考慮各種物理上之發生過程計算作用力，例如 Morision 公式爲考慮波力爲內力與曳力之疊加，此爲根據過去模型試驗所得，假設其不用在邊界條件範圍以外之情況則在設計上已相當準確。

估算水分子運動及其產生之波力之基本原理可用波浪線性理論敍明，此因應用波浪高階理論（有限振幅波）解析結構物承受之波力常需藉助電腦，同時動力分析之波譜法僅能應用線性波浪理論處理，不同波浪理應用範圍如圖 20 所示。

應用 Morision 公式計算結構物周界水分子運

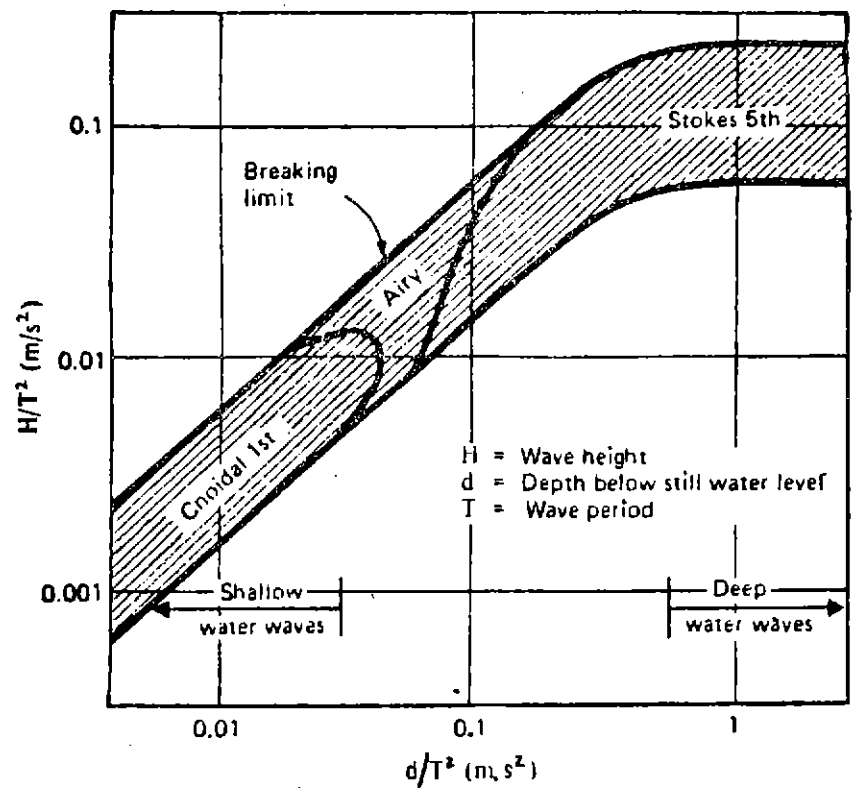


圖20 不同波浪理論可靠性範圍

動所產生之波力，僅限於假設流體運動不受結構體存在之影響之條件，此即結構物之大小（構件之寬度或直徑 D）必須不超過所考慮波浪之波長 (L) 之 1/6 倍，而巨型結構物尚需包括分散波，必須用波浪繞射理論處理，不同之波力應用範圍可定爲

$D/L>1$	近似完全反射之情況
$D/L>0.2$	繞射現象相當重要
$D/L<0.05$	Morision 公式可適用[19]

在深海靜水位下水分子運動軌跡之寬度 (W) 可定爲

$$W=\frac{H}{\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)} \qquad (85)$$

因此在 Morision 公式中可根據 D/W 之值判別內力或曳力較重要，即[18]：

$D/W>0.2$	內力佔優勢之現象增强
$D/W<0.2$	曳力佔優勢之現象增强

因此繞射支配區可應用於外海重力式結構式結構，而 Morision 公式則適合於鋼架結構物。

(二) **Morision 公式之應用**

對於堅硬結構物波力計算應用最廣之方法爲 Morision 公式，其本假設爲波力可表示爲曳力與內力與內力之線性疊加，曳力爲流徑結構物之流體流速所引起者，而內力爲加速度所致，作用於結構物構件單位長度 (ds) 之總波力 F 爲

$$F=\int_0^{\eta} dF \qquad (86)$$

$$dF=\frac{1}{2}C_D\rho DU|U|ds+C_m\rho A\dot{U}ds \qquad (87)$$

式中 F：在水分子速度及加速度方向上之總波力。

η：瞬間水位。

ρ：海水之質量密度。

$U, \dot{U}$：與構件軸垂直之水分子瞬間速度與加速度。

D, A, ds：與水流方向垂直之構件截面之寬度（或直徑），斷面積及微量長度。

C_D, C_m：曳力和質量（內力）係數。

爲使 Morision 公式應用能準確，必須滿足下列之假設條件：

1. 水分子瞬間速度與加速度必須由波浪理論（例如線性 strokes、五階波、弧力波、Dean's 之流線函數）得出，假設波浪特性不因結構物存在而影響，因此 Morision 公式僅能適用於細小構件，一般而言可接受之範圍爲[19]：

$$D/L \leq 0.05 \qquad (88)$$

其中波長可由波浪理論得出，影響參數爲波高 (H)，週期 (T) 及水深 (d)。

2. 曳力和內力係數 (C_D 及 C_M) 必須根據過去之經驗或實驗資料得出，曳力量經常表示一穩定水流經過一結構物所產生之力，因此曳力係數可用一穩定水流所產生之流力而決定。可利用模型試驗或現場試驗，但兩者均難於定出正確之流性曳力係數依 Reynold 數而定，然而實際應用，依結構物形態取一平均值，且此數值可用於波浪過程中之每一計算點，如代表性 C_D 值如圖 21 及表八所示，雖

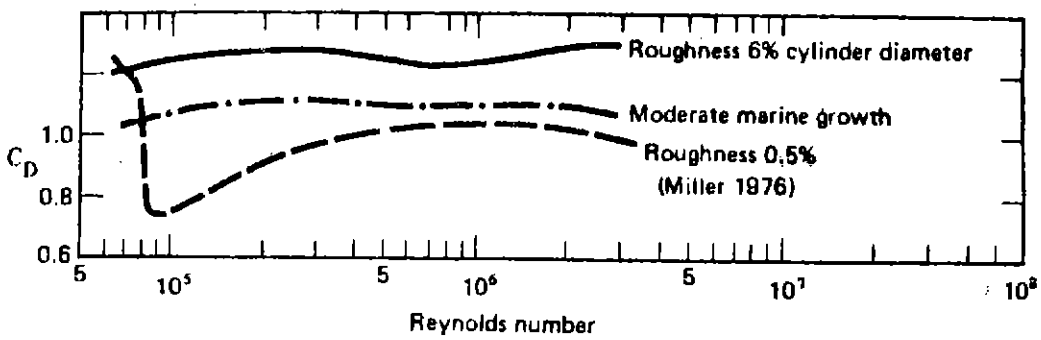


圖21a 某些因素影響 Morision 公式之 C_D 值[88]

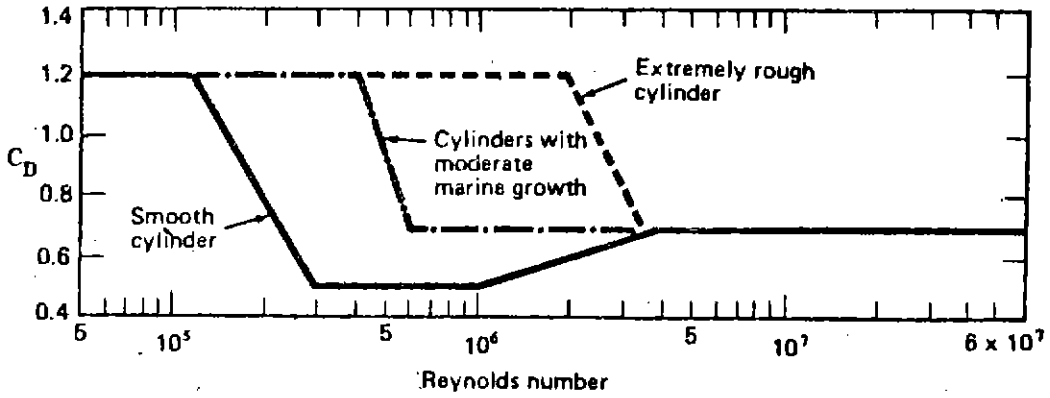


圖21b 學者[81~88]所建議之 C_D 值

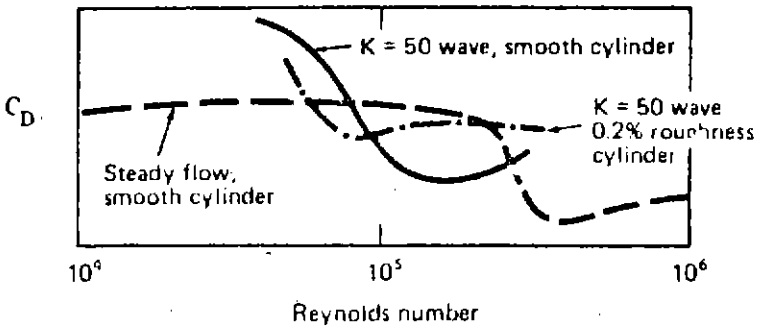


圖21c 在振盪流及穩定流下光滑及粗糙之管樁結構物之 C_D 值變化示意

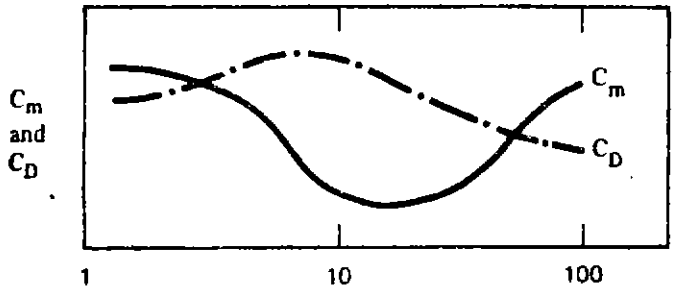


圖21d C_m 及 C_D 值與 N_{k-c} 之關係

表八 一般結構形態之 C_D 值

斷面形態	C_D
或	2.0
$\frac{r}{b}$ = 0.17	0.6
$\frac{r}{b}$ = 0.33	0.5
	2.0
b	1.5
$\frac{r}{b}$ = 0.08	1.9
$\frac{r}{b}$ = 0.25	1.3
	1.3
$\frac{r}{b}$ = 0.08	1.3
$\frac{r}{b}$ = 0.25	0.5

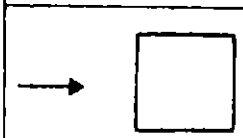
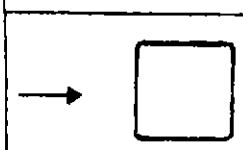
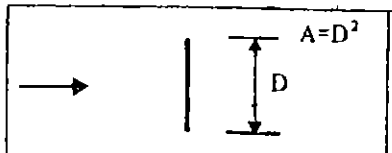
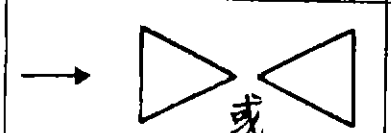
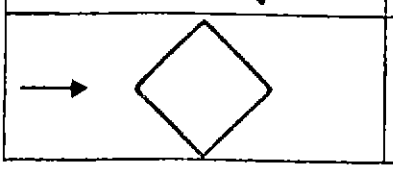
有學者企圖建立曳力係數與水分子運動軌跡直徑之關係，爲了考慮波浪負荷下產生渦流之現象但是，由於實驗資料不足之故，此種方法尚未用於設計上。

Sarpkaya[20] 曾證明 C_D 及 C_M 值均受波浪流之週期性而有顯著之影響，振盪流之試驗結果顯示在雷諾數小時 C_D 值較大，此可能因渦流產生之故，同時 Sarpkaya 之試驗資料顯示，愈粗糙之結構物例如顯著之生物附著現象則曳力係數值增加。

質量係數之決定，某些規則性之結構形狀可由理論得出，複雜性者需由試驗決定，與決定 C_D 同樣有許多一般性之問題存在，同時有加質量之問題等，圖 21 及表九列出 C_M 值。

結構物之形狀爲不規則性則必須利用試驗深入了解決定 C_D 及 C_M 值應用之範圍，若僅應用現有資料延伸將容易導致錯誤。C_D 及 C_M 值之使用必須相當小心，若缺乏可靠之資料則應詳細研究最新之研究成果。

表九　一般結構形態之 C_m 值

斷面形態	C_m
	2.0
	2.5
	2.5
	1.6
	2.3
	2.2

因爲水分子速度與加速度爲根據波浪理論得出，因此所選定 C_D 及 C_M 值必須與其所選用之波浪理論一致，以免誤差太大，例如圖21中爲應用 strokes 五階波浪理論得出之 C_M 及 C_D 值，假設允許之安全係數略偏高點，則可應用線性及 strokes 三階波浪理論所得之速度計算。

3. Morision 公式之標準型爲假設結構物有一動力反應或爲一浮體之一部份，其所引起之運動當與水分子速度與加速度比較下可能相當顯著，在此情形必須修正原公式爲一動力形態如下：

$$dF=\frac{1}{2}C_D\rho|U-U_b|(U-U_b)\,ds + C_M\rho A(\dot{U}-\dot{U}_b)ds+(\rho Ads-M)\dot{U}_b \quad (89)$$

式中　$U_b, \dot{U}_b$：構件之微小斷面之運動速度及加速度。

M：構件微小斷面之質量。

而其他符號與前面定義者相同，若結構體爲一漂浮狀態或其結構體本身之運動加速度爲0，則最後一項爲零，且速度與加速度僅需向量疊加，可用 Morision 公式標準型。然而必須注意對於浮體結結構物某一部份，當所取之斷面之排水量不等於該斷面之質量之情況不，則必須利用式 (89) 求解。

4. Morision 公式所引用之 C_D 值，僅能計算與結構物構件軸垂之直波力，故僅能應用於表面摩擦力 (Skin function) 很小之構件，此爲結構體外表相當清潔之情況，然而實際上海洋生物附著結構物上，或在其上附加部份結構例如導管、角板、或吊板等，因此與假設條件不符，在此情況下必須計算沿構件之波力且在許多情況下，最經濟之方法爲利用試驗方法或假表面摩擦係數值，大約可假設曳力係數之 1/10 倍。

(1) Morision 公式使用有關之問題：

除上述介紹 Morision 公式可應用性限制條件外，在本公式可用於設計前，必須先考慮下列因素：

(a)水力係數之選擇：水力係數之正確值選擇可根據 Reynold 數，表面粗糙度，水分子運動軌跡寬度與管徑比值 (D/W) (或稱爲 Iversion 係數) 等而定，嚴格而言尚需考慮沿構件及時間之變化，然而最流行之設計方法僅考慮最大波浪運動，故僅需指定與最大波浪運動相關之水力係數值。然而此數值隨構件大小而變，故對整個結構物並不能僅定一水力係數值。若構件之形狀非圓形，則水力係數應依波浪運動是否垂直於構件或沿構件等現象而定，對構件不同大小而漸變細之鋼管其水力係數無法確定，而若使用現成之數值可能感到過於保守不經濟，則需利用試驗結果決定。

(b)干擾與盾護，作用於兩鄰近之構件之波力將受尾跡流場所影響，例如第一構件之尾跡流產生渦散，因而造成其後面構件之動力反應，而得出比 Morision 公式所計算出來之波力增加，此爲干擾現象象，相反的，可能一小構件周界受一羣較大構件盾護，而產生之波力較小，若兩構件隔開之間距

大於巨型構件之管徑和水分子運動軌跡直徑，則此種干擾及盾護效果可以忽視，在大多數情況下，僅波力之曳力分量將有所致改變。

(c)羣樁相當接近之加質量：與結構物中構件相接近發生干擾及盾護而產生曳力量之變化相同，亦可能產生加質量而增加內力量，若一些構件在配置上相當接近，例如在一外海石油生產平臺之導管其周界水質量將視爲部份結構體，此將使所有構件之內力係數 C_M 值有顯著地增加，確實之增加量將依結構物形態而變，例如一直徑 0.76 m 之導管安排在 2 m 見方之方形鋼架內，其內力係數可高達 3。

(d) Morision 公式之替代型：習慣上，Morision 公式其中曳力量與 $\cos^2\alpha$ 成正比，式中 α 爲構件軸線與合成流速 (V) 之夾角，此與方程式中 $u|u|$ 項之結果，此處 $U=V\cos\alpha$，爲正交於構件軸之流速，因此有兩種水動力論點在爭論，一則先求出流速垂直於構件軸之分量，而另一則先求出曳力再依 $\cos\alpha$ 修正，($U|U|\cos\alpha$) 兩方法相差一餘弦角，後者比前者所得之值較大，然而此種替代型（後者）僅在外海結構物設計特殊情況下才常應用，而較接近實際情況。

(e)曳力之線性化：Morision 公式之曳力量包含非線性量 $U|U|$，此在計算上，（特別波譜計算）顯得解析相當地困難，可應用下列近似值[25]爲

$$U|U| = V\sigma_{vv}\sqrt{8/\pi} \qquad (90)$$

式中 σ_{vv} 爲水平水分子速度之標準偏差，若假定速度爲一定常性則爲一常數。

(2)水與結構之互制作用 (Morision 公式之線性化)：

結構物承受隨機作用力將產生反應，假定波力已知（至少與其隨機性有關）爲一常數而不受其他任何由運動所引起者所影響，波力爲波浪水分子運動所致，可根據結構物與水分子間之相對速度計算得出。因此結構物與水之間有交制作用，而波力可根據結構物所產生之運動而再加以修正，若爲避免計算之結果過於保守，必須考慮此非線性之結果。若水分之絕對速度值爲 u；則相對於結構度之速度爲 $\dot{r}=u-\dot{x}$ 假定結構體之質量，阻尼係數、彈變係數、位移等用 M, C, K, x 表示則受力方程式可列爲

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx = C_M(\dot{u}-\ddot{x}) + C_D(u|u|-\dot{x}|\dot{x}|) \qquad (91)$$

此方程式包含非線性項、爲使應用波譜法解析，必須將此方程式線性化、已有學者提出解析方法[16,26]可供應用。基本上方程式可寫爲與相對速度 $\dot{r}$，有效阻尼項 $C'\dot{r}$ 加減於左端，故可得

$$(M+C_M)\ddot{r}+C'\dot{r}+Kr + [C\dot{r}-C'\dot{r}+C_D\{\dot{r}|\dot{r}|\}] = M\dot{u}+Cu+K\int u\,dt \qquad (92)$$

括號內爲一誤差向量 (error vector)，此可能極小，可忽略不計可詳細考慮選擇 C' 值而使得此誤差向量值爲極小。

此線性方程式，可再轉換回至原 x 座標而得到：

$$(M+C_M)\ddot{x}+C'\dot{x}+Kx = C_M\dot{u}+(C'-C)u \qquad (93)$$

此可用與水分子速度直接相關之結構物反應 x 有關之轉換函數之波譜法處理，必須注意在方程式右端爲 Morision 公式之線性形式，表示依水分子速度有關之作用於結構物之波力。

(3)波力計算上之問題：

在波力計算上所必須考慮之問題可列如下：

(a)海洋生物附着：所有海洋結構物易受海洋生物附着於其表面，尤其在平均水位上 8 公尺至水下 40 公尺處之範圍更甚！當管徑大於公分則附着可能開始增加，將影響結構物表面之粗糙度，大約兩年可能完全附着，必須考慮生物附着所引起波力之增加量。必須定期去除海洋生物附着而維護結構物。

(b)浮力：當波浪傳播時，水位改變則結構物浮力將改變、對一直立或傾斜構件可能爲一顯著之設計負荷，正常之水靜力考慮可應用於計算這些負荷之靜力反應。但在某些情況下，特別水平構件，浮力之改變可能足以產生動力反應而使結構物之疲勞年限之影響性增加，這些構件之浮力改變發生相當突然，其分析方法類似衝動負荷 (impulse loading) 或一單位階梯函數 (unit step function) 如圖22所示之解法。

(c)衝擊與砰投負荷 (Impact or slamming loads)：當一結構物之水平構件置於近平均水位處

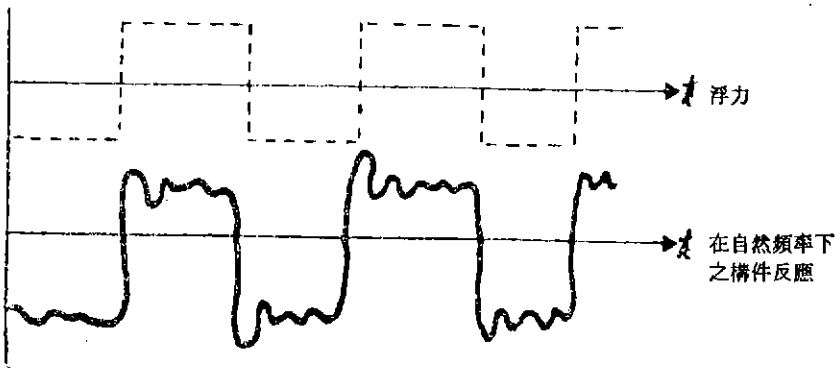


圖22 衝動負荷反應

、則當波浪通過時，水與空氣可能交替地作用於其上，若構件軸與波峯線平行，則當波浪由下往上衝時，構件將承受突然之衝擊或砰投之負荷，當運動頻率與結構體之自然頻率接近時，則此負荷有時足以激動構件，而結構物之接點其疲勞年限將顯着地受影響，衝擊之大小很難計算，但試驗證明建議其爲曳力之 2～3 倍，應用 Morision 公式之垂直力 Dalton[26] 曾建議 C_D 值採用 $C_D=3.5$ 爲近似值。

(d)波浪拍撞 (Wave slap)：當一波浪遇到一平行於波峯之直立障碍物，將可能引起一相當高之局部壓力於障碍物上，此可想像爲空氣袋所致，此種壓力曾經學者測量過，在某種情況下例如一波浪達到非常接近於其尖銳度之極限值之情況下則可高達 700 KN/m²，試驗室資料顯示最大壓力水頭可達 20～40 倍波高值，當然此數值僅爲少數特殊波浪情況，但必須記住每年中有數百萬個波浪作用於此結構物上，此强大壓力將足以使鋼板弄彎，或使混凝土產生龜裂，故必須考慮結構物之動力反應，但發生之概率低，故疲勞年限似不受改變。

(e)碎波：不僅近岸結構物受碎波影響，因爲深水波經常在一暴風情況下達到其尖銳度之極限值，例如所熟悉之「白帽」(white cap) 現象、波浪破碎則將產生一些非確定性，將影響波浪負荷之分佈，空氣捲入將降低海水密度，故作力量將減少，且因有泡沫及水霧出現，故在定義水面之位置上有些困難，但若波浪直接在結構物上發生碎波現象，則情形更爲嚴重，在此情況下，水分子速度將超過任何常用之波浪理論之預報值，且波力亦大於預報值，不可能固定此種增加量，因此在此情況下，一般均需作模型試驗決定。

(f)海流負荷：若在潮流及吹送流顯着地區，至少有下列改變結構物上波力之現象存在：

①在波浪場中，出現海流，將可改變波浪傳播方向，且如同海床影響產生波浪折射，波能亦將產生集中或分散。

②海流可改變波浪本身之形狀、故一波列遇到一反向之海流將變爲更加尖銳，且可能導至破碎和釋放能量。

③海流實質上可改變結構物所形成之尾跡流和漩渦，例如一與波向垂直之海流將可能冲走波浪運動在結構物周界所造成之渦散現象。

④最顯着之修正爲波浪與海流之水分子速度向量之疊加，因爲曳力與合成流速之平方成正比，此種影響性相當重要，絕不可將波浪及海流所引起之流力分別計算再予疊加，若無波浪存在之情況下，可能僅單獨使用 Morision 公式之曳力量已足！

(二)巨型結構物之波力

若結構物之大小與波浪之波長比較下相當大時，則假設波浪之形態不受結構物之影響不再存在，波浪將受結構體作用而產生分散，而合力將包含由進行波和分散波所產生者。考慮此種現象者一般稱爲波浪繞射理論，繞射現象可應用於外海單一重力式結構物上。

必須決定一流速勢用以說明流體運動能滿足所有之邊界條件，如此則在流體中之壓力，速度及其他運動特性均可計算得出！因此繞射後之波力可積分在結構體周界之壓力而求得。解析之法包括在結構體周界分成一組流速勢源 (potential source)、如此其合成之强度互相關聯，代表分散波之流速勢，其解析需一組方程式定義勢源之强度，故波浪場中

任意點之完整效果均可找到，由入射波與分散波之合成流勢可求出結構體任一點之壓力[27]。

若結構體之形狀不規則，可用電腦解析較經濟，但對於某些基本之幾何形狀，可應用 Green 函數解析，而可用相當簡單之公式得出波力。對一直立管，在點 (x, y) 上，每單位長度之水平波力爲

$$F=\frac{2\rho g}{K}\frac{\cosh(k(d+y))}{\cosh(Kd)}\cdot A\left(\frac{D}{L}\right)\cos(wt-\alpha) \quad (94)$$

式中 $$A\left(\frac{D}{L}\right)=\left[J'^2_{12}\left(\frac{\pi D}{L}\right)+Y'^2_{21}\left(\frac{\pi D}{L}\right)\right]^{-1/2} \quad (95)$$

而 $J'_1(\delta)$ 與 $Y'_1(\delta)$ 爲第一類及第二類一階 Bessel 函數之微分值即，

$$\tan\alpha=J'_1\left(\frac{\pi D}{L}\right)\Big/Y'_1\left(\frac{\pi D}{L}\right) \quad (96)$$

複雜之形狀，可用圓柱求出近似值，而利用 Hogen and Standing 之圖表計算[27]。

㈢應用波譜分析解析波力

一設計波之波譜經常以指示波高 (H_s)，尖峯能量密度週期 (T_m) 及一尖峯增加因子 (r) 等加以特性，尖峯能量密度週期 (T_m) 可由實測波浪資料分析求得與平均零切週期 $(\overline{T})$ 有關，若使用 JONSWAP 波譜爲設計波之波譜可根據下列方法求出係數。假定波高分佈爲 Rayleigh 分佈則

海面波能

$$E=\frac{H_s^2}{8} \quad (97)$$

尖峯頻率

$$f_m=\frac{1}{T_m}=\frac{0.71}{\overline{T}} \quad (98)$$

無因次頻率

$$f_m=\left[\frac{Ef_m^4}{(g^2\times 5.19\times 10^{-6})}\right]^{1.5} \quad (99)$$

（g 爲重力加速度）

$$\alpha=0.0662\left(\frac{\overline{f}_m}{2.84}\right)^{2/3} \quad (100)$$

能量波譜 $S_\eta(f)$ 可由式 (40) 得出，在北海情況 $r=3.3$，而 P-M 波譜則 $r=1$，Goda[28]曾將此波譜修正如下式

$$S(f)=\alpha H_{1/3}^2 T_m^{-4} f^{-5}\cdot\exp\left[-1.25(T_m f)^{-4}\right] r^{\phi} \quad (101)$$

$$\alpha=\frac{0.0624}{0.23+0.036r-0.185(1.9+r)^{-1}} \quad (102)$$

α 係數中 $r=1\sim7$ (北海之平均值爲 3.3) 其他符號同式 (40)。

假定頻率自 0 至高頻率 f_{max} (在外海情況 f_{max} 約爲 1.0 赫) 之 $S_\eta(f)$ 值已經得出，不規則波作用於結構物上之波力可根據下列兩方法分析：

1. 疊加各頻率下之波力：

本方法波譜可用等頻率帶或等面積帶分隔，大約 50 等分已足，然後疊加各具有平均頻率帶之分量以模擬海況，例如在頻率帶 f_1 及 f_2 之間之 $S_\eta(f)$ 曲線下之面積與波浪振幅 (a) 之關係爲

$$a=\sqrt{2}\int_{f_1}^{f_2} S_\eta(f)\,df \quad (103)$$

選擇等面積帶之優點爲所有模擬之波浪均有相同振幅，水位爲各分量之線性疊加即

$$\eta(t)=\sum_n a_n\cos 2\pi(f_n t+\phi_n) \quad (104)$$

式中 ϕ_n 爲在 $0\sim2\pi$ 間之隨機位相差。每一分量波之波長則可能以正常方法計算得出，當水分子速度與加速度已計算得出，必須考慮包括表面水分子之流速場，實際上在靠近水面之流速場可能爲非連續性，可考慮每一分量之垂直水位距離與眞正水位之垂直位差間之流速場即

$$S_n=S-a_n\cos 2\pi(f_n t+\phi_n) \quad (105)$$

式中 S_n：自海床至所考慮水分子運動之可見距離 (apparent distance)

S：自海床至所考慮水分子運動之正確距離 $(S=y+d)$

然後速度及加速度分量可與穩定海流向量疊加，再應用 Morision 公式處理所採用模擬週期之理論預報值爲 $\Delta t=1/2f_{max}$，然而已證明 $\Delta t\le 1/5f_{max}$ 較合實際應用，然後可得波力之時序值，可用於計算波力之波譜密度。

2. 類比濾過技術 (Digital fiter techniques)：

此技術包含在結構物上每一點之水面高程波譜與波力波譜間關係之線性化，此爲一種在頻率範圍

內之轉換函數型式、轉換函數大致爲應用規則波計算尖峯波力，然後在頻率範圍內用波浪振幅分割所得之成果，經證明，若一尖銳度大之規則波所得之結果較爲保守，正確之類以濾過則可能用轉換函數之 Fourier 函數逆轉換 、 而類比濾過係數亦可能直接考慮波力作用點之空間分佈[29]。

五、範 例 與 討 論

㈠範例：

現舉一例題說明設計波法之波力計算方法：

例：假定一正該波之波高 $H=1.5$ m，週期 $T=3$ sec 作用於一燈塔 $D=324$ mm（如圖 23）若不考慮結構物之動力反應，請計算其尖峯負荷

解析：根據 Morision 公式作用於塔上之總負荷(F)爲曳力 (F_D) 及內力 (F_I) 之總和、其內力及曳力分別爲

$$F_D=\frac{1}{2}C_D\rho D\int_{-d}^{0}u|u|\,dy$$

$$F_I=\rho C_M\pi\frac{D^2}{4}\int_{-d}^{0}\dot{u}\,dy$$

而式中 u 及 $\dot{u}$ 分別爲水分子速度及加速度必須分別先求出由水深 $d=8$ m 及 $T=3$ sec 代入

$$L=\frac{gT^2}{2\pi}\tanh\frac{2\pi d}{L}$$

用試算法可得出 $L=14.02$ m

$$\because\ \frac{d}{L}=\frac{8}{14.02}\doteq 0.57>0.5$$

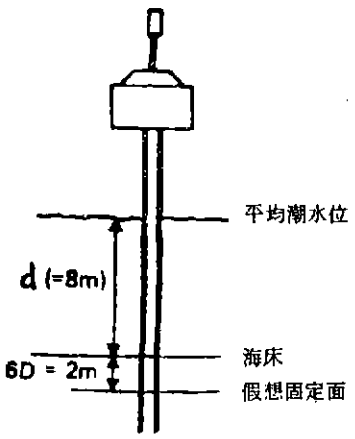


圖23 海 洋 燈 塔

故可用深水波處理

$$u=\frac{\pi H}{T}\exp(ky)\cos(kx-\sigma t)$$

$$\dot{u}=\frac{2\pi^2H}{T^2}\exp(ky)\sin(kx-\sigma t)$$

其次需決定 C_M 及 C_D 值，圓形管棒可取 $C_M=2.0$。而 Reynold 數等於

$$R_e=\frac{VD}{\nu}=\frac{\frac{\pi H}{T}D}{\nu}=\frac{\frac{\pi\times1.5}{3}\times0.324}{1.14\times10^{-6}}=4.58\times10^5$$

由圖 9 得出合理之 C_D 值爲 $C_D=1.3$，因此可求出曳力和內力量：

$$F_D=\frac{1}{2}\rho C_D D\int_{-d}^{0}u|u|\,dy$$

$$=\frac{1}{2}\times1025\times1.3\times0.324\int_{-8}^{0}\left(\frac{\pi H}{T}\right)^2\exp(2ky)/\cos(kx-\sigma t)/\cos(kx-\sigma t)\,dy$$

$$=\pm532.6\int_{-8}^{0}\exp(2ky)\cos^2(kx-\sigma t)\,dy$$

$$=\pm532.6\frac{1}{2k}[\exp(2ky)]_{y=-8}^{y=0}\cos^2(kx-\sigma t)$$

$$\because\ k=\frac{2\pi}{L}=\frac{2\pi}{14.02}\qquad\therefore\ F_D=\pm595\cos^2(kx-\sigma t)$$

$$F_I=\rho C_M\pi\frac{D^2}{4}\int_{-4}^{0}\dot{u}\,dy=1025\times2\times\pi\times\frac{0.324^2}{4}\times\frac{2\pi^2H}{T^2}\int_{-8}^{0}\exp(ky)\sin(kx-\sigma t)\,dy$$

$$=556\times\frac{14.02}{2\pi}[1-0.027\rho]\sin(kx-\sigma t)=120\rho\sin(kx-\sigma t)$$

$$\frac{D}{L}=\frac{0.324}{14.05}=0.023\qquad\because\ \frac{D}{L}<0.05\ \text{故可應用 Morision 公式}$$

$$\frac{D}{W}\fallingdotseq\frac{0.324}{H}=\frac{0.324}{1.5}=0.216>0.2$$

故內力顯着，由本例可見尖峯內力約爲曳力之兩倍分別爲：

$$F_D=\pm 595\cos^3(kx-\sigma t)$$

$$F_I=1209\sin(kx-\sigma t)$$

但由此可見此兩者並非同一位相，因此作用於結構物上之最大總波力不能預測得出，一簡單之方法爲圖解 F_D 及 F_I，然後疊加可求出總波力。如表十，然後可圖解於圖 24 得出尖峯波力值。

表十 波 力 計 算

$kx-\sigma t$	$\pm\cos^3(kx-\sigma t)$	$\sin(kx-\sigma t)$	$F_{D(N)}$	$F_{I(N)}$	$F_{(N)}$
0	1	0	592	0	592
30	0.75	0.5	444	606	1030
60	0.25	0.866	148	1047	1195
90	0	1	0	1209	1209
120	−0.25	0.866	−148	1047	899
150	−0.75	0.5	−444	606	162
180	−1	0	−592	0	−592

㈢討 論：

就上例設計波法之波力求法進行討論如下：

(1)尖峯波力亦可由微積分觀念求出，F 爲最大值，必須其微分量爲零，設波力 (F) 可表示爲

$$F=\pm A\cos^3\theta+B\sin\theta \qquad (106)$$

此式若代表單位長度之範圍內之波力 則式中 A, B 及 θ 值分別爲

$$\begin{cases} A=\dfrac{C_D}{2}\rho D\left(\dfrac{\pi H}{T}\dfrac{\cosh k(y+d)}{\sinh Kd}\right)^2 & (107)\\ B_I=C_M\rho\dfrac{\pi D^2}{4}\cdot\dfrac{2\pi^2 H}{T^2}\dfrac{\cosh k(y+d)}{\sinh Kd} & (108)\\ \theta=kx-\sigma t & (109)\end{cases}$$

故 $$F=\begin{cases}A\cos^3\theta+B\sin\theta & \theta<\pi/2\\ -A\cos^3\theta+B\sin\theta & \pi/2<\theta<\pi\end{cases} \qquad (110)$$

此外僅考慮 $0<\theta<\pi$，因超過此範圍，波力值將變爲負荷若 $A>0$, $B>0$ 則最大波力必將發生於 $\theta<\pi/2$ 故

$$\frac{\partial F}{\partial\theta}=-2A\cos\theta\sin\theta+B\cos\theta=0 \qquad (111)$$

即 $$\sin\theta_*=B/2A \qquad (112)$$

由於 $\sin\theta_*$ 最大值爲 1，故最大波力發生時之位相角 θ_* 爲

$$\theta_*=\begin{cases}\sin^{-1}(B/2A) & B/2A\le 1\\ \pi/2 & B/2A\ge 1\end{cases} \qquad (113)$$

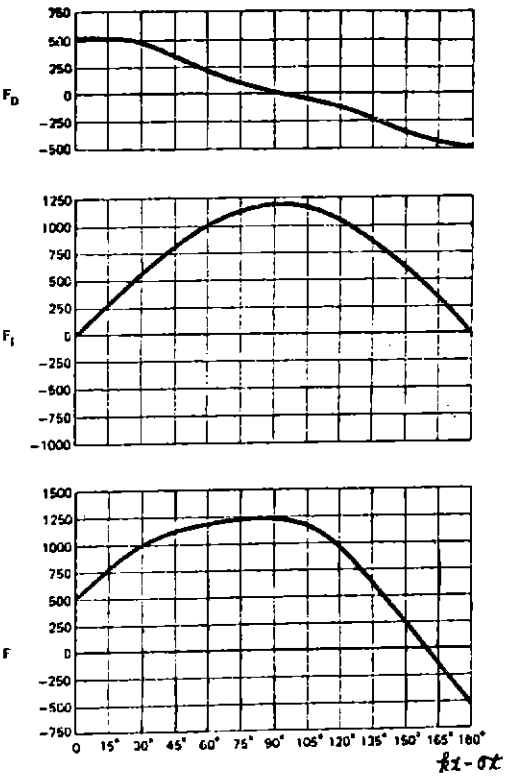


圖24 波 力 歷 程

$$\because\ \sin\theta_*=\begin{cases}B/2A & B/2A\le 1\\ 1 & B/2A\ge 1\end{cases} \qquad (114)$$

而 $$\cos^2\theta_*=1-\sin^2\theta_* \qquad (115)$$

故最大波力值爲

$$F=\begin{cases}A+B^2/4A & B/2A<1\\ B & B/2A\geq 1\end{cases} \qquad (116)$$

例如上例中 $B/2A=120\,\rho/2\times 595=1.02>1$，故尖峯波力值 $F=B=1209$ 牛頓將 A, B 值代入式(112)可得到：

$$\sin\theta_*=-\frac{B}{2A}=\frac{2C_M\forall\sinh Kd}{C_D AH\cosh K(d+y)}$$
$$=\frac{\pi DC_M}{2HC_D}\cdot\frac{\sinh Kd}{\cosh K(d+y)} \qquad (112a)$$

(2)總波力

$$F=\pm A\cos^2\theta+B\sin\theta \qquad (106)$$

式中 $\theta=kx-\sigma t$ (109)

(a)若令 $x=0$，即在管樁位置觀看波浪通過此管樁之波力變化。

(b)若令 $t=0$，即在某定時間觀看波力在水平方向上之變化。

此種情形爲假定一波列通過數根管樁其總波力爲各管樁之作用力之向量疊加，此時則必須位置之變化情形，若基樁之間距小於一個波長則最大合力而直接相加各樁之最大波力，但若其間距小於管徑三倍則各樁受波浪型態影響勢必改變。

(3)總波力可寫爲

$$F=\frac{1}{2}C_D\rho D U_m^2\cos\theta|\cos\theta|$$
$$+\rho C_M\frac{\pi D^2}{4}\dot{U}_m\sin\theta \qquad (117)$$

可改寫爲

$$\frac{F}{\frac{1}{2}\rho U_m^2 D}=C_D\cos\theta|\cos\theta|$$
$$+C_M\frac{\pi^2}{N_{K-C}}\sin\theta \qquad (118)$$

$$\frac{F}{\rho\frac{\pi D^2}{4}\dot{U}_m}=C_M\sin\theta$$
$$+\frac{C_D}{\pi^2}N_{K-C}\cos\theta|\cos\theta| \qquad (119)$$

式中 U_m 及 $\dot{U}_m$ 爲最大水平方向水分子運動速度與加速度，而 $N_{K-C}=U_mT/D$ 稱爲 Keulegan and Carpenter 數。

由此兩式可見 N_{K-C} 數愈大則總波力中，曳力佔優勢，而若 N_{K-C} 數愈小則內力佔優勢，根據 Keulegan and Carpenter (1958)[20]之試驗 $N_{K-C}<3$ 內力重要，而 $N_{K-C}>25$ 則曳力重要。

同時利用線性波浪理論可證明

$$N_{K-C}=\frac{\pi W}{D} \qquad (120)$$

式中 W 爲水分子最大水平方向總位移量

$$W=H\frac{\cosh k(d+y)}{\sinh Kd} \qquad (121)$$

當深水波，在靜水面上之水分子運動軌跡 $W=H$，故亦可由 $N_{K-C}=\pi W/D\fallingdotseq\pi H/D$ 之關係知若 H/D 大則曳力顯著，而 H/D 小則內力顯着亦即 D/W 愈大則內力顯着而 D/W 愈小則曳力顯着。

同時若在一定波浪情況下，因 F_D 與 D 成正比，而 F_I 與 D^2 成正比亦即巨型海中結構物體積增大則內力增强，例如海底油槽主要受力爲內力，而管徑小例如纜索則主要受力爲曳力。

由於水面上之水分子最大水平方向之總位移量 $W=H/\tanh(Kd)$ 在淺海中 W 值比深海爲大，故同一管徑在淺水中承受曳力量顯着，而在深海中，曳力所佔之份量將減少，此乃因水深愈深，水分子運動軌跡縮小而減少尾跡效應故內力顯着增强。

(4)在 Morision 公式中最大曳力與最大內力比值爲

$$\frac{F_{D\max}}{F_{I\max}}=\alpha=\frac{2}{\pi}\frac{C_D}{C_M}\frac{U_m^2}{\dot{U}_m}\frac{1}{D}$$

正弦波情況

$$U=U_m\cos\frac{2\pi t}{T}$$

$$U_m=\frac{2\pi U_m}{T}$$

故 $$\alpha=\frac{C_D}{C_M}\frac{1}{\pi^2}\frac{U_mT}{D}=\frac{C_D}{C_M}\frac{N_{K-C}}{\pi^2}$$

在深海靜水位上情況

$$U_m=\frac{\pi H}{T}$$

故 $$\alpha=\frac{C_D}{C_M}\frac{H}{\pi D}$$

若假定有海流 U_C 平行於 U_M 則可得 α 值爲

$$\alpha_C=\frac{C_D}{C_M}\cdot\frac{N_{K-C}}{\pi^2}\left(1+\frac{U_C}{U_m}\right)^2$$

$$=\alpha\left(1+\frac{U_C}{U_m}\right)^2$$

$$\alpha_C=\frac{C_D}{C_M}\left(1+\frac{TU_C}{\pi H}\right)^2\cdot\frac{H}{\pi D}$$

因此若 N_{K-C} 值大，則曳力顯着，反之則內力顯着，而海流與流浪同向則增加曳力顯着性。

(5)自海床至水面之積分可得全水平波力，若考慮微小振幅波則曳力及內力量分別爲

$$F_{DT}=C_D\cdot\frac{\rho g D a^2}{2}\cdot n|\cos\sigma t|\cos\sigma t$$

$$F_{IT}=-C_M\cdot\frac{\rho g D^2\pi a}{4}\tanh Kd\sin\sigma t$$

式中 $n=\frac{1}{2}(1+2Kd/\sinh 2Kd)$ 在深海中 $n=\frac{1}{2}$ 及淺海中 $n=1$，而 $\tanh Kd$ 之值在深海中其值爲趨近於 1，而在淺海中則趨近於 Kd，故 Dean[9] 說明 $(F_{DT})_{max}=(F_{IT})_{max}$ 之臨界條件如圖 25 所示，此曲線爲假設 $C_D=1.0$ 及 $C_M=2.0$，在此臨界曲線上爲曳力顯着，反之則內力顯着。在深海之近似值 $H/D\simeq 4\pi$ 而在淺海則爲 $H/D\simeq 4\pi^2(d/L)$。

(6)內力及曳力隨水深及時間 t 而改變，在靜水面上爲最大值，而隨水深變小，曳力之變化量最大，因此減少因子 $\cosh k(Z+d)/\cosh kd$ 平方之故。

(7)實際波浪不盡與設計波吻合，且 C_D 及 C_M 值難以確定，故設計波力時，仍應考慮加上安全係數，採用範圍 1.5～2.0。設計時應考慮其基樁腐蝕性，材料之彈性疲勞、基脚之受冲刷、及海生物附着基樁表面增加粗糙度而使水力係數增加。

(8)工作平臺之振動係受波浪作用產生共振之現象，當波浪頻率與平臺之自然振動頻率不等時，其影響性不大，反之則產生共振將帶來危險情況，平臺設計時應先求得當地最頻率及最惡劣之波浪頻率，而選用平臺材料時其自然振動週期應儘可能避免與波浪之週期，以減少其振動位移，尤其現在海洋結構物一直往深海發展，產生共振問題機會多，更需要詳加考慮動力分析，將另文探討。

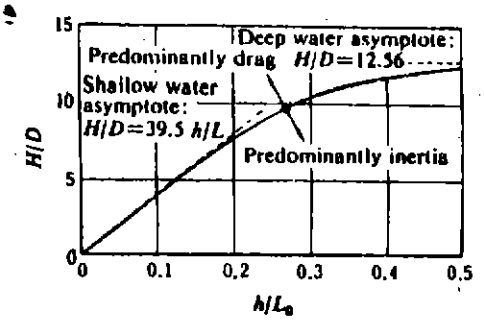


圖25 內力及曳力佔優勢之臨界範圍

參 考 文 獻

1. WIEGEL, R. L. "Oceanographic Engineering" Prentice-Hall (New york) 1964, pp. 33.
2. SKJELBREIA, L. "Gravity waves-stokes third order approimation tables of functions" Council of Wave Research-The Engineering Foundation 1959.
3. SKJELBREIA, L. and HENDRICKSON. "Fifth order gravity wave theory" proc. 7th conf. on Coastal Eng. 1961, Vol. 1, chapter 10, ASCE.
4. KOVTEWEG, D. J. and DE VRIES, G. "On the change of form of long waves advancing in a Rectangular Canal and on a new type of long stationary waves" philosophical magazine, 5th series 1895 pp. 422-443.
5. KEULEGAN, G. H. and PATTERSON, G. W. "Mathematical theory of Irrotational Translation waves" RP No. 1272, National Bureau of Standards, Washington D. C. 1940, pp 47-101.
6. BORGMAN, L. E. "Risk criteria" proc. ASCE-J. water ways and Harb. Div. Aug. 1963 89. (paper 3607)
7. DARBYSHIRE, M. and DRAPER, L. "Forecosting wind generated sea waves" Eng. 5 April. 1963 Vol 195, pp. 482～484.
8. KING, C. A. M. Beaches and Coasts Edwards Amold (London) 2nd edition 1972.
9. IPPEN A. T. "Estuary and Coastline Hydradynamics" Eng. Soc. morographs 1966.
10. 林維明：不規則波之統計分析。臺灣水利，第 29 卷 2 期，70年6月1日。
11. FAN, S. S., CUMMING, J. E. and WIEGEL, R. L. "Computer solution of wave diffraction by a semi-infinite breakwater" HEL Report 1-8, University of California 1969.
12. HEAF, N. J. "Predicting the waves in coastal waters" Dock and Harbour Authority July 1973, LIV (No. 633) pp. 93～94.
13. 林維明：海底管線受波浪作用之研究。土木水利，第七卷四期，民國 70 年 2 月，pp. 35～37。
14. MINER, M. A. "Cumulative damage in fotigul" Trans. ASCE 1945, No. 67. pp. A159-A164.
15. GODA, Y. "On wave Groups" Conf. on the Behaviour of offshore structure Boss 1976. Norwegian Institute of Technology Trondheim. AuG. 1976.
16. WANG, S. and OCHI, M. K. "Prediction of extreme wave induced loads on ocean etructures, Boss 1976 Norwegian Institute of Technology, Trondheim. Aug 1976.

17. BORGMAN, L. E. "Directional Spectra models for derign use for Scuface Waves" HEL Report 1-12, University of California. June, 1969.
18. HOGBEN (1974) "Fluid loading on offshore structure, A state of art Appraisal wave loads" Maritime Technology Monograph No. 1 Royal Institute of Naval Architects.
19. U. S. Army Coastal Engineering Research Center "Shore protection mannual" Vol. II, pp. 7-78, 1977.
20. KEULEGAN, G. H. and CARPENTER, L. "Forces on cylinders and plates in an oscillatory fluid" J. Res.-Nat. Bur. Standard (U, S) May, 1958 60 (No. 5) pp. 423-440.
21. IVERSON, H. W. "A correlating modulus for fluid resistance in acrelerated motion" J. App. Phy. Mar. 1951, 22. (No. 3), pp. 324~328.
22. SARPKAYA, T. "In-line and transevers forces on cylinders in oscillatory flon at high Reynolds numbers" Offshore Technology in Conference, Houston, OTC 2533, Vol. II May 1976.
23. BORGMAN L. E. "Statistical model foy ocean waves and wave forces" Advances in Hydroscience edited by Ven Te Chow Vol. 8, 1972, pp. 139-181.
24. MALHOTRA, E. and PENZIEN, J. "Nondeterministic analysis of offshore tower structures" Proc. Asc. J. Eng. Mech. Div. Dec. 1970, 96 (No. EM6) pp. 985~1003.
25. PENZIEN, J. and BERGE, A. "Stochastic response of offshore towers to random sea waves and strong motion earthquakls" Computers and Structures Dec. 1972 pp. 2733~2755.
26. DALTON, C. and NASH. "Wave slam on horizontal members on offshore platform" offshore Technology. Conf. Houston OTC 2500 May 1976, No. 13.
27. HOGBEN, N. and STANDING, R. G. "Wave loads on large bodies" paper 26 presented at International Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and structures in waves April, 1974. Royal Institute of Naval Architects.
28. GODA, Y. (1977) "Wave Spectrum and Wave Transformation" lecture note on Harbor Engineering. Asian Institute of Technology.
29. HUDSPETH, R. T. "Wave force predictions from non-linear random sea Simulations" proc. offshore Technology Conf. Houston (Texas) paper No. 2193., May 1975.
30. DEAN, R. G. and HARLEMAN, D. R. F. "Interaction of structures and waves" Estuary and Coastline hydrodynamics" edited by Ippen A. T. 1971.
31. OLSEN, O. A. "Investigation of drag coefficients based on published data Report A74-2-S Det Norsre Veritas 1974.
32. MILLER, B. L. "The hydrodynamic drag of roughened circular cylinders" paper 9, Royal Institute of Naval Architects spring meeting 1976.
33. British Ship research association "A critical evaluation of data on wave force coefficients osflag", Project 10, Contract W240 Mar. 1975.

創新開發科技
促進經濟發展

管樁結構物受波力作用之檢討

A Review on Wave Forces of A Pile Structure

林　維　明

WEI-MING LIN

中油公司土木工程師

摘　　要

近數年來，基於探求海洋資源之需求，海洋結構物不斷增加，其在海洋中受波浪之作用力因管徑大小，放置形態、施工材料、水深及波浪特性等因素而異，必須詳加研究。

本文主要目的在檢討不同管徑及放置形態之現有波力公式之適用性，討論各種波浪理論之準確性及如何選擇阻力與質量力係數。

ABSTRACT

The huge amount of offshore activities in recent years has increased the need of reliable data concerning the wave loading on a pile structure.

A review of available method of calculating wave induced force of a pile structure on the basis of **Morision equation** and linear diffraction theory, discussing about the selection of the effect of **different** wave theories and hydrodynamic coefficient C_M and C_D.

1. INTRODUCTION

The exploration of the natural resource of sea & sea bottom is now in a phase of great expansion, not only where the quantity of activities is concerned but also with regard to the character of the activities, there is a tendency toward the greater diversity. The differentiation in the nature of offshore activities is allies to a variety of shapes and dimensions used for structures which are required.

Due to the efficiency of circular section in withstanding loads for the minimum resistance to wind and wave force, it is the most widly used feature for such structure. Oil rigs and other supporting space frames consist of vertical horizontal and sloping cylinders of steel and concrete structure are built in the offshore.

One of the most important data for the design of these structures is the wave force. Uncertainties in force predictin are result from the free surface effects. Wave-structure interaction, wave direction effect, surface roughness of the structure member. Coupling of drag and inertial forces, breaking waves and other factors which cannot be accounted for by currently used prediction methods. These uncertainties need design conservatism due to lack of confidence in hydrodynamic force calculations which leads to the use of large factors of safety and ultimately to increased costs.

For this purpose in this paper some fundamental features of wave induced flow past the cylinder, the method of predicting wave loading will be review.

2. WAVE LOADING MECHANISM

The wave loading mechanism of primary interest to the offshore engineer may be considered as falling into one or other of the four classes namely

(1) Buoyancy loads.

(2) Impulsive loads associated with free surface effects.

(3) Diffraction reflection regime.

(4) Drag-inertia regime.

Change in static loading due to change in water leael will change the buoyance Variation due to wave action. Care must be taken not to overlook the cyclic application of buoyancy loads on members in the free surface zone which can be a significant proportion of the fatigue loading in the vertical plane of slender bracing member.

Impulsive loads due to waves breaking on the structure or the bracing members of offshore platform lie in the free surface or splash zone, a possible approach provided correlation between the slam force (Fs) and the wave parameters as[1~4]

$$Fs = Cs\ \rho A\ u^2/2 \qquad (1)$$

In which Cs is the slam coefficient, A is the projected area of the member normal to the plane of wave impact, u is the absolute velocity of water particles on the front face of the wave at the position of impact.

The diffraction reflection regime of loading is appropriate to structure or elements of structure for which the viscous effects are small, which the drag-inertia mechanism to members with characteristic cross sectional dimensions which are small in relation to the incident wavelength such that the interference to flow due to the presence of the members is small Issacson (1979)[5] summarized them as follows (Fig. 1):

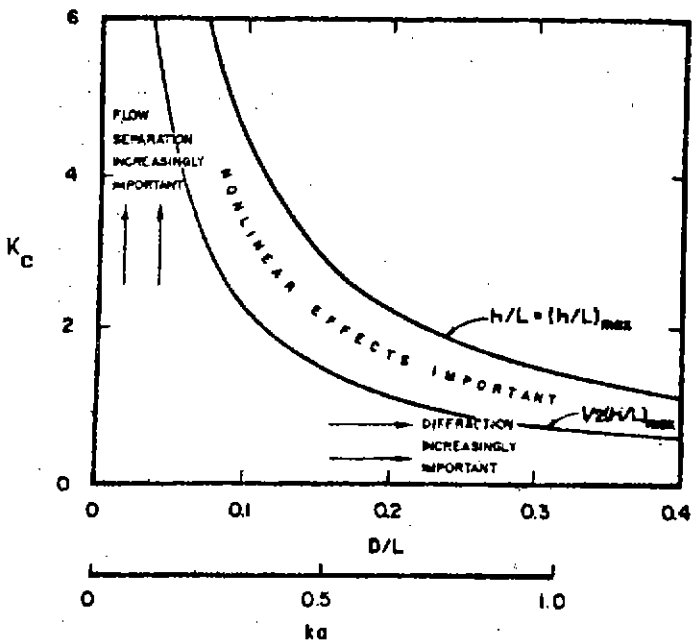


Fig. 1. Various Regimes of Wave-Structure Interaction.

(1) $D/L>0.2$, diffraction is increasing important.

(2) $Kc>2$ (or 3), flow separation is increasing import.

Whre D is Diameter of pile, L: wave length, Kc is the Keulegan-Carpenter member, is a measure of the amplitude of horizontal particle displacement (A) relative to D. Would be preferred.

$$Kc=\frac{A}{D}=\frac{1}{2\pi}\frac{u_{max}T}{D}=\frac{H/2L\ \cosh K\ (Z+h)}{(D/L)\ \sinh\ (Kh)} \qquad (2)$$

The determination of these forces resulting from any of these two regime, can be formulated in two steps:

(1) Computation of the kinematics flow field by using wave theory.

(2) Determation of hydrodynamic forces applying Morison's equation, diffraction theory etc.

Morison *et al.* (1950)[6] developed a formula to represent the total force per unit length on a slender cylinder $F(,z\ t)$ could be expressed as the sum of a linear combination of the inertia (F_I) and drag component (F_D) (Fig. 2) i. e.

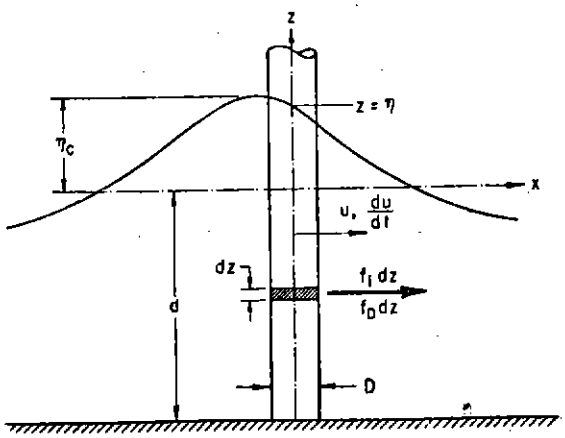


Fig. 2. Definition Sketch of Wave Forces on a Vertical Cylinder.

$$F(z,\ t)=F_I+F_D=C_M\ \rho v\dot{u}+1/2\ C_D\ \rho Au\,|u| \qquad (3)$$

Where v is the volume, A is the cross sectional area, ρ is the density of sea water, u & $\dot{u}$ are the water particle velocity and acceleration evaluated at the cylinder axis, C_D & C_M are the drag & mass (inertia) coefficient.

Eq. (3) is a semi-intuitive formula, since that time the vlaidity in relation to wave induced load on circular cylinders has been questioned, but there are not any more appropriate formula has been found.

A source of uncertainty when applying Morison's equation are the values to be taken for C_M & C_D coefficients and the effect of different wave theories to calculate the velocities and accelerations used in the equation.

Diffraction is an important effect for large members, it is caused by the disturbance of the flow field due to the presence of the structure. The structure produces scattering of the waves as these members are in conditions of pure inertia, the diffraction theories are based

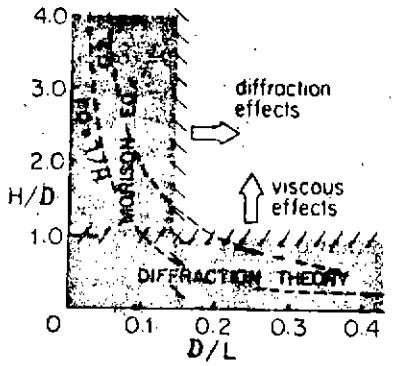


Fig. 3. Regions of validity-wave interaction with a pile.

on potential flow, the total velocity potential is given as the sum of the incident and reflected potential, the two fields are then made to satisfy the boundary conditions.

Fig. 3 represents a rather convenient method of presentation of the regions of applicability of inviscid diffraction theory and the Morison equation for the case of a pile.

3. METHODS OF ANALYSIS

The methods of analysis are probably the more reliable part of the design process due to the many recent advances in computational mechanics. But even here a variety of options are opened to the analyst. The most important of these possibilities are summarized in Fig. 4.

The first option is to use static analysis. The rule of thumb indicates that when the period of the system is larger than 2 second dynamic amplification becomes important. It is also important to point out that even structures analysed statically will eventually require some dynamic consideration to analyse the effect of fatigue.

If the inertia forces are comparatively important one uses dynamic analysis and two possibilities exist. One can work in the frequency domain, in which case transient effects are neglected and one concentrates in the steady state. The method implies having a linear system. The other possibility is to analyse the system in the time domain by some step technique, in which case transient effects may be considered as well as non linearities.

The main advantages to be gained in a time domain approach are:

(1) The correct structure submergence for members in the region of the water surface;

(2) The drag term can be included in the force equation without having to linearise the velocity squared term.

(3) The relative velocity between the structure and water particles can be correctly accounted for in the solution of the equations of motion.

(4) Stress combinations can be carried out at each time step in a deterministic manner, i. e. the structure is in equilibrium at each step.

(5) It allows the structural responses to be calculated as the sea conditions build up to the maximum wave condition, provided sufficient time is allowed for the initial transients to disappear, whereas using a regular wave approach in a dynamic analysis implies that the '100 year wave' is a steady condition.

Due to computer time savings the frequency domain analysis is usually preferred, but if

one wants to study effects such as drag, an earthquake, or non linear wave theories the time integration method is needed.

Frequency domain methods can be divided into deterministic and probabilistic methods. The deterministic analysis applies a series of design waves and uses the long term exceedance diagram for fatigue. Probabilistic methods have become increasingly popular with analysts during recent years. They can be used to study the behaviour of the structure during the extreme design storm and its long term behaviour by analysing it for a range of sea states.

Spectral curves of wave height are the information needed to start the probabilistic analysis. They are then converted into spectral estimates of forces by applying a transfer function which is simly the square of the resulting wave force per unit wave height. The new spectrum (see Fig. 5) is then multiplied by the ordinates of the structural transfer function. This transfer function is the square of the dynamic response per unit wave force. The final response curve can then be intergrated and it produces the variance, for displacements or stresses. The procedure can be extended to obtain other statistical information about the system such as long term behaviour. The drawback is that one analysis is required for each

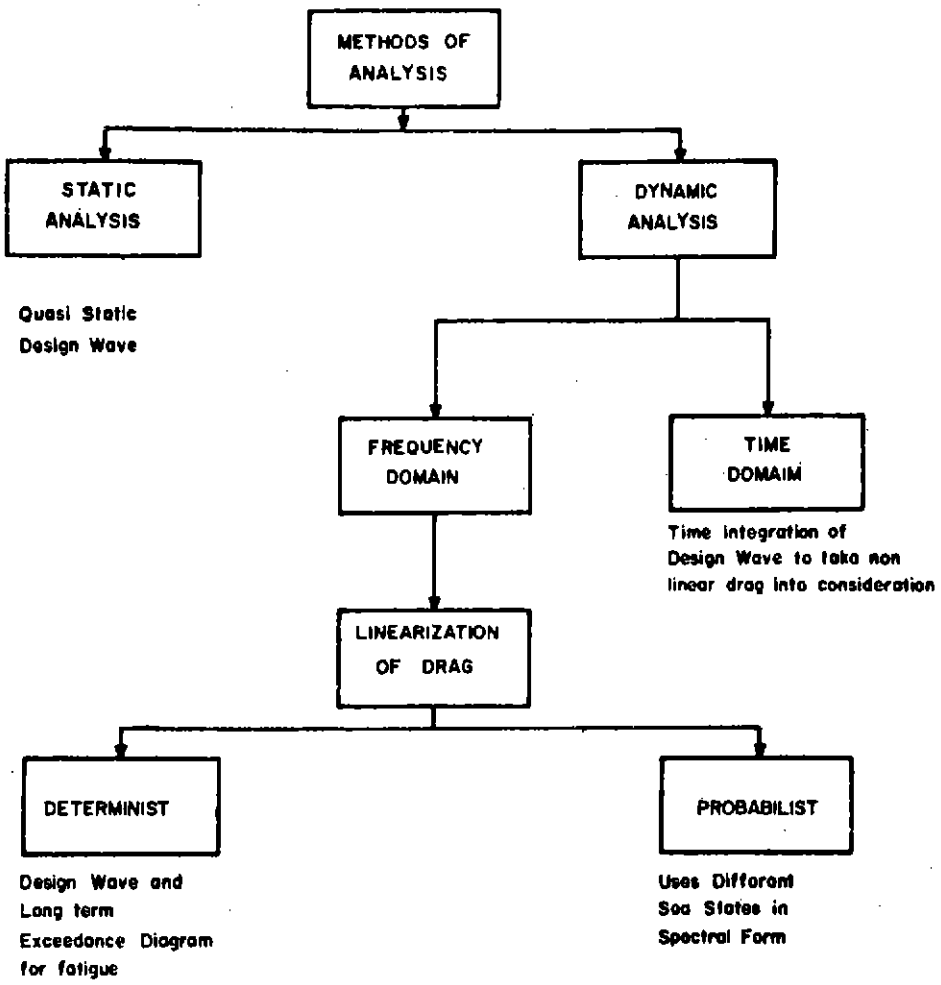


Fig. 4 Method of Analysis.

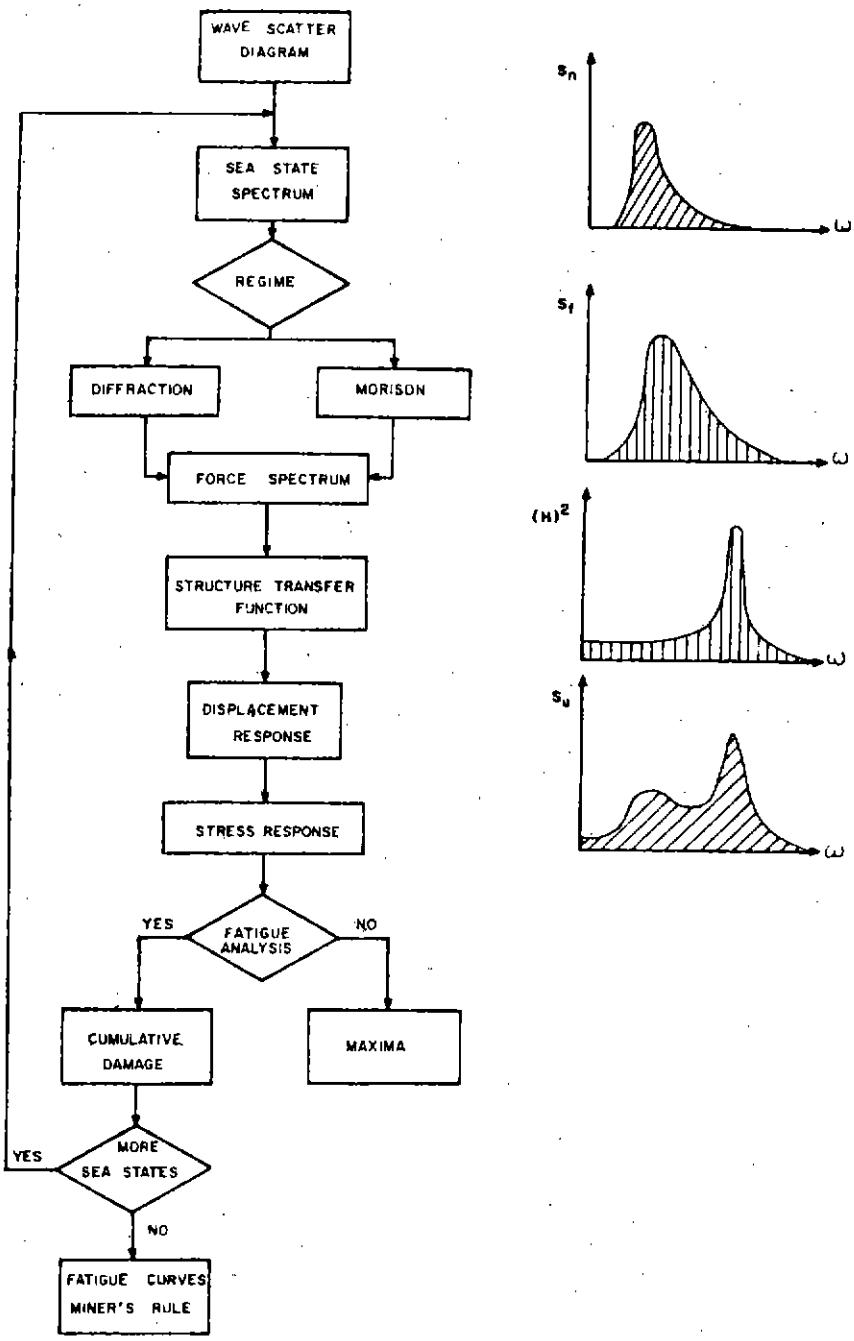


Fig. 5. Probabilistic Analysis.

sea state in order to study cumulative damage.

It is nowadays accepted that the probabilistic analysis[7,8] gives good result and is the type of analysis recommended for large structures.

4. WAVE KINEMATICS

Wave kinematics are concerned with the evaluation of water particle velocities and accele-

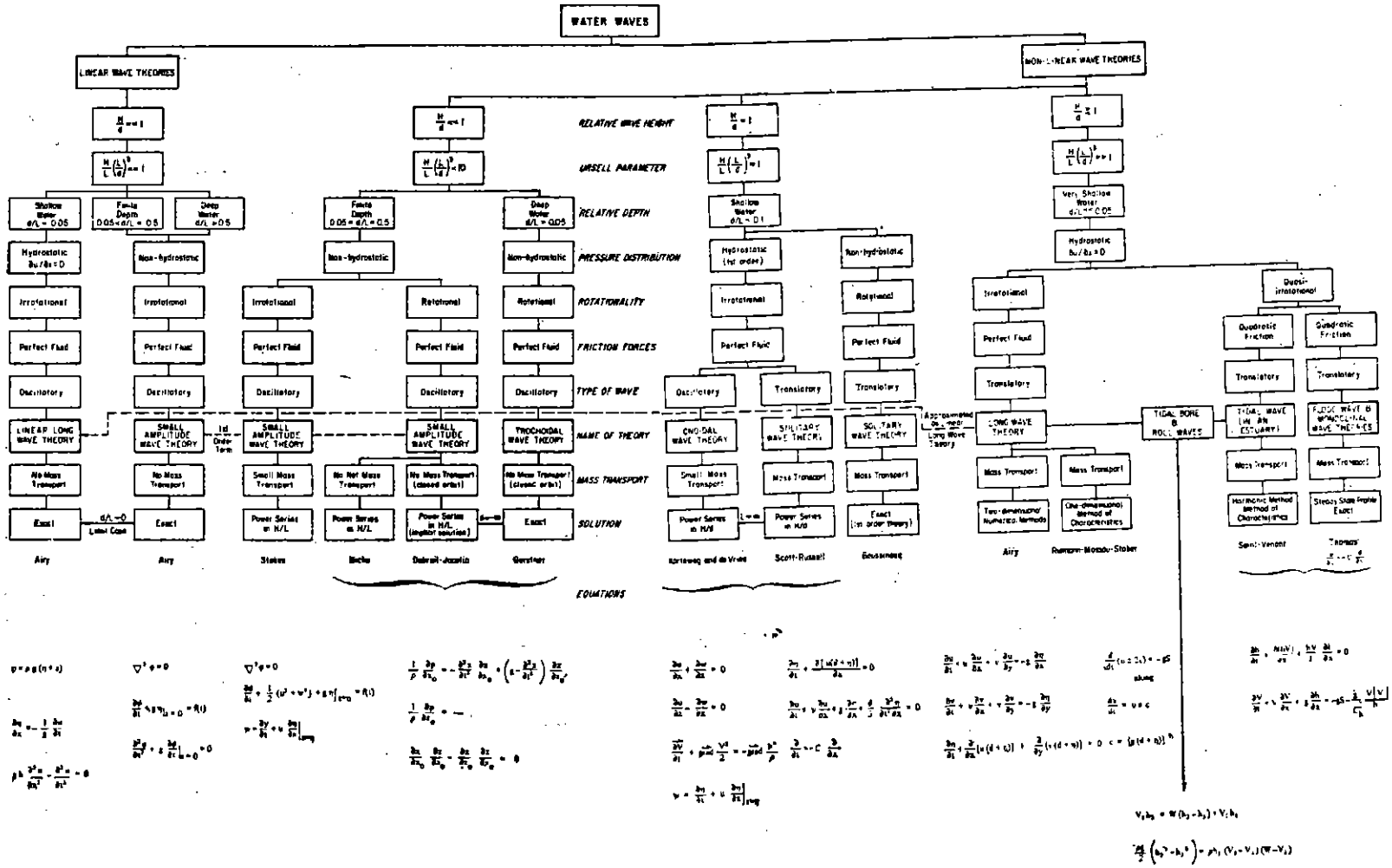


Fig. 6. Linear, nonlinear wave theories (after LeMehaute).

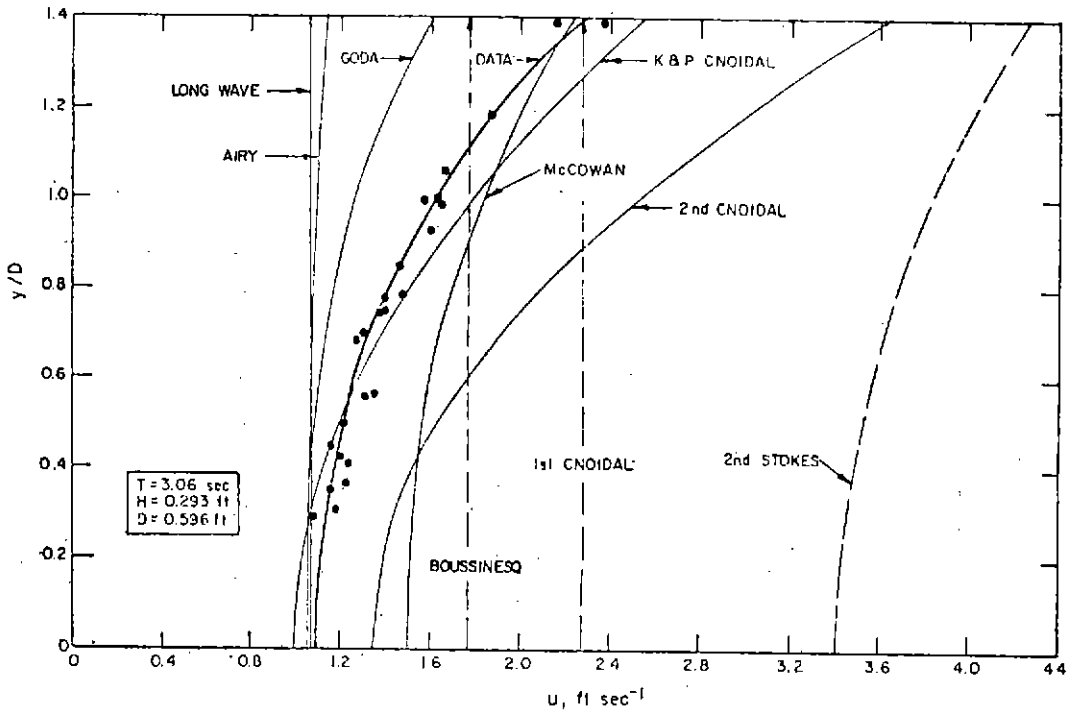


Fig. 7. Horizontal Particle Velocity under thet Crest-Near-Breaking Wave (from Le Mehaue, Divoky and Lin, 1968).

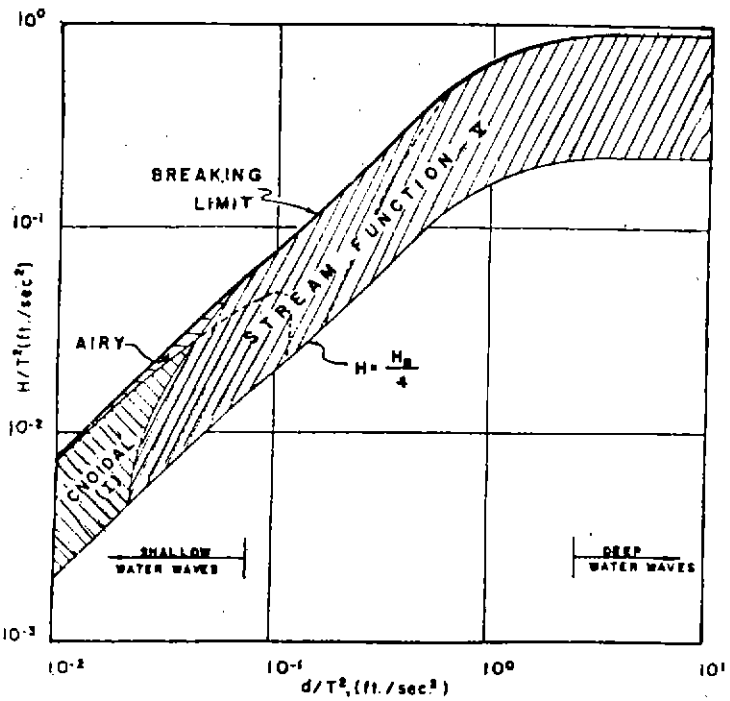


Fig. 8. Periodic Wave Theories Providing Best Fit to Dynamic Free Surface Boundary Condition. (Analytical and Stream Function V Theories) (from Dean, 1968)

ration. A large number of wave theories have been developed in an attempt to describe the complex motion of ocean waves. Each theory, be it linear or non linear, analytic or numerical has its own limitiation and range of application (Fig. 6)[9] Le'mehaut'e (1968)[10] have made careful laboratory studies and compared their measurements with predictions made using a number of linear wave theories. An example of his results is shown in Fig. 7. They concluded that the cnoidal wave theory of Keulegan & Patterson appeared to be most adequate for the range of wave parameters and water depth studied.

Dean (1968) has made analytic studies of the wave profiles predicted by many theories, including his "stream function wave theory" in order to determine the probable useful ranges of the theories. His results is shown in Fig. 8.

A review in validity studies of wave theories tends to recommend cnoidal theory for shallow water waves of low steepness and stokes 5th order theories for steep waves in deep water and the stream function and extended velocity potential theory[13] seem to be more internally consistent over most of the range considered[14].

The wave theories is based on wave data, and the interpretation of wave data is made in many forms depending upon the purpose of analysis and application. The wave statistics for design is shown in the appendix.

5. WAVE FORCE

5.1. Morison Equation for airy's small amplitude wave theory is applied, the horizontal and vertical wave force can be expressed as:

$$F_{horl.} = -C_M F_M \sin \omega t + C_D F_D \cos \omega t \,|\cos \omega t| \tag{4}$$

$$-F_{vert.} = +C_M F_{MV} \cos \omega t + C_D F_{DV} \sin \omega t \,|\sin \omega t| \tag{5}$$

Where the maximum vertical & horizontal drag & inertia force are:

$$\left.\begin{aligned} F_{MV} &= \frac{D^2}{2}\rho \frac{\pi^3 H}{T^2}\frac{\sinh kz}{\sinh kd} & F_M &= \frac{\pi^3 D^2}{2}\rho \frac{H}{T^2}\frac{\cosh kz}{\sinh kd} \\ F_{DV} &= \rho \frac{D}{2}\left(\frac{\pi H}{T}\frac{\sinh kz}{\sinh kd}\right)^2 & F_D &= \rho \frac{D}{2}\left(\frac{\pi H}{T}\frac{\cosh kz}{\sinh kd}\right)^2 \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Where z is the vertical distance above sea bottom, h is water depth. The horizontal & vertical force is shown in Fig. 9.

For the case of vertical cylindrical pile under nonbreaking wave condition, the vertical

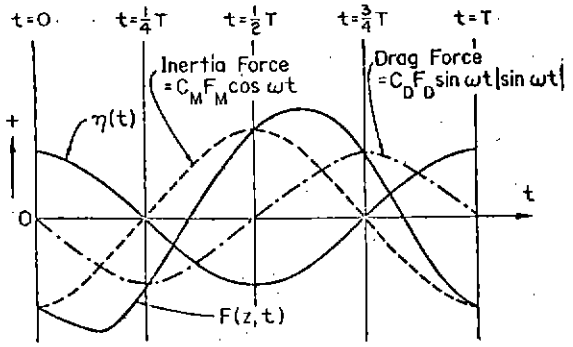


Fig. 9a. Sign Convention of $\eta(t)$, and the Vertical Forces.

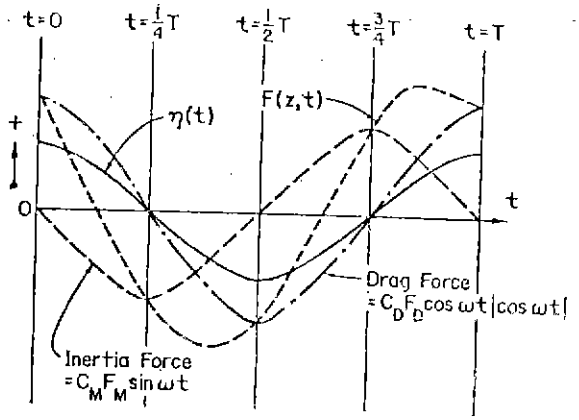


Fig. 9b. Sign Convention of $\eta(t)$ and the Horizontal Forces.

water particle velocity and acceleration is neglected, so the total wave force is horizontal force. Eq. (4) can be rewritten as:

$$F_T=(F_D)_{max}\cos\omega t\,|\cos\omega t|+(F_M)_{max}\sin\omega t \tag{4a}$$

Dr. Goda (1964)[15] assumed u and $\dot{u}$ vary sinusoidally with respect to time, for the sake of simplicity so Eq. (4a) may be represented as:

$$F_T=(F_D)_{max}\cos^2\frac{2\pi t}{T}+(F_M)_{max}\sin\frac{2\pi t}{T} \tag{4b}$$

The maximum value of the total force is derived from the above expression after a little manipulation as:

(case 1) $(F_M)_{max}\geq 2(F_D)_{max}$

$$(F_T)_{max}=(F_M)_{max}\quad \text{at } t=-T/4 \tag{7a}$$

(case 2) $(F_M)_{max}<2(F_D)_{max}$

$$(F_T)_{max}=(F_D)_{max}+\frac{(F_M)_{max}^2}{4(F_D)_{max}}\quad \text{at } t=\frac{T}{2\pi}\sin^{-1}\left[\frac{(F_M)_{max}}{2(F_D)_{max}}\right] \tag{7b}$$

The assumption of Eq. (4b) & (7) is not true from the theoretics theoretical point of view. Therefore the difference between the actual and calculated value with Fq. (7) is 50% for the largest one.

Dean and Harleman (1971)[16] investigated the total force on the pile at any time is the integral of dF_T over the submerged length that is

$$F_T=\int_0^{h+\eta}dF_T=\int_0^{h+\eta}dF_D+\int_0^{h+\eta}dF_I$$

With small amplitude wave theory, they have got:

(case 1) Shallow water

$$F_T=\gamma\frac{C_D D}{2}a^2\cos\sigma t\,|\cos\sigma t|-\gamma\frac{C_M\pi^2D^2}{2}\frac{a}{T^2}\sqrt{\frac{h}{g}}\sin\sigma t \tag{4c}$$

(case 2) Deep water

$$F_T = \gamma \frac{C_D D}{4} a^2 \cos \sigma t \mid \cos \sigma t \mid - \gamma \frac{C_M \pi D^2}{4} a \sin \sigma t \tag{4d}$$

Skjelbria *et al.* (1960)[17] have prepared tables based on stokes fifth order wave theory. For a wide variety of given wave conditions, these tables may be used to obtain the variation of F_I, F_D, and also the force position along the pile. Similar tables based on Dean's numerical stream function theory (Dean 1965)[18], for structure design of a single vertical pile the total horizontal force acting on the pile and the total moment of force about the sea bottom are

$$F_{im} = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H K_i ,$$

$$F_{Dm} = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 K_D . \tag{8}$$

$$M_{im} = F_{im} d S_i ,$$

$$M_{Dm} = F_{Dm} d S_D . \tag{9}$$

K_i, K_D, S_i S_D are drag, inertia force factor and lever arm for F_D & F_I respectively. Using Dean's stream function theory (Dean 1974)[19] the graphs had been prepared (i. g. Dean 1965a) Dean treat it in another way as:

$$F_m = \phi_m w C_D H^2 D , \tag{8a}$$

where

$$W = \frac{C_M D}{C_D H} .$$

similarly:

$$M_m = \alpha_m w C_D H^2 D d , \tag{9a}$$

ϕ_m & α_m are the coefficient can be found from the figure based on stream function theory Morison equation also can be rewritten as:

$$F_T = 1/2\, C_D \rho A U_{max}^2 \cos \theta \mid \cos \theta \mid - \rho C_m v U_{max} \sin \theta \tag{3a}$$

where $\theta = 2\pi t/T$ is the wave phase angle, Eq. (3a) also can be rewritten as

$$F_T = 1/2\, \rho A U_{max}^2 \left(-4\pi C_M \sin \theta / K_c + C_D \cos \theta \mid \cos \theta \mid\right) \tag{10a}$$

$$F_T = \rho v U_{max} \left(C_M \sin \theta + C_D K_c \cos \theta \mid \cos \theta \mid / 4\pi\right) \tag{10b}$$

where $K_c = U_{max} T/D$ is called Keulegan Carpenter Number.

For large values of K_c when 1st term in Eq. 10a is negligible and the force approaches the drag force for a cylinder in a steady flow (Fig. 10). Conversely, for small values of K_c the 2nd term in Eq. 10b is negligible in comparison with the first, and force becomes the pure inertia force associated with the Froude-Krylou and Virtual added mass terms calculable for Potential flow. For values of K_c between these extremes. Recent studies have shown that 1st & 2nd term can be strongly influenced by viscous flows. So the concept of clear division between drag & inertia therefore loses much of its meaning.

5.2. Wave Differaction Theory

When the diameter of a pile is not negligible in comparison to wave length, the wave interact with the piling causing wave deformation, reflection and diffraction.

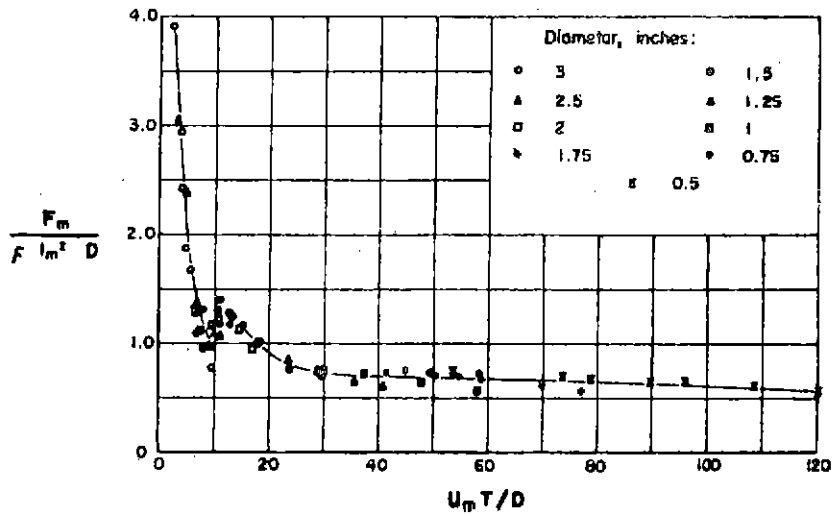
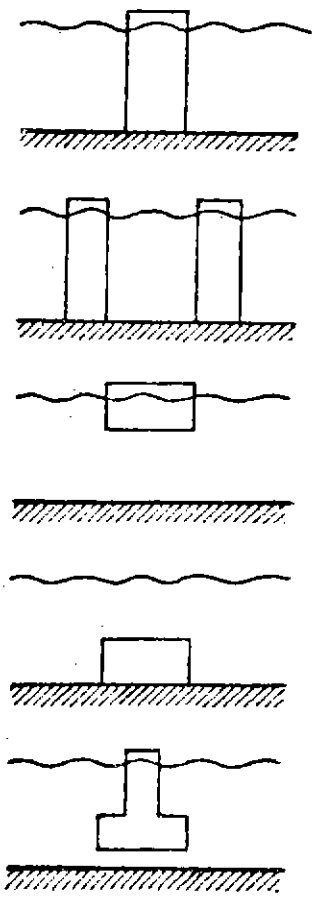


Fig. 10. Variations of the maximum force on cylinders. (after Keulegan and Carpenter, 1958)



McCamy and Fuchs (1954)

Spring and Monkmeyer (1974), 1975), Chakrabarti (1978)

Black, Mei and Bray (1971), Garrett (1971)

Black, Mei and Bray (1971), Gran (1973)

Kokkinowrachos and Wilckens (1974)

Fig. 11. Some Vertical Circular Cylindrical Bodies.

Water wave diffraction is the phenomenon whereby energy is transfered laterally along a wave crest. Maccamy and Fuchs (1954)[20] were the first investigator to apply the diffraction theory to the deformation of periodic plane waves about a single circular cylinder. Spring and Monkeyer (1969)[21] extended the work by treating the interaction of plane wave with a row of cylinders. Various kinds of vertical circular bodies as sketched in Fig. 11 have been studied and some pertinent references[22~25] are listed in the figure.

According to Maccamy and Fuchs wave diffraction theory, the horizontal component of the force per unit length is given by

$$F=\frac{2\rho gH}{k}\frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd}A\left(\frac{\pi D}{L}\right)\cos(\sigma t-\beta) \tag{11}$$

Where the origin ($t=0$) is measured from a free surface zero upcrossing, and

$$\tan\beta=\frac{J_1'(\pi D/L)}{Y_1'(\pi D/L)} \tag{12}$$

$$A\left(\frac{\pi D}{L}\right)=\left[J_1'^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)+Y_1'^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)\right]^{-1/2} \tag{13}$$

Where J_1, Y_1 are the Bessel function of the first and second kinds of the 1st order, the prime denoting differentiation. F is only the inertia component, the appropriate inertial coefficient is given by

$$C_M=1+C_m=\frac{16}{\pi}\frac{1}{(\pi D/L)^2}\frac{1}{\sqrt{J_1'(\pi D/L)^2+Y_1'(\pi D/L)^2}}\frac{\cos(\sigma t-\beta)}{\cos\sigma t} \tag{14}$$

The variables of β, A, and C_M are shown in Fig. 12.

5.3. Lift Force

There are a very important influence on the shedding, convection and interaction of vortices occurred in the boundary of pile.

If we consider a vertical cylinder or horizontal cylinder coplanar with orbital motion (Fig. 13) and it may praduce transverse force, is often termed lift force.

A significant difference between the coplanar horizontal cylinder and the vertical cylinder is that the force will have a length-wise periodic variation (Fig. 14) in unison with the wave

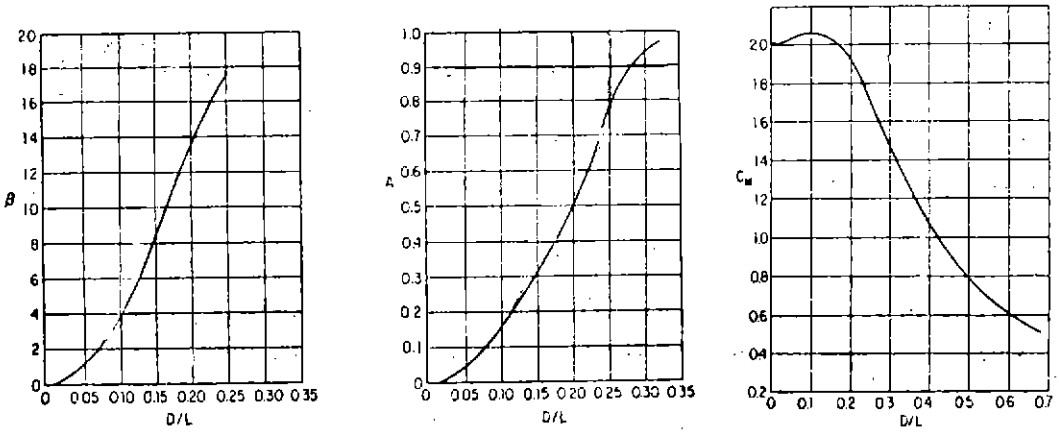


Fig. 12. Plot of β_1 A, C_M versus D/L.

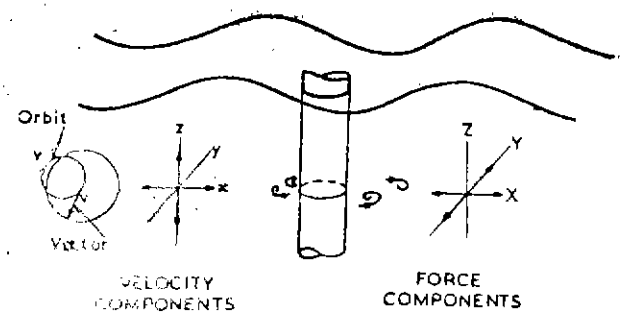


Fig. 13a. Vertical Cylinder in Waves.

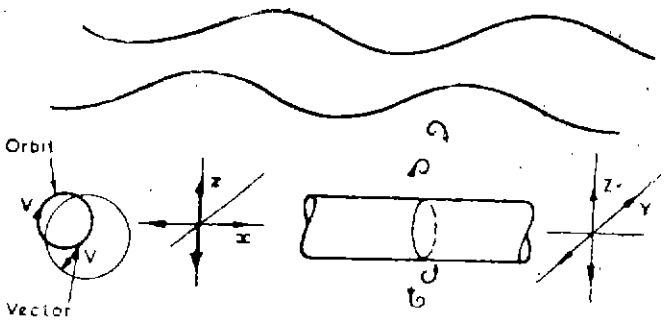


Fig. 13. Horizontal Cylinder co-planar with Orbital Motions.

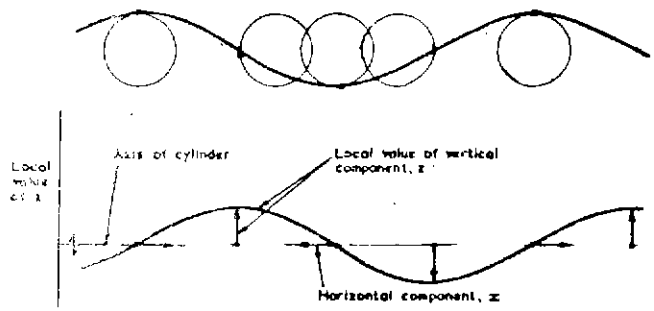


Fig. 14. Lengthwise Variation of Velocity along Cylinder co-planar with Orbital Motions.

motion.

Chang (1964)[26] found when $K_c<3$ there are no significant eddy occurs and also no lift force arise. He also found the eddies are shed at a frequency twice the wave frequency then two eddies were shed after the passage of wave crest also two on the return flow at the wave trough so the lift force may be used is

$$F_L = F_{Lm}\cos 2\theta = C_L \frac{\rho g}{2} D H^2 K_{Dm}\cos 2\theta \,. \tag{15}$$

Where F_L is the lift force, θ: wave phase, C_L is the empirical lift Co., Bidde (1971)[27] investigated the ratio of max. lift force to max. lift force to max. drag force F_{Lm}/F_{Dm} which is equal to C_L/C_D.

If there is no phase difference between the lift & drag force ($\theta=0$), Fig. 15 illustrates the dependence of C_L/C_D on K_c. C_L increases until it is approximately equal to C_D (for rigid

pile only). Example of transverse force measured on vertical cylinders is shown in Fig. 16. Miller and Matten (1975)[38] is a direct comparison between the variation of inline and transverse force for a vertical cylinder in regular wave in the laboratory for subcritical condition and is a typical result widely obtained in such conditions.

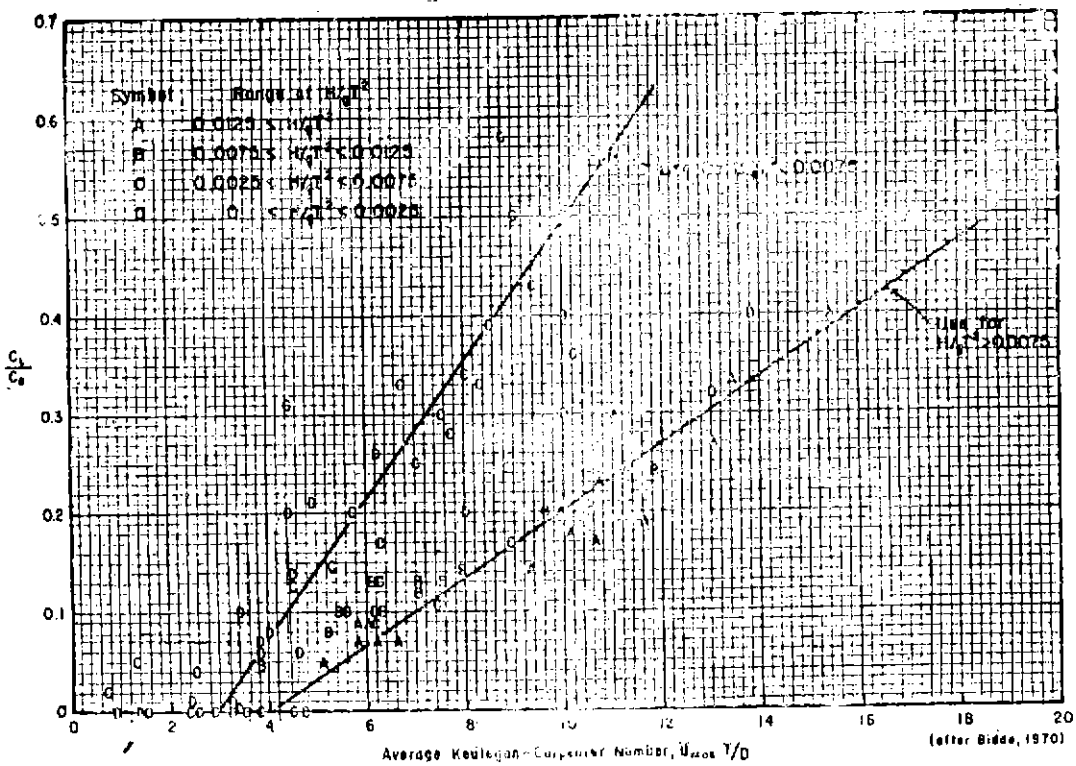


Fig. 15. Variation of C_L/C_D with Keulegan-Carpenter Number and H/gT^2.

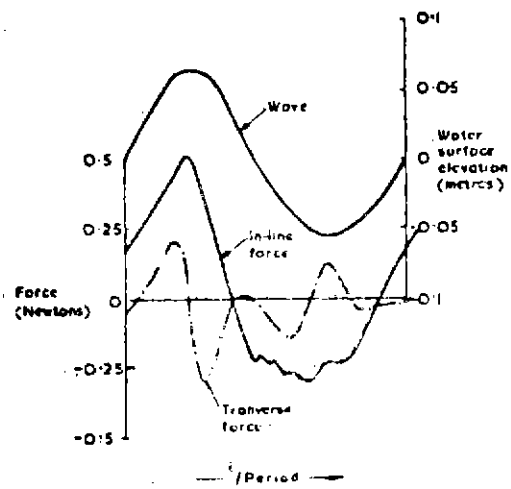


Fig. 16. Comparison between Transverse and In-line Forces for a Vertical Cylinder in Regular Waves. (Miller & Matten)

6. SELECTION OF HYDRODYNAMIC FORCE COEFFICIENT C_D & C_M

In order to obtain the wave force with more greater accuracy, sometime more exact calculations require the use of appropriate wave table such as those of Dean (1973) or Skjelbria *et al.* (1960). In such case, the value of C_M & C_D should be selected carefully by the wave theory used and the purpose of the structure. The correct values of C_M & C_D is a very interest topic in these decades, many experiments have been conducted both in the ocean & in laboratory. Fig. 17 show the C_D verus Re for steady unidirectional flow, it gives a summary of previous investigations and a design line recommended by the Coastal Engineering Research Center, U. S. Army Corps of Engineers. Where U_{max} is the max. horizontal velocity at the water surface $y=0$.

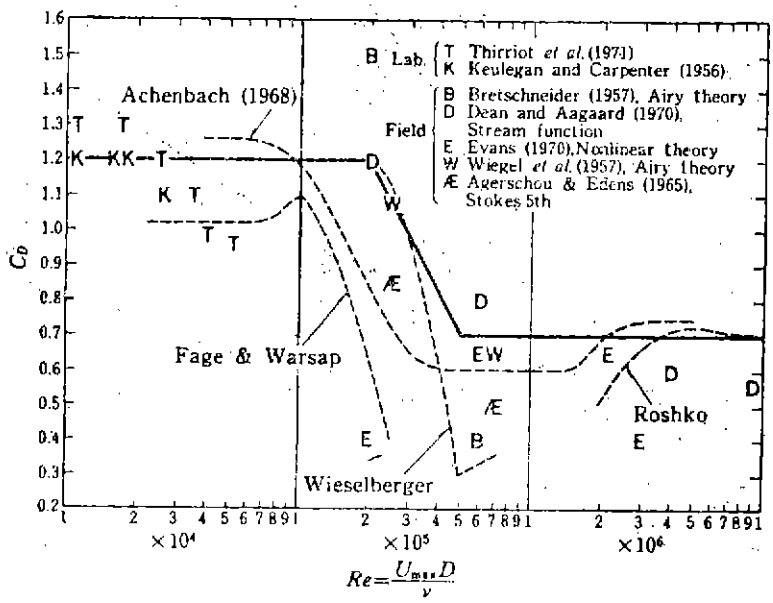


Fig. 17. Variation of drag coefficient, C_D, with Reynolds number, R_e (after Shore Protection Manual, Cerc, 1973).

Keulegan & Carpenter (1956)[20] in a laboratory study found C_D & C_M have relationship with the so called K_c number as Fig. 18 shown. In recent laboratory study, Thirriot *et al.* (1971)[30] found the steady state value of C_D could apply to oscillatory motion provided that $H/D>20$ L_A/L_o.

The theoretical prediction of C_M is by Maccamy and Fuch (1954) as Fig. 12 shown. Table 1 & 2 presents values of C_M & C_D reported by various investigator.

Some insight into the appropriateness of Morison's equation can be gained through a dimensional analysis. For the sake of simplicity consider the force exerted on a circular cylinder placed in a simple rectilinear, harmonically oscillating flow. The instantaneous force is denoted by F and the cylinder is characterized by its diameter and roughness height, d and k, respectively. The pertinent fluid properties are its density, ρ, and kinematic viscosity, ν. If the fluid motion is sinusoidal it may be completely characterized by the amplitude, a, and period, T. Thus, the instantaneous force per unit length of cylinder can be expressed as

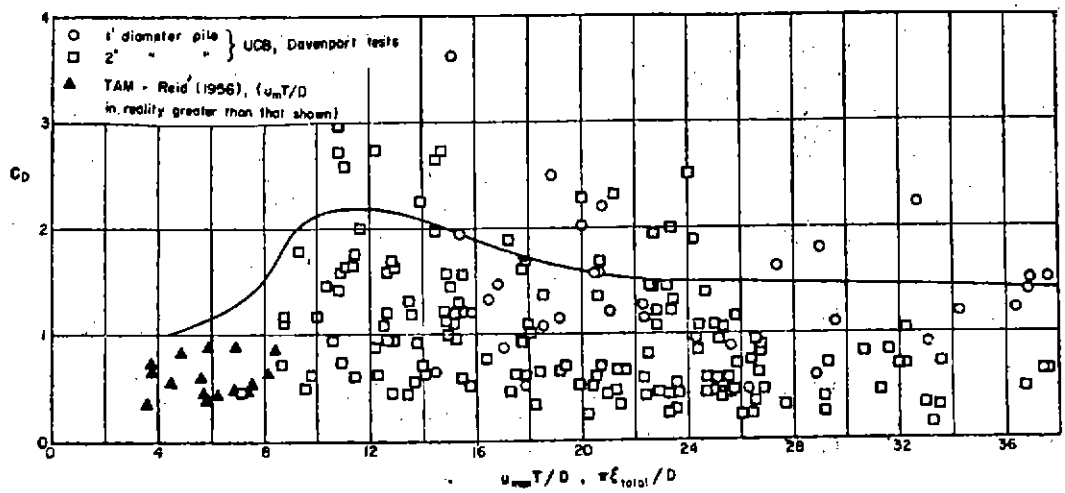


Fig. 18a. Crmperison of C_D with the Keulegan-Carpenter modulus.

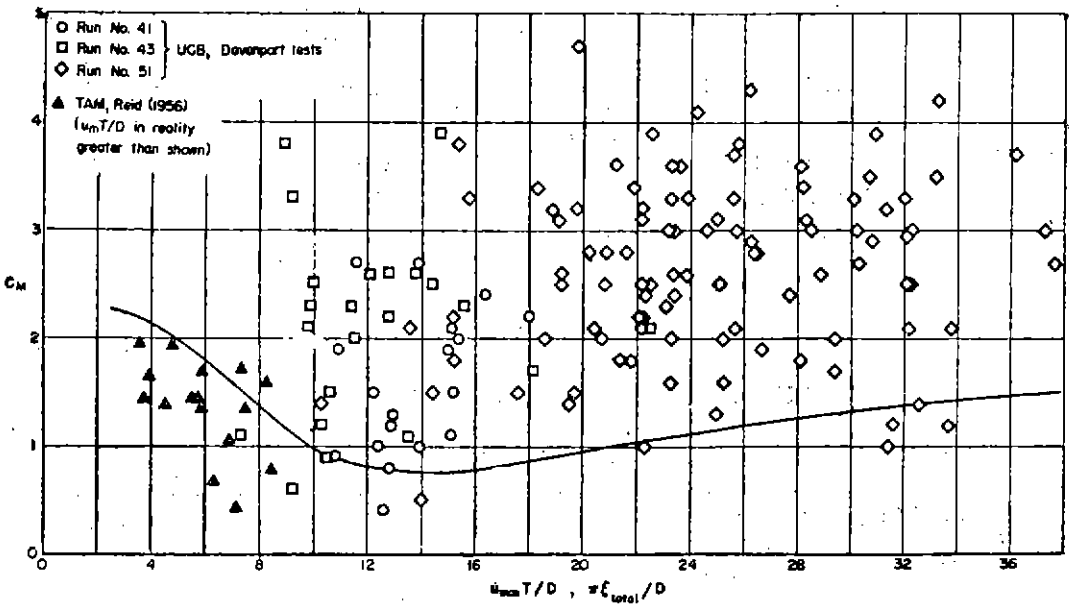


Fig. 18b. Comparison of C_M with the Keulegan-Carpenter modulus.

$$F=f(t,\ a,\ T,\ d,\ k,\ \rho,\ \nu)$$

Which upon carrying out a dimensional analysis yields

$$F/\rho U_m^2 d=h(2\pi t/T,\ 2a/d,\ U_m d/\nu,\ k/d) \tag{16}$$

where $U_m=\dot{x}_m=2\pi a/T$ the velocity amplitude.

The Morison equation may be expressed as below:

$$\frac{F}{\rho U_m^2 d}=-\frac{\pi}{2}\frac{1}{(2a/d)}C_M\sin\frac{2\pi t}{T}+\frac{1}{2}C_D\cos\frac{2\pi t}{T}\left|\cos\frac{2\pi t}{T}\right| \tag{10a}$$

comparison Eq. (16) with (10a) we find

Table 1. C_M & C_D for Pile Structure Based on Different Wave Theory

Wave Theory	Force Coefficient		Remarks	Reference
	C_D	C_M		
Linear Theory	1.0	0.95	Mean values from ocean wave data on 13 and 24in diameter cylinders	Wiegel, *et al.* (1957)
	1.0-1.4	2.0	Recommended design values based on a statistical analysis on published data with a 98% confidence level	Agerschou and Edens (1965)
Linear Filtering	0.6	1.5	Mean values from Wave Force II data based on highest 50% of measured peak forces	Wheeler (1969)
Stokes Third Order	1.34	1.46	Mean values from laboratory oscillatory flow on 2 to 3 in. diam. cyl.	Keulegan and Carpenter (1958)
Stokes Fifth Order	0.57	3.1	Mean values from a statistical analysis of Weigel, *et al*'s data	Bretschneider (1967)
	0.5	1.2	Mean values from Wave Force I data Small waves at 30 ft water dehtd	Evans (1969) Marshall and Bea (1976)
	0.38	1.76	Mean values from Wave Force II data. Larger waves at 100 ft water depth	
	0.8-1.0	2.0	Recommended design values based on a statistical analysis of published data with a 98% confidence level	Agetschou and Edens (1965)
Cnoidal	Same as Stokes 5th		For small amplitude waves	Mallery, *et al.* (1972)
	Lower than Stokes 5th		For steep waves near breaking	
Stream Function	0.55	1.33	Based on analysis of Wave Force I and II data for high Reynold's number range	Aagaard and Dean (1969)

Table 2. Experimentally Determined Values of C_M

Investigator	Approximate R_e	C_M*	Type of Experiment and Theory Used
Keulegan and Carpenter (1965)	$<3\times10^4$	1.5 to 2.5	Oscillaory laboratory flow (A/D 6)
Bretschneider (1957)	1.6×10^5 to 2.3×10^5	2.26 to 2.02	Field experimentst
	3.8×10^6 to 6×10^5	1.74 to 1.23	Linear Theory
Wilson (1965)	large ($>5\times10^5$)	1.53	Field experiments, spectrum
Skjelbreia (1960)	large ($>5\times10^5$)	1.02±0.53	Field experiments, Stokes Fifth Order Theory
Dean and Aagaard (1970)	2×10^5 to 2×10^6	1.2 to 1.7	Field experiments, Stream-function Theory
Evans (1970)	large ($>5\times10^5$)	1.76±1.05	Field experiments, Numerical Wave Theory or Stokes' Fifth Order Theory
Wheeler (1970)	large ($>5\times10^5$)	1.5	Field experiments, Modified spectrum analysis using C_D=0.6 and C_M=1.5 the standard deviation of the calculated peak force was 33 percent

$$C_M = \Phi(2\pi t/T,\ 2a/d,\ U_m d/\nu,\ k/d) \quad (17a)$$

$$C_D = \Psi(2\pi t/T,\ 2a/d,\ U_m d/\nu,\ k/d) \quad (17b)$$

where $2a/d=(U_m T/d)/\pi$ is termed as Keulegan-Carpenter number. Therefore C_M & C_D are considered to be functions of the phase angle, K_c number, Reynold number and relative roughness. It should be emphasized that the Morison equation taken together with Eq. (17) is strictly valid only for sinusoidal motion and even for this simple case C_M & C_D are found to be dependent of four dimensionless parameters. For more complex motion such as due to irregular waves many more dimensionless parameters would appear in Eq. (17). It is common practice to disregard the dependence of the two co. on the first parameter in (17). i. e. the phase angle; and seek Co. which are are constant over a complete cycle of the motion.

In recent years a number of experimental programs[81~84] have been conducted to determine the drag and inertia coefficients in simple sinusoidal, rectilinear flow past smooth and rough cylinders. It is believed that this this type of basic data could form a rational basis for selection of the coefficients for design of offshore structures.

The complete study of this type which covers a fairly substantial Reynolds number and relative roughness range is given in Ref. 34 & 35 Typical results for a Keulegan-Carpenter number of 20 (which corresponds to an amplitude ration of $2a/d=K_c/\pi=6.37$) are shown in Figs. 19 and 20 also shown on this curve are the postcritical values of the drag coefficient in steady flow. The shape of the C_D versus Re curve shown in Fig. 4 appears similar to that found in steady flow with the exception that the curves are shifted to lower values of Re. This is expected behavior because the turbulence of wake of preceding cycles tends to cause early transition to turbulent boundary layer flow, thus shifting the transition Reynolds numbers to lower values.

Sarpkaya's U tube results for rough cylinder shows very large increase in C_D due to roughness and C_D become independent of Re for $Re>1.5\times10^5$, but Garrison (1980)[85] shows C_D to decrease sharply for $Re>2\times10^5$ for more test about the effect of roughness. Wake flow condition etc. should be done both field & laboratory to get more clear understand.

7. CONCLUSION REMARKS

1. Dependent on the geometry of the pile relative to the wave height and length, drag, lift, inertia, diffractive, and reflective forces may be present at varying degrees. Forces on a semisubmersible platform may be dominated by inertia forces while in the same seastate, a template platform may be drag dominated. As the wave height decreases, the template platform forces will become more and more inertia dominated. Recognition of these geometrical factors have important implications in definition of design coefficients and interpretation of both laboratory and field test data. In addition, factors such as member shape, roughness (due to marine fouling), inclination, proximity to free surface and bottom, and spacing will have important influences on wave force coefficients.

2. Morison's equation continues to be the best expression available of the wave load mechanism in volved in the drag-inertia regime. The need extend it to include the vortex induced transverse force component is urgent and it will require significant development.

3. For a large structure, the loading mechanism relativant to the diffraction reflection

regime appears to be well represented by the linear potential solution currently employed where these be based on source distribution or finite element techniques. The good agreement found invariably between mathematical and physical model.

4. Values of C_M & C_D are based on correlations of wave theory descriptions, and laboratory or field measurements. Such values may or may not be equivalent to design coefficients which are based on a specific engineering procedure intended to develop pile with desired cost, strength, and reliability characteristics.

5. Coefficient for regular periodic waves will differ from those for irregular nonperiodic wave, both test coefficient must be check carefully.

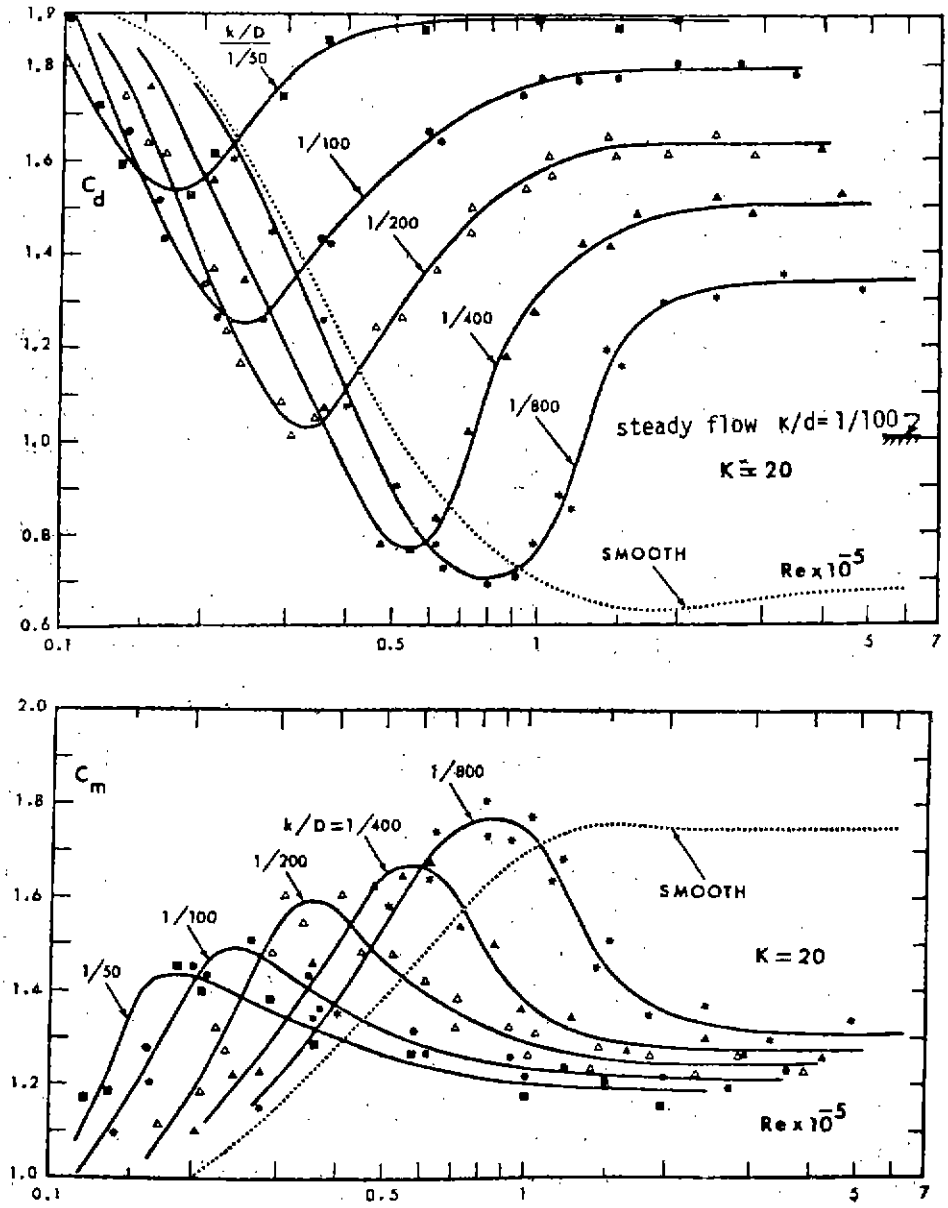


Fig. 19. C_D and C_M Versus R_e for various K/D, (K=20).

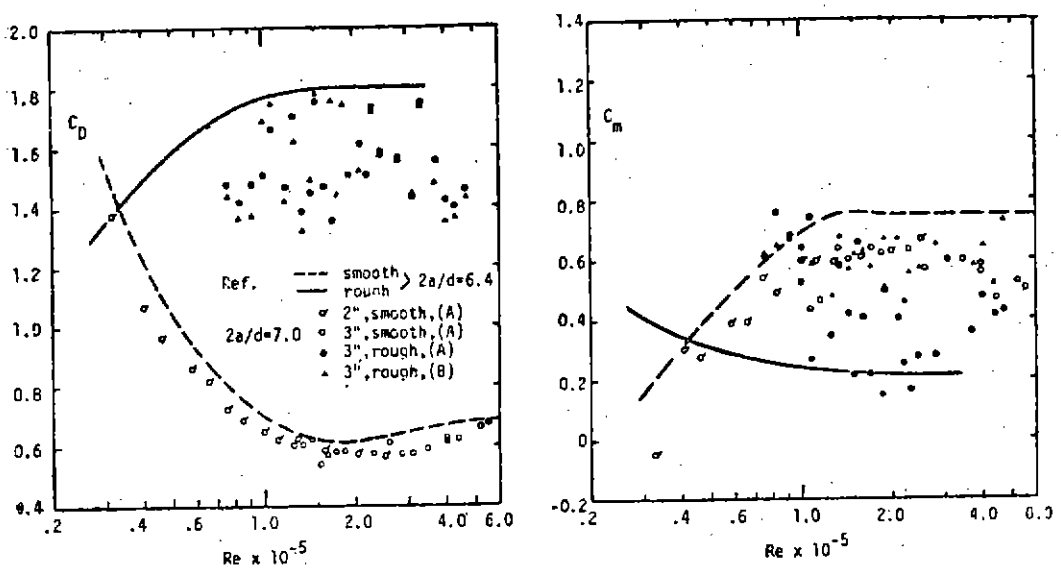


Fig. 20. C_D and C_M in oscillatory flow.

6. The reliability of the estimate wave height & period with a given recurrance period depends upon the accuracy of original data. If we want the more safety of the structure then we should need take more field data for analysis.

7. For shallow water depths where the wave form and kinematics have been significantly influenced by shoaling and refraction process thus coefficient derived from correlations based on theoretical shallow wave kinematics should be extrapolated to deeper water with great causion.

8. When a heavy platform to be supported by a pile, which is constructed at a great water depth, dynamic structure analysis is required for the design. The reason is that the natural frequency of that structure may be rather close to the wave period, hence resonance should be induced, therefore the response characteristics of the structure should be investigated by using irregular wave conditions.

REFERENCES

1. DALTON, C. and NASH, J. M. (1976): Wave Slam on Horizontal Members of an Offshore Platform, Offshore Technology Conference (OTC) paper 2500.
2. SARPKAYA, T. (1978): Wave Impact Loads on Cylinders OCT 3065.
3. KAPLAN and SILBERT, M. N. (1976): Impact Forces on Platform Horizontal Members in the Splash Zone; OTC 2498.
4. FATINSEN, O. *et al.* (1977): Water Impact Loads and Dunamic Response of Horizontal Circular Cylinder in Offshore Structure, OCT 2741.
5. ISAACSON, M. de st. Q. (1979): Wave Induced Forces in the Diffraction Regime, Mechanics of Wave Induced Force on Cylinders edited by T. L. SHAW pp. 68-89.
6. MORISON, J. R. M. P. O'BRIEN, J. W. JOHNSON and S. A. SCHAAF (1950): The Forces Exerted by Surface Waves on Piles, Petroleum Transactions, AIME vol. 189, pp. 49-154.
7. BORGMAN, L. E. (1972): Statistical Models for Ocean Waves and Wave Forces; Advances in Hydroscience Academic press vol. 8.
8. TICKELL, R. G. and HOLMES, P. (1978): Approaches to Fluid Loading, Probabilitic and Deterministic Analyses, chapter 2 Numerical Methods in Offshore Engineering Eds. Zienkiewicz *et al.*, J. Wiley.

9. LE MEHAUTE, B. (1969): An Introduction to Hydrodynamics and Water Waves, vol. II: Water wave theories ESSA Tech. Rep. ERL 118-POL 3-2 U.S. Govt, printing office.
10. LE MEHAUTE, B., DIVOKY and A. LIN (1968): Shallow water waves: A comparison of theorie and experiments Tetra Tech. Inc. Pasadena, California.
11. DEAN, R. G., and AAGAARD, P. M. (1970): Wave Forces: Data Analysis and Engineering Calculation Method, Journal of Petroleum Technology, vol. 22, No. 3.
12. DEAN, R. C. (1970): Relative Validities of Water Wave Theories, Proc. ASCE. 96 (WW1) 105-119.
13. LAMBRAKOS, K. F. and BRANNON, H. R. (1974): Wave Force Calculations for Strokes and Non-stokes Waves, OTC Paper No. 2039.
14. BEA, R. G. and LAI, N. W. (1978): Hydrodynamic Loading on Offshore Platforms, OTC Paper No. 3064.
15. GODA, Y. (1964): Wave Force on a Vertical Circular Cylinder: Experiments and a Proposed Method of Wave Force Computation, Rept. Port and Harbour Res. Inst. No. 8.
16. DEAN, R. G., and HARLEMAN, D. R. F. (1966): Interaction of Structures and Waves, Ch. 8, Estuary & Coastline Hydrodynamics, A. T. Ippen, ed., McGraw-Hill, New York.
17. SKJELBRIA, *et al.* and HENDRICKSON, J. (1961): Fifth Order Gravity Wave Theory; Proc. Seventh Conf. on Coastal Engineering vol. 1, Chapter 10.
18. DEAN, R. G. (1965): Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waves, J. of Geophysical Research, vol. 70.
19. DEAN, R. G. (1974): Evaluation and Development of Water Wave Theories for Engineering Application, SR-1, vols. I and II, U.S. Army Coastal Engineering Research Center, Stock Nos. 008-022-00083 and 008-002-00084, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
20. MACCAMY, R. C. and FUCHS, R. A. (1954): Wave Force on Piles: A Diffraction Theory; Beach Erosion Board, Washington D.C., Tech. Momo. No. 69.
21. SPRING, B. W. and MONKMEYER, P. L. (1969): Interaction of Plane Waves with a Row of Cylinders; Proc. Civil Engineering in the Ocean II pp. 979-998.
22. BLACK, J. L., MEI, C. C. and BRAY, M. C. G. (1971): Radiation and Scattering of Water Waves by rigid bodies, J. Fluid Mech. 46, 151-164.
23. GARRETT, C. J. R. (1971): Wave Forces on a Circular Dock, J. Fluid Mech. 46, 129-139.
24. GRAN, S. (1973): Wave Forces on Submerged Cylinders, OTC No. 1817.
25. KOKKINO WRACHOS, K. and [illegible] (1974): Hydrodynamic Analysis of Cylindrical Offshore Oil Storage Tanks, [illegible].
26. CHANG, K. S. (1964): [illegible] Forces on Cylinders Due to Vortex Shedding in Waves, M. A. Thesis, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.
27. BIDDE, D. D. (1971): Laboratory Study of Lift Forces on Circular Piles, Journal of ASCE ww 4.
28. MILLER, B. L. P. and MATTIES, P. B. (1975): A Technique for Analyses of Waves Loading Data Obtained in Model Tests, NPL Report Mar R136.
29. KEULEGAN, G. H. and CARPENTER, L. H. (1956): Forces on Cylinders and Plates in an Oscillatory Fluid, NBS Report No. 4821.
30. THIRRIOT, C., LONGREE, W. E., and BARTHET, M. (1971): Sur La Perte de Charge due a un Obstacle er Mouvement Periodique, Processing of the 14th Congress of the International Association of Hydraulic Research.
31. RANGE, P. J. (1969): Wave Forces on Cylinderical Members of Structures, Hydraulic Research, Hydraulic Res. Station Wallingford, England.
32. GARRISON, C. J., FIELD, J. B. and MAY, M. D. (1977): Drag and Inertia Forces on a Cylinder in Periodic Flow, Journal of ASCE vol. 103 (ww 2).
33. YAMOMOTO, T. and NATH, J. H. (1976): High Reynolds Number Oscillatory Flow by Cylinders, Proc. 15th Coastal Engineering Conf.
34. SARPKAYA, T. (1976): Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough Circular Cylinders at High Reynolds Number, Tech. Report NSP-59SL7621 Naval Postgraduate School Monterey, CA.
35. GARRISON, C. J. (1980): A Review of Drag and Inertia Forces on Circular Cylider, OTC No. 3760.

APPENDIX: WAVE STATISTICS FOR DESIGN

Fig. A1 Shows the computational route of Design for wave loading on marine structure. Firstly, we should study the design wave climate including short term & long term wave field. The Rayleigh distribution is widely used as short term distribution of wave, whereas the weibull distribution is equally important in the long term statistics. A short term distribution is used to describe statistical properties of single wave records e.q. length from 20 to 30 minutes. A long term distribution is based on wave data from several years and the estimated distribution is normally extrapolated beyond the rage covered by the data to predict extreme wave conditions.

A1. Short-term Distribution of Wave Heights

The marginal distribution of individual wave heights is well approximately by the Rayleigh distribution given by

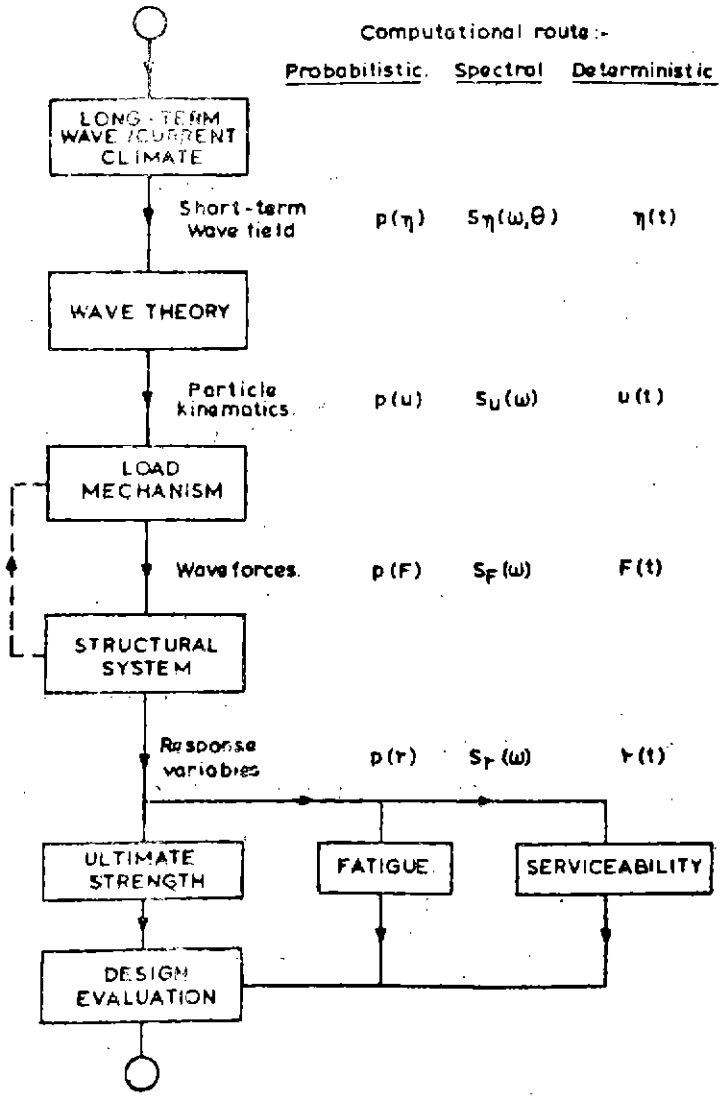


Fig. A1. Design for Wave Loading on Marine Structures.

$$p(x)=1-\exp\ (-a^2x^2) \tag{A1}$$

Where $p(x)$ is the distribution function or the probability that x does not exceed a given value.

$X=H/H_*$: nondimensional wave height

H_*: arbitrary reference height

$$a=\frac{H_*}{(8\ m_0)^{1/2}}=\begin{cases}1/\sqrt{8} & H_*=\sqrt{m_0}=\eta_{rms}\\ \sqrt{\pi}/2 & H_*=\overline{H}\\ 1 & H_*=H_{rms}\\ 1.46 & H_*=H\end{cases}$$

$$\eta^2_{rms}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\eta_i-\bar{\eta})^2$$

m_0 is the zeroth moment of the wave frequency of the spectrum, η^2_{rms} is the wave surface.

The wave height of which the probability of exceedance is $1/N$, could be easily obtained from Eq. (A1) as

$$X_N=\frac{1}{a}\sqrt{\ln N}$$

The average height of one-Nth highest waves is calculated as:

$$X_{1/N}=\frac{\int_{x_N}^{\infty}X\,p(x)\,dx}{\int_{x_N}^{\infty}p(x)\,dx}=X_N+\frac{N}{2a}Erfc\ (a\ X_N)$$

where $Erfc\ [x]=\int_x^{\infty}e^{-t^2}\,dt$

The maximum wave height (H_{max}) is a sample of N waves can be expressed as the most probable & mean value as:

$$(X_{max})_{mode}=\frac{1}{a}\sqrt{\ln N}$$

$$(X_{max})_{mean}=\frac{1}{a}\sqrt{\ln N}\ \left\{1+\frac{\gamma}{2\ln N}\right\}$$

where γ: Euler's constant ($=0.5772$)

The probability that the highest wave height exceeds the preassigned value X_{max} is:

$$\mu=1-\exp.\ (-N\ \exp\ (-a^2X^2_{max})).$$

Result obtained from this computation are summarized in Table A1 (Longuet-Higgins 1953)

Table A1. Expected Maximum Wave Height

N	50	100	200	500	1,000	10,000	100,000
$H_{max}/H_{1/3}$	1.42	1.53	1.64	1.77	1.86	2.15	2.46
H_{max}/H_{rms}	2.12	2.28	2.43	2.61	2.78	3.14	3.47

A2. Wave Period Distribution

The marginal distribution of individual wave periods is closely related with the joint dis-

tribution of wave heights and periods. Longuet-Higgins (1975) has derived the theory of the joint distribution for waves with a very nerrow band spectrum, which can be rewritten in the following form:

$$p(x,\ \tau)=\frac{2a^2x^2}{\sqrt{\pi}\ \nu}\exp\left\{-a^2x^2\left[1+\frac{(\tau-1)^2}{\nu^2}\right]\right\}, \tag{4}$$

where

$p(x,\ \tau)$: joint probability density function of nondimensional wave heights and period

$\tau=T/T_z$: nondimensional wave period

$$\nu=\left(\frac{m_0\,m_2}{m_1^2}-1\right)^{1/2}: \text{ spectral width parameter} \tag{5}$$

$$m_n=\int_0^\infty f^nS(f)df: \ n\text{-th moment of frequency spectrum} \tag{6}$$

The marginal distribution of wave periods is derived from Eq. (4) as

$$p(\tau)=\frac{\nu^2}{2[\nu^2+(\tau-1)^2]^{3/2}}$$

The joint distribution of Eq. (4) has its axis of symmetry at $\tau=1$, or $T=T_z$, and yields no correlation between wave heights and periods. On the other hand, ocean waves exhibit a distinctly positive correlation, especially at the portion of low waves (e.g., Goda 1978).

The statistics of wave heights and periods such as $H_{1/3}$ and $T_{1/3}$ have the inherent variability owing to the random nature of sea waves. The variability is mostly inversely proportional to the squre of number of waves as shown in Fig. 7 (Goda 1977).

A3. Long Term Statistics

When dealing with stationary ocean structure. Wave statistics with the time scale of a year or so becomes indispensable, which is called wave climate statistics it is also treated as

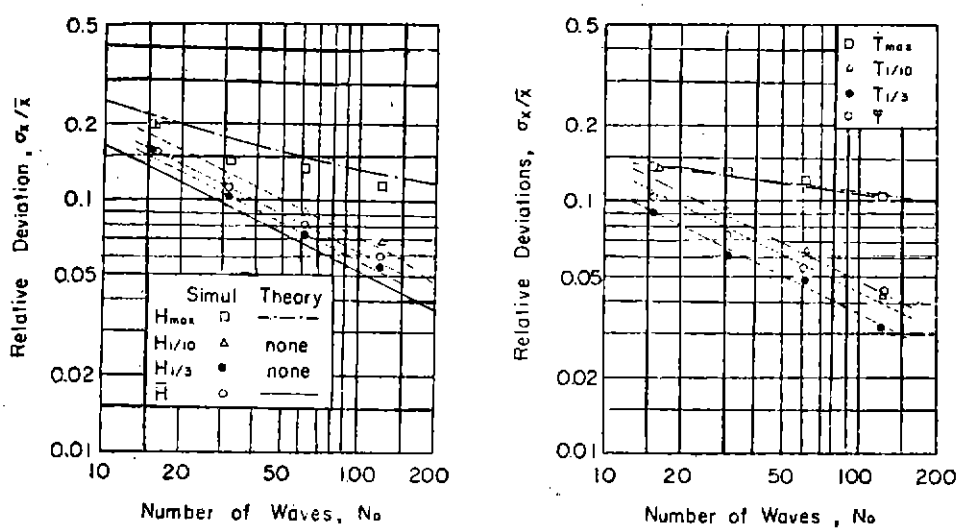


Fig. A2. Ratios of Standard Deviations to the Means of Characteristic Heights and Periods of Zero Upcrossing Waves. (Goda 1977)

a part of the long term statistics but the former aims at the general description of seasonal and annual wave conditions at specific locality. Whereas the letter is oriented for design application for the lifetime of structure, the wave climate statistics will focus on the distributions of sea parameter and sea state persistency.

The sea state used here is to denote the wave condition described by means of height, period and direction parameters.

The simplest wave climate statistic may be monthly, Seasonal and annual means of sea state parameter. Another method is the marginal distribution of wave height parameter in the form of nonexceedance or cumulative probability. (Jasper 1955) as follows:

$$p(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_y}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right)$$

where $y=\log H$

$p(y)$=probability density function of y

μ_y=mean of y

σ_y=standard deviation of y

When the log-normal distribution does not fit to the data the following weihull distribution is employed to approximately the observed distribution in (Battjes 1970 & 1972)

$$P(H\leq X)=\begin{cases}1-\exp\left[-\left(\frac{X-H_c}{H_0}\right)^K\right] & X\geq H_c\\ 0 & X<H_c\end{cases}$$

Where H_c: the height of swell persistent at the locality, H_0 and K are characteristic constant of weibull distribution can be determined by the best fitting to the observed wave data, $P(H\leq X)$ denotes the proability that the wave height less than a given level X.

The concept of extreme wave is associated with the design waves for stationary ocean structure.

The method for prediction of extreme wave conditions are basically:

1. extraportaion of long-term distribution of individual or characteristic wave heights.
2. extreme value analysis with annual maximum and
3. extreme value analysis with peak wave heights of major storms above a certain level.

The techniques of extreme valve analysis of wave data have been discussed by many perople, Petruaskes and Aagaard (1970) have proposed a combination of the Weibull (with K=0.75 to 2.0) and Gumbel distributions of the following for peak storm waves:

$$\text{Gumble:}\quad P(H\leq x)=\exp\left(-\exp\left(\frac{-X+B}{A}\right)\right)$$

$$\text{Weibull:}\quad P(H\leq x)=1-\exp\left(-\left(\frac{X-B}{A}\right)^K\right) \qquad (16)$$

The parameter A and B for both distributions are determined from observed data by the least square method. The choice of distribution functions is governed by the best fitting to a particular set of wave data the procedure of trial fitting is as follows:

1) Rearrange the sequence of extreme wave heights in descending order from the heighest.
2) Assign the proability of non-exceedance to the m-th height among N extremes by

$$P(H\leq x_{m,N})=1-\frac{m-\alpha}{N+\beta} \tag{16}$$

where α and β takes the following values depending upon the distribution function.

Distribution Function	α	β
Gumble	0.44	0.12
Weibull ($k=0.75$)	0.54	0.64
Weibull ($k=0.85$)	0.51	0.59
Weibull ($k=1.00$)	0.48	0.53
Weibull ($k=1.10$)	0.46	0.50
Weibull ($k=1.25$)	0.44	0.47
Weibull ($k=1.50$)	0.42	0.42
Weibull ($k=2.00$)	0.39	0.37

The parameters for the Weibull distribution are due to Petruaskas and Aagaard.

3) Convert the non-exceedance probability $P(H\leq x)$ into the following variable γ_v for linearization.

Gumbel:

$$\gamma_v=-\ln\{-\ln P(H\leq x)\} \tag{17}$$

Weibull:

$$\gamma_v=[-\ln\{1-P(H\leq x)\}]^{1/k} \tag{18}$$

4) Apply the least square technique (or visual judgement) for the relation between x and γ_v, and obtain the estimates $\hat{A}$ and $\hat{B}$ for A and B. Thus

$$x=\hat{A}\gamma_v+\hat{B}. \tag{19}$$

5) Find out the best fitting distribution function by the calculation of correlation coefficient between x and γ_v or simply by visual judgement.

6) If the data of N extremes represents the period of K years, the possibility of non-exceedance for the design height with the recurrence period of R_p is given by

$$P(H\leq x)=1-\frac{K}{NR_p} \tag{20}$$

Calculate the variable γ_v for this non-exceedance probability, and estimate the corresponding wave height by Eq. 19 or by the straight line fitted on the relation x and γ_v.

The selection of wave period with a given recurrence period may by made by finding a correlation between the heights and periods of storm waves at their peaks. However, the correlation may not be well defined and some judgement will be required for the selection of design wave period.

The reliability of the estimated wave height and period with a given recurrence period depends upon the accuracy of the original data.

If the data is biased by inappropriate application of wave hindcasting technique or improper selection of storms, there is no way to yield the correct estimate of extreme by any statistical analysis.

巨型海洋結構物波力探討

Wave Force on Large Ocean Structure

林　維　明

LIN WEI-MING*

中油公司企劃處專案工程師

摘　　要

本文主要目的在研討 MacCamy & Fuch 之波浪繞射理論在巨型海中結構物承受波浪後其周界之波形、波壓、波力及傾覆力矩之計算應用性及模型試驗中處理槽壁受限問題，同時討論前人論文中部份失誤之處。

ASBTRACT

The purpose of this paper is a review of MacCamy & Fuch wave diffraction theory applies to a single cyclinder & a row of cylinders; discussing the applicable range of wave profile, pressure, force & overturning moment along the cylinder face of large ocean structure; and considering the confinement effect of laboratory wave flume walls place upon model cylinders, so that laboratory tests data may be translated to prototype conditions, also it points out errors of some papers in this field.

一、前　　言

由於海洋蘊藏著無限的資源，因此現在已有大量地之海洋結構物在增建中，且其體積亦漸趨龐大，建造地點之水深亦加深，例如重力式平臺、海底貯槽、沉箱、浮式防波堤、浮體式工廠、機場等海中結構物不論固定式或浮體式結構型態均將承受巨大波力衝擊，而結構物形狀中以圓柱形居多，因此有關管樁結構物承受波力之研究文獻相當多且繼續研究發展中，在分析方面可分爲兩大類，一爲根據 Morision 波力公式[1]，由試驗資料找出曳力與內力係數，另一爲根據 MacCamy & Fuch 之波浪繞射理論[5]或流速勢理論解析。

Dean 與 Harleman[3]曾敍明波高與管徑比值 (H/D) 減少，而水深與波長比值 (h/L) 增大之情況則內力與曳力之比值將增加，例如 $H/D=1$, $h/L=0.1$，則內力約爲曳力之十倍，因此在水深漸深之巨型海中結構物可忽略曳力而僅考慮內力，有關巨型圓柱之波力根據理論分析、試驗與現場資料者甚多[9~16]，甚至不同形態之巨型結構物之研究亦多[16~23]，且不僅單一結構物，亦有羣樁之研究[24~35]。

本文主要研討 MacCamy & Fuch 之波浪繞射理論之應用性及延伸處理羣樁之問題及應用於模型試驗槽壁受限影響之處理。

二、單一管樁波浪繞射理論

(一)進行波與分散波之流速勢

當管徑與波長比值較小時，可以忽略因管樁存在所造成之波浪變形，因此 Morision 假設波力可視爲內力與曳力之和，如下式所示：

$$F=-\frac{\rho}{2}C_D A u|u|+C_M \rho V\frac{\partial u}{\partial t} \qquad (1)$$

式中 C_D 及 C_M 分別爲曳力與內力係數，A 及 V 爲物體在水流方向單位長度之面積及體積，u 與 $\frac{\partial u}{\partial t}$ 爲水流方向之運動速度與加速度，ρ 爲海水密度，$|u|$ 爲 u 之絕對值用以確定曳力永與水分子

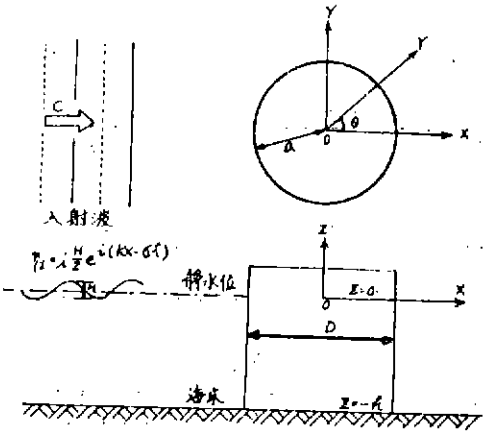
* Project Engineer, Chinese Petroleum Corporation.

速度同向。

當管徑增大，則 Morision 公式無法適用，由於柱體存在將造成波浪反射及繞射現象而使波浪變形，因此流速勢爲入射波與分散波(反射及繞射波)所造成者之疊加，卽

$$\phi=\phi_I+\phi_S \qquad (2)$$

若將入射波（圖一）之波形及流速勢變化用複素數表示爲：



圖一　入射波與巨型圓柱形海中結構物

$$\eta_I=-\frac{H}{2}\sin(kx-\sigma t)=i\frac{H}{2}e^{i(kx-\sigma t)} \qquad (3)$$

$$\phi_I=-\frac{Hg}{2\sigma}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}e^{i(kx-\sigma t)} \qquad (4)$$

此兩式僅實數部份具有物理意義；當$x=0$ 卽在圓柱中心處之水位變化爲：

$$\eta_I=-\frac{H}{2}\sin\sigma t \qquad (5)$$

由於 $(kx-\sigma t)$ 爲代表向正方向進行之波形，而負方向進行之波形其波形應爲：

$$\eta_I=\frac{H}{2}\sin(kx+\sigma t) \qquad (6)$$

因爲習慣上仍以式 (3) 之正方向進行之波形爲宜，而在處理管樁問題方便，需將直角座標系統轉換爲極座標，利用 Bessel 函數可得：

$$e^{ikx}=e^{ik(r\cos\theta)}=\cos(kr\cos\theta)+i\sin(kr\sin\theta) \qquad (7)$$

$$\cos(kr\cos\theta)=J_0(kr)+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nJ_{2n}(kr)\cos 2n\theta \qquad (8)$$

$$\sin(kr\sin\theta)=2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^nJ_{2n+1}(kr)\cos(2n+1)\theta \qquad (9)$$

故入射波之水位與流速勢可寫爲：

$$\eta_I=-\frac{H}{2}e^{-i\sigma t}\left[J_0(kr)+2\sum_{n=1}^{\infty}(i)^nJ_n(kr)\cos n\theta\right] \qquad (10)$$

$$\phi_I=-\frac{gH}{2\sigma}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\left[J_0(kr)+2\sum_{n=1}^{\infty}(i)^nJ_n(kr)\cos n\theta\right]e^{-i\sigma t} \qquad (11)$$

分散波之流速勢爲滿足拉普拉斯方程式及海床與海面之邊界條件，且有 $\phi(\theta)=\phi(-\theta)$ 對稱關係，因此可得：

$$\phi_S=-F(r,\theta)\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}e^{-i\sigma t} \qquad (12)$$

$F(r,\theta)$ 必須滿足於：

$$r^2\frac{\partial^2F}{\partial r^2}+r\frac{\partial F}{\partial r}+\frac{\partial^2F}{\partial\theta^2}+k^2r^2\cdot F=0 \qquad (13)$$

此式之解答，可能爲下列四項之組合卽：

$$\begin{Bmatrix}H_n^{(1)}(kr)\\H_n^{(2)}(kr)\end{Bmatrix}\cdot\begin{Bmatrix}\cos n\theta\\\sin n\theta\end{Bmatrix}(n=0,1,2,\cdots) \qquad (14)$$

式中 $H_n^{(1)}(kr)$ 與 $H_n^{(2)}(kr)$ 分別爲第一類及第二類 n 階 Hankel 函數可定義爲：

$$H_n^{(1)}(kr)=J_n(kr)+iY_n(kr) \qquad (15)$$

$$H_n^{(2)}(kr)=J_n(kr)-iY_n(kr) \qquad (16)$$

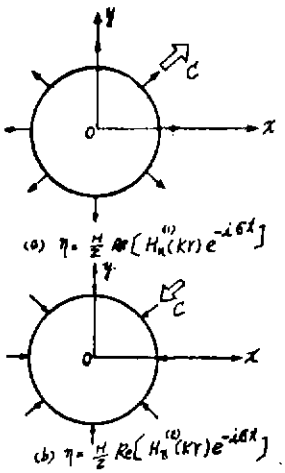
此兩式分別代表與 x 軸對稱之進行波沿正、負向徑 r 兩種方向者。

當 $kr\to\infty$ 則 $H_n^{(1)}(kr)$ 與 $H_n^{(2)}(kr)$ 之極限值爲：

$$H_n^{(1)}(kr)=(2/\pi kr)^{1/2}\cdot\exp\left(i(kr-\frac{1}{4}(2n+1)\pi)\right) \qquad (17)$$

$$H_n^{(2)}(kr)=(2/\pi kr)^{1/2}\cdot\exp\left(-i(kr-\frac{1}{4}(2n+1)\pi)\right) \qquad (18)$$

由此兩式可知 $H_n^{(1)}(kr)$ 爲向外之週期性波動，當 $r=\infty$ 將趨近於零[23,24,25,26]，而 $H_n^{(2)}(kr)$ 則爲向內者（r 爲負值）如圖二所示，而有些論文反是[6,14]。



圖二　波浪傳播方向

由於反射波與 $\theta=0$ 直線對稱，故需捨去 $\sin n\theta$ 之非對稱函數，且因無 $H_n^{(2)}(kr)$ 存在，故本文均用 $H_n(kr)$ 代替 $H_n^{(1)}(kr)$[34,35]，因此可得分散波流速勢爲：

$$\phi_S = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(kr) e^{-i\sigma t} \tag{19}$$

A_n 爲由邊界條件決定之未定常數，合成式(11)與式 (19) 可得波浪因柱體存在 發生 繞射 影響後之流速勢爲：

$$\phi = -\frac{gH}{2\sigma}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\left[J_0(kr) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(i)^n J_n(kr)\cos n\theta\right]e^{-i\sigma t} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(kr) e^{-i\sigma t}\cos n\theta \tag{20}$$

假定圓柱爲堅硬光滑，非透水性，故其周界之法線流速量爲零，假設 a 爲管樁之半徑，則邊界條件爲：

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_{r=a} = 0 \tag{21}$$

由此兩式可得出係數 A_n 值爲：

$$A_n = \frac{gH}{2\sigma}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} i^n \frac{J_n'(ka)}{H_n'(ka)} \quad (n=0, 1, \cdots\infty) \tag{22}$$

$J_n'(ka)$ 及 $H_n'(ka)$ 代表 $J_n(kr)$ 及 $H_n^{(1)}(kr)$ 在 $r=a$ 處之微分量，代入式 (20) 可得合成流速勢爲：

$$\phi = -\frac{gH}{2\sigma}e^{-i\sigma t}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\left[J_0(kr) - \frac{J_0'(ka)}{H_0'(ka)}H_0(kr) + 2\sum_{n=1}^{\infty}(i)^n\left[J_n(kr) - \frac{J_n'(ka)}{H_n'(ka)}H_n(kr)\right]\cos n\theta\right] \tag{23}$$

此公式中之 Hankel 函數爲第一類，而由於 Maccamy & Fuch 誤寫爲第二類，因此許多學者亦引用爲第三類，此在觀念上必須澄清，以免造成錯誤。

㈡管樁承受之壓力

若流速勢定義爲滿足：

$$u = -\nabla\phi \tag{24}$$

則管樁表面所承受之壓力方程式爲：

$$-\frac{\partial\phi}{\partial t} + gZ + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 = 0 \tag{25}$$

根據線性波理論可忽略速度之平方和，且僅考慮動壓力，故可得壓力爲：

$$P_d = \rho\frac{\partial\phi}{\partial t}\Big|_{r=a} = \rho g\frac{H}{2}ie^{-i\sigma t}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\left\{\frac{1}{H_0'(ka)}\left[J_0(ka)H_0'(ka) - J_0'(ka)H_0'(ka)\right] + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n\cos n\theta}{H_n'(ka)}\left[J_n(ka)H_n'(ka) - J_n'(ka)H_n(ka)\right]\right\} \tag{26}$$

必須注意若引用 $u=\nabla\phi$，則 $P_d = -\rho\frac{\partial\phi}{\partial t}\Big|_{r=a}$ 然後根據 Bessel 函數恒等式：

$$J_n(ka)H_n'(ka) - J_n'(ka)H_n(ka) = \frac{2i}{\pi ka} \tag{27}$$

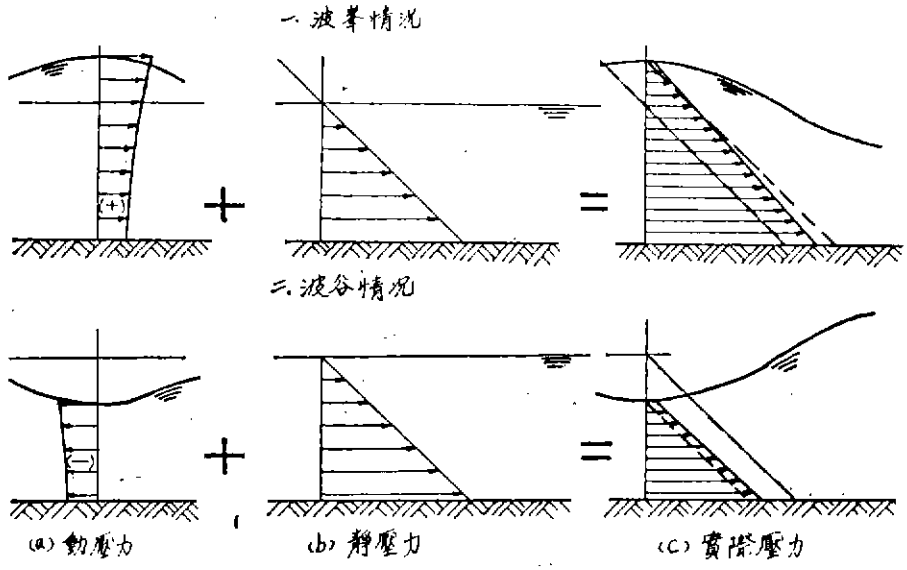
故 (26) 式可改寫爲：

$$P_d = -\rho g\frac{H}{\pi ka}e^{-i\sigma t}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\left[\frac{1}{H_0'(ka)} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(i)^n\cos n\theta}{H_n'(ka)}\right] \tag{28}$$

此式之實數部份爲在靜水位下，波浪所造成之動壓力，實際上之壓力應爲：

$$P = P_d - \rho gZ \tag{29}$$

圖三爲無管樁下波峯或波谷情況之總壓力示意，管樁存在可將式 (28) 代入式 (29) 即得。



圖三　波浪進行中壓力之變化

㈢管樁承受之波力

單位長度圓柱所承受之水平波力爲動壓力作用於浸水面積所承受波力在水平方向之分量，由於圓柱爲對稱體，故靜壓力在水平方向之波力和爲零，故水平波力爲：

$$F_x=2a\int_0^{\pi}P_d\cos(\pi-\theta)d\theta \tag{30}$$

將式 (28) 代入式 (30) 可得：

$$F_x=\frac{4\rho gH}{\pi k}e^{-i\sigma t}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\int_0^{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n\cos n\theta}{H_n'(ka)}\cos\theta d\theta \tag{31}$$

式 (31) 若取 $n=1$，則可得單位長度圓柱所承受之水平波力爲：

$$F_x=\frac{2\rho gH}{k}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}A(ka)e^{i(\sigma t-\alpha)} \tag{32}$$

式中
$$\begin{cases}A(ka)=\dfrac{1}{\sqrt{J_1'^2(ka)+Y_1'^2(ka)}} & (33)\\ \tan\alpha=\dfrac{J_1'(ka)}{Y_1'(ka)} & (34)\end{cases}$$

若取式 (32) 之實數部份即：

$$F_x=\frac{2\rho gH}{k}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}A(ka)\cos(\sigma t-\alpha) \tag{35}$$

自海床至靜水位之總水平波力爲積分式 (35)，故可得：

$$F_T=\int_{-h}^{0}F_x dz=\frac{2\rho gH}{k^2}\tanh(kh)A(ka)\cos(\sigma t-\alpha) \tag{36}$$

最大波力發生之位相爲：

$$\frac{\partial F_T}{\partial t}=\sin(\sigma t-\alpha)=0$$

即　$\sigma t_n=\alpha+n\pi$　$(n=0,1,2,\cdots)$ (37)

㈣質量係數 C_M 之決定

由式 (24) 及式 (4) 可得入射波之流速與加速度各爲：

$$u=-\frac{\partial\phi_i}{\partial x}=\frac{ikgH}{2\sigma}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}e^{i(kx-\sigma t)} \tag{38}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{kgH}{2}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}e^{i(kx-\sigma t)} \tag{39}$$

在 $x=0$ 處，加速度爲式 (39) 之實數部份，即：

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{x=0}=\frac{kgH}{2}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\cos\sigma t \tag{40}$$

式 (1) 中若一直立圓柱 (管徑爲 D，半徑爲 a) 其內力爲：

$$F_x=\rho C_M\frac{\pi D^2}{4}\cdot\frac{\partial u}{\partial t}=\rho C_M(\pi a^2)\frac{\partial u}{\partial t} \tag{41}$$

將式 (40) 代入式 (41)，然後與式 (35) 比較可得：

$$C_M=\frac{L^3}{\pi^3a^3}A(ka)\frac{\cos(\sigma t-\alpha)}{\cos\sigma t}$$

$$=\frac{4L^2}{\pi^3D^3\sqrt{J_1'\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2+Y_1'\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2}}\cdot$$

$$\frac{\cos(\sigma t-\alpha)}{\cos\sigma t} \qquad (42)$$

在 Bretschneider[37]一文中所列之 C_M 值爲：

$$C_M=\frac{16L^2}{\pi^3D^3\sqrt{J_1'^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2+Y_1'^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)^2}} \qquad (43)$$

顯然式 (43) 是錯誤的。

同時式 (42) 若以複素數處理，則：

$$C_M=\widehat{C_M}e^{-i\alpha} \qquad (44)$$

式中 $$\widehat{C_M}=\left(\frac{4}{\pi}\right)\frac{A(\pi D/L)}{(\pi D/L)^2} \qquad (45)$$

因此式 (41) 可改寫爲：

$$F_x=\rho\widehat{C_M}e^{-i\alpha}(\pi a^2)\frac{\partial u}{\partial t} \qquad (41a)$$

因此可根據式 (45), (33) 及 (34) 求出 $\widehat{C_M}$, A, α 與 D/L 之關係如表一及圖四所示。Dean[31]亦曾製有圖表，其中 $D/L<0.05$ 範圍表示之曲線爲錯誤的，表二爲 Faltinsen[36] 所提供之計算成果。

㈤圓柱之傾覆力矩

若一圓柱自水面下 $z=-q$ 至水面上 $z=\eta$ 間之波力，對某一定點 $z=p$ 之傾覆力矩（如圖五）爲：

$$M_{p,q}=\int_{-q}^{\eta}(z-p)F_x\,dz \qquad (45)$$

若在靜水位情況下，可令 $\eta=0$，同時將式 (35) 水平波力公式代入式 (45) 可得：

$$M_{p,q}=-\frac{2\rho gH}{k^3}A(ka)\frac{\cos(\sigma t-\alpha)}{\cosh(kh)}$$

$$[pk\sinh kh$$

$$-k(p+q)\sinh k(h-q)$$

$$+\cosh(kh)-\cosh k(h-q)] \qquad (46)$$

因此假定圓柱在海床上固定，則對海床面之傾覆力矩，可令 $p=-h$ 而 $q=h$ 因此可得：

$$M_0=-\frac{2\rho gH}{k^3}A(ka)\cos(\sigma t-\alpha)$$

$$\left(\frac{kh\sinh kh-\cosh kh+1}{\cosh kh}\right) \qquad (47)$$

設 $$M_0=F_T\cdot R \qquad (48)$$

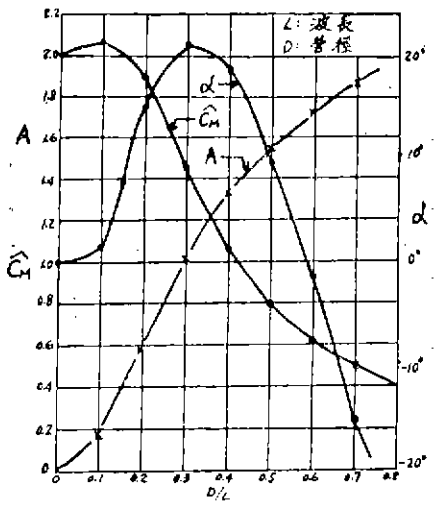
R 稱爲總水平力對海床面產生傾覆力矩之力臂。

表一 C_M, A, α 之計算表

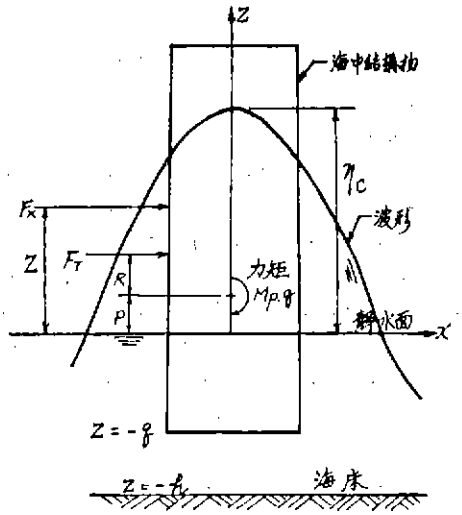
D/L	ka	J_0	J_1	Y_0	Y_1	J_1'	Y_1'	$\sqrt{J_1'^2+Y_1'^2}$	J_1'/Y_1'	$\widehat{C_M}$	A	α
0	0							0	0	2	0	0
0.05	0.157	0.9938	0.07826	−1.2412	−4.1812	0.4953	25.39	25.39	0.01951	2.034	0.04	1° 7′
0.10	0.314	0.9755	0.1551	−0.7759	−2.2017	0.4816	6.235	6.254	0.07724	2.065	0.16	4°25′
0.15	0.471	0.9453	0.2290	−0.4883	−1.5563	0.4591	2.815	2.853	0.16304	2.012	0.35	9°15′
0.20	0.628	0.9038	0.2988	−0.2739	−1.2122	0.4280	1.656	1.7111	0.2584	1.887	0.58	14°30′
0.25	0.785	0.8518	0.3630	−0.1016	−0.9954	0.3894	1.166	1.230	0.3338	1.680	0.81	18°28′
0.30	0.942	0.7902	0.4206	0.0415	−0.8332	0.3437	0.926	0.988	0.3712	1.453	1.01	20°22′
0.35	1.100	0.7196	0.4709	0.1622	−0.6981	0.2915	0.797	0.868	0.3658	1.213	1.15	20° 5′
0.40	1.257	0.6423	0.5123	0.2623	−0.5793	0.2347	0.723	0.760	0.3245	1.060	1.32	17°59′
0.45	1.414	0.5593	0.5444	0.3445	−0.4697	0.1743	0.677	0.699	0.2576	0.911	1.43	14°27′
0.50	1.521	0.4719	0.5668	0.4101	−0.3661	0.1111	0.643	0.653	0.1728	0.791	1.53	9°48′
0.55	1.728	0.3818	0.5792	0.4598	−0.2675	0.0466	0.615	0.616	0.9758	0.692	1.62	4°20′
0.60	1.885	0.2905	0.5815	0.4943	−0.1732	−0.0180	0.586	0.587	−0.0307	0.611	1.71	−1°46′
0.65	2.042	0.1997	0.5737	0.5144	−0.0835	−0.0813	0.555	0.561	−0.1464	0.544	1.78	−8°20′
0.70	2.199	0.1109	0.5581	0.5208	−0.1429	−0.1429	0.520	0.540	−0.2746	0.488	1.85	−15°21′

表二　$A(ka)$ 及 α 數值

ka	$A(ka)$	α	ka	$A(ka)$	α	ka	$A(ka)$	α	ka	$A(ka)$	α
0.02	0.0006	0.02	0.52	0.4229	11.00	0.20	0.0643	1.82	5.20	2.8629	−173.03
0.04	0.0025	0.07	0.54	0.4523	11.67	0.40	0.2581	6.98	5.40	2.9172	176.52
0.06	0.0057	0.16	0.56	0.4821	12.34	0.60	0.5423	13.64	5.60	2.9705	165.38
0.08	0.0101	0.29	0.58	0.5122	13.00	0.80	0.8337	18.77	5.80	3.0228	154.22
0.10	0.0159	0.45	0.60	0.5423	13.64	1.00	1.0773	20.54	6.00	3.0742	143.04
0.12	0.0229	0.65	0.62	0.5725	14.27	1.20	1.2684	18.97	6.20	3.1249	131.84
0.14	0.0313	0.89	0.64	0.6025	14.88	1.40	1.4215	14.83	6.40	3.1746	120.62
0.16	0.0409	1.16	0.66	0.6325	15.47	1.60	1.5496	8.86	6.60	3.2237	109.38
0.18	0.0520	1.47	0.68	0.6624	16.03	1.80	1.6613	1.61	6.80	3.2720	98.13
0.20	0.0643	1.82	0.70	0.6920	16.56	2.00	1.7619	− 6.53	7.00	3.3196	86.87
0.22	0.0780	2.20	0.72	0.7212	17.07	2.20	1.8545	− 15.33	7.20	3.3665	75.59
0.24	0.0930	2.61	0.74	0.7500	17.54	2.40	1.9410	− 24.62	7.40	3.4128	64.30
0.26	0.1094	3.06	0.76	0.7784	17.98	2.60	2.0228	− 34.26	7.60	3.4584	53.01
0.28	0.1270	3.54	0.78	0.8063	18.39	2.80	2.1006	− 44.19	7.80	3.5035	41.70
0.30	0.1459	4.05	0.80	0.8337	18.77	3.00	2.1752	− 54.34	8.00	3.5480	30.38
0.32	0.1661	4.59	0.82	0.8606	19.11	3.20	2.2471	− 64.67	8.20	3.5919	19.06
0.34	0.1874	5.15	0.84	0.8870	19.41	3.40	2.3164	− 75.15	8.40	3.6353	7.73
0.36	0.2099	5.74	0.86	0.9128	19.68	3.60	2.3836	− 85.74	8.60	3.6782	− 3.6
0.38	0.2335	6.35	0.88	0.9380	19.91	3.80	2.4488	− 96.43	8.80	3.7206	− 14.96
0.40	0.2581	6.98	0.90	0.9626	20.10	4.00	2.5123	−107.20	9.00	3.7626	− 26.31
0.42	0.2836	7.63	0.92	0.9867	20.26	4.20	2.5741	−118.05	9.20	3.8041	− 37.66
0.44	0.3101	8.29	0.94	1.0102	20.39	4.40	2.6344	−128.95	9.40	3.8451	− 49.03
0.46	0.3373	8.96	0.96	1.0331	20.47	4.60	2.6934	−139.91	9.60	3.8857	− 60.39
0.48	0.3653	9.64	0.98	1.0554	20.52	4.80	2.7511	−150.91	9.80	3.9258	− 71.77
0.50	0.3938	10.32	1.00	1.0773	20.54	5.00	2.8075	−161.95	10.00	3.9656	− 83.14



圖四　A, $\widehat{C_M}$ 及 α 與 D/L 之關係



圖五　水平力與傾覆力矩

比較式 (36)，式 (47) 與 (48) 可得：

$$R=\frac{kh\sinh(kh)-\cosh kh+1}{k\sinh kh} \tag{49}$$

或

$$R/h=\frac{kh\sinh(kh)-\cosh kh+1}{kh\sinh kh} \tag{50}$$

由式 (50) 可知 R/h 爲 kh 或 (h/L) 之函數，計算如表三及圖示，如圖六。

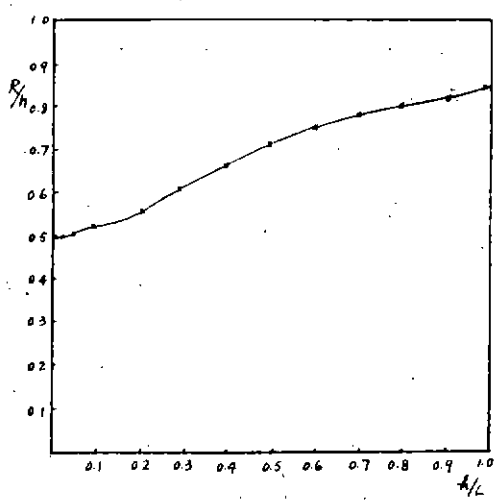
式 (50) 中，若在淺水波情況下 $(h/L=0\sim1/20)$，則 $\sinh kh\simeq kh$ $\cosh kh\simeq1$ 將此值代入式 (50)，可得 $R=h$，而實際上不對，因式 (50) 中分母含有微量 kh 值，故應爲極限值問題，可用極限值觀念求解，極限值爲分子及分母之微分比值，即：

$$R/h=\lim_{kh\to0}\frac{kh\sinh(kh)-\cosh kh}{kh\sinh kh}$$
$$=\lim_{kh\to0}\frac{kh\cosh kh}{kh\cosh kh+\sinh(kh)}$$
$$=\frac{1}{2} \tag{50a}$$

因此力臂爲水深之一半，事實上在淺水波中水平流速爲均勻流 (可由式 (39) 得出)，故自海床至靜水面之水平方向總波力作用於 ½ 水深處與式 (50a) 之理論值脗合。

表三　h/L 與 R/h 之關係

h/L	kh	$\sinh(kh)$	$\cosh(kh)$	R/h
1/40	0.1571	0.1577	1.0124	0.5011
1/30	0.2094	0.2110	1.0220	0.5019
1/25	0.2513	0.2540	1.0318	0.5026
1/20	0.3142	0.3194	1.0124	0.5040
1/15	0.4189	0.4312	1.0890	0.5070
1/10	0.6283	0.6705	1.2040	0.5158
0.2	1.2566	1.6145	1.8991	0.5568
0.3	1.8846	3.2171	3.3689	0.6093
0.4	2.5126	6.1321	6.2131	0.6616
0.5	3.1416	11.5487	11.5919	0.7080
0.6	3.7695	21.6765	21.6996	0.7467
0.7	4.3976	40.6473	40.6595	0.7781
0.8	5.0256	76.1997	76.2063	0.8036
0.9	5.6535	142.8375	142.8410	0.8243
1.0	6.2832	267.7449	267.7468	0.8414



圖六　R/h 與 h/L 之關係曲線

而式 (46) 爲假設 η 趨近於零之情況，若靜水位上之水位變化不能忽視，可根據微小振幅波求出此微量傾覆力矩爲：

$$\Delta M_p=\int_0^{\eta}(z-p)F_x dz\simeq(F_x)_{z=0}\cdot\int_0^{\eta}(z-p)dz=(F_x)_{z=0}\cdot\left(\frac{\eta^2}{2}-p\eta\right)\simeq-(F_x)_{z=0}p\eta \tag{51}$$

假定 $ka\ll1$ 則可將式 (5) 及 (35) 代入式 (51)，則可得：

$$\Delta M_p=-\frac{\rho gH^2p}{k}\cdot A(ka)\sin\sigma t\cos(\sigma t-\alpha) \tag{51a}$$

在海床情況下可將上式中以 $p=-h$ 代入即得：

$$\Delta M_0=\frac{\rho gH^2h}{k}\cdot A(ka)\sin\sigma t\cos(\sigma t-\alpha) \tag{52}$$

合成式 (47) 與式 (52) 可得：

$$M_T=M_0+\Delta M_0=F_T\cdot R\cdot\left(1+\frac{kHh\sin\sigma t}{2R\tanh kh}\right) \tag{53}$$

發生最大傾覆力矩之位相爲式 (53) 對時間之微分量 $\left(\frac{dM_T}{dt}\right)$ 等於零之情況，因此可得出：

$$\frac{2R\tanh(kh)}{kHh}\sec(\sigma t_m)+\tan(\sigma t_m)=\cot(\sigma t_m-\alpha) \tag{54}$$

因此可利用試算法求解式 (54)，求出最大之位

相角 σt_m，然後代入式 (53) 可得出最大之傾覆力矩：

比較式 (37) 及式 (54) 可知最大傾覆力矩發生之位相與最大波力發生之情況不同。

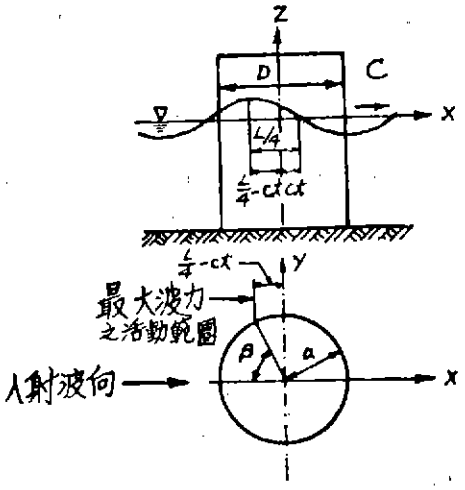
當 $\alpha=0$ 之情況可由式 (54) 得出發生最大傾覆力矩之位相

$$\sigma t_m=-\frac{1}{2}\left(-\frac{R\tanh kh}{khH}\pm\sqrt{\left(\frac{R\tanh kh}{khH}\right)^2+2}\right) \tag{55}$$

MacCamy & Fuch[3]在文中所列者與式 (55) 類似，在應用上必須注意爲 $\alpha=0$ 之特殊情況。

(六)波　　形

入射波之波形如式 (3) 所示，當波力最大時，其位相 (σt_m) 可由式 (37) 決定，因此在此情況下波形之活動變化如圖七所示，此圖說明當波浪在靜水位時 ($\eta=0$) 則與圓柱中心之距離爲 $x=ct_m$ (c 爲波速)，而到達波峯處爲 $x=-\left(\frac{L}{4}-ct_m\right)$，此時水平夾角 β（圖七）爲：



圖七　最大波力活動範圍

$$\beta=\frac{\pi}{2}-\sin^{-1}\left(\left(\frac{L}{2}-ct_m\right)/D\right) \tag{56}$$

在 Nagai[6]文中所列之 $\beta=L/D(1/2-\alpha/\pi)$，並未說明其中 α 之定義。

波浪經過圓柱作用發生繞射後之水面波形可由合成流速勢式 (23) 求出，即：

$$\eta_{r=a}=\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial\phi}{\partial t}\Big|_{\substack{z=0\\r=a}}$$
$$=\frac{H}{\pi ka}e^{-i\omega t}\left[\frac{1}{H_0'(ka)}+2\sum_{n=1}^{\infty}i^n\frac{\cos n\theta}{H_n'(ka)}\right] \tag{57}$$

此式之實數部份爲眞正之波形方程式。

三、小管徑之內力

小管徑情況則爲 $ka\ll1$，首先由 Bessl 函數定義求出變數爲微量值情況下之近似值，定義 Bessel 函數如下：

$$J_n(x)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2m}}{\Gamma(m+1)\Gamma(n+m+1)} \tag{58}$$

$$Y_n(x)=\frac{2}{\pi}\left[\left(\ln\frac{x}{2}+r\right)J_n(x)-\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n-m)}{\Gamma(m+1)}\left(\frac{x}{2}\right)^{-n+2m}-\frac{1}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{\Gamma(m+1)\Gamma(m+n+1)}(\phi(m)+\phi(n+m))\left(\frac{x}{2}\right)^{n+2m}\right] \tag{59}$$

且　$J_n'(x)=-\frac{n}{x}J_n(x)+J_{n-1}(x)$

($Y_n(x)$ 亦同)　　(60)

式中　$r=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n\right)$

$=0.577216$ (Buler 常數)　　(61)

$\phi(n)=1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}$；　$\phi(0)=0$　　(62)

$\Gamma(n+1)=1,2,3,\cdots n=n!$　　(63)

當 x 爲微量時，則可得近似值如表四所示。當小管徑情況下 ($ka\simeq0$) 則有以下關係

$$J_1'(ka)\simeq\frac{1}{2} \tag{64}$$

$$Y_1'(ka)\simeq\frac{2}{\pi(ka)^2} \tag{65}$$

故可由式 (33), (34) 及 (45) 得出 A, α 及 $\widehat{C_M}$ 值爲

$$A(ka)\simeq\frac{\pi(ka)^2}{2} \tag{66}$$

$$\alpha=\tan^{-1}\frac{J_1'(ka)}{Y_1'(ka)}\simeq\tan^{-1}\left(\frac{\pi}{4}(ka)^2\right)\simeq0 \tag{67}$$

$$\widehat{C_M}\simeq\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi(ka)^2/2}{(ka)^2}\simeq2 \tag{68}$$

表四　Bessel 函數近似值

n	$J_n(x)$	$J_n'(x)$	$Y_n(x)$	$Y_n'(x)$
0	1	$-\frac{x}{2}$	$\frac{2}{\pi}(\ln x-0.1159)$	$\frac{2}{\pi x}$
1	$\frac{x}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{\pi x}$	$\frac{2}{\pi x^2}$
m	$\frac{1}{\Gamma(m+1)}\left(\frac{x}{2}\right)^m$	$\frac{1}{2\Gamma(m)}\left(\frac{x}{2}\right)^{m-1}$	$-\frac{\Gamma(m)}{\pi}\left(\frac{2}{x}\right)^m$	$\frac{\Gamma(m+1)}{2\pi}\left(\frac{2}{x}\right)^{m+1}$

因此根據式 (41a) 可得單位長度圓柱之水平波力 F_x 爲

$$F_x=2\rho(\pi a^2)\frac{\partial u}{\partial t}$$
$$=\frac{\pi\rho gkD^2H}{4}\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\cos\sigma t \quad (69)$$

若用式 (43) 所得之內力係數值 $C_M=4\pi$ 顯然不合。

而當小管徑情況下 ($ka\simeq 0$) 有

$$J_0'(ka)\simeq -\frac{ka}{2} \quad (70)$$

$$Y_0'(ka)=-\frac{2}{\pi(ka)} \quad (71)$$

$$H_0'(ka)=H_0^{(1)\prime}(ka)=J_0'(ka)$$
$$+iY_0'(ka)\simeq -\frac{2i}{\pi ka} \quad (72)$$

$$H_1'(ka)\simeq\frac{2i}{\pi(ka)^2} \quad (73)$$

$$H_m'(ka)\simeq\frac{i\Gamma(m+1)}{2\pi}\left(\frac{2}{ka}\right)^{m+1} \quad (74)$$

將式 (72～74) 代入式 (57) 可得

$$\eta_{r=a}=-\frac{H}{\pi ka}e^{-i\sigma t}\left[\frac{\pi ka}{2i}+(\pi a)^2+\cdots\right] \quad (75)$$

因 $ka\to 0$ 故 $(ka)^2$ 以上之高次項均可忽略，故式(75)可化簡爲

$$\eta_{r=a}=i\frac{H}{2}e^{-i\sigma t} \quad (76)$$

因其在 $kx=ka\cos\theta\simeq 0$ 之情況下，故式 (76) 與式 (3) 相吻合。

四、羣樁波力理論分析

假定波向與 x 軸成 α 夾角，而入射波之波形如式 (3) 所示，可得出其流速勢爲

$$\phi_I=-\frac{Hg}{2\sigma}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}$$
$$\cos(kr\cos(\theta-\alpha)-\sigma t) \quad (77)$$

令 $$f(z,t)=\frac{gH}{2\sigma}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}e^{-i\sigma t} \quad (78)$$

因此流速勢爲下列流速複素數之實數部份即

$$\phi_I=-Re[f(z,t)\exp(ikr\cos(\theta-\alpha))] \quad (79)$$

若海中有兩個以上圓柱體，則總流速勢爲各流速之和即

$$\phi_I=-Re[f(z,t)\exp[ikr_{os}\cos(\theta_{os}-\alpha)$$
$$+ikr_s\cos(\theta_s-\alpha)]] \quad (80)$$

符號 s 代表第 s 個圓柱，而其他幅長 (r) 及夾角 (θ) 之定義如圖八所示，且因

$$\exp(ikr_s\cos(\theta_s-\alpha))$$
$$=\exp\left(ikr_s\sin\left(\theta_s-\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$
$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(kr_s)\exp\left(in\left(\theta_s-\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (81)$$

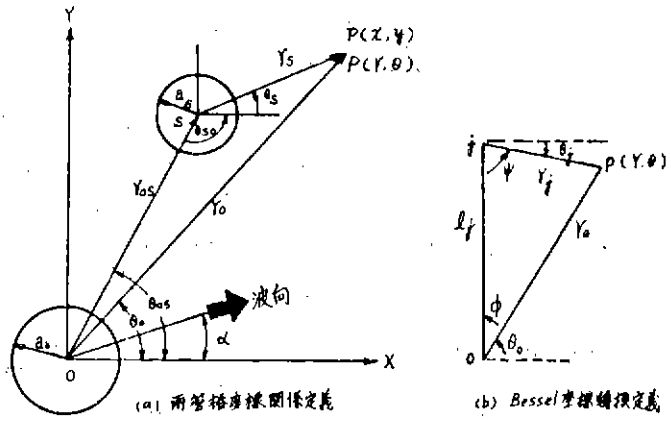
故 $$\phi_I=-Re\left[f(z,t)\exp(ikr_{os}\cos(\theta_{os}-\alpha))\cdot\right.$$
$$\left.\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(kr_s)\exp\left(in\left(\theta_s-\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\right)\right] \quad (82)$$

同時羣樁之分散波流速勢亦可用 Hankel 函數表示如下：

$$\phi_{sc}(r,\theta)=Re\left[f(z,t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n^s\right.$$
$$\left.\cdot H_n^1(kr_s)e^{in\theta_s}\right] \quad (83)$$

式中 A_n^s 爲未定複素係數

因此在流場中任意點 p 之流速勢爲入射波與分散波之和即



圖八　兩管樁系統參考圖示

$$\phi_p = Re\Big[f(z,t)\,[-\exp(ikr_{os}\cos(\theta_{os}-\alpha))]\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(kr_s)\exp\Big(in\Big(\theta_s-\alpha+\frac{\pi}{2}\Big)\Big)+\sum_{j=1}^{Q}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n^jH_n(kr_j)e^{in\theta_j}\Big] \tag{84}$$

分散波之流速勢爲所有圓柱所產生者之疊加，$j=Q$ 爲圓柱之數量，因 θ_j 爲每一圓柱與任意點 p 之水平角（如圖八），爲簡化計算可利用 Bessel 函數座標軸轉換爲[24,29,30]：

$$H_n(kr_j)e^{\pm in\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty}H_{n+m}(k\ell_j)J_m(kr)e^{\pm im\phi} \tag{85}$$

式中 ℓ_j 與 j 樁與中心樁間距，其他幅長及夾角見圖八。

假定入射波與一排圓柱正交，則 $\alpha=0$, $\theta_{os}=\frac{\pi}{2}$，因此可由式 (84) 求出任意點 p 之流速勢爲

$$\phi_p = Re\Big[f(z,t)\Big[-\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(kr)\exp\Big(in\Big(\theta+\frac{\pi}{2}\Big)\Big)+\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nH_n(kr)e^{in\theta}+2\sum_{j=1}^{Q}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}A_nH_{n+m}(k\ell_j)J_m(kr)\exp(-im\theta)\cos(m-n)\frac{\pi}{2}\Big)\Big]\Big] \tag{86}$$

式 (86) 右端其中第一、二、三項分別爲進行波，中心樁及左右各 j 組樁分散波之流速勢[24,31]，而 $A_n=a_n+ib_n$ 可由邊界條件 $\left(\frac{\partial\phi_p}{\partial r}\right)_{r=a}=0$ 求出，即

$$A_{-m}H'_{-m}(ka)+2J'_m(ka)\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\cos\Big[(m-n)\frac{\pi}{2}\Big]H_{m+n}(k\ell_j)=J'_{-m}(ka)\exp(-im\pi/2) \tag{87}$$

式 (87) 可化爲矩陣

$$A_n = B_n \cdot C^{-1}_{m,n} \tag{88}$$

其中係數項 $C^{-1}_{m,n}$ 及 B_n 均爲常數，$C^{-1}_{m,n}$ 爲 $C_{m,n}$ 之逆矩陣，分別爲：

$$C_{m,n}=\begin{cases}2J'_m(ka)\cos\Big[(m-n)\dfrac{\pi}{2}\Big] & \\ \displaystyle\sum_{j=1}^{Q}H_{m+n}(k\ell_j)\ (n\neq -m) & \\ C_{m,-m}+H'_{-m}\ (n=-m)\end{cases} \tag{89}$$

$$B_m = J'_{-m}\exp(-im\pi/2) \tag{90}$$

式 (87) 中 m, n，均爲自負無限個至正無限個，此在計算上收斂很慢，筆者[31]曾將 m 及 n 取自 −20 至 20 已可達小數點下第四位，根據 Spring[24] 計算取至 60 可達精度至第五位。

而 Bessel 函數之微分可利用式 (60)，其負 m 階與正 m 階之關係可由式 (58) 及 (59) 而得

$$Z_{-m}=(-1)^mZ_m \tag{91}$$

因此利用 Bessel 函數及逆矩陣之副程式可解式 (88) 求出 A_n 值，然後代入式 (84) 求出羣樁下之流速勢 ϕ_p 值，與單一管樁原理相同可求出動壓

力、波壓、傾覆力矩等，而一般常喜歡用波浪繞射係數來定義繞射前後之水位變化比值，由於波形與流速勢成正比關係，因此可用流速勢比值爲：

$$K_d=\frac{H_p}{H_I}=\left|\frac{\phi_p}{\phi_I}\right|=\left|1+\frac{\phi_s}{\phi_I}\right| \quad [(92)$$

式中 K_d：波浪繞射係數

H_p; ϕ_p：流場中任意點 p 在波浪繞射後之波高及流速勢

H_I; ϕ_I：入射波高及流速勢

ϕ_s：反射波之流速勢

五、理論與試驗資料比較

(1)波浪波形與流速及加速度

當波浪經過管樁中之靜水位 ($\eta=0$) 時，水分子水平運動速度爲零，而加速度$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$爲最大，因此作用於管樁之力僅爲內力，故僅需測量波力，加速度則可根據式 (39) 決定，然後可得出 C_M 之試驗值。

但是由於式 (39) 爲根據微小振幅波理論，該理論僅適用於波浪尖銳度 (H/L) 及波高與水深比值 (H/h) 小之情況，根據 Goda[83]實驗結果當 $h/L<0.1$ 之情況，C_M 值有大於 3 之趨勢，此乃因實際上之水分子速度及加速度較微小振幅波大之故，此種有限振幅波之影響，可將式 (38) 或 (39) 乘以一參數 Q，例如：

$$\left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{x=0}=-\frac{kgH}{2}\cdot Q\cdot\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\cos\sigma t \qquad (93)$$

$$Q=[1+\alpha(H/h)^{1/3}(h+z/h)^3]^{1/2} \qquad (94)$$

而 α 爲因相對水深 (h/L) 而影響之因子如表五所示。

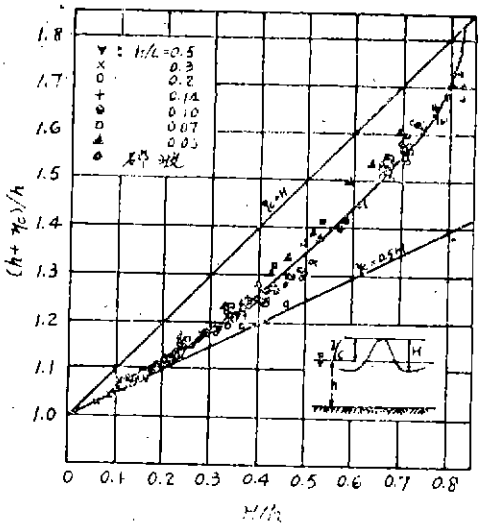
表五 α 值與 h/L 之關係

h/L	0.03	0.05	0.07	0.1	0.14	0.2	0.3	0.5	0.7
α	1.5	1.5	1.43	1.25	0.97	0.68	0.49	0.27	0.25

表五 圓柱波浪繞射係數

θ (°) \ $\pi D/L$	½	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1.4316	1.7071	1.8586	1.9179	1.9467	1.9624	1.9717	1.9765	1.9807	1.9823	1.985
10	1.4239	1.7038	1.8544	1.9125	1.9401	1.9550	1.9639	1.9698	1.9750	1.9791	1.983
20	1.4012	1.6931	1.8394	1.8934	1.9180	1.9329	1.9448	1.9561	1.9658	1.9737	1.978
30	1.3641	1.6734	1.8079	1.8535	1.8784	1.9020	1.9250	1.9425	1.9523	1.9563	1.959
40	1.3127	1.6416	1.7526	1.7909	1.8308	1.8723	1.8992	1.9077	1.9135	1.9246	1.937
50	1.2528	1.5935	1.6692	1.7168	1.7864	1.8267	1.8338	1.8452	1.8694	1.8832	1.886
60	1.1837	1.5248	1.5628	1.6494	1.7262	1.7290	1.7454	1.7832	1.7902	1.7959	1.818
70	1.1112	1.4318	1.4513	1.5872	1.6076	1.6084	1.6628	1.6594	1.6737	1.6997	1.696
80	1.0407	1.3131	1.3591	1.4925	1.4442	1.5134	1.5062	1.5192	1.5431	1.5321	1.561
90	0.9783	1.1713	1.2965	1.3283	1.3209	1.3600	1.3356	1.3713	1.3463	1.3758	1.354
100	0.9305	0.0153	1.2422	1.1227	1.2210	1.1397	1.2100	1.1466	1.1884	1.1510	1.168
110	0.9017	0.8622	1.1529	0.9777	1.0478	1.0270	0.9689	1.0218	0.9486	0.9753	0.957
120	0.8933	0.7390	0.9944	0.9397	0.8007	0.9029	0.8348	0.7732	0.8281	0.7705	0.738
130	0.9026	0.6760	0.7670	0.8886	0.7187	0.6361	0.7250	0.6866	0.6002	0.6079	0.632
140	0.9237	0.6853	0.5267	0.7046	0.7264	0.5764	0.4613	0.5134	0.5585	0.5016	0.413
150	0.9493	0.7443	0.4201	0.4131	0.5416	0.5843	0.5187	0.3949	0.3060	0.3228	0.379
160	0.9730	0.8152	0.5289	0.3119	0.2326	0.2927	0.3704	0.4091	0.4067	0.3675	0.302
170	0.9893	0.8687	0.6736	0.5195	0.3919	0.2855	0.1968	0.1295	0.0939	0.1007	0.129
180	0.9951	0.8882	0.7319	0.6235	0.5432	0.4822	0.4330	0.3929	0.3592	0.3314	0.306

而波形之變化，根據 Goda[38]之試驗，當 $H/h \geq 1/10$，則靜水位上之波峯高程 η_c 將介於 $0.5H$ 及 $0.9H$ 之間依 h/L 及 H/L 而定 如圖九所示，Dean 亦有圖表[38]以供應用。



圖九　波形變化

(2)單一圓柱體

Wiener[34]曾發表管樁承受平面聲波繞射理論，表五爲其中一範例，可見在圓壁處之波浪繞射係數爲沿管壁位置之函數，正朝對着波浪處 ($\theta=0$) 爲最大，而背向者最小，同時與管徑和波長比值 (D/L) 有關。D/L 愈大者，則波浪繞射係數愈大。

Laird[35]曾以試驗與 Wiener 理論比較根據其結論爲：

(1)波浪尖銳度大者例如 $H/L>0.03$，試驗值比理論值小，而平緩者例如 $H/L=0.019$ 及 $H/L=0.0037$ 則兩者相符。

(2)增加水深、壓力之減少量比理論預測值較快。

Nagai[36]曾在水深 20 公尺處作過管徑 3.2 m 之試驗，其結果除週期 $T=1.2$, 1.4 及 1.6 秒外，理論值與試驗不符，試驗之繞射係數均大於 2，而理論值均小於 2，但沿管樁位置之波高變化，理論與試驗值類似，表六爲其中一部份波力試驗資料，理論與試驗比較除 $T=1.2$ 秒外均略大，其原因與 Laird 試驗結果相同可能是增加水深，壓力減少量比理論預測值較快，而 $T=1.2$ 秒情況下，試驗值大於理論值可能可解釋爲在面對波浪之管樁處其試驗繞射係數值爲 2.1～2.2 值較大之故，而最大波力範圍 β 角之理論值（式 56）爲 30°，但試驗值則爲 45°。

Mogridge[33]曾根據 Maccamy 波浪繞射理論試驗與波浪正交至斜交之 45° 之矩形沉箱之試驗，假設 b 爲矩形沉箱邊長，則管徑當量 D_e，或圓柱半徑當量 a_e 爲

$$D_e=2b/\sqrt{\pi} \qquad (95a)$$

$$a_e=b/\sqrt{\pi} \qquad (96b)$$

代入式 (32), (36) 及 (47) 可得出單位長度之水平波力，最大波力及傾覆力矩之理論值，根據試驗結果當 b/L 及 $h/L>0.09$ 之情況，則可得理想結果，而 b/L 及 $h/L<0.09$ 之情況除非波浪尖銳度相當小，否則不能應用理論值，主要原因是曳力和波浪之非線性相當顯著之故。

表六　波力試驗成果[8]

T (sec)	H (cm)	L (cm)	H/L	D/L	$A(ka)$	α (°)	β (°)	最大波力 (F_T) 試驗值 (F_{TE}) (kg)	最大波力 (F_T) 理論值 (F_{TT}) (kg)	$\frac{F_{TE}}{F_{TT}}$
1.2	9.8	228	0.043	1.42	2.65	−129	30	81.1	83.3	1.19
	12.5	226	0.055	1.40	2.67	−132	30	97.9	86.0	1.14
1.4	8.3	309	70.02	1.03	2.28	− 68	32	90.2	91.1	0.99
	11.2	310	0.036	1.03	2.28	− 68	32	98.4	123.1	0.80
	14.7	300	0.049	1.07	2.32	− 74	31	144.2	154.9	0.93
1.6	7.2	356	0.020	0.90	2.11	− 47	32	80.4	97.0	0.83
	10.6	344	0.031	0.93	2.15	− 51	32	99.6	135.7	0.74
	12.4	366	0.034	0.87	2.09	− 42	33	128.3	174.7	0.74
2.6	15.7	924	0.017	0.35	1.22	+ 21		660.0	723.0	0.91

Nakamura[16]曾在日本太平洋側 Hamaoka 核能發電廠冷却水進水口距離海岸 600 公尺，管徑 16 公尺之海中結構物作過現場調查發現式 (28) 之波壓理論值與實測值之結論爲：

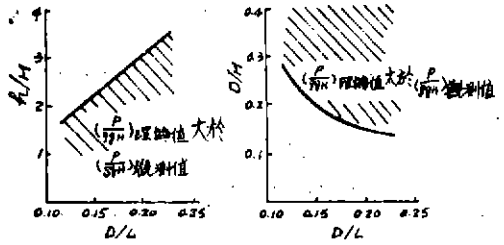
(1)由 D/L 與 $p/\rho gh$ 之關係曲線知在深水處，大多數觀測值均小於理論值，而近海面處之實測值，則有許多大於理論值，而在 D/L 小之情況，$p/\rho gh$ 之觀測值較爲分散，但不論 D/L 之值大小如何，觀測值均較理論值爲小。

(2) h/H 與 $p/\rho gh$ 之關係，發現 h/H 小時，則觀測值較小。

(3) H/D 與 $p/\rho gh$ 之關係，則當 H/D 大，觀測值較小。

(4)壓力之水平與垂直方向分佈，觀測與理論兩者趨向一致，但觀測值略小些。

因此可得出波壓理論值之應用範圍如圖十所示。斜線部份爲理論值大於觀測值之範圍。



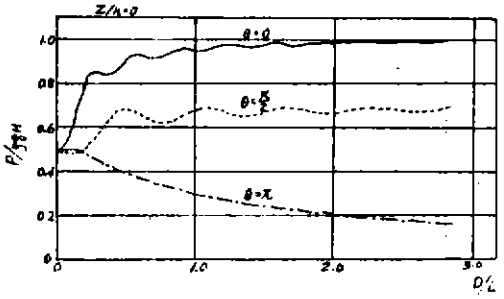
圖十　波壓公式（式 28）應用範圍

因爲式 (28) 之基本假設條件爲巨形圓柱體周界上前後左右之靜水壓力相等可以相消，但由圖七可見波形除位置而變，除非周界之前後左右之位相相同，否則必定有靜壓力差之存在，而海浪爲一不規則波，因此靜壓力差爲必然之現象，此乃理論波壓值無法與實測值符合之故。

應用微小振幅波理論計算巨型圓柱之波壓如前所述並非十分精確，近有學者致力於有限振幅波理論解析，但計算過程相當繁雜，故式 (28) 之應用仍感相當方便，圖十一爲根據此理論式推算巨型圓形人工島之成果。

(3)羣　　樁

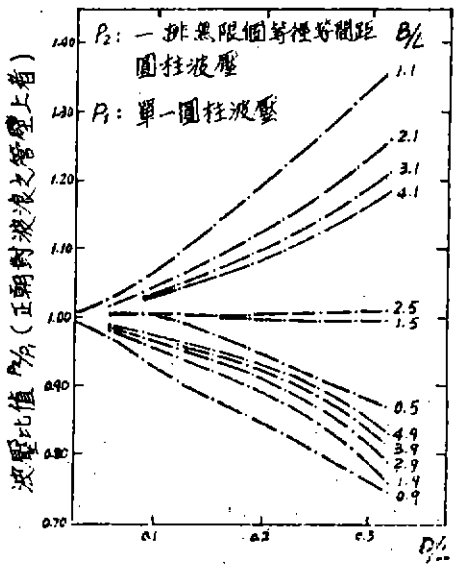
MacCamy & Fuch 之波浪繞射理論可延伸應用於處理流場中羣樁之波高、波壓及波力之計算問題，根據 Spring[28]之理論分析顯示同大小之無限個羣樁與單一圓樁之波壓比值，在圓周表面同位置與 B/L 及 D/L 有關，其中 B 爲羣樁之間距即式 (86)



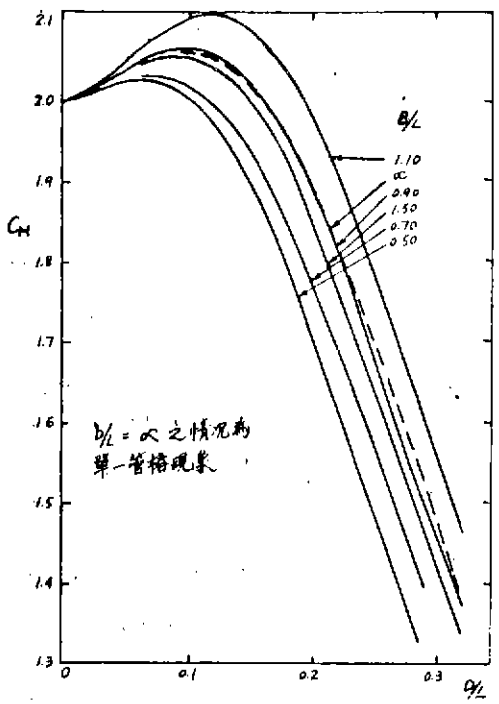
圖十一　D/L 與 $P/\rho gH$ 之關係

中 $\ell_j = j \times B$。最大者相差 76%，圖十二僅爲其中一資料，而質量係數變化範圍自 1.18 變至 3.78，因此有羣樁相鄰者可根據理論解析，代表性之質量係數隨 B/L 及 ka 變化曲線如圖十三所示，波壓之試驗值略大於理論值，而由於實驗誤差影響因素例如反射波之消能、入射波測量精度，流體渦散現象影響及波浪之非線性等必須多予小心處理及克服。

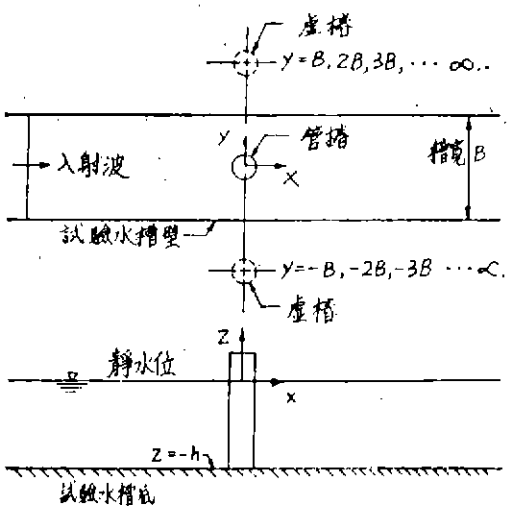
同時應用影像理論觀念，一排管徑相同，對稱排列之無限個羣樁可視爲一支單一圓柱置於兩度空間波浪水槽中（圖十四），過去在試驗管樁承受波壓及波力時，未知如何處理槽壁之影響，而常將此種受限制之因素忽視，現可由前述理論分析，同時發現即使槽寬爲波長五倍之情況，仍有受限之影響現象發生。現在僅需適切地考慮槽壁受限之影響，則試驗室之成果可應用於原型。



圖十二　波壓比值與 D/L 及 B/L 之關係



圖十三　無限個等管徑，等間距之管樁質量係數



圖十四　管樁波力試驗

六、結　　論

1. MacCamy & Fuch 波浪繞射理論對於大圓柱體或矩形沉箱之波力或傾覆力矩仍爲實用解析方法之一，應用電腦計算仍應考慮 Bessel 函數多項式之疊加如式(31)所示，而若週期性波動與向徑同方向，則應採用第一類 n 階 Hankel 函數爲宜。

2. 波浪運動速度及加速度仍應運用有限振幅波（式(93)）修正或 Dean R.G. 之流線函數波浪理論[37]爲宜。

3. Bretschneider 所列之 C_M 值應予修正如式(42)。

4. 浮體之傾覆力矩可用式(46)計算，水平波力可用式(35)解析。

5. 固定結構物自海床至靜水面之總波力如式(36)，而傾覆力矩可先查圖六中之力臂，然後用式(48)計算。

6. 羣樁之流速勢可將式(88)中所計算得出之 A_n 成果代入式(86)，然後可求出波壓、波力、波形及流速分佈等各種波浪特性。

7. 欲將試驗室管樁結構物波力試驗能應用於現場，可應用羣樁波浪繞射理論考慮槽壁限制問題。

8. 波壓之應用範圍可參照圖十所示。

參 考 文 獻

1. MORISON, J.R., M.P. O'BRIEN, R.W. JOHNSON and S.A. SCHAAF: "The Force Exerted by Surface Waves on Piles", *Petroleum Transactions, American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, Vol. 189, pp. 149-154, 1950.
2. MACCAMY, R.C., and R.A. FUCHS: *Wave Force on Piles: A Diffraction Theory*, U.S. Army Coastal Engineering Research Center (formerly Beach Erosion Board), Technical Memorandum No. 69, 1954.
3. DEAN, R.G. and D.R.F. HARLEMAN: "Interaction of Structures and Waves", *Estuary and Coastal Engineering* Hydrodynamics, edited by Arthur T. Ippen, McGraw-Hill, Chapter 8, pp. 341-403, 1966.
4. LAIRD, A.D.K.: A model study of wave action on a cylindrical island. Trans. of AGU, Vol. 36, No. 2, pp. 270-285, 1955.
5. BONNEFILLE, R. and P. GERMAIN: Wave action on isolated vertical cylinders of large dimensions, IAHR Congress, London, pp. 311-318, 1963.
6. NAGAI, S.: Wave forces on structures, Advances in Hydroscience Vol. 9, pp. 254-324, 1973.
7. CHAKRABATRI, S.K.: Nonlinear wave forces on vertical cylinder, Proc. of A.S.C.E., Vol. 98 No. HY 11, pp. 1895-1909, 1972.
8. WATANABE, A. and K. HORIKAWA: Breaking wave forces on a large diameter cell, 14th International Conference on Coastal Engineering, Chap. 102, 1974.

9. YAMAGUCHI, S. and Y. TSUCHIYA: Nonlinear effect of wave on wave pressure and wave force on a large cylindrical pile (in Japanese), Proc. of Japan Society of Civil Engineering, No. 229, pp. 41-53, 1974.
10. FLOKSTRA, C: "Wave forces on a vertical cylinder in finite water depth" NSMB report no. 69-107-WO, Wageningen, (September, 1969).
11. GARRET, C.J.R.: "Wave forces on a circular dock" Journal of Fluid Mechanics 46, p. 129, (1971).
12. MILES, J.W.: "A note on variational principles for surface wave scattering" Journal of Fluid Mechanics 46, p. 141, (1971).
13. MILES, J.W. and GILBERT, J.F.: "Scattering of gravity waves by a circular dock", Joural of Fluid Mechanics 34, 70. 783, (1968).
14. NAKAMURA, H.: Wave pressures on large circular cylindrical structure, proc. fifth Coastal Eng. Conf. Hawaii 1976, chapter 134, pp. 2290~2300.
15. BLACK, J.L., MEI, C.C. and BRAY, M.C.: "Radiation and scattering of water waves by rigid bodies" Journal of Fluid Mechanics 46, p. 151, (1971).
16. GARRISON, C.J. and P.Y. CHOW: "Wave Forces on Submerged Bodies", Proc, ASCE, Vol. 98, No. WW3, August, 1972, pp. 375-392.
17. HOGBEN, N. and R.G. STANDING: "Wave Loads on Large Bodies", International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, edited by R.E.D. Bishop and W.G. Price, Mechanical Engineering Publications Limited, London, 1975, pp. 258-277.
18. HOGBEN, N. and R.G. STANDING: "Experience in Computing Wave Loads on Large Bodies", Seventh Offshore Technology Conference Houston, Paper No. OTC 2189, May, 1975, pp. 413-431.
19. IJIMA, T., C.R. CHOU and Y. YUMURA: "Wave Scattering by Permeable and Impermeable Breakwater of Arbitrary Shape", Proc. Fourteenth Coastal Engineering Conference, Copenhagen, Vol. 3, Chap. 110, June, 1974, pp. 1886-1905.
20. MILGRAM, J.H. and J.E. HALKYARD: "Wave Forces on Large Objects in the Sea", Journal of Ship Research, Vol. 15, No. 2, June, 1971, pp. 115-124.
21. MOGRIDGE, G.R. and W.W. JAMIESON: "A Design Method for the Estimation of Wave Loads on Square Caissons", National Research Council of Canada, Hydraulics Laboratory, Laboratory Technical Report No. LTR-HY-57, 1976.
22. PRATTE, B.D.,E.R. FUNKE, G.R. MOGRIDGE and W.W. JAMIESON: "Wave Forces on a Model Pile", First Canadian Hydraulics Conference, Edmonton, May, 1973, pp. 523-543.
23. MOGRIDGE G.R. and JAMIESON W.W.: "Wave Forces on Square Caissons" proc. fifth Coastal Eng. Conf. Hawaii 1976 chapter 133, pp. 2271~2289.
24. SPRING, BRADFORD, H., and P.L. MONKMEYER: "Interaction of plane waves with Vertical Cylinders" proceedings of the 14th International Conference on Coastal Engineering pp. 1828-1847, 1975.
25. SPRING, B.W. and MONKMEYER, P.L.: "Interaction of Plane waves with a row of cylinders" *Proc. Civil Engineering in* the Ocean III, Vol. 2, pp. 979-998, 1975.
26. SAWAMOTO, M.: Lecture note on Wave Hydrodynamics chapter 5 & 7 Asian Institute of Technology, BangKok, 1980.
27. BRETSCHNEIDER, C.L. and M. ST. DENIS: "Wind and Wave loads Handbook of ocean and Underwater Engineering edited by Myers J.J. chapter 12 McGraw-Hill Book Co. pp. 12-53, 1969.
28. FALTINSEN, O.: Wave Forces on large structures, port engineering by Per Bruun 2nd ed. chapter 3. Gulf pub. Co. 1973, pp. 129-131.
29. ABRAMOWITZ, MILTON, and IRENE A. STEGUN: *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1964, or Dover 1965.
30. WATSON, G.N.: *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge University Press, First paperback edition, 1966.
31. LIN, W.M.: "*Scour Around a Pile Structure Due to Wave*" Thesis No. *1068* Asian Institute of Technology, BangKok, 1978.
32. GODA, Y.: "Wave Force on a Vertical Circular Cylinder" Rep. of Port & Harbour Tech. Res. Inst., Tokyo, 1964.
33. DEAN, R.G.: Design Considerations in Fixed structure, Hanbook of Ocean and Underwater Engineering, Edited by Myers J.J. 1969, chapter 8 McGraw-Hill Book Co. pp. 8-1~8-18.
34. WIENER, F.M.: Sound diffraction by rigid spheres and circular cylinders, J. Acoust, Soc. Amer. 19, 444-451, 1947.
35. LAIRD, A.D.K.: A model study of wave action on a cylindrical island. *Trans. Amer. Geophys. Union* 36(2), 279-285, 1955.
36. NAGAI, S., TOKIKAWA, K., and ODA, K.: "Report on the Pier of the Suspension Bridge Connecting the Main Land with Shikoku Island in Japan", Interim Rep. I. Hydraul. Lab., Fac. of Eng., Osaka City Univ., Osaka (unpublished), 1966.
37. DEAN, R.G.: "Stream Function Function Representation of nonlinear Ocean Waves" J. Geophys. Res. Vol. 70, No. 18 pp. 4561~4572, 1965.

不規則波之統計理論及解析

The Analysis and Statistical Theory of Random Waves

林　維　明

WEI-MING LIN

中油公司企劃處土木工程師

ABSTRACT

Ocean waves are characteristized by the irregularity of their profiles, it can be handled from two direction of approach, one by the representation of irregular wave with significant waves and other mean waves, and the other by the analysis of irregular waves in the form of energy spectrum.

The wave irregularity inevitably introduces a certain variability of wave statistics. In this paper, a general review is made of various information concerning on the statistical theory including the analysis of frequency spectrum, distribution of wave heights, wave period, maxima of random waves and wave group etc.

一、前　　言

所有物理資料大致可分類爲：

- 決定性 (Deterministic)
  - 週期性
    - 正弦函數型
    - 複雜性
  - 非週期性
    - 短暫性
    - 近個期性
- 隨機性 (Random)
  - 定常性 (Stationary)
    - 統一性 (Ergodic)
      - Gaussian
      - Gaussian Markov
    - 非統一性
  - 非定常性

決定性過程可用解析方法推算未來結果，而隨機過程爲不重覆發生，無法用解析方法求得唯一而確定之數值。在科學與工程研究工作上，常需處理不規則資料，本文討論有關不規則資料之統計，主要以與海洋波浪有關之應用爲出發點，而所考慮之不規則波爲測波儀所得之海水面變化量（圖 1）其表示方法多種，假定用三角函數表示如下[1]：

$$\eta(t)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t+\varepsilon_n) \qquad (1)$$

式中 a_n, f_n 及 ε_n 爲第 n 個成分波 (component wave) 之波浪振幅，頻率和位相角，式 (1) 根據三個基本假定：

(1) f_n 介於 0 至 ∞ 間，因此極微量頻率 df 含有無限個成分頻率。

(2) ε_n 均勻且隨機地分佈於 0 至 π 之間。

(3) 雖單一成波振幅 a_n 爲微量，但在 f 與 $f+df$ 間之振幅平方和爲有限獨特值可表示爲：

$$\sum_{f}^{f+df} \frac{1}{2} a_n^2 = S(f)df \qquad (2)$$

式中 $S(f)$ 稱爲頻率譜 (frequency spectrum)（圖 2）。

首先介紹一些統計名辭，一隨機現象之時間歷程叫樣本資料 (sample record)，由於隨機特性故第二次所獲取之資料並不與第一次一致，收集一大羣此類樣本資料稱爲集合 (ensemble)，獲取集合之過程叫隨機過程 (stochastic process 或 random

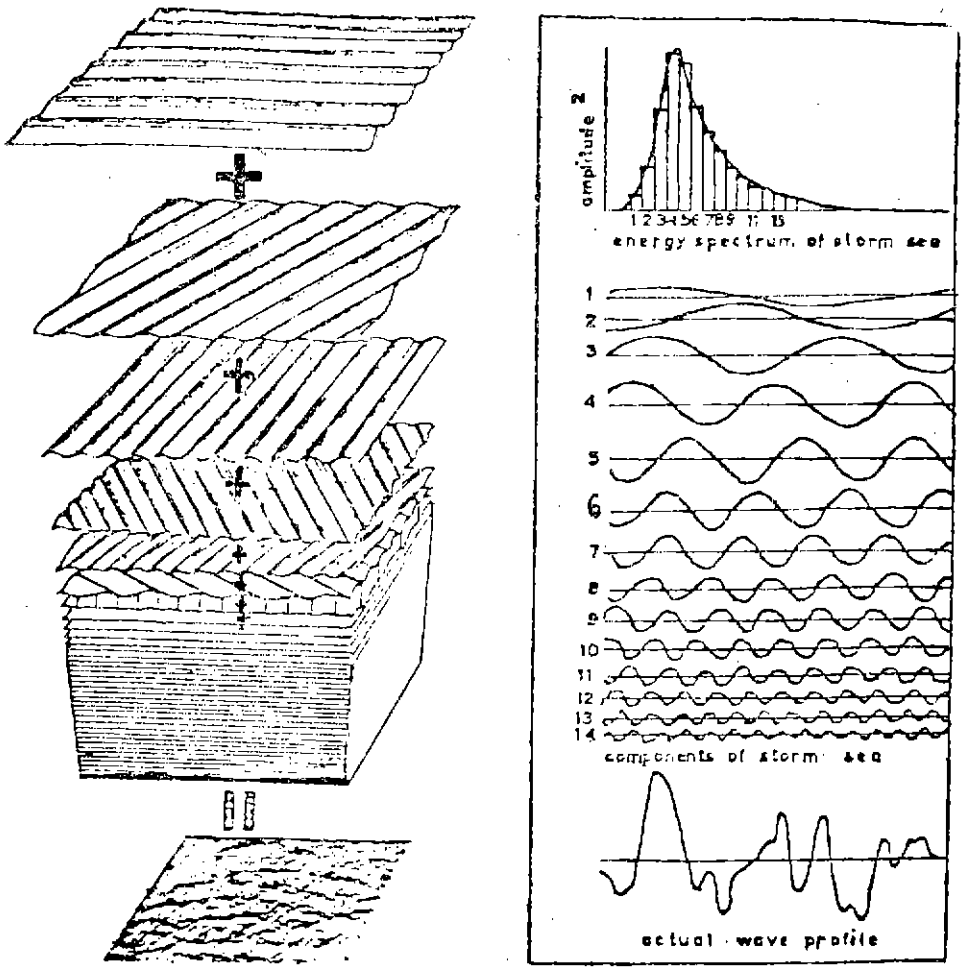


圖1 不規則波形

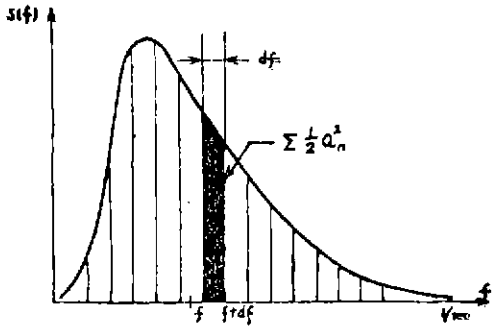


圖2 頻率譜

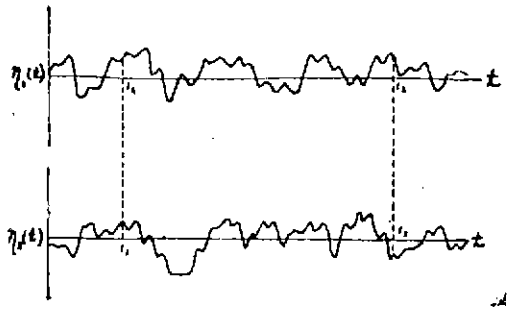


圖3 隨機過程

process)（圖3）在許多情況下，集合本身不易獲取或計量，而迫使研究者從某些樣本資料中去判斷集合之特性。例如收集一些海洋波浪，其價值不在此集合本身，而是可由此提供海洋波浪之特性，根據集合之觀念，隨機過程可表示如下：

$$\eta(t)=\{\eta_1(t),\ \eta_2(t)\cdots\eta_j(t)\cdots\} \qquad (3)$$

式中 { } 代表樣本資料 $\eta_1(t),\ \eta_2(t)\cdots\eta_j(t)\cdots$ 等之集合。

若在海洋中某固定點在時間 $t=t_1$ 觀測波浪資料爲 $\eta(t)$ 而在 τ 時間後應爲如何？若波形爲正弦波

則易於預測，若爲不規則波，希望能找出 t 與 $t+\tau$ 兩時間的波浪相互關係其相關函數 (correlation function) 定義爲兩個波浪值乘積之平均值

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta(t)\,\eta(t+\tau)\,dt \qquad (4)$$

若 $\eta(t)$ 與 $\eta(t+\tau)$ 取自同一波浪記錄資料則 $R(\tau)$ 稱爲 $\eta(t)$ 之自個相關函數 (auto-correlation function)(圖 4)取自不同資料則叫交錯相關 (cross correction) 自個相關函數 $R(\tau)$ 之特性爲

(1)自個相關函數爲偶函數卽 $R(\tau)=R(-\tau)$。

(2)當 $\tau=0$ 時，自個相關值爲水位變化之均方值：

$$R(0)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta^2(t)\,d(t)=\langle\eta\rangle^2 \qquad (5)$$

(3)不規則波當 $\tau\to\infty$ 時，自個相關值爲零卽 $R(0)>R(\tau)$。

自個相關型態如圖四所示，而定常性 (stationary) 爲許多集合之平均值不隨時間而變，經常應用算術平均 (或稱希望值 (expected value)) 和自個相關函數於此類試驗，定常性之條件爲

$$E[\eta(t)]=E[\eta(0)]=\overline{m} \quad -\infty<t<\infty \qquad (6)$$

$$E[\eta(t+\tau)\cdot\eta(t)]=E[\eta(\tau)\cdot\eta(0)]=R(\tau) \quad -\infty<t<\infty \qquad (7)$$

式中

$$E[\eta(t)]=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\eta_j(t) \qquad (8)$$

$$E[\eta(t+\tau)\,\eta(t)]=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\eta_j(t+\tau)\,\eta_j(t) \qquad (9)$$

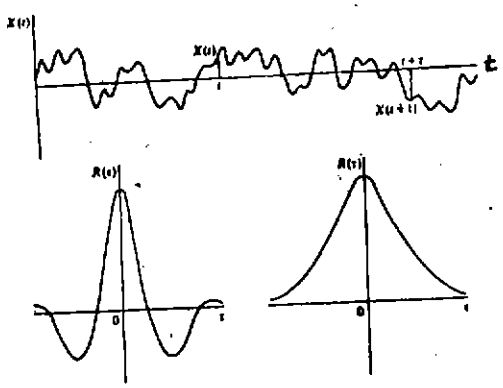


圖 4　自個相關函數

式 (6) 及式 (7) 爲集合之平均值，而非樣本資料之時間平均值，當此兩種平均值一致時，其過程稱爲統一性 (ergodic) 卽

$$E[\eta(t)]=\overline{\eta_j(t)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta_j(t)\,dt \qquad (10)$$

$$E[\eta(t+\tau)\,\eta(t)]=\overline{\eta_j(t+\tau)\,\eta_j(t)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta_j(t+\tau)\,\eta_j(t)\,dt \qquad (11)$$

一定常隨機過程可能爲統一性或非統一性（圖 5 ）但統一隨機性則永遠爲定常性，若統一隨機性過程，其概率密度爲一常態分佈 (normal distribution) 常稱爲高斯 (Gaussian) 分佈（圖 6 ）卽

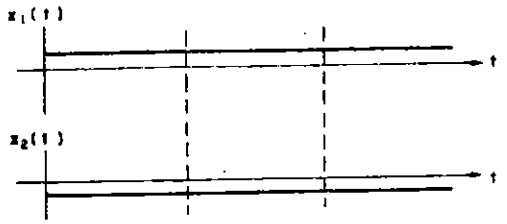
$$p(\eta)\,d(\eta)=\frac{1}{(2\pi m_0)^{1/2}}\cdot\exp\left(-\frac{(\eta-\overline{m})^2}{2m_0}\right)d\eta \qquad (12)$$

式中

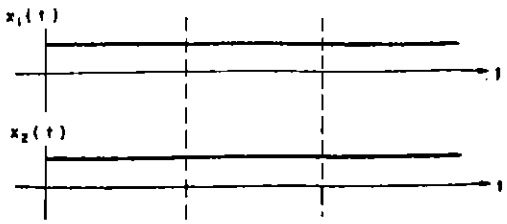
$$m_0=E[(\eta-\overline{m})^2]=E[\eta^2]-\overline{m}^2=\sigma_\eta^2 \qquad (13)$$

m_0 稱爲變異數 (variance)，σ_η 稱爲標準偏差 (standard deviation) 因定常高斯隨機過程爲統一性，概率密度函數和變異數可能定義爲樣本資料之時間平均值。假定式(1)爲一定常高斯隨機過程，則式(1)可代表任意不規則波形。

關於高斯分佈，必須憶及統計上之中央極限定理 (central limit theorem)，其表示在一般條件下



(a) 非統一性



(b) 統 一 性

圖 5　定常隨機過程

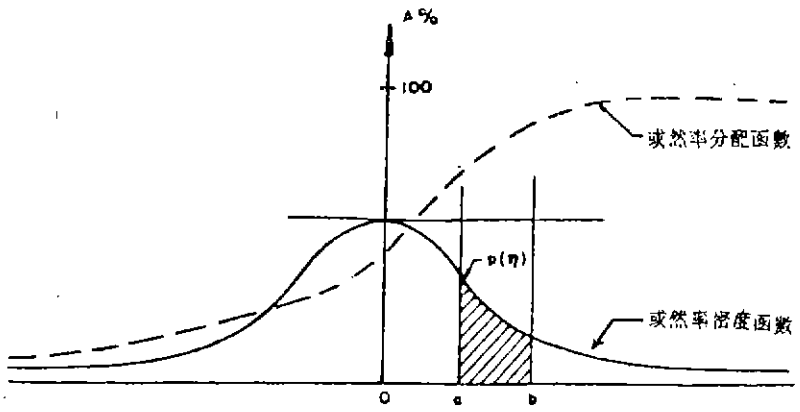
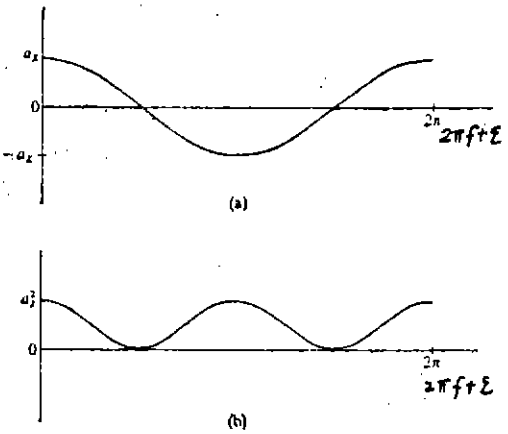


圖 6　自由水面概率分佈

獨立隨機變數之總和將近似爲一常態分佈[2,3]。

雖然海浪是否屬於定常高斯隨機過程爲一大討論重心，詳細調查海浪波形，顯示距高斯分佈有點偏差，且因特定之平均波高和週期之集合不易收集，故很難證實海浪之統一定常性。因爲亦無法證明其爲非統一性，與高斯分佈之偏差量很微小，且無更好之統計方法可用，故爲分析方便起見，經常均假定海浪爲一定常高斯隨機過程，本文將應用此特性解析，爲使分析簡化，另一假設條件爲任意時間 t 之水變化之平均值爲零（圖 7）。即

$$E[\eta(t)]=\overline{\eta(t)}=\overline{m}\equiv 0 \qquad (14)$$



(a) 正弦隨機過程水位變化平均值爲零
(b) 水位變化之均方值爲 $a_x^2/2$

圖 7　圖 說 表 示

二、頻 率 譜 分 析

1. 自個相關函數與波譜函數

當一自個相關函數定義於一定常隨機過程（包含非週期過程）。有一函數 $S(f)$ 滿足下列關係

$$R(\tau)=\int_0^\infty S(f)\cos(2\pi f\tau)\,df \qquad (15)$$

在時間 τ 整個範圍內 $|R(\tau)|^2$ 之積分量爲有限之條件下根據 Fourier 轉換理論，$S(f)$ 函數可表示如下：

$$S(f)=4\int_0^\infty R(\tau)\cos(2\pi f\tau)\,d\tau \qquad (16)$$

式 (15) 與 (16) 之關係稱爲 Wiener-Khintchine 關係[3]，τ 與 f 之範圍均在 $(-\infty,\infty)$ 間，R 與 S 定義如下：

$$R(\tau)=\int_{-\infty}^\infty S_0(f)\,e^{i2\pi f\tau}\,df \qquad (17)$$

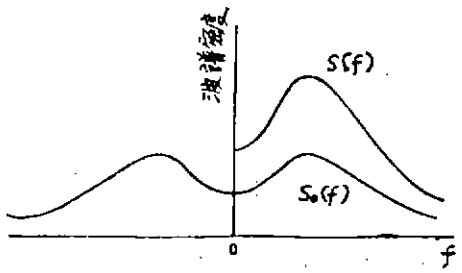


圖 8　波譜密度函數

$$S_0(f)=\int_{-\infty}^\infty R(\tau)e^{-i2\pi f\tau}\,d\tau \qquad (18)$$

式中 $S_0(f)$ 稱爲兩端波譜密度函數，爲 $S(f)$ 之半，而 $S(f)$ 稱爲一端波譜密度函數 (one sided spectral density function) 如圖 8 所示。將式 (1) 代入式 (4) 可得不規則波形之自個相關函數如下：

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta_j(t+\tau)\cdot\eta_j(t)dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos[2\pi f_n(t+\tau)+\varepsilon_n]\sum_{m=1}^{\infty}a_m\cos(2\pi f_m t+\varepsilon_m)\,dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}a_n a_m[\cos(2\pi f_n t+\varepsilon_n)\cos(2\pi f_m t+\varepsilon_m)\cos 2\pi f_n\tau$$

$$-\sin(2\pi f_n t+\varepsilon_n)\cos(2\pi f_m t+\varepsilon_m)\sin 2\pi f_n\tau]dt$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2\cos 2\pi f_n\tau \qquad (19)$$

將此式代入式 (16) 可得

$$S(f)=2\int_0^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2\cos(2\pi f_n\tau)\cos(2\pi f\tau)\,d\tau=\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2\int_0^{\infty}[\cos 2\pi(f_n+f)\tau+\cos 2\pi(f_n-f)\tau]\,d\tau \qquad (20)$$

脈衝 (impulse) 函數或稱爲 Dirac Delta 函數定義如下式[3,6]：

$$\delta(f)=\int_0^{\infty}e^{-i\,2\pi ft}\,dt$$

$$=\int_0^{\infty}\cos(2\pi ft)\,dt \qquad (21)$$

此類函數之性質如下：

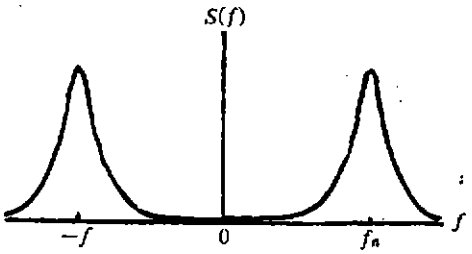
(1) $\delta(f)=0 \quad f\neq 0$

$\delta(f)=\infty \quad f=0$

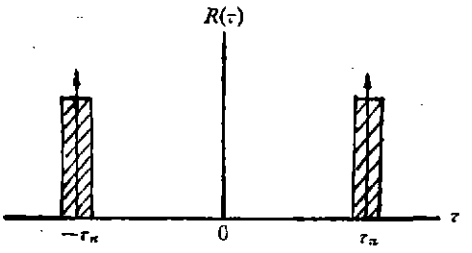
(2) $\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\delta(f)\,df=1$ ($\varepsilon>0$ 之情況)

(3) $\delta(-f)=\delta(f)$

(4) $\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}F(f)\,\delta(f)\,df=F(0)$ (任意 $F(f)$ 情況)



(a) 脈衝波譜函數



(b) 單位脈衝

圖9 Dirac delta 函數

式 (20) 右端積分在 $f_n=-f$ 和 $f_n=f$ 之情況時收斂爲 Dirac delta 函數 (圖9) 因此處僅考慮 $0<f<\infty$，故僅在 $f_n=f$ 取 delta 函數，同時原 delta 函數範圍爲 $(-\infty,\infty)$，故式 (20) 僅爲原 delta 函數值之半

$$S(f)=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}a_n^2\,\delta(f_n-f)$$

$$=\frac{1}{df}\sum_{f}^{f+df}\frac{1}{2}a_n^2 \qquad (22)$$

此式與 (2) 式所定義之頻率譜函數相同，故式 (2) 所定義之 $S(f)$ 函數被證實爲一頻率譜函數，此一事實顯示波譜估計方法是根據自個函數[4]，同時根據式 (18), (11), (5) 及 (15) 可得以下關係

$$m_0=E[\eta^2]=\overline{\eta^2(t)}=\langle\eta^2(t)\rangle=R(0)$$

$$=\int_0^{\infty}S(f)\,df \qquad (23)$$

2. 波譜推定

除可利用自個相關函數方法，亦可用較直接之方法推算波譜密度函數，假設一樣本資料在 Δt 時間內含有 N 個資料，爲簡化計算，令 N 爲偶數，則樣本資料可用有限個 Fourier 級數表示如下：

$$\eta(t_*)=\frac{A_0}{2}+\sum_{K=1}^{N/2-1}\left[A_K\cos\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right)+B_K\sin\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right)\right]+\frac{A_{N/2}}{2}\cos(\pi t_*) \qquad (24)$$

式中 $t_*=t/\Delta t$；$t_*=1,2\cdots N$

係數 A_K 及 B_K 可得如下式：

$$\left.\begin{aligned} A_K &= \frac{2}{N}\sum_{t_*=1}^{N}\eta(t_*)\cos\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right) \\ &\qquad 0\le K\le N/2 \\ B_K &= \frac{2}{N}\sum_{t_*=1}^{N}\eta(t_*)\sin\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right) \\ &\qquad 1\le K\le N/2-1 \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

因波浪記錄 $\eta(t)$ 爲一定常高斯隨機過程，每一資料不同故 A_K, B_K 可根據波浪記錄而得不同值，當 $N\to\infty$, A_K 和 A_K 可根據中央極限定理爲平均值 $\bar{\eta}=0$ 之常態分佈，其變異數可計算如下：

首先計算 $K\neq 0$ 及 $N/2$ 情況 A_K 之平方值

$$\begin{aligned} A_K^2 &= \frac{4}{N^2}\left[\sum_{t_*=1}^{N}\eta(t_*)\cos\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right)\right]^2 \\ &= \frac{4}{N^2}\left[\sum_{t=1}^{N}\eta^2(t_*)\left(\cos\frac{2\pi K}{N}t_*\right)^2\right. \\ &\quad +2\sum_{\tau_*=1}^{N-1}\sum_{t_*=1}^{N-\tau_*}\eta(t_*)\eta(t_*+\tau^*) \\ &\quad \cdot\cos\frac{2\pi K}{N}t_* \\ &\quad \left.\cdot\cos\frac{2\pi K}{N}(t_*+\tau_*)\right] \end{aligned} \quad (26)$$

當 $N\to\infty$, A_K 之變異數爲 A_K^2 之希望值，而 $(\cos(2\pi Kt_*)/N)^2$ 之希望值等於½，$\cos(2\pi Kt_*)/N\times\sin(2\pi Kt_*)/N$ 爲 0，故

$$\begin{aligned} E[A_K^2] &= \lim_{N\to\infty}\frac{2}{N^2}\left[\sum_{t_*=1}^{N}\eta^2(t_*)\right. \\ &\quad +2\sum_{\tau_*=1}^{N-1}\sum_{t_*=1}^{N-\tau_*}\eta(t_*)\eta(t_*+\tau_*) \\ &\quad \left.\cdot\cos\left(\frac{2\pi K}{N}t_*\right)\right] \end{aligned} \quad (27)$$

將自個相關函數定義（式 7）代入上式可得

$$\begin{aligned} E[A_K^2] &= \lim_{N\to\infty}\frac{2}{N}\left[R(0)+2\sum_{\tau_*=1}^{N-1}R(\tau_*)\right. \\ &\quad \left.\cdot\cos\left(\frac{2\pi K}{N}\tau_*\right)\right] \end{aligned} \quad (28)$$

因 $\cos\theta$ 爲偶函數，故可改寫爲

$$\begin{aligned} E[A_K^2] &= \lim_{N\to\infty}\frac{2}{N}\sum_{\tau_*=-(N-1)}^{N-1}R(\tau_*) \\ &\quad \cdot\cos\left(\frac{2\pi K}{N}\tau_*\right) \\ &= \lim_{N\to\infty}\frac{2}{N\Delta t}\sum_{\tau=-\infty}^{\infty}R(\tau) \\ &\quad \cdot\cos(2\pi f_K\tau)\Delta t \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\tau_*=\tau/\Delta t$

$$f_K=\frac{K}{N\Delta t}=\frac{K}{t_0}$$

$t_0=N\Delta t$ 爲波形記錄之延時 (the length of the sample record) 式 (29) 右端爲式 (18) 積分之級數表示，因 $R(\tau)=R(-\tau)$ 故可得

$$\begin{aligned} E[A_K^2] &= \frac{2}{N\Delta t}S_0(f_K) \\ &= \frac{1}{N\Delta t}S(f_K) \\ &\qquad \left(1\le K\le\frac{N}{2}-1\right) \end{aligned} \quad (30)$$

同理可計算 B_K 之變異數爲

$$E[B_K^2]=\frac{1}{N\Delta t}S(f_K) \qquad \left(1<K<\frac{N}{2}-1\right) \quad (31)$$

至於 A_0 與 $A_{N/2}$ 可得

$$E[A_0^2]=\frac{1}{N\Delta t}S(f_0) \quad (32)$$

$$E[A_{N/2}^2]=\frac{1}{\Delta Nt}S(f_{N/2}) \quad (33)$$

以上證明顯示 Fourier 係數 A_K 和 B_K 爲平均值爲零，變異數爲 $S(f_K)/N\Delta t$ 之常態分佈，其數學處理相當繁雜，詳見參考資料五或其他有關統計書籍，而 A_K 與 B_K 之互變數 (covariance) 計算如下：

$$\begin{aligned} &E[A_KB_K] \\ &= \lim_{N\to\infty}\frac{4}{N^2}\left\{\sum_{t_*=1}^{N}\eta(t_*)\cos\frac{2\pi K}{N}t_*\right\} \\ &\quad \cdot\left\{\sum_{t_*=1}^{N}\eta(t_*)\sin\frac{2\pi K}{N}t_*\right\} \\ &= \lim_{N\to\infty}\frac{4}{N}\sum_{\tau_*=1}^{N-1}R(\tau_*)\sin\frac{2\pi K}{N}\tau_* \\ &=0 \end{aligned} \quad (34)$$

故 A_K 與 B_K 爲統計上獨立 (statistically independent)，爲下一步驟波譜推算，先介紹變數 I_K 如下：

$$I_K=\begin{cases} NA_0^2 & K=0 \\ N(A_K^2+B_K^2) & 1\le K\le N/2-1 \\ NA_{N/2}^2 & K=N/2 \end{cases} \quad (35)$$

因 I_K 定義爲兩種獨立常態變數之平方和，它亦爲遵循 chi 平方分佈自由度爲 2，$K\neq 0$ & $N/2$

和 $K=0$ & $N/2$ 之隨機變數。用 χ^2_r 表示 chi 平方分配，其中 r 爲自由度之數目，其概率密度函數爲

$$\chi^2_r=\frac{\sum_{i=1}^{r}\eta_i^2}{\sigma^2} \qquad (36)$$

$$p(\chi^2_r)=\frac{1}{2^{r/2}\Gamma(r/2)}(\chi^2_r)^{r/2-1}e^{-\chi^2_r/2} \qquad (37)$$

$\Gamma(r)$爲 Gamma 函數 $\Gamma(n+1)=n\Gamma(n)$, $\Gamma(1)=1$ 及 $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$ 在本情況之 chi 平方分配自由度爲 2 其概率密度，希望值和變異數爲：

$$p(\chi^2_2)=\frac{1}{2}e^{-\frac{\chi^2}{2}} \qquad (38)$$

$$E[\chi^2_n]=n; \qquad \mathrm{var}[\chi^2_n]=2n \qquad (39)$$

故隨機變數 I_K 可改寫爲

$$I_K=\begin{cases}\frac{1}{\Delta f}S(f_K)\chi^2_2 & 1<K=N/2-1\\ \frac{2}{\Delta f}S(f_0)\chi^2_1 & K=0\\ \frac{2}{\Delta f}S(f_{N/2})\chi^2_1 & K=N/2\end{cases} \qquad (40)$$

I_K 之希望值和變異數可根據 chi 平方分配得出爲

$$E[I_K]=\frac{2}{\Delta f}S(f_K) \qquad 0\le K\le N/2 \quad (41)$$

$$\mathrm{var.}[I_K]=\frac{4}{(\Delta f)^2}S^2(f_K) \quad 0\le K\le N/2 \quad (42)$$

將 I_K 與其相對之頻率畫於圖上稱爲週期圖 (periodogram)，有時亦應用於 I_K 本身，式 (41) 指出 I_K 可用於推算波譜密度 $S(f_K)$。而式 (42) 建議 I_K 之統計偏差值，若太大則無法得到可靠之波譜推算值，實際上，I_K 之標準偏差值與其希望值相同，故一波浪樣本資料之 Fourier 係數所得之週期圖可作波譜密度函數之初估。

與自個函數方法同樣，爲使波譜估計值能達最佳之信賴度，建議其中有一最大遲時 (maximum lag) τ_{max} 爲樣本資料延時之一部份，假設 $S(f)$ 僅略隨頻率而變，在週期圖情況，統計上之變化性可用平滑化或在鄰近頻率中取一數平均 (weighted average) 而使其減少。此方法叫平滑週期圖法 (smoothed periodogram method) (圖 10) 因本法使用 Fourier 轉換技巧計算 Fourier 係數故有時亦稱爲 FFT 法 (fast Fourier transform)。

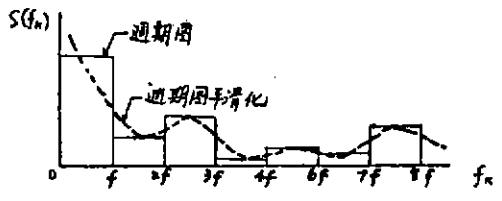


圖 10 平滑週期圖法

週期圖之平滑化解析方法多種，將於下節中討論，最簡單之方法是所考慮之頻率鄰近 n 個週期圖之算術平均，故波譜密度函數 $S(f_K)$ 之推定值爲

$$S^*(f_K)=\frac{1}{n}\sum_{j=K-[n-1/2]}^{K+[n/2]}I_j\frac{\Delta f}{2} \qquad (43)$$

式中 $[n/2]$ 表示不超過 $n/2$ 之最大整數。

週期圖 I_K 曾證明爲一相互獨立[3]，若下列近似值成立

$$S(f_j)\simeq S(f_K)$$
$$K-[n-1/2]\le j\le K+[n/2] \qquad (44)$$

則 $S^*(f_K)$ 變化爲一遵循 chi 平方分配自由度爲 $2n$ 之隨機變數因其爲二個自由度 chi 平方分配 n 個隨機變數之總和，故

$$S^*(f_K)=S(f_K)\chi^2_{2n}/2n \qquad (45)$$

$S^*(f_K)$ 之希望值與 $S(f_K)$ 符合，而 $S(f_K)$ 之變異數隨 n 之減少而成反比。爲增加波譜推算值之信賴度，可增加 N 與 n 值而保持 $N\gg n$ 之關係。在統計術語中 $S^*(f_K)$ 爲 $S(f_K)$ 之不偏且一致性之推算值。

$S^*(f_K)$ 之統計上可靠性計量爲根據 chi 平方分配之信賴度間隔 (confidence interval)，例如 $n=20$ 情況，則推算值之信賴度間隔爲95%，參考 chi 平方分配或然率表知 chi 平方值爲 $p(\chi^2_{40}<b)=0.975$ 及 $p(\chi^2_{40}>a)=0.025$ 其中 a, b 值爲：

$$a=24.433 \quad (a/2n=0.611)$$
$$b=59.342 \quad (b/2n=1.484)$$

因此集合之波譜密度函數之眞值估計將位於下列概率95%之範圍：

$$0.611S^*(f_K)<S(f_K)<1.484S^*(f_K) \qquad (45)$$

爲增加波譜推算值之可靠性，可由增加週期圖數目並加以平均，於是增加波譜推算值之自由度數目。然而此程序將導致波譜密度函數分解之減少，分解之指數 (index of resolution) 爲兩鄰近獨立波

譜推算值之帶域幅 (band width)，若帶域幅愈窄則分解愈佳，根據式 (43) 平滑之帶域幅爲

$$f_B = f_{K+n} - f_K = \frac{n}{N\Delta t} = \frac{n}{t_0} \qquad (46)$$

此方程式指出波譜推算值之分解與可靠性不能同時改進，但可犧牲某一方面爲之，若樣本資料已知，其延時 (t_0) 固定，此現象稱爲未確定之 Grenander 原理。

3. 平滑週期圖推算波譜法

自個相關函數法估算波譜密度函數之方法，曾有學者詳加探討[3,4] 現介紹週期圖平滑化推算波譜之方法。

(a)波浪資料長度和讀取之時間間隔：

爲避免與定常性干擾，因此一樣本資料寧取長些，但若時間太長，海洋氣象已變更，不能代表同一條件下之波浪，故建議現場海洋調查之波浪資料所取之標準長度爲 100 個波浪（上交零切），而實驗室爲 200 個以上波浪。

在波浪記錄中取時間間隔 Δt，選用範圍可在 1/10 至 1/20 指示波週期間即 $\Delta t = (1/10 \sim 1/20) T_{1/3}$，故總取樣之時間間隔 Δt 與波譜分析之最大頻率 (f_c) 之關係爲

$$f_c = \frac{1}{2\Delta t} \qquad (\text{或 } T_c = 2\Delta t) \qquad (47)$$

此頻率稱爲折返周波數 (folding frequency) 或 Nyquist 頻率，任一波譜成分在此頻率範圍外將被折返至 $f_0 = 0 \sim f_c$ 之間且造成稱爲 "aliasing" 之誤差。

(b)平均水位之補正：

若一波浪資料其水位平均值爲零，則波譜分析較容易，爲此目的，必先計算資料之平均值且補正使其爲可作分析用之波浪資料，任意線性趨勢者例如潮汐變化亦需補正。

(c)資料窗 (data window) 之應用：

若一波譜包含一個或數個非常大且尖銳之高峯 (peak)，週期圖將可能在原資料之鄰近地區發生錯誤之釘狀物 (spikes) 此稱爲漏損 (leakage)，爲便此漏損量減少之技巧爲資料窗之應用，此必需逐漸將波浪記錄之首尾略變，資料之轉變過程方法如下式：

$$\eta(t_*) \to b(t_*)\,\eta(t_*) \qquad (48)$$

係數 $b(t_*)$ 稱爲資料窗 (data window)，下列有兩種資料窗之形式，在應用上常用到。

(a)梯形 $[0 < \ell < N/2]$

$$b_1(t_*) = \begin{cases} \dfrac{t_*}{\ell} & 0 \le t_* < \ell \\ 1 & \ell \le t_* \le N-\ell \\ \dfrac{N-t_*}{\ell} & N-\ell < t_* < N \end{cases} \qquad (49)$$

㈡餘弦型 $[0 < \ell < N/2]$

$$b_2(t^*) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left[1-\cos\left(\dfrac{\pi t_*}{\ell}\right)\right] & 0 < t_* < \ell \\ 1 & \ell \le t_* \le N-\ell \\ \dfrac{1}{2}\left[1-\cos\dfrac{\pi(N-t_*)}{\ell}\right)\right] & N-\ell < t_* < N \end{cases} \qquad (50)$$

長度 ℓ 可能取爲 $N/10$，在此情況下，波譜推算值之自由度數目將減少約10%，使用一資料窗亦可減少波浪記錄之總能量，故週期圖必須乘以一因子 $N/\sum b^2(t_*)$ 加以補整。因此若已知波譜無任何尖銳釘狀形態之情況時，建議最好不用資料窗[6]。

4. Fourier 係數之計算

Fourier 係數直接計算可用式 (25)，但當 N 增大時，因計算之耗時大，故用平滑週期圖法於波譜推不能符合實際之應用，而在 1965 年 Cooley 與 Tukey[7] 發表一種計算 Fourier 係數之新解法，可用 $(\log N)/N$ 因子減少計算時間，此技術稱爲 FFT 法[8,9] 且形成週期圖平滑化方法和其他各種資料處理之基礎。

FFT 法之限制爲當資料點數必須用 2^m 表示時，它才能作有地操作，且大多數電腦程式均僅用於 $N = 2^m$ 之情況，既使如此，FFT 法可延伸於其他數之組合例如 $2^M \times M$ (M 爲奇數)，此種限制經常可在波浪資料後端加上一些適當數目的需使其總數達 2^m，以供應用。

5. 週期圖之計算：

Fourier 係數 A_K 及 B_K 計算後，可代入式 (35) 求 I_K 週期圖，但因 FFT 分析與波浪資料點數間之差和資料窗影響之補整，故需修正總能量，故週期圖之計算公式變爲

$$I_K=\begin{cases}\alpha(A_K^2+B_K^2) & 1\le K\le(N/2)-1\\ \alpha A_0^2 & K=0\\ \alpha A_{N/2}^2 & K=N/2\end{cases} \quad (51)$$

式中

$$\alpha=\frac{N_s^2}{Nu};\qquad u=\frac{1}{N}\sum_{t_s=1}^{N}b^2(t_s) \quad (52)$$

N_s 爲 FFT 分析之資料點數。

6. 週期圖之平滑化：

根據式 (43)，週期圖平滑化之通式爲

$$S^*(f_K)=\frac{\Delta t}{2}\sum_{j=K-[n-1/2]}^{K+[n/2]}K(f_K-f_j)\,I_j \quad (53)$$

函數 $K(f)$ 稱爲平滑化函數 (smoothing function) 或加權函數 (weighting function)，有時亦時亦稱爲濾清 (filter)，此函數必須滿足下列條件

$$\sum_{j=K-[n-1/2]}^{K+[n/2]}K(f_K-f_j)=1 \quad (54)$$

下列函數經常在平滑化計算中使用

(a)矩形濾清 (rectangular filter)

$$K_1(f_j)=\frac{1}{n},\quad -[(n-1)/2]\le j<[n/2] \quad (55)$$

(b)三角形濾清

$$K_2(f_j)=\frac{1}{K_2}\left[1-\frac{|j|}{[(n-1)/2]}\right]$$
$$-[(n-1)/2]\le j\le[n/2] \quad (56)$$

(c)拋物線濾清

$$K_3(f_j)=\frac{1}{K_3}\left[1-\left(\frac{j}{[(n-1)/2]}\right)^2\right]$$
$$-[(n-1)/2]\le j\le[n/2] \quad (57)$$

式中 $\overline{K}_2$ 與 $\overline{K}_3$ 爲滿足於式 (53) 之常數項。

雖然每一週期圖 (periodogram) 均可能使其平滑化，波譜密度函數合成之推算值並非統計上獨立，因此波譜密度函數之推定值相距 $[n/2]$，換言之，光滑化是相鄰者每一面積之半互相重疊而成者。

前所討論之波譜推定值，長方形濾清之自由度數量爲 $2n$，且波譜分解之帶域幅如式 (46) 所示，其他濾清之自由度數目可計算如下[5]：

$$r=2\Big/\left\{\sum_{j=-[(n-1)/2]}^{[n/2]}K(f_j)\right\} \quad (58)$$

當 n 值極大時，可得下列近似值

$r=1.5\,n$　　(三角形濾清)

$r=1.667\,n$　　(拋物線形濾清)

在長方形濾清之情況下，資料窗之使用，其自由度之數目發生某些減少，有效之帶域幅可能定義如下：

$$f_B=\frac{3n}{4N\Delta t}=\frac{3n}{4t_0}\quad (三角形濾清) \quad (59)$$

$$f_B=\frac{5n}{6N\Delta t}=\frac{5n}{6t_0}\quad (拋物線形濾清) \quad (60)$$

週期圖之平滑化，所需之週期圖數量 (n)，控制波譜推定值之可靠性和波譜分析之適當與否，數量 (n) 必須在此兩個要求中折衷選定，在海浪之分析中，爲確保波譜推定值有良好之可靠性，n 值經常選用 20 至 40 之間之值。

三、波高之分佈

1. 不規則波之包絡波形：

在不規則波高與週期之統計分析中，包絡波形 (wave envelope) 之觀念很重要，它首先由 Rice[1] 提出，考慮波能集中於狹帶域 (narrow frequency range) 即狹帶域波譜情況 (圖 11)。然後波形正如頻率大約相同之隨機調和波 (randonly modulating waves)，爲便於表示此類波形，可將式 (1) 改寫爲

$$\eta(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(2\pi f_n t+\varepsilon_n)$$
$$=Y_c(t)\cos 2\pi\overline{f}t-Y_s(t)\sin 2\pi\overline{f}t \quad (61)$$

式中：

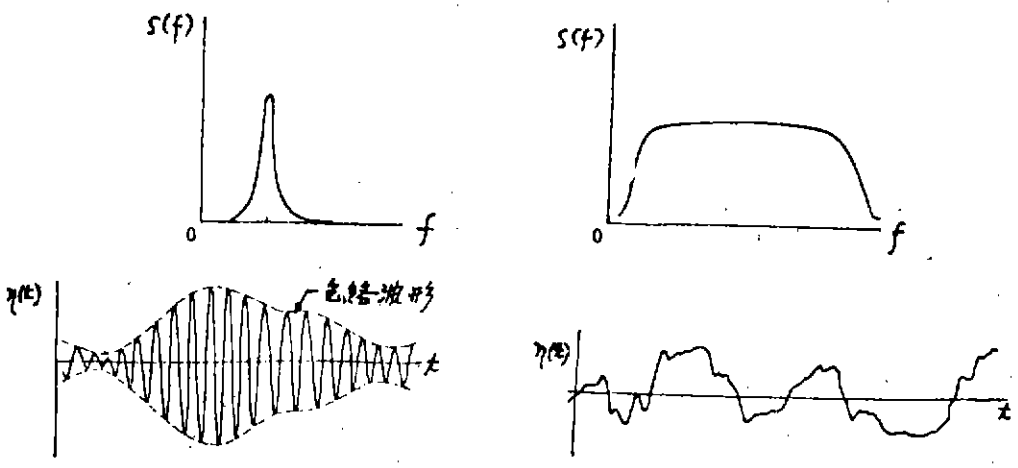
$$\left.\begin{aligned}Y_c(t)&=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(2\pi f_n t+2\pi\overline{f}t+\varepsilon_n)\\ Y_s(t)&=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\sin(2\pi f_n t-2\pi\overline{f}t+\varepsilon_n)\end{aligned}\right\} \quad (62)$$

平均頻率 $\overline{f}$，可能爲波能集中之任意頻率，其中之一可能定義爲：

$$\overline{f}=\frac{m_1}{m_0} \quad (63)$$

式中

$$m_n=\int_0^{\infty}f^n S(f)\,df \quad (64)$$



(a) 窄 頻 帶　　(b) 寬 頻 帶

圖 11　寬頻帶與窄頻帶波譜

由式 (62) 可求出振幅 R 和位相角 ϕ 爲

$$R=R(t)=\sqrt{Y_c^2(t)+Y_s^2(t)} \tag{65}$$

$$\phi=\phi(t)=\tan^{-1}[Y_s(t)/Y_c(t)] \tag{66}$$

或爲

$$Y_c=R\cos\phi;\qquad Y_s=R\sin\phi \tag{67}$$

故波形可改寫爲 R 與 ϕ 之函數爲

$$\eta=R(t)\cos[(2\pi\bar{f}t+\phi(t)] \tag{68}$$

很明顯地 $R=R(t)$ 表示波浪包絡線之振幅，如圖11所示之破折線。

R 之統計性質可由 Y_c 與 Y_s 中導出，根據中央極限定理，式 (62) 中 Y_s 及 Y_c 爲平均值爲零之常態分配，故其變異數可計算如下式

$$E[Y_c^2]=E[Y_s^2]=E[\eta^2]=m_0 \tag{69}$$

同時亦可證明之變數 $E[Y_sY_c]=0$，故 Y_s 與 Y_c 爲統計上獨立故其結合概率 (joint probability) 爲 Y_c 在 $(Y_c,\ Y_c+dY_c)$ 間，而 Y_s 在 $(Y_s,\ Y_s+dY_s)$ 間，同時取一值，兩高斯分佈之乘積卽

$$p(Y_c,Y_s)\,dY_c\,dY_s=\frac{1}{2\pi m_0}\cdot\exp\left(-\frac{Y_c^2+Y_s^2}{2m_0}\right)dY_c\,dY_s \tag{70}$$

根據式 (67)，$dY_s\,dY_c=R\,dR\,d\phi$ 之關係，上式可轉換爲 R 與 ϕ 之結合概率爲

$$p(R,\phi)\,dR\,d\phi=\frac{R}{2\pi m_0}\cdot\exp\left(-\frac{R^2}{2m_0}\right)dR\,d\phi \tag{71}$$

因 R 與 ϕ 爲統計上獨立，結合概率密度函數 $p(R,\phi)$ 可表示爲兩個概率密度函數 $p(R)$ 與 $p(\phi)$ 之乘積，而在 (71) 式中無 ϕ 值，卽 $p(\phi)$ 爲常數，亦卽 ϕ 值在 0 與 2π 間均勻分佈，故 $p(\phi)=1/2\pi$ (圖 12) R 之概率密度函數爲

$$p(R)\,dR=\frac{R}{m_0}\exp\left(-\frac{R^2}{2m_0}\right)dR \tag{72}$$

此式爲 Rayleigh 分佈

2. 各種平均波高之關係：

在狹帶域之前提下，則在兩波峯間出現極大值之概率非常小，因此當 $R=R(t)$ 可當作表示單一波浪 (individal waves) 之振幅，在此情況下，假定波形爲線性關係，單一波浪之波高可取振幅之二倍，

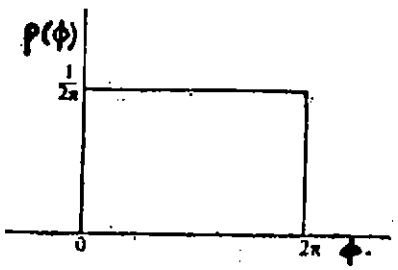


圖 12　位相概率分佈

因此波高之概率密度函數爲

$$p(H)\,dH=\frac{H}{4m_0}\exp\left(-\frac{H^2}{8m_0}\right) \qquad (73)$$

因此可易於由上式得到波高之算術平均值和均方根值如下：

$$\overline{H}=\int_0^\infty Hp(H)\,dH=(2\pi\, m_0)^{1/2} \qquad (74)$$

$$H_{rms}^2=\int_0^\infty H^2p(H)\,dH=8m_0 \qquad (75)$$

因此式 (73) 之波高 Rayleigh 分佈 (圖13) 可改寫爲下列通式

$$p(x)\,dx=2a^2\,x\exp\left(-a^2\,x^2\right)dx \qquad (76)$$

式中 $x=H/H_*$：H_*：參考波高

$$a=\frac{H_*}{(8m_0)^{1/2}}=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{2}}, & (H_*=m_0^{1/2}=\sigma_s)\\[2ex] \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}, & (H_*=\overline{H})\\[2ex] 1, & (H_*=H_{rms})\end{cases} \qquad (77)$$

所以可計算 $1/N$ 最大波高之平均值 (圖14) 首先計算波高超過 x_N 之概率爲 $1/N$ 之 x_N 值

$$\begin{aligned}p(x_N)&=p(\xi>x_N)\\&=\int_{x_N}^\infty p(\xi)d\xi=\exp\left(-a^2x_N^2\right)\\&=\frac{1}{N}\end{aligned} \qquad (78)$$

故

$$x_N=\frac{1}{a}\sqrt{\ln N} \qquad (79)$$

用 $x_{1/N}$ 代表 $1/N$ 最大波高之平均值，則

$$\begin{aligned}x_{1/N}&=\frac{\int_{x_N}^\infty x\,p(x)\,dx}{\int_{x_N}^\infty p(x)\,dx}\\&=N\int_{x_N}^\infty x\,p(x)\,dx\end{aligned} \qquad (80)$$

積分上式可得

$$\begin{aligned}x_{1/N}&=x_N+\frac{\sqrt{\pi}N}{2a}\,\mathrm{Erfc}\,(a\,x_N)\\&=x_N+\frac{\sqrt{\pi}N}{2a}\,\mathrm{Erfc}\left[(\ln N)^{1/2}\right]\end{aligned} \qquad (81)$$

式中

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{Erf}(x)&=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-z^2}\,dx\\ \mathrm{Erfc}(x)&=1-\mathrm{Erf}(x)\\&=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^\infty e^{-z^2}\,dx\end{aligned}\right\} \qquad (82)$$

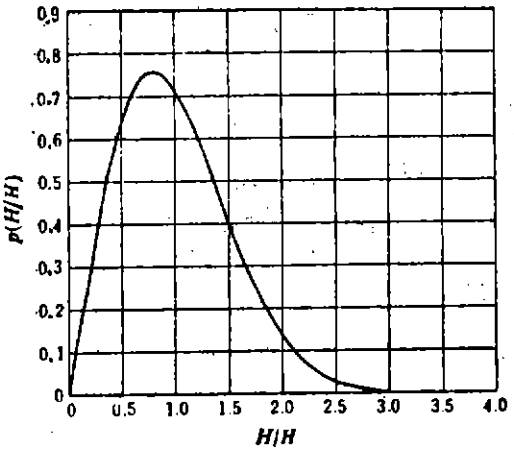


圖13 波高概率密度函數

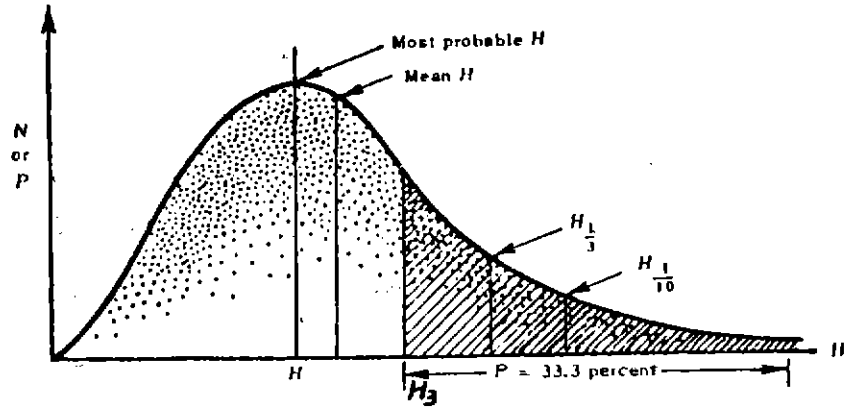


圖14 波高概率分佈

表一 各種代表波高比較

N	$H_{1/N}/(m_0)^{1/2}$	$\overline{H}_{1/N}/H$	$H_{1/N}/H_{rms}$	備考
100	6.673	2.662	2.359	—
50	6.241	2.490	2.207	—
20	5.616	2.241	1.986	—
10	5.090	2.031	1.800	1/10 最大波高
5	4.501	1.796	1.591	—
3	4.004	1.597	1.416	有義波高
2	3.553	1.417	1.256	—
1	2.507	1	0.886	平均波高

根據式 (81) 可計算各種代表波高之比值如表一所示，此結果僅爲希望值，由於原假設條件爲狹頻帶域，故實際波浪有些頻帶較寬，故實測記錄之波高比值與理論值有點變化。

利用部份積分展開 Erfc(x) 近似值爲[10]

$$\mathrm{Erfc}(x)=\frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n-1)!!}{2^n x^{2n+1}} \tag{83}$$

將 (83) 式之級數代入式 (81) 可得 $x_{1/N}$ 近似值爲

$$x_{1/N}=x_N+\frac{1}{2a(\ln N)^{1/2}}\cdot\left[1-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n-1)!!}{2^n(\ln N)^n}\right] \tag{84}$$

若 $N=10$，取至第二項，近似值之誤差約爲 0.6%。

3. 最大波高之分佈

由於 Rayleigh 分佈並無上限限制，因此任何大浪均有出現之可能，既使其出現之概率很小。最大波浪之討論主題主要是隨機選擇 N_0 個波浪中最大波浪之概率分佈及其統計性質，關於此方面研究，Longuet-Higgin[11] 已有數學處理，以下所說明者爲由 Davenport[12] 所提出之近似解法。

令 N_0 個波浪中，最大波高爲 x_{max}，其概率密度函數爲 $p^*(x_{max})$，而 x_{max} 之值在 x_{max} 與 $x_{max}+dx_{max}$ 之機會爲在 N_0 波浪中僅有一波浪在此範圍內，而其他 (N_0-1) 個波浪值均小於 x_{max}，故此種機會之概率可列爲

$$\begin{aligned}p^*(x_{max})\,dx_{max}&=N_0[1-p(x_{max})]^{N_0-1}p(x_{max})\,dx_{max}\\&=d[1-p(x_{max})]^{N_0}\end{aligned} \tag{85}$$

式中 $p(x)$ 如式 (78)，而 $p(x)$ 如式 (76)，當 N 極大值時，則式 (85) 之右端收斂爲

$$\lim_{N_0\to\infty}[1-p(x_{max})]^{N_0}=\lim_{N_0\to\infty}\left(1-\frac{\xi}{N}\right)^{N_0}=e^{-\xi} \tag{86}$$

式中

$$\xi=N\,p(x_{max})=N_0\exp[-a^2x_{max}^2] \tag{87}$$

將式 (86) 代入式 (83) 取近似值可得

$$\begin{aligned}p^*(x_{max})&=-e^{-\xi}\,d\xi\\&=2a^2x_{max}\,\xi\,e^{-\xi}\,dx_{max}\end{aligned} \tag{88}$$

因此可得概率之密度函數，現可導出 x_{max} 之一些統計，例如 x_{max} 之模數 (mode) 定義爲在 p 點極大值之點：即

$$\frac{dp^*}{dx_{max}}=0 \quad 在\ x_{max}=(x_{max})_{mode} \tag{89}$$

故

$$(x_{max})_{mode}=\frac{1}{a}(\ln N_0)^{1/2}\left(1+\frac{1}{4(\ln N_0)^2}+\cdots\right) \tag{90}$$

當 N_0 極大時上式右端第二項以上可省略，故可得近似值爲

$$(H_{max})_{mode}=0.706\sqrt{\ln N_0}\,H_{1/3} \tag{91}$$

x_{max} 之希望值（算術平均值）與均方值可定義爲

$$\begin{aligned}E[x_{max}]&=\int_0^{\infty}x_{max}\,p^*(x_{max})\,dx_{max}\\&=\int_0^{N_0}x_{max}\,e^{-\xi}\,d\xi\end{aligned} \tag{92}$$

表二 各種最大波高比較

N	50	100	500	1,000	10,000	100,000
$\left(\frac{H_{max}}{H_{rms}}\right)_{平均值}$	2.12	2.28	2.61	2.78	3.13	3.47
$\left(\frac{H_{max}}{H_{rms}}\right)_{mode}$	1.97	2.14	2.49	2.63	3.03	3.39
$\left(\frac{H_{max}}{H}\right)_{m}$	2.27	2.47	2.83	2.98	3.43	3.83
$\left(\frac{H_{max}}{H_{1/3}}\right)_{m}$	1.42	1.53	1.77	1.86	2.15	2.39

$$E[x_{max}^2]=\int_0^\infty x_{max}^2\, p^*(x_{max})\, d\,x_{max}$$
$$=\int_0^{N_0} x_{max}^2\, e^{-\xi}\, d\,\xi \qquad (93)$$

由式 (87) x_{max}可改寫爲ξ之函數爲

$$x_{max}=\frac{1}{a}(\ln N_0-\ln\xi)^{1/2}$$
$$\doteqdot\frac{1}{a}(\ln N_0)^{1/2}-\frac{\ln\xi}{2a(\ln N_0)^{1/2}}$$
$$+\frac{(\ln\xi)^2}{8a(\ln N_0)^{3/2}}+\cdots \qquad (94)$$

因

$$-\int_0^\infty(\ln\xi)\,e^{-\xi}\,d\xi=r=0.5772\cdots$$
r稱爲尤拉常數 (Euler's content) (95)

$$\int_0^\infty(\ln\xi)^2\,e^{-\xi}\,d\,\xi=\frac{\pi^2}{6}+r^2 \qquad (96)$$

故將式 (94) 代入式 (92) 及式 (93) 可得 x_{max} 之希望值，均方值及標準偏差爲

$$E[x_{max}]=\bar{x}_{max}=\frac{1}{a}(\ln N_0)^{1/2}$$
$$+\frac{r}{2a(\ln N_0)^{1/2}}$$
$$-\frac{\pi^2+6r^2}{48a(\ln N_0)^{3/2}}+\cdots \qquad (97)$$

$$E[x_{max}^2]=\frac{1}{a^2}\ln N_0+\frac{1}{a^2}r \qquad (98)$$

$$\sigma(x_{max})=[E(x_{max}^2)-E[(x_{max})^2]^{1/2}$$
$$=\frac{\pi}{2\sqrt{6}\,a(\ln N_0)^{1/2}} \qquad (99)$$

設 μ 爲波高超過 x_{max} 之或然率定義爲

$$\mu=1-\int_0^{x_{max}} p^*(\xi)d\xi$$
$$=1-[1-p(x_{max})]^{N_0}$$
$$=1-\exp[-N_0\,p(x_{max})]$$
$$=1-\exp[-N_0\exp(-a^2\,x_{max}^2)] \qquad (100)$$

由此式可得波高超過 x_{max}，而概率爲 μ 之最大波高值爲

$$(x_{max})_\mu=\frac{1}{a}\left\{\ln\left[\frac{-N_0}{\ln(1-\mu)}\right]\right\}^{1/2} \qquad (101)$$

根據式 (97), (90), (84) 及 (79) 式，當 N_0 爲極大值時可得下列關係

$$x_{N_0}\doteqdot(x_{max})_{mode}<\bar{x}_{max}<x_{1/N_0} \qquad (102)$$

$$\bar{x}_{max}\fallingdotseq x_{1.8N_0} \qquad (103)$$

$$x_{1/N}\fallingdotseq x_{3.6N_0} \qquad (104)$$

最大波高之平均值取 (97) 式右端第三項以後省略可得如表二。

四、波浪週期之分佈

1. 上切零點間之平均週期：

波浪記錄所得之曲線不規則，以零線爲基準，視相鄰相位之零切點間之曲線爲一個波，兩零切點間之時差爲週期，兩點間波峯波谷之開距叫波高，此法稱爲上交零切線法 (zero up crossing method) 如圖15所示。

Rice[1]曾用頻率波譜表示不規則波零切點間之平均頻率，式 (1) 之波形方程式對時間微分卽波形之斜降爲

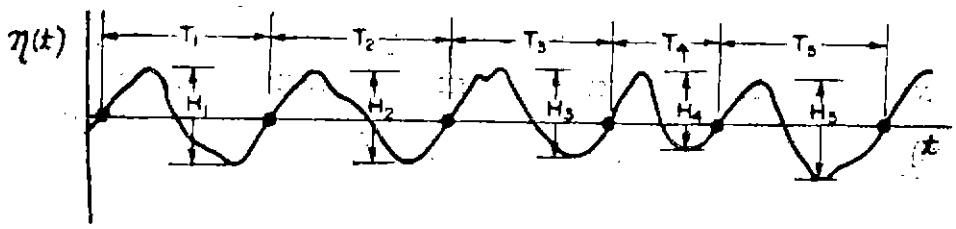


圖15 上交零切點法

$$\dot{\eta}(t)=-\frac{\partial \eta}{\partial t}=-\sum_{n=1}^{\infty}2\pi f_n a_n \cdot \sin(2\pi f_n t+\varepsilon_n) \qquad (105)$$

現討論波形向上橫切零線（平均水位）而在時距 $t=t_0\sim t_0+dt$ 及波形斜降 $\dot{\eta}\sim\dot{\eta}+d\dot{\eta}$ 概率之求法，爲此在 $t=t_0$ 時水位 η_0 必在零線下即 $\eta_0<0$，同時在 $t=t_0+\Delta t$ 之 η 位於零線上，令 dt 爲微量，故 $\eta=\eta+\dot{\eta}\,dt>0$ (圖16) 則 η_0 上交零切之可能範圍爲

$$-\dot{\eta}\,dt<\eta_0<0; \qquad \dot{\eta}>0 \qquad (106)$$

$\dot{\eta}$ 可取 $0\sim\infty$，滿足上列條件之或然率爲

$$p=\int_0^{\infty}d\dot{\eta}\int_{-\dot{\eta}\,dt}^{0}p(\eta,\dot{\eta})\,d\eta \qquad (107)$$

式中 $p(\eta,\dot{\eta})$ 爲 η 與 $\dot{\eta}$ 之結合概率密度函數，因 dt 爲微量，故

$$\int_{-\dot{\eta}\,dt}^{0}p(\eta,\dot{\eta})\,d\eta=p(0,\dot{\eta})\,\dot{\eta}\,dt \qquad (108)$$

故

$$p=dt\int_0^{\infty}\dot{\eta}\,p(0,\dot{\eta})\,d\dot{\eta} \qquad (109)$$

每單位時間所發生此種現象之平均量或稱平均頻率，可將上式對時間積分得之

$$N_0^+=\frac{p}{dt}=\int_0^{\infty}\dot{\eta}\,p(0,\dot{\eta})\,d\dot{\eta} \qquad (110)$$

爲求 N_0^+，必先求 $p(\eta,\dot{\eta})$，而已知 η 爲平均值爲零之常態分配，且變異數 m_0 之定義如式 (23)，而式 (105) 之 $\dot{\eta}$ 同樣爲平均值爲零之高斯分佈，根據中央極限定理，變異數爲

$$E[\dot{\eta}^2]=(2\pi)^2 m_2 \qquad (111)$$

式中 m_2 根據式 (64) 爲 $S(f)$ 對 $\bar{f}=0$ 之二次矩 (second moment)。因 η 與 $\dot{\eta}$ 之互變數爲零，故 η 與 $\dot{\eta}$ 爲統計上獨立，故 $p(\eta,\dot{\eta})$ 可表示爲 η 與 $\dot{\eta}$ 兩高斯分佈之乘積，所以

$$p(\eta,\dot{\eta})=\frac{1}{4\pi^2(m_0 m_2)^{1/2}}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta^2}{m_0}+\frac{\dot{\eta}^2}{4\pi^2 m_2}\right)\right] \qquad (112)$$

將此式代入式 (110) 且積分之，可得

$$N_0^+=\left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} \qquad (113)$$

由上交零切點所定義之波浪平均週期爲上式之倒數即

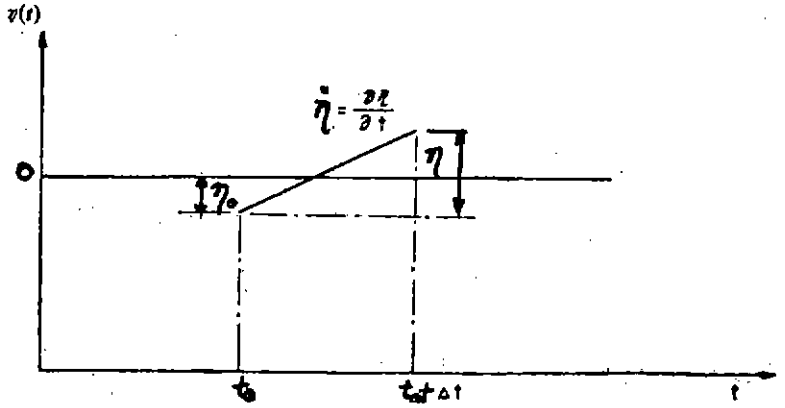


圖16 波形上交零切

$$T_{02}=\frac{1}{N_0^*}=\left(\frac{m_0}{m_2}\right)^{1/2} \tag{114}$$

Rice 在以上所介紹之平均週期理論並非侷限於窄頻帶，它同時可應用於任意不規則波，只要其爲定常高斯隨機過程即可。

2. 波浪與週期之結合概率密度分佈：

Longuet-Higgin[13,14] 曾研究在兩連續之上切零點（亦上切週期）間之時距分佈與其振幅相關之結合概率密度分佈，此理論僅適用於窄頻帶波譜之波浪，首先由式 (68) 所定義之包絡波形可改寫爲

$$\eta=R\cos\omega \tag{115}$$

式中

$$\omega=2\pi\bar{f}t+\phi=\sigma t+\phi \tag{116}$$

前已討論包絡波形之振幅 R 爲時間 t 之函數，而位相角 ω 爲 σt 與 $\phi=\phi(t)$ 之和。η 之零切點可定義爲 $\omega=(n+1/2)\pi$ 之情況，因此零切點間之時距問題就是 ω 之問題。

首先研究 $R, \dot{R}, \phi$ 及 $\dot{\phi}$ 之結合概率密度函數，爲此目的，先定義下列變數 $\xi_1\sim\xi_4$。

$$\left.\begin{aligned}
\xi_1&=R\cos\phi=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\\
&\quad\cdot\cos(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n)\\
\xi_2&=R\sin\phi=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\\
&\quad\cdot\sin(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n)\\
\xi_3&=\dot{\xi}_1=-\sum_{n=1}^{\infty}2\pi(f_n-\bar{f})a_n\\
&\quad\cdot\sin(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n)\\
\xi_4&=\dot{\xi}_2=\sum_{n=1}^{\infty}2\pi(f_n-\bar{f})a_n\\
&\quad\cdot\cos(2\pi f_n t-2\pi\bar{f}t+\varepsilon_n)
\end{aligned}\right\} \tag{117}$$

ξ_1 與 ξ_2 變數分別與式 (62) 中之 Y_c 和 Y_s 相同，根據中央極限定理，ξ_1 至 ξ_4 爲平均值爲零之常態分佈，其變異數可計算如下：

$$\left.\begin{aligned}
&E[\xi_1^2]=E[\xi_2^2]=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}a_n^2=m_0\\
&E[\xi_3^2]=E[\xi_4^2]\\
&\quad=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}(2\pi a_n)^2(f_n-\bar{f})=\bar{\mu}_2
\end{aligned}\right\} \tag{118}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\mu}_2&=(2\pi)^2\mu_2\\
\mu_2&=\int_0^{\infty}(f-\bar{f})^2S(f)\,df\\
&=m_2-\frac{m_1^2}{m_0}
\end{aligned}\right\} \tag{119}$$

m_n 爲式 (64) 所定義之力矩，當 $i\neq j$ 之情況，$\bar{f}$ 如式 (63) 所定義之平均頻率，則 $E[\xi_i,\xi_j]=0$，故 ξ_1 至 ξ_4 爲統計上獨立，故其結合概率密度函數，可表示爲 $\xi_1\sim\xi_4$ 之四個高斯分配之積爲

$$\begin{aligned}
&p(\xi_1,\xi_2,\xi_3,\xi_4)\\
&\quad=\frac{1}{4\pi^2 m_0\bar{\mu}^2}\exp\left(-\frac{\xi_1^2+\xi_2^2}{2m_0}\right)\\
&\qquad\cdot\exp\left(-\frac{\xi_3^2+\xi_4^2}{2\bar{\mu}_2}\right)
\end{aligned} \tag{120}$$

其次將上式轉換爲 $R, \dot{R}, \phi$ 及 $\dot{\phi}$ 之函數，式 (117) 所定義之 ξ_3 與 ξ_4 變數可表示爲

$$\left.\begin{aligned}
\xi_3&=\dot{R}\cos\phi-R\dot{\phi}\sin\phi\\
\xi_4&=\dot{R}\sin\phi+R\dot{\phi}\cos\phi
\end{aligned}\right\} \tag{121}$$

根據式 (117) 及式 (121) 可得下列之 Jacobin

$$|J|=\frac{\partial(\xi_1,\xi_2,\xi_3,\xi_4)}{\partial(\dot{R},R,\phi,\dot{\phi})}=R^2 \tag{122}$$

因此式 (120) 可改寫爲

$$\begin{aligned}
&p(R,\dot{R},\phi,\dot{\phi})\\
&\quad=\frac{R}{4\pi^2 m_0\bar{\mu}_2}\exp\left(-\frac{R^2}{2m_0}\right)\\
&\qquad\cdot\exp\left(-\frac{\dot{R}^2+R^2\dot{\phi}^2}{2\bar{\mu}_2}\right)
\end{aligned} \tag{123}$$

振幅 R 之值取自 0 至 ∞，而 $\dot{R}$ 自 $-\infty$ 至 ∞，在 R 與 $\dot{R}$ 之整個範圍內積分式 (123) 可得下列與 ϕ 和 $\dot{\phi}$ 有關之結合概率密度函數爲：

$$\begin{aligned}
p(\phi,\dot{\phi})&=\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}p(R,\dot{R},\phi,\dot{\phi})\,d\dot{R}\,dR\\
&=\frac{(m_0/\bar{\mu}_2)^2}{4\pi(1+(m_0/\bar{\mu}_2)\dot{\phi}^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{124}$$

利用 $\partial(\omega,\dot{\omega})/\partial(\phi,\dot{\phi})=1$ 之關係，上式可轉換爲 ω 之結合概率密度函數。

$$p(\omega,\dot{\omega})=\frac{(m_0/\bar{\mu}_2)^{1/2}}{4\pi[1+(m_0/\bar{\mu}_2)(\dot{\omega}-\bar{\sigma})^2]^{3/2}} \tag{125}$$

實際上，上列公式不含 ω 項，此表示 ω 爲均勻分佈，$p(\omega)=1/2\pi$，故 $\dot{\omega}$ 之邊緣分佈 (marginal dis-

tribution) 爲

$$p(\dot{\omega})=\frac{\nu^2\bar{\sigma}^2}{2[\nu^2\bar{\sigma}^2+(\dot{\omega}-\bar{\sigma})^2]^{3/2}} \tag{126}$$

式中

$$\nu=\frac{1}{\bar{\sigma}}\left(\frac{\bar{\mu}_2}{m_0}\right)^{1/2}=\left[\frac{m_0 m_2}{m_1^2}-1\right]^{1/2} \tag{127}$$

參數 ν 爲波譜寬度 (spectral bandwidth) 之計量，當 $\nu\ll 1$ 時波譜爲窄頻帶 (narrow band)，在此情況下，$\dot{\omega}<0$ 之或然率接近於 0 ($\doteqdot\nu^2/4$)，而且當時間增加，ω 可認爲經常是增加的。

現可解析上切零點之時距問題，橫切靜水面之時間爲 $\omega=(2n-1/2)\pi$ 和 $\omega=(2n+1/2)\pi$，前者爲波形爲漸昇曲線，其交於零線者稱爲上切零點，後者爲下切零點，波形爲漸降曲線，故上切零點週期 (zero-up-cross period) 定義爲在 $\omega=(2n-1/2)\pi$ 與 $[2(n+1)-1/2]\pi$ 之時距。Longuet-Higgin[13] 證明 $\ddot{\omega}$ 依 ν^2 而變，故在兩連續上切零點間之 ω 值增加可能爲線性，故上切零點週期可表示爲

$$T\doteqdot\frac{2\pi}{\dot{\omega}}\doteqdot T_{01}\left(1-\frac{\dot{\phi}}{\bar{\sigma}}\right) \tag{128}$$

式中

$$T_{01}=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\bar{\sigma}}=\frac{m_0}{m_1} \tag{129}$$

若已知在 $\omega=(2n-1/2)\pi$ 時，$\dot{\phi}$ 之條件密度函數，根據式 (116) 有下列關係

$$p(\dot{\phi}\mid\omega)=p(\dot{\omega}\mid\omega),\ \omega=\left(2n-\frac{1}{2}\right)\pi \tag{130}$$

此條件概率密度函數發現與式 (126) 相同，故可得

$$p(\dot{\phi}\mid\omega)=\frac{\nu^2\bar{\sigma}^2}{2[\nu^2\bar{\sigma}^2+\dot{\phi}^2]^{3/2}}=\frac{T_{01}\nu^2}{4\pi\left[\nu^2+\left(1-\frac{T}{T_{01}}\right)^2\right]^{3/2}} \tag{131}$$

將變數 ϕ 變爲 T，可得下列週期 T 之概率密度函數

$$p(T)=\left|\frac{d\dot{\phi}}{dT}\right|p(\phi\mid\omega)=\frac{\nu}{2T_{01}\left(\nu^2+\left(1-\frac{T}{T_{01}}\right)^2\right]^{3/2}} \tag{132}$$

用非因次形式表示爲

$$\left.\begin{aligned}p(\tau)&=\frac{\nu^2}{2(\nu^2+(\tau-1)^2]^{3/2}}\\ \tau&=\frac{T}{T_{01}}\end{aligned}\right\} \tag{133}$$

波高與週期之結合概率分佈可由 R 與 $\dot{\phi}$ 之結合概率密度函數將式 (123) 中在 $\phi=0\sim2\pi$ 及 $\dot{R}=-\infty\sim\infty$ 之間積分得之故

$$p(R,\dot{\phi})=\frac{R^2}{m_0(2\pi\mu_2)^{1/2}}\cdot\exp\left[-\frac{R^2}{2m_0}\left(1+\frac{m}{\mu_2}\dot{\phi}^2\right)\right] \tag{134}$$

振幅 R 可當作波高之半，而 $\dot{\phi}$ 可根據式 (128) 變爲週期，引用非因次波高 $x=H/H_*$ 及非因次週期 $\tau=T/T_{01}$ 可得 x 與 τ 之結合概率密度函數爲

$$p(x,\tau)=\left|\frac{dR}{dx}\right|\cdot\left|\frac{d\phi}{d\tau}\right|\cdot p(R,\phi)=\frac{2a^2x^2}{\sqrt{\pi}\nu}\cdot\exp\left[-a^2x^2\left(1+\frac{(\tau-1)^2}{\nu^2}\right)\right] \tag{135}$$

式中 a 爲式(77)所定義之係數，圖17爲波高與週期結合概率範例。

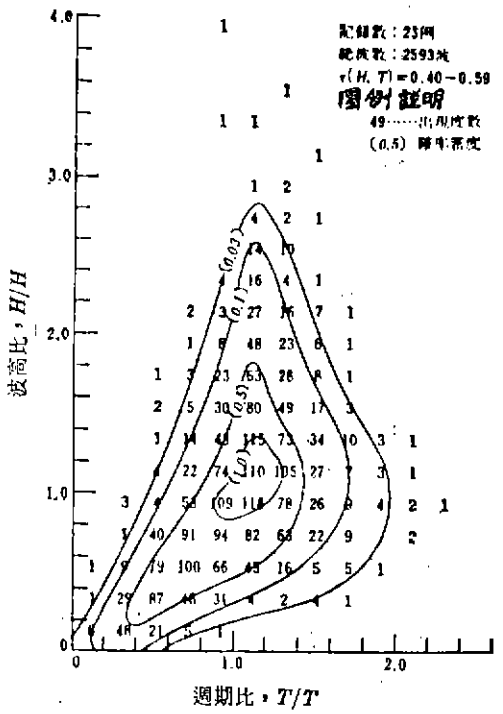


圖17 波高與週期結合概率密度函數

兩數 $p(x,\tau)$ 爲依 $\tau=1$ 對稱，故 τ 與 x 之相關爲零，亦卽波高與週期互相無關連，式 (135) 在 $\tau=-\infty\sim\infty$ 間積分可得式 (76) 之波高 x 之 Rayleigh 分佈，而對 $x=0\sim\infty$ 範圍積分可得式 (133) 週期之分佈，同時已知 x 則週期 (τ) 之條件概率密度爲

$$p(\tau\mid x)=\frac{p(\tau,x)}{p(x)}=\frac{ax}{\sqrt{\pi}\,\nu}\cdot\exp\left[-\frac{a^2x^2}{\nu^2}(\tau-1)^2\right] \quad (136)$$

此爲 $\tau=1$ 之常態分佈，條件 τ 之標準偏差可易於得出爲

$$\sigma(\tau_x)=\frac{\nu}{\sqrt{2}\,ax}=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{\overline{H}}{H}\nu \quad (137)$$

因爲 $x\to 0$ 時，此值爲發散，故整個 τ 之標準偏差亦發散，因 Longuet-Higgin[13] 引用四分法爲下列波高分佈波譜之計量方法

$$I\,Q\,R(\tau)=\tau_3-\tau_1=\frac{2}{\sqrt{3}}\nu \quad (138)$$

式中 τ_3 與 τ_1 分別代表非因次週期之概率爲 3/4 及 1/4 卽

$$\int_{-\infty}^{\tau_3}p(\tau)\,d\tau=\frac{3}{4}\text{，及}\int_{-\infty}^{\tau_1}p(\tau)\,d\tau=\frac{1}{4} \quad (139)$$

上式需在窄頻帶波譜之條件下或 $\nu\ll 1$，本理論與不規則波數值模擬理論比較結果，可見 $\nu\doteqdot 0.1$ 可能爲整個理論應用之波譜帶寬參數之上限，當使用式 (127) 計算波譜時，經常得到 $\nu=0.3$–0.8，故不宜應用本理論，而海浪週期分佈特性可由本理論解釋，特別是用式 (138) 所估計之波譜頻帶寬參數更佳。

五、波形極大值之分佈

以上所討論者爲窄頻帶波譜條件下，上切零點間波高與週期分佈情形，但許多不規則波爲頻帶大之波譜和波形之波峯間有些高峯和極大值，此種現象之極大波高值分佈特性，首先由 Rice[1] 討論，然後 Cartwright Longuet-Higgin[15] 與再詳加研究，現將該理論扼要介紹如下：

波形 $\eta=\eta(t)$ 中，極大值之定義爲滿足 $\dot\eta=0$ 和 $\ddot\eta\le 0$ 條件之點，若不規則波形如式 (1) 所示，則對時間之微分量可表示爲

$$\dot\eta=-\sum_{n=1}^{\infty}2\pi a_n f_n\sin(2\pi f_n t+\varepsilon_n) \quad (140)$$

$$\ddot\eta=-\sum_{n=1}^{\infty}(2\pi f_n)^2 a_n\cos(2\pi f_n t+\varepsilon_n) \quad (141)$$

若 $\eta=\eta(t)$ 在時間間隔 $t_0\sim t_0+dt$ 之間在 $\eta_0\sim\eta_0+d\eta$ 間有一極大值，則在 $t=t_0$ 時之 $\dot\eta$ 值爲正，而在 $t=t_0+dt$ 時爲負，而 $\ddot\eta$ 可能爲 $-\infty\sim 0$ 間任意數值，此現象發生之或然率可表示爲

$$\int_{-\infty}^{0}d\ddot\eta\int_0^{\ddot\eta\,dt}p(\eta_0,\dot\eta,\ddot\eta)\,d\eta_0\,d\dot\eta=dt\int_{-\infty}^{0}[p(\eta_0,0,\ddot\eta)\mid\ddot\eta\mid d\eta_0]\,d\ddot\eta \quad (142)$$

在 $[\eta_0,\eta_0+d\eta_0]$ 間最大值發生之平均頻率可表示爲 $F(\eta_0)\,d\eta_0$，可在單位延時之時間內積分得之爲

$$F(\eta_0)\,d\eta_0=\int_{-\infty}^{0}[p(\eta_0,0,\ddot\eta)\mid\ddot\eta\mid d\eta]\,d\ddot\eta \quad (143)$$

所有最大值之平均頻率可表示爲

$$N_1^*=\int_{-\infty}^{\infty}d\eta_0\int_{-\infty}^{0}p(\eta_0,0,\ddot\eta)\mid\ddot\eta\mid d\ddot\eta \quad (144)$$

故極大值或然率密度函數可表示爲

$$p(\eta_0)\,d\eta_0=\frac{1}{N_1^*}F(\eta_0)\,d\eta_0 \quad (145)$$

現需計算 $\eta,\dot\eta$ 與 $\ddot\eta$ 之結合概率密度函數，這些變數由式 (1) (140), (141) 定義指出他們均爲平均值爲零之常態分佈，再者有下列互變數矩陣之關係

$$M=\begin{bmatrix}m_0 & 0 & -\overline{m}_2\\ 0 & \overline{m}_2 & 0\\ -\overline{m}_2 & 0 & \overline{m}_4\end{bmatrix} \quad (146)$$

式中

$$\overline{m}_n=(2\pi)^n\int_0^{\infty}f^n\,S(f)\,df=(2\pi)^n m_n \quad (147)$$

多變常態分佈 (multi-variate normal distribution) 可使 $p(\eta,\dot\eta,\ddot\eta)$ 表示如下：

$$p(\eta,\dot\eta,\ddot\eta)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}(\overline{m}_2\Delta)^{1/2}}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ddot\eta^2}{\overline{m}_2}+\frac{1}{\Delta}(\overline{m}_4\eta^2+2m_2\eta\dot\eta+m_0\ddot\eta^2)\right)\right] \quad (148)$$

式中

$$\Delta=\frac{|M|}{\bar{m}_2-m_0\bar{m}_4-\bar{m}_2^2} \tag{149}$$

將式 (148) 代入式 (143) 且積分之，可得

$$p(\eta_0)\,d\eta_0 = \frac{\Delta^{1/2}}{(2\pi)^{3/2}\,m_0(\bar{m}_2)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x_0^2}{2}\right)\left\{\exp\left[-\frac{x_0^2}{2\delta^2}\right] + \frac{x_0}{\delta}\int_{-x_0/\delta}^{\infty}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx\right\}d\eta_0 \tag{150}$$

式中

$$x_0=\frac{\eta_0}{m_0^{1/2}} \quad 及 \quad \delta=\frac{\Delta^{1/2}}{\bar{m}_2} \tag{151}$$

同理可計算 N_1^* 爲

$$N_1^*=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\bar{m}_4}{\bar{m}_2}\right)^{1/2}=\left(\frac{m_4}{m_2}\right)^{1/2} \tag{152}$$

因此極大波高概率密度函數，可得如下非因次形式爲

$$p(x_0)\,dx_0 = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}}\left[\varepsilon\exp\left(-\frac{x_0^2}{2\varepsilon^2}\right) + (1-\varepsilon^2)^{1/2}\,x_0\exp\left(-\frac{x_0}{2}\right)^2 \cdot \int_{-\infty}^{x_0\sqrt{1-\varepsilon^2}/\varepsilon}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx\right] \tag{153}$$

式中

$$\varepsilon^2=\frac{\delta^2}{1+\delta^2}=\frac{\Delta}{m_0\bar{m}_4}=\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4} \tag{154}$$

當 $\nu\ll1$ 之情況時，參數 ε 爲波譜頻帶寬另一計量之方法，約等於 2ν，當 $\varepsilon\to0$ 時式 (153) 可化簡爲式 (72) 爲包絡振幅 R 之分佈在此情況下，波峯間無極大值出現，而在 $\varepsilon\to1$ 時可得一最大值之常態分佈 (圖18)。

以上波譜帶常數 ε 是根據式 (154) 所定義的爲波譜之動量，但亦可由最大值之數目 N_1 和上交零切點數目 N_0 估算如下：

$$\varepsilon=\left[1-\left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2\right]^{1/2} \tag{155}$$

用式 (155) 所估計之 ε 值，一般較用式 (154) 所得者稍小，其差異似乎爲海浪之非線性特性之故。

Cartwright 和 Longuet-Higgins 曾研究在 N_1 個極大值中最大波浪之特性，其希望值例如可用下式表示

$$E[(x_0)_{max}]=[2\ln(\sqrt{1-\varepsilon^2}N_1)]^{1/2} + r[2\ln(\sqrt{1-\varepsilon^2}N_1)]^{-1/2} \tag{156}$$

式中 r 爲 Euler 常數 ($r=0.5772$)。

根據式 (155)，上式可改寫爲

$$E[(x_0)_{max}]=(2\ln N_0)^{1/2}+r(2\ln N_0)^{1/2} \tag{157}$$

當 $H_{max}=2(\eta_0)_{max}$，此式與式 (97) 相同。

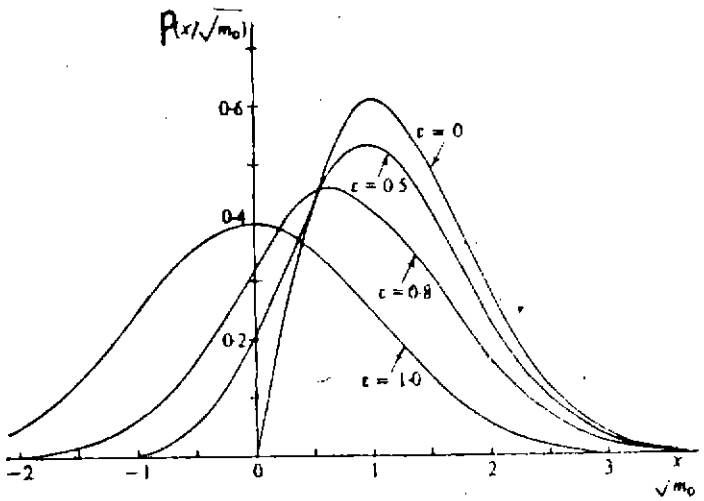


圖 18　ε 值與波形極大值概率密度分佈

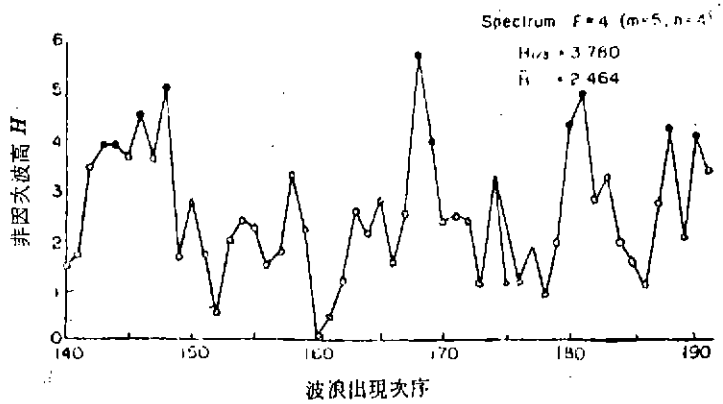


圖19 波高出現次序範例

六、波羣之分析理論參考資料

海面上之風浪和湧浪因受風力和其他各種作用力而發生一系列有限個波數成節奏形態之連續波浪稱爲波羣 (wave group)，其波長可由一些超過某一高度之連續大浪來加以計量，波羣形成影響到船隻顛覆，繫纜物體受緩慢漂流所發生之振盪現象，碎石防波堤之穩定等工程問題。

1. 波次長度理論 (theory of the length of a run)

超過某一預定值 (H_c) 或之波高次數叫波高次數 (run of wave height) 亦卽在兩連續上下零切點間含有大於某特定值 ($H>H_c$) 者之謂，在此波高次數所含之波高數量稱爲波高連續長度 (the length of a run)，例如圖19爲 Goda[16] 作波譜模擬研究之一系列波高記錄範例，波譜爲正常之 Pierson-Moskowitz 型，超過 $H_{1/3}=3.78$ m 者用黑點表示，51個波高次序中共有十個波高大於 $H_{1/3}$，而大於 $H_{1/3}$ 者之波高次數爲 7，其波次長度分別爲 2, 1, 1, 2, 2, 及 1，其波高連續長度之平均值爲 $(2+1+1+2+2+1+1)/10=1.43$。

波高次數之觀念在實際海洋工程設計上相當重要，例如波浪在海堤之越波量是受冲擊海堤之大浪次數所影響，若大浪以不規則波出現爲設計目的，可用超過所有波浪平均值以上者來估計越波率，但若大浪成波羣而上，則估算時，建議用大浪之平均值來作標準。

波高連續長度之分佈特性，可用超過某特定高度 (H_c) 之概率來估算，代波高分佈函數爲 $p(H)$，超過 H_c 之概率爲 p，根據定義：

$$p=1-q \qquad (q=p(H_c)) \tag{158}$$

波高連續長度爲 j 之定義如下：當第一個波超過 H_c 後，有 $j-1$ 個連續之波高超過 H_c (圖20)，而第 j 次時則 $H<H_c$，由於隨機過程特性，不受先前試驗之影響，故波高連續長度爲 j 之概率用 $p_1(j)$ 表示爲

$$p_1(j)=p^{j-1}q \tag{159}$$

其平均值與標準偏差可根據式 (159) 之一次力矩及二次力矩得出如下：

$$j_1=E(j_1)=\sum_{j=1}^{\infty} j\,p_1(j)=\frac{1}{q} \tag{160}$$

$$E(j_1^2)=\sum_{j=1}^{\infty} j^2\,p_1(j)=\frac{1}{q^2}(1+p) \tag{161}$$

$$\sigma(j_1)=\sqrt{E(j_1^2)-E(j_1)^2}=\frac{p}{q} \tag{162}$$

其次，總行程 (a total run) 定義爲第一次發生此種現象消失後，至再次復現之行程 (圖20)，例如波羣超過 $H_{1/3}$ 至再次超過 $H_{1/3}$。自 $H_{1/3}$ 至 $H_{1/3}$ 之總行程約爲一波羣高峯至下一個高峯之波數，或大波之復現週期，若總行程爲 j 之概率爲 $p_2(j)$ 可表示爲：

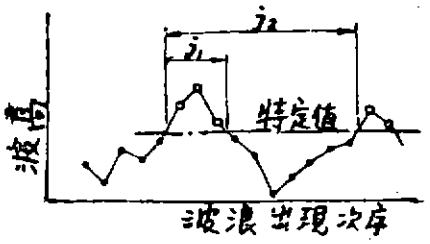


圖20 波高連續長度和總行程

$$p_2(j)=\frac{pq}{p-q}(p^{j-1}-q^{j-1}) \tag{163}$$

其平均值和標準偏差可計算如下：

$$\bar{j}_2=\frac{1}{p}+\frac{1}{q} \tag{164}$$

$$\sigma(j_2)=\sqrt{\frac{p}{q^2}+\frac{q}{p^2}} \tag{165}$$

若波高分佈 $p(H)$ 近似爲 Rayleigh 分佈，則

$$p(H_c)=p(H<H_c)=1-\exp\left(-\frac{H_c^2}{8m_0}\right) \tag{166}$$

故

$$p=\exp\left(-\frac{H_c^2}{8m_0}\right) \tag{167}$$

m_0 爲振幅之均方根，當超過波高標準 (exceedance level) 取爲 $H_c=H_{1/3}$ 或 $H_c=H_{中值}$ 時，則超過之概率如下：

$$\left.\begin{aligned}&H>H_{1/3}\text{ 情況}\\&\quad H_c=4.004\sqrt{m_0}=4.004\,\eta_{rms}\\&\qquad p=0.1348\quad q=0.8652\\&H>H_{中值}\text{ 情況}\\&\quad H_c=2.355\sqrt{m_0}=2.355\,\eta_{rms}\\&\qquad p=0.5\qquad q=0.5\end{aligned}\right\} \tag{168}$$

波高連續長度之頻率分佈如表三所示，此爲在日本海岸所測得 171 個海浪資料共有 20,051 個波浪，是用上切零法所定義之波浪，表中計算值爲用式 (159) 計算所得，稱爲希望值。表三中可看出波

表三 波高連續長度頻率分佈

j_1	一般波高連續長度				含 H_{max} 之行程			
	$H>H_{1/3}$		$H>H_{中值}$		$H>H_{1/3}$		$H>H_{中值}$	
	觀測值	計算值	觀測值	計算值	觀測值	計算值	觀測值	計算值
1	1327	1619.3	1560	1980	43	147.9	5	85.5
2	374	218.6	944	990	62	20.0	17	42.8
3	122	29.5	590	495	39	2.7	30	21.4
4	37	4.0	327	274.5	19	0.4	35	10.7
5	9	0.6	220	123.8	5	0	24	5.4
6	2	0	112	61.9	2		25	2.7
7	1		90	30.9	1		13	1.3
8			46	15.5			5	0.6
9			30	7.7			5	0.3
10			16	3.9			3	0.2
11			13	1.9			3	0.1
12			4	1.0			2	0
13			2	0.5			1	
14			1	0.2			0	
15			1	0.1			0	
16			0	0			0	
17			0				0	
18			1				0	
19			1				1	
20			1				1	
21			1				1	
合計	1872	1872	3960	3960	117	117	171	171
平均值	1.42	1.16	2.54	2.00	2.36	1.16	5.12	2.00
標準偏差	0.77	0.42	1.99	1.41	1.18	0.42	3.07	1.41

高連續長度越大者，觀測值比希望值大，暗示海浪連續波高之相依性，特別一記錄中包含有極大波高之條件長度下顯示有很大之持久性，此條件波高連續平均長度在波高大於 $H_{1/3}$ 或 $H_{中值}$ 分別爲 2.36 及 5.12，換言之，暴浪非單一出現，而是由許多巨浪伴隨。

2. 波浪振幅之次序相依

Rye[17] 分析挪威外海 60 個波浪資料，然括某些大於 4 m 波高之大浪，他指出波高大於和小於 $H_{1/3}$ 之平均及標準偏差如下：

$$\left.\begin{array}{l} H>H_{1/3} \text{ 情況} \quad \bar{j}_1=1.35;\ \sigma(j_1)=0.61 \\ H<H_{1/3} \text{ 情況} \quad \bar{j}_1=7.71;\ \sigma(j_1)=6.23 \end{array}\right\} \quad (169)$$

$H>H_{1/3}$ 情況之波高連續長度如同表三。

Rye[7] 其次計算連續波高間之相關係數而發現落後一個波浪其值爲 +0.24，落後兩個以上之波浪，其相關係數並不與零有顯著地變化，相關係數爲正值顯示連續波浪之相依性。一很有趣之特性爲波浪在成長時，其相關係數接近於 0.3，而在減衰時，則小於或接近於 0.2，Rye 假定成長波有一尖銳高峯之波譜，而減衰波情況，特別是最早期階段者由於海浪之混雜存在，因此頻率爲相當寬之波譜。

Sawhney[18] 曾作過波浪相依性之統計試驗，他用每一波浪記錄波浪振幅出現次數總數作爲試驗，對一隨機現象，總次數密度之平均和變異數爲

$$\left.\begin{array}{ll} \text{平均值} & \mu_r=\dfrac{2n_1n_2}{n_1+n_2}+1 \\ \text{變異數} & \sigma_r^2=\dfrac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)} \end{array}\right\} \quad (170)$$

式中 n_1：某一類之振幅數（例如 $a>a_{中值}$）

n_2：另一類之振幅數（例如 $a<a_{中值}$）

r：超過與未超過某特定值之總次數

對大樣本 (large samples)、變量 $z=(r-\mu_r)/\sigma_r$ 近似爲平均值爲零，變異數爲 1 之常態分配（即 $N(0,1)$），故任一觀測值 z 之意義可用常態分配者在某一顯著水準 (level of significance) 下來決定。Sawhney 分析四種具有不同波譜特性之波壓記錄，當他調查 100 個連續之波峯、波谷(絕對值)、波峯……等之振幅，此試驗證明觀測值依四個記錄而定，對於 100 個順序之波峯振幅，發現所有四個觀測值爲獨立的，而在此 100 個順序之波谷振幅中，其中有三個觀測值爲獨立，而一個爲相依，他亦用 Markov 連鎖分析理論 (Markov chain analysis)，解析這些資料，指出當 1⅓ 波浪循環後，振幅相依性較弱，而四個波浪循環以後則完全消失。

Rye 與 Sawhney 之結果可證明連續波浪之相依性，雖然其關係很弱，當波譜變爲較尖銳時，則增加其相依性，當波高相互關連，則可導出波高連續長度之或然率，但事實上，至目前爲止，尚未建立其間關係。

3. 用包絡理論求波羣之延時

Goda[16] 曾用線性模擬不規則波不同之波譜說明波譜形狀，對波高連續長度之影響，顯示波譜高峯愈尖銳，則長度愈增，表 1 之資料符合此趨勢，171 個波浪資料中，有 92 個屬於深水波，雖然其波高不大，而其中有 60 個爲單峯型之波譜，另 32 個爲多峯型，單峯與多峯波譜之平均波高連續長度當 $H>H_{中值}$ 時分別爲 2.77 及 2.36 而 $H>H_{1/3}$ 則爲 1.55 和 1.34。

此種波譜之影響可用波浪包絡線解析來加以預測，圖二說明一連接兩零切波浪相鄰之波峯和波谷平滑化之波浪包絡線，數學上一波浪包絡線可定義如下說明[1,18]首先在一時間範圍內不規則波形可用式 (1) 無限級數表示，其中 a_n 根據式 (2) 之波譜定義爲

$$a_n=\sqrt{2S(f)\,df} \quad (171)$$

然後可如式 (68) 改寫爲 R 與 ϕ 之函數，當波譜爲窄頻帶時，振幅 R 爲緩慢變化之函數，波浪包絡線可用 R 表示，故 R 可定義爲波浪包絡線之振幅。

代波浪包絡線振幅 R 之或然率密度可用 $p(R)$ 表示，包絡振幅 R 超過某一標準 R_c 之概率可表示爲：

$$p(R_c)=p(R>R_c)=\int_{R_c}^{\infty}p(R)\,dR$$

每單位時間，包絡振幅向上橫越標準 R_c 之平均數量根據式 (110) 可計算爲

$$N_+(R_c)=\int_0^{\infty}\dot{R}\,p(R_c,\dot{R})\,d\dot{R} \quad (172)$$

式中 $\dot{R}$ 代表 R 對時間之微分量，$p(R,\dot{R})$ 爲結合概率密度，對一窄頻帶之波譜，Rice 曾定其 R 之概率密度函數如式 (72) 所示，將此式代入式 (172) 可得

$$p(R_c)=\exp\left(-\frac{R_c^2}{2m_0}\right) \tag{173}$$

因在窄頻帶波譜之 R 與 $\dot{R}$ 爲統計上獨立，故其結合機率密度 $p(R,\dot{R})$ 可表示爲

$$p(R,\dot{R})=p(R)\,p(\dot{R}) \tag{174}$$

Longuet-Higgin[18] 曾導出 $p(\dot{R})$ 之表示法且得出在二度空間隨機運動表面 $N_+(R_c)$ 之公式，其結果化爲一因次變數（時間）之情況，$N_+(R_c)$ 公式可變爲

$$N_+(R_c)=\sqrt{\frac{2\pi\,\mu_2}{m_0}}\,\frac{R_c}{\sqrt{m_0}}\cdot\exp\left(-\frac{R_c^2}{2m_0}\right) \tag{175}$$

式中 μ_2 定義如式 (119)：$\mu_2=m_2-m_1^2/m_0$

一波羣超過某標準高度 R_c 之平均時間延時可計算如下：

$$\tau(R_c)=\frac{p(R_c)}{N_t(R_c)}=\frac{\int_R^\infty p(R)\,dR}{\int_0^\infty \dot{R}\,p(R_c\,\dot{R})\,d\dot{R}} \tag{176}$$

將式 (173) 及 (175) 代入式 (176) 可得

$$\tau(R_c)=\sqrt{\frac{m_0}{2\pi\,\mu_2}}\,\frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \tag{177}$$

Nolte 與 Hsu[19] 曾說明在一定波譜情況下，$\sqrt{m_0/2\pi\,\mu_2}$ 爲一常數項，故一已知波浪記錄具有 Rayleigh 分佈之包絡波高，其相當高度 $h_0=2R/\sqrt{m_0}$ 與時間延時 $\tau(h_0)$ 之乘積爲一常數，非 Rayleigh 分佈者，其平均延時可用式 (176) 計算。

Ewing[20] 曾提出用波數表示波羣之平均長度就是將 R_c 之平均時間延時與單位時間內上切零點平均數之乘積 (N_0)，根據 Rice[1] $N_0=\sqrt{m_2/m_0}$ 故

$$\bar{\ell}_1=N_0\,\tau(R_c)=\sqrt{\frac{m_2}{2\pi\,\mu_2}}\,\frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \tag{178}$$

當在一非常窄頻帶之波譜情況下，他亦提出下列近似解

$$\bar{\ell}_1=\frac{Q_p}{\sqrt{2}}\,\frac{\sqrt{m_0}}{R_c} \tag{179}$$

式中

$$Q_p=\frac{2}{m_2^0}\int_0^\infty f\,s^2(f)\,df \tag{180}$$

參數 Q_p 爲 Goda[16] 所提出之波譜尖度 (spectral peakness) 之計量。

應用式 (178) 於觀測之波高連續長度分佈，則需作些修正，因長度是用波浪之數量個別計算的，而式 (178) 是根據波浪包絡線平均時間延時之連續積分量，例如由式 (178) 所計算得到之結果顯示 $\bar{\ell}<1$ 時爲寬度波譜，而用波高連續長度各別計算結果對任何情況均爲 $j_1>1$，若波羣延時之分佈函時爲已知數，則可能加以修正，Nolte 與 Hsu[19] 曾應用 poisson 模式用下列分佈函數表示

$$p(t_0)=p(t_0\mid R_c)=1-\exp\left(-\frac{t_0}{\tau(R_c)}\right) \tag{181}$$

除其他假設外，poisson 模式假設波浪包絡線橫過標準高度 R_c 之機率在任何一非重疊之時間間隔爲獨立且不因時間而變，此假定相當於波浪振幅之隨機性，前已討論，若在窄頻帶時，因假定振幅 R 爲緩慢變化之函數，故不能滿足於本假設情形，同時根據 Goda[16] 之模擬研究已經證明波高連續長度分佈在窄頻帶波譜之情況時，其模式長度大於或等於 3，其實式 (181) 預測波譜延時密度在 $t=t_0$ 時爲最大，雖然如此式 (181) 仍可作爲波羣延時分佈之第一近似解。

在各別計算中，當其延時爲 $(j-1)\,\overline{T}<t_0<j\,T$ 時 ($\overline{T}$ 爲平均週期) 波羣之長度爲 j，因此平均長度 (mean length of runs) 爲

$$\bar{j}=\sum_{j=1}^{\infty} j\{p[j\,\overline{T}]-p[(j-1)\overline{T}]\} \tag{182}$$

將式 (181) 代入式 (182) 可得

$$\bar{j}_1=\frac{1}{1-\exp\left[-\overline{T}/\tau(R_c)\right]}=\left\{1-\exp\left[-\frac{1}{\bar{\ell}_1}\right]\right\}^{-1} \tag{183}$$

當 ℓ_1 值極大時，可得下列近似值

$$\bar{j}_1=\bar{\ell}_1+\frac{1}{2}+\frac{1}{12\bar{\ell}_1} \tag{184}$$

式 (178) 與 (183) 用作計算 $H>H_{1/3}$ 和 $H>H_{\text{中值}}$ 之希望波高連續長度值，Goda 之模擬資料其波譜爲 $Af^{-m}\exp(-Bf^{-n})$ 型，其中指數部份取 $n=0.8$ m，結果如圖 21 所示，橫軸爲式 (180) 所定義之波譜尖度參數 Q_p，當 $H>H_{1/3}$ 和 $H>H_{\text{中值}}$ 時，則包絡振幅高度 $R_c/\sqrt{m_0}$ 值分別爲 2.002 及

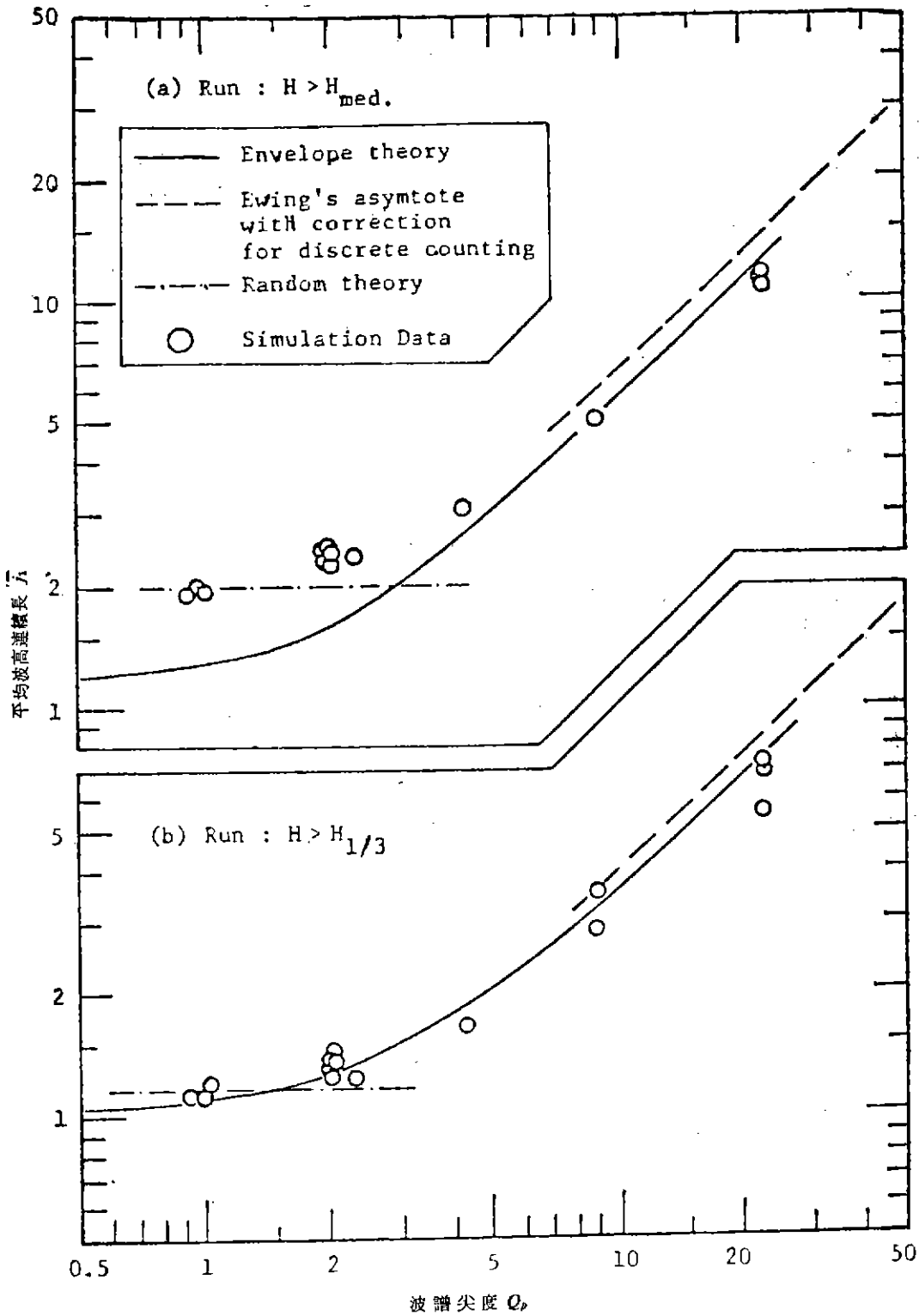


圖21 模擬資料之平均波高連續長度與理論值比較

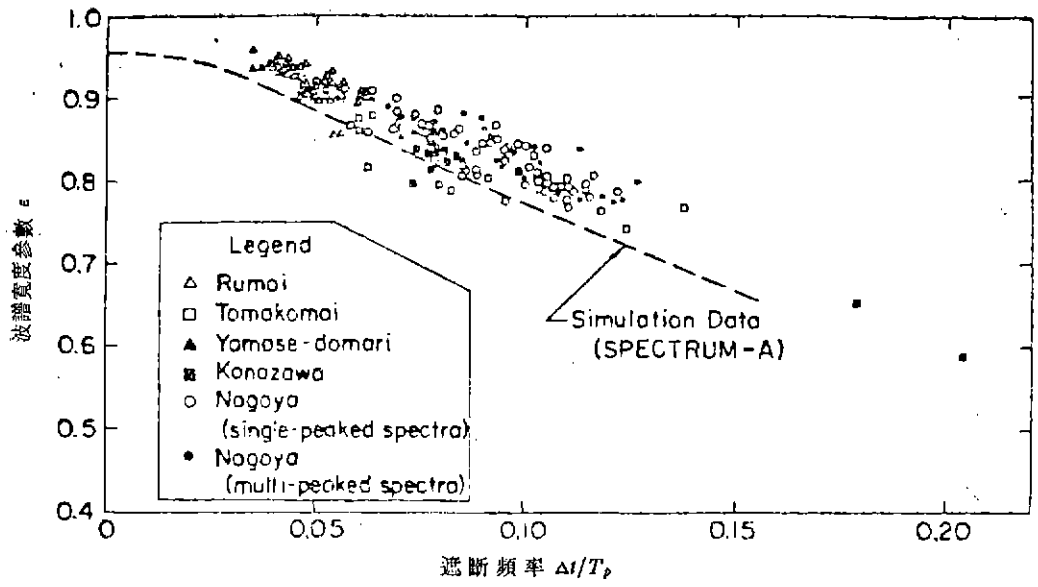


圖 22　遮斷頻率與波譜寬度參數關係

1.177，Ewing 之近似值如式 (179) 所示，亦爲式 (184) 之修正式，如圖 21 所示，當 $Q_p>4$ 時，包絡理論最適於模擬之資料，而小於此值時 ($Q_p<4$)，則用包絡理論將低估平均長度。此種差異可能是由於寬廣頻帶波譜波浪之包絡線定義不佳之故。

用波譜尖度參數爲橫座標亦爲一主觀之選擇，有人用參數 $\sqrt{m_2/2\pi\,\mu_2}$ 替代，然而用波譜寬度參數 $\varepsilon=\sqrt{1-m_2^2/m_0\,m_4}$ 對於海浪之分析並不適合，因參數 ε 之依遮斷頻率 (cutoff frequency) 而變，所謂遮斷頻率爲波浪水位樣本週期 Δt 與波譜尖度有關之波浪週期 T_p 之比值，圖 22 可看出，不論波譜形態爲何？當 $\Delta t/T$ 增加時，則 ε 將均勻地減少。

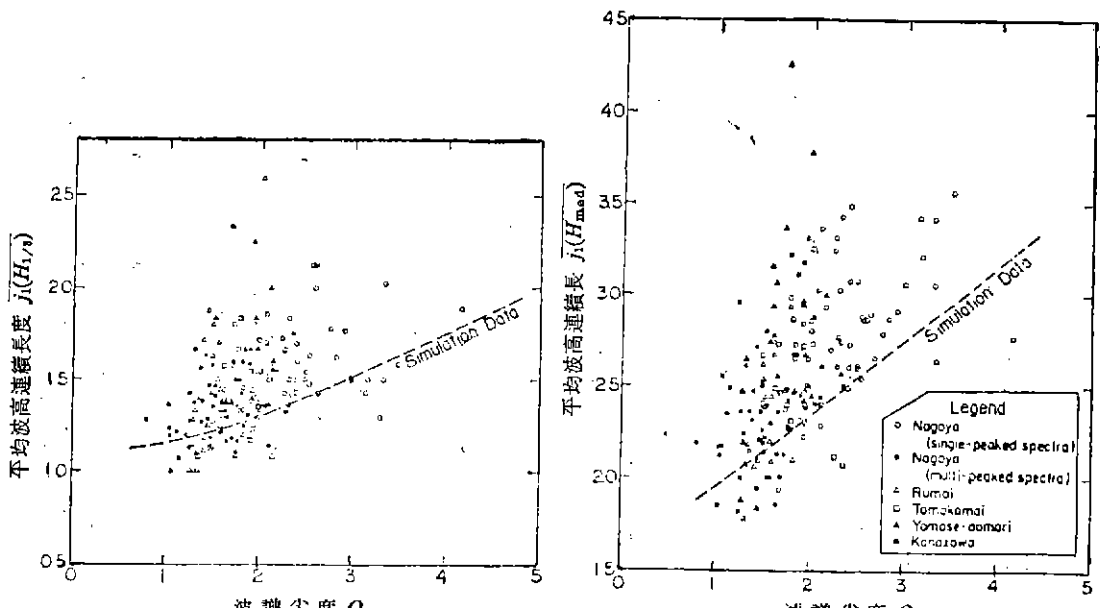


圖 23　波高連續長度觀測值分佈與模擬值比較

式中 U_A 及 U_B 分別爲測針 A，B 在纜索之近尾跡流處所測得之騷動流速量。相關係數 ρ_{AB} 亦可定義爲有關沿一圓柱上在各位移上兩個鑿孔所測量之壓力波動量[53]，兩個探針均放於纜索上，如此則可測量同向（like sign）之渦流，而若另一測針放於平行於纜索之方向上而隨其運動，其可在各種不同之振動位移振幅上振盪，圖29所示之結果爲振動頻率等於渦散頻率之90%者，沿着纜索上有三個很顯著之渦散相關特性存在，[48] 即(1)渦流與纜索之位相差半波長，沿着纜索上發生，與 ρ_{AB} 之正負號相同。(2)若可動之探針橫過纜索之節點，則可見 ρ_{AB} 之符號改變。(3)相關性之程度(degree)爲由沿纜索上之 ρ_{AB} 之最大值決定，而相關性之範圍(extent)定義爲 ρ_{AB} 爲最大值時沿纜索上之長度。代表性者如表四所示，$f<f_s$ 情況下$(\rho_{AB})_{max}$ 大約爲 $(\rho_{AB})_{max}=0.89\sim0.96$，在振動量大於起始振動量 ($\overline{Y}=0.05\sim0.1D$) 時，在大多數纜索之半波長 ($L=12\sim14D$) 下，渦散在程度及範圍上完全地相關。

Ramberg 及 Griffin 曾深入研究順柔性纜索尾跡流下渦散依附現象，而由渦散之能譜分析發現在纜索振動頻率下之騷動壓力或流速分量約爲 strouhal 頻率下之 15～20 倍，軸向相關係數 ρ_{AB} 達到如表4所示之值，示如圖30。圖中 C_n 爲振動頻率 $f(C_n)$ 之波譜分量，而 C_s 爲 strouhal 頻率下之波譜分量，圖中之波譜分量 C_n 之大小亦遵循沿纜索上振動位移振幅之分佈，根據此與其他類似之觀測結果之建議在渦流及振動頻率鎖合下，可由當地現場資料（即上揚力或曳力）得到相當正確之渦流引起振盪預報模式。實際上，可假設一順柔性結構物振動振幅相當大，其節點間之渦散在程度及範

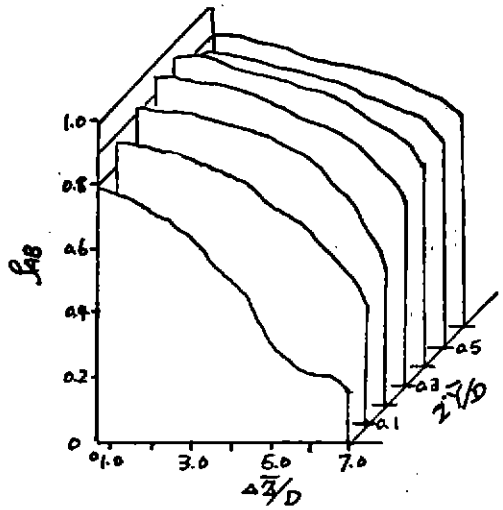


圖29 一海中纜索在振盪情況下，橫向振盪量、兩測針間距與相關係數之關係

表四 在尾跡流下纜索振動之相關程度

最大振動位移振幅($2\overline{Y}/D$)	相關係數 $(\rho_{AB})_{max}$	
	$f/f_s=0.9$	$f/f_s=1.0$
0.1	0.89	0.88
0.2	0.94	0.96
0.3	0.96	0.96
0.4	0.96	0.97
0.5	0.92	0.97
0.6	0.92	0.96

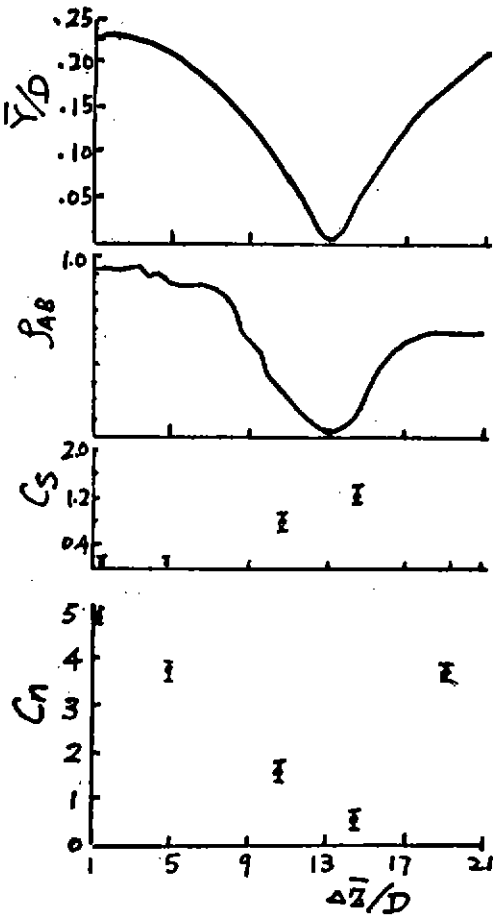
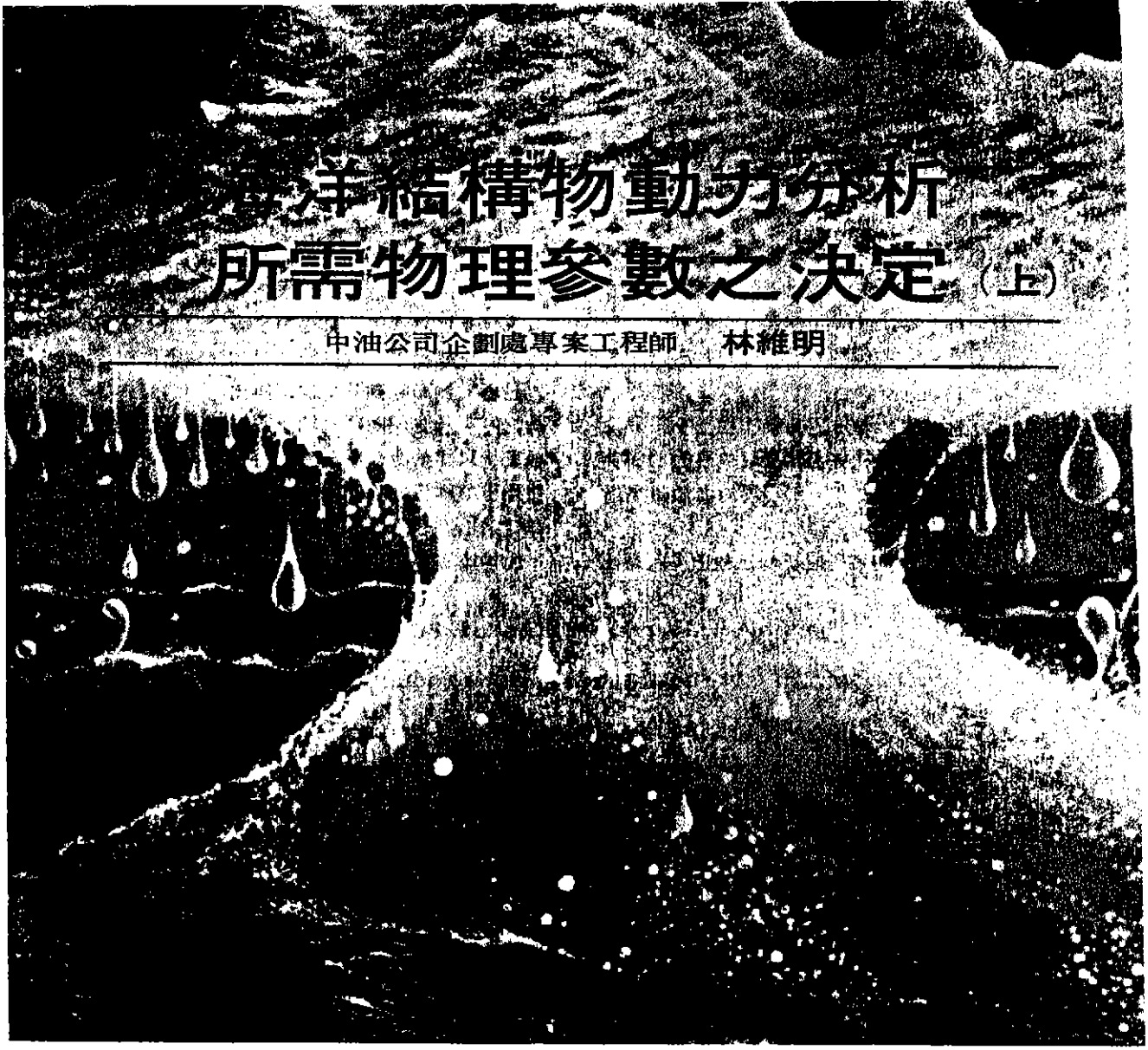


圖30 橫向振盪振幅、相關係數、渦散在 strouhal 頻率與自然頻率之能譜分量等與測針分離長度之相關性

16. GODA, Y. (1970) "Numerical Experiments on Wave Statistics with Spectral Simulation" Rep. Port 8 Havbour Res. Inst. Vol. 9, No. 3, 1970, pp. 3-57.
17. RYE, H. (1974) "Wave Group Formation among Storm Waves", Proc. 14th Conf. Coastal Eng. Copenhagan pp. 164-183.
18. SAWHNEY, M. D. (1963) "A Study of Ocean Wave Amplitudes in Terms of the Theory of Runs and a Markov Chain Process", Tech. Rept. Dept. of Meteorology and Oceanography New York Univ. 1963, pp. 29.
19. NOLTE, K. G. and F. H. HSU: Statistics of Ocean Wave Groups Prepr. 4th Otc. No. 1688, also in Soc. Petroleum Eng. Journal June 1973, pp. 139-146.
20. EWING, J. A. (1973) "Mean Length of Runs of High Waves", Jour. Geophys. Res. Vol. 78, No. 12, pp. 1933-1936.
21. PINKSTER, J. A.: "Low Frequency Phenomena Associated with Vessels Moored at Sea." Prepr. SPE-European Spring Meeting, Soc. Petroleum Engrs. AIME Amsterdam 1974, SPE4837, 169.
22. BOWERS, E. C.: Long Period Oscillations of Moored Ships Subjected to Short Wave Seas. Roy. Inst. Naval Architeds W4 (1975), 89.
23. CARSTERN, T., TØRUM, A. TRAETTEBRG: The Stability of Rubber Mound Breakwaters against Irregular Waves Proc. 10th Conf. Coastal Eng. Tokyo. 1966, pp. 958-971.
24. LONGUT-HIGGINS, M. S. and R. W. STEWART: "Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves, with Application to Surfbeats" Journal Fluid Mech. Vol. 13, 1926, pp. 481-504.



海洋結構物動力分析所需物理參數之決定（上）

中油公司企劃處專案工程師　林維明

一、前　言

任意結構物系統其基本物理特性有三：

1. 質量（mass）：結構之慣性情形。

2. 勁度（stiffness）：結構物之彈性程度。

3. 阻尼（damping）：結構物能量消失之現象。

使一結構物產生激盪之外力，其大小及方向隨時而變者稱爲動力負荷，由於每一結構物所擁有之質量，勁度及阻尼程度不同，因此承受動力負荷後將產生各種動力反應特性。

而在數學處理上，首先須選擇一理想之模式以模擬眞正之結構物系統，最簡單之方法爲利用單一自由度彈簧—總質量—唧筒系統（single degree spring-lumped mass-dash-pot system），所謂單一自由度系統可定義爲可用一與結構物質量有關聯之單一座標系統說明線上或旋轉運動。而一般結構物其運動方向可能超過一個方向，每一質量可能有六個自由度即三個旋轉及三個移動，多自由度系統（multiple degree of freedom）爲描述此類模式將一結構體分爲數個單一自由度彈簧—總質量—唧筒系統處理主要目的在更精確地計算自然頻率及撓度形狀等特性，假定先考慮單一自由度系統如圖一所示，而多自由度可依比原

理類推。圖中滾輪代表限制結構體之運動方向，M為整個結構系統之總質量（lumped mass），K為對運動位移之彈性阻抗稱為勁度（stiffness）C為計算動力系統中能量消散機構之因子稱為阻尼（damping）一般假定結構系統之阻尼為黏性形態而用一活塞（dashpot）表示，而$F(t)$為使結構系統產生動力反應隨時而變之外力，圖 1b 為作用力之平衡其中包括內力（F_I）彈性力（F_S）阻尼力（F_D）若運動位移量以 x 表示則各力之大小分別為：

(1)內力（F_I）為結構物之質量（M）與運動加速度（$\ddot{x}$）之乘積 $F_I = m\ddot{x}$

(2)彈性力（F_S）為結構物之勁度（K）與運動位移（x）之乘積 $F_S = KX$

(3)阻尼力（F_D）為結構物阻尼常數（c）與運動速度（$\dot{x}$）之乘積 $F_D = c\dot{x}$

因此可得出運動方程式為：

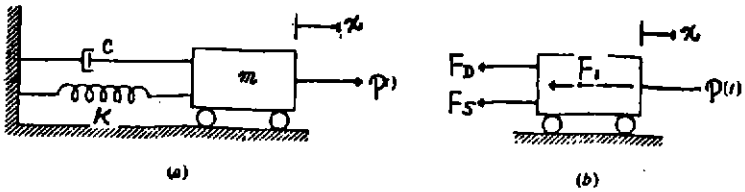
$$M\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F(t) \qquad (1)$$

此為一線性微分方程式，當 $F(t) = 0$ 稱為齊次方程式（homogenous eqn）亦稱為自由振動情況，其解答為

$$X_0 = Ae^{S_1 t} + Be^{S_2 t}$$

式中 $S_{1,2} = 1/2\,M(-c \pm \sqrt{c^2 - 4KM})$

A、B為常數可由初始條件決定，因此可定義結構系統之自然頻率（ω_n）臨界阻尼（C_c）阻尼比（D）如下式



圖一　單一自由度理想模式

$\omega_n = \sqrt{K/M}$ 稱為自然振動頻率為無阻尼情況自然振動之角頻率。

$C_c = 2\sqrt{KM}$ 稱為臨界阻尼為一非週期性阻尼（aperiodic damping）在極短時間內運動趨於靜止之極限情況。

$D = \dfrac{C}{C_c}$ 稱為阻尼比（damping ratio）為在阻尼簡階運動之實際阻抗與所需產生臨界阻尼（critical damping）之比值。

若式(1)中 $F(t) \neq 0$ 則稱為強迫振動，而作用力可能為常數量，正強力或週期力，假定 $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 則其特別解為：

$$X_p(t) = \frac{F_0}{\sqrt{(K - Mw^2)^2 + (cw)^2}} \sin$$

$$(wt - \phi) = A \sin (wt - \phi)$$

$$\phi = \tan^{-1}(cw/K - mw^2)$$

令 $A = \dfrac{F_0}{\sqrt{(K - Mw^2)^2 + (cw)^2}}$ 稱為穩定情況下反應振幅而 ϕ 為反應 $X_p(t)$ 與作用力 $F(t)$ 之位相差，而靜定位移量（static displacemart）為

$$X_0 = F_0 / K$$

因此可定義動力增幅因子（magnification factor or Amplification factor）為

$$M = \frac{A}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2Dr)^2}}$$

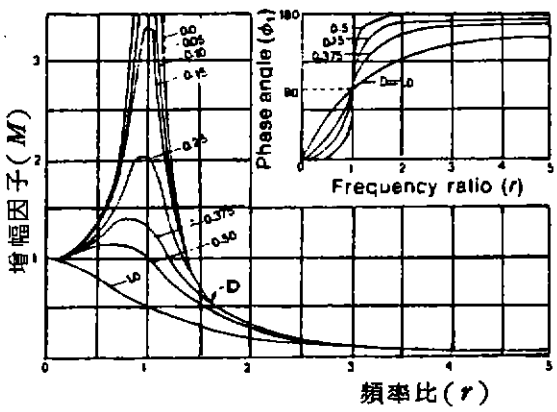
及 $\phi = \tan^{-1} \dfrac{2Dr}{(1 - r^2)}$

式中 $r=\frac{w}{w_n}$ 稱爲頻率比，可繪 M，ϕ 與 r 之關係，如圖 2 所示，在非阻尼情況下若作用力之自由運動頻率（w）與結構物之自然振動頻率（w_n）相等即 $r=1$ 則將產生共振現象，而若在阻尼系統則共振條件發生於位移極大時情況，即 $\frac{\partial M}{\partial r}=0$ 可得出共振時之頻率及增幅因子量爲：

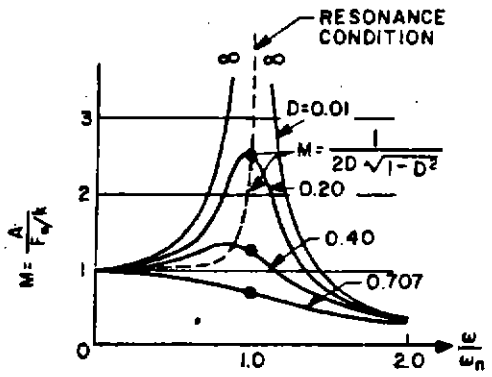
共振頻率：

$$f_{m,r}=f_n\sqrt{1-2D^2}\quad\left(\text{在 } D\leq\frac{1}{\sqrt{2}}\text{ 條件下}\right)$$

共振情況下增幅因子：



圖二　$F(t)=F\sin wt$ 之反應增幅因子與位相角和頻率比之關係



圖三　共振情況下之增幅因子

$$M=\frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}\doteqdot\frac{1}{2D}\quad\text{（圖 3）}$$

海洋結構物承受波浪、風及海流或地震等環境力，決定共振條件之因素有三，即：

(1)結構物之有效質量：若結構物爲巨大且笨重而難以移動者，則動力負荷反應將相當微量，當作用力激盪頻率大於自然頻率之情況，則負荷所產生之反應將由質量控制[1]。

(2)結構物之勁度：當激盪頻率小於自然頻率，此因素較重要[1]。

(3)結構物之阻尼：此參數爲在共振情況下，結構物反應主要控制因素，若阻尼相當大則在共振情況下反應之增幅量很小，則動力負荷變爲較不顯著[1]。

本文主要研討如何決定一海洋結構物之物理特性之技巧及使用之公式，因此可建立理想之分析模式，且可利用於動力分析。

解析式(一)，必須先決定結構物之質量、阻尼及勁度，而周界之環境影響因素及長期性變化必將使其特性有所改變，此必須先考慮，右端之 $F(t)$ 爲波浪及海流所引起之負荷不在本文討論範圍。

海洋結構物之物理特性確定後，則可應用於決定結構物之動力反應，同時本文亦包含這些物理量在土壤基礎上之影響性及模擬土壤與結構物互制之關係。

二、海洋結構物總質量之決定

過去在計算結構物質量，首先須先求得結構物質量及其分佈情況，可能包含基礎或周界土壤，有時若質量高估則將使所計算得出之結構物自然頻率偏低。

在處理海洋結構物時，除結構物本身之質量外，尚需考慮兩個重要之物理量即：

(1)加質量：當一結構物完全浸水或部份構件浸水，其周界海水發生運動時，其邊界層部份海水因黏性關係而隨結構體與海水發生運動所伴隨之水質量稱之。

(2)海洋生物附著（marine growth）之加質量：海洋生物附著於結構體上之質量及範圍

與結構物浸水期間多寡有關，但有時其數量相當可觀，必須加以考慮。

下面乃就此兩個重要物理量分別討論：

㈠加質量（Added mass）

當一結構物在水中與水發生相對運動，因水與結構體間有黏性存在，使得結構體周界之流體邊界層內之水分子附於結構體上而隨結構體發生運動，此部份所增加之水質量稱爲加質量，當考慮結構物之動力分析時，必須包含此一加質量。而必須注意此處所指增加之水質量爲在結構物之表面以外者，而且很明顯地隨結構體運動者，故例如一中空構件，其中空部份含有水量，故其有效質量包括：

(1)構件本身之質量。

(2)在構件內所含之水之質量。

(3)構件外之加質量。

前兩項之決定較易，而第三項可由流速勢理論配合結構體浸水部份之幾何形狀而決定，列舉二範例說明如下：

（例一）球形結構體之加質量求法：

若一非旋轉情況之結構體在一理想流體中，作直線上運動，則其流速勢可表示爲[2]：

$$\phi=\frac{Ua^3}{2r^2}\cos\theta \tag{2}$$

式中：a：結構體之半徑

U：流體瞬間運動速度

(r,θ)：以球心爲原點之極座標系統

在一單位體積 $d\forall$ 之流體水分子之動能爲

$$d(K\cdot E)=\frac{1}{2}\rho\nabla\phi\cdot\nabla\phi\,d\forall \tag{3}$$

式中 ρ 爲流體密度

則流體之總動能爲對整個流場之微分量積分和可得爲

$$K\cdot E=\frac{1}{2}\rho\iiint_{\forall}\nabla\phi\cdot\nabla\phi\,d\forall \tag{4}$$

根據Green發散定理：

$$\iint_S\phi\cdot\nabla\phi\,\vec{n}\,ds$$

$$=\iiint_{\forall}(\phi\nabla^2\phi+\nabla\phi\cdot\nabla\phi)\,dV \tag{5}$$

在理想流況下 $\nabla^2\phi=0$ 故可得動能爲

$$K\cdot E=\frac{1}{2}\rho\iint_S\phi\cdot\frac{\partial\phi}{\partial n}\,ds$$

$$=-\frac{1}{2}\rho\iint_S\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\,ds\quad(\because\ \overline{n}=-r) \tag{6}$$

當 $r=a$（球面上），則可由式(2)求出：

$$\phi=-\frac{Ua}{2}\cos\theta\ \text{及}\ \frac{\partial\phi}{\partial r}=U\cos\theta \tag{7}$$

且球形結構體在單位弧長（$ad\theta$）之截面積爲

$$ds=(2\pi a\sin\theta)\cdot(ad\theta) \tag{8}$$

故可將式(7)及式(8)代入式(6)而得出動能爲

$$K\cdot E=\frac{1}{2}\left(\rho\frac{2}{3}\pi a^3\right)U^2=\frac{1}{2}M_aU^2 \tag{9}$$

式中 $M_a=\frac{2}{3}\pi a^3\rho=\frac{1}{2}\rho\forall$ (10)

即爲球形結構體所排開之水質量之一半，此即爲流體呈現而使結構體增加之質量，設 M 爲球形結構體之質量，則其運動之總動能應爲：

$$K\cdot E=\frac{1}{2}(M+M')U^2 \tag{11}$$

（例二）圓柱體之加質量求法

假定一圓柱形結構物在一非穩定流情況下爲定常性。則其周界之流速勢爲

$$\phi=U\left(r+\frac{a^2}{r}\right)\cos\theta=UX+\frac{Ua^2}{r}\cos\theta \tag{12}$$

式中 $U.a.$ 爲流體速度及圓柱半徑 (r,θ) 爲以圓柱中心爲原點之極座標系統，而×爲橫軸 $(X=r\cos\theta)$，因此作用於圓柱表面 $(r=a)$ 之壓力爲

$$\frac{P}{\rho}=-\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\nabla^2\phi \qquad (13)$$

定義內力（inertia force）爲作用於軸向之總壓力在水平軸向上之分量即

$$F_I=-\int_0^{2\pi}P\cos\theta(a\,d\theta)$$

$$=2a\int_0^{\pi}P\cos(\pi-\theta)\,d\theta \qquad (14)$$

在式（13）中，由於理想流體$\nabla^2\phi=0$故將式（13）代入式（14）可得

$$F_I=2\rho a\int_0^{\pi}\frac{\partial\phi}{\partial t}\cos\theta\,d\theta \qquad (15)$$

由式（12）可得：

$$\left.\frac{\partial\phi}{\partial t}\right|_{r=a}=2a\cos\theta\frac{du}{dt} \qquad (16)$$

將式（16）代入（15）式可得單位長度管樁之內力爲：

$$F_I=2\rho(\pi a^2)\frac{du}{dt}=2\rho V\frac{du}{dt} \qquad (17)$$

式中V爲圓柱體所排開水之體積。

若在式（12）中加上一個數量$(-Ux)$，則可得出圓柱體在靜水情況下往負x方向以速度爲$(-U)$之運動之流速勢（ϕ）爲：

$$\phi=\frac{Ua^2}{r}\cos\theta \qquad (18)$$

應用以上之方法亦可得出內力爲

$$F_I=-\rho(\pi a^2)\frac{du}{dt}=-\rho V\frac{du}{dt}=-m_a'\frac{du}{dt} \qquad (19)$$

此就是表示一結構體在靜水情況下，加速至某一特定速度運動情況下，其周界原靜止之流體亦隨之產生運動，而所需加速此周界流體附加質量（m_a'）所需之力，其中負號代表運動爲反方向。而式（17）與（19）兩式之差異爲由於兩者之流速勢相差一項Ux，即爲有關均勻流產生之壓力變化，故式（17）可改寫爲

$$F_I=\rho V\frac{du}{dt}+m_a\frac{du}{dt} \qquad (20)$$

第一項爲加速方向上之浮力，可以結構體浸水部份所排開同體質水質量表示，而第二項即爲加質量即圓柱體之加質量爲：

$$m_a=\rho V=\rho\pi a^2 \qquad (21)$$

加質量不僅與結構體形狀有關且與流向與結構體之交切情形有關，表一所示爲一般常見之結構體形狀之加質量[3]，而必須注意表一所列之值亦同時受結構體形狀附近之邊界層所影響，例如水之自由表面管樁或橋墩等均有增加加質量之傾向。對於一水平構件，在垂直方向振盪振幅很接近於海床之情況，或兩支管樁其間距小於管徑之四倍之情形，則將可能使加質量增加，因此若結構體周界較爲複雜之情形可能需用模型試驗決定加質量，表一僅供參考。

Morision 定義內力爲

$$F_I=C_m\rho V\frac{du}{dt} \qquad (22)$$

式中C_m稱爲質量係數，則加質量與質量係數之關係爲

$$C_m=\frac{M+M_a}{M}=1+k\left(\text{式中 } k=\frac{M_a}{M}\right) \qquad (23)$$

式中M爲結構體浸水部份所排開之水質量，例如圓柱體$C_m=2.0$（或$k=1.0$）而球體則$C_m=1.5$（$k=0.5$）。

在計算結構體之自然頻率（f_N）時，需包括加質量，即如下式：

$$f_N=A\sqrt{\frac{K}{M_S+M_t+M_a}} \qquad (24)$$

式中 K：結構物之勁度

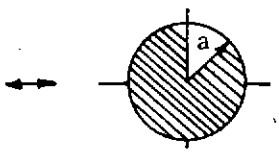
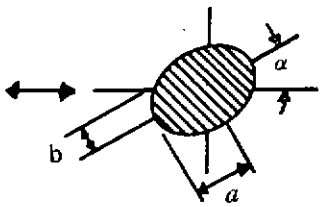
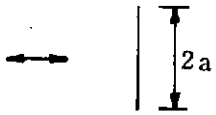
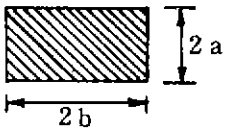
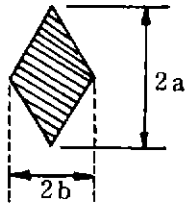
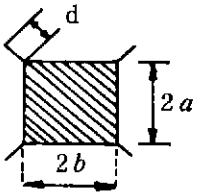
A：常數

M_S：結構體中空部份含水量或其他填充物之質量。

M_a：加質量

必須注意，加質量在結構體振盪之自然頻　　率具有相當之影響性，故必須儘可能地精確。

表一　在非穩定流情況下之加質量

無限長之柱體斷面	單位長度之加質量
圓形 	$\rho\pi a^2$
橢圓形 	$\rho\pi(b^2\cos^2\alpha+a^2\sin^2\alpha)$
平板 	$\rho\pi a^2$
矩形 	$K_1\rho\pi a^2$
菱形 	$K_2\rho\pi a^2$
具有四角突出之方形 	$K_3\rho\pi a^2$

a/b	K_1
0.1	2.23
0.2	1.98
0.5	1.70
1.0	1.51
2.0	1.36
5.0	1.21
10.0	1.14

a/b	K_2
0.2	0.61
0.5	0.67
1.0	0.76
2.0	0.85

d/a	K_3
0.05	1.61
0.10	1.72
0.25	2.19

特別在圓柱體例如圖 4 中在 X、Z 方向之加質量各等於 1，而在 y 方向上則趨近於 0，故任意方向之加質量可用向量疊加，舉一範例計算構件之加質量如下：

（例三）計算單一鋼管樁完全浸水情況之單位長度有效質量，其資料爲

管徑：610 mm 管壁厚 12.7 mm，鋼鐵及海水密度分別爲 7830 及 1020 kg/m³。

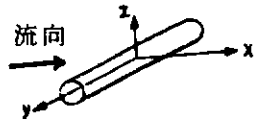
（解）

鋼管樁之單位長度質量爲

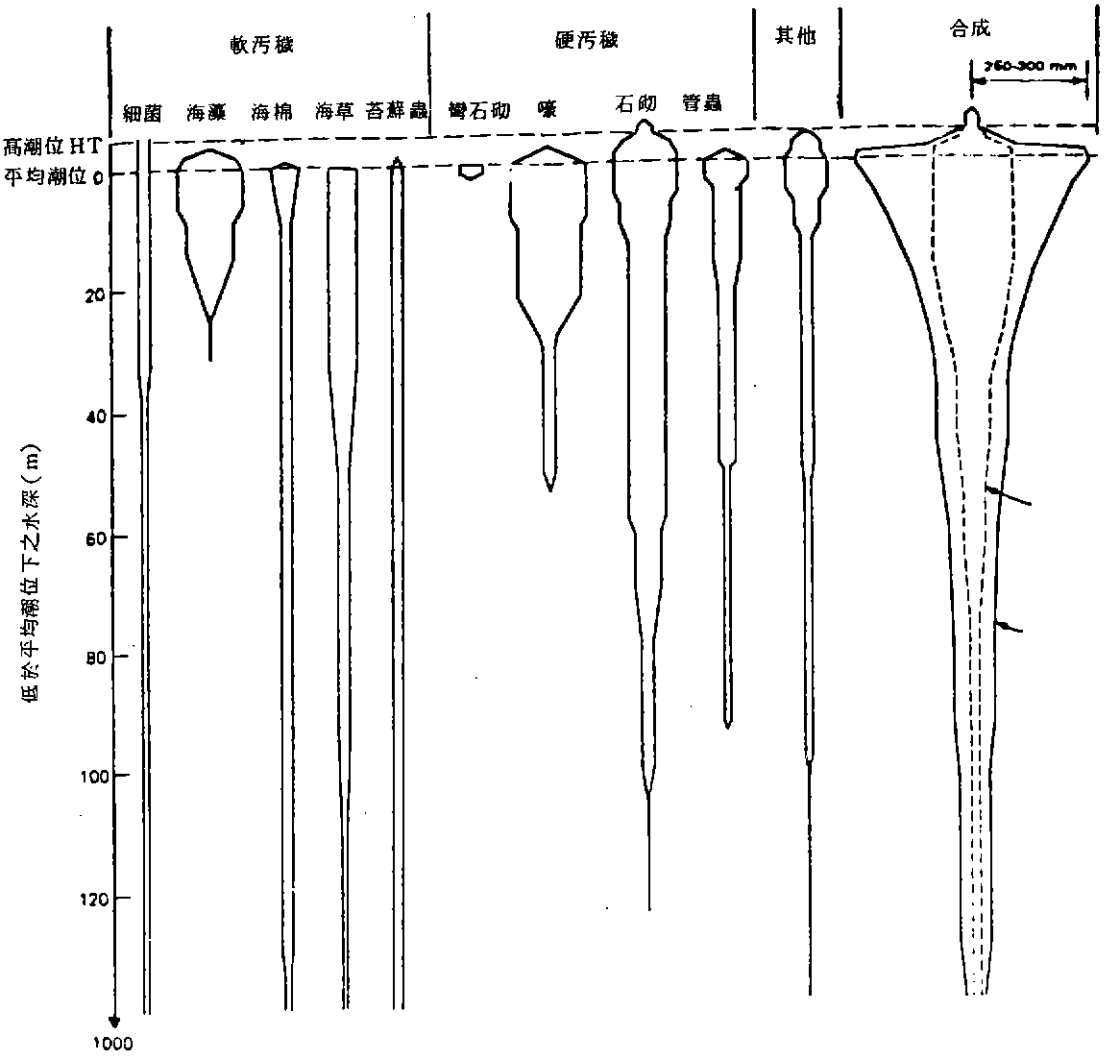
$$m_s = \frac{\pi}{4}\left[(0.61)^2 - (0.5846)^2\right] \times 7830$$

$$= 190.7 \text{ kg/m}$$

單位長度鋼管樁中空部份所含水質量爲



圖四　圓柱體與水流方向



圖五　海洋生物污著情形

$$m_t = \frac{\pi}{4}(0.61-2\times 0.0127)^2 \times 1020$$

$$= \frac{\pi}{4}(0.5826)^2 \times 1020 = 273.8 \text{ kg/m}$$

單位長度管樁之加質量爲

$$m_a = 1.0 \times \frac{\pi}{4}(0.61)^2 \times 1020 = 298.1 \text{ kg/m}$$

故單位長度之有效質量爲

$$m_e = m_s + m_t + m_a = 705.3 \text{ kg/m}$$

㈡海洋生物附著對結構物質量之影響性

海洋生物附著（marine growth）將使結構物之質量增加，但對結構物之勁度之影響性不甚顯著。故將造成自然頻率減少。由於水之加質量以結構體之外徑考慮，故由於海洋生物附著將改變結構體形狀增大其尺度，而使加質量增加，此種影響性亦需考慮。

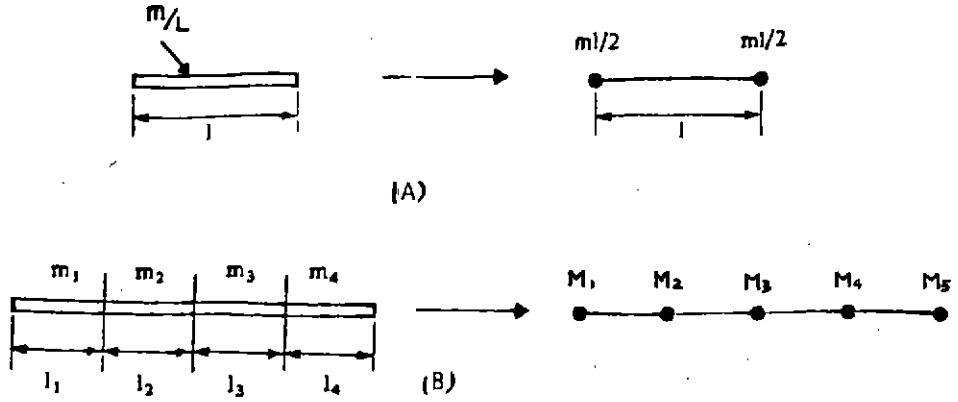
污穢之有機物附著於結構物上生長，因此其可擴展而超越流速緩慢移動之邊界層水域至帶有大量營養物之水域中，此種向外擴展及佔領廣大表面積之欲望造成他們妨碍水流且分裂結構物表面之包覆，而海洋污穢可分爲兩大類即軟污穢（soft fouling）及硬污穢（hard fouling）。

軟污穢之生物包括海棉（sponges）、海草（seaweed）、苔蘚蟲（bryozoa）、海藻（Algae）和細菌（bacteria）等。一般其比重相當接近於海水。而硬污穢所含之有機物一般包括極少空縫結實者、經常爲附著較堅硬牢固者，有石砌（barnacles）管蟲（tube worms），蠔（mussels）和其他鈣質或殼類之有機物。若無詳細之測量資料，建議由於污濁所產生質量增加量如表二所示。表中之值包含海洋生物附著所伴隨之水袋（pockets of water）質量。且此直接助成於系統之慣性。此與用於靜力分析之容許度有相當地不同，在該處浮力大則將使重量減少除此直接增加量外，由於硬污濁增加加質量所引起有效體積亦增加，建議不論何種結構物形狀，污濁增加體積之質量係數值可取$C_m = 2.2$，影響海洋生物生長之因素可討論如下：

表二　海洋生物附著之加質量

平均水位下水深（m）	每單位表面積之加質量（kg/m²）
0～10	250
10～20	200
20～30	125
30～50	80
＞50	＜20

(1)水深：圖5爲說明在英國海域所測量之各種海洋有機物在結構上附著污濁之體積及重量之相對重要性，有些因體積大而顯得重要性



圖六　均勻分佈質量換算總質量

例如蠔（mussel）及石砌（barnacle），一些有機物類例如海盤車（starfish）軟體動物（molluscs）蟹（crabs）及白頭翁（anemones）等均歸爲圖中之其他類。

在總圓柱上所示之最大厚度爲200～250厘米（mm），而不包含海草之長葉狀體在內，同時總柱體上並非各柱體之疊加，因各有機生長歷程不同，最大量非同時發生，故僅爲描述總海洋生物附著厚度之估計値而已。

(2)距離海岸之距離：當一結構物在外海距海岸數哩處固定於海床上，而其周界之水深大於50 公尺以上，則在兩年左右可發現結構上開始長蠔等有機物，事實上，某些外海結構物任一形態之微量污濁，直至有足夠之有機物附於結構物上而形成一坑（pool）然後開始佔據在結構物表面上。

(3)海流：在決定污濁程度上，流徑結構體之海流速度很重要，當速度大於0.5 m/sec有許多幼蟲（larvae）可能無法附著於結構物上，然而在停流期間則幼蟲而附著而定居下來，而後強流帶來更多之營養食物助其生長，雖各有機物對海流大小之附愛性有所差異，然而上述現象對大多數之污濁物偏於結構物上而言是眞確的。但當海流大於6 knots（3m/sec）許多附著物將被清掃而光，例如最堅硬者之石砌（baruacles）亦然，而一般蠔偏好高於1.5 knots之低海流。

(4)溫度：溫度可影響附著生物之成長率，一般初估若溫度上升10°C 則成長率將增加一倍。

兩種最重要之海洋附著有機物蠔（mussel）及石砌（barncles）之比較如表三所示。

表三　海洋有機物附着資料

有機物種類	蠔	石　砌
比　重	1.3	1.4
代表性成長率	10～25 kg/m²/年	8～20 kg/m²/年
最大成長率	55 kg/m²/年	—
平均厚度	約100厘米（mm）但有300 mm之情形	—
生長期	—	2～5年

㈢集中質量（Lumped mass）

前面已討論結構物質量分佈包括加質量及海洋生物附著等之計算，則可求出結構物之有效質量，而傳統性將結構物理想化之方法爲將質量集中於數個分離點（discrete points），理想之位置必須在：

1. 動力或負荷作用點。
2. 所欲求之振動反應點。
3. 最大靜撓度發生位置例如懸臂樑之自由端或簡單樑之中央處。
4. 結構物中樑與柱之交點。
5. 在一連體系統中有限元素之節點上。
6. 當使用單一自由度系統時所有質量之重心。

總質量集中位置之選擇對於動力分析具有很大之影響性，然而爲一件相當困難之工作，可根據經驗上考慮及洞察運動形態等去了解，或許可助於提供一合適之總質量模式，下面提供一些建議及注意事項以供參考。

一般而言，一結構物之動力分析須以一理想模式表示，選擇一些點（稱爲節點）作爲總質量集中處，構件視爲無質量，由節點數及每個節點上可允許運動之方向數量等決定結構系統之自由度且分析使用之型式影響節點數及位置之選擇。例如利用手算分析則僅能取一或兩個自由度，若須作詳細計算，但手上僅有桌上電子計算機，則可能考慮使用四或五個自由度，當然電腦可處理數百個以上之自由度，而且

省時與精確，既使有電腦可利用，但建議在開始上電腦處理前，不妨先減少問題爲二自度系統並試驗合適之節點分佈，及結構物一般性之動作。一結構物之模式樣子深受選定之節點所影響。

下一步驟爲將結構物上分佈之質點集中於節點上，以下列舉範例說明分析技巧。

若一巨大結構物系統爲由許多均勻樑單元所組成，最簡單集中質量之方法爲將整個樑上之質量等分於兩端上（圖6a，故若一樑相當長，則可使用一些節點圖6b所示，各節點上相當質量爲

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= m_1 l_1/2 \\ M_2 &= m_1 l_1/2 + m_2 l_2/2 \\ M_3 &= m_2 l_2/2 + m_3 l_3/2 \\ M_4 &= m_3 l_3/2 + m_4 l_4/2 \\ M_5 &= m_4 l_4/2 \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

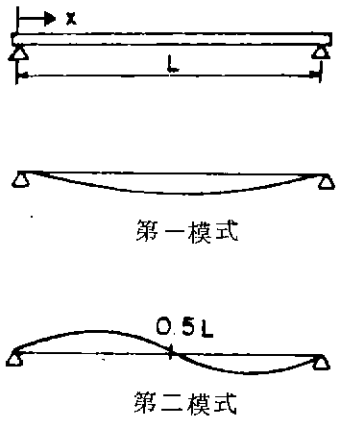
兩端裝以鉸鏈之單樑其振動之模式如圖7所示，若分離點之點數多，且若振動僅需要其前數個模式，則上述模擬方法已足矣！此程序之缺點爲每一點代表一自由度，故多點將有多自由度，故在分析上變爲較複雜且費時。故需妥協及選擇足夠之節點數，然後集中質量之模擬法可充分地代表原結構系統，但點數不能選得太多，以免分析變爲無必要之冗長及複雜性。

事實上，選擇較少自由度而能代表一結構物，最重要的是如何正確地分配質點於節點上，例如在簡單懸臂樑僅分爲兩等分單元，假定均勻斷面及質量分佈均勻則質中質量模式可遵循每一單元有一半之質量，故各質點分配之集中質量如圖8a所示，而此模式所得出之自然頻率比正確頻率值低11%，較正確之結果爲忽略圖（7a）中間之質量而用圖（7b）之模式，其自然頻率爲：

$$w = \sqrt{\frac{K}{M}} \cong \sqrt{\frac{3EI/\ell^3}{m\ell/4}} = \sqrt{\frac{12EI}{m\ell^4}} \text{ rad/sec}$$

若簡單支持樑則可用½質量分於兩結構單元上（圖9）而可得到基本自然頻率之解答。

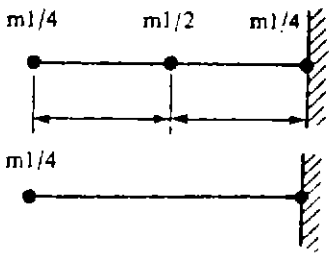
由此很清楚地看出，集中質量於一分離點



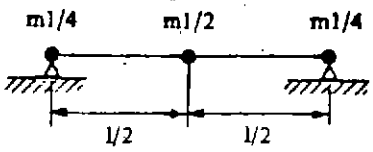
第一模式

第二模式

圖七　簡單樑振動模式



圖八　懸臂樑總質量



圖九　單支樑總質量

實不易定義且非爲一簡單之工作，特別當爲減少自由度數量而使用甚少點之情況更是，當質量分佈不均勻則更難模擬。例如一根自海床伸出海面之半浸水懸臂樑，在浸水部份由於附加水質量而使其質量增大，在此情況下，一合理之假設情形爲將質量按比例分配於各端，當作自身重量作用於主運動方向之反作用力如圖10所示。

由非常簡單之模式欲獲取正確之自然頻率相當不適當，其原因爲電腦之數值計算相當簡單，而在選擇質量集中節點所需之更多技巧更

甚於可在電腦上作多自由度分析計算工作。所需之精確度將受所選用之模式所影響，在初始計算時，經常使用一或二自由度已足矣！

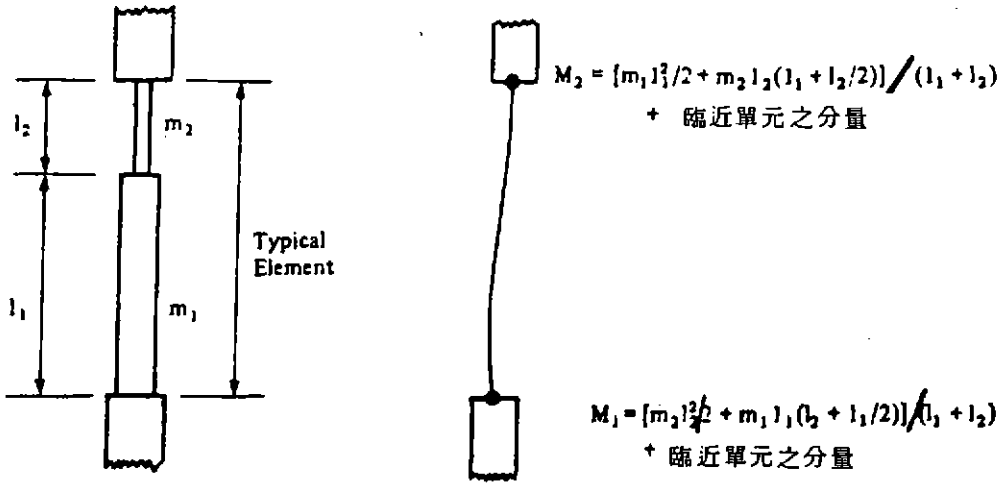
另有一種利用能量相等之方法說明如下[4]：

假定兩端固定樑，在計算數學模式之質量，一般僅需考慮動力作用點，亦即所需求動力反應之點上，例如動力及作用於樑之中央，則亦需求出此點之反應。其技巧爲獲取集中質量使得眞正之結構物與相當之結構物之動能相等，首先假設眞實系統之曲繞形狀，如圖 11 所示，若僅考慮 xy 平面上之變化，由材料力學可得

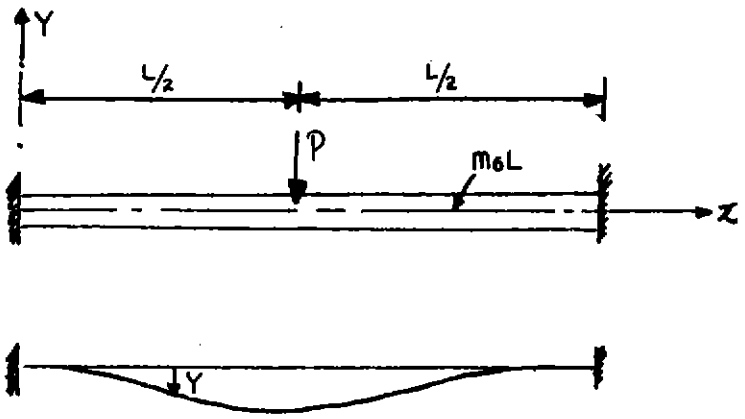
$$y_m = \frac{Px^2}{48EI}(3\ell - 4x) \qquad (26)$$

$$(y_a)_{max} = \frac{P\ell^3}{192EI} \qquad (27)$$

假設樑在彈性範圍內；在沿著樑任何點之最大運動速度與在該點彎曲曲線之座標成正比，故



圖十　質量分佈不均勻之總質量求法



集中負荷繞度曲線　$y = \frac{px^2}{48EI}(3\ell - 4x)$

圖十一　樑之撓度曲線

樑之速度爲：

$$V_a = C\left(\frac{Px^2}{48EI}(3\ell - 4x)\right) \qquad (28)$$

$$(V_a)_{max} = C(P\ell^3/192EI) \qquad (29)$$

式中C爲速度與撓度相關之係數，故

$$V = (4x^2/\ell^3)(3\ell - 4x)\,V_{max} \qquad (30)$$

樑之總動能爲全長之積分值即

$$K \cdot E_b = \int_0^{\ell} \tfrac{1}{2} m_b V^2 dx = \frac{13}{70} V_{max}^2\, m_t \qquad (31)$$

$m_t = m_b \ell$ 樑之總質量（即m_b爲單位長度之質量）而相當系統之動能爲

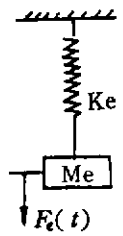
$$KE_e = \tfrac{1}{2} m_e V_e^2 \qquad (32)$$

假定在$V_e = V_{max}$ 情況下，兩系統之動能相同則可得出

$$13/70\, m_t V_{max}^2 = \tfrac{1}{2} m_e V_e^2$$

即 $m_e = 0.371\, m_t = 0.371\, m_b \ell$

表四　單一自由度系統之相當動力設計參數

結構元件形態	動力負荷	動力負荷因子（K_L）	質量因子（K_m） 集中負荷	質量因子（K_m） 均勻負荷	彈簧常數（K_e）	相當數學模式
EI, L	$f(t)/L$, L	0.64	—	0.50	$\frac{49.2EI}{L^3}$	
	$F(t)$, L/2 L/2	1.0	1.0	0.49	$\frac{48.0EI}{L^3}$	
	$F(t)/2$ $F(t)/2$, L/3 L/3 L/3	0.87	0.76	0.52	$\frac{49.1EI}{L^3}$	
EI, L	$f(t)/L$, L	0.53	—	0.41	$\frac{203.5EI}{L^3}$	
	$F(t)$, L/2 L/2	1.0	1.0	0.37	$\frac{192.0EI}{L^3}$	
EI, L	$f(t)/L$, L	0.58	—	0.45	$\frac{107.3EI}{L^3}$	
	$F(t)$, L/2 L/2	1.0	1.0	0.43	$\frac{107.0EI}{L^3}$	
	$F(t)/2$ $F(t)/2$, L/3 L/3 L/3	0.81	0.67	0.45	$\frac{106.9EI}{L^3}$	

$F_e(t) = K_L \times$（樑上總動力負荷）。

$M_e = K_m \times$（樑上總質量）。

$K_e = K_L \times K$
式中K爲一眞正結構系統之彈簧常數。

* 集中負荷爲總質量集中於負荷作用點上。

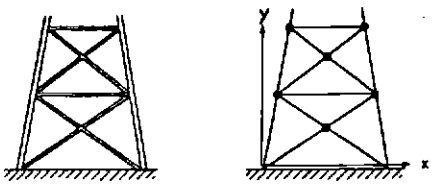
表 4 列出各種不同負荷形態及支持之相當質量值，此種能量法已被證明有相當滿意之結果，既使對相當複雜之結構物此方法所得到者比上述半質量分配之技術爲較佳之近似解法。

當處理相當大之結構物（特別是格子形結構物）可能使用質量濃縮法（The Techniqne of mass condenastion）[6]，首先質點先集中於系統中許多點，可能將有數百個或數千個自由度，然後系統可濃縮變爲僅有數個自由度以供動力分析（經常可濃縮至原自由度之10%）即濃縮前後系統之動能及位能和保持相等。

(4)資料所需之自由度：當模擬一實際之結構物，則節點之選擇及取用之數量多寡將影響所得資料之數量，例如考慮如圖 12 所示之格子形結構物，若僅觀測構架平面上之運動，在每個筒接頭（tubular joint）可取六個集中質量，若考慮 x 及 y 方向之運動則有 12 個自由度。若欲求結構物之整個搖擺模式則已相當足夠，但無法得到各別筒構件之運動情形，若欲包括此影響性，則質量節點將可視爲沿每一構件，若每一構件有二個自由度，則整個之自由度，將增至68個（原來12個加上在 14 個構件上兩端各有兩自由度即 2×28）。

很明顯地，對於一代表性之三度空間格子形結構物，此方法並不實用，因爲自由度用得太多，實際上質量將集中於主要之筒狀接頭點上可獲取整個結構物之搖擺運動特性，則單獨筒狀構件可視爲自由孤立體決定其特性，此當然在數學上並非正確，但在實用上可被接受，因爲整個搖擺模式，一般發生於最低之頻率而非單獨構件模式。

一般工程師均避免使用過於複雜性之數學模式，或輸入太多資料進電腦，最好使用二、三個簡單模式；每個單獨處理，而非合併所有資料於一大模式中處理。



圖十二　格子型結構物

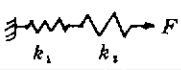
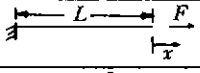
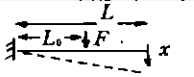
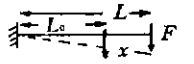
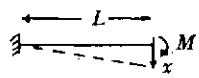
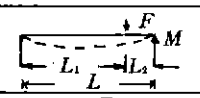
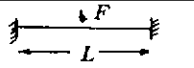
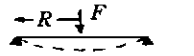
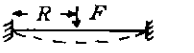
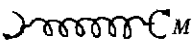
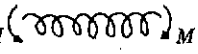
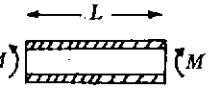
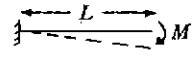
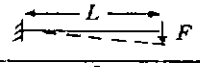
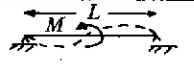
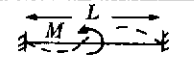
（下期續）

海洋結構物動力分析所需物理參數之決定（下）

中華顧問工程公司港灣部工程師 林維明

（續上期）

表五　結構物彈簧常數

彈簧線圈直徑 D；鋼絲直徑 d、圈數 n		$K=\frac{F}{x}=\frac{Gd^4}{8nD^3}$
兩彈簧串聯		$K=\frac{1}{1/k_1+1/k_2}$
懸臂樑（軸向負荷）		$K=\frac{F}{x}=\frac{EA}{L}$
懸臂樑		$\frac{F}{x}=K=\frac{6EI}{L_0^2(3L-L_0)}$
懸臂樑		$\frac{F}{x}=K=\frac{6EI}{L_0^2(3L-L_0)}$
懸臂樑		$\frac{M}{x}=K=\frac{2EI}{L^2}$
簡單樑		$K=\frac{3EIL}{L_1^2L_2^2}$
固定端樑		$K=\frac{192EI}{L^3}$
圓板；厚度 t；集中負荷；周界單支撐。		$K=\frac{16\pi D}{R^2}\frac{1+\mu}{3+\mu}$ 式中： $D=\frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ μ＝ Poissons 比≈ 0.3
圓板、周界固定		$K=\frac{16\pi D}{R^2}$
線圈扭曲		$K=\frac{Ed^4}{64nD}$
線圈彎曲		$K=\frac{Ed^4}{32nD}\frac{1}{1+E/2G}$
螺旋形彈簧 總長度 L		$K=\frac{EI}{L}$
中空圓柱，扭曲外徑 D；內徑 d；長度 L		$K=\frac{GI}{L}=\frac{\pi G}{32}\frac{(D^4-d^4)}{L}$ 鋼鐵 $K=1.18\times10^6\times\frac{D^4-d^4}{L}$
懸臂樑		$K=\frac{M}{\theta}=\frac{EI}{L}$
懸臂樑		$K=\frac{F}{\theta}=\frac{2EI}{L^2}$
單支樑		$K=\frac{M}{\theta}=\frac{12EI}{L}$
固定端樑		$K=\frac{M}{\theta}=\frac{16EI}{L}$

三、海洋結構物勁度之決定

勁度(stiffness)爲結構物變形之阻抗，一般以作用力與質量位移線性關係之彈簧常數(K)表示，其值可由存於振盪質量或一質量與其他無限堅硬支撐之彈性導體的結構上之彈簧常數導出，特別需了解下列各種不同結構物之彈性特性。

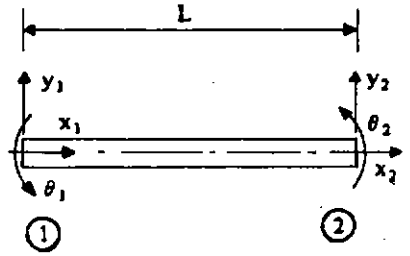
(1)鋼架構件可用三個線性勁度及三個旋轉勁度表示。

(2)一薄板結構物可用兩線性勁度及兩個旋轉勁度表示其相當於發生於平板之平面上延伸及彎曲特性。

(3)重力巨型混凝土塊之勁度近乎無限大。

表六　基本材料之阻尼

材　　料	阻尼(δ)
彈簧鋼	0.004～0.008
軟鋼和構建鋼	0.02
用於阻尼器之橡膠	0.01～0.08
木材(施工)	0.05～0.2
混凝土	見表七



圖十三　二度空間桿之自由度

(4)結構物基礎負荷下之土壤反應可用具能表現張力及壓力之彈性勁度表示。

若簡單桿，每單位負荷之阻抗爲其繞度之倒數，例如兩端固定之簡單桿，若其承受一單位集中負荷，則其勁度爲

$$K_e=\frac{F}{\delta}=\frac{1}{\ell^3/192EI}=\frac{192\,EI}{\ell^3}$$

表4及5列出常見結構系統之彈簧常數即勁度，結構物動力分析之勁度矩陣可用一般結構方法處理例如用於靜力設計之架構分析法(frame analysis)，可能僅有些特性需稍加修正，例如某些材料在動力負荷情況下之young氏模數可能高過靜力負荷下甚多，若以混凝土爲例，動力下之模數比靜力模數大50%而鋼鐵材質則維持不變。

假定在結構物上之彈性力可表示爲

$$F_{si}=K_{i1}X_1+K_{i2}X_2+K_{i3}X_3+\cdots+K_{iN}X_N$$

式中K_{ij}稱爲勁度係數定義爲在j軸上之單位位移所致i軸上之作用力，若以圖13所示之兩度空間桿之自由度爲例，其勁度矩陣應如下表示：

$$\begin{bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F\theta_1 \\ \hdashline F_{x2} \\ F_{y2} \\ F\theta_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EL}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \hdashline \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ \theta_1 \\ \hdashline x_2 \\ y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$$

中間虛線代表桿兩端之間之耦合(coupling)情形，故矩陣可縮寫爲

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ \hdashline F_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} K_{11} & K_{12} \\ \hdashline K_{21} & K_{22} \end{array}\right] \begin{bmatrix} X_1 \\ \hdashline X_2 \end{bmatrix}$$

或 $F=K\cdot X$

K稱爲結構物之勁度矩陣(stiffness matrix)，X爲結構物位移形狀之向量。

若一格子形海洋結構物之總勁度爲上述此元述勁度矩陣之組合可重疊共同自由度而得之，然而若有數百個自由度則計算冗長且耗時，可加以濃縮，以節省計算時間，舉例說明兩個樑元素(beam element)集合而形成一簡單之懸臂樑，其集合勁度矩陣爲

$K_{00}^{(A)}$	$K_{01}^{(A)}$	0
$K_{10}^{(A)}$	$K_{11}^{(A)}+K_{11}^{(B)}$	$K_{12}^{(B)}$
0	$K_{21}^{(B)}$	$K_{22}^{(B)}$

消去法可得最後矩陣爲

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ \hline F_L \end{Bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c} K_{11}^{(A)}+K_{11}^{(B)} & K_{12}^{(B)} \\ \hline K_{21}^{(B)} & K_{22}^{(B)} \end{array}\right]\begin{Bmatrix} X_1 \\ \hline X_2 \end{Bmatrix}$$

此爲6×6之矩陣，例如分隔量X_1代表在節點1所有之自由度$\{x_1, y_1, \theta_1\}$

若如前面提及質量濃縮，則勁度矩陣亦須減至同次數此在結構動力學書上有詳細介紹[5]。

若一懸臂樑如圖14 而僅考慮y向之搖擺，此在動力分析上相當重要，故x及θ自由度可縮掉而成2×2之矩陣即

$$\begin{Bmatrix} F_{y1} \\ F_{y2} \end{Bmatrix}-\frac{6EI}{7L^3}\begin{bmatrix} 16 & -5 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}$$

對於許多外海結構物中最重要且最難決定的勁度特性爲土壤與結構物之互制情況下，此將在第五節及第六節詳細討論。

四、海洋結構物之阻尼

在影響動力負荷反應之參數中，結構物之阻尼爲最難決定者，它很難由分析計算得出，

表七 混凝土結構物阻尼[6]

變數	阻尼量之影響性
含水量 使用期 使用頻率(f) (見註一)	隨試料中水份乾枯而減少 隨使用多久而減少 $f=1\ Hz\sim 3\ Hz$ 隨頻率而增大，但$f=3\ Hz\sim 15\ Hz$則無影響。
振動振幅(註二)	對堅硬試料無影響
含砂量	無影響
縱向之壓縮應力	不因應力增加，而受影響
混凝土數量	無影響

(註一)：cole[6]建議 $\delta=a+bx-(c+dx)\log_e M$

式中 x＝可蒸發之含水量

$x=0.0$乾試料

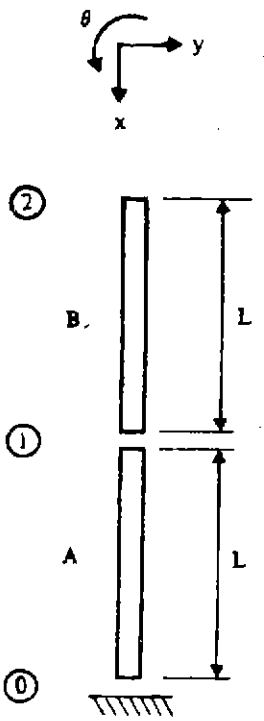
$x=1.0$濕試料(浸水中然後抽出曬乾一小時)。

M＝試料之使用時間(月)。

$a=0.026$，$b=0.022$，$c=0.0039$

$d=0.003$

(註二)：影響預力或鋼筋混凝土阻尼之重要參數爲可允許之龜裂程度，初估如下：一簡單混凝土樑未龜裂前之阻尼爲$\delta\leq 0.05$；而隨龜裂增大而增加阻尼量，代表性可達$\delta=0.16$，既使龜裂未受肉眼所察覺亦然；對於結構物承受動力負荷而有顯著之龜裂現象者可採用$\delta=0.18$至$\delta=0.36$。



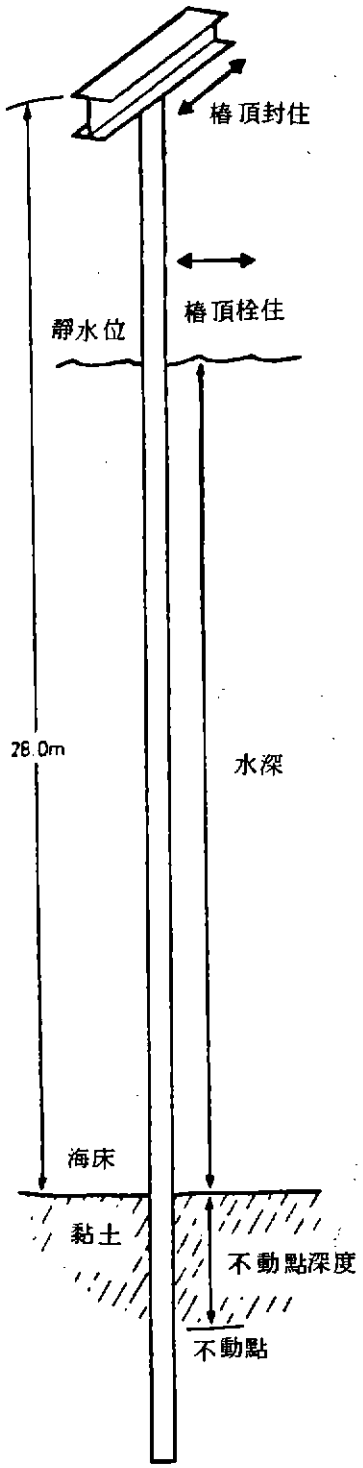
圖十四 懸臂樑自由度

表八　在空氣中結構物阻尼值

結　構　物　形　態	阻尼值 δ
1. 煙囪（高度 40～100 公尺）[7]	
(a)柳接鋼料	0.05
(b)銲接鋼料	0.033
2. 鋼製格子形構件[8]	
（栓緊之鋼件）	0.07
3. 混凝土烟囪（高度 36 公尺）	
現場澆灌	0.06
4. 砌石製成之拱形橋[9]	0.11
5. 鋼結構（無土壤阻尼）[10]	0.01～0.08
（有土壤阻尼）	0.08～0.20
6. 預應混凝土橋主樑（32公尺長）	
彎曲（第一模式）$f_N = 3.1Hz$[11]	0.063
扭曲（第一模式）$f_N = 4.2Hz$[12]	0.067

表九　中空鋼鐵阻尼試驗值

樁徑 (mm)	樁頂固定	水位 (m)	基本振態		第一調和	
			阻尼 (δ)	f_N (Hz)	阻尼 δ	f_N (Hz)
457	封住	19.3	0.055	1.545	0.079	4.41
457	封住	24.8	0.054	1.48	0.125	3.93
457	栓著	19.0	0.073	1.17	0.077	3.87
457	栓著	24.8	0.073	1.07	0.103	3.34
610	封住	19.3	0.046	1.93	0.063	5.82
610	封住	24.2	0.046	1.83	0.062	5.11
610	栓著	20.4	0.057	1.55	0.054	5.20
610	栓著	24.6	0.063	1.45	0.081	4.61
762	封著	20.8	0.068	2.07	—	6.12
762	封著	24.2	0.119	1.94	0.136	5.60
762	栓著	18.6	0.088	1.76	0.126	6.04
762	栓著	24.8	0.085	1.58	0.250	5.05
457	（填加混凝土）					
457	栓著	18.7	0.094	0.98	0.103	3.21
457	栓著	24.7	0.092	0.946	0.100	3.10



圖十五　鋼結構阻尼測量

表十　在水中之管樁合成質量—阻尼參數值（$2\overline{m}\,\delta/\rho D^2$）

管徑 (mm)	樁頂固定	高水位 (24.2m)	平均水位 (21.8m)	低水位 (19.3m)
457	封住	0.224	0.226	0.230
457	栓著	0.302	0.305	0.310
610	封住	0.185	0.185	0.186
610	栓著	0.253	0.243	0.231
762	封住	0.269	0.270	0.271
762	栓著	0.326	0.333	0.342

管徑 (mm)	457	610	762
施工	銲接板	螺旋形焊接	
管壁厚 (mm)	9.5	12.7	12.7
質量/公尺 (kg/m)	107	191	239
不動點深度 (m)	4.2	3.6	4.1

因此必須使用預定結構物與現存結構物已測量值比較，雖然結構阻尼可能並非在形式上眞正的黏性。而爲分析方便，可假設其爲黏性，而計算所得出者與實際整個系統之總阻尼值比較其誤差量甚微，可略而不計。

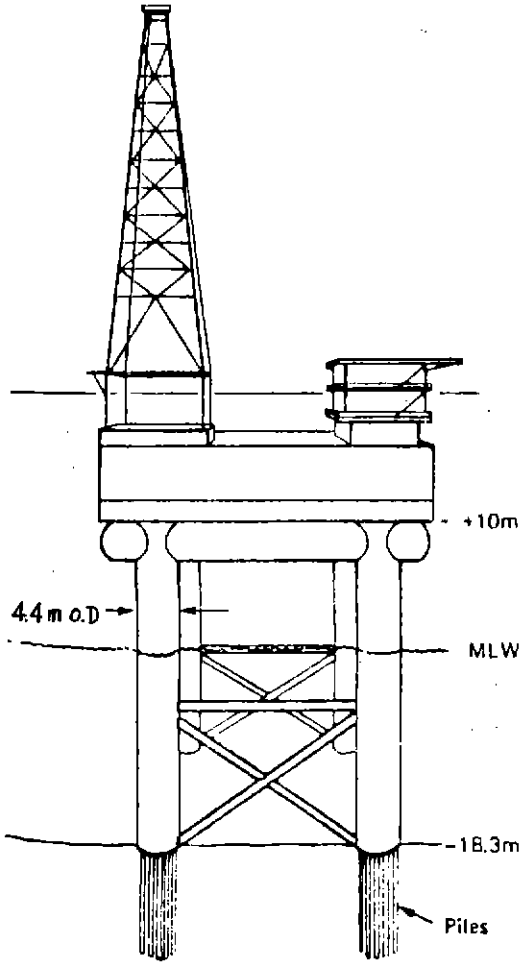
表 6～13　爲代表性之實測結構物阻尼[8~16]值，此測量數值一般可應用於振盪振幅爲微量之情況，即代表特定結構物之阻尼極小值。除非特別註明外，所有阻尼資料均爲基本（彎曲）模式，若模式大於第一模式，則結構物之阻尼將增大，其增加量將與在模式中之應變能量成正比。

表六及表七爲基本結構材料之阻尼，表中 δ 爲對數減量（logrithmic decrement）即結構物振動中，兩相鄰週期中運動振幅（a_{n-1}，a_n）之比值取對數值即

$$\delta = \ell_n\left(\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)$$

表八爲在陸上某些代表性結構物之阻尼，可當作應用於海洋結構物之阻尼規範。表九及十爲中空鋼管樁（圖 15）阻尼及質量阻尼參數（$2\overline{m}\,\delta/\rho D^2$）之試驗值，Jeary and winney (1972)[13]曾對許多相當高大之煙囪作過詳細測量阻尼值表11所列之值可考慮應用於相關之外海結構物上，Earle 及 Mandery (1973)[14] 及 Ruhl (1976)[15] 曾在北美海岸對三個鋼架式外海平臺（圖 16～17）作抽樣調查其承受海洋環境負荷後所得出之結構物自然頻率與阻尼值如表 12～14所示。

(2)水動力阻尼：在所有侵於水中之結構物，除結構物本身特性所能提供之阻尼外，周界海水亦對運動產生阻尼，在波浪引起之運動中，此爲作用力函數之一部份，而若結構物在波



圖十六　淺灘—平台A之外形

浪頻率下運動，則可忽略黏性阻尼。

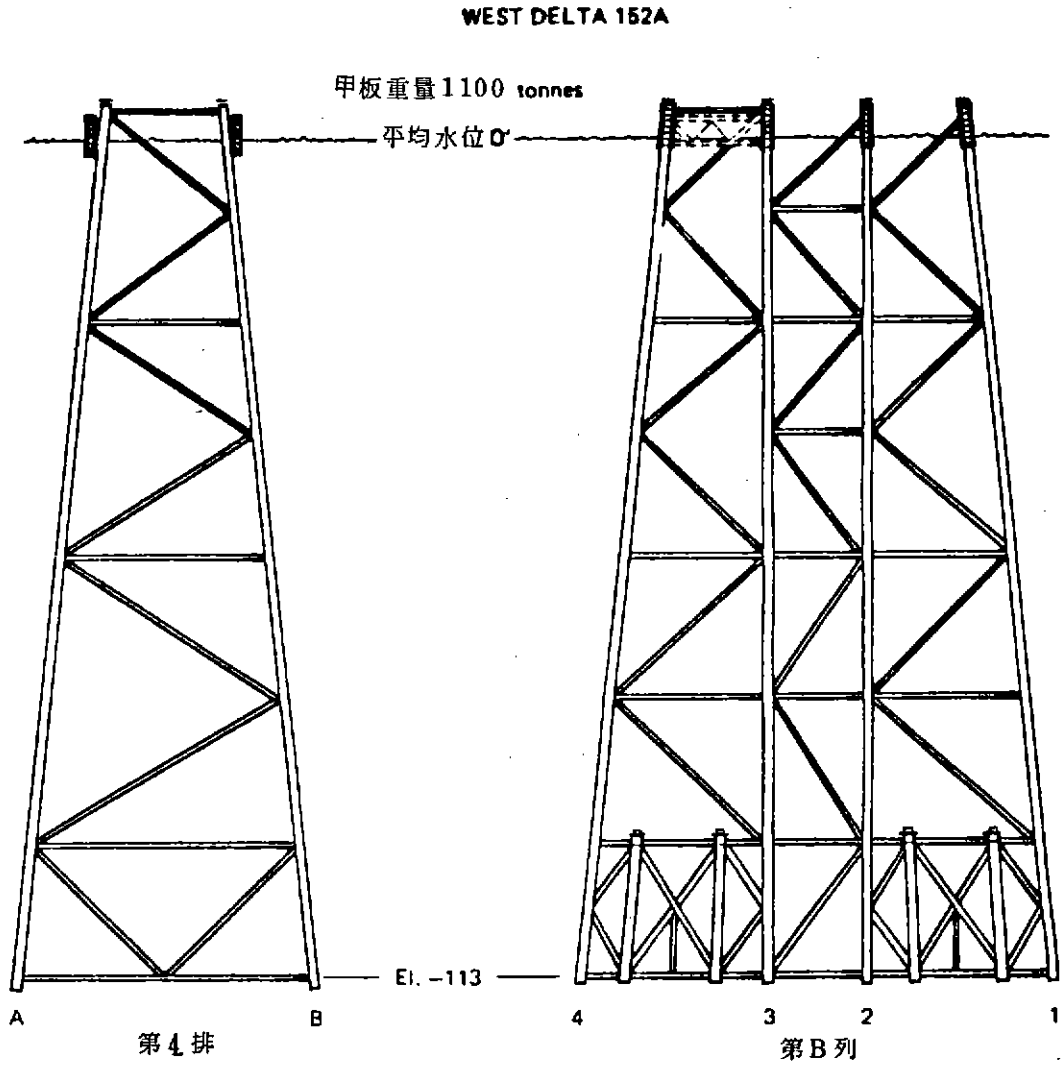
然而在群樁或格子形結構物受波浪作用產生渦散所引起之振盪，其黏性阻尼必須分開考慮。

(3)阻尼測定：因結構物之阻尼之預測值主要依現有結構物測量所得之結果而定，經常可能需在一與預定構建之結構物類似之現有完整結構物上試驗，例如在碼頭上，或一主要結構物建造前先安裝良好之試驗樁上執行。基本上對於此種原型有三種試驗結構物激動之方法爲：

1. 靜力負荷作用於結構物上，然後瞬時去除負荷，並測量及研究所產生之結構物振盪減衰情形。

2. 用一已知大小之正弦力作用於結構物上，使其連續振盪而測定其振幅，此可得到動力增幅量。

3. 結構物承受一隨機變化作用力，反應之



圖十七　深海平台

波譜研究可獲取增幅及阻尼量。

所使用之方法必須接近於所需考慮之運動形態，本測量不僅可得到結構阻尼，亦可同時得到結構物之自然頻率值[15,16]。

(4)海域結構物之振盪方法：對整個結構物之搖擺模式，初始之撓度可使用一絞盤和鋼索，然後加上一特製之機械引線（fuse）很小心地釋放而得到測量成果。（圖18）

衝擊釋放法已廣泛使用，且一般可獲致很可靠之成果。其主要問題爲提供振盪之確實振

表十一　煙囪之結構阻尼[13]

煙囪名稱	質量（10^6kg）	高度（m）	基礎情況	自然頻率及有關之阻尼
Eggborough	16.7	198	接觸面爲砂石	f_N = 0.38 1.65 3.7 5.6 Hz δ = 0.03 0.12 0.10 0.14
Pembroke	19.6	213	接觸面爲石灰石	f_N = 0.43 1.85 4.30 δ = 0.04 0.08 0.10
Kingsnorth	24.4	198	接觸	f_N = 0.38 1.64 δ = 0.03 1.1
Didcote	22.3	198	在黏土中打樁	f_N = 0.32 δ = 0.04
Fawley	19.8	198	中空接觸加上黏土中打樁	f_N = 0.46 1.75 3.4 6.0 8.9 δ = 0.03 0.08 0.20 0.12 0.15

表十二　淺灘上平台C（冰負荷）

模數	f_N	δ
y 彎曲	0.98	0.23
x 彎曲	1.09	0.20
二次y彎曲	1.20	0.23
二次x彎曲	1.41	0.22

表十三　淺灘上平台A

模數	冰負荷		無冰負荷	
	$f_N(Hz)$	δ	$f_N(Hz)$	δ
y 彎曲	0.91	0.20	0.90	0.23
x 彎曲	0.99	0.19	1.00	0.23
扭曲	1.18	0.22	1.20	0.23
二次扭曲	1.35	0.19	1.20	0.23

表十四　深海平台

模數	$f_N(Hz)$	δ
y彎曲（端點）	0.62	0.24
x彎曲（舷側）	0.61	0.24
扭曲	1.03	0.22

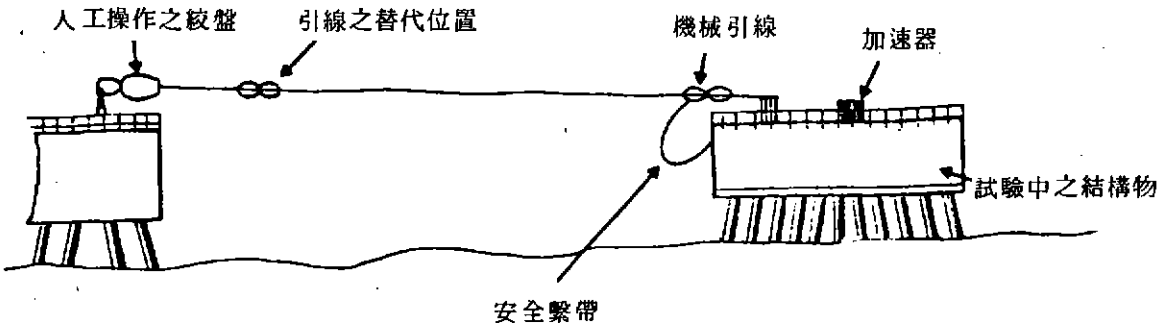
表十五　在一圓形基礎下之土壤相當質量和慣性矩

Poisson比（ν）	$\nu=0.0$	$\nu=0.25$	$\nu=0.5$
垂向位移	$0.5\rho R^3$	$1.0\rho R^3$	$2.0\rho R^3$
水平向位移動	$0.2\rho R^3$	$0.2\rho R^3$	$0.1\rho R^3$
搖動	$0.4\rho R^5$	—	—
扭曲	$0.3\rho R^5$	$0.3\rho R^5$	$0.3\rho R^5$

（對長方形基座，其有效半徑爲 $R=\sqrt{\frac{BL}{\pi}}$）

式中　ρ = 土壤密度

B, L = 分別爲長方形基礎之長與寬



圖十八　機械引線系統之代表性安排

幅量，若結構物阻尼隨振幅而變者則此點將更重要。對風或水流敏感性之結構物其阻尼之誤差來源爲當流體完全停流時則無法測量，而此在海洋結構物是絕對必須測量的，甚至相當低之流速（小於 0.1 m / sec）可能對一結構物之阻抗亦有顯著之影響性。故需操蹤流速，甚至在水深下不同深度下測定而得出測量成果。

若需了解一垂直方向振盪之模式（例如橋樑型結構物）則可使用衝擊負荷方法，例如釋放一個吊於結構物下之重量而得阻尼量。

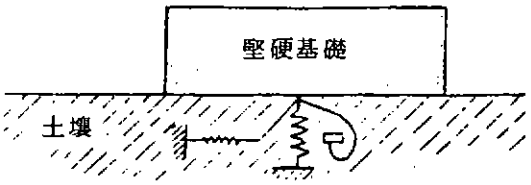
對輕質之海洋結構物具有低阻尼之情況，則可使用人工操作之振盪方法，此爲一相當簡單之方式，而其成果之精確度將依操作者之熟練程度，一般簡單地感覺結構物之主模式而使其振盪，問題爲如何即時且完全地去除作用力，操作者必須停止搖擺或完全無力活動或固定不動，在此兩種情況間有搖擺現象者將可能吸收能量而顯著地增加阻尼量，若有一相當靈敏度高之測量儀器，則可用此方法測量一結構物振盪後之振幅[17]。

對一巨型結構物，一般使用一旋轉質量激盪器（rotating mass exciter ）或水力振盪器（hydraulic oscillator） 使得結構物可在其自然頻率下振動，此可能爲最常用之方法，且若裝備具有相當大之動力，則既使結構物相當巨大亦可能受激盪，[18]如同上述人工操作方法，主要問題爲能否控制可即時停止振盪器，因設備複雜，故需在系統之裝備上作相當大之努力，此方法除非在無其他方法可應用時才使用。

最後一種方法爲一般常用者。即讓結構物由某些難以控制之外力（例如風或波浪）所激盪。因此可得到輸出之反應波譜若輸入作用力在反應頻率範圍內有一定常波譜密度，則可得到帶寬和阻尼之特性，此方法之優點爲結構物之作用力，如同吾人所關心者，然而反應之振幅無法控制，且不易量取阻尼和反應振幅之變化。

五、重力式結構物之土壤與結構物互制現象

有關此問題之了解，必先由現場調查決定土壤性質。而其中之困難有獲取非擾動之海床土壤樣品以供實驗室試驗，因所得成果作爲判斷土壤性質之數值將受振動程度影響，因此必須考慮一範圍之數值而利用參數研究確保所選



圖十九 用簡單之集中勁度、質量、阻尼系統以代表土壤特性

定之值爲最惡劣條件下而得出一保守解。

有關土壤之動力特性之研究文獻缺乏，可以得到之經驗大多數安裝機械基礎受振動或地震所產生之結果。然而此類之研究成果延伸至外海結構物上應用之可適用性仍值得懷疑的，然而近年來海洋重力式結構物之安裝及試驗成果，使得在此方面之理解程度增強，雖而尙有許多研究工作有待進行。

現有關重力式結構物與土壤之構互制問題之模擬方法有兩種：

(1)使用集合質量模式觀念法。本法使用簡單之彈簧、質量及唧筒(dashpots)等代表土壤性質，在本法中，基礎可視爲堅硬且彈簧、質量及唧筒用以代表土壤是假定可當作一簡單之耦合單元處理如圖19所示。

(2)用有限元素法模擬土壤性質、此法具有考慮土壤性質隨地層深度，基礎埋深及其柔性等變化之優點。

最初評估計算最好使用最簡單之第一種方法，而較複雜且昂貴之有限元素法保留作最後詳細設計分析用，不論使用任一種方法，輸出資料之準確度將受輸入資料之可靠性所影響，且土壤之地球物理特性(geophysical properties of the soil)將受正常現場調查有關之動力性質之誤差所影響，扼要介紹此兩種方法如下：

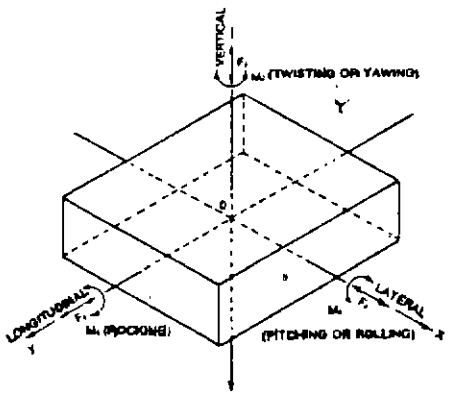
(1)總質量法：傳統性土壤一結構物互制現象問題可用一堅硬板置於一彈性半空間上。此爲由自由度之彈簧一質量一唧筒系統簡單觀念所引出。已發展一些簡單公式(某些爲經驗公式)，故土壤之勁度，質量及阻尼等特性可集合而成一動力模式線性處理。而此方法僅可應用於堅硬結構物基礎置於地面上。雖方程式可考慮基礎埋於土中之影響性，然而在特性上爲經驗公式，但仍缺乏試驗或實際可用以支持此影響性。再者許多土壤之動力經驗已經由相當小而堅硬之基礎(管樁)支持機械。發展出來而對此技術延伸應用之可靠性知曉程度不豐，例如深水混凝土式石油平臺其體積大且運動頻率低與管樁結構物之特性不同。

(a)土壤之相當質量：一堅硬土壤基礎上承受動力後將可產生六個自由度之運動模式如圖20所示，三個平移爲垂向(Vetical)，側向(lateral)及橫向(longitudinal)及三個旋轉分別爲平搖(yawing或twisting)，俯仰(Pitching或Rolling)及橫搖(rocking)垂向平移與平搖模式經常爲獨立的，然而若結構物基礎上所承受之水平力及垂向力之偏心位置所造成之橫搖振盪則需垂向力與平搖運動使與橫搖形成一力偶，在許多實際情況下，垂向、側向及橫搖運動對整個結構物之運動具有相當大之影響性故一般均須在分析中先行單獨考慮，然後再疊加。圖21爲振動模式。

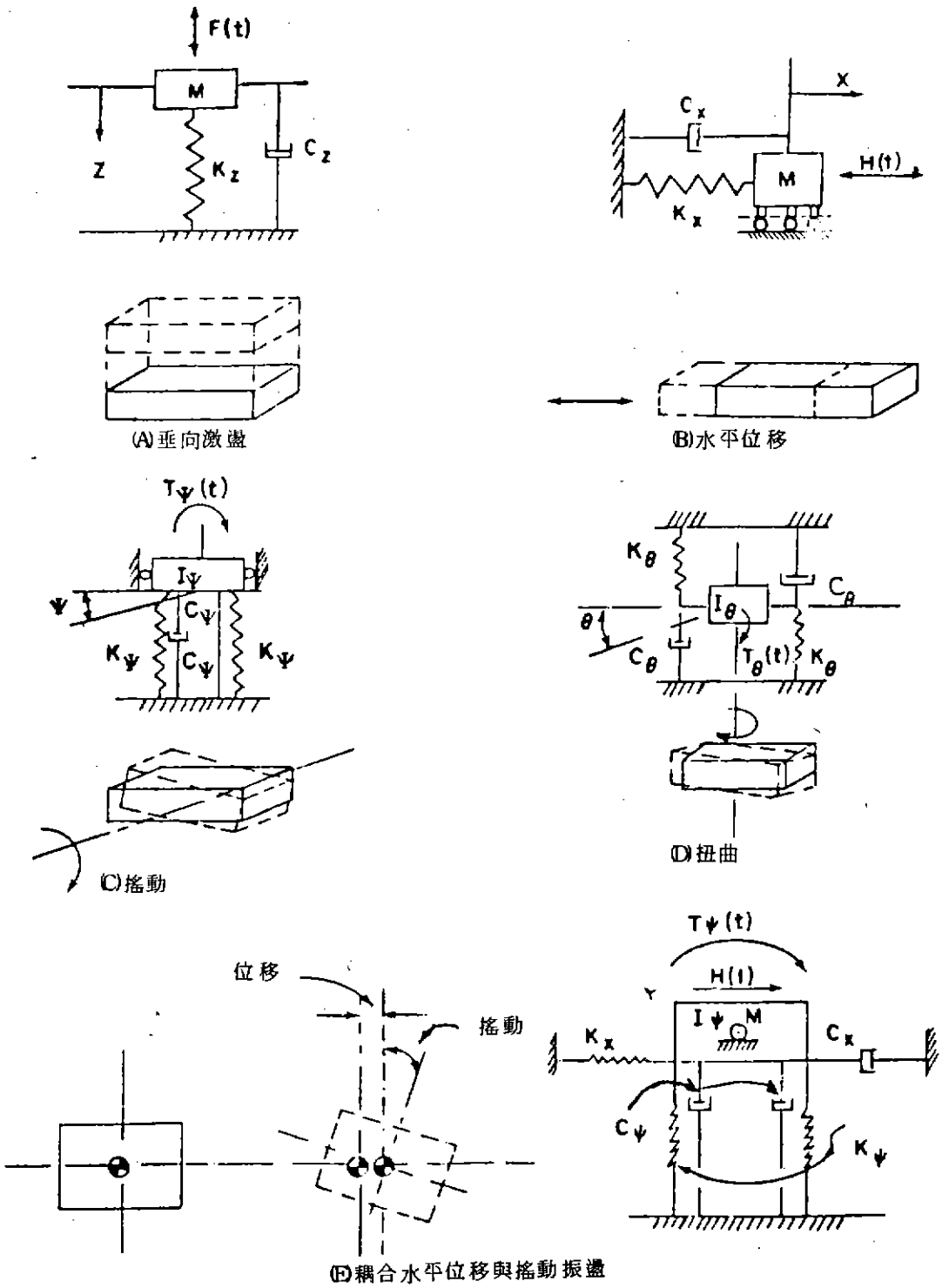
有關土壤之相當質量最簡單之解答爲假定平臺爲一堅硬體置於無限深之均質彈性地層之地表面上。此假設爲平臺之影響爲傳播至土壤中無限遠處，事實上在基礎下之土壤性質僅在半球形內較爲顯著，此半球形爲以結構物基礎之底板之中心爲球心，而其半徑等於能包括基

表十六　在低頻率下之相當土壤質量

	相當土壤質量
垂　向	$1.08\,\rho R^3/(1-\nu)$
水平向	$0.76\,\rho R^3/(2-\nu)$
搖　動	$0.64\,\rho R^3/(1-\nu)$
扭　曲	$0.24\,\rho R^5$



圖二十　結構物基座六個振動自由度


F(t)
M
Z
K_z
C_z
X
C_x
H(t)
M
K_x
Ⓐ垂向激盪
Ⓑ水平位移
$T_\Psi(t)$
I_Ψ
Ψ
C_Ψ
K_Ψ
C_Ψ
K_Ψ
K_θ
I_θ
C_θ
θ
C_θ
$T_\theta(t)$
K_θ
Ⓒ搖動
Ⓓ扭曲
位移
搖動
$T_\Psi(t)$
H(t)
Y
I_Ψ
M
K_x
C_x
C_Ψ
K_Ψ
Ⓔ耦合水平位移與搖動振盪

圖二十一　振動模式

表十七　在一彈簧半空間上一堅硬圓形基座上之彈簧常數

垂　向	$K_z=\frac{4GR}{1-\nu}=\frac{2ER}{1-\nu^2}$
水平向	$K_T=\frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}=\frac{16(1-\nu)ER}{(7-8\nu)(1+\nu)}$
搖　動	$K_\theta=\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}=\frac{4ER^3}{3(1-\nu^2)}$
扭　曲	$K_\psi=\frac{16}{3}GR^3=\frac{8ER^3}{3(1+\nu)}$

礎面積中最大範圍者。故在此半球形範圍外之土壤形態之任意改變將可忽略不計，而在其內之土壤性質必須由土壤調查資料確實地得出，根據彈性理論可得出土壤之相當質量如表 15 所示[19,20]，另表16列有一些替代性公式[21]，而在某些情況下可發現兩表之值略有差異，表16所得之結果略爲偏高。一般而言，當作用力運動之頻率低之情況（即$w<C_s/R$），式中C_s：剪波速（Shear Wave Velocity），R爲基礎半徑）例如波浪激盪之情況，則表16之公式最具代表性，而在作用力爲高頻率之情況下，則表15所給較小之有效質量則最具代表性。

通常若與結構物本身質量及附加於結構物上之加質量比較下，有效土壤質量之數量相當小，故對動力分析計算之影響性較小，在許多情況下，既使土壤質量全部忽略不計，所致之誤差量仍比選擇不確實之彈簧係數所造成之誤差較小。

(2)有效彈簧係數：目前估計重力式平臺基礎之彈簧係數之方法有二。一爲根據彈性理論公式所得；爲與剪力模數（G）或 young 氏模數（E）有關，如表 17 所示。

土壤與結構物互制問題中在選擇 Poisson 比值相當重要一般可在試驗室測量剪力模數（G）及楊氏模數（E），假設各向同性(isotropy)則

$$\nu=(E/2G)-1$$

由表18可見 Poisson 比（ν）由乾顆粒土壤之$\nu=0.3$變至非常軟而飽和之黏土爲$\nu=0.5$，若使用$\nu=0.5$於所有土壤情況計算，則其誤差比在估計彈簧係數估計錯誤所造成之誤差爲小。故在使用本法估計彈簧係數，其中最大之未確定數爲剪力強度及 young 氏係數值。各種土壤形態靜力模式下之代表值，由於剪力或楊氏係數值一般將隨激動力之頻率而變，大多數比靜力負荷所得之值爲高，由於各工址之土壤特性不盡相同，故建議利用現場土壤調查所得之成果以替代表十九所列之數值。

既使土壤之應變很微量，其剪力與應變之關係並非線性，因此易於定義剪力模數（shear modulus）爲一封閉應力應變環狀曲線兩端點之線性模數相當量如圖 22 所示，影響土壤剪力模數之因素至少有下列八個變數。

(1)動力應變之振幅；

(2)應力作用下之平均有效應力和作用時間

(3)土壤空隙比；

(4)土壤之顆粒特性及結構；

(5)應力歷程；

(6)振動頻率；

(7)飽和程度；

(8)土壤溫度

下述方法[21]已被證明在決定剪力模數上是相當理想的即：

(1)估計在基礎下一代表點（圖23）之垂直向及水平向有效應力此應力計算須包括土壤重量及結構物基礎之靜力負荷。

(2)量度有效應力與剪力模數間之關係，此可在試驗室用共振柱試驗（resonant column

表十八　代表性 Poisson 值

土壤形態	ν
飽和黏土	0.45—0.50
半飽和黏土	0.35—0.45
緊密砂或碎石	0.4 —0.5
中密砂或碎石	0.3 —0.4

表十九　初步設計用平均土壤性質

土壤形態	容積密度		最終強度		初始強度	楊氏模數
	水面上 $\rho(t/m^3)$	水面下 $\rho(t/m^3)$	內摩擦角 φ or φ (degrees)	黏著性 $C_r(KN/m^2)$	非排水剪應力 $Cu_r(KN/m^2)$	$E_s(MN/m^2)$
(1)非黏著性土壤						
圓形狀鬆砂	1.8	1.0	30	—	—	20 — 50
稜角形鬆砂	1.8	1.0	32.5	—	—	40 — 80
圓形中緊密砂	1.9	1.1	32.5	—	—	50 —100
稜角中緊密砂	1.9	1.1	35	—	—	80 —150
無含砂之碎石料	1.6	1.0	37.5	—	—	100 —200
尖銳角之粗碎石	1.8	1.1	40	—	—	150 —300
(2)黏著性土壤						
半堅硬黏土	1.9	0.9	25	25	50—100	5 — 10
堅硬難揉之黏土	1.8	0.8	20	20	25— 50	2.5— 5
軟而易揉之黏土	1.7	0.7	17.5	10	10— 25	1 —2.5
硬圓石黏土	2.2	1.2	30	25	200—700	30 —100
半堅固沃土	2.1	1.1	27.5	10	50—100	5 — 20
軟沃土	1.9	0.9	27.5	—	10— 25	4 — 8
淤泥	1.8	0.8	27.5	—	10— 50	3 — 10
軟而略帶黏質之海淤泥	1.7	0.7	20	10	10— 25	2 — 5
軟而非常強黏質之海淤泥	1.4	0.4	15	15	10— 20	0.5— 3
泥炭	1.1	0.1	15	5		0.4— 1
在中度初負荷下之泥炭	1.3	0.3	15	10		0.8— 2

式中：φ =非黏著性之土壤理論內摩擦角　　C_r =有關於φ'之理論有效黏著強度

φ' =黏著性之土壤理論內摩擦角　　C_{ur} =飽和黏性土壤在水中之理論非排水剪力

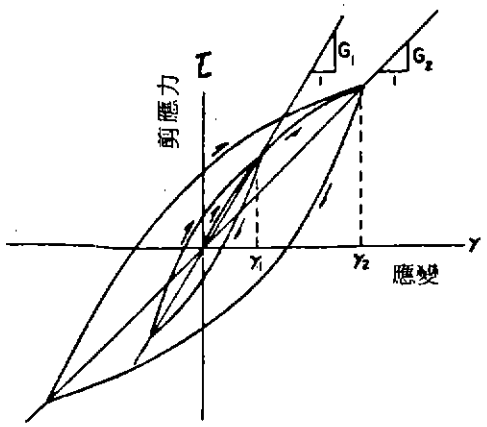
tests) 或在現場作剪力波速 (Shear Wave Velocity) 測量 (在試驗室試驗很難表示其非連續性)。

(3)組合以上資料取得一代表點之剪力模數。 Richart[22] 曾對本方法有詳細說明，或可用三軸壓縮試驗得出。第二種測量有效彈簧係數方法爲利用地層模數觀念配合有關土壤形態之地層模數，不同運動模數之彈簧係數可寫爲：

垂向模數 (Vatical)　　$K_v = C_v A$

水平向模數 (Horizontal)　$K_r = C_r A$

橫搖向模數 (Rocking)　　$K_\theta = C_\theta I'$



圖二十二　土壤之剪應力與應變曲線

表二十　C_u 之建議設計值

形態	土　　壤　　形　　態	容許靜定承載容量 MN/m^2	$C_u(MN/m^3)$
1.	軟土壤（黏土和淤泥質黏土帶砂、爲在塑性狀況下者；黏土質和淤砂，同時含有第二類及第三類土壤帶有薄層之有機質淤泥或沃土）	＜0.15	＜30
2.	中度強度土壤（黏土和淤泥黏土帶砂；接近於塑性極限；砂）。	0.15—0.35	30～50
3.	強度大之土壤（黏土和淤泥黏土帶砂；碎石和碎石砂及黃土）。	0.35—0.5	50～100
4.	岩石	＞0.5	＞100

扭轉模數（Torsion）　　$K_\phi = C_\phi I''$

式中 A＝土壤與結構物基礎水平接觸面積

I'＝接觸面對一平行於搖動軸重心之水平軸之二次力矩。

I''＝接觸面對一穿過面積重心之垂直軸之二次力矩。

C_v、C_r、C_θ 及 C_ϕ 爲地層參數，係土壤形態與基礎特性之函數，而一近似解可能可假設其僅依土壤形態而變，某些 C_v 之建議值如表 20[28] 所示，經試驗成果建議其他各係數近值似如下：

$$C_r = 0.5\, C_v$$
$$C_\theta = 1.7\, C_v$$
$$C_\phi = 1.5\, C_r = 0.75\, C_v$$

一般而言，上述方法可得出現場彈簧常數之初估，但這些資料大多取自機械振動試驗及理論者，其與外海結構物比較其基礎甚小，因此建議同時用上述兩種方法評估，若巨型結構物則地層模式方法可能可得到較可靠之成果，因它實質上模擬 Young 氏模數隨深度而增加之特性，無論如何將永遠感覺有相當地可疑處且可考慮一些可能值之範圍，Whitman[21] 建議由上述方法所得出之彈簧常數，而後計算範圍爲：

垂向或水平向：50～100％ K值

橫　　搖：33～100％ K值

此範圍意旨包含由於土壤之非線性特性所引起之未確定變化，及動力模數可能隨顯著之負荷循環（暴風浪條件）而有很大之減少量。

3.阻尼比

在基礎下之土壤阻尼爲兩分量合成一爲壓波能量之輻射現象，而另一爲內摩擦而導至土壤發熱，前者依振動頻率而定，可在共振情況得到近似值，而後者則難以確定。然而根據某些試驗指出其阻尼比爲 0.05，但此乃根據機械振動之小基礎之應力下得到之結果，若應力大之情況，則此值可能嫌太過於保守，實際計算必須考慮兩者之合成。Whitman[21] 計算所得之成果如表 21。所謂阻尼比爲結構物之阻尼與其臨界阻尼之比值，此方面有待研究範圍尚很多。

4.基礎埋於地面下之修正

Girard 與 Picard[24] 建議與土壤接觸之表面積爲此修正值之一主要參數，由以上方法獲取修正彈簧及阻尼常數之經驗公式爲

$$K_e = K(1 + 2h/R)^{1/3}$$

表二十一　阻尼值

	質量比 B'	阻　尼　比 · ξ
垂　向	$M/\rho R^3$	$0.49/\sqrt{B'}$
水平向	$M/\rho R^3$	$0.31/\sqrt{B'}$
搖　動	$I/\rho R^5$	$0.05+0.1/\sqrt{B'}(1+B'/4)$
扭　轉	$J/\rho R^5$	$0.50/(1+2B')$

式中

M＝基礎之質量　　R＝有效半徑

I＝基礎之搖動慣量　　ρ＝土壤密度

J＝基礎之扭轉慣量　　ξ＝阻尼比

表二十二　基礎埋深之近似值

	K_e/K	ξ_e/ξ
垂向	$1+0.6(1-\nu)\,h/R$	$\dfrac{1+1.9(1-\nu)\,h/R}{\sqrt{K_e/K}}$
水平	$1+0.55(2-\nu)\,h/R$	$\dfrac{1+1.9(2-\nu)\,h/R}{\sqrt{K_e/K}}$
搖動	$1+1.2(1-\nu)\,h/R+0.2(2-\nu)(h/R)^3$	$\dfrac{1+0.7(1-\nu)\,h/R+0.6(2-\nu)(h/R)^3}{\sqrt{K_e/K}}$

$$\xi_e=\xi(1+2h/R)^{3/4}$$

式中K及ξ爲一置於地表面之彈簧及阻尼常數，爲一已知數，h爲基礎埋入土中深度。K_e及ξ_e爲埋入後之修正值，R爲基礎相當半徑（圖23），Whitman[21]列出公式如表二十二。

在各種規範中之差異指出需對埋入現象作更深一層之研究，搖擺運動可能自基礎將土壤永久地推出基礎外，故埋入之有益效果將喪失。

5.模擬結構物基礎之彈性半空間理論

對一結構物之非力偶性之垂向運動，其重心高過軸均稱之基礎中心，則運動方程式爲[10]：

$$M\ddot{Z}+\sqrt{\rho G R^2}\,C_z+F_1 GRZ=P_0\cos(wt)$$

式中 M：平臺之質量及附加水之質量。

ρ：土壤之質量密度。

Z：垂直向位移量，上面有逗點代表對時間之微分量。

R：接觸面積之半徑。

P_0：在時間（t）內之垂直力之振幅。

w：作用力之頻率。

F_1 F_2：爲Poisson比之無因次函數。

a：無因次頻率，隨各運動模式而異。

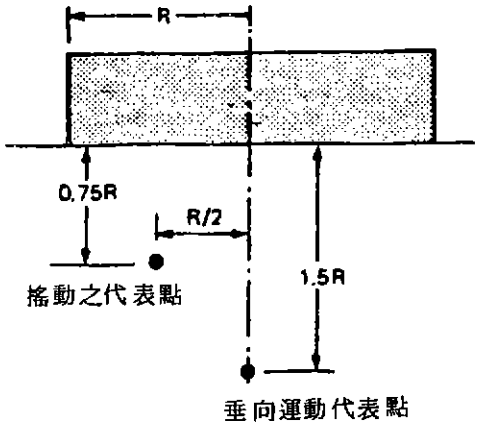
$a=wR\sqrt{\rho/G}$

G：剪力模數。

表二十三　函數F_1及F_2之近似表方

模數	Poisson比	F_1	F_2
垂向	0	$4.0-0.5a^2$	$3.3+0.4a$
垂向	0.25	$5.3-1.0a^2$	$4.4+0.8a$
垂向	0.5	$8.0-2.0a^2$	6.9
水平	0	$4.5-0.2a^2$	$2.4+0.3a$
水平	0.25	$4.8-2.0a^2$	$2.5+0.3a$
水平	0.5	$5.3-0.1a^2$	$2.8+0.4a$
搖動	0	$2.5-0.4a^2$	$0.4a$
扭轉	所有情況	$5.1-0.3a^2$	$0.5a$
	所有情況	$(C_1-C_3a^2)$	(C_4+C_4a)

垂向及搖動範圍：$0<a<1.5$；
水平及扭轉爲：$0<a<2.0$



圖二十三　代表點定義

F_1 及 F_2 可能可由表23之函數近似得出，表示之形式爲：

$$F_1 = C_1 - C_2\, a^2$$
$$F_2 = C_3 - C_4\, a$$

式中 $C_1\, C_2\, C_3\, C_4$ 均爲常數，故運動方程式可轉換爲：

$$(M + C_2\rho R^3)\ddot{Z} + \sqrt{\rho G}R^2 F_2 Z + C_1 GRZ = P_0 \cos(\mathrm{wt})$$

$C_2\rho R^3$ 此數量代表土壤之相當質量，$\sqrt{\rho G}R^2F_2$ 爲阻尼常數而彈簧勁度爲 C_1GR，故在一垂向下振盪之非阻尼自然頻率（undamped natural freqrency）爲

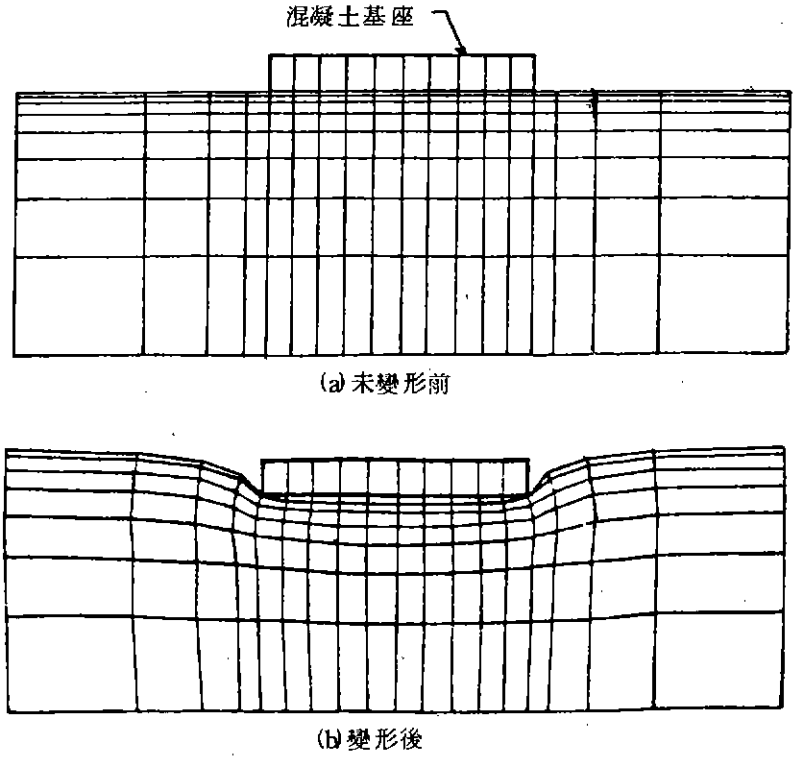
$$f_N = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1 GR}{M + C_2\rho R^3}}$$

㈢利用有限元素法解析土壤與結構物互制問題。

用有限元素法模擬，則土壤可簡單變爲結構物之延伸，且將其模擬爲有限元素網如圖24所示，本法之缺點爲增加結構系統相當多之自由度，故在電腦分析所耗時間相當多及花費昂貴，當然亦有許多優點例如奇形之基礎，隨地層深度而變化之特性，地層性質之差異，彈性及塑性等均可適應。而必須經常記住，既使一相當有經驗之分析，其輸出解答僅能如輸入資料一樣地好，亦即若決定動土壤性質在測量上有誤差，則將影響到分析成果之準確度。

在用一有限元素法模式模擬無限之半空間，必須取相當之土壤面積量，因此在基礎周界之局部變形將漸息，再者加在土壤上之邊界條件必須爲所剩半空間之代表性所呈現者。特別對於動力分析能量必須允許輻射及消散，正如無限半空間（輻射阻尼）不由邊界反射回至模型中。

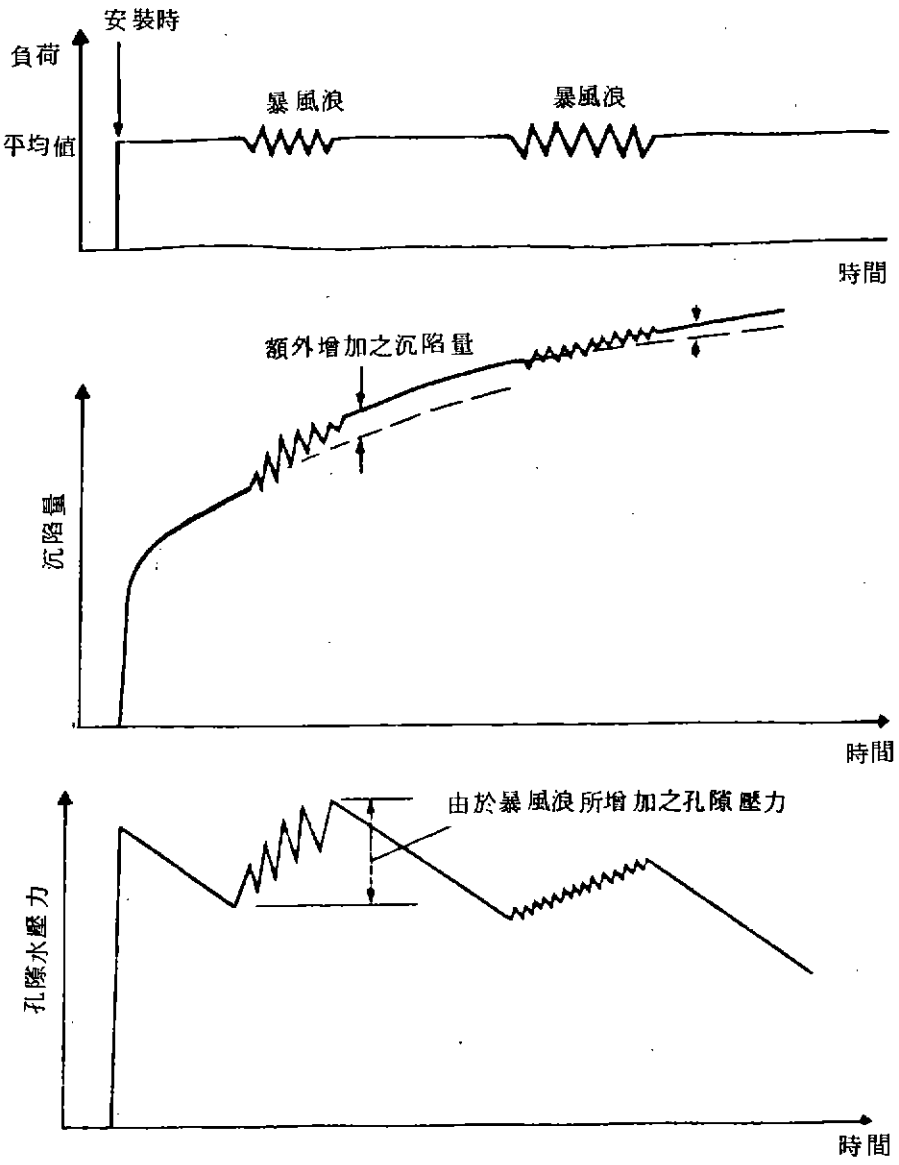
暴風及暴浪負荷對土壤沉陷和孔隙壓力之



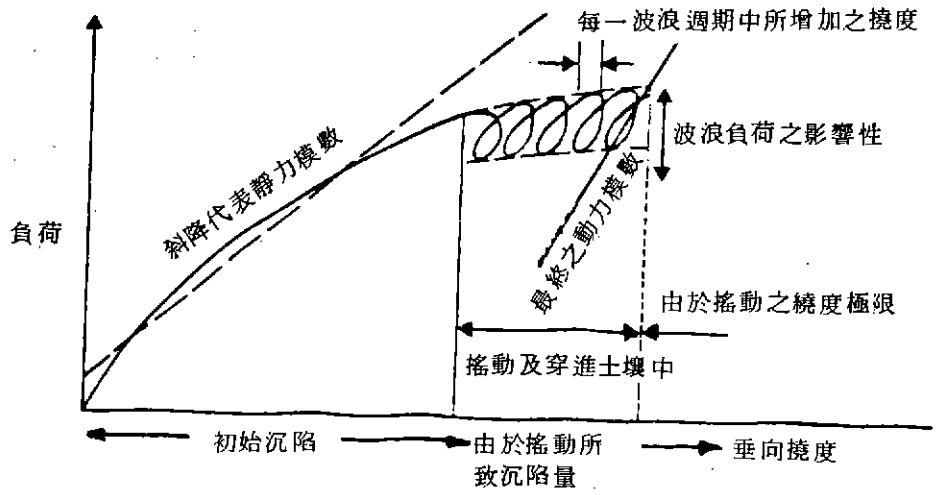
圖二十四　有限元素法分析土壤—結構互制

影響性如圖 25 及圖 26所示，結構物在重力負荷下開始沉陷，然後波浪負荷將增加其沉陷率。

波浪通過一結構物將造成一系列之振動負荷，在該頻率下，土壤中之空隙水無時間作完全地排水且在土壤中等量此將使土壤勁度增加，由於此緩慢排水在基礎下之孔隙壓力增加，而此增加之壓力在受到連續性垂向負荷不能消散，將增大基礎下之上舉力，而減少對水平方向滑動之阻抗，和土壤強度之降低[26]，然而反覆負荷作用下，將增加沉陷量，因此增加土壤強度和安全係數之效力將依此兩影響因素對一特定基礎情況之相對重要性。允許排水管路經過基礎，而其平均排水路經長度依土壤可滲透性而定約5～10m 具有可允許完全自然排水之優點，如圖26可見，隨後之暴風浪比原先在



圖二十五　土壤基礎承受反覆猛烈負荷之特性



圖二十六　波浪負荷對垂向撓度之影響

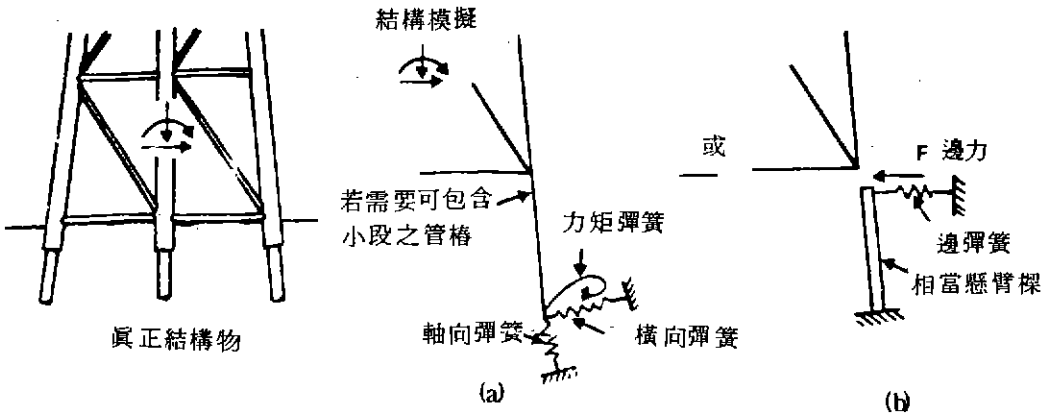
沉陷和空隙壓之影響性較小，而僅在暴風浪強度增大時，再顯著地增加沉陷量。

地震顯示可使剪力反轉，此在某些土壤，特別是均勻細砂將導至沉陷和過量之孔隙壓力，所引起有效應力之減少將導至液化之失敗，若基礎包含鬆弛淤積性細砂（相對密度＜50%）則由暴風浪負荷所得之反覆剪力反轉將導至同樣地失敗。然而剛開始砂愈密，沉陷量愈小及有關之剪力亦減少，因此每一持續之暴風浪將增加對抗液化失敗之安全係數，當在暴風浪情況下，土壤顆粒再受堆積形成一緊密之材料，而風平浪靜時允許有過剩孔隙壓可消散[25]（圖23）。

六、管樁結構物與土壤互制現象

一般而言，若管樁結構物作用力如圖（27 *a*）所示，則土壤與基樁系統可用相當之質量，彈簧及啤筒系統模擬，而有一較實用之方法爲利用有限元素法，即管樁用相當之懸臂樑替代，選擇模擬之所需勁度，可能需合成邊彈簧係數和作用力如圖 27 b 所示。

以下將討論相當彈簧常數之決定方法，同時對於某些海岸結構物例如繫船樁或樁基碼頭之設計，可能需用相當埋深（effective em-



圖二十七　管樁結構物之集中模擬

bedment）觀念以包含土壤與管樁互制情況，亦將考慮，因隨管樁運動之土壤質量其數量很少，故對結構物之反應影響性很小，常不需考慮土壤質量之影響性，而結構與土壤系統之阻尼一般很小，故必須避免發生共振現象，產生共振現象。

管樁結構物基腳承受水流作用，而其周界之土壤發生冲刷現象將使管樁非受支撐之長度增加，故必須經常調查了解。

一管樁之垂向勁度常難以估算，故須用試驗求得更可靠之資料（例如使用靜定負荷試驗所得之結果）而水平勁度，則需考慮下列三個因素：

1. 必須分析土壤與管樁間之作用力，考慮靠近樁頂之水平方向代表性之地層模數（subgrade modulus）之減少量。

2. 當管樁結構物側向運動造成其周界土壤常久之應變情況下，水平向地層模數可隨時間而減少。

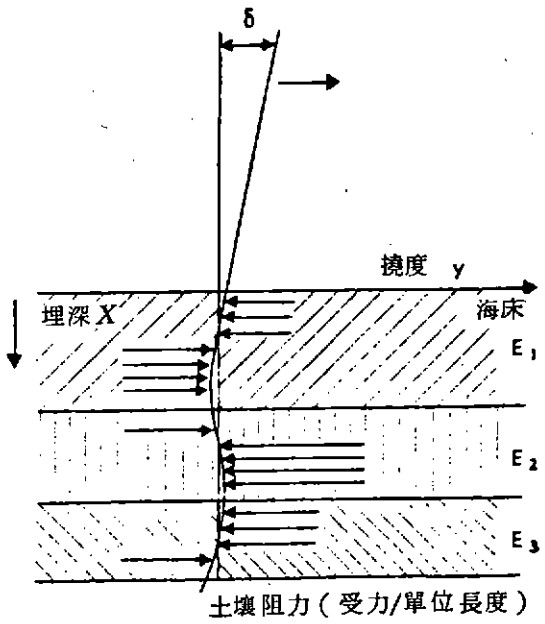
3. 冲刷對增加非支撐管樁部份之有效長度雖很重要，但預報方法不可靠，故必須用模型試驗去了解[28 29]。

必須確使管樁之靜力與軸上動力負荷疊加量小於打樁時之動力，否則管樁將固定不動。

陸上基礎一管樁一土壤系統之解析，近年來在日本已有豐碩成果（29、30），其分析方法相當地完整（雖亦含有近似公式），包括有群樁作用之影響和管樁之輻射阻尼，扼要說明如下：

㈠水平勁度——差分方程式法

最簡單之方法爲假設沿著負荷軸點任意點之位移爲在彈性半空間內，此主要由在所考慮點附近之負荷所產生者，且除非該點位於靠近地面，否則此點之位移不大受半空間垂直位置所影響。可利用類似傳統性之「彈性基礎上之樑」（beam on elastic foundation）理論處理管樁與黏土之交互作用，此理論假設在某一定位置上沿著基礎上每單位長度之反作用力與位移量成正比。此方法在許多實際情形下相當滿意，但對長樁或振盪負荷大之情況可能有誤差。



圖二十八　隨地層及埋深之土壤性質變化

對處理本問題最好之方法爲延伸上述基本方法計算，使得土壤隨地面深變化特性及非線性影響性亦包括在內如圖 28 所示[31] 有關此方面之研究 Mcclelland[32] 曾在論文中歸納成果。

由此分析已發展一些管樁側向負荷撓度曲線（一般稱爲 $p-y$ 曲線）之準則[33,34]。在一般壓密性黏土之重要特性可歸納如圖 29 所示，欲了解曲線之畫製及限制條件可參閱美國石油學會規範[35](API code)圖 29 中之符號說明如下：

P_1, P_u　分別爲單位管樁長度之土壤阻抗和極端土壤阻抗。

y, y_u　分別爲結構物之實際撓度及 50％極端應力下之撓度（$y_u = 2.5 \varepsilon_c D$）。

ε_c：由三軸壓縮試驗得出在 50％最大應力下之應變。

D：管徑

X, X_r：分別爲管樁埋土深度及臨界土深度

此方面最重要之結論爲振盪負荷之尖峰阻

抗僅爲靜阻抗之72%，且繞度大之阻抗可能相當小。若缺乏完整之調查資料可得出在砂中管樁側向負荷之負荷一撓度曲線則建議可用圖30之曲線，而有關這些曲線之詳細畫製及限制條件，則可參閱API 規範[84]或Reese[86]論文。一般而言此方法對勁度之估計似乎趨於偏高，圖30中之符號說明如下：

P_u ：極端土壤阻抗 $P_u = 3\bar{\sigma}_v K_p D$

$\bar{\sigma}_v$ ：有效垂向壓力

K_p ：Rankine被動土壓力係數

D ：管徑

A ：砂之密度係數(Sand density Co)
鬆砂 $A=200$，緊密砂 $A=2,000$

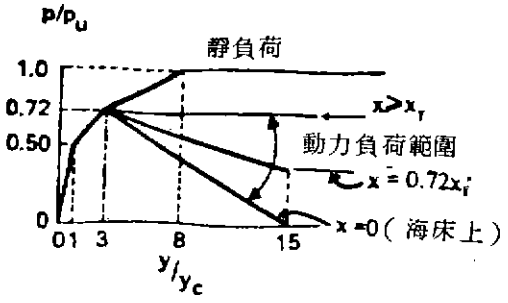
$p-y$ 曲線之實質上特性爲說明每單位長度之土壤阻抗與側向繞度之相關現象，且非線性並隨入土深而變。

爲求分析方便，$p-y$ 曲線可在一限定範圍內用一直線型式 $p'+Ky$（p' 代表在 p 軸上之交點而 K 爲曲線之梯度）如圖31c所示。亦即以線性彈簧及一定作用力表示。而此種線性化易用靜力分析處理且亦可能包含在動力分析之直接積分上但不易合併於一般多自由度動力分析上特別當使用波譜分析情況。因此可能需再化簡方程式使交點 p' 爲0（即 $p'=0$）爲求決定最代表性之土壤常數 K 值可考慮尖峰撓度之近似值。（圖32），此種方法既使受束限，而所表示之方法現已有確實根據。

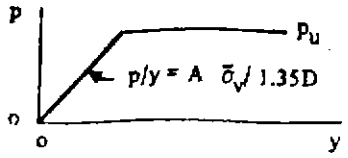
㈡垂直方向勁度

已發展之方法中，很少有可用於決定相當之垂向彈簧常數。

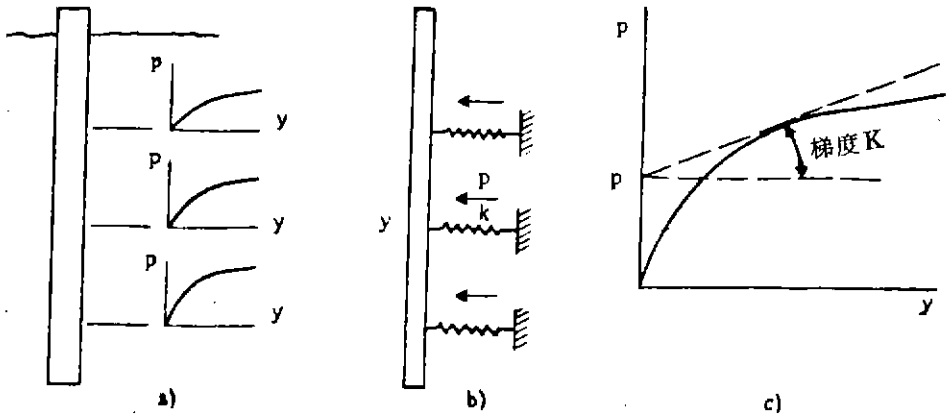
對於短管樁之情況，可能可使用Mindlin公式對在一定地層模數下之彈性半空間由於內點負荷之位移之解析方法，而深長管樁則可用Coyle and Reese[80]方法，此可使模數隨



圖二十九　在軟及硬黏土中管樁之側向負荷與變位曲線

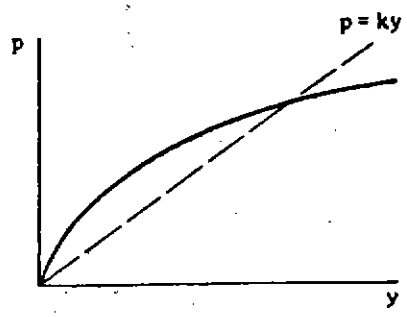


圖三十　在砂中管樁側向負荷—變位曲線



圖三十一　$P-Y$ 曲線

土深而變及非線性特性爲合適的，此可繪於如圖 33 中。

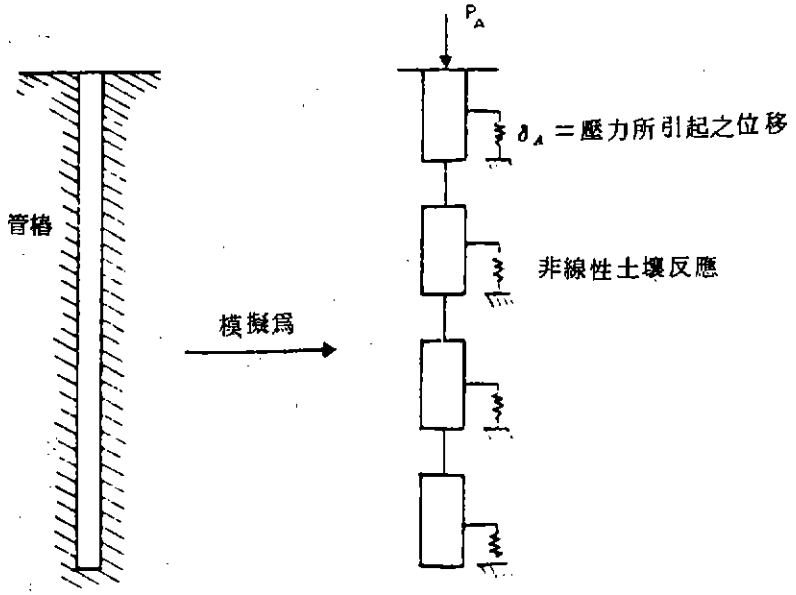


圖三十二　$P-Y$ 曲線

可用有限元素法解析本問題，可得到滿意之成果。

㈢群樁

首先考慮垂直方向之勁度，因爲在不同之樁負荷之疊加影響性下，故在一群樁周界或其底面之土壤運動確實大於單樁之情況。因此在彈簧上有軟化（Softening）之影響性，最可靠之分析將需要由可壓縮的長樁現場試驗軸向負荷所得之成果。若缺乏此方面之資料，則某些研究報告[32]指出在同一管樁負荷情況下，



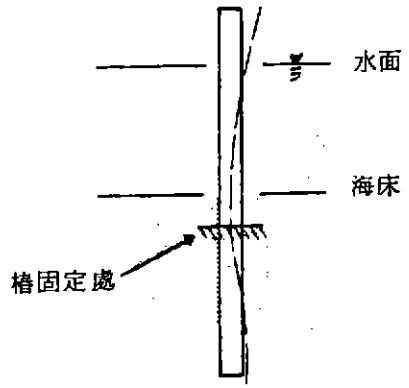
圖三十三　不同土層下承受樁軸向負荷之模擬

群樁與單樁兩者之撓度比約在 1.5～8.0 範圍內。

同樣可考慮群樁承受側向負荷下之活動特性，現在最好之方法爲 Focht and Koch[37] 之解析法，且根據某些分析資料結果顯示若管樁群集成一個形狀，則群樁之運動量約爲單獨管樁運動量之 2.2 至 3.4 倍。

㈣水平勁度—有效埋深面觀念

有效埋深（effective embedment）爲一包含土壤與管樁交互作用之簡易法，而對近海岸或河口結構物特別有用，在該址管樁固定於



圖三十四　明顯地樁固定處觀念

海床上而伸出海面上，然後在管樁上冠上甲板等形成一套繫船樁或碼頭設備。

考慮土壤與管樁互制之水平勁度，可用顯著固定面（apparent fixity level)之觀念；在此面上假設管樁完全地固定（built in ）於土壤上。（圖 34）

若管樁所穿越之地層之土壤特性已知，則此顯著固定面可用正確之方法計算得出。同時必須所模擬管樁通過之海床已知之土壤剪力，力矩斜度和撓度等須與眞正之管樁者一致。由於非線性之特性，故此模擬僅在所選定負荷附近之狹窄範圍下有效。

然而，若缺乏土壤之詳細調查資料或在初估計算避免應用複雜之彈性路基反應方法（elastic subgrade reaction method），根據經驗，顯著固定埋深可定爲：

(1)堅硬黏土（clay）：顯著固定埋深＝$3\frac{1}{2}D \sim 4\frac{1}{2}D$。

(2)非常軟淤泥（silt)：顯著固定埋深＝$7D \sim 8\frac{1}{2}D$。

(3)若缺乏土壤資料：顯著固定埋深＝$6D$

式中D爲管樁之直徑，若非圓形管樁結構物，則可用正交於作用力平面管樁之平面上之投影量表示。

七、參考文獻

1. 林維明「海洋結構物動力負荷及反應基本特性」工程月刊 55 卷 8 期民國 71 年 8 月中國工程師學會出版。（第 40～72 頁）

2. Lamb, H. "Hydrodynamics" 6th ed. Cambridge University press. New york 1932.

3. SAUNDERS, H.E. "Hydrodynamics in ship design" Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol. II, 1957.

4. Arya, S.H.; O' Neill, M.W; Y pincus, G "Design of structural and Foundations for Vibrating Mechines" Gulf pub. Co. 1979.

5. GUYAN, R.J. "Reduction of stiffness and mass matrices" J. Am. Inst. Aeronautics and Astronautics 1965 3 380

6. COLE, D.G. "The damping capacity of hardened cement paste, mortar and concrete specimens" Proc. Symposium on Vibrations in Civil Engineering, Imperial College (London), April 1965.

7. SCRUTON, C. and FLINT, A.R. "Wind excited oscillations of structures" Proc. Instn. Civ Engrs April 1964 27 673 to 702.

8. WOOTTON, L.R. WARNER, M.H., SAINSBURY, R.N. and COOPER, D.H. "Oscillation of piles in marine structures-a description of the full-scale experiments at Immingham" Technical Note 40, Construction Industry Research and Information Association, Aug. 1972.

9. MARTIN. H. "Vibration measurements on the Ebert Bridge (in German)" Bauplanung und Bautechnik 1952 6 (No. 8) 193 to 200.

10. MAJOR. H. "Calculation and design of machine and turbine foundations (in Hungarian)" Muszaki Kiado (Budapest). 1956.

11. LEONARD, D.R. "Dynamic tests on highway bridges-test procedures and equipment" Report 654, Transport and Road Research Laboratory, 1975.

12. EVRE, R. "Dynamic tests on the Cleddau Bridge at Milford Haven" Supplementary Report 200UC, Transport and Road Research Laboratory, 1976.

13. JEARY, A.P. and WINNEY, P.E. "Determination of structural damping of a large multi-flue chimney from the response to wind excitation" Proc. Instn. Civ. Engrs. Dec. 1972 52 (No. 2).

14. EARLE, E.N. and MANDERY, W.L "Determination of dynamic characteristics of offshore platforms from random vibrations" Proc. Offshore Technology Conference, Paper 1840 Houston (Texas), April 1973.

15. RHUL, J.A. "Offshore platforms: observed behaviour and comparisons with theory"

Offshore Technology Conference, OTC 2553, Houston, May 1976.

16. WOOTTON, L.R. "The estimation of the structural damping of civil engineering structures" Proc. Symp. on Structural Dynamics, Southampton University, 18 to 20 April 1972.

17. NELSON, N.N. "Dynamic response of multi storey buildings PhD." Thesis, California Institute of Technology, 1964.

18. BURROUGH, H.L., KINLOCK, H and WINNEY, P.E. "Vibration studies on full-scale structures" Proc. Conference on Dynamic waves, University of Wales, Swansea, 7 to 9 July 1970 Institution of Civil Engineers.

19. HSIEH, T.K. "Foundation vibrations" Proc. Instn. Civ. Engrs. 1962 22 211 to 226.

20. WHITMAN, R.V. "Analysis of foundation vibrations" Proc. Symp. on Vibration in Civil Engineering, 1965 Butterworths (London), 1966.

21. WHITMAN, R.V. "Analysis of soil-structure interaction-a state-of-the-art review" Proc. Symp. on Structural Dynamics, Southampton University, 18 to 20 April 1972.

22. RICHART, F.E. Jr., HALL, J.R. Jr. and WOODS, R.D. "Vibrations of soils and foundations" Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

23. BARKAN, D.D. "Dynamics of bases and foundations (translated from Russian)" McGraw-Hill (New York), 1962.

24. GIRARD, J. and PICARD, J. "Etude experimentale du dynamique desmassifs de fondation de machine" Annales de L Tnstitut Technique du Batiment et des Travaux Publics 1970 No. 273.

25. BJERRUM, L. "Geotechnical problems involving foundations of structures in the North Sea" Geotechnique 1973 23 (No. 3), 319 to 359.

26. MACKEMEHL, J.L. and ABAD, G. "Scour around marine foundations" Proc. Offshore Technology Conference, Houston (Texas), Paper 2313, May 1975.

27. Lin, wei-ming "scour around a pile structure dve to wave" proc. of international conference on water Resource development May 1980.

28. Palmer, H.D. (1970) "Wave induced Scour Around Natural and Artifical objects" University of California.

29. YAMAMOTO, M.S. "Rocking vibration of sturctures with piles" Trans. Arch. Inst. of Japan July, Nov., Dec. 1967, Jan., Feb. 1968

30. YAMAMOTO, S. and SEKI, T. "Earthquake response of multi-storey buildings supported on piles" Trans. Arch. Inst. of Japan 1970 45 (No. 12) 50 to 60.

31. MATLOCK, H. and REESE, L.C. "Generalised solutions for laterally loaded piles" Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.—J. Soil Mech. Found. Div. Oct. 1970 86 (No. SM5). Paper 2626, 63 to 91.

32. McCLELLAND, B.F. "Design of deep penetration piles for ocean structures" Trans. Am. Soc. Civ. Engrs.—J. Geotech. Div July 1974 100 (No. GT7) 709 to 747.

33. MATLOCK, H. "Corrclations for the design of laterally loaded piles in soft clay" Preprints, Second Annual Offshore Technology Conference, Hoaston (Texas), 1970, Vol. 1, 577 to 594.

34. AMERICANPETROLEUM INSTITUTE "Recommend practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms" Report 2A, American Petroleum Institite, Jan. 1975.

35. REESE, L.C., COX, W.R. and KOOP, F.D. "Analysis of laterally loaded piles in sand" Offshore Technology Conference Houston (Texas), Paper 2080, May 1974.

36. COYLE, H.M. and REESE, L.C. "Load transfer for axially loaded piles in clay" Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.—J. Soil Mech. Found. Div. Mar. 1966 92 (No. SM2), Paper 4702. 1 to 26.

37. FOCHT, J.A (JNR) and KOCH, K.J. "Rational analysis of the lateral performance of pile groups" Preprints, Fifth Annual Offshore Technology Conference, Houston (Texas), 1973. Vol. II, 701 to 708.

海洋結構動力負荷及反應基本特性

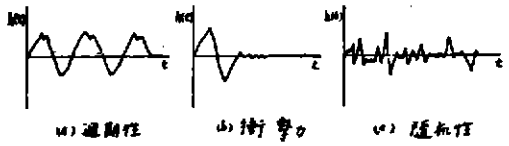
中華顧問工程司工程師　**林維明**

一、前　　言

人類接觸海洋已歷數世紀，開拓海洋資源及航海運輸，而曾遭受暴風浪或海嘯之災難，例如：濱海村莊遭受海水倒灌而淹沒，同時經常有船隻、港灣、燈塔和海岸防護設施受海浪破壞。雖然長期災害不使人感覺驚心肉跳，但損壞者亦不少，例如海浪可逐漸侵蝕一結構物或其基脚而造成結構物產生裂縫，甚至導致崩潰破壞。

人類開始大規模向海洋發展爲海域石油氣探勘與開發之成功，早在第二次世界大戰卽開始展開工作。而第一座鋼架平臺於1947年開始建造後，隨著海洋的發展就相當迅速起來。早期僅在水深 5～15 公尺，而爲應深海海域油氣田之開發，鋼架式平臺於 1960 年初期已達100 公尺水深， 1978 年美國墨西哥灣已完成 Cognac 平臺，水深超過 300 公尺。除外例如混凝土重力式平臺已建造使用者達水深 150 公尺。水深愈增加，設計風險愈大，施工費用亦相對地增大。迫使設計人員考慮新穎的深海油氣田生產方法。正在研究中者例如：張力脚柱工作臺（Tension leg platform）及索撐塔式平臺（guyed tower platform）均爲順從性結構物，此需利用水中生產系統操作配合應用。

當結構物體積及大小逐漸變大，而具有順柔性之特性下，設計者面臨更多有關承受波浪負荷，結構物動力反應及破壞等複雜之問題，且對其設計觀念將有所改變。過去傳統性所使用之「設計波」，以爲固定式鋼套式平臺使用者，已漸感不足。如今已使用不規則波之波譜及概率方法替代之。此種新方法考慮波浪負荷之隨機性，動力反應及破壞等現象，所得出之結果較接近實際之情形。



圖一　動力負荷

所謂「動力負荷」（dynamic loading）爲所考慮之負荷，其大小及方向隨時而變者。而「動力反應」（dynamic reoponse）爲一結構物承受動力負荷後，依其勁度（stiffness）（如同靜力反應），加質量及阻尼等因素所產生之相關運動量。動力負荷可分爲下列三大類（圖一）：

(1)週期性（periodic）：經過一定時間間距可重覆所有原來本性者。例如管樁承受水流作用產生規則渦散之上揚力。

(2)衝擊力（impulse）：僅發生一次，例如靠船時作用於護舷之瞬間負荷。

(3)隨機性（random）：隨時間而變者。例如海浪之作用力。

本文僅討論短期性之負荷，對於長期性者。例如土壤壓力不在討論範圍。實際上所有因環境力所致之負荷均隨時而變。但爲設計處理方便，常以似靜力考慮之。此假設之可靠性賴於結構物形狀及負荷特性而定。而本文所考慮之動力負荷，其運動性質隨時間而變，不能以似靜力表示之。在此負荷作用下之結構物反應，不僅依其勁度，且依其質量和初始性質等而定。有時尚需考慮其吸收能量之能力。靜力與動力問題之最大分野，爲後者促使結構物之質量加速或減速運動所需之力量特別顯著，須由運動情況考慮其平衡。雖「反應」（response）此一名辭常與結構物本身之移動有關，但本文僅作動力負荷之反作用(reaction)現象。例如應力或應變量等。同時亦考慮動力之效果例如下列各種現象：

(1)作用力之激動分量較平均負荷爲大。例如海浪情況。

(2)對激動負荷有特別之敏感性。像金屬構件焊接接頭之疲勞。

(3)結構物有顯著之反應，或許因結構物之自然振動頻率與部份環境力之頻率相符合之故。

本文提出動力分析技巧理論，此對於深海石油生產平臺之分析考慮隨機振動及波譜分析，相當地重要。

二、不規則波浪負荷統計性質

海浪隨時隨地而變，呈現不規則性。處理這些不規則波，需利用統計方法以描述海況，扼要說明常見之統計學上術語如下：

㈠代表平均值：

一隨機過程之代表性平均值可用下列參數表示之。

(1)平均值：平均值一般而言有一定值，例如：穩定之河流負荷或護舷所承受之衝擊力。而在某些情況下必須選擇座標軸使其平均值爲零，例如：海水面變化相對於平均水位之高程作爲度量水位之標準。一負荷函數 h(t) 在時間 T 內之平均值可定義爲：

$$<h(t)>=\frac{1}{T}\int_0^T h(t)dt \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

爲使函數 h(t) 之平均值相當穩定，所取之時間週期必須相當長，然後將此週期內之 h(t) 值積分後除以週期即得。

(2)均方值：均方值爲函數平方之時間平均值即

$$<h^2(t)>=\frac{1}{T}\int_0^T h^2(t)dt \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

均方值之開方爲常稱的均方根值即

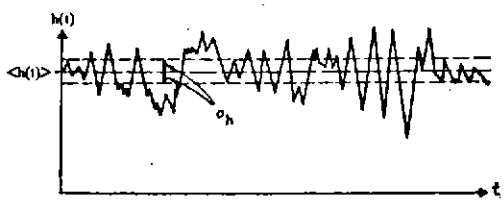
$$h_{rms}=\sqrt{<h^2(t)>} \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

(3)標準偏差：函數 h(t) 之變異數 (Variance) 定義爲

$$\sigma_h^2=\frac{1}{T}\int_0^T (h(t)-<h(t)>)^2dt$$

$$=<h^2(t)>-<h(t)> \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

則變異數之開方根正值稱爲標準偏差 (standard deviation) 爲測量變異數與平均值偏離情形。



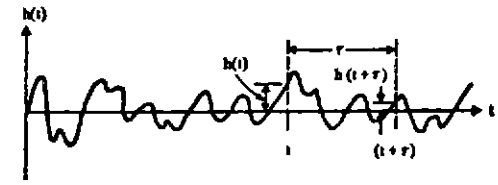
圖二　平均值與標準偏差

(4)自身相關函數：在海洋中某一時間之觀測資料假定爲 h(t) 而在 τ 時間後應爲如何？若波形爲正弦波則易於預測，若爲不規則波，則需找出 t 與 t+τ 兩時間之波浪資料關係；可用相關函數 (correlation function) ，即所有時間內兩個時差爲 τ 之波浪值乘積之疊加之平均值加以定義

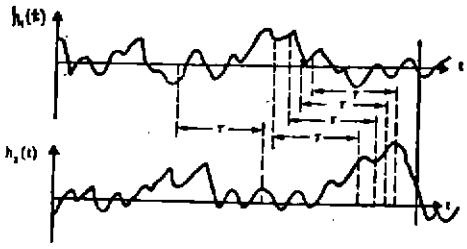
$$R_h(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T h(t)h(t+\tau)dt$$

$$=<h(t)h(t+\tau)> \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

若 h(t) 與 h(t+τ) 取自同一波浪資料，則 $R_h(\tau)$



(a)自身相關函數



(b)交錯相關函數

圖三　相關函數

稱爲 h(t) 之自身相關函數 (auto-correlation function) (圖三)，而圖四爲各種不同之變數h(t)之波譜密度與自身相關函數圖例。自身相關之特性有四：

①自身相關函數爲一偶函數 $R(\tau)=R(-\tau)$

$$R(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T h(t)h(t+\tau)dt$$

$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T h(t-\tau)h(t)dt$$

$$=R(-\tau)$$

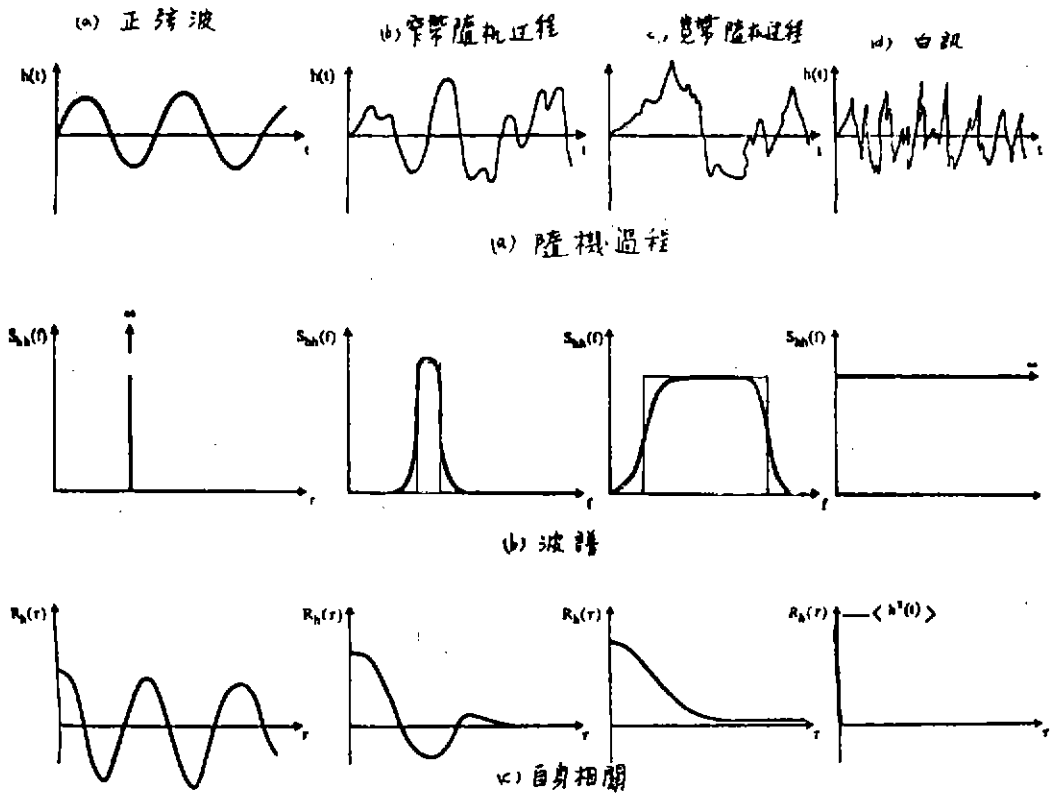
②當 τ=0 時，自身相關值爲變數之均方值

$$R_h(0)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T h^2(t)dt=<h^2(t)>$$

$$=E[h^2(t)] \quad \cdots\cdots\cdots (6)$$

③不規則波則當 τ→∞ 自身相關值爲零。

一般而言，τ 愈大則除正弦波外，t + τ 與 t



圖四　各種負荷及其波譜與自身相關比較圖

兩個時間之變數無相關，故 $R_h(\infty)\to 0$

④若不規則波之時差 τ 愈增長，則其自身相關值愈小。即 $R(0)\geq R(\tau)$ 因 $E[(\eta(0)-\eta(\tau))^2]\geq 0$ 故可得出 $R(0)>R(\tau)$。

(2)交錯相關函數：如圖三所示兩組隨機資料，可估計在 t 時間之 $h_1(t)$ 值與在 $t+\tau$ 時間之另一組資料值 $h_2(t+\tau)$ 兩者之關係，可延伸自身相關函數之觀念而得交錯相關函數定義如下式：

$$R_{h_1h_2}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T h_1(t)h_2(t+\tau)dt$$

$$=<h_1(t)h_2(t+\tau)>\cdots\cdots (7)$$

$R_{h_1h_2}(\tau)$ 值可能爲正或負，例如兩點可能位相不同之兩個水位一者爲正，另一可能爲正或負。若 $R_{h_1h_2}(\tau)=0$，則表示所有 $h_1(t)$ 與 $h_2(t)$ 函數未相關。而當 $R_{h_1h_2}(\tau)$ 爲一定值，則兩者有相依性存在。在海浪中，波浪並非沿同一波向下進行傳播。波浪特性隨時隨地而變，利用交錯相關函數定義各不同地點之波浪之相關性最爲理想。

兩組隨機資料之交錯相關函數，爲描述兩者間之相關性。例如：兩支測量波浪之水尺，當其相當接近時，所得之波浪資料將趨於一致，即完全相關。若兩者之間距拉長，兩波浪資料可能不再有相關性；當兩者距離相當遠，則該兩資料完全獨立。與位置之相關性，有時在設計上可能相當重要，例如：在一長防波堤之最大總波浪負荷可能比最大單位負荷乘以每一斷面所得者爲小，因爲沿總防堤長度之單位波力並不完全相關之故，亦即在防波堤一端之巨大波浪並不與另一端者相關。

(6)定常機率過程之遍歷性（ergodicity of stationary stochastic proceas）當一隨機過程之集合平均值不隨時間而變，此種過程稱爲定常性（atationary）其條件爲：

$$E[\eta(t)]=E[\eta(0)]=m,\ -\infty<t<\infty$$

$$\cdots\cdots (8)$$

$$E[\eta(t+\tau)\cdot\eta(t)]=E[\eta(\tau)\eta(0)]=R(\tau)$$
$$-\infty<t<\infty \cdots\cdots (9)$$

此兩式爲集合之平均值，而非樣本資料之平均值，當此兩種平均值一致時，則其過程稱爲定常機率過程之遍歷性。其條件爲：

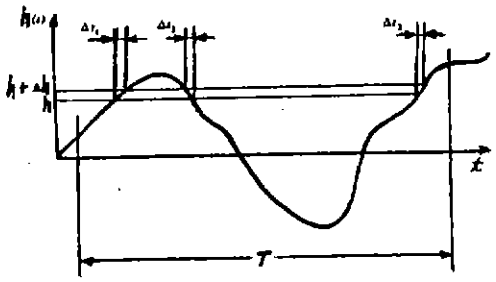
$$E[\eta(t)]=\overline{\eta_j(t)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta_j(t)dt \cdots\cdots (10)$$

$$E[\eta(t+\tau)\cdot\eta(t)]=\overline{\eta_j(t+\tau)\cdot\eta_j(t)}$$
$$=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T \eta_j(t+\tau)\eta_j(t)dt \cdots (11)$$

由於特定之波浪資料收集不易，很難證實海浪爲定常機率過程之遍歷性；而一般均以此爲假設條件以利於處理。

㈡概率方法

利用概率理論描述一隨機過程，其目的在預測一隨機變數之數值範圍及在某一定值情況下之期望比率。概述如下：



圖五　隨機過程

(1)概率：如圖五所示，假定一樣本函數 h(t) 中，取一定時間 T 之資料分析，而在此週期內 h(t) 在 h 與 h+△h 範圍內所佔之概率可用 T_x/T 比值表示，式中 T_x 爲在此週期內，而在 h(t) 之特定範圍內所佔之時間總和即

$$T_h=\sum_{i=1}^{j} t_i \cdots\cdots (12)$$

式中 j 代表 h(t) 橫越此特定範圍之次數，當此所選定之時間範圍 T 延伸趨近於無限長時，則 T_x/T 比值將代表 h(t) 之確實之概率如下式：

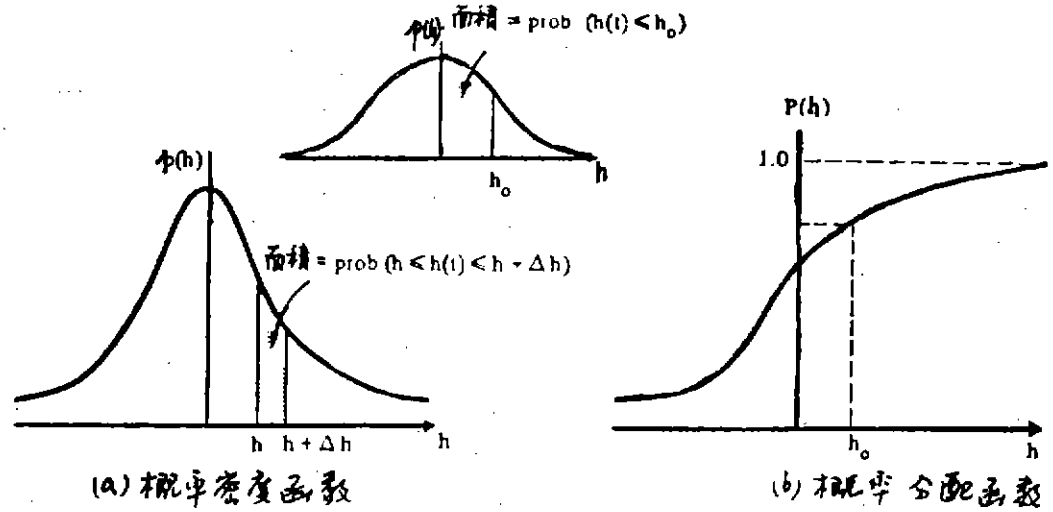
$$prob[h\leq h(t)\leq h+\Delta h]=\lim_{T\to\infty}\frac{T_x}{T} \cdots\cdots (13)$$

(2)概率密度函數··可根據極限值觀念定義概率密度函數爲

$$p(h)=\lim_{\Delta h\to 0}\frac{prob[h\leq h(t)\leq h+\Delta h]}{\Delta h}$$
$$=\lim_{\substack{\Delta h\to 0\\ T\to\infty}}\left[\frac{T_x}{\Delta h\cdot T}\right] \cdots\cdots (14)$$

一隨機過程之概率密度，爲描述在某特定時間及範圍內之可能性程度，其值永遠大於 0 。根據式(14)可表示爲

$$prob[h<h(t)<h+\Delta h]=\int_h^{h+\Delta h} p(h)dh \cdots\cdots (15)$$



圖六　概率函數

此代表在圖六中 h(t) 曲線下在 h 與 h+△h 範圍內之面積。

(3)概率分配函數：設計人員亦對某一函數在某一定值以下或超過某定值之概率感到興趣，此可用概率分配函數加以定義。

所謂概率分配函數（或稱累積概率分配函數）爲一函數 h(t) 在小於及等於某一定值之概率密度疊加值 p(h)，即爲函數 h(t) 之概率密度函數之積分如下式：

$$p(h)=\text{prob}(h(t)\leq h_0)=\int_{-\infty}^{h_0} p(h)dh \quad \cdots\cdots (16)$$

p(h) 值永遠爲正值，故其兩個極端值爲 $p(-\infty)=0$ 及 $p(\infty)=1$，根據定義可得：

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(h)dh=1 \quad \cdots\cdots (17)$$

$$\int_{h_0}^{\infty} p(h)dh=\text{prob}[h>h_0] \quad \cdots\cdots (18)$$

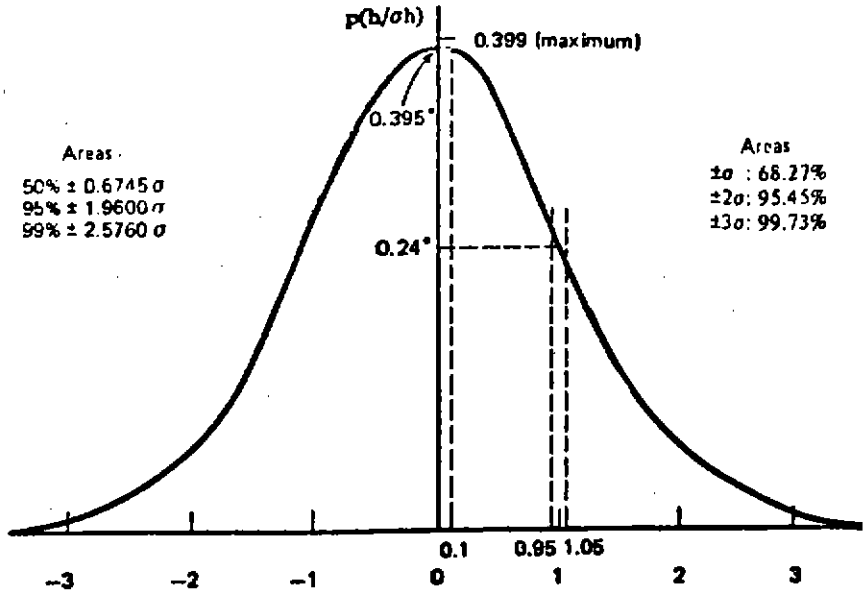
$$\int_{h_1}^{h_2} p(h)dh=\text{prob}[h_1<h(t)<h_2] \quad \cdots\cdots (19)$$

(4)高斯或常態概率分配：在環境力中，最常見之概率密度函數爲高斯或常態概率分配。例如：在一定常之海況下，水位變化爲一高斯分佈，一定常過程爲概率性質穩定。假定函數之平均值爲 0，則其概率密度函數可定爲：

$$p(h)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma^2}\right) \quad \cdots\cdots (20)$$

若以 $u=h/\sigma$ 代入可得

$$p(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}u^2\right] \cdots (21)$$



圖七　高斯概率密度函數

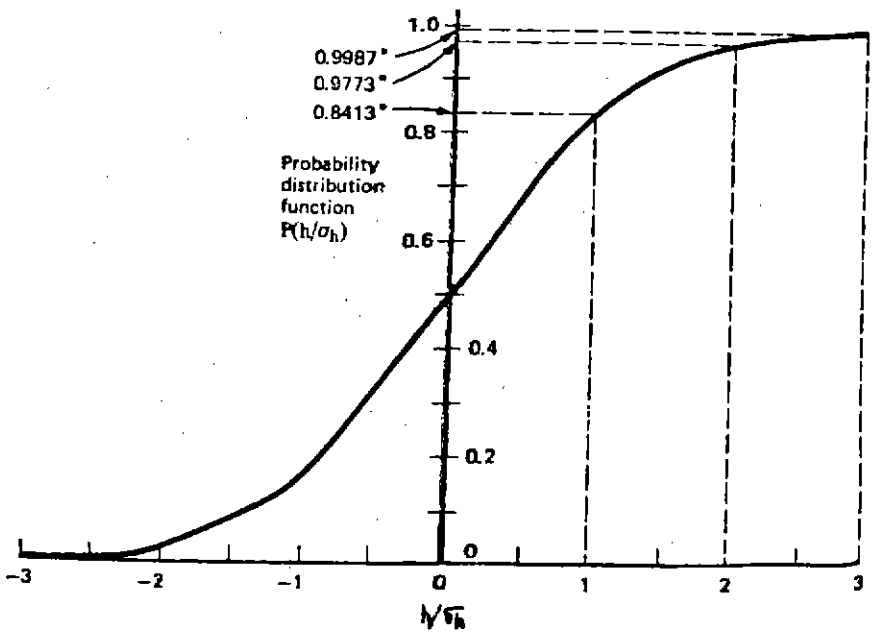
此爲一標準高斯概率密度之形態，如圖七所示。根據式(16)可得常態概率分配函數如下：

$$P(h(t)<h_0)=\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{h_0}\exp\left[\frac{-h^2}{2\sigma^2}\right]dh \quad \cdots\cdots (22)$$

或 $$P\left[\frac{h(t)}{\sigma}<\frac{h_0}{\sigma}\right]=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{h/\sigma}\exp -\frac{1}{2}\left(\frac{h}{\sigma}\right)^2\Big]d\left(\frac{h}{\sigma}\right) \quad \cdots\cdots (23)$$

或 $$P(u<u_0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u}\exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right)du \quad \left(\text{其中 } u=\frac{h}{\sigma}\right) \quad \cdots\cdots (23a)$$

高斯概率分配函數如圖八所示，可查表求得。標準常態概率密度函數對稱於縱軸，當 h/σ 之絕對值增大時，則其概率密度值相對減小，故曲線兩端與橫軸相切，且此函數曲線與橫軸所包圍之面積



圖八　高斯概率分配函數

爲 1，而此函數之極大值發生於縱座標 $h/\sigma=0$ 處，其概率密度值爲 $p(h/\sigma=0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}=0.399$，而其曲線之彎曲點發生於 $h/\sigma=\pm1$ 處。

根據概率密度函數之定義，知 h(t) 在某一範圍下之概率值爲其概率密度函數下之面積。因此假定 h(t) 在平均值 $h/\sigma=0$ 與 $h/\sigma=0.1$ 之間概率值爲 $0.1\times0.395=0.0395$ (3.95%)，而 h/σ_h 介於 0.95～1.05 間爲 $(1.05-0.95)\times0.24=0.024$，即函數中有 2.4% 之時間介於 0.95 至 1.05 σ/h 之間。（同樣在 $-0.95\sim-1.05$ h/σ 亦等值），圖七中之某一小段概率密度函數曲線下之面積與圖八之概率分配函數直接相關。例如：在圖七中，求出在 $h/\sigma=-3\sim3$ 之間，面積爲 99.73，因此可得：

$$P(h\leq3\sigma_h)=1-\frac{1-0.9973}{2}=0.9987$$

同理 $P(h\leq2\sigma)=0.9773$ 及 $P(h\leq\sigma)=0.8413$，示於圖八。此說明 h(t) 小於或等於 σ 值之概率佔 84.13%，而需注意者 h(t) 小於或等於 $-1.0\ \sigma_h$ 者爲 $100-84.13=15.87\%$ 而已。

(5) Rayleigh 分配函數：水面高程在平均值上下均有無數點之分配，因此可用高斯過程處理。但波高之分配若利用高斯分配處理，由於波高均爲正值，因此不再與平均值爲零之縱軸對稱，因此一完全成熟及定常之海況，其波高概率密度可用 Rayleigh 密度函數表示如下：

$$p(x)=2a^2x\exp(-a^2x^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

式中　$x=H/H_*$ (H_* 爲任意參考波高)

$$a=\frac{H_*}{(8m_0)^{1/2}}=\begin{cases}1/2\sqrt{2} & H_*=m_0^{1/2}=\eta_{rms}\\ \sqrt{\pi}/2 & H_*=\overline{H}\\ 1 & H_*=H_{rms}.\end{cases}$$

式中　$m_0=E[(\eta-<\eta>)^2]=E[\eta^2]-<\eta>^2$

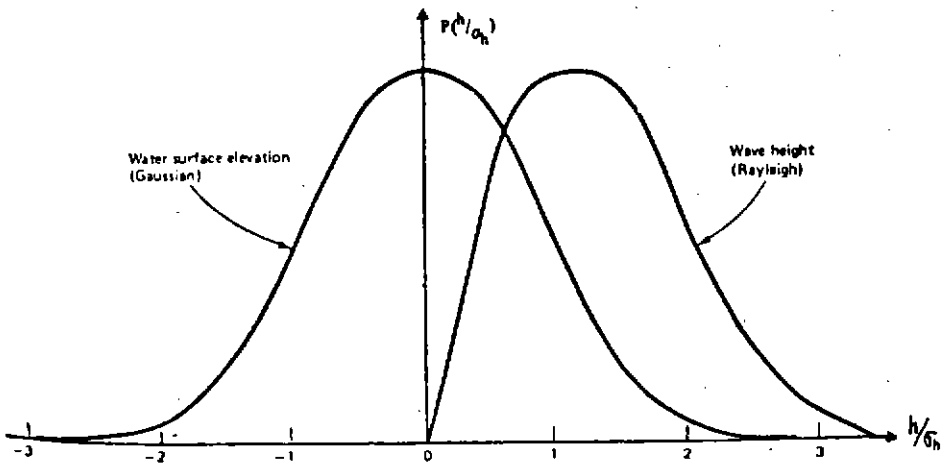
$$=E[\eta^2]=\eta^2_{rms}$$

而有關之 Rayleigh 分配函數爲：

$$P(x)=\int_0^x p(x)dx=1-\exp(-a^2x^2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

高斯與 Rayleigh 密度函數如圖九所示。

(6)復現週期 (Return period)：在海洋工程中，一項最重要而最難決定者爲結構物設計波之臨界條件。設計波之決定，將顯著地影響施工費用、損壞風險及維護進度，大多數海洋結構均必須在使用年限中能承受可能最大的暴風浪而能保持結構物之完整，不遭受嚴重之損壞。但統計資料經常均根據非常有限之觀測時間所得者。一般需將短期資料延伸至長期，因此設計波之條件均與復現週期（



圖九　高斯及 Rayleigh 概率密度函數

return period) 或稱再現間隔 (recurrence interval) 有關。復現週期之定義爲波高超過某一定量 Q 之時間長度。根據統計定義[1]爲：

$$T_R=\frac{1\text{ 年}}{1-\text{prob}(H\leq Q)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

此僅爲一統計上之意義，眞正發生之次數難以估計，例如某工址復現週期 50 年之設計波高爲 10 公尺，很難預料在今後 50 年內可能有多少次波高可能大於 10 公尺之情形出現。

若設計者選擇復現週期爲 T_R，而結構物之期望使用年限爲幾年，則在此 n 年內波高超過 Q 值之可接受之風險概率爲

$$\text{prob}_n(H>Q)=1-\text{prob}(H\leq Q)^n$$

$$=1-(1-1/T_R)^n\simeq\frac{n}{T_R}\ (\text{當 n 爲微小值時}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

必須注意，若所選定之復現週期等於所考慮之使用年限則風險之概率爲 63%，此可易於將級數展開，令 n 趨近於很大值而得證[1]。

(7)動差 (moment)：當一隨機變數 x(t) 之概率密度函數 p(x) 爲已知數，可用以求取該變數之平均或期望值，函數 $f(x)=x^n$ 之期望值即爲 p(x) 對垂直軸 (x=0) 之動差，即

$$m_j=E(x^j)=\overline{x^j}=\int_{-\infty}^{\infty}x^j\cdot p(x)dx \cdots (28)$$

因此可得下列一般常用之概率密度參數

(1)平均值 $=m_1$

(2)標準偏差 $\sigma_x=\sqrt{m_2-m_1^2}=(\mu_2)^{1/2}$

(3) n 段中心動差 $\mu_n=E((x-\bar{x})^n)$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\bar{x})^n p(x)dx$$

(4)偏態 (skewness) $\beta_1=\frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}}=\mu_3/\sigma_x^3$

(5)峯度 (kurtosis) $\beta_2=\mu_4/\mu_2^2=\mu_4/\sigma_x^4$

(6)衆數(mode)＝p(x)爲極大值情況下之 x 值

(7)中值 (median) 爲 p(x)=0.5 情況下之 x 值

例如常態分配爲以算術平均數爲中心之動差，故 $\mu_1=0$。其二級動差 $\mu_2=\sigma^2$。因 $\mu_3=0$，故 $\beta_1=0$ 知偏態係數爲 0，故爲對稱分配。由 $\beta_2=3$，可判斷若峯度係數等於 3 者，即爲常態概率密度函數。

㈢波譜分析

將不規則資料之時間序列轉換爲頻率領域，(圖十)，可知在該領域之能量分佈情形。

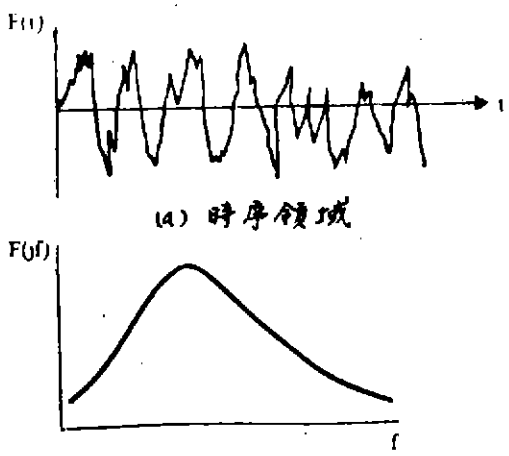
自身相關與波譜密度之關係爲 Fourier 轉換對 (Fourier tranform pair) 其關係如下式[2,3]：

$$S_{hh}(f)=\int_{-\infty}^{\infty}2\,R_h(\tau)e^{-j2\pi f\tau}d\tau \cdots (29)$$

$$R_h(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{2}S_{hh}^{(D)}(f)e^{j2\pi f\tau}df \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

若考慮單邊波譜則其關係爲

$$S_{hh}(f)=4\int_0^{\infty}R_h(\tau)\cos(2\pi f\tau)d\tau \cdots (31)$$



(a) 時序領域

(b) 頻率領域

圖十　不規則過程

$$R_h(\tau)=\int_0^\infty S_{hh}(f)\cos(2\pi f\tau)df \quad \cdots (32)$$

若已知一組隨機資料，則可由上式求出其波譜及自身相關函數。

交錯相關函數有關之交錯波譜密度函數可由 Fourier 轉換定義即：

$$S_{h_1h_2}(f)=4\int_0^\infty R_{h_1h_2}(\tau)\cos 2\pi f\tau\, d\tau \quad \cdots\cdots (33)$$

交錯波譜密度函數及交錯相關函數可用於多自由度結構系統分析，將於第四節中詳細討論。以下就隨機資料疊加，概率性質與波譜關係及極端值先行討論。

(1)隨機資料之疊加：一羣隨機過程之疊加可用下式表示

$$g(t)=\sum_{r=1}^{n} C_r h_r(t) \quad \cdots\cdots (34)$$

式中 $h_r(t)$ 代表隨機過程，C_r 爲 $h_r(t)$ 所佔之權數。

波譜密度之疊加量可用其分量之波譜與交錯波譜密度疊加如下式：

$$S_{gg}(f)=\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} C_rC_sS_{hrhs}(f) \quad \cdots (35)$$

式中 $S_{gg}(f)$ 爲合成波譜，而 $S_{hrhs}(f)$ 爲分量之波譜密度，當 r=s 時 $S_{hrhs}(f)$ 爲分量之自身直接波譜密度，而當 $r\neq s$ 之情況則爲兩分量之交錯波譜密度。

(2)概率性質與波譜關係：h(t) 之波譜密度用 $S_{hh}(f)$ 表示，而對其平均值爲零，則有以下關係

$$<h^2(t)>=\sigma_h^2=\int_0^\infty S_{hh}(f)df \quad \cdots\cdots (36)$$

波譜之力矩 m_k 定義爲：

$$m_k=\int_0^\infty f^kS_{hh}(f)df \quad \cdots\cdots\cdots (37)$$

故零階波譜力矩等於其均方值

$$m_0=\mu_2=<h^2(t)> \quad \cdots\cdots\cdots (38)$$

波譜之寬帶 (The Spectral band Width) ϵ，可用波譜力矩 m_k (式 37) 表示爲

$$\epsilon^2=\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4} \quad \cdots\cdots\cdots (39)$$

在單一尖峯波譜中能量最集中之頻率 ν 定義爲

$$\nu=\sqrt{\frac{\int_0^\infty f^2S_{hh}(f)df}{\int_0^\infty S_{hh}(f)df}}=\sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad \cdots\cdots (40)$$

一波羣記錄，若其延時爲 T，則由每一記錄所得之尖峯值爲：

$$<h_{max}>=\sigma_h\left[\sqrt{2\log_e(\nu T)}+\frac{r}{\sqrt{2\log_e(\nu T)}}\right] \quad \cdots\cdots (41)$$

式中 r=Euler 常數=0.5772

尖峯值之標準偏差爲：

$$(\sigma_h)_{max}=\frac{\pi}{\sqrt{6}}\cdot\frac{\sigma_h}{\sqrt{2\log_e(\nu T)}} \quad \cdots (42)$$

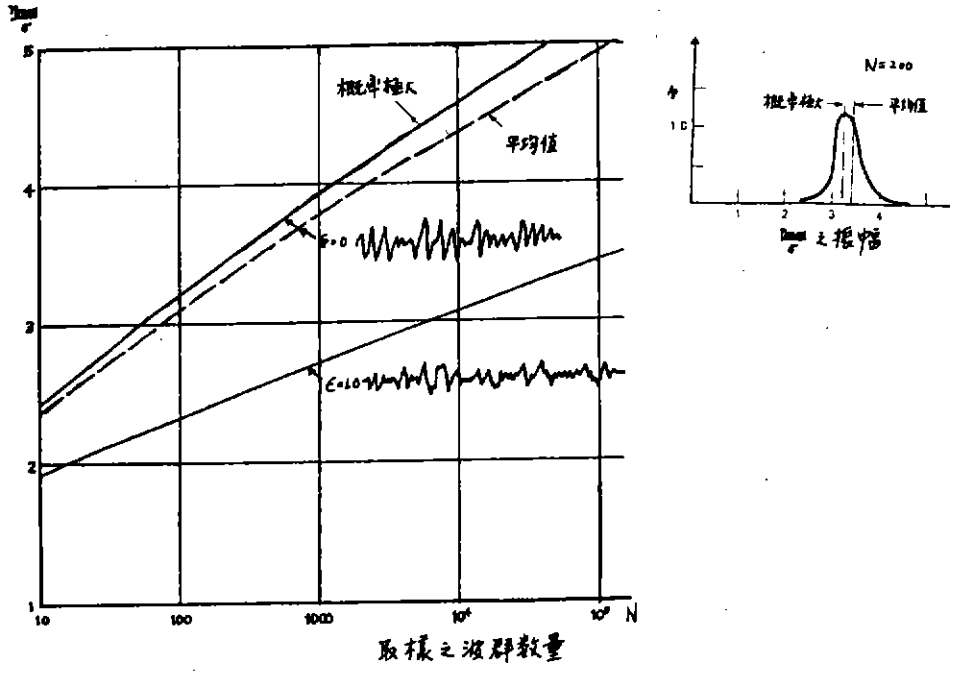
而其概率密度爲：

$$p(h_{max})=\exp\left(-\sqrt{2\log_e(\nu T)}\right) \cdots (43)$$

(3)極端值：經常在處理自然現象，例如波浪負荷時，設計人員經常以最大波條件下，求出結構物之反應，但其發生之機率很少，難於由實測波浪資料之概率密度函數或分配函數中求得，因爲當 $h/\sigma_h\to\infty$，則函數值趨近於 0 或 1。若所取樣本週期一定，可找出最大波高之平均值。例如在某一特定地點，若在 5 分鐘之樣本時間內平均最大波高假定爲 5 公尺。抽樣之時間愈增長，將可能較有機會量度較大之波浪。例如一小時樣本時間，平均最大波也許增至七公尺，換言之觀測期間愈長，則最大波高之期望值將愈大。此僅爲統計性質而已，事實上，在任何特定地點有某些影響因素（例如碎波）而

使得波能有一定之限制量。

極端值與均方根值之比值依水位之波譜而定，故除非在波譜寬度參數 $\epsilon=0$ 及 $\epsilon=1$ 兩極端情況，則計算極端值並非易事。如圖十一所示，最底下之曲線說明最大波高之平均值可能發生之情形，由於概率分配爲偏斜，故最可能發生值事實上略小於平均最大值。故假定波浪之平均週期爲十秒，波高之標準偏差爲 3.5 公尺，則在 5 分鐘之觀測期間（週波數爲 30）最大值之期望值爲 $1.8\,\sigma_h$(即 6.3m)；而若觀測週期延長爲一週最大波之期望值爲 $3.1\,\sigma_h$（即 11 m）（週波數爲 65,000）圖十一並非保證爲一特定極端值，而爲一平均最大波高；故難以避免最大波高有大於或小於期望值之可能性。



圖十一　在一樣本資料之極端振幅之期望值爲樣本長度之函數

同樣的在圖十一亦可對於振幅隨機變調之正弦波 (randomly amplitude-modulated sine wave) 之極端值預測[4]此曲線可應用於結構物之反應，此爲與在其自然頻率下之環境力相呼應，但振幅隨時間而變。

有關在波譜參數 $\epsilon=0\sim1.0$ 之間之最大值之概率可參見參考資料五。

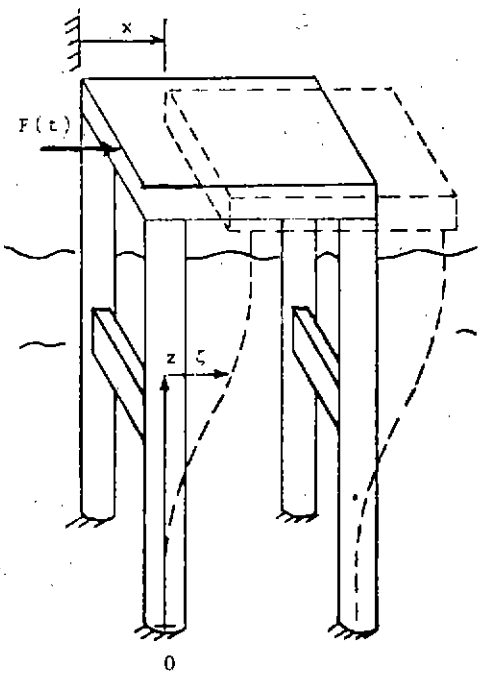
三、單一自由度系統

爲利於解析，常需簡化結構系統，而利用基本數學模式得到動力反應，可由此再深入處理複雜問題，扼要說明如下：

㈠自由振動

一結構物最簡單之表示法，爲單一質量代表內力。而利用單一彈簧表示勁度。若質量僅向橫向運動，故僅需用一座標軸 x 定義位置變化。在數學模式可用單一自由度(one degee of freedom)，也就是說整個模式爲一單一自由度系統 (single degee of freedem system)，既使使用此種模式亦能提供實際之結構物相當有用之成果。例如：一艱船碼頭，其甲板質量大，而管樁之勁度可用彈簧之彈性係數 k 表示，故對初估可提供一模式以供應用。其次，例如：四支柱之結構物振動系統，發生在同一相位之情況，假設工作臺之重量平均分配？於此四支柱，每一支柱頂端之集中質量爲$\frac{Q}{4g}$，則僅需解單一柱之自然頻率及模式形式即可[6,7]（圖 12）。

如圖十三所示，受一橫向負荷 F_0，整個系統將偏向，而由受壓之彈簧提供一相等之反作用力 F_k 即



圖十二　四支柱結構系統

$$F_k = K x_0 \quad \cdots\cdots (44)$$

若負荷 F_0 在時間 t_0 之瞬間即去除，本系統中不再有作用力，將使系統中之質量繼續振盪不已，稱爲簡階運動 (simple harmonic motion)，在任何時間 t，位移 x 之彈簧回復力則爲

$$F = Kx \quad \cdots\cdots (45)$$

而運動加速度爲 $\frac{d^2x}{dx^2}(=\ddot{x})$ 則運動之平衡條件爲

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad \cdots\cdots (46)$$

此微分方程之一般解爲

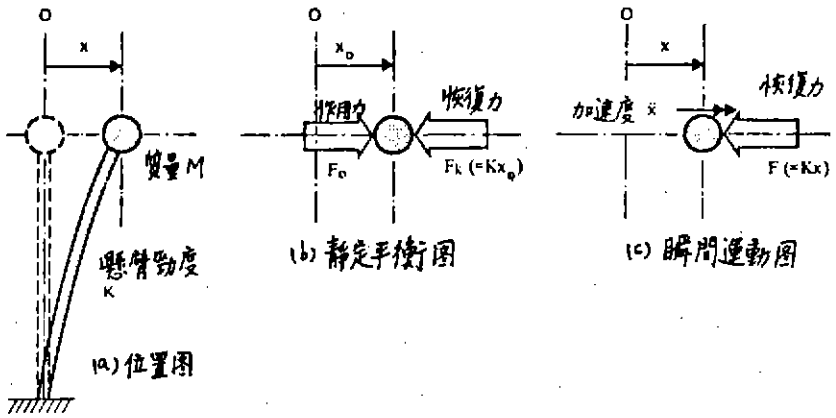
$$X = A\cos(w_1 t - B) \quad \cdots\cdots (47)$$

A.B, 爲係數，可由初始條件代入求解。若 $t = t_0$ 時，$x = x_0$ 則：

$$x = x_0 \cos w_1 (t - t_0) \quad \cdots\cdots (48)$$

當 $t > t_0$ 時可得

$$\ddot{x} = -w_1^2 x_0 \cos w_1 (t - t_0) = -w_1^2 x \quad \cdots\cdots (49)$$



圖十三　自由振動

故式 (48) 爲一簡階振動 (simple harmonic oscillation) 方程式，比較式 (46) 與 (49) 可得角頻率爲

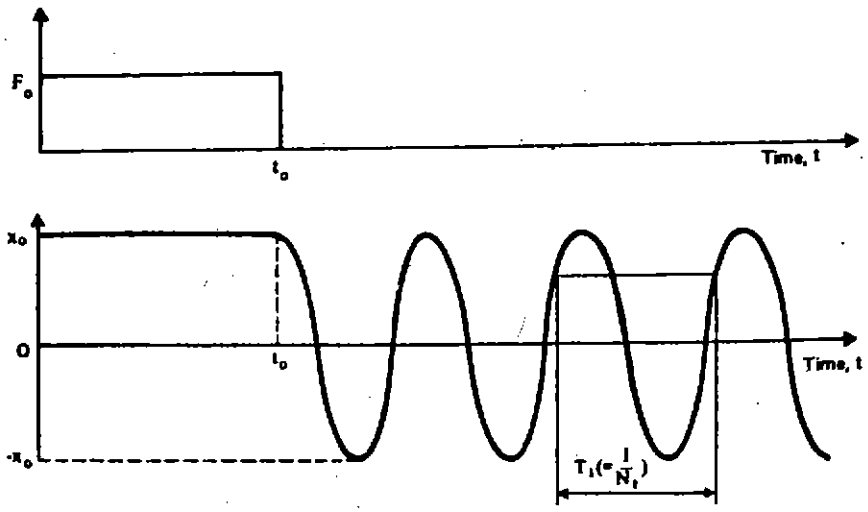
$$w_1 = \sqrt{K/M} \quad \cdots\cdots (50)$$

設 T_1 及 f_1 各爲運動之週期及頻率，此處足數用 1 代表單一自由度，則有下列關係，由於無阻尼運動，故亦稱爲結構物之自然週期及頻率

$$T_1 = 2\pi / w_1 \text{ (sec)} \quad \cdots\cdots (51)$$

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{w_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}} \text{ (hz)} \cdots (52)$$

此運動之振幅量爲 x_0，其應變量爲正弦曲線變化（圖十四），由式 (52) 知，結構物之自然振動頻率爲勁度與質量之函數，因爲此兩參數對結構系統而言均爲定值，故當系統運動其反應亦正弦反覆變化，其振幅維持定值，此爲一理想情形。

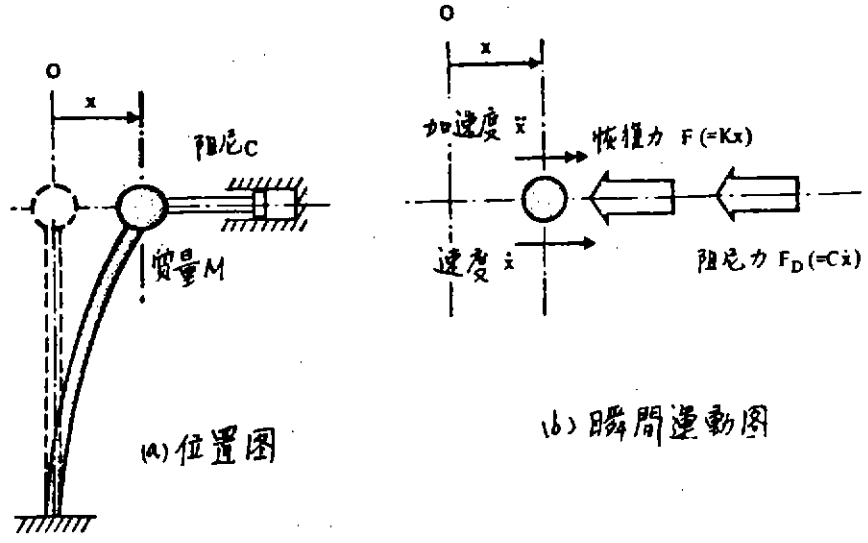


圖十四　自由振動反應

而實際結構系統運動過程將有部份能量消耗。（動能轉換爲熱能）故運動振幅將遞減，此種運動現象叫阻尼振動（damped ocillation），能量消耗量與運動振幅減衰依結構物所承受之阻尼（damping）特性而定，此可能因空氣阻力、海水黏性，其他緩衝系統影響、結構物材料本身吸能、節點摩擦及周界土壤阻力等而定。設以 C 表示阻尼係數（damping Co.）阻尼力與運動速度成正比故

$$F_D=C\dot{x} \quad \cdots\cdots (53)$$

即運動速度量愈大則阻尼力愈大，如圖十五所示，其運動如同一平板在黏性液體中所受阻尼之運動，此種阻尼之形式可稱爲黏性阻尼（Viscous Damping）。



圖十五　單一自由度阻尼振動

故式（46）之運動方部式可改寫爲：

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=0 \quad \cdots\cdots (54)$$

令 $2n=\frac{C}{M}$　$w_1^2=\frac{K}{M}$ 則式（54）可改寫爲

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+w_1^2x=0 \quad \cdots\cdots (55)$$

此式之特徵方程式爲

$$\lambda^2+2n\lambda+w_1^2=0 \quad \cdots\cdots (56)$$

其根爲：$\lambda=-n\pm\sqrt{n^2-w_1^2}$ …… (57)

由此兩根性質可分三種情形討論之

(a) $n>w_1$ 即 $C^2>4$ KM 則此兩根爲相異實數，此種情形稱爲高阻尼（overdamping）其解爲

$$y=Ae^{\lambda_1 t}+Be^{\lambda_2 t} \quad \cdots\cdots (58)$$

因 n、w_1 均爲正值，故 λ_1 及 λ_2 均爲負數，故式（58）之運動隨時間之增加而減少爲一減衰曲線

(b) $n=w_1$，即 $C^2=4$ MK，則特徵根爲 $\lambda_1=\lambda_2=-\frac{C}{2M}$，此種情形稱爲臨界阻尼（critical damping）其解爲

$$y=(A+Bt)e^{-ct/2M} \quad \cdots\cdots (59)$$

此運動亦隨時間增加而減少。

上述兩種情形均爲非振動問題，振動現象所討論之對象爲 $n<w_1$ 之情形。

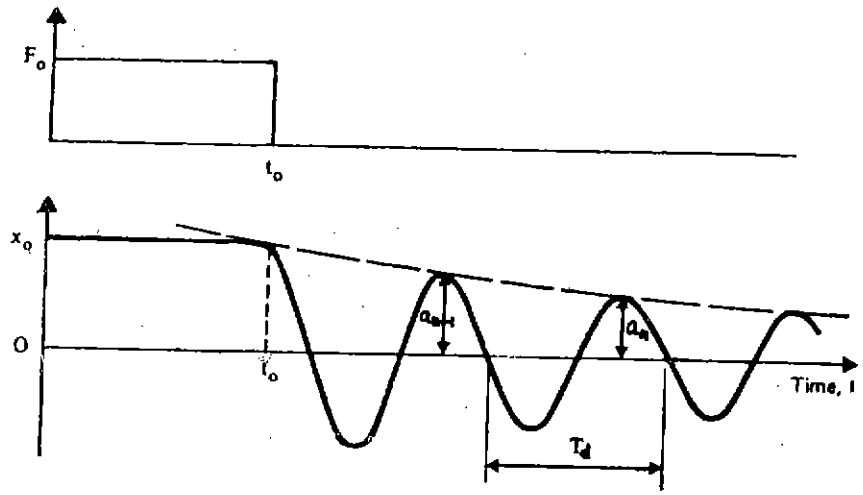
(c) $n<w_1$ 即 $C^2<4$ MK，此種情形稱爲低阻尼（under damping）因 $n<w_1$ 故 λ_1 及 λ_2 兩者均爲複數根，若令 $\beta_1=\sqrt{w_1^2-n^2}=\sqrt{\left(\frac{K}{M}\right)-\left(\frac{C}{2M}\right)^2}$，則

$$\lambda=-n\pm\beta i \quad \cdots\cdots (60)$$

其一般解爲

$$X=Ae^{-nt}\cos(\beta t-\alpha) \quad \cdots\cdots (61)$$

此式之運動爲週期性變化，隨時間之增加而逐漸減少，其振動範圍在 Ae^{-nt} 及 $-Ae^{-nt}$ 之間，如圖十六所示。由上述之討論可得阻尼運動於時間甚長時，則其運動量可趨近於零，而無阻尼運動則永遠以同一週期作循環運動。



圖十六　單一自由度阻尼振動反應

式（61）中之係數 A 及 α 可由初始條件代入決定，此運動之週期爲

$$T_d=\frac{2\pi}{\beta} \quad \cdots\cdots (62)$$

而阻尼運動下兩相鄰一運動週期 T_d 之運動振幅比值爲

$$\frac{a_{n-1}}{a_n}=\frac{e^{-nt}}{e^{-n(t+T_d)}} \quad \cdots\cdots (63)$$

對數漸減量（logarithmic decrement）δ 爲

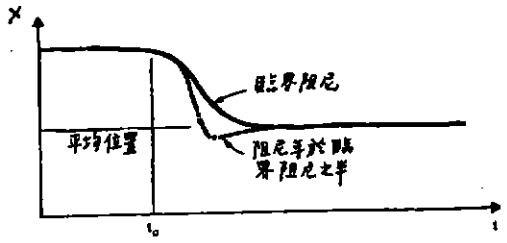
$$\delta=\log_e\frac{a_{n-1}}{a_n}=n\,T_d \quad \cdots\cdots (64)$$

因此假定在試驗室測得 a_{n-1}、a_n 及 T_d，則將可求出 n 值，然後可求自由振動之週期，再可求虛質量（virtual mass）與阻尼係數。所謂虛質量爲除結構體本身重量外，尚需考慮結構體運動附近流體受擾動產生運動所增加之加質量。

對數漸減量 δ 亦可利用減衰循環中能量之變化表示即：

$$\delta = \frac{(\text{能量})_{n-1} - (\text{能量})_n}{(\text{能量})_{n-1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (65)$$

若結構物阻尼增加，在結構物運動靜止前，僅有少數振盪循環，而假定阻尼增加至位移正減衰而不經過平均位置之情況，則此阻尼值稱爲臨界阻尼（圖 17）其值爲



圖十七　高阻尼振動反應

$$C_c = 2\sqrt{MK} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (66)$$

阻尼經常用阻尼係數表示，其定義爲阻尼值與臨界阻尼值，兩者之比值即：

$$\text{阻尼係數} \quad \xi = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (67)$$

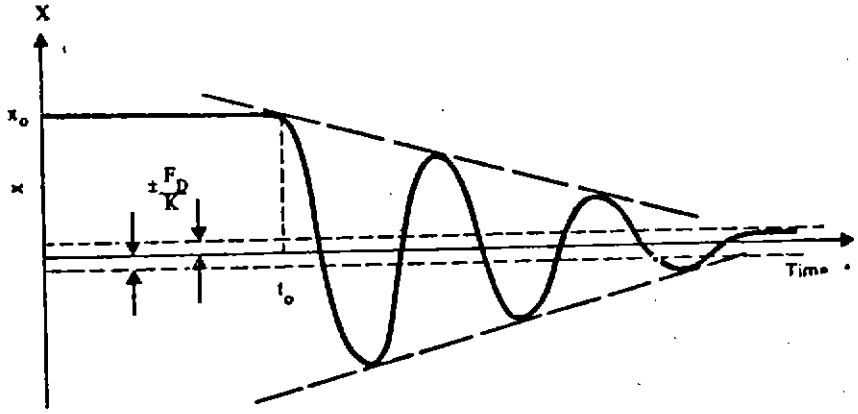
或用其百分率表示。

$$\beta = \xi \times 100\% \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (68)$$

在運動中之海洋結構物必須注意可能包含或未包含加質量之影響性。黏性阻尼一大特性爲每振盪週期內能量消散量與運動頻率成線性遞增，則稱爲遲滯阻尼（Hysteretic damping）設此係數用 $\frac{H}{W}$ 表示（W 爲振動周頻率）則方程式可改爲

$$M\ddot{x} + \frac{H}{W}\dot{x} + Kx = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (69)$$

此種遲滯阻尼最能代表結構物中材料之實際損失。而若在接點處之阻尼爲乾摩擦所引起者，阻尼力爲一定值（F_D）而方向與運動方向相反，故運動方程式爲



圖十八　單一自由度之摩擦阻尼振動

$$M\ddot{x} \pm F_D + Kx = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (70)$$

圖 18 爲摩擦阻尼之反應，遲滯阻尼爲最能代表結構材料中之能量消散而摩擦阻尼代表節點之損失。

(二)强迫振動

强迫振動可分爲兩類，一爲無阻尼振動、另一爲阻尼强迫振動，若承受負荷 F(t) 而運動，則可得運動方程式爲

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F(t) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (71)$$

此爲非齊次線性徵分方程，其解爲 $F(t)=0$ 之一般解與 $F(t)\neq 0$ 之特別解之疊加，此特別解需視 F(t) 負荷特性而定。以下就諧和負荷(harmonic loading)，衝擊力及隨機負荷三種情形討論。

(1)諧和負荷運動下之反應

若週期負荷可用下式表示：

$$F(t) = F_0 \cos wt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (72)$$

式中 F_0 爲作用力振幅，w 爲運動頻率，假定先考慮無阻尼情況則式(71)可寫爲

$$M\ddot{x} + Kx = F_0 \cos wt \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (73)$$

式 (48) 爲此式一般解，令其特別解爲 $X_p = G\cos wt$ 代入上式可得

$$G=\frac{F_0}{M(w_1^2-w^2)}=\frac{F_0}{K\left(1-\left(\frac{w}{w_1}\right)^2\right)} \quad \cdots\cdots (74)$$

式 (73) 之全解爲：

$$x=x_0\cos w_1(t-t_0)+\frac{F_0\cos wt}{K\left(1-\left(\frac{w}{w_1}\right)^2\right)} \quad \cdots\cdots (75)$$

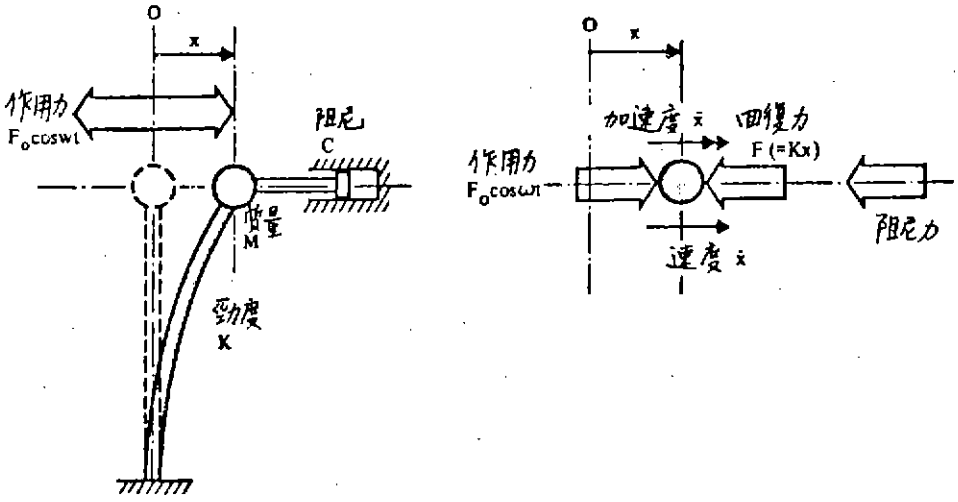
由此式知無阻尼振動爲諧和振動與强迫振動之和，其頻率一爲自然頻率 $\frac{w_1}{2\pi}$，另一爲强迫力頻率 $\frac{w}{2\pi}$，而作用力所產生之振幅爲

$$x=\frac{F}{K\left(1-\left(\frac{w}{w_1}\right)^2\right)} \quad \cdots\cdots (76)$$

當 $w\to w_1$，則 $x\to\infty$ 故知自然頻率與强迫力頻率相等時必激起結構系統產生甚大之振幅，此即爲共振 (Resonance) 在此情況下之特別解爲

$$Y_p=-\frac{F_0 t}{2Mw_1}\sin w_1 t \quad \cdots\cdots (77)$$

此特別解之振動曲線隨時間之增長，振幅漸變大，結構系統將破壞。而若阻尼强迫振動情況則由前述知阻尼自由振動時間愈長，則振幅漸消失，故於阻尼强迫運動情況。若時間甚長，則振動情形完全由外力所控制，故所需考慮者，僅爲特別解 Y_p，此情況稱爲穩定狀態解 (steady state solution) 前述 $w\to w_1$ 時，振幅 $x\to\infty$ 僅爲無阻尼之强迫振動才會發生，於阻尼强迫振動下，不會發生。但因阻尼係數 C 之變化將使某些頻率值 w 產生最大振幅，此時之 w 爲實際共振情況下之頻率值。若考慮阻尼情況將强迫力 $F(t)=F_0\cos wt$ 代入式 (71) 可得運動方程式爲 (圖 19)：



圖十九　單一自由度强迫振動

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F_0\cos wt \quad \cdots\cdots (78)$$

其特別解爲：

$$x=x_0\cos(wt-\phi) \quad \cdots\cdots (79)$$

式中 x_0 及 ϕ 分別爲强迫振動之振幅及位相角即

$$x_0=\frac{F}{\sqrt{(K-Mw^2)^2+C^2w^2}} \quad \cdots\cdots (80)$$

$$\phi=\tan^{-1}\left(\frac{Cw}{K-Mw^2}\right) \quad \cdots\cdots (81)$$

此式爲穩定情況下之情形，將此式用無尺度表示可畫出反應之參數 (如圖 20) 需用兩個參數

頻率比 (frequency ratio)

$$\Omega=\frac{w}{w_1}=\frac{\text{作用力頻率}}{\text{自然頻率}}\left(\text{式中 } w_1=\sqrt{\frac{K}{M}}\right) \quad \cdots\cdots (82)$$

阻尼比 (damping ratio)

$$\xi=\frac{C}{2\sqrt{MK}}=\frac{\text{阻尼值}}{\text{臨界阻尼值}} \quad \cdots\cdots (83)$$

故可得：

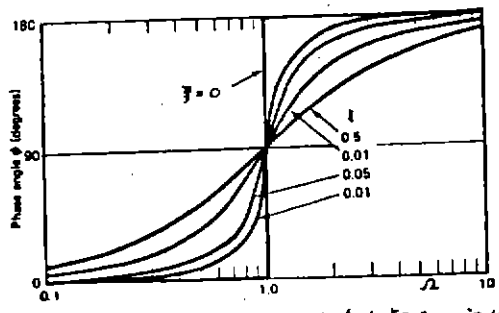
$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \left[\frac{F_0}{K\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}}\right]\cos(wt-\phi) \\ \phi &= \tan^{-1}\left[\frac{2\xi\Omega}{1-\Omega}\right] \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (84)$$

反應振幅可用增幅因子（magnification factor）Q 表示即

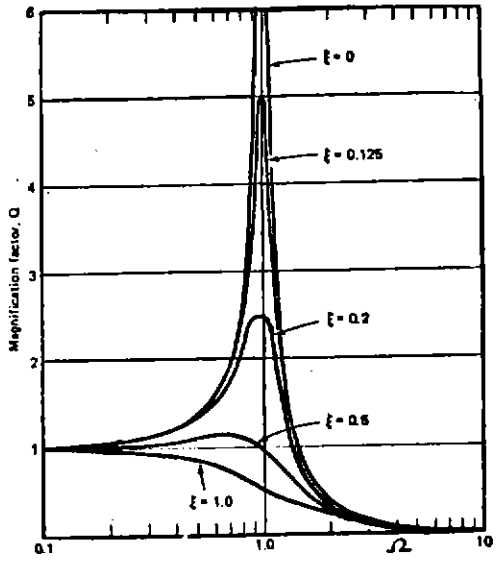
$$Q = \frac{\text{振幅}}{\text{相當靜力之位移}} = \frac{x_0}{F_0/K}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}} \quad \cdots\cdots (85)$$

由式(84)及(85)可畫出反應之振幅及位相角爲頻率比及阻尼比之函數（圖 20），圖中顯示若作用力之運動頻率小於自然頻率（$\Omega \leq 1$）則反應趨於靜定。位移量由彈簧之勁度而非由質量或阻尼控制。例如當受力之頻率爲自然頻率之 $^1/_3$，最大偏差量約較靜力大13%，而大於此值後，頻率比率愈大，則偏差量愈大，故不能以靜力方法處理。若作用力之頻率等於結構物之自然頻率，則反應比靜定情況大很多，特別在阻尼係數很小之情況（$\xi=0$）更顯然。當受力頻率與自然頻率相符時（$\Omega=1$）則稱爲共振，在此時振幅由結構物之阻尼控制，若阻尼比$\xi=0$時，則理論上運動振幅可達無限大之現象。當作用力之頻率比大於 1，則反應反而降低，此時反應是由質量控制而非由結構物之勁度和阻尼控制。在圖中可見，增加結構物之頻率則作用力之振幅將減少，在阻尼比小之情況（$\xi=0\sim0.125$)反應可達最高峯而阻尼比高之結構物（$\xi=0.5\sim1.0$）則反應之尖峯發生於作用力之低頻率之情況下（$\Omega<1$），一振盪結構物其達尖峯位移之振盪頻率爲



(a) 位相角與頻率比關係



(b)增幅因子與頻率比關係

圖二十　增幅因子及位相角與頻率比之關係

$$N_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}(1-2\xi^2)} \quad \cdots\cdots (86)$$

而大多數土木工程之結構阻尼與質量之比值不大，故阻尼比之平方量可略而不計，故上式可改寫爲

$$N_1 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}} \quad \cdots\cdots (87)$$

圖 21 中將頻率分爲三區，討論如下：

①作用力頻率低（$f<N_1$）情況

當 $f>0$ 時，則 $x \to \frac{F_0}{K}\cos wt$ 此時反應主要由勁度（K）控制，在此區域內經常根據靜力與動力疊加負荷之上限作靜力分析，除非疲勞現象顯著外，此種分析已足。但當作用力之頻率趨近於自然頻率之情況，則其解析將顯得不正確。

②接近共振範圍（$f \simeq N_1$）

當 $f \to N_1$，由式（84）中代入 $\Omega=1$ 可得

$$\phi = \tan^{-1}\left[\frac{2\xi\Omega}{(1-\Omega^2)^2}\right] = \pm\frac{\pi}{2} \quad \cdots\cdots (88)$$

而 $x \to \frac{F}{2K\xi}\cos\left(wt+\frac{\pi}{2}\right)$

在此情況下，反應主要由阻尼力(c)控制，此時所得之反應可能爲靜力值之數倍，故必須以動力處理。

③當作用力頻率大之區域（$f>N_1$）

當 $f\to\infty$ 時則

$$\phi=\tan^{-1}\frac{2\xi/\Omega}{\left(\frac{1}{\Omega^2}-1\right)}=\pm\pi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (89)$$

由式（84）可得

$$X=\frac{F_0}{Mw^2}\cos(wt+\pi) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (90)$$

反應主要由質量控制，反應很小且小於靜力值，然而疲勞之計算可能很重要。

在共振情況下，與靜定位移相關之振幅增幅值可由式（85）得出

$$Q=\frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}}\cong\frac{1}{2\xi} \quad \cdots\cdots (91)$$

此時增幅值僅爲阻尼比之函數，其他與阻尼有關之表示法如下：

阻尼比（damping ratio $\xi=\frac{C}{2\sqrt{MK}}$

佔臨界阻尼之百分率（%critical damping）

$\beta=\xi\times100\%$

對數減衰率（log decrement）$\delta=2\pi\xi$

增幅（magnification factor）

$Q=\frac{\pi}{\delta}$（共振情況下）

$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (92)$

由式（67）可得

$$C=2\xi\sqrt{MK}=2MN_1\delta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (93)$$

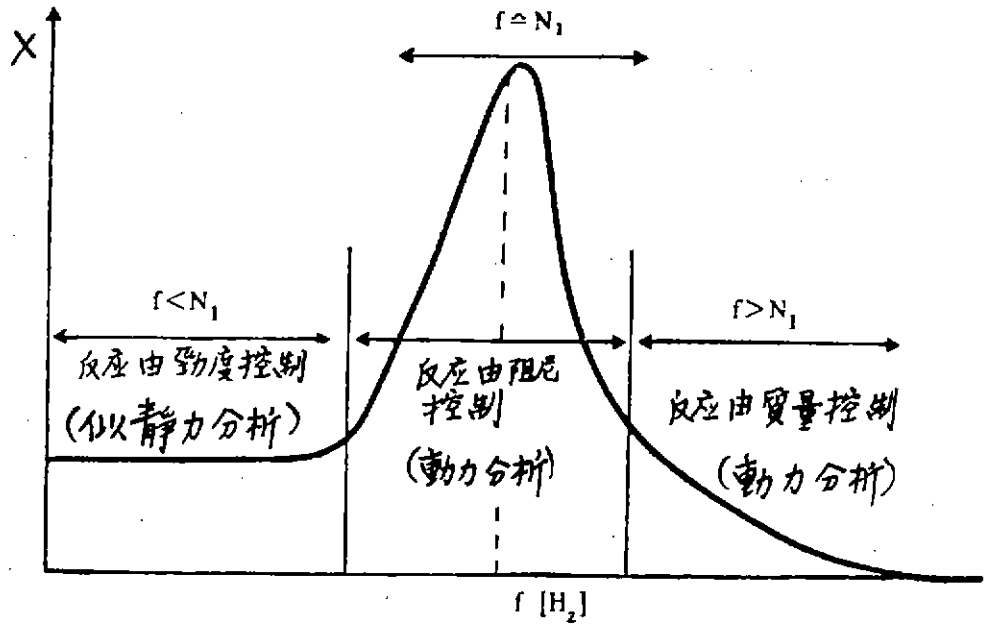
上述表示作用力頻率與結構物之自然頻率關係之重要性，特別結構物阻尼低之情況，在海洋工程中，有許多共振現象爲不能接受的；因此在設計前必先計算自然頻率確保不發生共振。表一爲鋼鐵與混凝土之阻尼比，而表二爲各種不同環境力之近似頻率值。

表一　鋼鐵及混凝土結構物阻尼比

結構物材料	對數減衰率	佔臨界阻尼之百分比	阻尼比
螺栓鋼件	$\delta=0.05$	$\beta=0.8\%$	$\xi=0.008$
銲接鋼件	$\delta=0.03$	$\beta=0.5\%$	$\xi=0.005$
混凝土	$\delta=0.06$	$\beta=1\%$	$\xi=0.010$

表二　環境力之代表頻率

環境力	代表頻率（Hz）	週期（sec）
風力	0.05～20	20－0.05
非穩定情況下潮流	1～10	1.0～0.1
渦流	0.5～3	2－0.3
波力	0.05～1	20－1
長波	0.001～0.05	1000～20
潮流	0.0002	5000



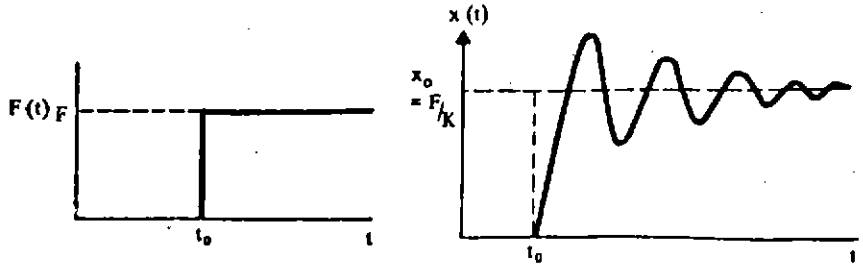
圖二十一　反應曲線歸類

(2)震盪負荷反應—時序分析：

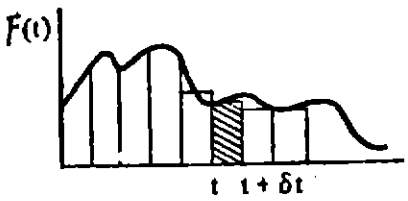
許多環境力不能以正弦函數表示，因此式（78）可改爲通式爲

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F(t)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(94)$$

此方程式之解法依 F(t) 形態而定（圖 22）。一般可用數值分析方法解析。例如 Duhamel 積分，Runge-Kutta 法或 Newmark-Beta 法爲最常用者。數值分析爲將作用力分爲許多小段（圖 23）計算各段之反應再予疊加得到總反應。例如已知在 t 時間之 x(t) 則在 t 與 t+△t 之間之衝量再加進計算，此方法通稱爲時序法（time history analysis），一決定性函數（deterministic function）爲時間之變化量均爲已知，解析之方法則需藉用轉換函數，由式（78）可化爲下列複數之實數部份即：



圖二十二　衝擊力反應



圖二十三　時序分析法

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=F_0e^{jwt}=F(t)\cdots\cdots\quad(95)$$

其解爲 $x=x_0e^{j(wt-\phi)}$

$$\dot{x}=jw\,x_0\,e^{(jwt-\phi)}=jwx$$

$$\ddot{x}=-w^2e^{j(wt-\phi)}=-w^2x$$

將此式代入原方程式可得

$$x(t)=\frac{1}{(K-Mw^2)+j\,(Cw)}F(t)$$

或　$x(t)=H(jw)\cdot F(t)\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(96)$

式中　$H(jw)=\dfrac{1}{(K-Mw^2)+j\,(Cw)}\cdots\cdots\quad(97)$

H(jw) 稱爲轉換函數（transfer function），X(t)爲振盪力之系統反應，H(jw) 有時亦稱爲 receptance 或 mechanical admittance 或 Mobility，轉換函數之大小爲

$$|H(jw)|=\frac{1}{\sqrt{(K-Mw^2)^2+(Cw)^2}}$$

$$=\frac{1/K}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}}\cdots(98)$$

此轉換函數與式（85）之增幅函數類似，位相角爲

$$\phi=\angle H(jw)=\tan^{-1}\left[\frac{Cw}{K-Mw^2}\right]$$

$$=\tan^{-1}\left[\frac{2\xi\Omega}{1-\Omega^2}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(99)$$

此亦與式（84）相同，轉換函數在隨機振動之分析上相當重要。

(3)較複雜之週期性負荷反應：

任一作用力函數在 $T=2\pi/w$ 時間內爲週期性者，則可利用 Fourier 級數表示如下：

$$F(t)=a_0+\sum_{r=1}^{\infty}[a_r\cos(rwt)+b_r\sin(rwt)]$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(100)$$

式中　$a_0=\dfrac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}F(t)dt$

$$a_r=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}F(t)\cos(rwt)\,dt$$

$$b_r=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} F(t)\sin(rwt)\,dt$$

或可用複數表示爲

$$F(t)=\sum_{-\infty}^{\infty}C_r\,e^{jrwt} \quad \cdots\cdots(101)$$

式中 $C_r=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} F(t)e^{-jrwt}\,dt$

因此週期性負荷之反應方程式可用簡階分量疊加如下式：

$$M\ddot{x}+C\dot{x}+Kx=C_1e^{jwt}+C_2e^{2jwt}+\cdots\cdots(102)$$

式中 C_1、C_2……等係數可由式 (101) 得出，故式 (102) 之解答爲

$$x(t)=H(jw)C_1e^{jwt}+H(2jw)C_2e^{2jwt}+\cdots\cdots(103)$$

(4)隨機負荷之反應：

假定結構物所承受之負荷形態不在一定時間內重覆出現，例如海浪或亂流所引起之負荷，則不能以正弦或其他週期函數表示，必須用統計分析表示隨機負荷之性質，在分析之時間間隔內負荷之性質能保持一定或定常。有關隨機負荷之重要特性將於本文中第五節詳細說明。此處謹討論一度空間隨機負荷之反應。假設負荷 F(t) 之反應爲 x(t)，應用式 (101) 之 Fourier 級數觀念且令週期 $T=\frac{2\pi}{\triangle w}$ 則可得：

$$F(t)=\sum_{r=-\infty}^{\infty}\left[\frac{\triangle w}{2\pi}\int_{-\pi/\triangle w}^{\pi/\triangle w}F(t)\,e^{-jr\triangle wt}\,dt\right]e^{jr\triangle wt}\quad\cdots\cdots(104)$$

若所考慮之隨機過程，雖爲週期性但週期爲無限大，故令 $\triangle w\to 0$，因此上式可改寫爲如下之積分式：

$$F(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}F(t)\,e^{-jwt}\,dt\right]e^{jwt}\,dw\quad\cdots\cdots(105)$$

將上式積分括號內之積分值定義爲

$$F(jw)=\int_{-\infty}^{\infty}F(t)\,e^{jwt}\,dt \quad \cdots\cdots(106)$$

則 $F(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(jw)\,e^{jwt}\,dw\cdots\cdots(107)$

式 (106) 與式 (107) 爲 Fourier 轉換對，此兩者分別稱爲頻率領域 (Frequency domain F(jw)) 與時序領域 (time domain F(t))。

在式 (106) 及 (107) 中頻率之單位爲 rad/sec，若單位改用 Hertz，則 $w=2\pi f$，故此兩式可改寫爲：

$$F(jf)=\int_{-\infty}^{\infty}F(t)\,e^{-j2\pi ft}dt \quad \cdots\cdots(108)$$

$$F(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(jf)e^{j2\pi ft}\,df \quad \cdots\cdots(109)$$

由式 (109) 可證明

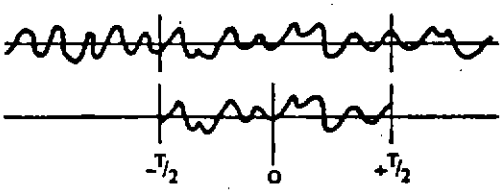
$$\int_{-\infty}^{\infty}F^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}F(jf)\cdot F^*(jf)\,df$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}|F(jf)|^2\,df\cdots\cdots(110)$$

式中 $F^*(jf)=\int_{-\infty}^{\infty}F(t)e^{j2\pi ft}\,dt$，稱爲 F(jf)之共軛複數，爲避免需考慮積分極限有負頻率之存在，則上式可改寫爲

$$\int_{-\infty}^{\infty}F^2(t)dt=2\int_{0}^{\infty}|F(jf)|^2\,df\cdots\cdots(111)$$

上述所導出之結果，仍不能在隨機過程使用，因隨機過程必須在一無限長之時間內均爲連續，此即 Fourier 積分將不可能收斂爲一定值。爲克服此收斂之困擾，可取一變數在 $-\frac{T}{2}<t<\frac{T}{2}$ 時間內爲隨機性，而在其他時間爲零。如圖 24 所示。然後先定義均方值 (mean square value) 如下式

$$\langle F^2(t)\rangle=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}F^2(t)dt \quad \cdots\cdots(112)$$



圖二十四　隨機過程領域

故由式 (111) 及式 (112) 可得

$$<F^2(t)>=\int_0^\infty \frac{2|F(jf)|^2}{T}df \quad \cdots\cdots(113)$$

令 $$S_{FF}(f)=\frac{2|F(jf)|^2}{T} \quad \cdots\cdots(114)$$

$S_{FF}(f)$稱爲波譜密度函數 (Spretral density)，且此函數無隨機過程 Fourier 轉換收斂之困擾，波譜密度表示一變數之調合量分配與頻率之關係。故式 (113) 可改寫爲

$$<F^2(t)>=\int_0^\infty S_{FF}(f)df \quad \cdots\cdots(115)$$

此爲表示在波譜密度曲線下之面積，例如在一狹窄頻率帶 (narrow frequency band, $\triangle f$) 有關之平均值可簡化爲

$$<F^2(t)>=S_{FF}(f)\triangle f \quad \cdots\cdots(115a)$$

如式 (113) 所表示者，積分之極限爲 0～∞則稱爲單邊波譜密度。

若考慮積分上下限爲 ∞～-∞ 則

$$<F^2(t)>=\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(jf)^2}{T}df \quad \cdots\cdots(116)$$

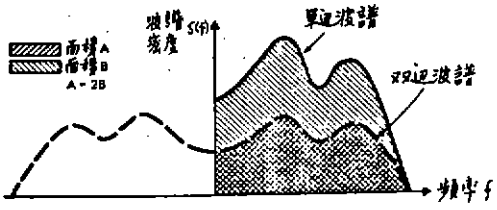
及 $$S_{FF}^{(D)}(f)=\frac{|F(jf)|^2}{T} \quad \cdots\cdots(117)$$

此稱爲雙邊波譜密度，由於其對於f=0爲對稱 (圖 25)，故爲單邊波譜密度之二倍，即

$$S_{FF}(f)=2S_{DF}^{(D)}(f) \quad \cdots\cdots(118)$$

對於單一自由度系統，利用 Duhamel 積分或回旋 (Convolution) 積分技巧，反應之波譜可證明爲

$$S_{XX}(f)=|H(jf)|^2 S_{FF}(f) \quad \cdots\cdots(119)$$



圖二十五　波譜密度函數

式中 H(jf) 如式 (97) 中以 w=2πf 代入故

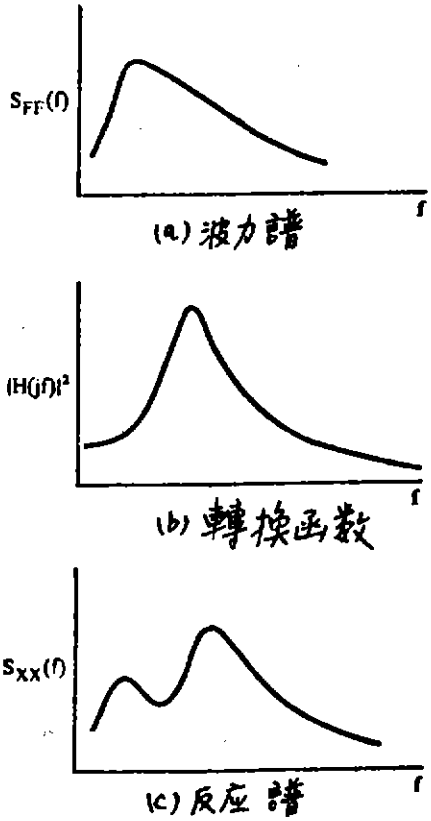
$$|H(jf)|^2=\frac{1}{(K-M(2\pi f)^2)^2+(2\pi fc)^2} \quad \cdots\cdots(120)$$

式 (119) 意指反應之波譜爲作用力波譜與轉換函數平方之乘積此關係與式 (96) 相當，由式(115) 與式 (119) 之關係可得

$$<x^2(t)>=\int_0^\infty S_{XX}(f)df$$

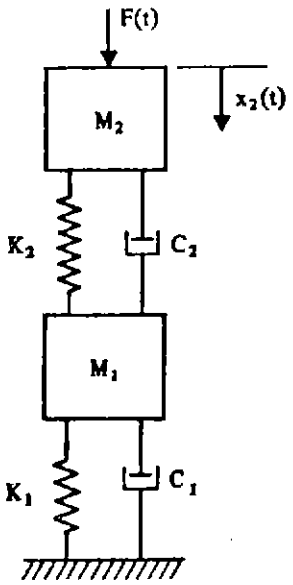
$$=\int_0^\infty |H(jf)|^2 \cdot S_{FF}(f)\,df \quad \cdots\cdots(121)$$

此式可用圖 26 說明，一作用力之波譜密度，由計算得出而畫於圖 26a，然後結構系統之轉換函數可同樣地畫於圖 26b，將此兩曲線同頻率之相對應值乘積可得出圖 26c 之反應波譜密度，最簡單之方法爲利用對稱座標紙畫，然後可將圖 26b 及 26c 之相對應者相加，再用 Simpson 積分法疊加。



圖二十六　波譜分析法表示

式(119)不僅限用於一自由度系統，此方程式對於任一系統僅有一輸入作用力及僅需一輸出反應亦同樣適用。例如對於兩質量系統者如圖二十七所示，可利用相關聯之轉換函數則可得出反應值如下：



圖二十七　兩質量系統

$$<x^2(t)>=\int_0^\infty H(jf)\,|^2\,S_{FF}(f)\,df \qquad \cdots\cdots(122)$$

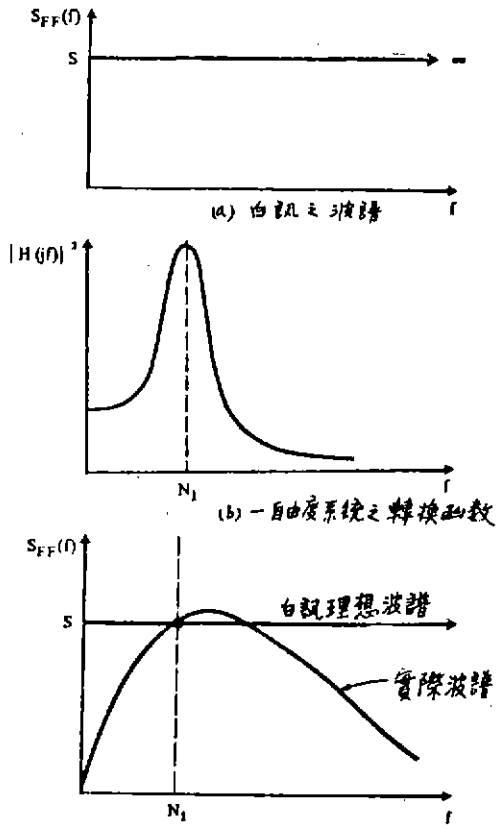
式中

$$H(jf)=\frac{(K_1-M_1(2\pi f)^2)\cdot(K_2-M_2(2\pi f)^2)-K_2M_2\cdot(2\pi f)^2-C_1C_2(2\pi f)^2+2\pi f j[K_1C_2+K_2C_1-M_2(C_1+C_2)(2\pi f)^2]}{[K_1+K_2-M_1(2\pi f)^2]+j[(C_1+C_2)2\pi f]} \qquad \cdots\cdots(123)$$

上述範例，輸出之位移與輸入之作用力和轉換函數有關。一重要之限制爲其間之關係必須爲線性。當處理海洋結構物承受不規則波負荷時，可不必事先計算結構物之確實波力，而僅需設定水位波譜（輸入）與結構物反應之關係即可。以下列舉兩個範例說明隨機負荷之反應如下：

（範例一）白訊（white noise）之反應

假定一隨機負荷之波譜密度保持一定值（如圖26）則此種作用力函數稱爲白訊，取單一自由度系統之轉換函數如式（98）爲



圖二十八　白訊之隨機負荷

$$|H(jf)|^2=\frac{1}{(K-M(2\pi f)^2)^2+(C2\pi f)^2}=\frac{1/K^2}{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}$$

式中　$\Omega=\dfrac{2\pi f}{\sqrt{K/M}}$

及　$\xi=\dfrac{C}{2\sqrt{MK}}$

此可畫出 $|H(jw)|^2$ 與 f 之關係圖如圖 28b 所示。並將上式代入式(123)可得

$$<x^2(t)>=\int_0^\infty \frac{S_{FF}(f)/K^2}{(1-\Omega^2)^2+(2\xi\Omega)^2}\left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}\right)d\Omega \qquad \cdots\cdots(124)$$

當阻尼比值小時（$\xi<<1$）可得

$$<x^2(t)>=\frac{S_{FF}(f)\sqrt{K/M}}{8\xi K^2}=\frac{S_{FF}(f)}{4CK} \qquad \cdots\cdots(125)$$

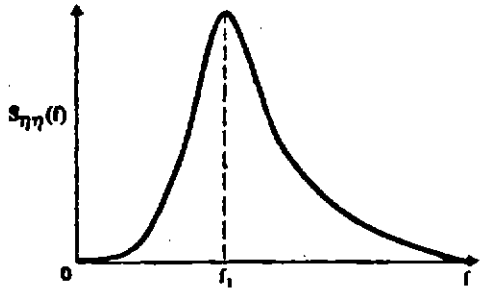
事實上，均方值爲由轉換函數之尖峯值與在此頻率之波譜密度所控制。因此式 (124) 與式(125) 所導出之結果在實質上仍爲正確的。既使波譜密度如圖 28c一樣並非常數亦同。一黏性阻尼系統有一特性必須注意者就是若作用力爲隨機性則應力、應變、受力等之均方根值與 $\sqrt{\xi}$ 成反比；而若爲正弦週期性則與 ξ 成反比，在共振情況增幅爲 $\frac{1}{2\xi}$。因此阻尼增加之情形，在共振情況下之反應效果，正弦力情況要比隨機性者爲大。

同時亦可證明當系統爲歇斯底里式阻尼與結構物之應變成正比之情況，則其轉換函數及反應分別爲

$$\left.\begin{aligned} H(jf) &= \frac{1}{K-4\pi^2Mf^2+jH} \\ \langle x^2(t)\rangle &= \frac{S}{4H\sqrt{KM}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(126)$$

(範例二) 管樁承受波力之反應

當計算海洋結構物之負荷及反應波譜，需先考慮水位高程之波譜。例如用 Pierson-Moskowitz 波譜 (圖 29) 如下：



圖二十九　P-M　水位波譜

$$S_{\eta\eta}(f)=\alpha g^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\exp\left[-0.74\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right] \cdots\cdots(127)$$

式中　$\alpha=8.1\times10^{-3}$ (pillip 常數)

g＝重力加速度

f＝波浪頻率

f_m　爲平均頻率，在一定地點若已知指示波高及週期則可觀測或預測得出

已知水位波譜可利用線性波理論得出水分子水平方向速度與加速度，可用波譜表示如下：

$$S_{VV}(f.Z)=\frac{(2\pi f)^2\cosh^2(2\pi Z/L)}{\sinh^2(2\pi d/L)}S_{\eta\eta}(f) \cdots\cdots(128)$$

$$S_{AA}(f.Z)=\frac{(2\pi f)^4\cosh^2(2\pi Z/L)}{\sinh^2(2\pi d/L)}S_{\eta\eta}(f) \cdots\cdots(129)$$

式中　$S_{vv}(f)$＝距海床上高度 Z 之水分子運動水平方向速度波譜密度

$S_{AA}(f)$＝距海床上高度 Z 之水分子運動水平方向加速度波譜密度

L＝波長

d＝總水深

水分子速度水平分量之平均值爲零而其變異數 (Variance) σ_{vv}^2 爲

$$\sigma_{vv}^2=\int_0^\infty S_{vv}(f,Z)\,df \cdots\cdots(130)$$

其次計算管樁上波力之波譜密度，根據 Morision 公式爲

$$dF(t)=\tfrac{1}{2}C_D\rho D\,|\,V(t)\,|\,V(t)ds+C_M\rho AA(t)ds \cdots\cdots(131)$$

或　$F(t)=C_1\,|\,V(t)\,|\,V(t)+C_2A(t)\cdots(132)$

式中　$F(t)$＝作用於管樁上與海床距離 Z 處之單位長度之水平力

$V(t)$＝在高程 Z 處之水分子水平方向運動速度

$A(t)$＝在高程 Z 處之水分子水平方向運動加速度

ds, D, A＝受力之斷面長度，管徑及面積

C_D, C_M＝管樁上之曳力與內力係數 (爲一常數)

C_1, C_2＝常數

Morision 公式爲一時序領域，利用 V(t) 及 A(t) 之共分散函數 (Covariance fmction)，由 Fourier 轉換計算 $S_{VV}(f,Z)$ 及 $S_{AA}(f,Z)$，可變爲頻率領域，因此可證明，其第一近似解 (Borgman 1969)[7] 爲

$$S_{FF}(f,Z)=\frac{C_1^2\sigma_{VV}^4}{\pi}\left[\frac{8S_{VV}(f,Z)}{\sigma_{VV}^2}+\cdots\right]+C_2^2S_{AA}(f,Z)\cdots \cdots\cdots(134)$$

式中 $S_{FF}(f)$ 爲在海床上高程 Z 處波力之波譜密度。

作用於樁上之總波力之波譜 $S_{FF}(f)$ 可用式(134)對水深積分爲：

$$S_{FF}(f)=\int_0^d S_{FF}(f,Z)\,dZ \quad \cdots\cdots(135)$$

將式(134)及 $S_{VV}(f,Z)$，$S_{AA}(f,Z)$ 值代入式(135)可得

$$S_{FF}(f)=\int_0^d \frac{C_1^2\sigma_{VV}^2(Z)}{\pi}8(2\pi f)^2\frac{\cosh^2(2\pi Z/L)}{\sinh^2(2\pi d/L)}S_{\eta\eta}(f)dZ+\int_0^d C_2^2(2\pi f)^4\frac{\cosh^2(2\pi Z/L)}{\sinh^2(2\pi d/L)}S_{\eta\eta}(f)dZ \quad \cdots\cdots(136)$$

積分 $S_{FF}(f)$ 可得管樁波力均方值（至第一近似值），然而此僅爲提供剪力計算之基準，欲求力矩，需先了解作用點作用於何處，合理且保守之近似解爲取在靜水面上。因此可計算海床上之彎曲力矩，然後可利用轉換函數計算反應即：

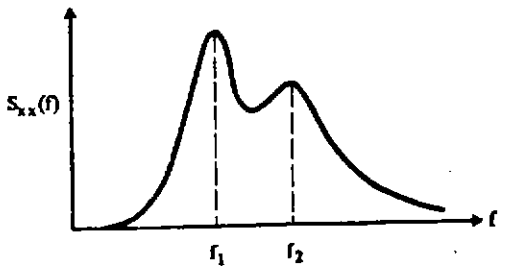
$$S_{XX}(f)=|Hjf)|^2 S_{FF}(f) \quad \cdots\cdots(119)$$

式中 $S_{XX}(f)$ 爲反應之波譜而 $|H(jf)|^2$ 爲轉換函數，若所考慮爲單一自由度系統則爲：

$$|H(jf)|^2=\frac{1}{(K-M(2\pi f)^2)^2+(2\pi fC)^2} \quad \cdots\cdots(120)$$

代入 $N_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$ 及 $\xi=\frac{C}{2\sqrt{KM}}$ 可得：

$$|H(jf)|^2=\frac{1/K^2}{\left\{1-\left(\frac{f}{N_1}\right)^2\right\}^2+\left(2\xi\frac{f}{N_1}\right)^2} \quad \cdots\cdots(137)$$



圖三十　反應之波譜

反應之波譜可繪出如圖 30 所示，在圖中可見有兩個反應尖峯，在頻率 f_1 處之反應尖峯爲由於在 f_1 波力譜尖峯所致，而在 f_2 者爲由於結構物共振所致。例如 $f_2=N_1$。

若反應譜 $S_{XX}(f)$ 已計算得出，且假設可預報線性系統之各種統計，首先計算反應之均方根值

$$\sigma_{XX}=\sqrt{\int_0^\infty S_{XX}(f)\,df} \text{（平均值爲零）} \quad \cdots\cdots(138)$$

平均尖峯值 (X_{max})爲在海況延時 T(sec) 之反應最大期望值即：

$$<X_{max}>=\sigma_{XX}\left[\sqrt{2\ell n\nu T}+\frac{0.5772}{\sqrt{2\ell n\nu T}}\right] \quad \cdots\cdots(139)$$

式中 0.5772 爲 Euler 常數，ν 爲在高頻率之能量與低頻率之能量相當之頻率值即

$$\nu=\left[\frac{\int_0^\infty f^2 S_{XX}(f)\,df}{\int_0^\infty S_{XX}(f)\,df}\right]^2 \text{（單位爲 Hz）} \quad \cdots\cdots(140)$$

若反應波譜爲狹窄頻帶，$\nu\cong N_1$，在延時 T(sec) 之海況下，超過某一定值 X 之反應概率爲

$$proh(x>X)=1-\exp\left[\nu T\exp\left(-\frac{X^2}{2\sigma_{XX}^2}\right)\right] \quad \cdots\cdots(141)$$

在週期 T 內，反應超過 X 值之期望數N(X)爲

$$N(X)=\nu\,T\exp\left[\frac{-X^2}{2\sigma_{XX}^2}\right] \quad \cdots\cdots(142)$$

假設水面高程爲正態分配，則指示波高與水位之變數均方值有下列關係

$$H_s=4\sigma_{\eta\eta} \quad \cdots\cdots(143)$$

式中 $\sigma_{\eta\eta}^2$ 爲變異數，因此當水位之平均值爲零時則有下列關係

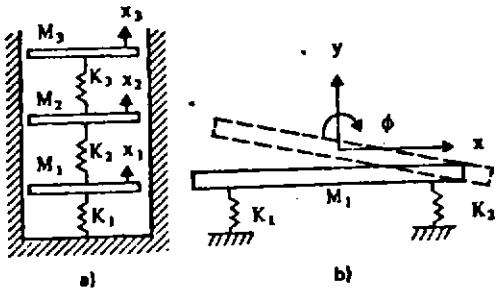
$$\sigma_{\eta\eta}^2=\int_0^\infty S_{\eta\eta}(f)\,df \quad \cdots\cdots(144)$$

四、多自由度系統

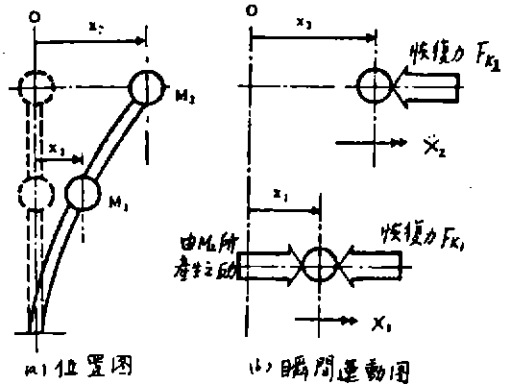
一般結構物其運動可能超過一個方向，每一質

量可能有六個自由度，三個旋轉及三個移動。多自由度系統爲描述此類模式。將一結構體分爲數個質量、彈簧、阻尼系統，主要目的在更精確地計算最低之自然頻率，除外可計算高階之自然頻率，同時計算撓屈形狀。如圖 31 所示，系統(a)有三個質量每一個均限制僅能在垂直方向運動，X_1 X_2 X_3 座標爲定義每一質量之位置變數。而系統(b)僅有一質量可在垂直平面上運動其變數爲 x, y, ϕ, 因此雖然系統(a)有三個質量，而系統(b)僅有一個，而每一系統均有三個自由度。

(1)二自由度之自由振動：利用圖 32 說明此原理，每一質量僅允許水平方向之位移，因此本系統爲二自由度。假定忽略阻尼，考慮兩質量之自由體如圖 32b 所示，作用力平衡方程式如下：



圖三十一　三自由度系統



圖三十二　二自由度自由振動系統

$$(\text{質量 } M_1): M_1\ddot{X}_1 = F_{K2} - F_{K1}$$
$$= K_2(X_2 - X_1) - K_1X_1 \quad \cdots\cdots(145)$$

$$(\text{質量 } M_2)\ \ M\ddot{X}_2 = -F_{K2} = -K_2(X_2 - X_1)$$
$$\cdots\cdots(146)$$

故移項可得：

$$\left.\begin{aligned} M_1\ddot{X}_1 + (K_1+K_2)X_1 - K_2X_2 = 0 \\ M_2\ddot{X}_2 - K_2X_1 + K_2X_2 = 0 \end{aligned}\right\}$$
$$\cdots\cdots(147)$$

假定 $X_1 = X_1 \sin wt$ 及 $X_2 = X_2 \sin wt$ 則代入式 (147) 則可得：

$$\left.\begin{aligned} (K_1+K_2-M_1w^2)X_1 - K_2X_2 = 0 \\ -K_2X_1 + (K_2-M_2w^2)X_2 = 0 \end{aligned}\right\} \cdots(148)$$

此齊性方程式有特殊解，則必須係數矩陣值爲零即

$$\begin{vmatrix} K_1+K_2-M_1w^2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2-M_2w^2 \end{vmatrix} = 0$$
$$\cdots\cdots(149)$$

或 $(K_1+K_2-Mw^2)\cdot(K_2-M_2w^2) - K_2^2 = 0$
$$\cdots\cdots(150)$$

由式 (150) 可得出兩個實數之正值自然頻率根爲

$$W_{1,2} = \left[\frac{(K_1M_2+K_2M_2+K_2M_1) \pm \sqrt{(K_1M_2+K_2M_2+K_2M_1)^2 - 4M_1M_2K_1K_2}}{2M_1M_2}\right]^{1/2}$$
$$\cdots\cdots(151)$$

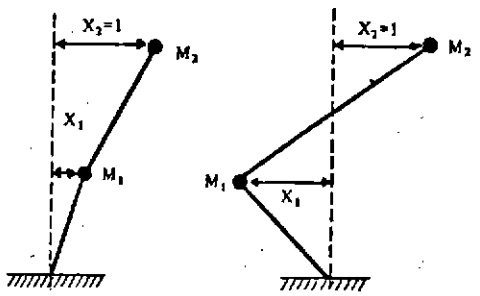
而頻率 $N_{1,2} = \frac{W_{1,2}}{2\pi}$

在頻率 N_1 及 N_2 情況下 X_1 與 X_2 之關係爲

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= \left(\frac{K_2}{K_1+K_2-M_1w_1^2}\right)X_2 \\ &= \left(\frac{K_2-M_2w_1^2}{K_2}\right)X_2 \ (\text{在頻率 } N_1 \text{ 情況}) \\ X_1 &= \left(\frac{K_2}{K_1+K_2-M_1w_2^2}\right)X_2 \\ &= \left(\frac{K_2-M_2w_2^2}{K_2}\right)X_2 \ (\text{在頻率} N_2 \text{情況}) \end{aligned}\right\}$$
$$\cdots\cdots(152)$$

若系統自其平衡位置受干擾，去除外力，而讓其依自然頻率運動，在此條件下，可能決定在每一自然頻率下各質量之相對振幅。而很難直接地找出 X_1 及 X_2 值，僅能了解其相對量。例如 X_2 假定爲單位長度，則 X_1 可求出，而在其自由度下結構

運動形狀如圖 33 所示。



圖三十三　二自由度結構運動形態

(2)多自由度系統之結構自由運動：爲說明多自由度系統之解析方法，必須先將二度自由度系統之自由振動方程式（式 (147)）改爲矩陣形式爲

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} K_1+K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdots\cdots(153)$$

此觀念可延伸至 n 個自由度，而僅將方程式改爲矩陣形式：

$$M\ddot{X}+KX=0 \cdots\cdots(154)$$

式中 M,K 分別爲質量矩陣及勁度矩陣，X及 $\ddot{X}$ 爲位移及加速度向量分別表示如下：

$$M=\begin{pmatrix} M_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & M_n \end{pmatrix} \quad K=\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & & \ddots & \\ \vdots & & & \\ K_{n1} & & & K_{nn} \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \quad \ddot{X}=\begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \vdots \\ \ddot{X}_n \end{pmatrix}$$

假設反應爲調和性，若 $X(t)=X_0 \sin w_0 t$，則式 (154) 可改寫爲

$$(-w^2M+K)X=0 \cdots\cdots(155)$$

爲求非凡解 (non-trial solution) $X\neq 0$，則必須式 (155) 括號內之係數項爲 0 即

$$|-w^2K+K|=0 \cdots\cdots(156)$$

同時可將式 (155) 化爲特徵矩陣 (characteristic matrices) 之形式如下式：

$$(A-\lambda I)X=0 \cdots\cdots157)$$

I 爲單位矩陣，λ 爲特徵值 (eign values) 若將式 (155) 乘以 M^{-1} 則得

$$(M^{-1}\cdot K-w^2I)X=0 \cdots\cdots(158)$$

式 (157) 與 (158) 兩式比較可得

$$A=M^{-1}\cdot K \text{ 及 } \lambda=w^2 \cdots\cdots(159)$$

由於 $A=M^{-1}\cdot K$ 爲非對稱形矩陣，電腦貯存量需大，且頻率之消去亦較困難，爲此原因需將 A變爲對稱形矩陣，可轉換座標系統令

$$y=M^{1/2}X \cdots\cdots(160)$$

如此可得 $(A-\lambda I)y=0$ ……(161)

式中 $A=M^{-1/2}\cdot KM^{-1/2}$ 爲一對稱形矩陣

$$\lambda=w^2 \cdots\cdots(162)$$

有許多電腦公司均有此類特徵值問題解析之程式可供應用。

(3)多自由度之强迫振動：若考慮外力及阻尼則式 (154) 之矩陣需增加項目爲

$$M\ddot{X}+C\dot{X}+KX=F(t) \cdots\cdots(163)$$

式中 c 爲 n 階阻尼矩陣，n 爲結構物之自由度數量，而 F(t)爲 n 階作用力向量。

此爲一組同時發生之徵分方程式，可用正常振態方法利用座標軸轉換將方程式分解爲 n 個獨立常徵分方程式，每一方程式可用一自由度系統方法處理，此可節省許多電腦計算時間。方程式之分解首先用上述方法計算 $M\ddot{X}+KX=0$ 之特徵向量及特微值，n 個特徵向量安排在 n 階矩陣中之行 (column) 上，若 $X=\phi Z$ 且預乘 ϕ^T，則式 (163) 可改寫爲

$$\phi^T M\phi\ddot{Z}+\phi^T C\phi\dot{Z}+\phi^T K\phi Z=\phi^T F(t) \cdots\cdots(164)$$

式中 ϕ^T 爲 ϕ 矩陣之轉換矩陣，例如第 i 個振態

方程式形式爲：

$$M_i \cdot \ddot{Z}_i + C_i \dot{Z}_i + K_i Z_i = \phi_{i1} F(t) + \phi_{i2} F_2(t) + \cdots + \phi_{in} F_n(t) \cdots\cdots\cdots\cdots (165)$$

此式與式 (95) 比較，與一自由度系統一致，式 (165) 之激動包括 n 個激動力之疊加。若作用力時間歷程由決定性得知，則振態方程式同樣可利用一自由度系統之方程式解法處理。振態轉換函數可定義爲：

$$H_i(jf) = \frac{1}{K_i - M_i w^2 + jC_i w} \cdots\cdots\cdots (166)$$

式 (165) 中之右端，作用力之自身與交錯波譜密度 (direct and cross spectral density) 用式(35)可得

$$S_{f_i f_j}(f) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \phi_{ir} \phi_{js} S_{F_r F_s}(f) (i = 1 \sim n, j = 1 \sim n) \cdots\cdots\cdots\cdots (167)$$

當 i=j，由式 (167) 可得出總作用力之自身波譜密度，當 i≠j 時爲考慮作用力空間及位相之差異之交錯波譜密度。必須注意自身波譜密度爲實數而交錯波譜爲複數[8] (此可用式 (35) 之 Fourier 轉換關係得出) 振態座標 (Z) 之波譜密度可類似式 (119) 之單一自由度得出：

$$S_{z_i z_j}(f) = \overline{H_i} \cdot H_j \cdot S_{f_i f_j}(f) \cdots\cdots (168)$$

同樣式中 i=j 時爲自身波譜，而 i≠j 爲交錯波譜，$\overline{H}$ 爲 H 之共軛複數，然後可利用式 (35) 將振態座標波譜密度再轉換回原 x 座標。

$$S_{x_i x_i}(f) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \phi_{ir} \phi_{is} S_{z_r z_s}(f) \cdots (169)$$

式(169)中可對任何自由度 i=1～n，一旦反應波譜密度導出則可計算平均值及概率等，可如同一自由度系統解出。有時爲避免 $S_{z_r z_s}(f) = \overline{S}_{z_s z_r}(f)$ (r≠s) 故可改寫式 (169) 爲

$$S_{x_i x_i}(f) = \sum_{r=1}^{n} \phi_{ir}^2 S_{z_i z_i}(f) + 2 \sum_{r=2}^{n} \sum_{s=1}^{r-1} \phi_r \phi_s R_e [S_{z_r z_s}(f)] \cdots\cdots\cdots\cdots (170)$$

式中 Re〔 〕代表函數之實數部份，實際上第二項可忽略，且僅考慮自身波譜可達相當正確。

(4)轉換函數矩陣：若自由度數相當少，則可不必用上述分析法而可直接處理，類似單一自由度系統方法。若作用力爲正弦規則變化，反應亦爲調和函數，因此可以導出與輸入之作用力及輸出之反應有關之轉換函數，然而其非爲單一項，而爲 n 階轉換矩陣。

若反應 $X(t) = X_0 e^{jwt}$；代入式 (163) 可得：

$$(-Mw^2 + jCw + K) X(t) = F(t) \cdots (171)$$

阻抗矩陣 (impedance matrix) 定義爲

$$Z = (-Mw^2 + jCw + K) \cdots\cdots (172)$$

轉換矩陣爲阻抗矩陣之反矩陣

$$H = Z^{-1} \cdots\cdots (173)$$

故 $X(t) = H \cdot F(t) \cdots\cdots (174)$

轉換矩陣 (tranfer matrix) H，各單元 H_{ij} 之物理意義爲當所有其他自由度未約束及未受力作用力在自由度 j 所造成在結構物 i 自由度之撓度 (deflection) 即

$$H_{ij} = \frac{X_i}{F_j} = \frac{\text{在自由度 i 之撓度}}{\text{在自由度 j 之作用力}} \cdots (175)$$

式 (174) 與 (96) 類似，爲單一自由度之延伸，應用計算週期性負荷之反應計算可用式 (105) 之調和 Fourier 級數處理。

若負荷爲隨機性，n 自由度之反應之計算可利用式 (119) 之單一自由度，其形式如下式：

$$S_{X_i X_i}(f) = \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} \overline{H}_{ir} \cdot H_{is} S_{F_r F_s}(f) \cdots\cdots (176)$$

每一自由度 i=1～n 之反應具有類似之方程式。

$S_{X_i X_i}(f)$ 爲在結構物上自由度 i 之反應 $X_i(t)$ 之波譜密度，而均方值 $\langle X_i^2(t) \rangle$ 如前述可由 $\langle X_i^2(t) \rangle = \int_0^\infty S_{X_i X_i}(f)\, df$ 得出。

$S_{F_r F_s}(F)$ 爲在 r 自由度之作用力與 s 自由度之作用力之交錯波譜密度，當 r=s 時爲自身波譜

密度已在單一自由度中使用，交錯波譜密度可用式(35)之 Fourier 轉換關係求出。

H_{ir} 爲自由度 S 之調和力其自由度 i 之反應之轉換矩陣之複數單元，而 $\overline{H}_{ir}$ 爲 H_{ir} 之共軛複數。當 n 個隨機作用力各自爲獨立之特例中，其交錯波譜密度爲零 ($S_{F_rF_s}(f)=0$ 當 $r\neq s$) 故式(176)可簡化爲

$$S_{X_iX_i}(f)=\sum_{r=1}^{n} H_{ir}\overline{H}_{ir}S_{F_rF_r}(f)$$

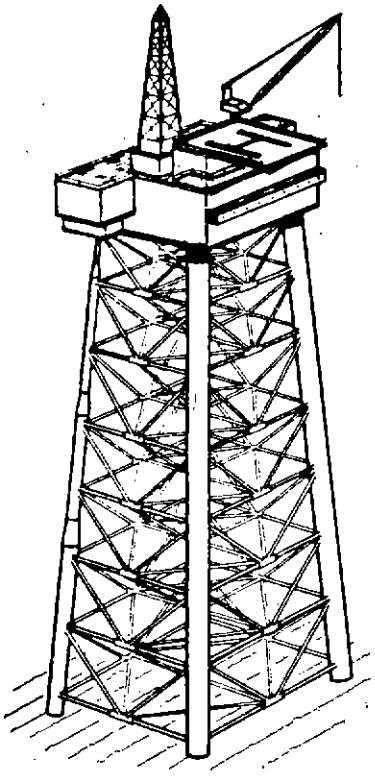
$$=\sum_{r=1}^{n}|H_{ir}|^2 S_{F_rF_r}(f) \cdots\cdots(177)$$

此代表各隨機作用力直接疊加之成果，若需計算交錯波譜密度則可依下列公式計算

$$S_{X_iX_j}(f)=\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\overline{H}_{ir}H_{js}S_{F_rF_s}(f)$$

.....(178)

現在處理海域平臺圖 34 使用波譜分析方法已引起廣大之興趣，此方法可用上述之波力函數隨機性處理，上述介紹在頻率領域內用波力之波譜與在頻率領域內之轉換函數得出反應波譜，對於多自由度系統，需用交錯函數，而有時無法取得或無法完全了解。因此有時使用頻率領域與時序領域兩者配合使用，則結構物先在時序領域直接積分，反應之時序直接與作用力之時序相關。而反應之波譜密度可由 Fourier 轉換和自身相關函數求出。然後作爲有關極端值及概率之統計應用。



圖三十四　鋼套式海域平臺

另一替代方法，避免考慮交錯波譜密度，而使用時序領域分析建立轉換函數，然後用於波譜方法。此處單一波高及週期之波浪作用於結構物上，所得之位移、應力（或任何相對線性量）之振幅可考慮作用力之簡單之調和分析或直接積分程序加以決定。由此可得出在頻率領域轉換函數上一點，而使用不同之週期，依上方法述重覆分析。則可建立一完整之轉換函數，然後此轉換函數可與波譜如同單一自由系統同一方法配合應用。若一巨型結構物因爲有許多構件，因承受不同之波力，因此將有甚多與其應力和位移有關之轉換函數產生。

作用於結構物上之波力，主要依與結構物之水分子之相對加速度及速度之平方所控制。也就是說，水面高程與波浪變化引起之流力之轉換函數爲非線性，且結構物之動力反應改變結構物與水分子之相對速度與速度。

五、實　例　計　算

一、燈塔之自然頻率

一單一鋼管樁冠有一小方形結構，於其上裝有電池及控制裝置以供導航之用(圖 35)，設計資料如下：

管徑　D=324 mm

壁厚　t=9.5 mm

水深　d=8 m

塔頂質量重心距靜水面高度 h=7 m

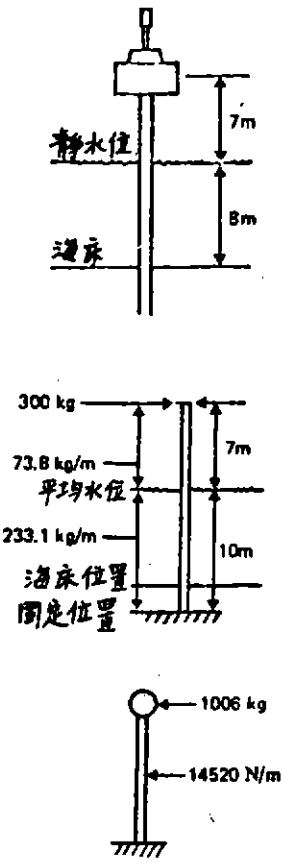
樁之質量　m=73.8 kg/m

塔頂質量　M=300 kg

管樁二次力矩　$I=0.116\times10^{9}\ m^4$

管樁楊氏係數　$E=205\times10^{9}N/m^2$

(解)：在水中單位長度之質量爲管樁質量、樁內水重及加質量之合即



圖三十五　單一鋼管樁式燈塔

$$m_w=73.8+\frac{\pi}{4}(0.324-2\times0.0095)^2\times1020+1.0\times\frac{\pi}{4}\times0.324^2\times1020$$

$$=233.1\ \text{kg/m}$$

由於缺乏有關土壤資料，管樁固定點在海床下之深度可取爲管徑之 6 倍，即有效管樁長度爲

$$\ell=7+8+6\times0.324=17\ \text{m}$$

假設管樁之質量之 $1/4$ 作用於塔頂，故塔頂之集中質量爲

$$M_T=300+\frac{1}{4}(73.8\times7+233.1\times10)$$

$$=1006\ \text{kg}$$

在此頂端上管樁之堅硬度

$$K_T=\frac{3EI}{\ell^3}=\frac{3\times205\times10^9\times0.116\times10^{-3}}{(17)^3}$$

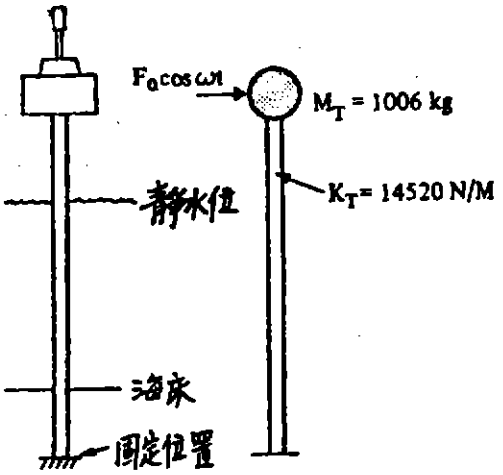
$$=14520\ \text{N/m}$$

故自然頻率爲

$$N_1=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K_T}{M_T}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{14520}{1006}}=0.60\ \text{Hz}$$

（例二）燈塔承受單一規則波浪之反應

假設上例承受一水平正弦負荷，振幅爲 330 N，而頻率爲 0.33 Hz 作用於塔頂（此負荷近似等於一波列其波高爲 1.5 m 週期 3 秒）（圖 36）：



圖三十六　燈塔承受規則波

解：已知 $F_0=330$ N

$$w=2\pi(0.33)=2.07\ \text{rad/sec}$$

查表一假設鉚接鋼架結構物對數減衰量 $\delta=0.05$，則其阻尼比 $\xi=\frac{\delta}{2\pi}=0.008$，故阻尼係數 $C=2\xi\sqrt{MK}=2\times0.008\sqrt{1006\times14520}=61.2\frac{\text{N}\cdot\text{sec}}{\text{m}}$

管樁運動後之振幅及位相角分別爲

$$X_0=\frac{F_0}{\sqrt{(K-Mw^2)^2+C^2w^2}}$$

$$=\frac{330}{[(14520-1006\times2.07^2)^2+(61.2\times2.07)^2]^{1/2}}=0.032\ \text{m}$$

$$\phi=\tan^{-1}\left[\frac{Cw}{K-Mw^2}\right]$$

$$=\tan^{-1}\left[\frac{61.2\times2.07}{14520-1006\times2.07^2}\right]=0.71^\circ$$

若負荷靜定作用，則其撓度爲

$$\delta=\frac{F}{K}=\frac{330}{14520}=0.023\ \text{m}$$

故由於動力負荷其撓度增加 39%。

（例三）燈塔承受不規則波之反應

假設海況用單邊波譜 $S_{\eta\eta}(f)$ 表示，其指示波高爲 $H_s=1.5$ m，尖峯能量週期 $\overline{T}=3$ see，首先計算水位之波譜密度 $S_{\eta\eta}(f)$ 如下：

$$S_{\eta\eta}(f)=\alpha g^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\exp\left[-1.25\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right]r^{\exp\left(\frac{-(f-f_m)^2}{2\lambda^2 f_m^2}\right)}$$

式中：f＝波浪之頻率（Hz）

g＝重力加速度＝9.8 m/sec

$$\lambda=\begin{cases}\lambda_a=0.07 & f\leq f_m\\ \lambda_b=0.09 & f>f_m\end{cases}$$

f_m 爲尖峯能量情況下之頻率

對於 Rayleigh 波高分配，則水面之能量與指示波高有下列關係

$$E=\frac{H_s^2}{8}=\frac{1.5^2}{8}=0.2813\ m^2$$

尖峯頻率

$$f_m=\frac{1}{T}=\frac{1}{3}=0.3333\ Hz$$

非因次頻率

$$\overline{f_m}=[E\cdot f_m^4/g^2\times(5.19\times10^{-6})]^{1.5}=\left[\frac{0.2813\times0.333^4}{9.8^2\times5.19\times10^{-6}}\right]^{1.5}=18.33$$

$$\alpha=0.0662\left(\frac{\overline{f_m}}{2.84}\right)^{2/3}=0.0662\left(\frac{18.33}{2.84}\right)^{2/3}=0.229$$

$$r=3.3$$

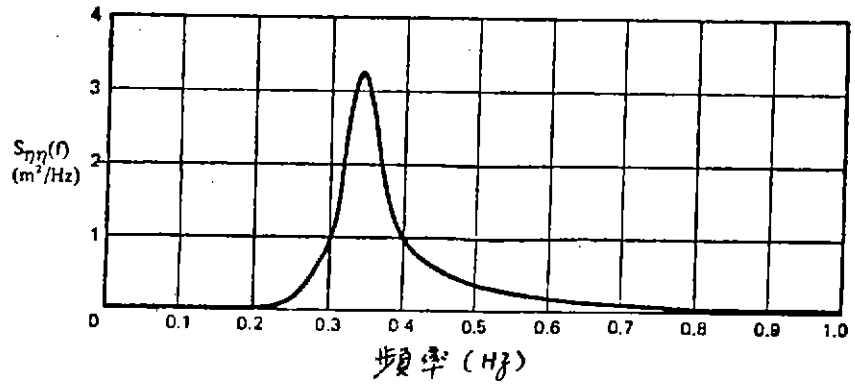
故水位波譜密度 $S_{\eta\eta}(f)$ 爲

$$S_{\eta\eta}(f)=0.229(9.8)^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\exp\left(-1.25\left(\frac{f}{0.333}\right)^{-4}\right)3.3^{\exp\left(\frac{-(f-0.333)^2}{2\lambda^{-2}(0.333)^2}\right)}$$

因此可以算出自 f＝0 至 f＝1.5 Hz 之間每 0.1 Hz 範圍之數值如圖 37 所示，其上限 f＝1.5 Hz 之決定爲短週期波能之波浪相當少，可略而不計之範圍。然後可由波譜圖中求出下列兩值。

$$\sigma_{\eta\eta}^2=\int_0^{1.5}S_{\eta\eta}(f)\,df=0.59\ m$$

$$\nu_\eta=\sqrt{\frac{\int_0^{1.5}f^2\,S_{\eta\eta}(f)\,df}{\int_0^{1.5}S_{\eta\eta}(f)\,df}}=0.42\ Hz$$



圖三十七　水位波譜

管樁上波力譜可利用 Morision 公式解析，假設 $C_D=1.3$ 及 $C_M=2.0$，則

$$F(t)=C_1|V(t)|V(t)+C_2A(t)$$

水分子水平方向之速度之變異數 σ_{VV}，必須計算自海床上至海面每 0.05 m 間隔計算一 σ_{VV}^2，此將於波力計算需用。

$$\sigma_{VV}^2=\int_0^\infty S_{VV}(f)df$$

故

$$\sigma_{VV}^2\Big|_{z=z_1}=\int_0^{1.5}\left[\frac{(2\pi f)^2\cosh^2(2\pi Z_1/d)}{\sinh^2(2\pi d/L)}\right]S_{\eta\eta}(f)df$$

在上面方程式中雙曲線函數中，波長爲頻率之函數，若深水波則波長與頻率之關係爲：

$$L=\frac{g\,T^2}{2\pi}=\frac{g}{2\pi f^2}$$

而在 $S_{\eta\eta}(f)$ 圖中可見當頻率小於 0.25Hz 之情況，其值可忽略，故

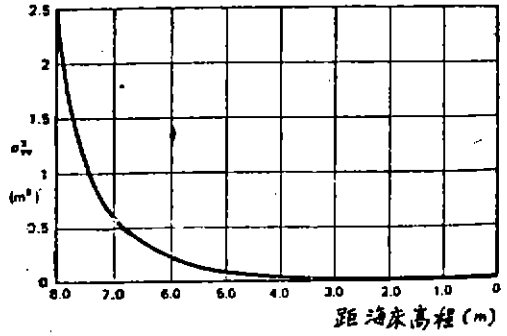
$$L=\frac{9.8}{2\pi\times 2.5^2}=25\ \mathrm{m}$$

亦即所考慮之波長爲小於 25 m，故利用深水波情況近似解，式 (130) 可改爲

$$\sigma_{VV}^2\cong\int_0^{1.5}\left[\frac{(2\pi f)^3\cos h^2[(2\pi f)^2 Z/g]}{\sinh^2[(2\pi f)^2 d/g]}\right]S_{\eta\eta}(f)df$$

利用數值積分，可得出 σ_{VV}^2 與 Z 之關係曲線，如圖 38 所示，Borgman[9] 使用線性近似解法得出 Morision 公式中 V| V| 爲

$$V|\,V|\simeq V\,\sigma_{VV}\sqrt{8/\pi}$$



圖三十八　水分子運動速度之變異數與水深關係

此處，僅考慮平均波浪水分子速度，故用波譜分析可得相當準確，故 F(t) 之相關函數變爲：

$$\overline{R}_{FF}(\tau)=\frac{8}{\pi}\sigma_{VV}^2\,C_1^2\,R_{VV}(\tau)+C_2^2\,R_{AA}(\tau)$$

其 Fourier 轉換變爲

$$\overline{S}_{FF}(f)=\frac{8}{\pi}\sigma_{VV}^2\,C_1^2\,S_{VV}(f)+C_2^2\,S_{AA}(f)\qquad\cdots\cdots(134)$$

然後波力密度函數 $S_{FF}(f)$ 可計算（利用數值積分），且畫出 $S_{FF}(f)$ 與頻率之關係（圖 39）即：

$$S_{FF}(f)=\int_0^d A_1 dZ+\int_0^d A_2\,dZ$$

式中

$$A_1=C_1^2\sigma_{VV}^2\left[\frac{8}{\pi}(2\pi f)^3\frac{\cosh^2[(2\pi f)^2 Z/g]}{\sinh^2[(2\pi f)^2\,d/g]}\right]S_{\eta\eta}(f)$$

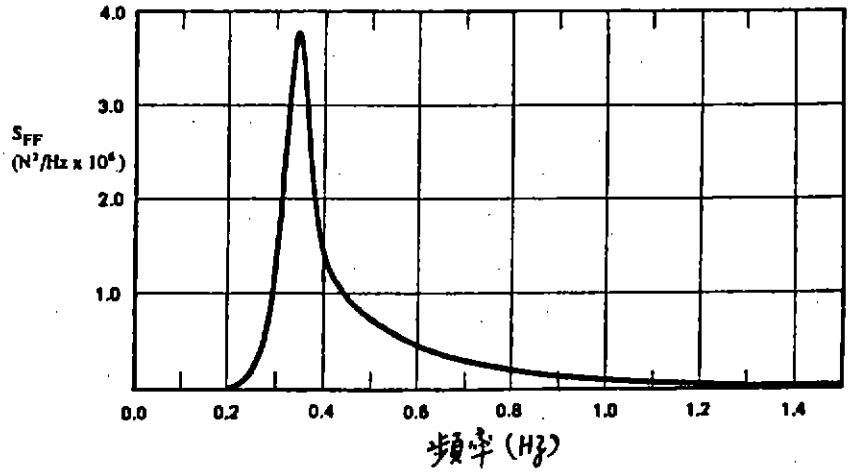
$$A_2=C_2^2(2\pi f)^4\frac{\cosh^2[(2\pi f)^2 Z/g]}{\sinh^2[(2\pi f)^2 d/g]}S_{\eta\eta}(f)$$

作用力之標準偏差可用數值積分求出

$$\sigma_{FF}=\sqrt{\int\overline{S_{FF}(f)df}}=768.7\ \mathrm{N}$$

波力平均能量發生之頻率爲

$$\nu_F=\left\{\frac{\int_0^{1.5}f^2\,S_{FF}(f)df}{\int_0^{1.5}S_{FF}(f)\,df}\right\}^{1/2}=0.562\ \mathrm{Hz}$$



圖三十九　波力之能譜

因能量隨頻率而增加，故 ν_F 值比 S_{FF} 下面積之中心要高些。在平均暴風延時爲五小時之暴風浪情況下之期望尖峯波力爲

$$<F_{max}>=\sigma_{FF}\left[\sqrt{2\ell_n \nu_F T_s}+\frac{0.57722}{\sqrt{2\ell_n \nu_F T_s}}\right]$$

$$=768.7\left[\sqrt{2\ell_n (0.562\times 5\times 3600)}+\frac{2}{\sqrt{2\ell_n (0.562\times 5\times 3600)}}\right]$$

$$=3405\ \text{N}$$

眞正之波力分佈爲雙曲線函數分佈(圖 40) 而第一近似值可假定總波力作用於海面上。現需修正結構模式，爲分析簡便，在例一中，第一理想化有下列特性：

$N_1=0.60$ Hz

$M_1=1006$ kg

$\ell_1=17$ m

$K_1=14520$ N/m

而現假定作用在水面上，而自然頻率仍爲 0.6 Hz 則

則 $\frac{M_1}{M_2}=\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^3$

故 $M_2=1006\times\left(\frac{17}{10}\right)^3=4942$ kg

在特定海況下波力譜之反應爲

$$S_{XX}(f)=|H(jf)|^2 S_{FF}(f)$$

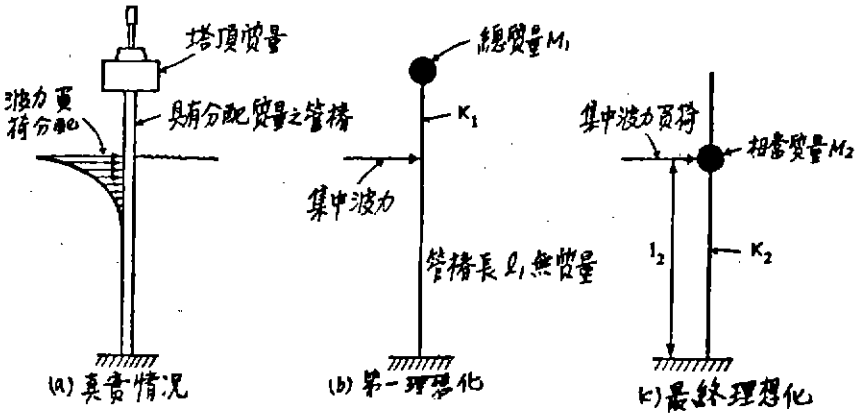


圖 40　波力負荷模擬

S_{XX} 爲在靜水位下位移之反應譜，$|H(jf)|^2$ 爲此波譜密度函數之轉換函數即

$$|H(jf)|^2=\frac{1/K_2^2}{\left[1-\left(\frac{f}{N_1}\right)^2\right]^2+\left[2\xi f/N_1\right]^2}$$

$$\doteqdot\frac{1}{(71340(1-2.78f^2))^2}$$

式中 $K_2=\frac{3EI}{\ell_2^3}=\frac{3\times 205\times 10^9\times 0.116\times 10^{-3}}{10^3}$

$=71340$ N/m

$N_1=0.6$ Hz

$\xi=\frac{\delta}{2\pi}=\frac{0.05}{2\pi}=0.008$

因此可畫出此位移之反應譜如圖 41 所示，此位移之反應譜較波力之反應譜之尖峯更顯著。而此

反應譜之尖峯發生之頻率及 σ_{xx} 均可由數值積分求得即：

$$\nu_x=0.596\ \text{Hz}$$

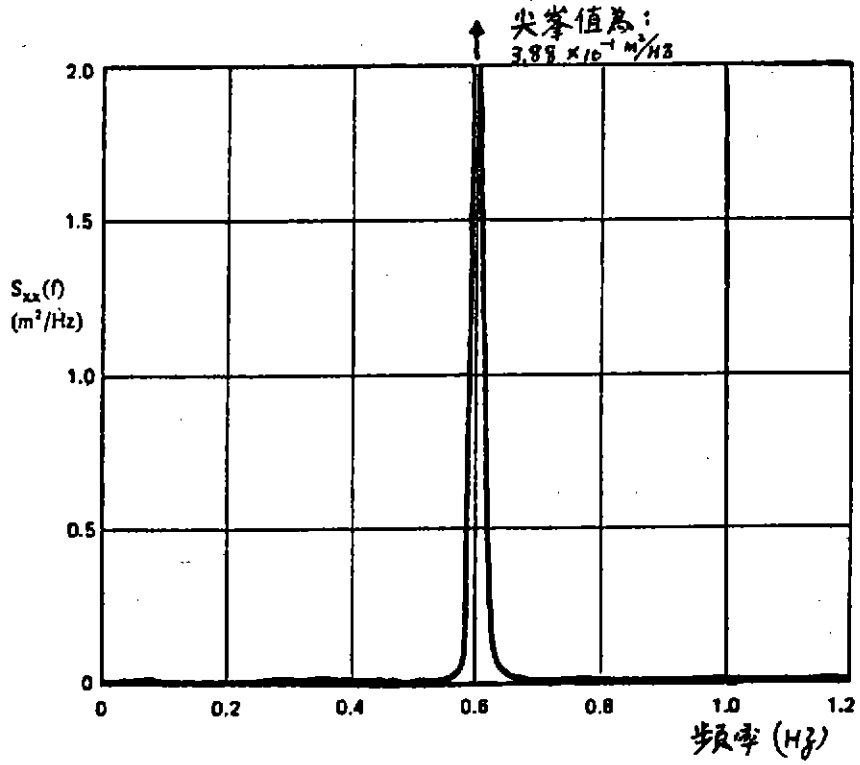
$$\sigma_{xx}=\sqrt{\int_0^{1.6} S_{xx}(f)\,df}=0.0732$$

因此在此波浪延時 5 小時情況下之期望最大反應振幅爲

$$\langle X_{max}\rangle=\sigma_{xx}\left[\sqrt{2\ell_n(\nu_x T_s)}+\frac{0.5772}{\sqrt{2\ell_n(\nu_x T_s)}}\right]$$

$$=0.0732\left[\sqrt{2\ell_n(0.596\times5\times3600)}+\frac{0.5772}{\sqrt{2\ell_n(0.596\times5\times3600)}}\right]$$

$$=0.325\ \text{m}$$



圖四十一　位移之反應譜

討　　論

由本例中可看出幾個特殊現象如下：

(1) 若以決定性波浪 H=1.5m 及 T=3 sec 直接代入 Morision 公式（式 131）求出同一管樁下之最大波力爲 1209 Newton，假定尚未成熟之波浪而 H_s=1.5 m 吹風延時爲 5 hr，不受風域限制下，用 SMB 圖表可得出最大期望波高爲 2.7 m，此反映波譜法中有較大之波力爲 3405 Newton。

(2) 反應相當大，而主要發生於結構物之自然頻率附近，尖峯能量週期不爲三秒，此點對於計算結構物破壞年限之循環相當重要。

六、結　　論

由本文範例中，可見結構物承受動力或依時間變化之作用力將產生巨大之動力反應。外海結構物最顯著之動力爲波浪負荷，設計前先了解波浪特性，計算結構物自然頻率，尖峯反應之大小，確保結構物不產生共振現象，免除嚴重之災害。

七、參 考 資 料

1. YEN, B.C "Risk in hydraulic design of engineering projects" proc. Am. Soc. Civil Engrs. J, Hydr. division, April 1976 96 (Nov.4) pp. 959-966
2. 林維明「不規則波之統計理論與解析」臺灣水利第 29 卷第一期民國 70 年 3 月
3. Berteaux H.O. "Buoy Engineering" John Wiley & Sons. 1976 pp. 27-65
4. Catwright, D.E. and Longuet-Higgins M.S "Statistical distribution of the maxima of a random function proc. Roy. Soc (Series A) 1956. 237 pp. 212-232
5. Ochi, M.K. and Wang. S" Prediction of extreme wave induced loads on ocean structure" conf, on the Behavionr of offshore structure BOSS' 1976 Norwegian Institute of Technology, Trondheim Aug. 1976。
6. Muga, R.T. and Wilson J.F "Dynanic analysis of ocean structure" Dep. of Civil Eng. Duke University, Dutham, North Carolina, 1970 pp. 169-202。
7. 林朝霜、吳重雄「臺灣海域固定式鑽井臺自動力反應分析」第五屆海洋工程檢討會論文題民國七十年十月出版 pp. 485-510。
8. Hallam.M.G., Heaf. N.J & Wootton L.R. "Dynamics of marine structure" CIRIA underwater Eng. Group Report UR8 June 1977。
9. Borgman "Directional spectra models for design use for surface waves" HEL Report 1-12, university of California, June. 1969。
10. 蔡萬傳「工程數學」中華印書社　民國 54 年 pp. 57～64。
11. 陳超塵「統計學」臺灣商務印書館　民國 56 年 pp. 415～429。
12. 「幼獅數學大辭典（統計篇）」幼獅文化事業出版社　民國 69 年。

水流引起振盪現象之探討

The Research of Flow-Induced Oscillations

林　維　明

LIN WEI-MING

中華顧問工程司港灣部工程師

摘　　要

水中結構物因渦流產生之振盪將引起巨大之水動力及應力，造成結構物疲勞，壽命降低，將使其受傷害甚至破壞，尤其粗糙之順柔性管樁結構物其與渦流產生之振盪發生共振現象者爲甚！

本文主要探討有關波浪及海流情況下產生渦流振盪之臨界條件及在定常圓柱、斜樁及羣樁下之反應，並列舉一範例說明。

ABSTRACT

Vortex-excited oscillations of marine structure result in reduced fatigue life, large hydrodynamic forces and induced stresses, and sometimes lead to structural damage and to destructive failure. Particularly a bluff, flexible cylinder with a large aspect ratio (L/D) is likely to be susceptible to resonant vortex-excited oscillation.

This paper is discussing the problem of vortex shedding from bluff flexible structure in steady currents and waves; emphasis is placed upon design procedures, hydrodynamic coefficient applicable in practice.

一、前　　言

當風或水流經過一非流線型或粗糙性結構物，將顯示振盪不穩定現象。通常此爲週期性渦散所引起共振之振盪機構。

結構體承受隨時間而變化之壓力負荷，將使其在流向上產生曳力和橫向之上揚力兩種運動型態，若結構體爲一順柔性及阻尼低則將可能在入射流向及橫向產生共振現象，最通常之橫向振盪爲渦散頻率與結構體之自然頻率相近，若結構體爲定常，當渦對 (vortex pair) 在 strouhal 頻率下，將發生渦散 (vortex shedding) 現象。

水流引起之振盪在水中結構物之設計上爲一臨界因素，因此必須了解流體與結構體之互制現象及其所引起之水動力負荷，此爲一水中結構物設計可靠性之重要考慮因素之一，主要決定於結構形狀及紊流運動造成結構物之動力反應，了解渦散、奔流及水閘門之不穩定現象，則可控制結構體之物理現象加以事先防範，使其避免在共振範圍，得到安全之設計。

二、定常圓柱之共振反應特性

(一)定常圓柱周界之水流特性

垂直於陡峭之圓柱之水流，一般可產生强大之曳力和規則性之渦散現象，臨近結構物之水流可能爲穩定狀態（例如在河口地區）或非穩定狀態（例如由波浪運動所產生者。在細長構件即圓柱之軸向長度與其寬度相較爲長之情況，則水流將在圓柱周界產生瞬間壓力變化劇烈之不穩定分佈現象、產生之渦散現象較爲顯著。

在穩定水流之作用下，則在圓柱之下游將產生渦列現象，由於波浪之特性，水分子運動在一週期內爲往復振盪流運動，故渦散現象將交替地在圓柱兩邊產生一振盪力稱爲上揚力 (lift force)，此力 (F_L) 有一運動頻率 (f_L) 與渦散頻率相等。在水流

方向除一穩定曳力 (F_D) 外，另有微小變動之曳力 (F'_D)，其與個別渦流之發散有關，此力之主頻率爲上揚力者之兩倍。渦散現象依雷諾數 (Reynold No.) 而定，雷諾數爲：

$$Re=\frac{\overline{V}D}{\nu} \qquad (1)$$

式中 $\overline{V}$：入射水流之流速。

D：斷面之代表性長度。

ν：動黏性係數。

渦散現象亦依入射水流之流速分佈而定，習慣上，渦對之發散頻率卽上揚力頻率 f'_L，可用 strouhal 數 S 表示，卽：

$$S=\frac{f'_L D}{V} \qquad (2)$$

上揚力及曳力係數可定爲：

瞬間上揚力係數 $C'_L=\dfrac{F'_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$ (3)

瞬間曳力係數 $C'_D=\dfrac{F'_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$ (4)

平均曳力係數 $C_D=\dfrac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$ (5)

式中 ρ 爲水密度，A 爲垂直於水流之結構體斷面積，瞬間曳力和上揚力，一般取其均方根值。

表一列出各種不同結構物形態狀下之 S, C'_L, C_D 及 C'_D 值，由此表可見僅在圓形管樁下，Reynold 數才爲重要之參數，其與各係數之關係如圖 1 所示。

上列準則，適用於定常圓柱或圓柱之動力反應很小之情況（例如反應之振幅小於與水流橫向之斷面長度之 1%）以下將研討結構物及水流參數判斷是否動力反應顯著，此種巨大振盪之形式一般稱爲渦流引起之振盪 (vortex-induced oscillation)。

㈡結構物承受渦流所引起之振盪反應

渦流引起之振盪現象最顯著者爲與水流橫向之振盪現象，在穩定水流中，由渦散所引起之上揚力其運動頻率隨流速增强而加大，假定水流之流速很强，則將發生其運動頻率 (f'_L) 與結構體之自然頻率 (f_N) 一致（卽 $f'_L=f_N$），此時將發生共振現象，一粗糙圓柱體，當 strouhal 數達到 $S=\dfrac{f'_L D}{V}=0.2$ 時，則與水流橫向之振盪現象將特別顯著，故橫向水流運動 (cross-flow motion) 發生共振現象之臨界流速 (critical velocity) 爲：

$$\overline{V}_{crit}\cong\frac{f_N\cdot D}{0.2}\simeq 5f_N D \qquad (6a)$$

表一　結構物不同斷面之水力係數及 strouhal 數

結構物形狀	流向	C_D	$C_{L'(RMS)}$	$C_{D'(RMS)}$	S	備註
圓形	—	參見圖 1b	參見圖 1c	參見圖 1d	參見圖 1a	依 Reynold 數而定
六角形	➡ ⬡	1.30	(0.4)	(0.1)	(0.15)	與 Reynold 數獨立
	➡ ⬢	0.80	(0.8)	(0.1)	(0.20)	〃
方形	➡ □	2.0[1]	0.4	0.15	0.13	〃
	➡ ◇	1.6[1]	(0.3)	(0.1)	(0.17)	〃
八角形	無臨界	1.4	(0.3)	(0.2)	(0.20)	〃
十二角形	無臨界	1.1	(0.2)	(0.1)	(0.20)	〃
等邊三角形	➡ ◁	1.3[1]	0.05	(0.1)	(0.19)	〃
	➡ ▷	1.8[1]	(0.5)	(0.15)	(0.13)	〃

（ ）代表估計值，[1]C_D 表示在近繞過轉角處 C_D 值將減少。

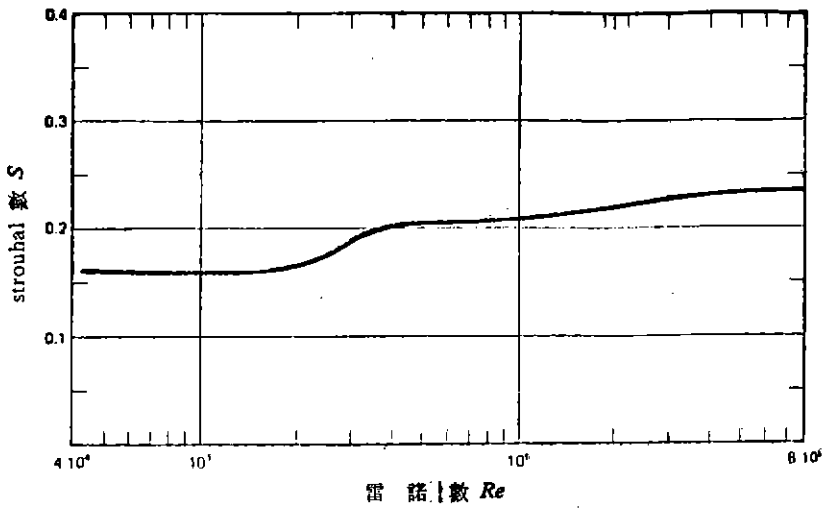


圖 1a. strouhal 數與雷諾數之關係

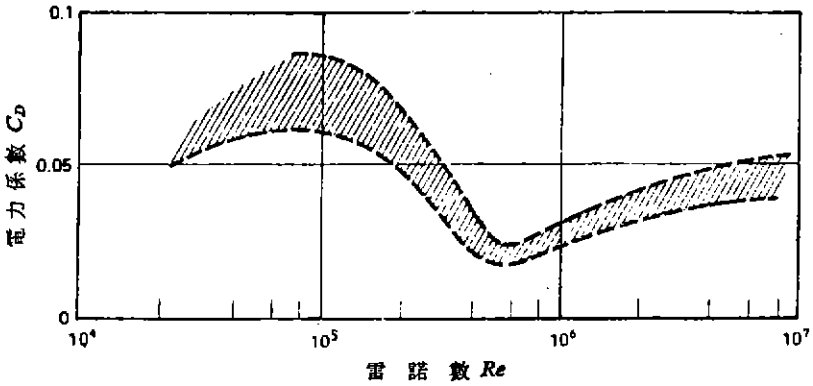


圖 1b. 穩定曳力係數與雷諾數之關係

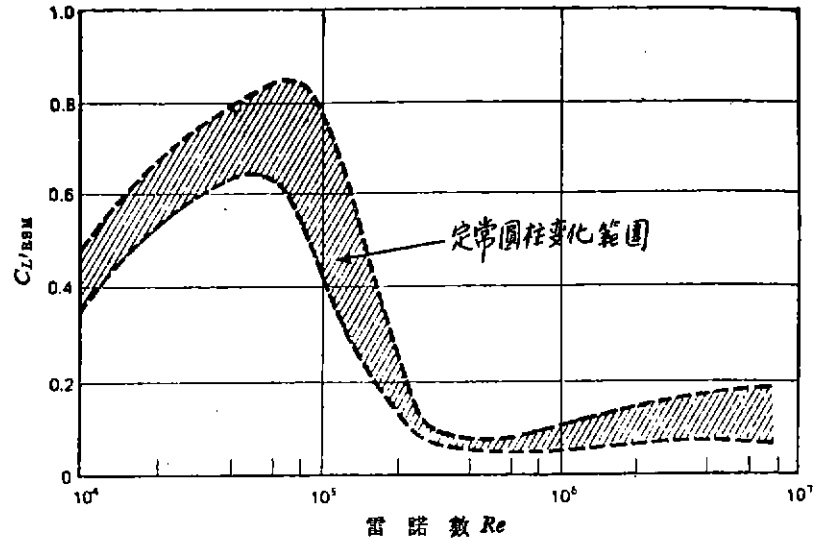


圖 1c. 騷動上揚力係數與雷諾數之關係

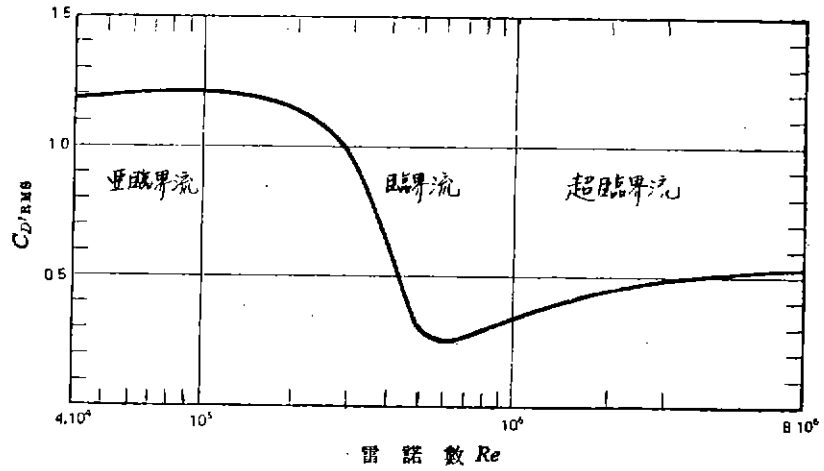


圖 1d. 驅動曳力係數與雷諾數之關係

圖 1　圓柱之 strouhal 數、穩定曳力，驅動上揚力，及曳力係數與雷諾數之關係

在流向上有一瞬間曳力，其運動頻率爲 strouhal 頻率之二倍，此種線上振盪 (in-line oscillation) 發生共振現象 ($f'_D=f_N$) 之臨界流速爲：

$$V_{crit}\simeq\frac{f_N\cdot D}{2\times 0.2}\simeq 2.5f_ND \qquad (6b)$$

水流之線上振盪量比橫向者爲小。若流體爲風，因空氣之密度小，故此種激動量相當微量可略而不計，然而若流體爲水，其密度較空氣爲大，且比較式 (6a) 及 (6b) 式知線上振盪之臨界流速爲橫向振盪之半，故若使用低阻尼及粗糙之結構物，則此類線上振盪現象將增强，此方面之調查工作始於 1960 年末葉在英國建造卸油站之期間管樁受渦流引起之振盪所造成之災害及困難。

渦散所引起之結構物反應，不能以簡單之作用力函數代入運動方程式預報，因此爲一非線性問題。結構物之運動可影響渦散强度，因此渦散强度亦將影響結構物之運動情形，當運動不影響此渦散及相關之作用力，則此種反饋機構現象將使結構物之反應顯示相當地大或相當地微量可略而不計，一般決定是否渦流引起之振盪可產生巨大之反應現象，可應用下列參數決定：

(1)簡化振幅 (reduced amplitude) 爲反應振幅與管徑之比值。

$$\eta=a/D$$

(2)簡化流速 (reduced velocity)：strouhal 數之倒數。

$$V_r=\frac{1}{S}=\frac{\overline{V}}{f_N\cdot D}$$

(3)結構物之阻尼之對數減少率 (logarithmic decrement of structural damping) δ。

(4)質量參數 (mass parameter)：結構物單位長度之有效質量 $\overline{m}$ 與單位長度所排開之水質量之比值即：

$$m_r=\overline{m}/\rho D^2$$

(5)簡化阻尼 (reduced damping)：結構體之阻尼對數減少率 δ 與質量參數之乘積，或單位長度之阻尼力與 $\rho f_N D^2$ 之比值即：

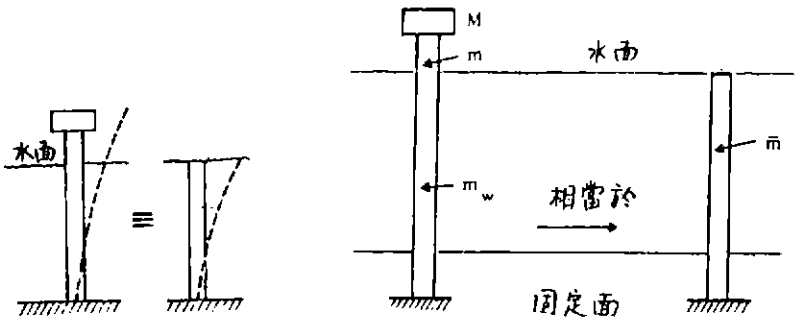
$$C_r=\frac{C}{\rho f_N D^2}=\frac{2\overline{m}f_N\delta}{\rho f_N D^2}=\frac{2\overline{m}\delta}{\rho D^2}$$

(三)水中結構體有效質量之求法

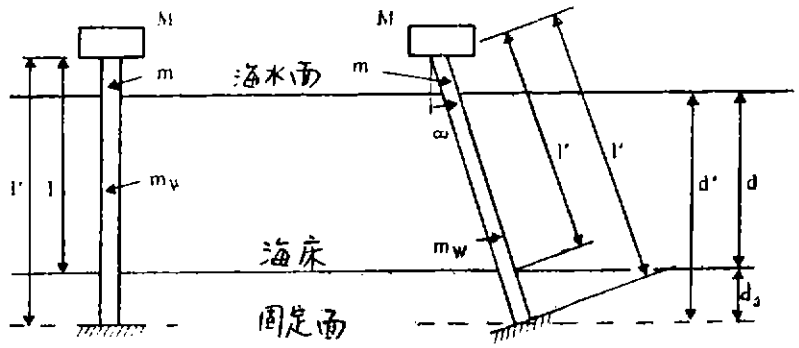
在定義一水中結構體之單位長度之有效質量 (effective mass/unit length)，可將結構體化爲其長度等於水深之相當圓柱體 (圖 2a)，兩者之模式形狀 (mode shape)、自然頻率和原始特性均相同，亦即整個振動之結構體之動能與在水深下之有效之結構體之動能相等，故單位長度之有效質量可定爲：

$$\overline{m}=\frac{\int_0^L m\cdot y^2dx}{\int_0^d y^2dx} \qquad (7)$$

式中　m：整個結構體中之單位長度質量 (包括水之加質量及任何在空管中之含水量及水



(a)相當結構物定義　　(b)質量分佈



(c)有效長度

圖 2　相當浸水管樁

中和水上之結構體質量。

x, d, L：自結構體之顯著固定面以上之垂直座標，水深及整個結構體之高度。

y：模式形狀爲座標 (x) 之函數。

然而有一簡便之方法求取有效質量之方法其程序如下：

(1)決定管樁之物理及幾何特性：由管樁斷面，一些已知之性質決定 Young 氏係數 (E)，斷面積二次力矩 (I)，空氣中，管樁之單位長度質量 (m)，水中之單位長度管樁質量 (m_w)，任何在管樁內空管部份之水和外部附加之加質量（圖 2b），如圖 2c 所示，ℓ 及 ℓ' 分別爲自海床及顯著固定面 (apparent fixity level) 起算之結構物高度，若 α 爲斜管與垂直線之夾角則：

$$\text{有效長度}\quad \ell'=\ell+\frac{d_s}{\cos\alpha} \qquad (8)$$

$$\text{有效水深}\quad d'=d+d_s \qquad (9)$$

$$\text{質量比定義爲}\quad \mu=(m_w-m)/m \qquad (10)$$

$$\text{水深比定義爲}\quad h=\frac{d'}{\ell'\cos\alpha} \qquad (11)$$

(2)爲求管樁單位長度之相當質量，則需估計一相當質量因子 (equivalent mass factor) β，此可由相關之 h 及 μ 值，利用圖 3 求出 β 值，然後相當質量分配 ($\bar{\bar{m}}$) 可定爲：

$$\bar{\bar{m}}=m(1+\beta\mu)+4M/\ell' \qquad (12)$$

式中 M 爲端點總質量，若管樁無端點質量者，其值爲零。

(3)決定管樁自然頻率方程式，可根據懸臂樑之質量分佈等於其相當質量 ($\bar{\bar{m}}$)，因此自然頻率可定爲：

$$f_N=\sqrt{\frac{1}{r}}\sqrt{\frac{EI}{\bar{\bar{m}}(\ell')^4}}=0.56\sqrt{\frac{EI}{\bar{\bar{m}}\ell^4}} \qquad (13)$$

(4)欲判斷管樁承受渦散振動之敏感性，必須估計一相當總浸水管樁之有效質量分佈 $\bar{m}$，故可得：

$$\bar{m}=\bar{\bar{m}}/\beta \qquad (14)$$

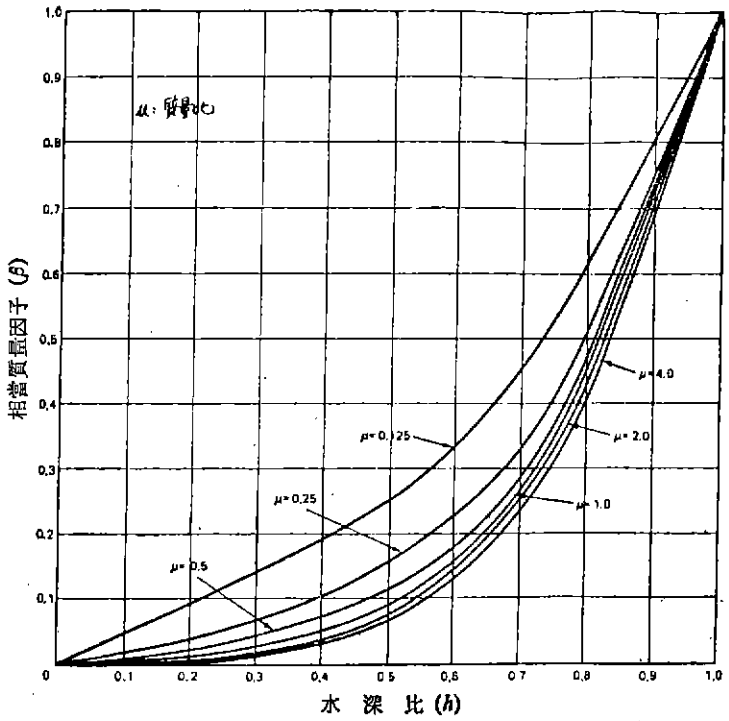


圖 3　相當質量因子與水深比之關係

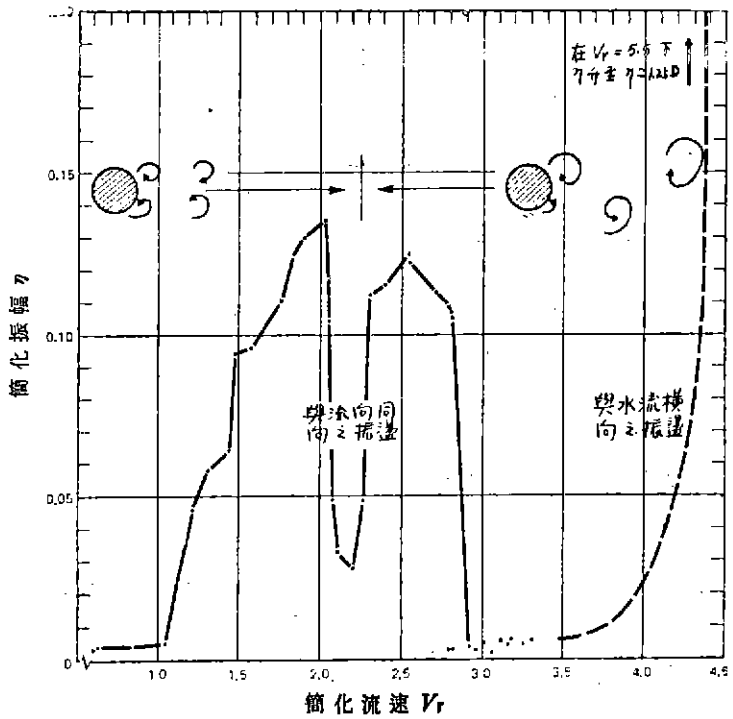


圖 4　在潮汐流下，獨立樁之反應

(四)渦流引起之振盪之準則

振盪可與水流同向或橫向，其顯著性依 V_r 值而定。發生線上運動之 V_r 較橫向者較小，但後者較重要，且在振盪之某些循環中可能造成極大之災難。

(1)線上振盪：此類振盪反應僅在圓形斷面之結構體調查過，其代表性反應如圖 4 所示[1]，由於兩個尾跡流機構不同，故有兩種尖峯值出現，一者尖峯集中於 $V_r=2.6$，此乃微量騷動曳力與在管樁兩邊交替發生之渦散連續運動所致，而在 $V_r=1.9$ 處之尖峯值，則爲渦散成對稱之運動所致。

線上振盪首度發生不穩定之區域爲 $V_r \leq 1.9$，此可依 C_s 值而定（圖 5）[2]，而第二次不穩定區發生於 $V_r=2.2$（圖 5 及圖 8）若 m_r 及 δ 值相當

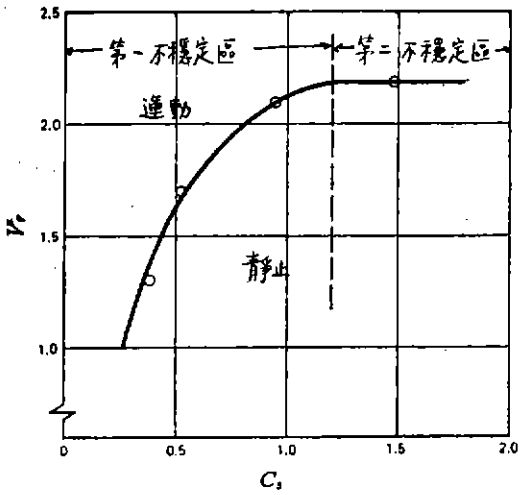


圖 5　線上振盪之簡化阻尼及簡化流速之關係

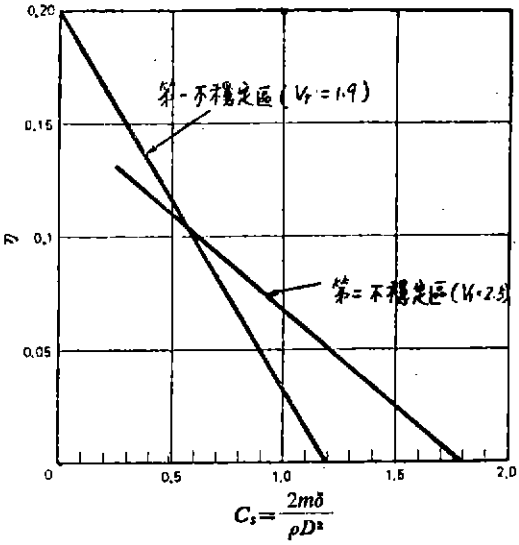


圖 6　線上振盪簡化振幅與簡化阻尼之關係

大，則有關圖 4 中之兩個尖峯值之運動可受抑制，下列條件爲確保無論在基本模式或弓弦模式下將無激動之現象發生，即：

$$C_s > 1.8 \qquad (15)$$

反應之最大振幅與簡化阻尼之關係如圖 6 所示[1]。

(2)橫向振盪：若一圓形斷面之結構物，其水流條件滿足下列條件，則不論基本或弓弦式結構模式，其運動均可受抑制。

$$C_s > 10 \qquad (16)$$

簡化振幅與簡化阻尼之相依性如圖 7 所示，此

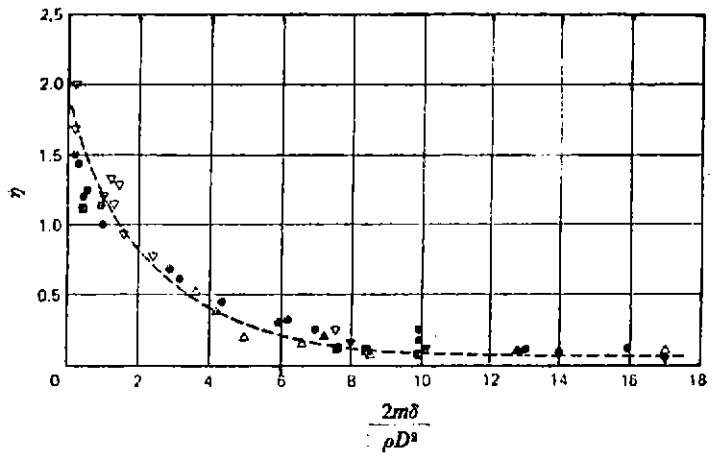


圖 7　橫向振盪反應

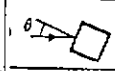
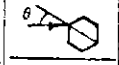
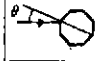
兩模式之振盪振幅均爲極大值。

其他各種不同斷面形態之振盪準則較缺可靠性，但很明顯地需在 $C_r>10$，才能抑制橫向運動，表二列出各種不同斷面形狀下，開始發生振盪時及最大振幅值之簡化速度值，僅圓形斷依面 Reynold 數而定，如圖 8 所示，受渦散所產生之結構物反應之較正確之代表性可能爲根據試驗資料用一流體振盪器 (fluid oscillator) 所得之數學模式[3,4,5]。

㈤流速之決定

在潮流或河口區，其水流之流速依與海床之高度而變，因此在計算簡化流速 V_r 值，採用何種流速值之決定，常引起困擾，可根據下列原則決定：

表二　開始振盪及振盪量最大之簡化速度值

形狀		邊數	與流向夾角	V_r 值 開始振盪	V_r 值 最大振幅
圓形				參見圖六	參見圖六
等邊三角形		3	0° 60°	6 4.5	7 5
方形		4	0-15° 15-25° 25-45°	6.0 6.5 7.0	8.0
六角形		6	0-15° 15-30°	4.8 5.2	5.2 6.0
八角形		8	0-10° 10-22.5°	4.8 4.0	5.5 5.5
十二角形		12	0-15°	4.0	5.0
D形			0°~ 180°	4.0 6.0	4.8 7.5

(1)振盪現象很快地建立，大約在 10～15 振盪循環內可達極大值！故建議使用時間等於 10 循環之尖峯流速值。

(2)在所考慮之結構模式中發生最大振盪振幅之流速爲最重要者，例如一自由站立之懸臂樑，則接近水面之流速最爲重要，一般原則可取結構物振盪振幅最大 90%之流速平均值。

(3)在河口、河川或潮流區建造結構物，將使入射流速變更，此爲重要之考慮因素，例如一碼頭在施工前，必須依現場所調查之詳細流速資料設計，若在一感潮河口中建造，則水流將因結構物之存在而受調整，例如船席方向沿著流向，則船席之結構體周界之流速將可能增强，因此船隻停泊及任何在結構物周界之長期變化性例如淤泥或冲刷現象之影響因素，必須在事先考慮。

㈥斜管之影響性

若管樁不與穩定水流正交，則需作些修正，然而有關斜度太大之試驗資料尚感缺乏，因此爲求保守設計，分解流速垂直於管樁之分量被證明可適用於 $45°<\phi<90°$ 之範圍內，式中 ϕ 爲流向與管軸之夾角如圖 9 所示，而平行於管軸之作用力可略而不計，故水力係數爲夾角 (ϕ) 之函數，即：

$$C_L'(\phi)=C_L'\sin^2\phi$$
$$C_D'(\phi)=C_D'\sin^2\phi \qquad (17)$$
$$C_D(\phi)=C_D\sin^2\phi$$

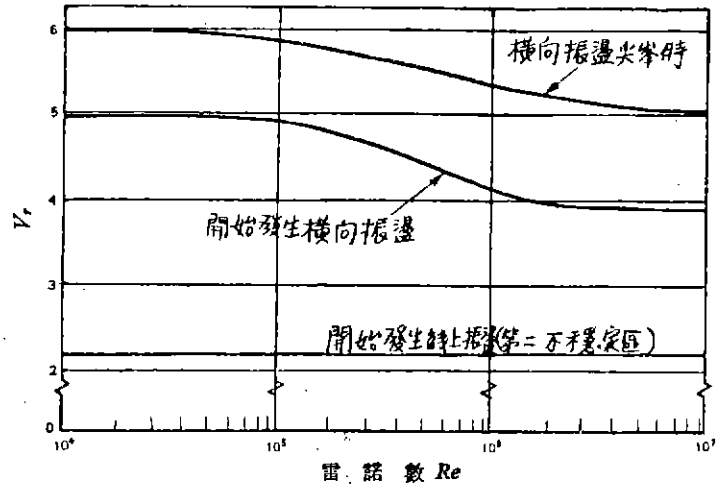


圖 8　發生振盪之臨界簡化流速與雷諾數之關係

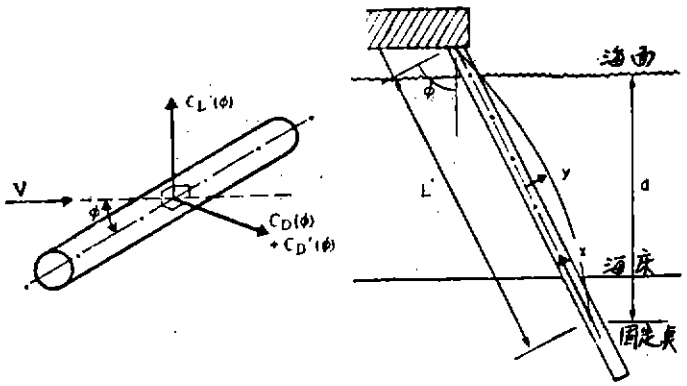


圖9 斜管之參數

且對於圓形管樁，承受橫向振盪下之臨界流速有以下關係：

$$\frac{\overline{V}}{f_L' D}\sin\phi=5 \qquad (18)$$

此式可延伸至任意夾角 (ϕ)。

斜管之動力反應在整個水深下爲連續性，故可如同直立管方法計算，假設需用積分求得有效質量，則可考慮自固定端點起算之結構物之總傾斜長度和構件之總傾斜淺水深，故爲：

$$\overline{m}=\frac{\int_0^{L'} m y^2 dx}{\int_0^{d'/\sin\phi} y^2 dx} \qquad (19)$$

各參數定義同式 (7)，此僅應用於在水深下之結構體爲連續性之獨立管樁或並排之管樁，在弓弦模式 (bow-string mode) 下之振動現象，至於聯接性安排之結構物運動情形將討論如下。

三、羣樁承受渦流之反應

一般常見之水中管樁結構物有兩大類，一者爲利用機械連接例如格子式結構物 (lattice structure) 或碼頭支持物，另者爲管樁獨立未聯接者，此兩種羣樁承受穩定水流下之反應將分別討論如下：

(一)非聯接而並列之羣樁 (unlinked arrays)

當一結構物中數根管樁太靠近，例如距離在管徑之 20 倍以內 ($\ell \leq 20D$) 將發生一些干擾現象，若有數根管樁出現，由於受上游管樁之掩避之效，故下游之管樁之受力量將減小，但實驗結果證明在動力反應情況下，此爲錯誤的[6]。

此問題之存在乃因下游圓柱之變動作用力，可由上游之另一圓柱所造成之週期性渦散而使其增强，與水流橫向之振盪之振幅量將隨兩管樁之間距 (x) 而變 (圖 10)[7]，當 $X/D=0$ 代表一獨立管樁，由圖 10 可見其振盪之反應相當微量。

若有許多管樁與流向在同一線上，則在下游之管樁，其運動振幅量將增大，若流向與並列羣樁之

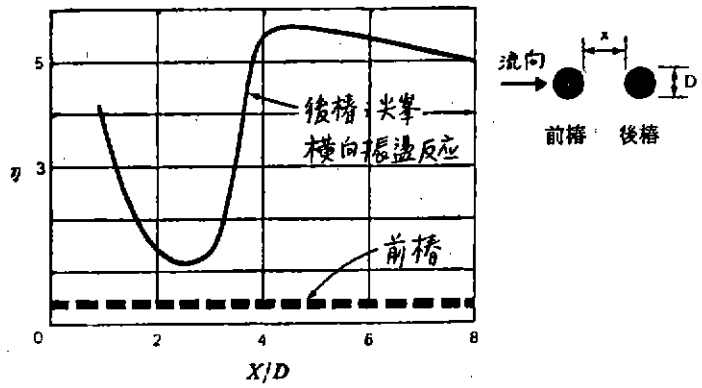


圖 10 羣樁間距與振盪反應之關係

夾角略傾亦然，但若正交，而各管樁之間距小於一個管徑，則其臨界流速僅需略加修正卽可。

King[7]曾研究在流向下，兩管樁間距不同情況下之線上或橫向水流之振盪現象，在低流速情況下，不論單一管樁或兩管樁不論間距多長，其線上運動之穩定性條件不變，而在高流速度下，當間距大於管徑之五倍，則線上運動之穩定條件亦不變，然而由圖 8 可見，與水流橫向之振盪之振幅可大量增强，若兩管樁之間距大於管徑之 2.5 倍以上，則上游管樁之穩定性不變，但下游管樁之臨界條件未加詳細調查，但由圖 5 可見渦散激動現象，其反應振幅依簡化阻尼 k_1 而變，若此值極大，則與水流橫向之上揚力可受上游水流之變動量而影響，因此爲防止下游管樁發生橫向振盪，必須滿足下列條件卽：

$$C_1=\frac{2m\delta}{\rho D^2}>30 \qquad (20)$$

此條件亦可使用於有尾跡流干擾之一長排羣樁，甚至不同之管徑及形狀之圓柱亦在內。

㈡聯接佈置之管樁結構物

當聯接性圓柱，其管徑均相同，且某些圓柱在另一圓柱之尾跡流作用下，則此種聯接性圓柱可能造成動力反應。一般可能會聯想到一羣獨立管樁在隨機振盪下，若用機械式聯接，由於作用力相消除，因此將無合成之運動情形存在，事實不然，因尾跡流干擾影響存在，因此機械性之聯接將使運動量加强。

聯接性排列之結構物，具有不同之管徑及傾斜度，因此 m_1 與 δ 之計算不如前述可直接得出，計算方法將在格子形結構物 (lattice structure) 敍明，聯接性排列較格子形結構較簡單，因其構件在水深下爲連續性。

以下將介紹不同管徑或結構形狀，可減少渦流引起之振盪，此乃因整個結構物之阻尼將隨未受激動之構件之水動力阻尼而增强，尾跡流干擾使穩定性之條件更顯複雜，但 King[8]之研究結果證明單一圓柱之條件必須用於管樁間距大於管徑 5 倍以上之線上運動，而對於橫向流振盪則須使用式 (20) 之臨界條件。

㈢水動力阻尼

在管樁之機械連接配置情況下，某些管樁可能被激動而另些管樁因管徑或傾斜度不同可能提供水動力阻尼，受被激動之構件提供能量予整個管樁配置，而未受激動之構件則可自此吸收能量。

由於未受激動之構件其阻尼必須加諸於整個結構物阻尼上，而得出一獨立管樁之相當阻尼量。直立管與水流同向或橫向之運動阻尼必須分別調查（可忽略任何輻射效應）。管樁傾斜之影響已如前述，以下將討論與水流同向或橫向之運動阻尼。

(1)與水流同向之運動阻尼

作用於圓形管樁之單位長度作用力可定爲：

$$F=\frac{C_D}{2}\rho DV^2+C_m\rho\frac{\pi D^2}{4}\dot{V} \qquad (21)$$

式中 C_D 及 C_m 分別爲曳力及內力係數，因爲在一振盪循環中，水流之形態並未顯著地改變，故可假定 C_D 及 C_m 值爲一定值，在一波浪週期 (T) 內每單位長度由管樁所作之功爲：

$$W=\int_0^T F\cdot\dot{y}dt$$

式中 $y=a\sin wt$

設入射水流之流速爲 $\overline{V}$ 則

$$V=\overline{V}+\dot{y}=\overline{V}+aw\cos wt$$

因此
$$W=\int_0^T F\cdot\dot{y}dt=\int_0^T\left(C_D\cdot\frac{1}{2}\rho V^2D+C_m\rho\dot{V}\frac{\pi D^2}{4}\right)aw\cos wtdt$$

$$=\int_0^T C_D\rho\overline{D}Va^2w^2\cos^2 wtdt=\rho\overline{D}C_Da^2wV\pi$$

令 $C_h=\rho DC_D\overline{V}$/單位長度 ($C_h v$ 稱爲水動力阻尼力)，必須將 C_h 值代入式 (24) 可得格子形結構之阻尼對數減少率 (δ)，對一未激動之獨立樁之水動力阻尼之對數減少率可定爲：

$$\delta_h=\frac{\rho DC_D\overline{V}}{2mf_N}=\frac{C_h}{2mf_N} \qquad (22)$$

此條件可應用於任意斷面形狀。

(2)橫向振盪

此爲兩種效果混合所致，除由入射流速所定義之壓力分佈與由於結構體運動入射流速之有效旋轉（如圖 11 所示）外與靜水情況類似。

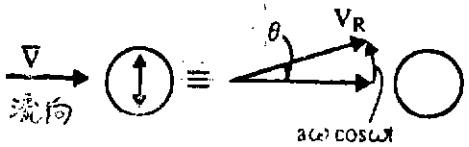


圖 11 橫 向 振 盪

分成流速 (V_R) 在流向下之分量即作用於圓柱之曳力 (F_D) 故單位長度管樁在一循環內所做之功爲：

$$W=2\int_0^{T/2} F_D \sin\theta \dot{y} dt$$

式中 $y=a\sin wt$

對於振幅之振動情形即 $a/D<0.2$，則單位長度所作之功爲

$$W=\rho DC_D a^2 w\overline{V}\pi/2$$

令 $C_L=\frac{1}{2}\rho DC_D\overline{V}$/單位長度 ($C_L v$ 爲水動力阻尼力) 因此對一未激動之獨立樁，其橫向運動之水動力阻尼之對數率亦可如式 (22) 即

$$\delta_L=\frac{\frac{1}{2}\rho DC_D\overline{V}}{2\overline{m}f_N}$$

此條件僅用於圓形斷面，其他尖銳角斷面而其在橫向運動之水動力阻尼將較少，而爲保守設計目的，則此影響性必須忽略。

四格子形結構

格子形結構具有許多構件，由於水流圍繞著接點，故使整個結構物之反應更顯複雜，很不幸地，此效應經常受忽略，而經常減少反應。

如同單一管樁計算 $\overline{m}$ 及 δ 公式，亦可修正應用於格子形結構物，首先結構物必作動力分析決定不同之結構模式形式 y 值，其相當質量可列爲：

$$m_e=\frac{\sum_{s=0}^{p}\int_0^L m_s y_s^2 dx}{\sum_{r=0}^{n}\int_0^L y_r^2 dx} \qquad (23)$$

式中 r 爲在水中具有反應之構件其總數爲 n，而 S 爲結構物上之所有構件，其總數爲 p。

而相當於單一管樁 δ 值之 δ_s 之公式可定爲：

$$\delta_s=\delta+\frac{1}{f_N}\cdot\frac{\sum_{q=0}^{p-n}\left[\int_0^L C_{Lq} y_q^2 dx\right]}{\sum_{s=0}^{p}\left[\int_0^L m_s y_s^2 dx\right]} \qquad (24)$$

式中 q：爲無反應之構件數，其總數等於 $p-n$

δ：結構物之阻尼

C_L：水動力阻尼

$$C_L=\begin{cases}\rho DC_D\overline{V} & \text{(振盪方向與水流向平行)}\\ \frac{1}{2}\rho DC_D\overline{V} & \text{(振盪橫向於水流)}\end{cases}$$

對於單一構件可用 V_r 值決定該構件是否可能發生激動現象，而若構件爲斜管，前已述明作用力經常與管軸正交而在格子形結構物，受激動之構件可能不在垂直面上與水流之流向正交或平行。即非與流向平行或橫切者均可能發生激動現象。故上揚力可能助長流向上之運動，而曳力則可能助長橫向運動，由於大多數格子形結構在平面上均爲方形，其彎曲模式受激動者或與流向橫向在線上運動，而將構件爲三類，第一類爲所有構件，而二、三類分別爲細長及粗大構件（圖 12），而有關斜管情形討論如下：

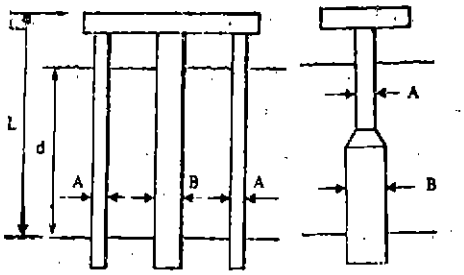


圖 12 細長及巨型構件

(a)線上運動

第一類構件可用式 (23) 及 (24) 不考慮斜管之影響，第二及第三類則必須乘以 $\sin^2\phi$，式中 ϕ 爲構件與流向之傾斜角（圖 9）。

(b)橫向運動

同樣地，第一類構件不受影響，第二類必須乘以 $\sin^2\phi\cos\alpha$ 式中 α 爲上揚力 $C_L(\phi)$ 與橫向運動之夾角，而第三類則同前，乘以 $\sin^2\phi$。

因此可由式 (23) 及 (24) 及上述原則求出 δ_s 及 $\overline{m}_s/\rho D^2$ 之值（式中 D 爲受激動構件之管徑）及決定是否可能發生反應現象。

可能在一定流速 $\overline{V}$ 情況下，某些構件可能沿流向下或橫向下發生激動現象，因此在此情況下，當計算線上反應，構件具有提供橫向激動之潛力，亦可能將提供水動力阻尼，同理橫向反應亦然。

前已敍明振盪臨界條件，當在尾跡流作用下，若試驗、模擬之程序簡易，則欲得出相當準確之預報則難矣！在實際結構物中，若受振動則 V_r 值將顯示何一構件將受激動，或可裝上鐵箍 (strakes) 或掩避物 (shrouds) 修正水流，可減少激動現象，然而並非經常可減少振盪反應，必經模型試驗加以證實。

四、波浪運動所引起之振盪反應

波浪在其進行方向作用於垂直向之圓柱體結構，將產生渦散現象，可能將產生與波浪所引起之線上力同樣大小之騷動橫向力。在過去之研究者大多限於直立管，而定常管樁承受動力反應試驗資料不多，根據有限之資料顯示上揚力係數 C_L' 及渦散頻率 f_L' 及波浪頻率 (f_w) 主要決定於下列參數：

1. Keulegan-Carpenter 數 $N_{K-C}=\dfrac{U_{max}T}{D}$

2. 雷諾數 $Re=\dfrac{U_{max}\cdot D}{\nu}$

3. 水深參數 $K_d=\dfrac{2\pi d}{L}=k\cdot d$

式中 U_{max}：波向下最大水分子運動速度

T：週期

D：管徑

ν：水之動黏性係數

d：水深

L：波長

單位長度 (ds) 所承受之上揚力爲 F_L' 則其上揚力係數 C_L' 爲：

$$C_L'=\frac{F_L'}{\frac{1}{2}\rho U_{max}^2 D\cdot(ds)}$$

由於 Reynold 數包含 U_{max} 此依管徑 (D) 及波浪條件而變，因此習慣上可用與波浪週期 (T) 有關之頻率參數 (Frequency parameter) F_p 替代即：

$$F_p=\frac{D^2}{\nu T}$$

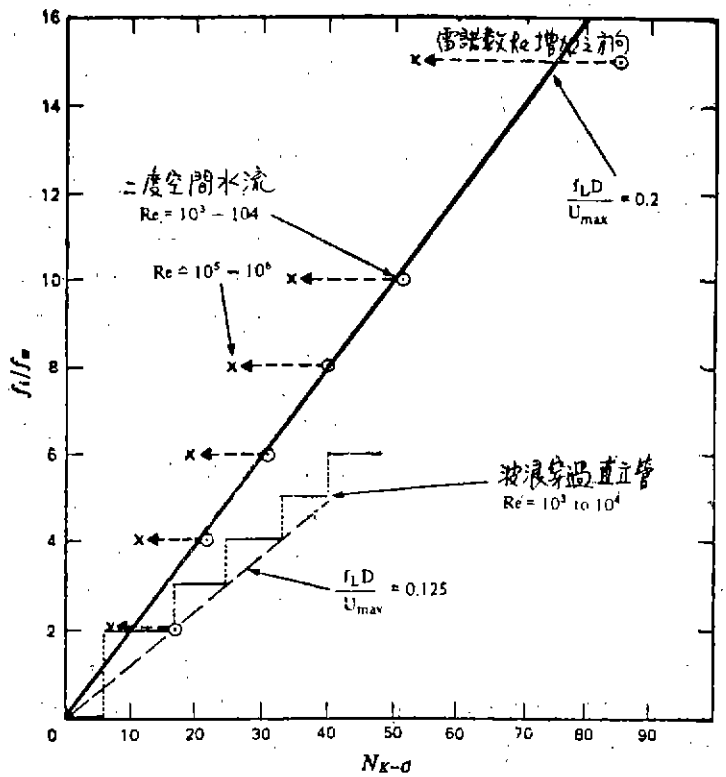
故 Reynold 數，Keulegan-Carpenter 數和頻率數之關係爲：

$$Re=F_p\cdot N_{K-C}$$

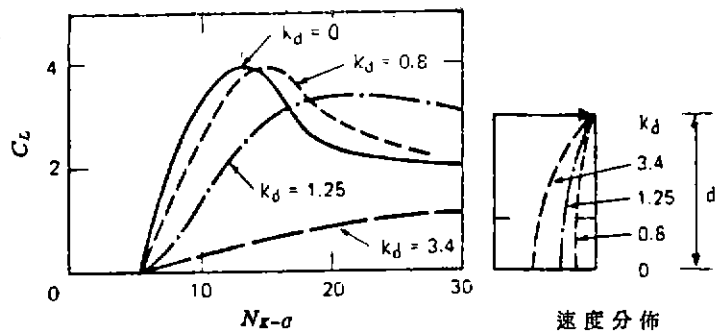
N_{K-C} 爲決定是否會發生上揚力之主要參數 Isaacson[9] 經試驗結果建議 $N_{K-C}>5$ 之情況將發生上揚力。

(1)上揚力頻率 (f_L')

渦散頻率 (f_L') 與波浪頻率 (f_w) 之比值 (f_L'/f_w) 經試驗[9]結果證明爲一整數值，如圖 13 所示其大小依 N_{K-C} 數而定，而與 Reynold 數關係性不大。當 $N_{K-C}=5\sim16$，則 $f_L'/f_w=2$，而當 $N_{K-C}>16$



(13a) 波浪中渦散頻率[6,9]



(13b) 直立管在三度空間波浪流情況下之上揚力與 Keulegan-Carpenter 數 (N_{K-C}) 及水深參數 (K_d) 之關係

圖 13 波浪運動所引起之振盪之運動頻率及上揚力係數[8]

則 f_L'/f_w 值增加，雖爲整數之倍數，維持在一特定 N_{K-C} 數範圍內，此比值發現介於 strouhal 數介於 $S=0.125\sim0.2$ 之間，而 Reynold 數範圍分別在 $R_e=10^5$ 及 10^6（如圖 13a），後者必須用於在現場情況；而在二度空間，直立管之試驗 f_L'/f_w 值，大多數小於 2。

水深參數 K_d 爲決定沿直立管上之上揚力變化。當 $K_d<0.3$（淺海情況），水平方向流速爲均勻流，故水深上下所有位置之上揚力一致，在中等水深之波浪情況 ($0.3<K_d<3$)，渦散仍可依水深而修正，而在深水波 ($K_d>3$)，沿著管樁上之速度變化很大，上揚力值相當地小（圖 13b）。

(2)上揚力係數 C_L'

上揚力係數爲 N_{K-C} 與 Reynold 數（或頻率參數 $D^2/\nu T$）之函數，如圖 14 所示[10]，這些圖爲根據兩度空間波浪水槽試驗結果所得，因此與在波浪中之水平管及直立管承受均勻流之情況相關。取在波浪通過時 C_L' 之最大值，實際上正值爲最大流速發生時，因此若一管樁其曳力分量較內力爲大時則上揚力與最大之線上力一致，C_L 之變化與 Reynold 數之關係如圖 1c 所示。波浪下渦流引起上揚力之圓柱反應之研究並未如穩定流之詳細，在波浪流下之上揚力引起之振盪量可能較小，但尚未經證實。

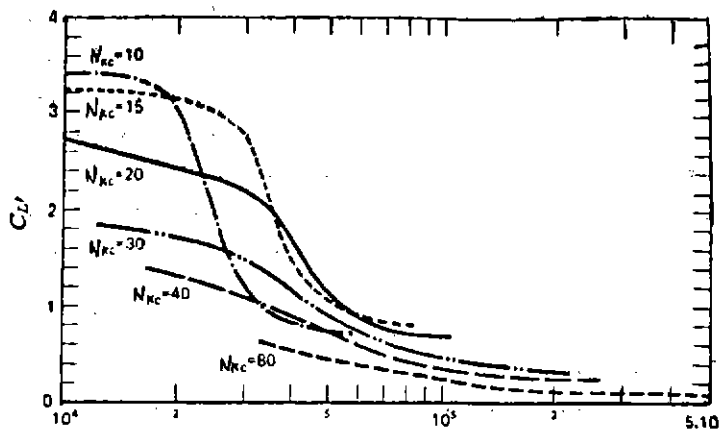
五、避免渦流引起振盪之方法

有三種主要可避免振盪之方法[11]概述如下：

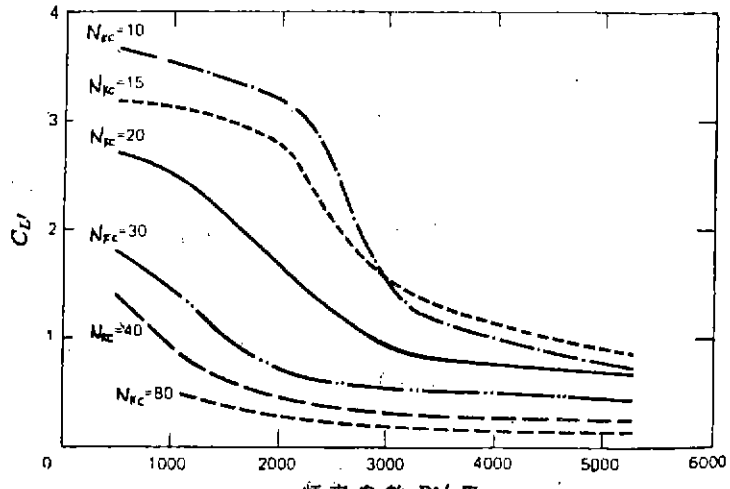
(1)控制結構物設計，確保在穩定流下之 $V/f_N\cdot D$ 之臨界值及在波浪中之 f_L'/f_w 值不超過臨界值。

(2)由結構設計原理，務求結構物具有相當高值之有效質量和阻尼。然而對於波浪所引起之渦散標準尚未完全了解。

(3)修正流況，或分離鄰近之水流或修正結構物之形狀，而後者在波浪中尚未被證明，然而在渦散機構相當惡化情況下則必須解決。



(a) C_L 與 Re 之關係



(b) C_L 與 $D^2/\nu T$ 之關係

圖 14　上揚力係數與雷諾數及頻率參數之關係

上述三項，詳細討論如下：

㈠控制 V_r 值：

必須選定結構物之特性，使其在工址穩定水流下之簡化流速 V_r 值或在波浪運動下之 f_L/f_n 值不至過大，一般而言，此方法最爲滿意且可達設計經濟，因此需結構物之自然頻率大及管徑大，以確保其在高速水流情況下仍爲一安全之結構物，增加自然頻率之方法例如可加支撐於結構物上。

雖然改變結構物之斷面形狀，例如自圓形變至方形或長方形，可能對增加臨界流速有所俾益。但有某些原因使得一般避免使用此種解析方法。所有銳角或粗糙斷面之時間平均曳力量約較圓形者高上二至三倍以上，同時某些非圓形斷面者（例如方形、長方形、三角形或D形）比圓形者可能承受急流等不同之振盪形式。

㈡質量與阻尼

增加質量參數 (m_r) 及阻尼參數 (δ)，將可使振盪之振幅量相形減少，若其值不大，則運動量將可完全地受抑制。然而有關波浪中所引起之渦散運動之文獻尚不多。

雖增加結構物之質量，可減少振盪之效，然而並非相當地有益，增加質量則可能使自然頻率及發生振盪之流速減少，故在某些海洋結構物所發生之災難中顯示增加結構物之質量可能可使其臨界流速自大減小。

若質量增加之目的在抑制其振盪幅量，則在運動中受壓之結構物將可提供阻尼，而未受壓者將不提供任意阻尼。

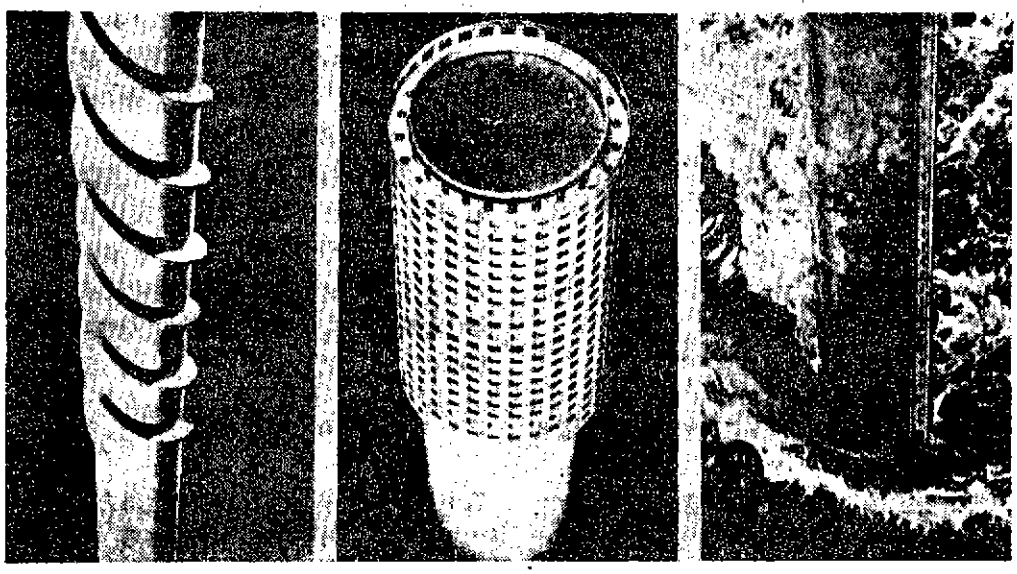
可利用人工阻尼器以限制其運動量，若欲使振動運動抑制之結構物，其簡化阻尼 (C_r)，在臨界值範圍，則增加少許之阻尼足矣！

常用之修正流況，使結構體之激動現象減少之裝置如下，這些裝置對獨立樁之運用良好，但對羣樁則並非完全有效，可能適用於圓形結構，而有關修正穩定性之準則尚未敍明！以下介紹此種設施（圖 15）。

(1)鐵箍 (strakes)

此裝置包括一些（經常是三個）縐狀物，當作圍繞於管樁之螺旋，其被證實對防止結構物承受風引起之振盪（即橫向水流運動）相當有效，但若使用最佳之鐵箍設計條件，則無理由懷疑其有能力抑制線上運動，其含有三個螺旋，螺距爲 $5D$ (D 爲管徑)，每一螺旋突出管樁表面之長度約爲 $0.1D$，爲防止發生線上運動有巨大之反應振幅量，則僅需應用鐵箍於整個樁長之 1/8 部份足矣，而對相當强烈之橫向水流運動，則所需長度將較長，或需整個管樁加上鐵箍，應用鐵箍主要缺點除了施工上之困難外，由於水流所產生之時間平均曳力量增加而造成管樁基脚周界冲刷與淤積之問題存在，管樁鐵箍部份之阻力係數與 Reynold 數無關，可根據管樁大小而定，其值約爲 $C_D=1.3$。

(2)掩避物 (shrouds)



(a)鐵　　箍　　(b)掩　避　物　　(c)脊　鰭　物

圖 15　三種渦流抑制裝備

此包括一與管狀物分隔間隙約爲 0.1D 之外殼，係用一些長方形小孔，詳細配置如圖 15b 所示，據有限資料顯示，若設計非如此圖所示者例如圓孔則掩避物之成效不佳，掩避物之優點爲曳力不如鐵箍者之大，曳力係數係內徑而定，在所有 Reynold 數下，C_D=0.9，此種結構物非專利品。

像鐵箍一樣，掩避物可減少線上運動之流速尖峯值，而不需含整個管長，但需用掩避物(或鐵箍)防止橫向水流之振盪運動現象，則需詳加考慮設計。

(3)脊鰭物

對於圓形管結構物，僅承受單一流向之線上運動（或在潮汐流之往復運動）則可使用一簡單防止水流振盪之裝置稱爲脊鰭物 (Offset Dorsal Fin)，(圖 15c) 此種專利裝置含一小鰭物於管樁上，與其他防止渦流之裝置同樣有可增加曳力之不利現象，已試驗證實可抑制渦流引起之振盪與水流同向者(線上運動)，此種鰭狀物代表性高度爲 0.1D，裝於管樁長度之 20%範圍內裝於與前駐點之夾角爲 45° 處，此裝置對鄰近流向變化很小者才有實效，此可間隔地在管狀物兩對邊安置而緩和作用力。

六、紊流引起之運動

(一)紊　流

既使在無波浪之情況下，由潮汐、河川及河口水流之水流在水深下其流速將隨時間而有所起伏變動。一般而言，這些變動之負荷在大多數結構物設計中均已慮及，因此對於某些特別承受動力敏感性之結構物形態中僅紊流最爲顯要，流速隨時隨地而變，如圖 16 中，可在一平板之支座上產生扭轉負荷，然而若無時、空之流速變化量(即均勻穩定流)則將不至發生扭轉負荷，非穩定流之速度隨時而變，特別流向變更，將在平行於平均流之隔板上產生動力負荷現象。

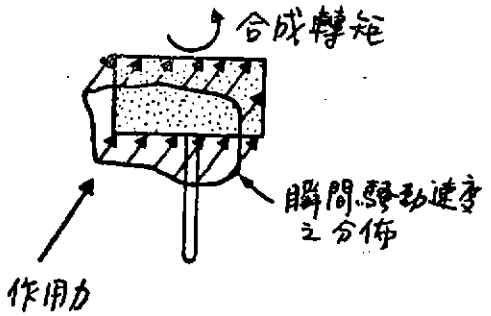


圖 16　紊流引起之壓力分佈

在河川或潮汐流之紊流度依海床粗糙度，河道形狀及長度，平均流速等因素而定，在某一定點之水流有一平均流速及流向，而有微量之速度騷動量疊加於上（圖 17)。

流速之騷動變化亦可應用波譜方法處理，如圖 18 所示爲在一大的感潮河口退潮情況所測之流向下速度騷動波譜，在低頻率下之高波譜密度爲與潮汐循環有關者，很明顯的在運動週期約爲 6 小時，

能量可達極大值，然而結構動力分析僅短週期運動之變化爲工程師們最感興趣者，若水流平均流速爲 1 m/sec，則當頻率大於 0.5 Hz 則流速將無顯著之騷動量，而若 2 m/sec 則爲 1 Hz。

而運動頻率 (f) 高於 $f/\overline{V}=0.01\ m^{-1}$ (即除去有關於潮汐循環之低頻率量)之騷動强度值($V_{rms}/\overline{V}$)爲 9.5%。

橫向水流之速度騷動量之均方根值與流向下流速騷動量之均方根值類似。

在一水流之速度騷量爲部份流體自某一位置移動至另一位置所產生者，此種動量之轉換，決定在河口流之邊界層之平均速度剖面。例如此種流體運動之長度範圍 (length scale) 爲一決定由紊流所產生之動力之一重要因素，然而無此參數之全尺度之測量，但經常可假定其爲相當大，其理由如下：

(1)在大氣邊界層，經常可發現此情況。

(2)紊流愈大則將產生相當嚴重之動力負荷。

㈡紊流所引起之負荷[12]

一般紊流可用平均流向下之速度騷動量之波譜敍明，此易於在河道或類似之水流中測量得出。紊流作用於結構體上所產生之動力亦依紊流之長度範圍和結構體形狀而定，相關於流速變量之力量在數學上稱爲流動力轉換函數 (Fluid Dynamic Admittance) $H(f)$，可定義爲：

$$S_F(f)=4C_D^2\frac{S_V(f)}{\overline{V}^2}H^2(f) \qquad (25)$$

式中 $S_F(f)$：在平均流向下之作用力譜

$S_V(f)$：平均流向下之流速譜

圖 19 爲不同之方形格子板 (square lattice plate) 在不同之長度比 (L_x/D) 下，頻率參數 ($f_D/\overline{V}$) 與流動力轉換函數 ($H(f)$) 之關係，此理論值與試驗結果相當符合[13]，式中 L_x 代表在 x 方向下紊流之長度，由於一般 L_x 未知，故可採用 $L_x=\infty$ 下之 $H(f)$ 值。

上述這些考慮被證明[13]可應用於許多各種不同之結構物形狀之設計，在設計上相關之公式可定爲：

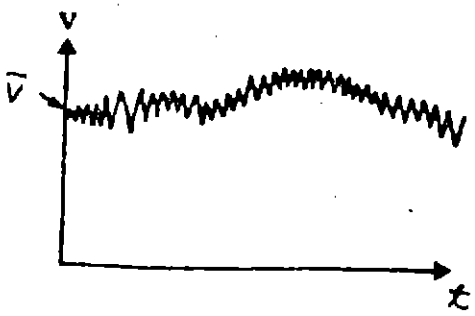


圖 17 騷動流速之時序圖

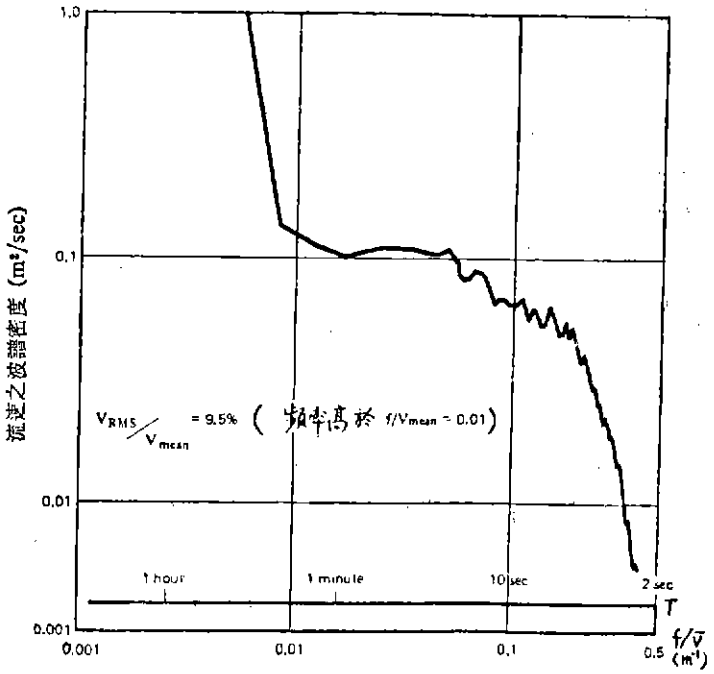


圖 18 潮流下亂流能譜

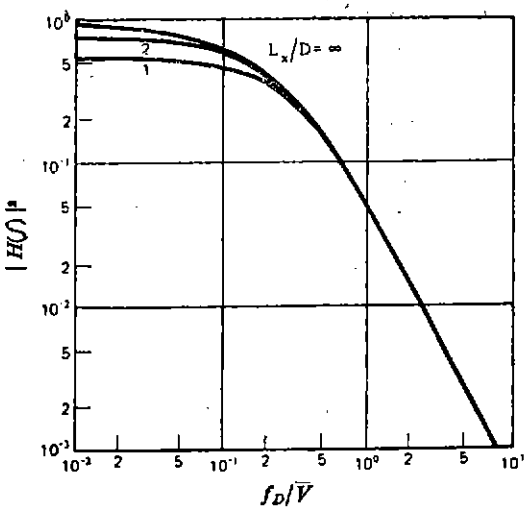


圖 19　方形板之理論轉換函數值

$$S_F(f)=4(\tfrac{1}{2}\rho C_D^2)S_V(f) \qquad (26)$$

或其完整式爲

$$C_{Drms}=2C_D\frac{V_{rms}}{\overline{V}} \qquad (27)$$

且此代表在許多情況下 C_{Drms} 之上限值。

此種負荷形式，很明顯地，對結構物具有大面積面向水流者很重要，然而此一結構物在設計上亦考慮承受靜力負荷，故此額外之紊流負荷與靜力負荷相較甚少；但這種觀念並非正確，若一結構物在其自然頻率內有大量之紊流能量，當水流受上游結構體之尾跡流影響，由於在其渦散頻率下將有大量之能量，故將可能發生巨大之紊流負荷。

至今所考慮之結構運動模式爲基本模式（位相運動）者，而如前述紊流亦將增長高模式及扭力模式；一般易於想像簡單之水流機構可產生此種模式，但實際之流況相當複雜，而至今相關之試驗成果欠缺，然而對於扭力模式 (torsional mode) 可得一簡單、非常保守之上限解如下：作用力譜必須如同位相運動說明之方法計算，而力矩譜必須想像爲在旋轉軸邊，作用力所產生者爲正值，而在另邊則爲負值，當然此在物理上不可能存在，但它將可確定結構物之安全性，若顯示非安全則需用更正確之方法處理。

七、急　　流

急流 (Galloping) 發生於有限之結構形狀中及流向下之振盪形式。僅發現於穩定流中，但難以確定在長波之波浪流中不可能發生。急流可造成振盪之振幅量極大，且經常考慮爲一單一振動模式，運動與流向垂直，隨流速增加而反應之振幅遞增，一般急流僅發生於修正速度大於在穩定流渦散所引起之動力反應之值。

振盪爲結構體運動所導引之作用力在結構體運動方向上之自身激動現象，故流體作用於結構體之功，當輸入之功量大於結構物阻尼所消散之能量將產生非穩定性，而一旦振盪開始，當其振幅增大，將可變爲猛烈之振盪。

(一)急流之條件

某些結構體斷面除曳力外，將承受橫向流力，其係數定爲

$$C_F=\frac{F}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \qquad (28)$$

急流之條件即當水流之入射角 α（圖 20）增加時，作用力係數將減少，其臨界值即

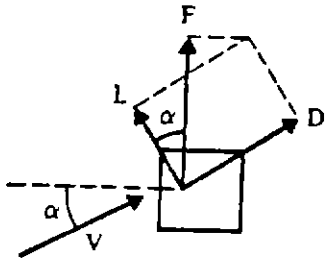


圖 20　結構體作用力

$$\frac{dC_F}{d\alpha}\leq 0$$

因此　$C_F=C_L\cos\alpha+C_D\sin\alpha$

若 α 值爲微量，則 $\cos\alpha\doteqdot 1$, $\sin\alpha\doteqdot\alpha$，故

$$C_F=C_L+\alpha C_D$$

因此當急流發生時則必須

$$\frac{dC_F}{d\alpha}=\frac{dC_L}{d\alpha}+C_D\leq 0 \qquad (29)$$

（C_D & α爲獨立情況）

由此觀點，很明顯地圓形斷面將不至發生急流現象，因爲除曳力外，無穩定力作用於圓管上，然而方形斷面和六邊形管樁，在某些入射角下其 $dC_L/d\alpha$ 值爲負值，可能發生急流，圖 21 所示爲六角形之結構體其 C_L, C_D 與 α 之關係，此作用

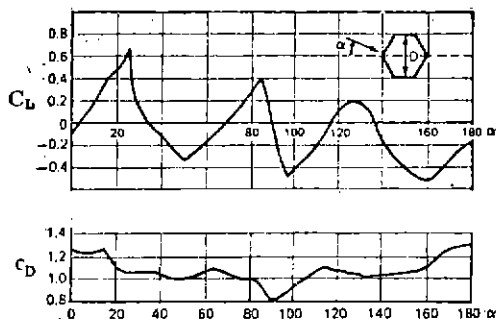


圖 21　六角形棒之上揚及曳力係數

力爲在風洞之光滑水流下測量結果所得。

當結構體被拘限在與流向成 β 角之範圍振盪，則急流條件可修正爲

$$\frac{dC_F}{d\beta}\cos\beta+3C_F\sin\beta<0 \qquad (30)$$

㈡振盪振幅

適當地定義 C_L 及 C_D 值，代入運動方程式中，則可得出下列振動之振幅無因次項 η 爲

$$\frac{\eta}{C_t}=f\left(\frac{V_r}{C_t}\text{，結構物形狀}\right) \qquad (31)$$

故在一定之結構物斷面形狀及入射水流下，可由試驗得出 η/C_t 與 V_r/C_t 之關係圖，所有結構物有其彈性特性，故在一定結構情況及流況下，將有一臨界 V_r/C_t 值，若低於此臨界值則將不致發生急流現象。

上述所考慮者可應用於振盪體中任一斷面，在一方形斷面，其入射水流之模式形式和剪力在端點處之位移現象如圖 22 中之 η/C_t 與 V_r/C_t 關係圖所示[14]。

對於各種不同斷面形狀，則案流之影響性將互異，它可使不穩定之斷面變爲穩定或反是。在此方面案流之影響性爲一相當新奇之研究領域。

㈢急流索

雖圓形斷面不發生急流，但未甚脫離圓形斷面者可能會發生例如成股之導管纜索斷面承受風力而發生嚴重之激動現象，此激動值可用膠帶 (tape) 縛住繩索而使其減少，在水中，同樣之輕型結構物形狀例如繩索或繩束，由於可能其簡化流速值 (V_r) 爲高，故可能發生急流，因此他們必須用防水之帶縛住，或圍繞在一圓形之框子內，近年來有研究利用順索，使水流在繩索附近成流線運動，不致發生急流而造成災害[15]。

八、控制門之非穩定性[16]

㈠設計上缺失及其補救範例

在壩上有許多有關振動及孔蝕 (Cavitation) 之

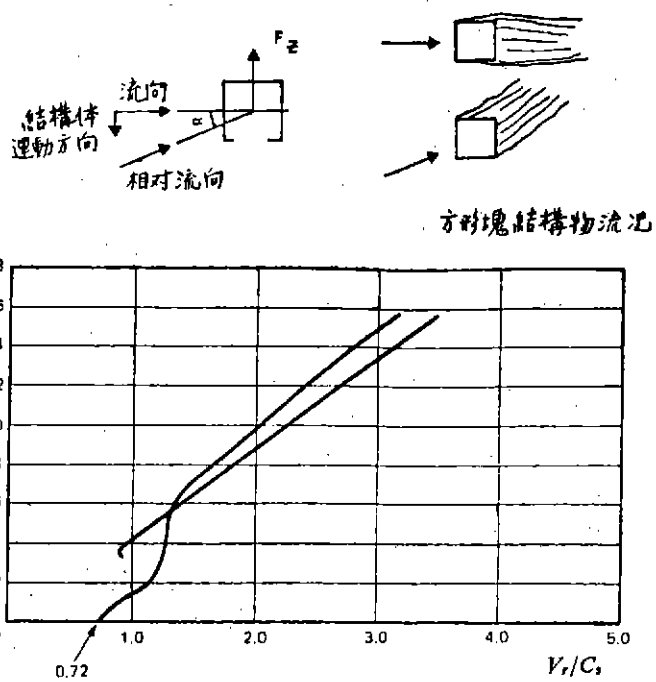


圖 22　方塊結構體承受急流之反應與速度關係

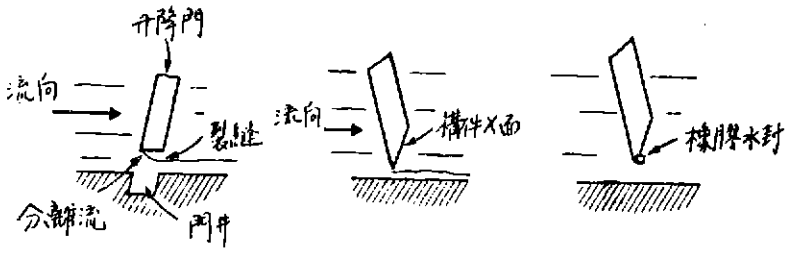


圖 23　水門之門唇設計

事例，此將使得控制閥及壩門受損害；在水門 (sluice)、隧道及靜水池之混凝土發生受侵蝕之現象及鋼纖襯墊發生自動擢毀之現象，現場之工程經驗相當珍貴，以下將介紹數個實例及其補救方法以供參考。

高水頭之蓄水池水流有造成蝶閥 (butterfly valve) 發生振動及水自機械環漏出，此乃因一系列之事件所造成的，例如突然關閉活門，將形成過量之空氣，而使得不堅固之空氣槓發生崩潰現象；又如下游之鋼管大量之吸取壓力 (suction pessure) 將使其發生崩潰；此種情況可使用一較堅硬之閘門環及一大羣之空氣管加以補救。

當閘壩使用升降門 (lift gate)，在隧道門將設有一門井 (gate well)，可供閘壩門關閉時可作藏置門唇 (bottom lip of the gate) 之用，如圖 23a 所示，當升降門上舉約 23 公分以使下游河道底充滿流水，則此門將承受巨大之上舉力。經由此縫隙之巨大噴流產生巨大壓力差，而造成升降門之底部及下游面承受巨大之作用力，爲避免上述情形發生。經過模型試驗結果顯示在門後之門井槽溝之開啓面積需爲門啓面積之十倍，或用另一替代方法，例如下游河床可用平行管系統避免當升降門開啓時上下游產生巨大之壓力差。

在閘壩中，溢洪道水流爲在洪水期間幫助洩洪之一大方法，溢洪道之水流可減少空氣供應於地下暗渠中，且有時有少量空氣孔不足之情況，暗渠水流充分將在門後產生波壓 (surging pressure)，因此可能因水錘或結構疲乏而造成破壞，使用大量之空氣孔可以很成功地補救此一缺點。

許多閘壩使用水門 (tainter gate) 控制溢洪道，且有與門唇內邊之振動有關之問題存在。此乃因水流之不穩定性和因爲門唇下之壓力所造成的。因此有許多不同的門唇設計以求減少發生振動現象。最成功者如圖 18 所示，構件與門檻 (sill) 正交，故若騷動壓力正在門唇之下游且其表面無受作用 (圖 23b)。若門檻使用橡膠水封 (rubber seal) 則易於接觸構件 x，而無反向作用 (圖 23c) 此爲水門之門唇標準設計。

若使用船閘門 (lock gate)，爲結構强度及使用方便起見，門唇或基座可能需垂直於門面，此類設計可造成過量之振動及產生一些在門上之孔蝕現象，尤其在門之開啓量爲一微量及蓄水池之水頭巨大。此均由於門唇之上游邊之不穩定分離所造成的 (圖 24a)，此種現象已可用圖 24b 及 24c 之門唇下游邊之形狀加以有效地分離水流。在門唇設計上，騷動之壓力無結構表面可作用，且無法產生向上之騷動作用力，此種水門設計已在蓄水池之水頭達到 100 公尺以上者使用。

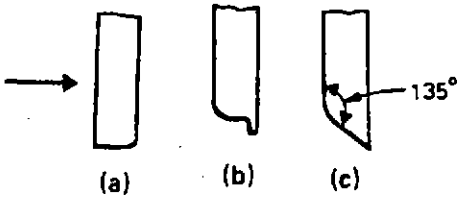


圖 24　閘門之門唇設計

由上所述，很明顯地在暗渠中將有局部高流速水流運動及可能發生孔蝕之範圍。一般而言，需使用高品質之岸壁襯砌 (wall lining)，而若該處衝擊負荷或孔蝕相當嚴重之情況，則需使用鋼壁襯砌。孔蝕似乎易於使河道擴寬，而衝擊負荷似乎易於使很小之水門開啓。當同時使用暗渠或溢洪道時則可產生强大之壓力波 (pressure wave)，而假定暗渠中之空氣供應量不足，若岸壁襯砌材料並非品質優良者，則壓力波似乎易腐蝕暗渠壁。

㈡邊界層分離

上述水流可自一表面分離，在設計上必須考慮之現象，故詳細討論如下：

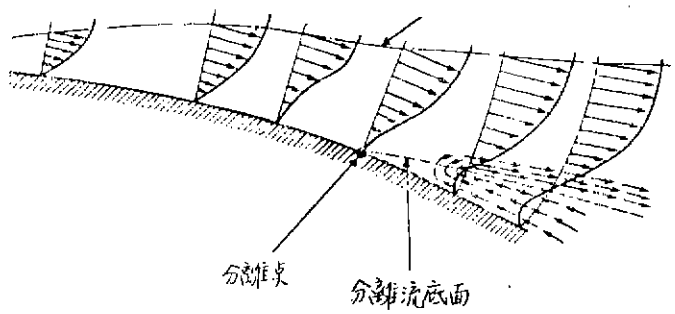


圖 25　邊界層速度剖面

由於水之黏性，故自由水流之流速自邊界面漸減至堅硬之邊界層時流速減至爲零，此種流速變化之範圍稱爲邊界層（圖 25），若表面之粗糙或邊界層已發展一段相當長之距離者，則此邊界層爲紊流 (turbulent)，而若表面爲光滑或邊界層之發展不太長則稱爲線性流 (laminar)，當有很大之反梯度 (adverse gradient)（例如隧道之分歧）或表面上有很尖銳之彎曲變化現象時則易發生邊界層分離，分離前後之速度剖面如圖 25 所示。

紊流之邊界層似乎較線性流之邊界層之分離現象爲少，在邊界層與分離線之範圍爲具有非常低壓而騷動量大之特性，此將爲可能產生孔蝕現象之原因。

當一船閘門在半開啓狀態，則將發生一極端邊界層分離形式，在此情況下，剛在上游之水流相當地複雜，代表性者如圖 26 所示，當情況看來已脫離邊界層，經過水流分離後在門之下游一般稱爲分離剪界層 (separated shear layer)。

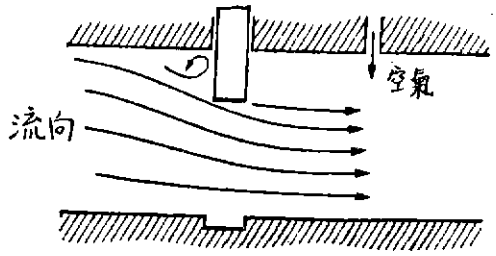


圖 26　船閘門半開啓情況之流況

前已介紹極端騷動作用力，而一般情況之作用力，爲亟需研究之專題。

㈤作用於突出閘門之流力特性[17,18]

流體分離發生於門唇之下游點，則門唇之形式可用圖 24b 解決，然而爲結構上之理由及流力特性，則方形之門唇可能較受偏愛。

分離剪界層包含向下游運動及捲起形成渦流則原有之水流不穩定性成長很大。當直覺地期望僅某些頻率擴大，而某些則受阻尼。當在亞臨界流情況則下游之機構供給上游至閘門然後受干擾而往下游流動，此種運動再次變爲更具週期性，這種水流振盪之現象稱爲自行激盪 (self-excited)。

船閘門爲一彈性結構物，故騷動壓力作用於門之下邊可能使其發生振動，此種振動將使下游之水流按照振動頻率次序起伏振盪。當此運動爲反覆運動，則閘門之運動量增强，直至達到平衡狀態，此種振動亦稱爲自行激盪。

此問題之完全解決辦法包括具有上游之流速資料、水門和河道之幾何特性和水門之彈性特性，雖已作了不少研究，但振動反應仍難預報，最安全之程序爲模擬上列參數爲避免此問題之困擾者，例如可使用圖 19b 類似之門唇形式如上所述。

九、範　　例

例：假定有一燈塔如圖27所示，其設計資料如下：

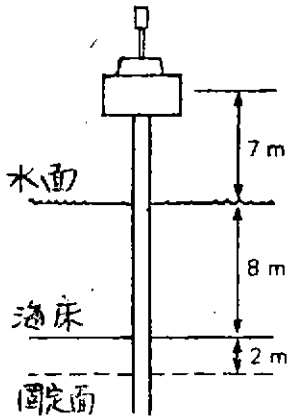


圖 27　海中獨立燈塔

管徑 $D=324$ mm

壁厚 $t=9.5$ mm

安裝地點之水深 $d=8$ m

塔頂重心距靜水面之高度 $h=7$ m

管樁固定面距海床高度 $d_s=2$ m

塔頂質量 $M=300$ kg

管樁在空氣中之單位長度質量 $m=73.8$ kg/m

管樁在水中之單位長度質量 $m_w=233$ kg/m

管樁之二次力矩 $I=0.116\times10^{-3}$ m^4

管樁之揚氏係數 $E=205\times10^9$ N/m^2

管樁阻尼對數減衰率 $\delta=0.05$

試求燈塔不致發生水流引起之振盪之最小流速及振盪振幅。

解析：(1)決定有效質量

質量比 $\mu=\dfrac{m_w-m}{m}=\dfrac{233-73.8}{73.8}=2.16$

水深比 $h=\dfrac{d}{\ell'\cos\alpha}=\dfrac{8}{(7+8+2)\cos0^\circ}$

$=0.588$

因此由圖 3 可得出相當質量因子 $\beta=0.13$，故相當質量分佈 $\bar{\bar{m}}$ 可定爲

$$\bar{\bar{m}}=m(1+\beta\mu)\times\frac{4M}{\ell'}=73.8(1+0.13\times0.588)+\frac{4\times300}{17}=150\text{ kg/m}$$

故一相當總浸水管之有效質量爲

$$\bar{m}=\frac{\bar{\bar{m}}}{\beta}=\frac{150}{0.13}=1154\text{ kg/m}$$

(2)判斷燈塔引起振盪之可能性

$$2\frac{\bar{m}\delta}{\rho D^2}=\frac{2\times1154\times0.05}{1025\times0.324^2}=1.072<1.8$$

故此燈塔可能引起水流之振盪現象

(3)結構物之自然頻率 f_N 爲

$$f_N=\sqrt{\frac{1}{\pi}}\sqrt{\frac{EI}{\bar{\bar{m}}\ell'^4}}$$

$$=0.56\sqrt{\frac{205\times10^9\times0.116\times10^{-3}}{150\times17^4}}$$

$=0.78$ Hz

(4)線上振盪運動之流速及最大振幅：

(a)由圖 5 可求出在 $C_s=2\dfrac{\bar{m}\delta}{\rho D^2}=1.072$ 下第一非穩定區發生時之 $V_r=2.16$ 此時之流速爲

$$\bar{V}=2.6f_ND=2.6\times0.78\times0.324$$

$=0.55$ m/sec (1.1 knots)

(b)而由圖 8 可求出第二非穩定區之 $V_r=2.2$，此時流速爲 $\bar{V}=0.56$ m/sec

(c)線上振盪最大振幅可由圖 6 求出

$$\eta=\begin{cases}0.02\text{（第一不穩定區）}\\0.062\text{（第二不穩定區）}\end{cases}$$

實際上，兩不穩定區相當接近，故第一區可能難以察覺，故在靜水位上管樁之最大位移發生於 $\bar{V}=0.56$ m/sec 其大小爲

$$X=0.062D=0.062\times0.324=0.02\text{ m}$$

必須注意海流所引起之線上振盪第一不穩定區與結構物所擁有之阻尼比成比例，而第二非穩定區之始點則並不顯示與阻尼成正比，雖兩者之大小約與其阻尼成反比。設計者很難說此振盪振幅 0.02 m 爲在允許範圍內，需再考慮海流速度再增加對振盪現象之影響性，首先流速增加則線上振盪現象將減退，然後流速增加則與海流橫向之振盪將開始激動。

(2)橫向水流振盪之臨界流速及振幅。

表二中可查出與水流橫向振盪之臨界流速，若結構物爲圓管樁，則可由圖 8 根據 Reynold 數決定，可用試算法求出，例如

試用 $V_r=5$

及 $\bar{V}=5\times0.78\times3.24=1.26$ m/sec

$$Re=\frac{VD}{\nu}=\frac{1.26\times0.324}{1.1\times10^{-6}}=3.7\times10^5$$

由圖 8 可查出當 $Re=3.7\times10^5$ 開始發生橫向水流之振盪之 V_r 爲 4.1，故假設值過高，再試算 $V_r=4.3$，得出 $\bar{V}=1.09$ 及 $Re=3.17\times10^5$ 再由圖 6 查出當 $Re=3.17\times10^5$ 之 $V_r\simeq4.3$ 故當流速 $V=1.09$ m/sec 時由交替渦散所產生之橫向振盪將開始發生。

應用上述同一程序亦可由圖 6 中找出燈塔之尖峯橫向振盪之尖峯流速值即 $V_r=5.2$ 及 $V=1.3$ m/sec，而簡化阻尼 C_s 同前亦爲 $C_s=1.07$ 故由圖 7 中可查出在此臨界流速下之簡化振幅值爲 $y/D\cong1.2$。

故與水流橫向之振盪振幅爲 $y=1.2D=1.2\times0.324=0.39$ m。

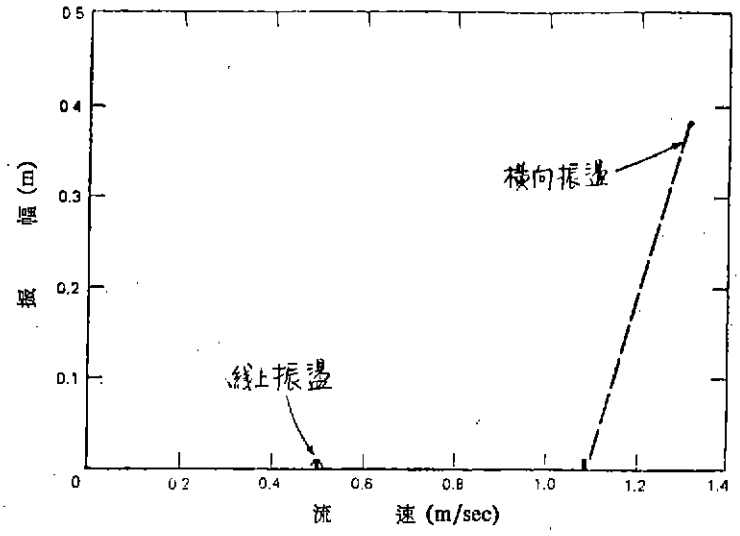


圖 28. 燈 塔 之 反 應

此種非常大之結構物振盪反應振幅，在設計上爲不在容許範圍內，將可能導致結構物之破壞，因此若海流之流速大於 1 m/sec (或 2 knots) 者應加避免，也就是工址不能允許有海流大於 1 m/sec 之情形，否則必須修正結構物之形狀，使其在允許範圍內。燈塔之反應與流速之關係如圖 28 所示。

十、結　　論

有關水中結構物之渦流引起振盪問題在過去常受忽視，主要由於試驗資料不可靠及無設計方法可用，然而水中結構物至少使用年限均在 30 年以上，當求其應力分佈及瞭解疲勞年限必須作動力分析。

水中結構物因渦流所引起之振盪問題，可根據本文已發展之經驗及半經驗公式歸納如圖 29 所示解析，此方面有待在現場作更深入之研究。

參 考 資 料

1. Wootton, L. R., Warner, M. H., Sainsbury, R. N. and Cooper, P. H. "Oscillation of piles in Marine structures—a description of the full scale experiments at Immingham" Technical note no. 40, Construction Industry Research and Information Association Aug. 1972.
2. King, R. "Vortex-excited structural oscillation of a circular cylinder in flowing water" Ph D. Thesis, Loughborough University, 1974.
3. Iwan, W. D. and Blevins, R. D. "A model for vortex-induced oscillation of structures" J. App. Mech. 41, No. 3, pp. 581-586, Sep. 1974.
4. Hartlen, R. T. and Currie, I. G. "Lift oscillator model for vortex induced oscillations" Proc. Am. Soc. Civil. Engrs.—J. Eng. Mech. Div. 1970 vol. 96, pp. 577-591.
5. Disilvo, G. "Self-controlled vibration of a cylinder in fluid stream" Proc. Am. Soc. Civil Engrs. J. Eng. Mech. Div. Vol. 95 (No. EM2) Proc Paper 6498 April 1969.
6. Tanida, Y., Okajima, A. and Watanabe, Y. "Stability of a circular cylinder oscillating in uniform flow or in a wake" J. Fluid Mech. 1973 vol. 61 (part 4) pp. 769-784.
7. Wootton, L. R. and Scruton, C. "Aerodynamic stability" *Modern design of wind-sensitive structures*, paper No. 5 Construction Industry Research and Information Association, 1971.
8. King, R. "Vortex-excited oscillation of a pair of flexible circular cylinders in flowing water" report TN. 1272, British Hydromechanics Research Association, 1975a.
9. Isaacson, M. Dest Q. "The forces on circular cylinders in waves" Ph D. Thesis University of Cambridge, 1974.
10. Sappkaya, T. "Inline and transvese forces on cylinders in oscillatory flow at high Reynold numbers" Offshore Technology Conf. Houston OTC. 2533, Vol. II, May 1976.
11. Walshe, D. E. J. and Wootton, L. R. "Preventing wind-induced oscillation of structures of circular section" Proc. Instn. Civil Eng. Sept. 1970, vol. 47, pp. 1-24.
12. Bearman, P. M. "Wind loads on structures in turbulent flow" modern design of wind-sensitive structure paper No. 4, Construction Industry Research and Information Association 1971.

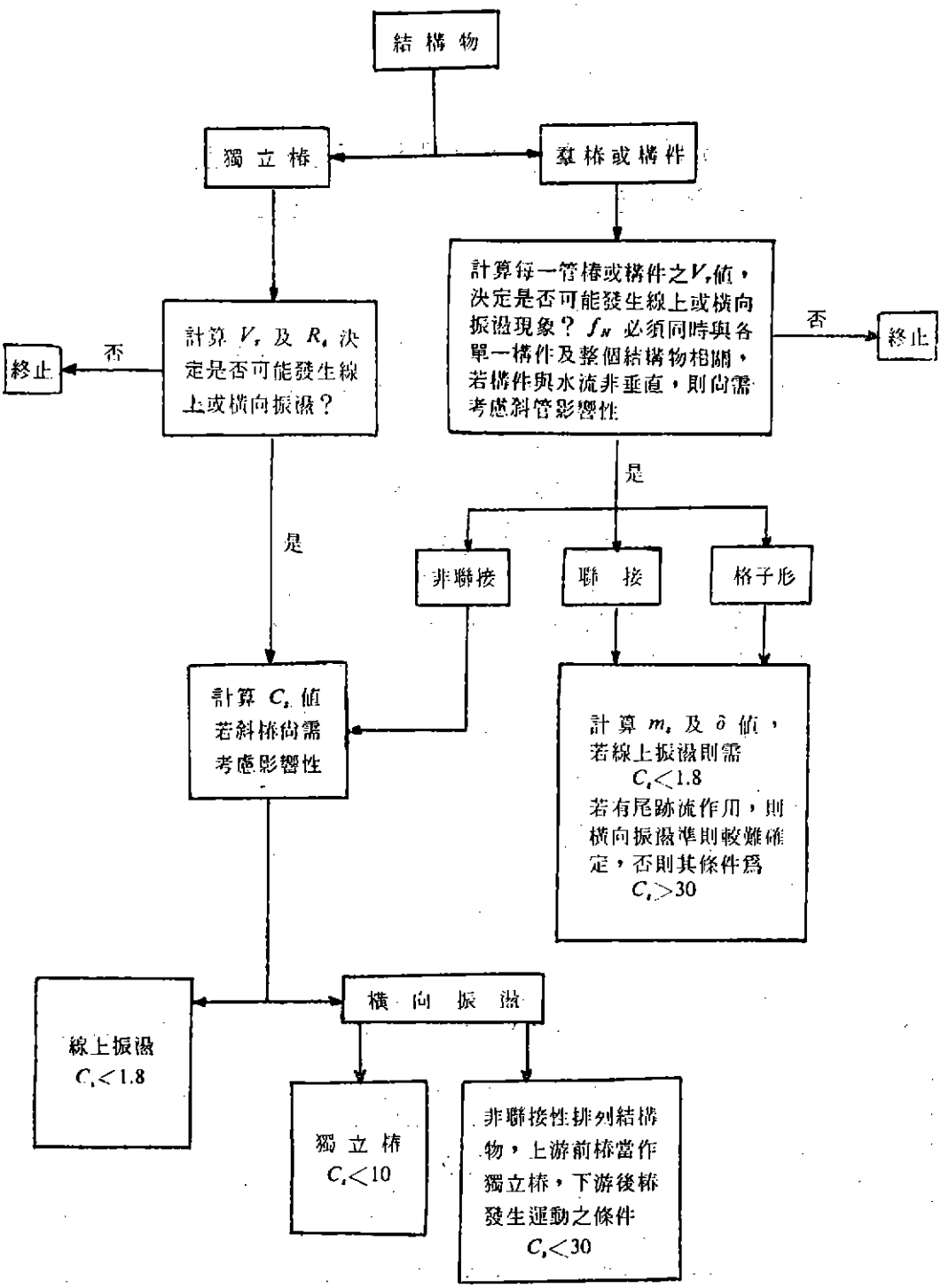


圖 29　圓柱體承受渦流所產生之反應計算流程圖

（文轉第 50 頁）

13. VICKERY, B. J. "On the flow behind a course grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads on buildings" Aero. Report 1143 National Physical Laboratory 1965.
14. NOVAK, M. "Effect of turbulene on galloping Instability". Proc. Am. Soc. Civil Eng.—J. Eng. Mech. Div. Feb. 1974, vol. 100 (No. EM-1) paper 10338 pp. 27-47.
15. 林維明："海中纜索之靜力分析"，土木水利，8卷1期，民國70年5月。
16. DOUMA, J. H. "Field experiences with hydraulic structures" Proc. International Assoc. for Hydraulic. Research Symposium, Karlsruhe 1972.
17. HARDWICK, J. D. "Flow induced vibration of vertical-lift gates" Proc. Am. Soc. Civ. Engrs. —J. Hydr. Div. May 1974 vol. 100 (No. Hy5) pp. 31-64.
18. NAUDASCHER, E. and LOCHER, F. A. "Flow-induced forces on protruding walls. Proc. Am. Soc. Civil Eng.—J. Hydr. Div. Feb. 1974, vol. 100 (No. Hy2) paper 10347, pp. 295-313.

海中浮筒結構物動力分析

Dynamic Analysis of a Cylindrical Buoy

林　維　明

WEI-MING LIN

中華顧問工程司港灣部工程師

摘　要

一圓柱形浮體結構可供浮筒標示、導航、測量及研究平臺等多種用途，然而在設計前必先了解其在各海況下之反應特性，務求使其運動反應在容許範圍內。本文將以範例說明預測及評估各種海況下及繫纜配置下之反應，所列方程式與圖表可利於設計者應用於在一定之浮筒系統物理條件及漂流活動空間下，找出最理想之繫纜系統配置。

ABSTRACT

A cylindrical buoy can be constructed for the purpose of marker buoy, navigation aids, survey and research platform etc. Before the design phase, it is necessary to understand the motion respose characteristics of the buoy system under the various sea conditions. A mooring system must be developed that will minimize buoy motion response, the following analytical data are illustrative of a technique to predict and evaluate the expected response of the cylindrical buoy under various sea conditions and mooring configurations. These equations and graphs are meant as an aid to the investigator in design the optimum mooring configuration for the buoy with regards to allowable motion and tilt as determined by the sensitivity of the buoy-mounted instruments, once the actural numerical values for various parameters have been established, the following technique can be used to generate more accurate values of the buoy response.

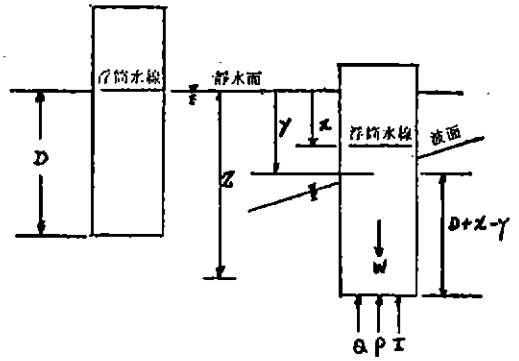
一、前　言

一浮體結構物受海洋環境之外力將引起六個自由度運動即包括側移 (Surge)、橫移 (Sway)、起伏 (Heave) 、橫搖 (Roll) 、俯仰 (Pitch) 及平搖 (Yaw) 等，然而本文將僅討論一圓柱浮體之起伏、俯仰及橫搖三種運動，考慮自由浮體及繫纜栓緊兩種情況下承受海流、浮筒傾斜及波浪運動下之反應及波譜分析。

二、波浪運動下之起伏運動

(一)座標系統

假定如圖一所示，靜水位當作參考面，x 爲自靜水位至浮筒水線之垂直距離，即起伏運動之度量長度（向下爲正），y 爲自靜水位至波浪表面之間距（向下爲正）可定爲



圖一　浮筒起伏運動

$$y=\frac{H}{2}\cos\omega t \qquad (1)$$

式中 H 爲波高，ω 爲波浪運動角頻率。

z 爲自靜水位至水中任意點之距離（向下爲正）。

㈡作用力

作用於浮筒上之垂向力如下：

(1)W：浮筒之重力（作用力方向向下）；$W=\rho gAD$（D 爲吃水深，A 爲浮筒底端斷面積）。

(2)p：作用於浮筒底之壓力（作用力方向爲向上）。

若考慮深水波情況，利用總壓力等於靜壓與動壓之疊加，則可得出任意點之壓力爲

$$p=\rho g(Z-ye^{-KZ}) \qquad (2)$$

在浮筒底所承受之壓力爲

$$p=\rho g(x+D-ye^{-KZ}) \qquad (3)$$

若浮筒之吃水深相當小，則可視 Z 爲微量，故 e^{-KZ} 可忽略不計，因故壓力可化簡爲

$$p=\rho g(x+D) \qquad (4)$$

而浮筒之吃水深大之情況，則 $D\simeq Z$ 故

$$p=\rho g(x+D-ye^{-KD}) \qquad (5)$$

(3)Q：此爲由於水之黏性所引起之阻尼力（作用力向上）。

假設其爲線性關係，阻尼力若與浮筒和水間之相對速度成正比，浮筒之運動速度爲 $\dot{x}$，而水分子之垂向運動速度爲 $\dot{y}e^{-KZ}$，若大多數之阻尼力發生於筒底（$Z=D$）處，則阻尼力爲

$$Q=b(\dot{x}-\dot{y}e^{-KD}) \qquad (6)$$

式中 b 爲線性摩擦係數。

(4)I：由於水之加質量影響所造成之慣性力（作用力向上）。

慣性力等於加質量 m' 乘以浮筒與水間之加速度，與阻尼力考慮之情況相同，若大多數慣性力發生於筒底而在吃水深大之情況下，則慣性力爲

$$I=m'(\ddot{x}-\ddot{y}e^{-KD}) \qquad (7)$$

㈢運動方程式

垂直方向之運動平衡方程式爲

$$W-p-Q-I=ma \qquad (8)$$

或
$$\rho gAD-\rho gA(p+x-ye^{-KD})-b(\dot{x}-\dot{y}e^{-KD})-m'(\ddot{x}-\ddot{y}e^{-KD})=m\ddot{x} \qquad (9)$$

令恢復常數 (restoring constant) $c=\rho gA$，浮筒虛質量 $m_v=m+m'$ 則上式可改寫爲

$$(cx+b\dot{x}+m_v\ddot{x})=(cy+b\dot{y}+m'\ddot{y})e^{-KD} \qquad (10)$$

式中 $y=\frac{H}{2}\cos\omega t$

$$\dot{y}=-\frac{\omega H}{2}\sin\omega t$$

$$\ddot{y}=-\frac{\omega^2 H}{2}\cos\omega t$$

故式 (10) 之運動方程式右端可寫爲

$$(cy+b\dot{y}+m'\ddot{y})e^{-KD}$$
$$=\frac{H}{2}e^{-KD}\{(c-m'\omega^2)\cos\omega t - b\omega\sin\omega t\}=F_0\cos(\omega t+\sigma) \qquad (11)$$

式中 $F_0=\frac{H}{2}e^{-KD}\sqrt{(c-m'\omega^2)^2+b^2\omega^2}$ (12)

$$\sigma=\tan^{-1}\frac{-b\omega}{c-m'\omega^2} \qquad (13)$$

F_0 稱爲激盪力 (exciting force) 而 σ 爲作用力與波浪之位相角，故式 (10) 可改寫爲

$$cx+b\dot{x}+m_v\ddot{x}=F_0\cos(\omega t+\sigma) \qquad (14)$$

㈣浮筒起伏反應

式 (14) 可改寫爲

$$\ddot{x}+2n\dot{x}+p^2x=\frac{F_0}{m_v}\cos(\omega t+\sigma) \qquad (15)$$

式中 $2n=b/m_v$
$p^2=c/m_v$ (16)

式 (15) 爲通曉之一質量，彈簧及線性阻尼之自由度系統强迫運動方程式，可在動力學之參考書找到詳細解析方法。

在無阻尼 ($n=0$) 之自由振動 ($F_0=0$) 之情況下則式 (15) 可化簡爲

$$\ddot{x}+p^2x=0$$

其解爲

$$x=c\cos(pt-\delta) \qquad (17)$$

在此種情況下之角頻率 (p)稱爲浮筒起伏運動之自然頻率

$$p=\sqrt{\frac{c}{m_v}} \qquad (16a)$$

若浮筒在靜水情況之下，而讓其在水中自由振動，則其解可利用式 (14) 令其中激動力 F_0 爲零而

得：

$$x=e^{-nt}[c_1\sin\sqrt{p^2-n^2}\,t+c_2\cos\sqrt{p^2-n^2}\,t] \tag{18}$$

式中 c_1 及 c_2 爲積分常數，由初始條件代入得之，而自由振動之阻尼週期爲

$$T_d=\frac{2\pi}{\sqrt{p^2-n^2}} \tag{19}$$

此解說明瞬間反應爲一振動形態，起伏運動振幅隨時間依指數曲線減衰，兩鄰近週期之振幅比爲

$$\frac{A_i}{A_{i+1}}=\frac{e^{-nt}}{e^{-n(t+T_d)}} \tag{20}$$

兩端取對數，可得對數減衰量 (logarithmic decrement) δ 爲

$$\delta=\log\frac{A_i}{A_{i+1}}=nT_d \tag{21}$$

因此由試驗可量得 A_i, A_{i+1} 及 T_d 之值，故由式 (21) 可得出 n 之數值，代入式 (19) 可得出起伏運動之自然週期 (p) 因此由式 (6) 可得出虛質量 m_v 及線性阻尼係數 b。

浮筒之强迫振動，可解式 (5) 之特別解即：

$$x_p=\frac{F_0/m_v}{\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2}}\cdot\cos(\omega t+\sigma+\phi) \tag{22}$$

式中，$\phi=\tan^{-1}\frac{(-2n\omega)}{p^2-\omega^2}$ (23)

ϕ 爲起伏運動與作用力之位相角。

將式 (12) 代入式 (22) 可得起伏運動位移爲

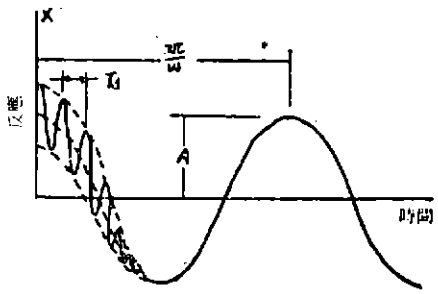
$$x_p=\frac{He^{-KD}[(c-m'\omega^2)^2+(b\omega)^2]^{1/2}}{2m_v[(p^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2]^{1/2}}\cdot\cos(\omega t+\sigma+\phi) \tag{24}$$

故穩定情況下之反應包括一與波浪運動相同頻率之簡諧振盪但其振幅與位相不同，起伏運動與波浪之位相差爲波浪與激盪力之位相角 (σ) 及激盪力與起伏反應之位相角 (ϕ) 之疊加，同理可看出起伏運動之振幅爲波浪頻率 (ω) 和阻尼係數 (n) 之函數，若阻尼係數低，而波浪之激盪頻率 ω 趨近於浮筒之自然頻率 p 則起伏振幅將可達相當大，此時爲共振現象，起伏與波浪振幅 (A) 之比值稱爲增幅因子 (magnification factor) 可定爲

$$\frac{x}{A}=\frac{\sqrt{(c-m'\omega^2)^2+(b\omega)^2}}{m_v\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2}}e^{-KD}$$

(式中 $A=H/2$) (25)

而總反應爲特別解與輔助方程式之疊加即式 (18) 與式 (22) 之和，如圖二所示。



圖二 浮筒起伏運動反應

(五)波浪運動下浮體之統計反應

前所考慮者爲承受正弦波情況，然而在海洋中之波浪爲不規則波，若已知波浪之能譜，則可求出浮體結構物運動之各種統計性之反應值。

此類統計分析，必須假定浮體運動之反應爲線性關係，換言之，由反應之測量值知其振幅依概率密度函數分佈，且與波浪之概率密度分佈情形類似，故波浪之統計分析法可直接應用於反應分析。

據經驗得知，自由浮體之起伏、橫搖、垂向速度、加速度等均依 Rayleigh 分佈變化，故可用統計理論解析自由浮體之反應，例如反應之均方根值根據測量得出，則其理論平均值即爲

$$\bar{r}=0.886\bar{r}_{rms}$$

若反應值不能由測量獲取，但可由海浪之能譜預報得之，則反應之均方根值必須利用計算得出，爲此，首先需建立線性浮體反應與正弦波單位振幅及頻率 (ω) 之關係，此關係稱爲反應振幅運算子 (Reponse amplitude operator (RAO))，其定義爲在一運動方程式中兩物理參數之比值，例如一定斷面之圓柱形浮體其起伏運動反應之運算子爲

$$Y(\omega)=\frac{x_p}{A}=\frac{e^{-KD}}{m_v}\cdot\frac{[c-m'\omega^2)^2+(b\omega)^2]^{1/2}}{[(p^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2]^{1/2}} \tag{26}$$

此式與式 (25) 相同，即 $x_p(\omega)=Y(\omega)\cdot A$，而 A 可用振幅譜表示，故反應亦可以反應譜表示，由波浪

理論知波浪振幅之均方值與能譜之關係爲

$$\bar{A}^2=\left(\frac{H}{2}\right)^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty S_A(\omega)d\omega \tag{27}$$

$$\because \bar{x}_p^2=Y^2(\omega)\bar{A}^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty Y^2(\omega)S_A(\omega)d\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty R(\omega)d\omega=R \tag{28}$$

式中 $R(\omega)=Y^2(\omega)S(\omega)$ 稱爲反應波譜密度

$$R=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty R(\omega)d\omega \tag{29}$$

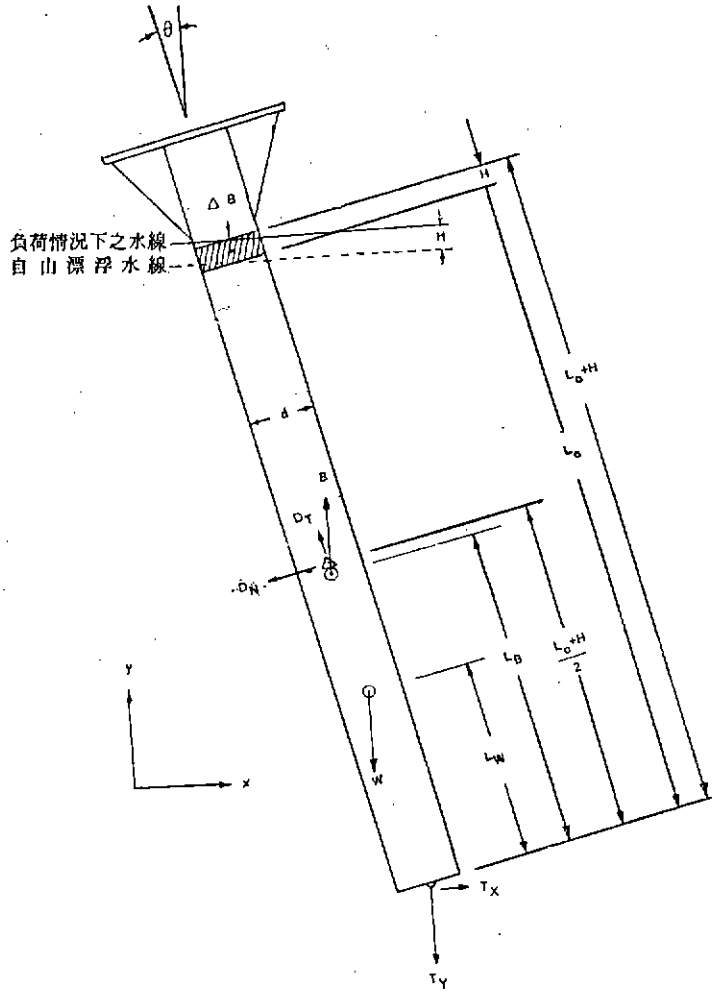
$$\bar{x}_{rms}=\sqrt{\bar{x}_p^2}=\sqrt{R} \tag{30}$$

必須注意若海浪波譜不同，例如有 $S_\eta(f)$, $S_v(f)$, $S_H(f)$ 及 $S_{2H}(f)$ 則所得之代表反應值亦不同[1,2]。然後可求出各種統計性之反應值。

三、浮筒在穩定海況下之仰俯運動

(一)浮筒仰俯運動與其沉沒量和海流之關係

若浮筒結構如圖三所示，結構體承受一穩定均勻海流力，作用力作用於浮筒之右邊，D_N 及 D_T 代表其海流曳力之法線與切線分量，假定浮筒在無海流情況下自由浮於靜水情況下之吃水深爲 L_0，而有纜索栓繫着且在海流作用情況下增加之沉沒量爲 H，則海流作用點距浮筒底爲 $\frac{L_0+H}{2}$，T_x 及 T_y 代表浮筒傳遞至纜索上之水平及垂直方向張力，W與 B 分別代表浮筒之重量及浮力，各距筒底端爲 L_W 及 L_B，浮力 B 是代表自由漂浮或無負載情況下之排水量，而由於浮筒受栓緊張力作用下沉沒量達 H，比自由漂浮情況下多增加之額外浮力 ΔB，其距浮筒底爲 $L_0+H/2$，而角度 θ 爲代表在此合力情況



圖三　浮筒自由體

表一　浮筒之物理參數

浮筒重量	W=57169 磅
自由漂浮下之浮力	B=57169 磅
浮筒直徑	d=4.77 呎
自由浮體之水線	L_0=50 呎（吃水深）
重心位置	L_W=15.53 呎
浮心位置	L_B=24.99 呎

下之浮筒仰俯角度，浮筒之物理參數如表一所示。

x, y 兩座標軸上之合力平衡及對筒底拖拉點 0 (tow point) 之力矩，可得：

$$\sum F_x=0 \ : \ T_x=D_N\cos\theta+D_T\sin\theta \quad (31)$$

$$\sum F_y=0 \ : \ T_y=(B+\Delta B-W)+D_T\cos\theta-D_N\sin\theta \quad (32)$$

$$\sum M_0=0 : BL_B\sin\theta+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)\cdot\sin\theta-D_N\left(\frac{L_0+H}{2}\right)-WL_W\sin\theta=0 \quad (33)$$

由式 (33) 可得：

$$\theta=\sin^{-1}\left[\frac{D_N\left(\frac{L_0+H}{2}\right)}{BL_B+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)-WL_W}\right] \quad (34)$$

水動力之法線分量 D_N 爲：

$$D_N=\frac{1}{2}\rho C_N A(V\cos\theta)^2 \quad (35)$$

式中 V 爲流速，$V\cos\theta$ 爲垂直於圓柱形浮體之水流流速分量，ρ 爲周界流體密度，C_N 爲法線曳力係數，而 A 爲水流作用下之截面積即：

$$A=(L_0+H)d \quad (36)$$

將式 (35) 及 (36) 代入式 (34) 可得：

$$\theta=\sin^{-1}\left[\frac{\frac{1}{4}\rho C_N(L_0+H)^2dV^2\cos^2\theta}{BL_B+\Delta B(L_0+H/2)-WL_W}\right] \quad (37)$$

而所增加之額外浮力 ΔB 爲：

$$\Delta B=\rho g\frac{\pi d^2}{4}H \quad (38)$$

若仰俯角爲微量則 $\cos\theta\simeq1$, $\cos^2\theta\simeq1$，故式 (37) 可改寫爲：

$$\theta=\sin^{-1}\left[\frac{\rho C_N(L_0+H)^2dV^2}{4BL_B+\rho g\pi d^2H\left(L_0+\frac{H}{2}\right)-4WL_W}\right] \quad (39)$$

假定已知 C_N=1.2，ρ=1.99 slug/ft³, g=32.2 ft/see 而 W, B, d, L_0, L_W，及 L_B 等資料如表一所示，將這些值代入式 (39) 可得出 $\theta=f(H, V)$，若浮筒之沉沒量 H 之變化自 0～8 呎範圍，而海流變化自 0.1～1 knots，則可畫出相對之浮筒仰俯角如圖四所示。

㈡浮筒仰俯量與纜索漂流範圍

前述穩定海況下，浮筒仰俯角依浮筒下沉量 (H) 而變，即在一定海流流速情況，一定之浮筒下沉量，則浮筒將僅有唯一之仰俯角度，但浮筒之下沉量並非一獨立變數，此一問題之關鍵在於從纜線束限所致之張力向量，故參數H必須與整個繫纜系統之某些其他參數相關聯。

易於證明在一定之海流剖面、水深、纜索漂流範圍之情況下，則浮筒系統假定將可達於某一穩定之平衡形態。換言之，對任一組條件下，在空間上之纜索在空間上將僅有唯一之幾何形態。且浮筒之行爲亦與作用力、仰俯角和下沉量等有關，故在一定海流剖面下，浮筒之合成下沉量（或浮筒仰俯量）僅爲纜索漂流範圍之一函數。

實際上，纜索漂流量與海流爲一獨立變數而浮筒下沉量爲一因變數，然而爲分析方便起見，可假設浮筒下沉量與海流爲獨立變數而纜索漂流範圍爲一因變數，故可列出水平及垂直方向張力 (T_x 及 T_y) 及浮筒下沉量 (H) 之函數，而利用合成之張力向量當作纜索之初始條件，計算其漂流活動範圍。

如圖五所示，假設水深爲 2000 呎，且海面之海流僅作用於浮筒範圍（水深 50 呎以內），而在水深 50 呎以下之海流僅爲表面流之 30%，而纜索具有以下諸特性：

材料：Kevlav 29。

結構：6×19 股，具有獨立之索心 (core)。

包覆：聚已稀。

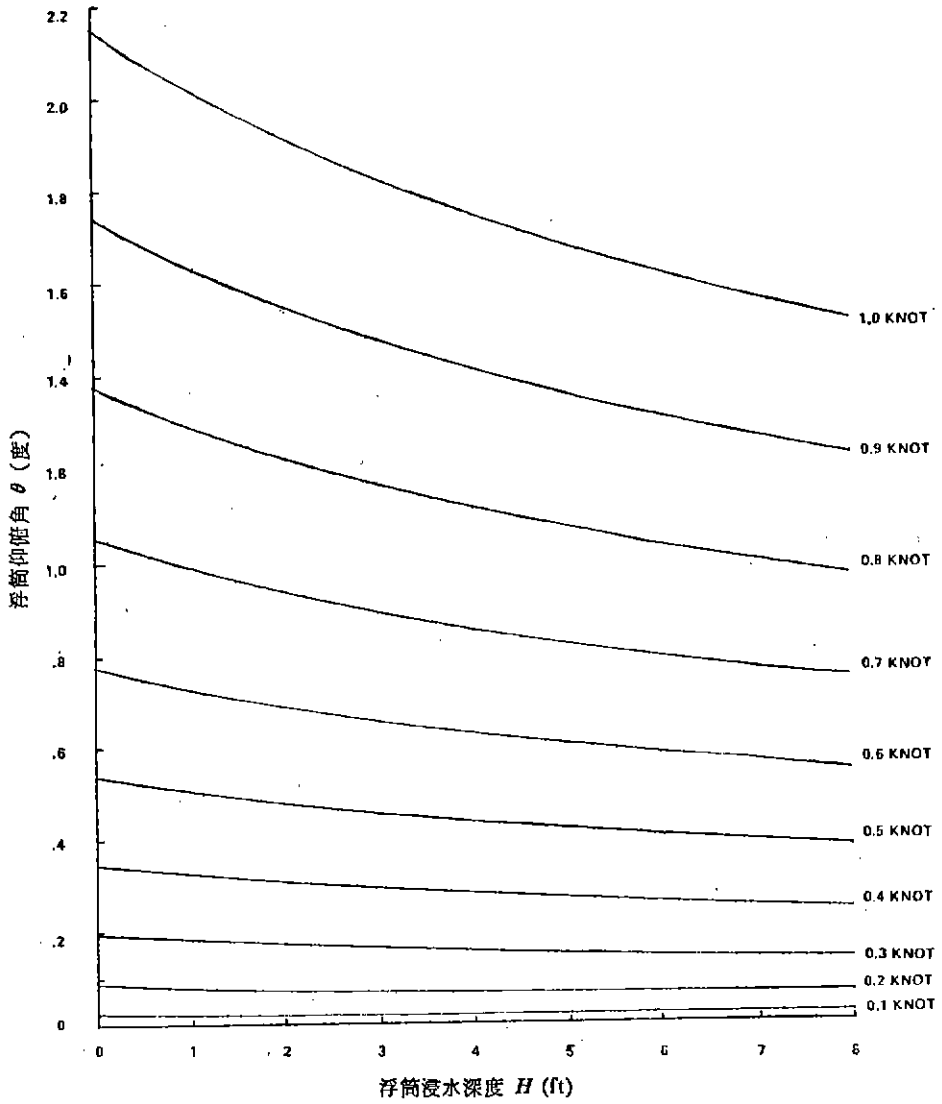
索徑：0.61 吋。

空氣中之單位長度重量：0.114 lb/ft。

在水中之單位長度重量：0.0 lb/ft。

破壞强度：30,000 磅。

纜索之法線與切線方向之曳力係數假定爲



圖四　浮筒仰俯角與其浸水量和海流流速之關係

$C_N=1.5$ 及 $C_T=0.005$。

如圖三所示，作用於浮筒上之張力，分別爲：

$$T_x=D_N\cos\theta+D_T\sin\theta \tag{31}$$

$$T_y=B+\Delta B-W+D_T\cos\theta-D_N\sin\theta$$

$$=\rho g\frac{\pi d^2}{4}H+D_T\cos\theta-D_N\sin\theta \tag{32}$$

式中 $D_N=\frac{1}{2}\rho C_N(L_0+H)dV^2\cos^2\theta$ (40)

$$D_T=\frac{1}{2}\rho C_T(L_0+H)\pi dV^2\sin^2\theta \tag{41}$$

$$\theta=\sin^{-1}\left[\frac{\rho C_N(L_0+H)^2dV^2}{4BL_B+\rho g\pi d^2H\left(L_0+\frac{H}{2}\right)-4WL_W}\right] \tag{42}$$

應用 T_x 及 T_y 爲纜索問題之初始條件，數值積分作用於單位長度纜索所承受作用力平衡之微分方程式，上限至特定水深 2000 呎爲止，故所得之纜索漂流範圍爲浮筒下沉量 (H) 之函數，對兩種不同海流流速 1 knots 及 0.3 knots 之流速，剖面之關係如圖六所示。

由此圖可見，浮筒之下沉量對纜索漂流量之相依性相當强，由圖中曲線左端可見當纜索之漂流範圍大量之增加而所產生之浮筒下沉量變量很微量，此即爲浮筒接近自由浮體情況爲鬆弛線，主要控制力爲曳力，而在曲線之右端當下沉量增加很大，而漂流量變化爲微量，此乃因纜索系統被拴緊（幾乎

爲垂直，在此情況下，主要作用力爲由於下沉所引起之浮力 ΔB 爲主。

爲決定浮筒之合成仰俯角，可應用下列程序：

(1)由圖四中在一特定之纜索漂流範圍及流速下決定浮筒之下沉量 (H)。

(2)然後由圖二中決定浮筒之仰俯角度。

例如海流剖面爲 1.0 knots，纜索之漂流量爲 2100 呎，由圖六中可得出浮筒之下沉量(H)爲 1.86 呎，然後由圖四中知在此海況下之仰俯角度 (θ) 爲 1.93°。

四、浮筒之橫搖運動

(1)自由浮體之橫搖自然頻率

一自由浮體產生橫搖運動，其自然頻率 (f_0) 可定爲：

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{W\overline{gm}}{I_x}} \tag{43}$$

式中 W：浮體重量

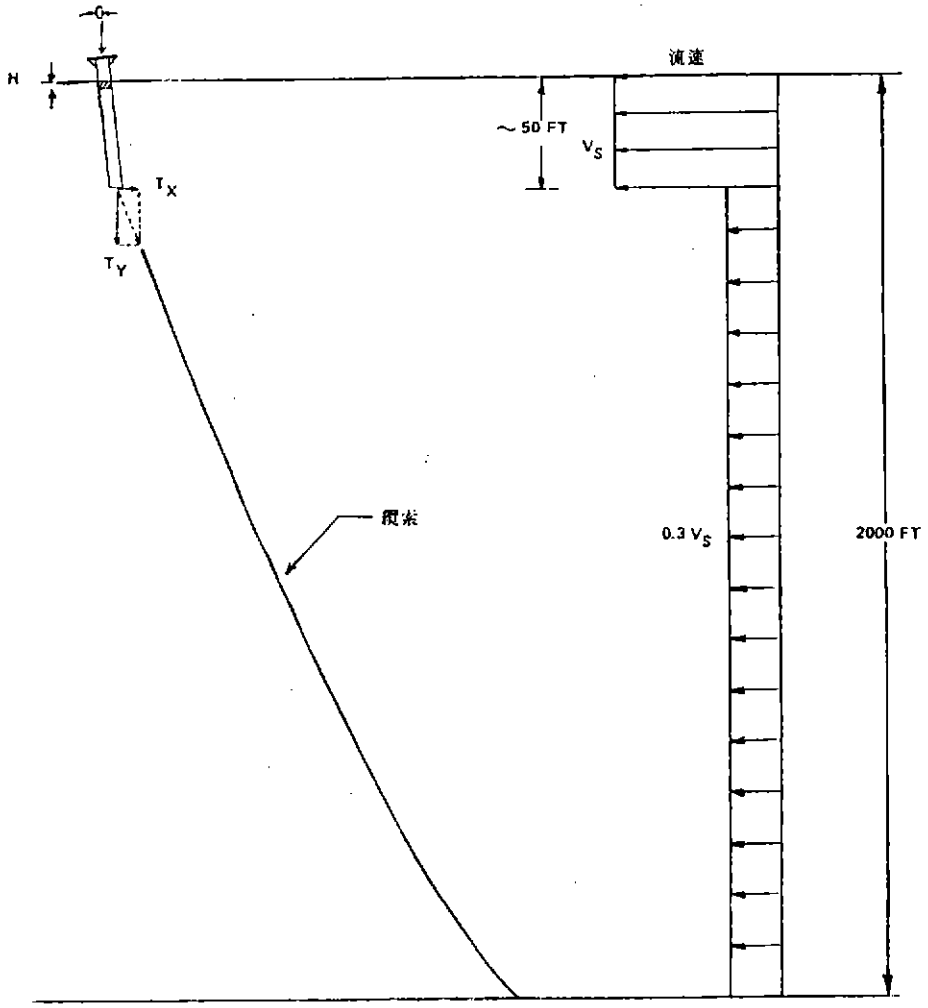
$\overline{gm}$：浮體定傾中心與重心之間距叫定傾高度 (metracenter height)。

I_x：浮筒對橫搖運動軸通過重心之虛轉動慣量。

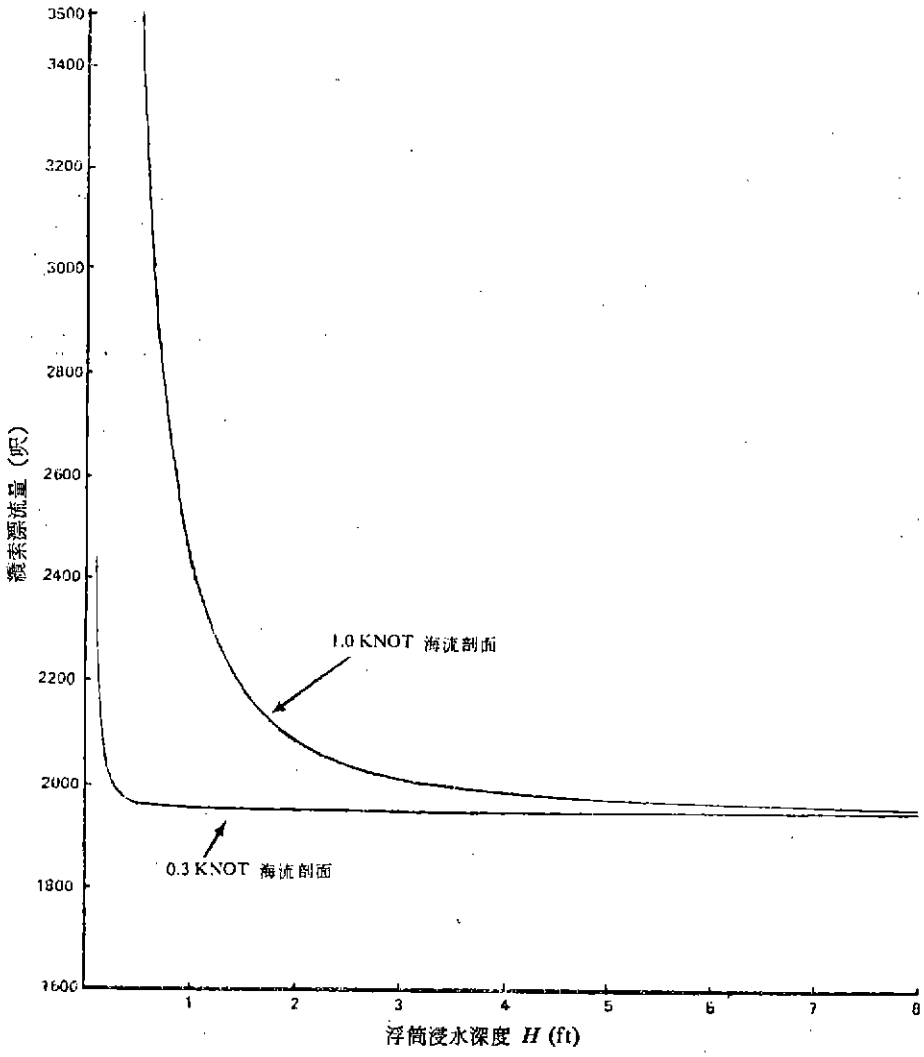
流體自由表面與浮體在平衡狀態下之相切線稱爲水線 (water line)，定傾高度 $\overline{gm}$ 可定爲：

$$\overline{gm}=\frac{I}{V}+\overline{gb} \tag{44}$$

式中 I：浮筒在水線斷面積上之轉動慣量



圖五　浮筒繫纜系統



圖六　浮筒浸水深度與海流和纜索漂流之關係

V：所排開之水體積。

$\overline{gb}$：浮心與重心之間距。

例如以圖三及表一之資料可計算定傾高度爲 $\overline{gm}$ 值如下：

$$I=\frac{\pi R^4}{4}=\frac{\pi\,(4.77/2)^4}{4}=25.41\ \text{ft}^4$$

$$\overline{gb}=L_B-L_W=24.99-15.53=9.46\ \text{ft}$$

$$V=\pi R^2 L_b=\pi(4.77/2)^2\cdot(50)=893.5\ \text{ft}^3$$

$$\overline{gm}=\frac{25.41}{893.5}+9.46=9.49\ \text{ft}$$

虛質量慣性力矩 (I_v) 可定爲：

$$I_v=I+I' \qquad (45)$$

式中 I 爲浮筒之質量慣性力矩，而 I' 爲附加水之質量慣性力矩混合形狀之結構體可用平行軸定理及疊加法合成即：

$$I=\sum_i (\overline{I_i}+M_i d_i^2) \qquad (46)$$

式中 $\overline{I_i}$：第 i 分量之轉動慣量。

M_i：第 i 分量之質量。

d_i：浮筒重心與第 i 分量之重心間距。

假定浮筒之外殼爲鋁製品，其重量爲 7753 磅，筒底裝有高度18.28 呎之砂，其浸水重量爲40000 磅，在砂上面有水，其水位高爲距筒底 26.73 呎重量爲 9416 磅，故可計算下列各值：

①對鋁殼而言：

$$I_A=M_A\left(\frac{R^2}{2}+\frac{L_A^2}{12}\right)=\frac{7753}{32.2}\left(\frac{4.77^2}{8}+\frac{60^2}{12}\right)$$

$$=72{,}918 \text{ ft lb sec}^2$$

②對砂而言：

$$I_S=M_S\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L_S^2}{12}\right)=\frac{40000}{32.2}\left(\frac{4.77^2}{16}+\frac{18.28^2}{12}\right)$$

$$=36{,}359 \text{ ft lb sec}^2$$

③對浮筒內之水而言：

$$I_W=M_W\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L_W^2}{12}\right)$$

$$=\frac{9416}{32.2}\left(\frac{4.77^2}{16}+\frac{(26.73-18.28)^2}{12}\right)$$

$$=2{,}156 \text{ ft lb sec}^2$$

然後總慣性力矩計算如下：

$$I=(I_A+M_A d_A^2)+(I_S+M_S d_S^2)+(I_W+M_W d_W^2)=72918$$

$$+\frac{7753}{32.2}(30-15.53)^2+36359$$

$$+\frac{40000}{32.2}(9.14-15.53)^2+2156$$

$$+\frac{9416}{32.2}(13.37-15.53)^2$$

$$=213{,}933 \text{ ft lb sec}^2$$

附加水之慣性力矩爲：

$$I'=M\left[\left(\frac{R^2}{4}+\frac{L_0^2}{12}\right)+\overline{gb}^2\right]$$

$$=\frac{57169}{32.2}\left[\left(\frac{4.77^2}{16}+\frac{50^2}{12}\right)+9.41^2\right]$$

$$=531{,}577 \text{ ft lb sec}$$

故虛質量慣性力矩 (I_v) 爲：

$$I_v=I+I'=213{,}933+531{,}577$$

$$=745{,}510 \text{ ft lb sec}^2$$

故自然頻率 (f_0) 爲：

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{W\cdot\overline{gm}}{I_v}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{57169\times 9.49}{745{,}510}}$$

$$=0.1358 \text{ hz}$$

自然週期 (T_0) 爲：

$$T_0=\frac{1}{f_0}=\frac{1}{0.1358}=7.37 \text{ sec}$$

(2)自由浮體之回復扭力 (free floating buoy right moment)

作用於自由浮體上之回復扭力可能因浮筒傾斜，波浪傾斜或兩者疊加所產生之力矩所致。

(a)浮筒傾斜之回復扭力：

由於浮筒傾斜所產生之回復扭力可表示爲：

$$M=W\cdot\overline{gm}\cdot\sin\theta \qquad (47)$$

如圖七所示，定傾高度 $\overline{gm}$ 可定爲：

$$\overline{gm}=\overline{gb}+\lim_{\theta\to 0}\overline{bm'}=\overline{gb}+\overline{bm}$$

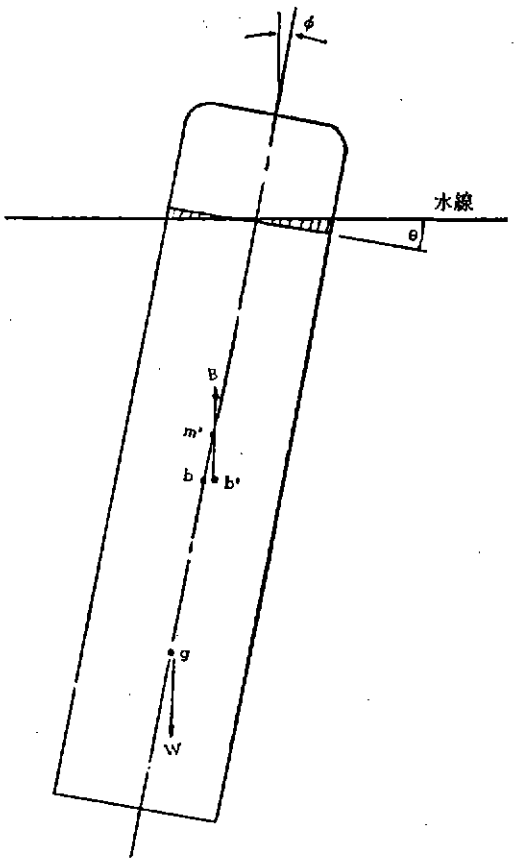
$$=\overline{gb}+\frac{I}{V} \qquad (48)$$

式中 V 爲浮體浸於水中之體積。

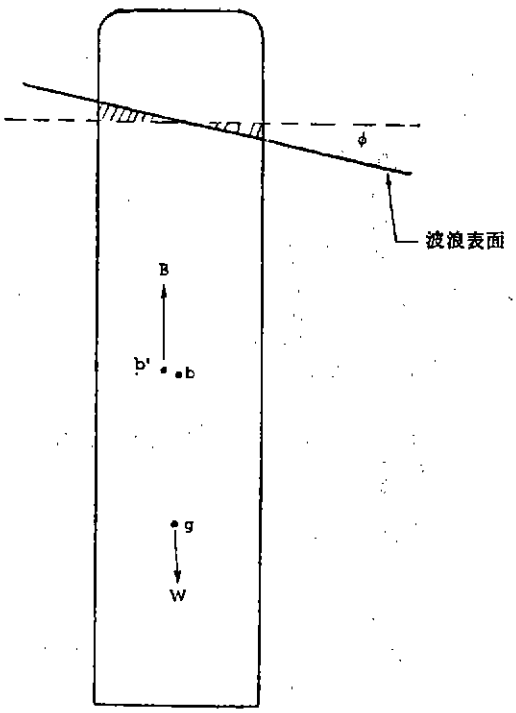
I 爲對水平面之轉動慣量。

若傾斜角 (θ) 很小，則回復扭力可線性化爲：

$$M=W\overline{gm}\,\theta \qquad (47a)$$



圖七　浮筒傾斜所產生之回復扭力之幾何形態



圖八　波浪斜降所產生回復扭力之幾何形態

(b)波浪斜降所引起之回轉扭力

因波浪斜降所引起之回轉扭力如圖八，如同浮筒傾斜之回復扭力；但扭轉之方向相反卽：

$$M=-W\cdot\overline{gm}\cdot\sin\phi \qquad (49)$$

或　$$M=-W\overline{gm}\cdot\phi \qquad (49a)$$

(c)波浪與浮筒傾斜同時發生情況下之回轉扭力：

如圖九所示，爲一波浪與浮筒傾斜同時發生之幾何形態，如同上述，其力矩爲：

$$M=W\cdot\overline{gm}\cdot\sin(\theta-\phi) \qquad (50)$$

或　$$M=W\cdot\overline{gm}\cdot(\theta-\phi) \qquad (50a)$$

(3)自由浮體之運動方程式

浮體在波浪運動中產生橫搖之運動方程式爲：

$$I_s\ddot{\theta}+b\dot{\theta}+W\cdot\overline{gm}(\theta-\phi)=0 \qquad (51)$$

式中 I_s 虛轉動力矩，b 爲線性阻尼係數、波降角 (ϕ) 可由波浪理論得出，假定深海微小振幅波情況下，則設波浪爲：

$$y=\frac{H}{2}\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{L}\right) \qquad (52)$$

波浪之斜降爲：

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\tan\phi=\frac{\pi H}{L}\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{L}\right) \qquad (53)$$

若選擇在 $x=0$ 處觀測波降，而在深海波情況下則：

$$\phi\cong\tan\phi=\alpha\sin\frac{2\pi t}{T}=\alpha\sin\omega t \qquad (54)$$

式中：

$$\alpha=\phi_{max}=\frac{\pi H}{T}=\frac{2\pi}{L}A=KA=\frac{\omega^2}{g}A \qquad (55)$$

式中 A 爲波浪振幅，g 爲重力加速度，ω 爲波浪角速度。故式 (51) 可改寫爲：

$$I_s\ddot{\theta}+b\dot{\theta}+\omega\overline{gm}\theta=\alpha\omega\overline{gm}\sin\omega t \qquad (56)$$

化簡可得：

$$\ddot{\theta}+2n\dot{\theta}+p^2\theta=\alpha p^2\sin\omega t \qquad (57)$$

式中 $2n=\dfrac{b}{I_s}$

$$p=\sqrt{\frac{\omega\cdot\overline{gm}}{I_s}}$$

=橫搖運動之自然角頻率 (Natural angular frequency of rolling)

此方程式之穩定解爲：

$$\theta=c_1\sin\omega t+c_2\cos\omega t \qquad (58)$$

微分可得

$$\dot{\theta}=c_1\omega\cos\omega t-c_2\omega\sin\omega t$$

$$\ddot{\theta}=-c_1\omega^2\sin\omega t-c_2\omega^2\cos\omega t$$

代回原微分方程式（式57）可得：

$$(p^2-\omega^2)c_1-2n\omega c_2=\alpha p^2$$

$$2n\omega c_1+(p^2-\omega^2)c_2=0$$

故可得：

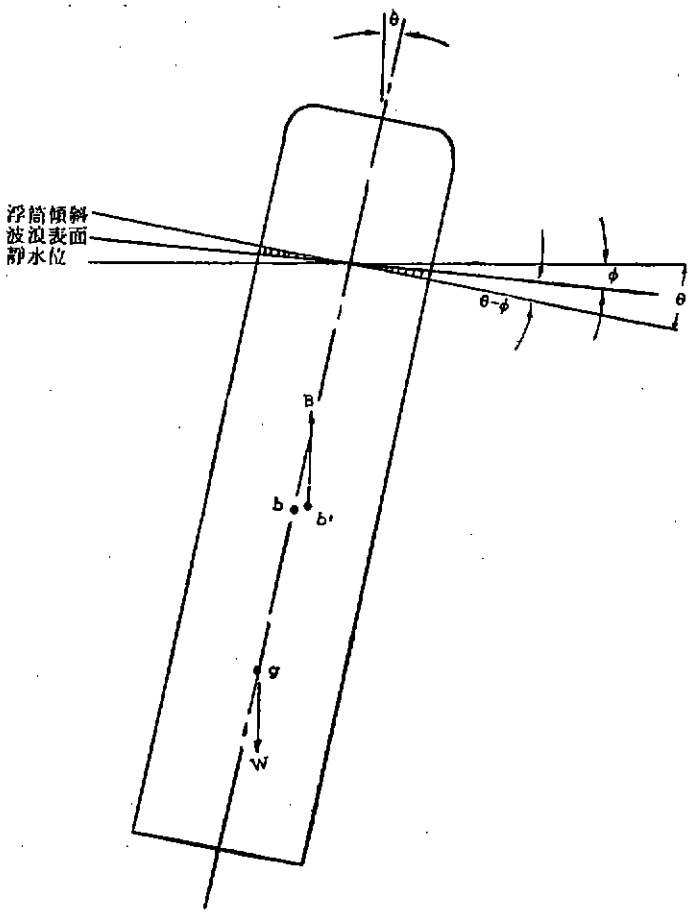
$$c_1=\frac{\alpha p^2(p^2-\omega^2)}{(p^2-\omega^2)^2+(2n\omega)^2} \qquad (59)$$

$$c_2=\frac{-2n\omega}{(p^2-\omega^2)}\left[\frac{\alpha p^2(p^2-\omega^2)}{(p^2-\omega^2)^2+(2n\omega)^2}\right] \qquad (60)$$

由式 (58) 方程式之穩定解可化爲：

$$\theta=\theta_{max}\sin(\omega t-\sigma) \qquad (61)$$

式中



圖九　浮筒傾斜及波浪斜降所致之周復扭力

振幅：$\theta_{max}=\sqrt{c_1^2+c_2^2}$

$$=\frac{\alpha p^2}{\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+(2n\omega)^2}} \quad (62)$$

位相角：$\sigma=\tan^{-1}\left(\frac{-c_2}{c_1}\right)$

$$=\tan^{-1}\left(\frac{2n\omega}{p^2-\omega^2}\right) \quad (63)$$

在深海波情況下，因 $\alpha=\frac{\omega^2}{g}A$，故可得其解爲：

$$\theta=\frac{\omega^2 p^2 A}{g\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+(2n\omega)^2}}\sin(\omega t-\alpha) \quad (64)$$

(4)線性阻尼係數

如圖十所示，由於阻尼所產生之微分力矩爲：

$$dM=rdF \quad (65)$$

微量作用力可定爲：

$$dF=\tfrac{1}{2}\rho C_D A V^2=\tfrac{1}{2}\rho C_D D(r\dot{\theta})^2 dr \quad (66)$$

故微量力矩爲：

$$dM=\tfrac{1}{2}\rho C_D D r^3\dot{\theta}^2 dr \quad (67)$$

因此對整個浸水之圓柱範圍取積分，可得：

$$M=\tfrac{1}{8}\rho C_D D[L_1^4+L_2^4]\,|\,\overline{\dot{\theta}}\,|\,\dot{\theta} \quad (68)$$

因　$\theta=\theta_0\sin(\omega t)$ (69)

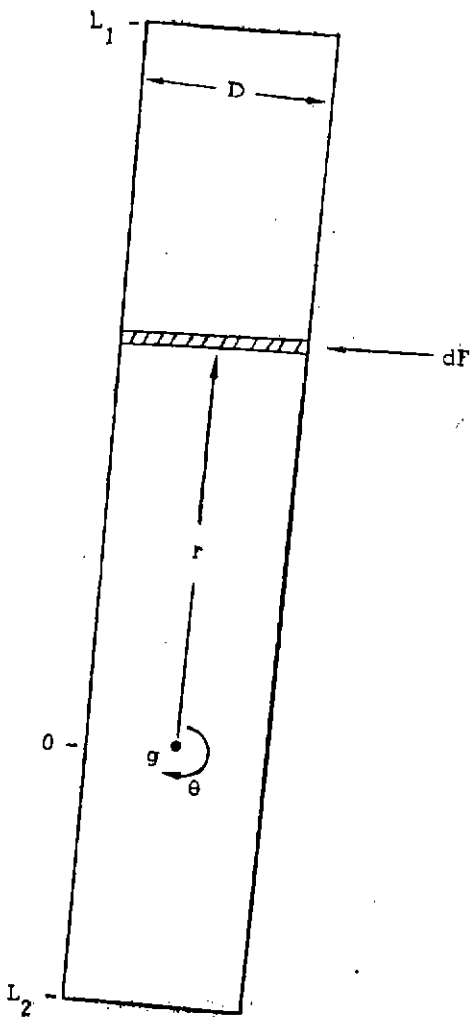
$\dot{\theta}=\theta_0\,\omega\cos(\omega t)$ (70)

在一週期 T 範圍之平均角速度 $\overline{\dot{\theta}}$，其絕對值爲：

$$|\overline{\dot{\theta}}|=\frac{1}{T}\int_0^T\dot{\theta}dt=\frac{4}{2\pi}\int_0^{\pi/2}\theta_0\omega \cdot\cos(\omega t)dt=\frac{2\theta_0}{\pi} \quad (71)$$

因爲力矩與線性阻尼係數之關係爲：

$$M=b\dot{\theta} \quad (72)$$



圖十 阻 尼 力

故線性阻尼係數 (b) 爲：

$$b=\tfrac{1}{4}\rho C_D D(L_1^4+L_2^4)\frac{\theta_0}{\pi} \qquad (73)$$

已知下列參數：

$\rho=1.99$ slug/ft³

$C_D=1.5$

$D=4.77$ 呎

$L_2=15.53$ 呎

$L_1=(50-15.53)=34.47$ 呎

$\theta_0=0.2$ rad

故阻尼係數可計算得出：

$$b=\tfrac{1}{4}\times 1.99\times 1.5\times 4.77(15.53^4+34.47^4)\cdot\frac{0.2}{\pi}=333{,}107 \text{ ft lb sec}$$

(5)波浪激動下之橫搖反應

波浪激動下橫搖運動之反應振幅運算子 (RAO) 爲：

$$RAO=Y(\omega)=\frac{\theta_{max}}{A} \qquad (74)$$

由式 (55) 及式 (62) 代入式 (74) 可得：

$$Y(\omega)=\frac{\omega^2 p^2}{g\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+(2n\omega)^2}} \qquad (75)$$

若已知波高能譜 $S(\omega)$，則橫搖運動之反應均方值可由下式得出：

$$\overline{\theta}_{rms}=\sqrt{R}=\left[\int_0^\infty R(\omega)\,d\omega\right]^{1/2}=\left[\int_0^\omega Y^2(\omega)S(\omega)d\omega\right]^{1/2} \qquad (76)$$

P-M 雙倍波高能譜 (Pierson-Moskowitz double wave height spectrum) 定爲：

$$S_{2H}(\omega)=\frac{135}{\omega^5}\exp\left[\frac{-9.7\times 10^4}{V^4\omega^4}\right] \text{ ft}^2 \text{ sec} \qquad (77)$$

式中：V 爲持續風速 (單位爲 knots)。

由式 (75) 知浮筒橫搖運動反應振幅運算子 $Y(\omega)$ 爲角頻率之函數，畫於圖十一中，而圖十二爲 P-M 雙倍波高能譜在風速爲 30 knots 情況下之特性 (由式77得出)，而圖十三爲在風速 30 knots 情況下，橫搖反應波譜密度，即 $R(\omega)=Y^2(\omega)S(\omega)$，在此圖中曲線下與橫座標軸所包圍之面積可得出浮筒橫搖反應之最大平均值 $\overline{\theta}_{1/3}$)，繼續利用圖五至圖七之計算程序，可得出不同風速下之各浮筒橫搖之反應值，然後將成果畫於圖十四，圖中之 $\overline{\theta}_{1/3}$, $\overline{\theta}$ 及 θ_m 分別代表：

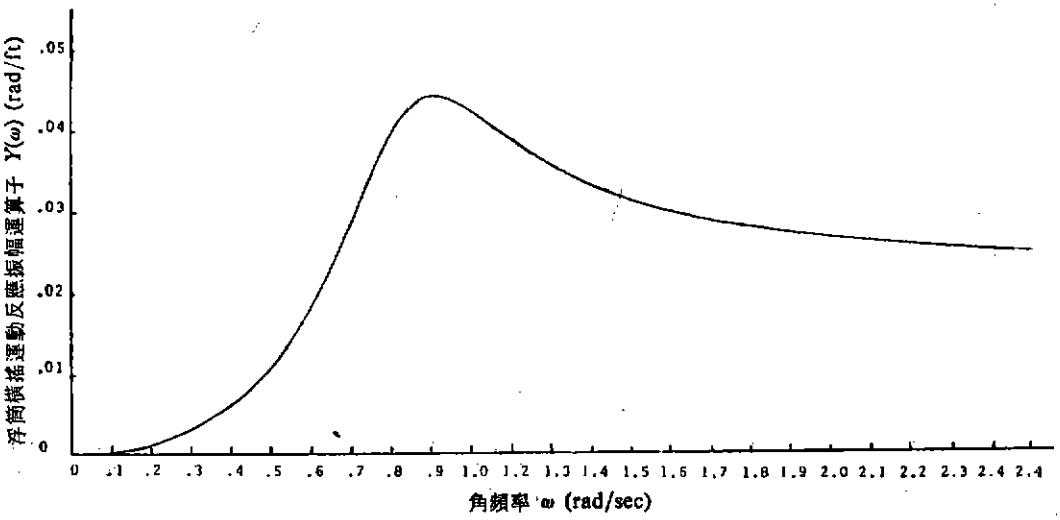
$\overline{\theta}_{1/3}$：橫搖反應之最大 1/3 之平均值。

$\overline{\theta}$：所有橫搖反應之平均值。

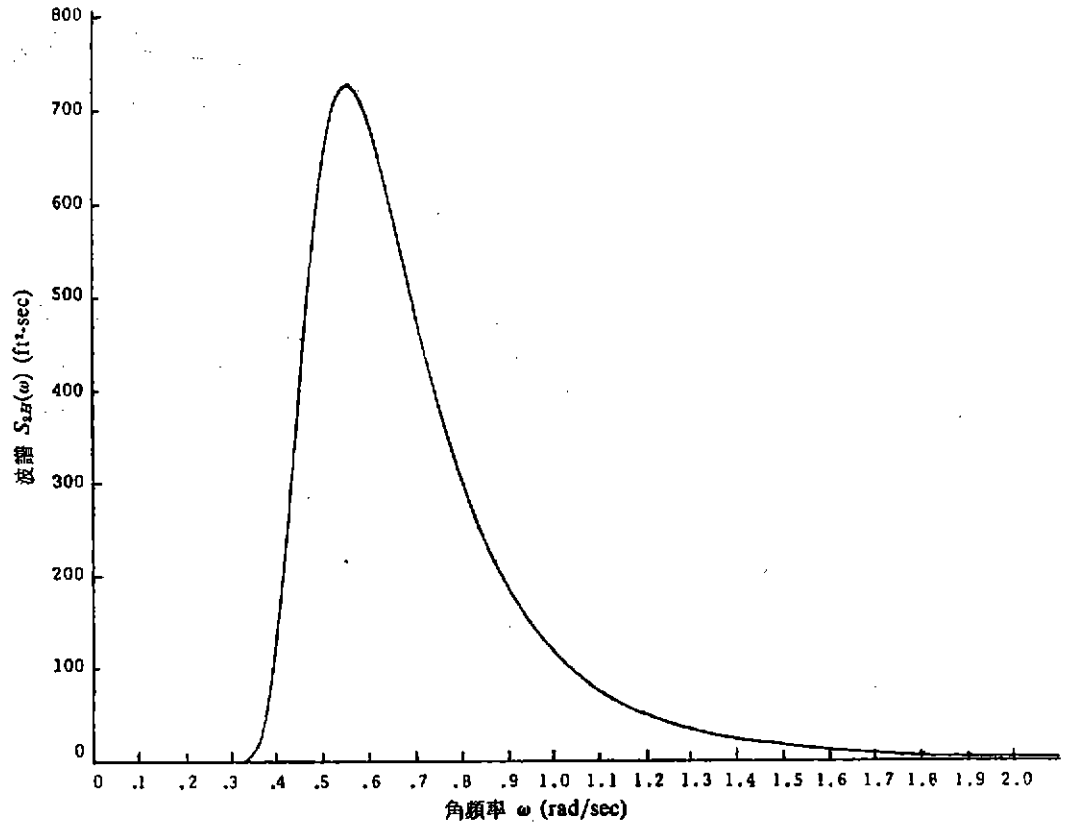
$\overline{\theta}_m$：概率最大 (最常發生) 之反應平均值。

其中
$$\left.\begin{aligned}&\overline{\theta}_{1/3}=1.416\,\overline{\theta}_{rms}\\&\overline{\theta}=0.886\theta_{rms}=0.625\,\overline{\theta}_{1/3}\\&\overline{\theta}_m=0.707\,\overline{\theta}_{rms}=0.5\,\overline{\theta}_{1/3}\end{aligned}\right\} \qquad (78)$$

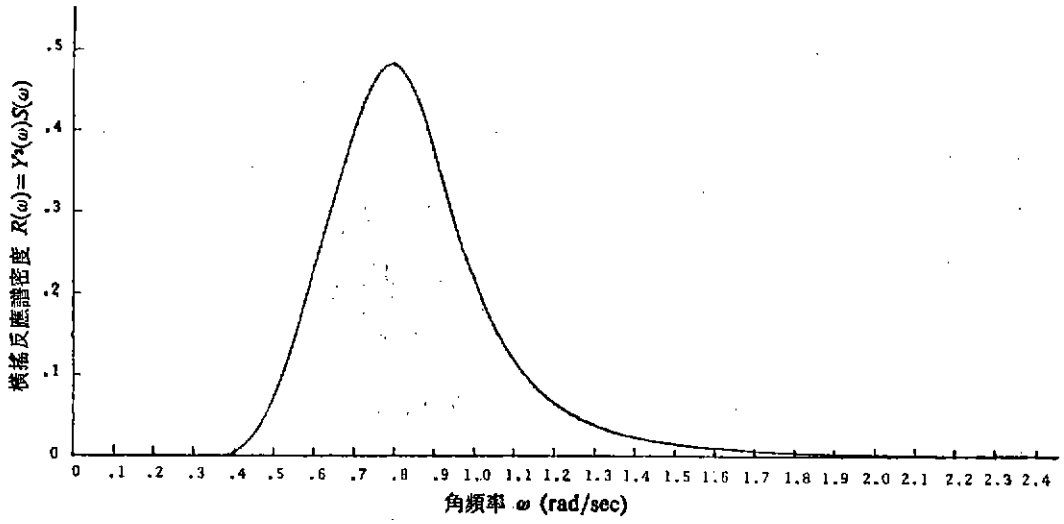
應用雙倍波高譜所 $S_{2H}(\omega)$ 得出之反應爲 $\theta_{1/3}$，若用波高譜 $S_H(\omega)$ 則爲 $\overline{\theta}_{rms}$，各種能譜所代表之反應值可參見波譜之代表波高應用 [1]。



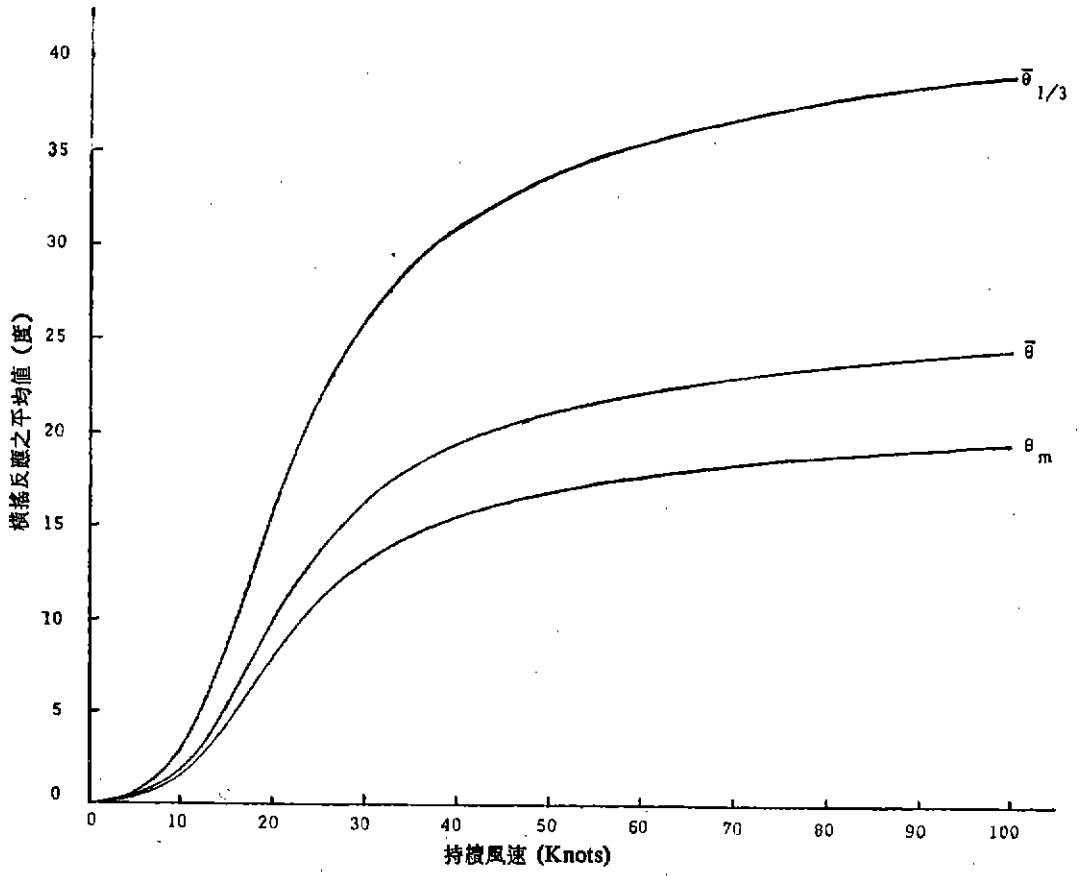
圖十一　自由浮筒橫搖反應振幅運算子與頻率之關係



圖十二　Pierson-Moskowitz 雙波高能譜（風速 V=30 Knots）



圖十三　自由浮筒橫搖反應（風速 V=30 Knots)



圖十四　自由浮筒橫搖反應平均值與風速之關係

四、繫纜浮筒動力分析

㈠回轉扭力

如圖十五所示，對重心 (C.G) 而言之回轉扭力爲：

$$M=(B+\Delta B)\overline{gm}\sin(\theta-\phi)+T_xL_w\sin\theta-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}-L_w\right)\cos\theta-T_xL_w\cos\theta \quad (79)$$

假設 θ 及 ϕ 均爲微量，則

$$\sin\theta\doteqdot\theta,\ \cos\theta=1,\ \sin(\theta-\phi)=\theta-\phi$$

故式 (79) 可變爲：

$$M=(B+\Delta B)\overline{gm}(\theta-\phi)+T_xL_w\cdot\theta-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}-L_w\right)-T_xL_w \quad (80)$$

浮心相對於重心之距離 $\overline{bg}$ 可由下式得出

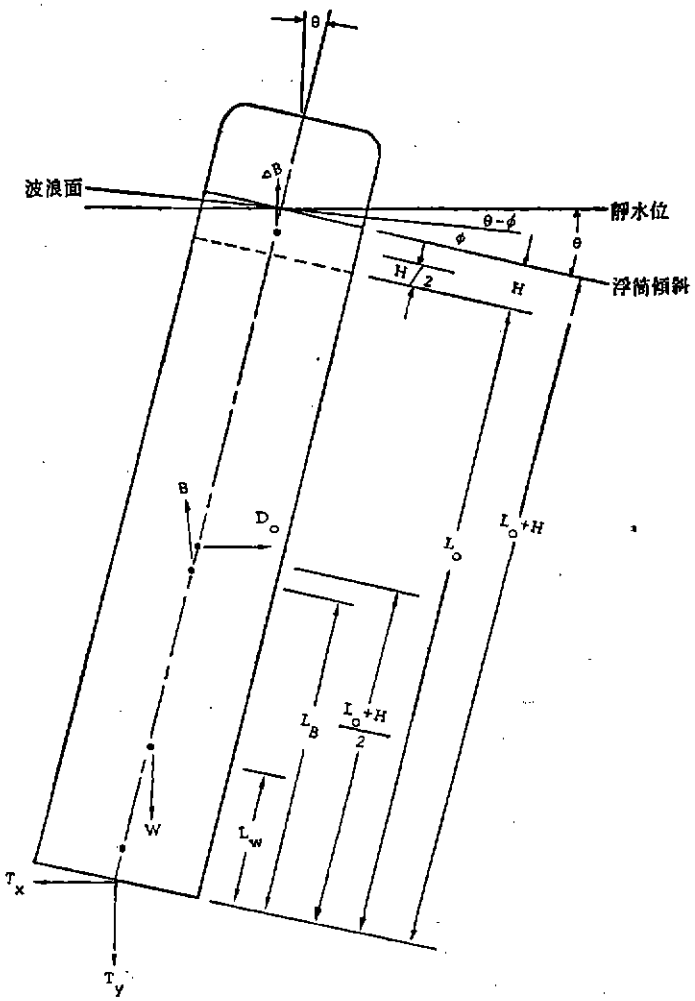
$$(L_B-L_w)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_w\right)\Delta B=(B+\Delta B)\overline{bg}$$

即
$$\overline{bg}=\frac{(L_B-L_w)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_w\right)\Delta B}{B+\Delta B}$$

故
$$\overline{gm}=\overline{bg}+\frac{I}{V}$$

$$=\frac{(L_B-L_w)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_w\right)\Delta B}{B+\Delta B}+\frac{I}{W/r}$$

$\because\ \omega=B+\Delta B$



圖十五　繫纜浮筒受力圖

故 $$\overline{gm}=\frac{(L_B-L_\omega)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)\Delta B}{B+\Delta B}+\frac{I\cdot r}{B+\Delta B} \quad (81)$$

將式 (81) 代入式 (80) 可得：

$$M=\left[(L_B-L_\omega)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)\Delta B+\gamma I+T_r L_\omega\right]\theta-\left[(L_B-L_\omega)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)\Delta B+rI\right]\phi-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}-L_\omega\right)-T_r L$$

俯仰角 θ 可視爲穩定情況下 θ_0 值及隨時而變之 $\theta(t)$ 之疊加卽：

$$\theta=\theta_0+\theta(t)=\theta_0+\theta\sin(\omega t-\sigma)$$
$$\dot{\theta}=\dot{\theta}(t)=\theta\omega\cos(\omega t-\sigma)$$
$$\ddot{\theta}=\ddot{\theta}(t)=-\theta\omega^2\sin(\omega t-\sigma)$$

對筒底對力矩可得穩定情況下之俯仰角度 θ_0 卽：

$$D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right)\cos\theta_0=\left(BL_B+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)-\omega L_\omega\right)\sin\theta_0$$

因 θ_0 爲微量故 $\cos\theta_0\doteqdot 1,\sin\theta_0=\theta_0$ 故

$$\theta_0\doteqdot\sin\theta_0=\left[\frac{D_0(L_0+H/2)}{BL_B+\Delta B(L_0+H/2)-\omega L_\omega}\right] \quad (82)$$

$$\sum F_x=0：T_x=D_0 \quad (83)$$

將式 (81)～(83) 代入式 (80) 可得：

$$M=\left[(L_B-L_\omega)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)\Delta B+rI+T_r L_\omega\right]\cdot\left[\frac{D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right)}{BL_B+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)-\omega L_\omega}\right]+[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_r L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\phi-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right) \quad (84)$$

$$\sum F_y=0$$
$$T_y+\omega=B+\Delta B$$
因 $\omega=B$
故 $T_y=\Delta B$

故式 (84) 可改寫爲：

$$M=\left[(L_B-L_\omega)B+\left(L_0+\frac{H}{2}\right)\right]\Delta B+rI\cdot\left[\frac{D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right)}{B(L_B-L_\omega)+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)}\right]+[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_r L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\phi-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right) \quad (85)$$

式 (85) 可化簡爲：

$$M=\left[1+\frac{rI}{B(L_B-L_\omega)+\Delta B\left(L_0+\frac{H}{2}\right)}\right]\cdot D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right)-D_0\left(\frac{L_0+H}{2}\right)+[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_r L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\phi \quad (86)$$

假定纜線之水平方向之彈簧係數爲零卽：

$$T_x(\theta_0)=K(L_\omega\cdot\theta_0)$$
$\because K=0$
故 $T_x(\theta_0)=0$

在穩定情況下 (θ_0) 之水平力平衡卽曳力與纜線張力之水平分量相等。

$$D_0=T_x(\theta)=0$$

故式 (86) 之力矩爲：

$$M=[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_r L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\cdot\phi \quad (87)$$

而曳力爲穩定情況下和隨時間而變之曳力和卽：

$$D=D_0+D(t)$$

故力矩爲：

$$\frac{dD}{dt}=\frac{dD(t)}{dt}=b_d\dot{\theta}\ (b_d\text{ 爲動力阻尼係數})$$

故回轉扭力爲：

$$M=b\dot{\theta}+[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_r L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\cdot\phi \quad (88)$$

㈡運動方程式

由於慣性扭力 $I_r\ddot{\theta}$ 與回轉扭力作用力相等而方向相反，故可得運動方程式爲：

$$I_v\ddot{\theta}+b\dot{\theta}+[(B+\Delta B)\overline{gm}+T_\gamma L_\omega]\theta(t)-(B+\Delta B)\overline{gm}\phi=0 \quad (89)$$

式中 $\phi=\alpha\sin\omega t$

$$\alpha=\frac{\pi H}{L}=\frac{\omega^2 A}{g}$$

及 $B+\Delta B=\omega+T_\gamma$

故式 (89) 可改寫爲：

$$\ddot{\theta}+\frac{b_d}{I_v}\dot{\theta}+\left[\frac{(\omega+T_\gamma)\overline{gm}+T_\gamma L_\omega}{I_v}\right]\theta(t)=\frac{(\omega+T_\gamma)\overline{gm}}{I_v}\alpha\sin\omega t \quad (90)$$

令 $\alpha=\frac{b_d}{I_v}$

$$\beta=\frac{(\omega+T_\gamma)\overline{gm}+T_\gamma L_\omega}{I_v}$$

$$r=\frac{(\omega+T_\gamma)\overline{gm}}{I_v}\cdot\frac{\omega^2}{g}\cdot A$$

則式 (90) 可改寫爲：

$$\ddot{\theta}+\alpha\dot{\theta}+\beta\theta=r\sin\omega t \quad (91)$$

其穩定解定爲：

$$\theta=c_1\sin\omega t+c_2\cos\omega t \quad (92)$$

微分可得：

$$\dot{\theta}=c_1\omega\cos\omega t-c_2\omega\sin\omega t \quad (93)$$

$$\ddot{\theta}=-c_1\omega^2\sin\omega t-c_2\omega^2\cos\omega t \quad (94)$$

將式 (92)～(94) 代入式 (91)，然後 $\sin\omega t$ 及 $\cos\omega t$ 之係數相等，可得：

$$(\beta-\omega^2)c_1-\alpha\omega c_2=r \quad (95)$$

$$\alpha\omega c_1+(\beta-\omega^2)c_2=0 \quad (96)$$

解式 (95) 及 (96) 可得：

$$c_1=\frac{r(\beta-\omega^2)}{(\beta-\omega^2)^2+(\alpha\omega)^2} \quad (97)$$

$$c_2=\frac{-\alpha r\omega}{(\beta-\omega^2)^2+(\alpha\omega)^2} \quad (98)$$

將式 (97) (98) 代入式 (92) 可得出其解爲：

$$\theta=\sqrt{c_1^2+c_2^2}\sin(\omega t-\alpha)=\frac{r}{\sqrt{(\beta-\omega^2)^2+(\alpha\omega)^2}}\sin(\omega t-\alpha)$$

$$\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{c_2}{c_1}\right)=\tan^{-1}\left(\frac{-\alpha w}{\beta-w^2}\right)$$

㈢波譜反應

反應振幅運算子 (RAO) 可定爲：

$$Y(\omega)=RAO=\frac{\theta_{max}}{A}=\frac{r/A}{\sqrt{(\beta-\omega^2)^2+(\alpha\omega)^2}}=\frac{\frac{(\overline{W}+T_\gamma)\overline{gm}}{I_v}\cdot\frac{\omega^2}{g}}{\left(\left[\frac{(\omega+T_\gamma)\overline{gm}+T_\gamma L_\omega}{I_v}-w^2\right]^2+\left[\frac{b_d\omega}{I_v}\right]^2\right)^{1/2}}$$

$$=\frac{(\overline{W}+T_\gamma)\overline{gm}\cdot\omega^2}{g\cdot([(\overline{\omega}+T_\gamma)gm+T_\gamma L_\omega-\omega^2 I_v]^2+b_d^2\omega^2)^{1/2}} \quad (99)$$

假設波浪之能譜如式 (77) 之 P-M 雙倍波高能譜，則反應譜密度爲：

$$R(w)=Y^2(w)S(w)$$

即

$$R(w)=\frac{135(\overline{\omega}+T_\gamma)^2\overline{gm}^2}{\omega g^2[(\overline{\omega}+T_\gamma)\overline{gm}+T_\gamma L_\omega-\omega^2 I_v)^2+b_d^2\omega^2)^2}e^{-0.7\times10^4/V^4\omega^4} \quad (100)$$

$$\theta_{1/3}=\left[\int_0^\infty R(\omega)d\omega\right]^{1/2} \quad (101)$$

爲求估算這些函數，首先需定出與浮筒浸水深 (H) 有關之一些參數（例如 I_v, b_d, $\overline{gm}$ 等），因浮筒不再自由漂浮，故繫纜浮筒情況下之虛質量慣性力矩、線性阻尼係數及有效定傾高度等均需重算，首先計算新虛質量慣性力矩爲：

$$I_v=I+I'$$

$$I=I_0=226{,}797\ \text{ft lb sec}$$

（I_0 代表原質量慣性力矩）

$$I'=I_0'+(\Delta I'+\Delta M_\omega d_\omega^2)=I_0'+\Delta M_\omega\left(\frac{R^2}{4}+\frac{H^2}{12}\right)+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)^2$$

$$=I_0'+\frac{\rho g\left(\frac{\pi D^2}{4}\cdot H\right)}{g}\left(\frac{D^2}{16}+\frac{H^2}{12}+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_\omega\right)^2\right]$$

$$=531{,}577+35.56H\left[1.42+\frac{H^2}{12}+\left(34.47+\frac{H}{2}\right)^2\right]\text{ft lb sec}^2$$

新的線性阻尼係數 b_d 爲：

$$b_d=\frac{\theta_0}{4\pi}\rho C_D D(L_w^4+(L_0+H-L_w)^4)$$

因 $L_W=15.53$ 呎

$L_0=50$ 呎

$D=4.77$ 呎

$C_D=1.5$

$\rho=1.99\ \frac{\text{lb sec}^2}{\text{ft}^4}$

$\theta_0=0.2$ rad

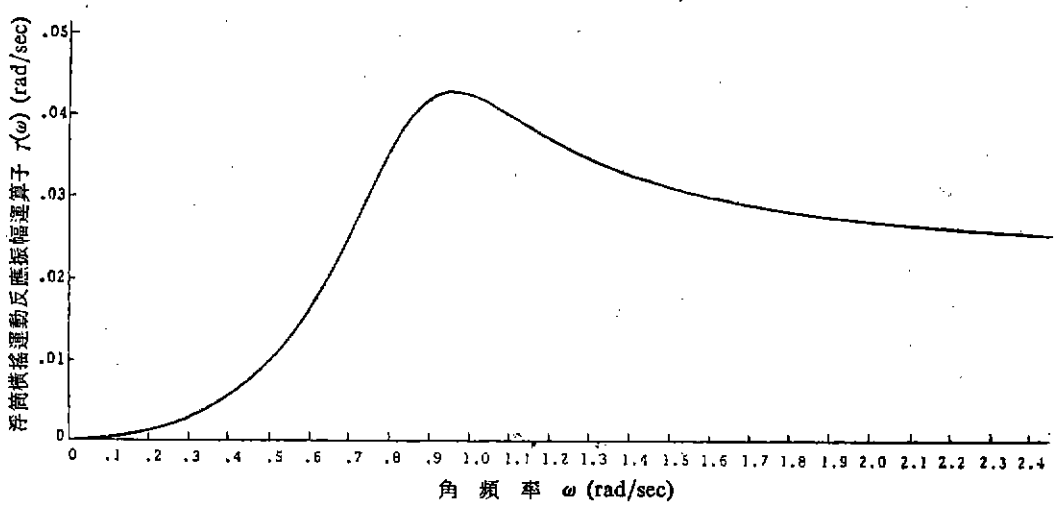
故 $b_d=0.227[58.168+(34.47+H)^4]$

計算新的定傾高度：

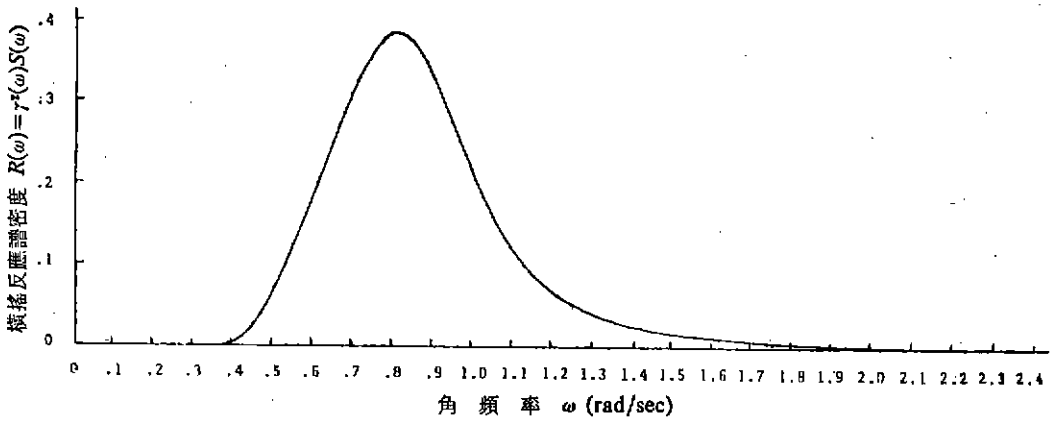
$$\overline{gm}=\frac{(L_B-L_w)B+\left(L_0+\frac{H}{2}-L_w\right)\Delta B}{B+\Delta B}+\frac{I}{\pi\frac{D^2}{4}(L_0+H)}$$

$$\overline{gm}=\frac{(24.99-15.53)(57169)+\left(50+\frac{H}{2}-15.53\right)\Delta B}{57169+\Delta B}+\frac{25.41}{\frac{\pi(4.77)^2}{4}(50+H)}$$

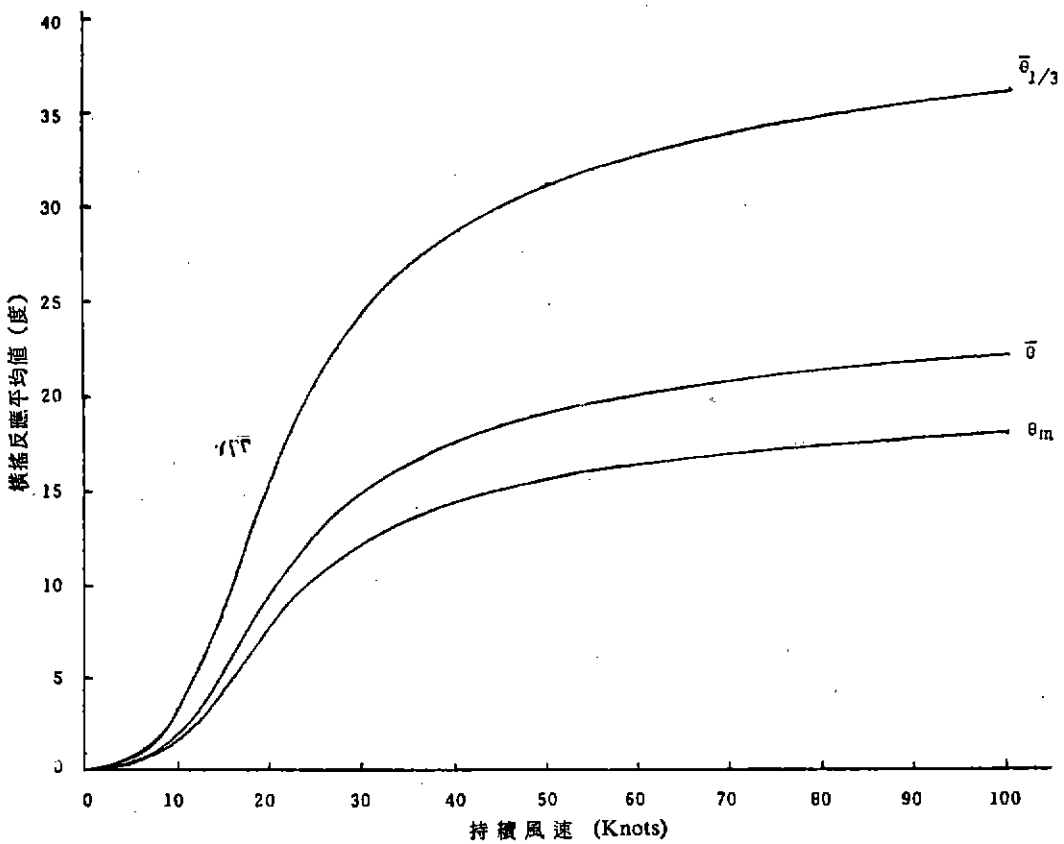
$$=\frac{540819+\left(34.47+\frac{H}{2}\right)\Delta B}{57169+\Delta B}+\frac{25.41}{17.87(50+H)}$$



圖十六 繫纜浮筒橫搖反應振幅運算子與頻率之關係



圖十七 繫纜浮筒橫搖反應（風速 $V=30$ Knots 情況下）



圖十八　繫纜浮筒橫搖反應平均值與風速之關係

若假設已知下列資料：

(1)海水表層海流流速爲 1.0 knots。

(2)纜線漂流距離 2080 呎。

(3)浮筒浸水深度 $H=2$ 呎。

(4)穩定情況下，浮筒之仰俯角度 $\theta_0=1.9°$。

因此可計算得出下列資料：

$\Delta B=T_y=2290$ lbs

$I_x=848{,}047$ ft lb sec^2

$b_4=414072$ ft lb sec

$\overline{gm}=10.49$ ft

應用以上所得數據，可由式 (99)得出橫搖振幅因子 $Y(\omega)$，然後畫於圖十六，而在風速 30 knots 情況下之橫搖反應能譜密度如式 (100)，可算出而畫於圖十七，因此可求出在穩定情況下橫搖反應之統計值與風速之關係如圖十八所示。

參 考 資 料

1. 林維明：「海洋結構物之波浪負荷評估」。臺灣水利，第30卷第1期，民國71年3月1日，pp. 52～93。
2. H.O. Berteaux, 1976: "Buoy Engineering," John Wiley and Sons. pp. 42～51.

深海浮體結構物繫纜技術

林 維 明*

一、前　　言

船隻在海上作業需以繫纜以防其與海床、海中結構物或其他船隻碰撞，此種繫纜大多數可允許有些微水平之偏移量，爲發揮懸垂線之功能，纜索長度可能需爲水深之五倍至七倍，但由於海洋開發已漸移往深海，例如石油氣探採生產、海洋環境資料收集、導航、研究平臺、卸油浮筒，海底結構供應站、海洋溫差發電、浮體式工廠等相繼出現，爲求此等浮體結構能可靠地操作則需要求結構物能固定在某一位置上，其偏移量需在允許範圍內，因此繫纜系統之可靠性對於結構物之安全及發揮其功能相當地重要。

現在大多數之鑽井船使用之繫纜系統均設計其水平偏移量僅爲水深之 10%，此種限制條件對於非位控制及通訊系統似乎很滿意。同時在繫纜系統不許有一些不合理之組件，繫纜系統需有很大之回復力，限制其船隻之排水量爲主要環境力之3% 可增加其鑽探之效能。換言之繫纜系統之設計爲保持在最惡劣天候下船隻之水平運動量爲水深之 10% 而限制船隻之吃水量僅爲主要環境條件（95% 時間）之 3%。

由於海洋環境力爲不規則性，在大多數海域地區均可能遭受任意方向之環境力侵襲，因此繫纜系統須以輻射狀配置。繫纜系統爲一柔性之結構物主要包括錨碇、纜索、聯件及施工機械例如絞盤等。而其目的爲對外海浮體式結構物具有下列諸特性：

(1)位置固定：在一固定位置上或水深下之偏移量小。

(2)浮著及堅硬度高：保持靜力及動力穩定。

(3)耐久性及可靠性：能在一定使用期限內在其海洋物理，化學及操作條件下能生存最長者。

因此繫纜系統每一組件必須詳細設計以便在操作之環境條件下發揮其最大之功能。

現在之繫纜系統已伸至水深二萬英呎以上之海域，每一水深範圍及其應用，需要各種不同之裝備與施工程序，除水深外，繫纜系統亦由位置容許、船首控制、繫纜延時、使用次數等參數作爲控制之依據，這些參數及代表值如表一所示。

表一　繫纜系統限制

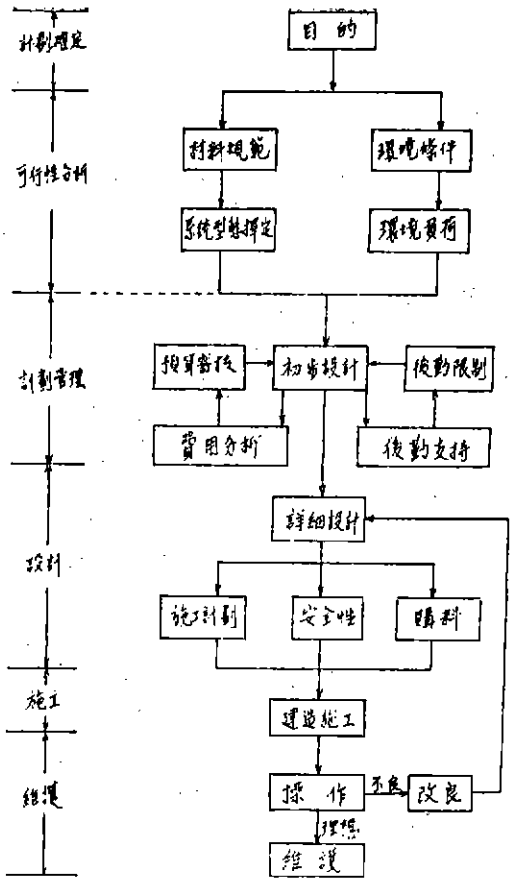
水　深	淺　水	中度水深	深水
鑽井船	<200 呎	300～600 呎	>600 呎
小　船	<100 呎	100～200 呎	>200 呎
位置控制	栓　繫 (水深 3～10%)	鬆　弛 (水深3～10 倍)	—
船首控制	固　定 (5°～10°)	自　由 (360°)	—
耐久性	時	月	年

「外海繫纜」甚難定出界限，對小船而言，水深大於 200 呎可能稱爲外海繫纜；而許多鑽井船裝有 600 呎水深之鑽井設備，因此可定 600 呎爲外海技術之轉換區。石油鑽探及施工船需在 600 呎至 2,000 呎水深下錨碇，而海洋溫差發電廠設計需考慮水深 4,000 至 6,000 呎，甚至有許多海洋調查研究船及浮筒經常達到二萬呎海域。

位置與船首之控制兩者相依，且依所選定之繫纜系統而定。一般而言，最有效之繫纜系統爲採用在使用容許範圍內船上之限制最少者，例如旋轉之自由度必須不能超過鑽井直立管或其他海床連接物之限制範圍，船首承受之環境力爲船梁方向者之 $1/13$。輻射狀繫纜系統有一臨界之栓繫條件，若過於鬆弛將難以控制浮體結構物之位置之控制。

當設計任一系統時，設計者首先必須對該系統有基本上之認知，然後對此系統將來在操作之環境條件有所了解。設計程序如圖一所示，首先確定目的及任務，例如擬使用何種設施？裝於何處？何時需安裝？安裝期限？及安裝之理由等；先予考慮然後分兩方面考慮，一爲系統之規範例如使用材料之容許度、穩定性、耐用年限，由負荷條件及運動行爲作爲選定系統種類之根據例如平臺需置於海面或

* 中油公司專案工程師



圖一　繫纜系統設計與建造程序

海中，而纜索使用單線或多線；另一爲環境條件由海浪、風、海流、壓力、腐蝕及污濁（foul）等決定系統之負荷，綜合此兩方面資料從事初步設計、估價、選擇聯件，編列預算及後勤支援工作，例如操作機械、吊設、撈回或維護等條件詳估、妥協、設計才算定案，然後購料與擬定施工計劃，進行建造、施工，操作及維護工作。

二、繫纜系統

鑽井船所受之環境外力可由纜索之張力所產生之恢復力（Restoring Force）加以平衡，而纜索之張力則傳遞至海底之錨碇上。

錨碇之抓著能力（Holding Capacity）通常以抓著力比（Holding Power Ratio）來表示，亦即纜索所承受之張力與錨碇在空氣中之重量之比值。一高效能之錨碇且具有較大之抓著力比（有時簡稱抓力）才能以極小之錨重產生最大的抓著力（Holding Power）。

垂懸於水中之纜索，因其本身之重量而形成一條懸垂線（Catenary curve），爲使錨碇不被垂向拉力拉起，在海床須有多餘之纜索才可使作用於錨碇上之拉力轉變成水平力發揮抓著效能。

一般而言，欲設計一價廉且實用之繫纜系統，困難性日增，其原因如下：

(1)纜索之側向偏移量減少。

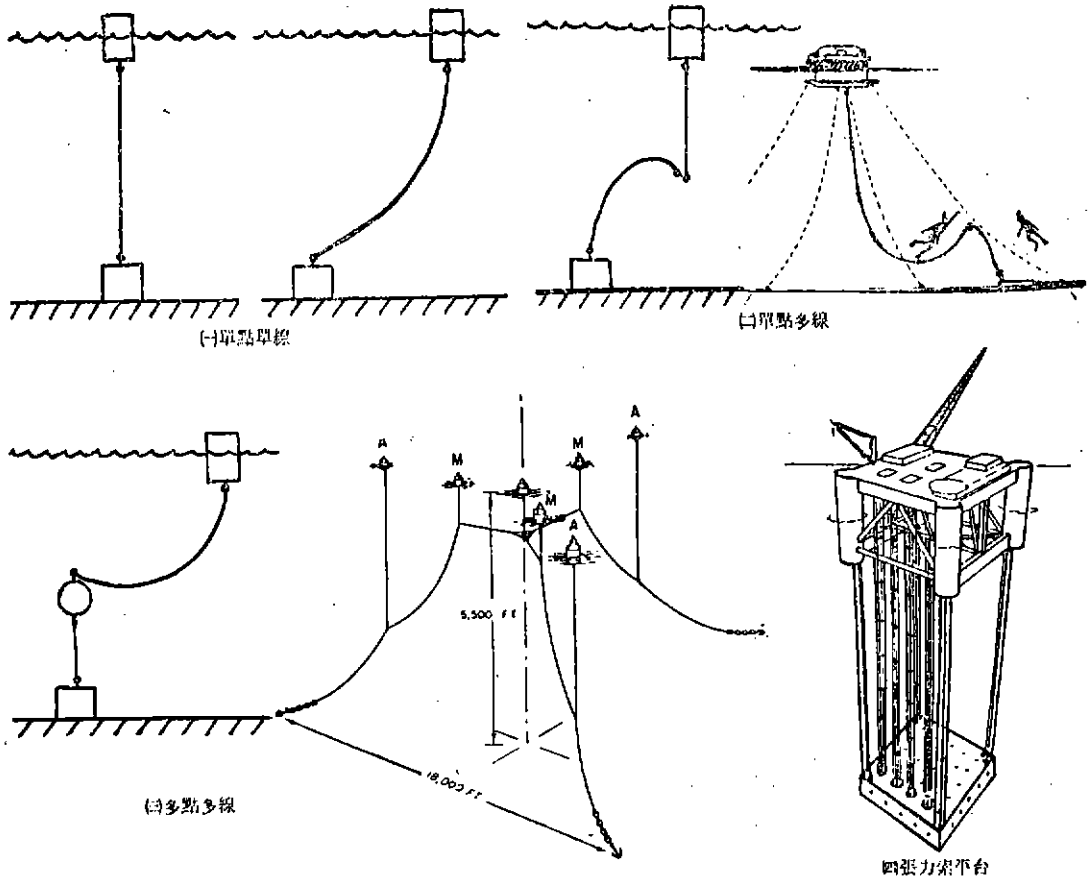
(2)纜索系統之回轉約束量增加。

(3)繫纜機具與懸垂之裝備量增加。

繫纜系統的組件包括錨碇、纜索、聯件及操作機械例如絞車（Winch）及絞盤（Windlass）等接於浮體結構物上。最簡單者爲單點式繫纜系統包括一錨碇及纜線接於海面或海中浮體。纜線可分爲栓緊或鬆弛兩種。（圖二）栓緊線爲假設環境外力與重力比較可以忽略之直立直線，而一鬆弛線可根據浮力正負判定其爲向上或向下彎之懸垂線，鬆弛線易於安裝及易吸收由於系統發生運動下所產生之震盪負荷。

當浮體結構物置於潮差大及環境力强之條件下，自水中浮球至海面之浮體結構物之纜索易受海面流體運動發生磨損及生物附著腐蝕而遭破壞，若使用栓緊線，則浮體易於浸於水中，有時可在纜線中加一補助浮體，而成爲雙線，此雙線可能爲栓緊線與鬆弛線之組合。纜線間可加一些小浮體（例如玻璃球）以保持纜線漂浮，避免與海床發生擦傷，利用巨大之浮體於纜線中可使栓緊線保持直立，欲減少纜索之水平曳力，則可在深水中多裝置些浮球增加浮力，故栓緊線之直徑可縮小，因而可減少曳力。栓緊線在施工中必須能承受錨重，否則將發生危險，因此若組件太小，需經試用才能決定應用。使用栓緊線可以減少水平及垂直方向之運動，特別在水深一定之情況或環境外力爲一臨界值時，則爲一理想系統。此種系統之浮體結構物可能沉於海中或浮於海面，當在海中時可減少碰撞或漁民惡意破壞及漂失，但很難定位，縱使靠近海面之情況亦然；或可在栓緊線旁加一浮漂，以確保海中之試驗平臺可以安全地置放及撈回。

爲求減少繫纜系統受外力作用發生旋轉產生糾纏，至少需在各端點加一萬向接頭。當纜線上之震盪現象顯著情況，則需安裝震盪吸收器，甚至有時可能需在錨碇附近加一遙控脫落鏈節器，可在必要



圖二　繫纜系統形態

表二　繫纜型態

型態	纜索曲線	應　用　範　圍
單線	懸垂線	船隻拋錨。 導航浮標。
	栓繫線	導航浮標。 海洋觀測浮標。
	漂　浮	爲短暫使用或耐久。 安裝的繫纜。
單點多線	海中連接	海洋測量浮標。
	海面連接	單點式卸油浮筒， 外海油公司小塔。
多線	懸垂線	永久性：貯存油料等之船隻
		半永久性：鑽井船
		臨時性：敷管船
	栓繫線	張力索平台

時可以撈同繫纜設施。

表二爲各種不同之繫纜系統，最簡單者爲僅有一個錨碇及一纜索，此種單點式繫纜系統限制一船隻僅能在一相當大的圓周範圍內，半徑約爲水深的三至十倍下運動，此系統可利用浮標漂浮重覆使用或可能使用一次後即將所有設備撈回。一般而言船隻臨時性繫纜或海洋觀測浮筒均適合使用此種系統，若能對繫纜船隻之位置與船首可作充分控制，則此系統可使用於任意水深，因本系統可隨船隻自由旋轉，故船首可取阻力最小之位置，但對於像與海床設備有聯結之鑽井船或海洋溫差發電有動力線等情況則不適用，除了繫弛線作爲拋錨及導航燈用外，亦有栓繫線以應導航或觀測儀器用。另有漂浮狀態者，例如：外海卸油浮筒之浮蛇管爲一永久之繫纜裝備，但僅在卸油時間內使用，其他時間則漂浮於海面。

單點多線爲許多纜線一齊連接於海面或海中之浮體結構物，此種型態，例如：油輪卸油用之單點式卸油浮筒，有兩種主要型態一種稱爲 CALM 型

(Catenary anchor legrnooring)，另一種稱SALM型 (Single anchor leg mooring)，前者爲海面上之浮筒，利用六至八條錨線繫住之多線繫纜，而後者爲利用一栓繫線直接接至海床之錨座上，其偏移量很少。單點多線繫纜之優點如下：

(1)減少水面浮筒及設備之水平偏移量。

(2)自平臺吊放測量儀器觀測可避免與纜線扭結。

(3)減少單線易於扭結及污濁現象。

(4)由於環境外力由多線承擔故使用壽命可增長。

(5)增加系統撈回之可能性。

(6)保持位置固定。

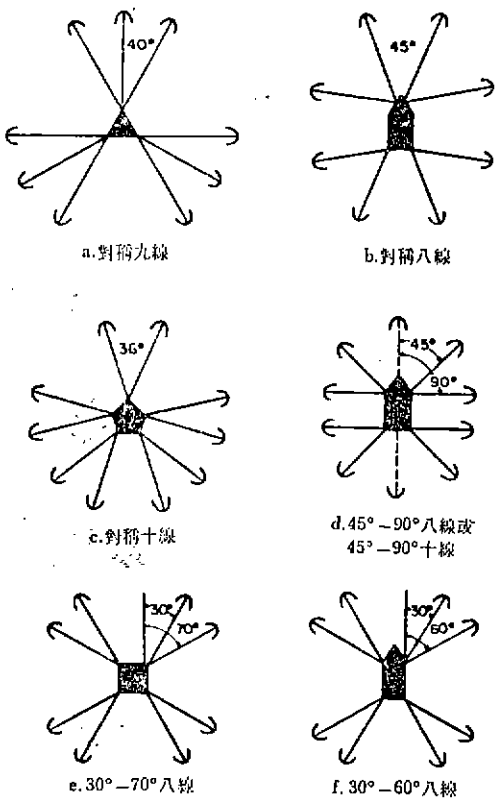
(7)安全性較高，例如：有一纜索受損失敗，尙有多線可承受力量，因此安全性較大。

但單點多線系統之施工較爲困難及昂貴。

依運動量拉緊限制條件將需繫纜系統有數個分歧或支腿，對於船型結構之繫纜經常需在船首與船尾之左右舷繫纜以求穩定，而需避免纜線纏結。繫纜系統配置有單一方向，依環境力最强而最常發生方向決定，也就是在90°方向，即船探受力方向環境力最弱，但環境力範圍可能不止單一方向，因此需用多線繫纜，使船隻定位，鑽井船、施工駁船、敷管船以及船體用作儲存系統等均以此種方式繫纜。圖三爲各種鑽機所使用之繫纜系統形態，此種輻射狀排列繫纜配置主要可由系統中得到最大之恢復力以克服環境力及船體負荷，減少纜線負荷使船隻運動在容許度內，因此需由環境負荷大小、方向、發生頻率等參數考慮多種配置加以評估找出對結構體最佳之配置。

多點繫纜爲各種單點系統之組合以應使用目的，因此有幾分之複雜性，線上可用不同之材料組合，例如栓繫線接一鬆弛線，可在線上加些浮筒克服纜索負荷，但浮力不能大於錨之抓力以免整個系統漂浮，或欲系統可克服水平曳力則在海床錨端需用錨鏈。

除導航浮標燈或一些海洋研究浮標外，一般而言，單線繫纜爲臨時性，單點多線繫纜例如單點式卸油浮筒爲煉油廠進口原油、出口油料、海域油田生產轉換運輸之設施，經常使用數十年以上，故可稱爲永久性，然而船型結構物之多線繫纜系統則可能爲永久，半永久或臨時性，例如石油貯存駁船，



圖三　各種輻射式繫纜系統

可能使用五至十年爲一永久性，鑽井船在某一地區需數月以上爲半永久性而敷管船每十至十五分鐘需向前推進而錨碇每隔數小時更換一次，故爲臨時性，張力索平臺爲深水結構物爲一永久性者。

三、繫纜設備

另一種區分繫纜系統之方法，可依其使用之設備說明，表三爲繫纜系統主要之設備，例如錨碇、纜索、船上機械，聯件，以下將分別討論：

㈠錨碇

爲保持浮體結構物定位，須選用性能良好之錨碇，選擇條件除需有很强之抓力，必須爲一堅硬、費用經濟、易於構建、重量輕、易於裝載及搬動、貯存及施工，可抵抗上舉力，具有實用性及可靠性等特性者。

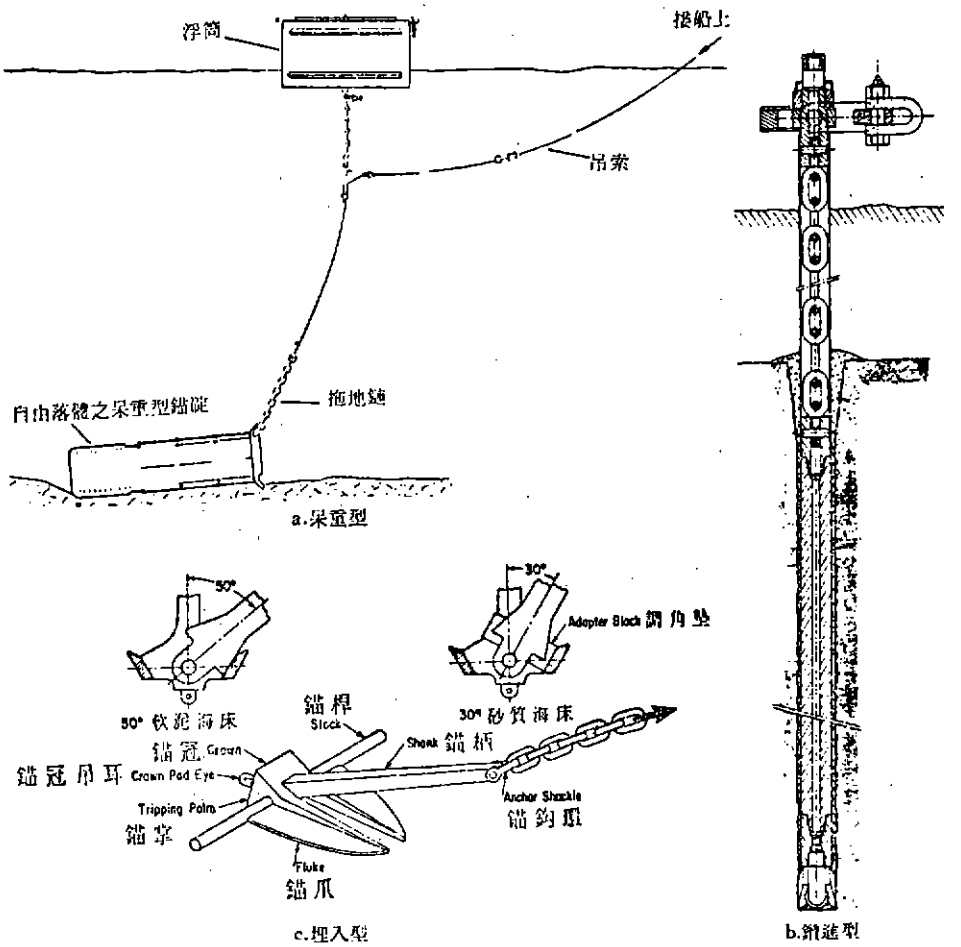
錨碇產生抓力方法有三(1)本身重量，(2)埋著錨碇幾何表面所承受之土壓力，(3)錨碇運動與海床質產生之摩擦力等。

錨碇之種類可分爲三類(1)吊重型(Deadweight

表三　繫纜設備

錨　　碇	吊重型 埋着型 鑽進型
纜　　索	錨　鏈 鋼　索 人造纖維或天然繩索 混　合
船上機械	絞盤（錨鏈用） 絞車（鋼索或繩索） 絞盤與絞車混合(鋼索與錨鏈混合) 吊耳（padeye）或吊鈎（hook）
聯　　件	鈎環（shackles） 吊索（pendants） 浮標（Buoys） 鋼索套頭（socket） 萬向接頭（swivel）

anchor) (2)埋著型 (Embedment anchor) (3)鑽進型 (pentration anchor) （圖四），吊重型主要根據其重量或有些微鈎狀或吸著作用增强其抓力。埋著型利用錨爪面積抵抗土壤阻力以最少之錨重獲取最大之抓力。而鑽進型爲根據本身之動力及能量深入海床增强抓力。吊重型對抗拒上舉力效果不佳，主要因爲它是根據本身重量來抗拒外力，而且



圖四　錨碇形態

運輸與搬動困難，易受漂流，在斜坡之海床抓力不可靠。埋著型爲常用者，用於浮體式鑽探船上有美國輕便錨，DANFORTH錨，及美國海軍STATO錨。大多數重約 1～3 萬磅，可承受負荷 12.5～27.5 萬磅。STATO 錨在砂及泥中易於滑行及挖進故其抓力較大，錨碇之抓力一般由試驗得出，主要因錨碇形態、海床土質特性、錨爪與水平面之夾角（錨爪角），錨爪面積，埋入海床深度，錨爪開啓與貫穿入土程度等各種因素而定。某些形態之錨碇僅能適用於某特定海床特性必須在設計前先予認清，以免操作時無法發揮。錨爪之開啓程序可使其呈現扯起狀態可繼續貫穿入土，錨爪角爲貫穿之關鍵所在，可使錨碇發揮最大之抓著效能，此依錨柄長度、錨爪粗糙度及土壤特性而定。根據試驗結果顯示，在軟泥及淤泥條件下錨爪角爲 50°，而在砂中爲 30°～35° 抓力可達最大，對海床特性不了解之情況下可選用 30°～40° 之間之臨界錨爪角。爲避免上舉力必須在錨碇前多置放一些錨線以保持懸垂線能切於海床，如此則所需纜線需相當長，根據美國海軍試驗結果指出若錨索線與海床之夾角小於 6° 則抓力變化不大，但若增至 12° 則抓力有很顯著之變化。

對於某些具有頁岩或硬岩之海床，使用傳統性錨碇無法發揮效能時，則需用鑽探，衝擊及爆炸方式之鑽進型錨碇、利用打樁繫纜，根據局部條件，裝備之可用性，可以事先用補助船安裝或由鑽探船到達位置時再安裝，適當之設計及安裝錨樁其抓力可能大於或等於傳統性錨碇；然而經常安裝費昂貴，尤其以鑽探船施工更甚。根據鑽探操作經驗，鑽進式錨碇經常先鑽一淺洞穴，下降一連有錨索之澆漿樁，使用此方法之錨索較短，僅延伸至水面，鑽探船到達鑽探位置時再連接於此短錨索上。

選擇錨碇及其操作可根據下列原則處理：

(1)對於新發展之錨碇必須充分了解其運動特性，使用前必須詳細檢查龜裂及可能之破壞現象。

(2)新錨碇每隔 4～5 年需檢查其性能，而老舊者若使用年限超過 20 年以上者則每隔二年需檢查一次。

(3)所有錨碇依繫纜方式設置妥當後，應實施纜索張力預拉，使其能符合所預期之最高纜索負荷，必須可達斷裂强度之一半，至少亦需達到 $1/3$，試拉應力應維持十至十五分鐘，然後緩慢鬆弛纜索。

(4)錨碇設置後，應靜置一段時間讓它下陷，可提高其抓力，而且錨碇落置海床上所攪混之泥土沉澱凝固後可增强剪力，可使錨碇之抓力更大。

(5)定位後，錨碇必須再試驗預拉至最大設計負荷，若無法抓牢則需重新安裝。

(6)用船隻將錨碇用吊索緩慢地下降錨碇，再回收多餘之鬆弛纜索，當纜索拉緊後，錨爪就可楔入海床而固定。

(7)錨碇之設施必須不需在泥中有吊鈎，錨爪附加面積，錨爪緊鎖不易開啓或其他變形影響錨碇平衡及行爲者。

(8)對於錨碇抓力未知，則需用小錨（約 3,000 磅）試驗，然後再延伸至大錨，若試驗資料準確，則預報值很可靠。

(9)若傳統性之錨碇無法發揮效能，則需用樁錨，但施工費偏高、施工時間長，除非萬不得已才採用。

(10)試拉纜索張力時，若錨碇不能抓著海床就需設置副錨，主副錨間可用吊索，錨鏈或較粗之鋼索連接。

繫纜系統，例如栓緊型含有很顯著之上舉力則需用吊重型或鑽進式錨碇；而懸垂線系統因需有水平約束力可應用任意型態之錨碇。埋著型爲所有臨時性繫纜系統最常使用者。若使用抓力大，貫穿海床性能良好之錨碇，纜索可承受水平力則可承受少量之上舉力。例如敷管船或施工駁船利用呆重及埋著型混合使用，發現可同時抗拒上舉力及水平力之優點，美國海軍無錨捍型之水平抓力較吊重型大，有能力貫穿軟土，易於撈回重新置放爲船錨最佳產品。鑽進型錨碇，例如打樁或各種專利之錨碇打入海床可承受大的上舉力，對永久性或半永久性繫纜非常有用，而且所用之纜索（使用鬆弛型）將較埋入型者爲短。

(二)纜索

纜索一般爲錨鏈：鋼索，人造纖維及天然纖維繩索等，選擇材料時可依下列特性判斷：

(1)强度：鋼索及錨鏈較天然或人造纖維繩索强度大，所需直徑小。

(2)搬運：繩索易由絞盤或絞車立即拋放，但需避免磨擦過熱發生傷害。

(3)浮力：繩索浮力大可用於小浮筒及向上彎曲之懸垂線；而鐵鏈由於負浮力大，故可用於接近錨

碇處。

(4)纏結：鋼索易因纏結而造成失敗。

(5)扭曲：在深海繫纜施工中，鋼索或繩索延伸或有扭曲現象發生，可能會有上千個扭結，可用繖狀繩索或扭力平衡之鋼索加以克服。

(6)伸長：當負荷達到斷裂强度之半時，鋼索可伸長 3%，而繩索則約爲 10～15%。

(7)腐蝕：鋼索較繩索易於腐蝕，此乃因鋼鐵物容易受海水氧化之故。

(8)海洋生物附著：人造繩對魚類特別具有吸引力，易受其咬傷而遭破壞，且海洋生物亦易於附著且侵蝕人造繩。

以下就錨鏈、鋼索及人造纖維及天然纖維繩索分別討論：

(1)錨鏈：錨鏈之强度與重量比值低，因此較輕之海洋觀測平臺之繫纜系統不受考慮，但它具有其他優點使其在海底工程應用上相當有利，即爲(1)由於其爲相當柔性，故可使用於具有傾斜方向相配之聯接器。(2)較易克服磨擦損害。(3)質量密度大，可由本身重量形成懸垂線。(4)具有彈性作用，可消弭突發負荷之震撼。(5)支持軸向壓力時不易扭結。

現用於浮體式鑽井船之錨鏈有兩種，一爲焊接型 (flash welded chain)，另一爲 di-Lok 錨鏈 (di-Lok chain)（圖五），前者爲鏈節 (link) 中打煉鏈撐 (stud) 焊接而成，如圖五所示，鏈撐主要功能爲防止錨鏈糾結，亦可避免錨鏈在承受高張力下會發生扭曲變形，後者爲利用一些重的鐵錘將棒經熱處理打製成一公構件及一母構件，然後兩者合成，此兩者直徑約爲 $1/2$～$4\ 3/4$ 吋，但在鑽井浮船所使用者約爲 2～3 吋，錨鏈在使用前均經過試驗，證明負荷 (proof load) 爲略高於材料屈服點之負荷，破壞張力試驗 (break test) 爲達到破壞點之張力，若以 3″ 之錨鏈爲例試驗結果如下：

錨鏈類別	證明負荷(磅)	破壞張力(磅)
銲接型（三級）	679,200	970,300
正常 di-Lok 型	693,000	1,045,000
高級 di-Lok 型	693,000	1,274,900

所有錨鏈必須定期檢查以確保負荷之可靠性，在設計規範建議所有組件之安全係數爲 3.0，主要決定於組件之强度，亦即錨鏈大小及形態必須根據在最惡劣負荷下所需强度之三倍，此一臨界條件之選定，亦需在各所有可能遭遇最大負荷之現場試驗，在工廠須作最大負荷之 150%之負荷試驗，試驗頻率依錨鏈之出廠年齡及服務情形而定。一般而言，新錨鏈每隔 4～5 年需檢查，而已達 15～20 年者必須每二年檢查一次。

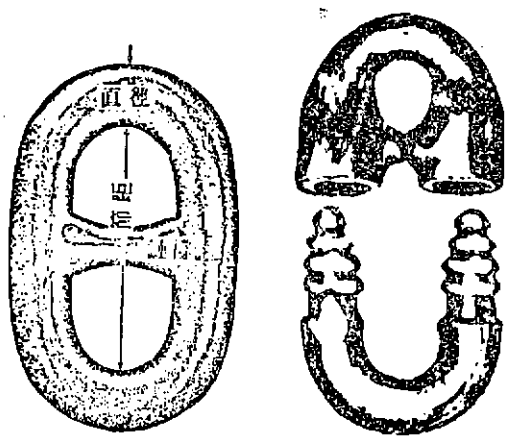
在試驗負荷時，可用目視錨鏈磨損或其他破壞情形，若磨損率約 10%，則需降級使用，而達 20%則必須拋棄不用，例如：2″ 錨鏈磨損後抓著徑 (Grip dia) 降至 1.8″ (10% 磨損率)，則可將此錨鏈當作 1.75″ 級使用，而若磨損至 1.6″ (20%)，則應拋棄。

美國驗船學會曾建立錨鏈由於受張力伸長量大必須淘汰之標準，例如六個新的 2″ 鏈節連接在一起其長度爲 52″，使用後達 52.9″ 美國驗船學會建議應淘汰，此種標準必須經過試驗決定。

所有錨鏈必須利用目視檢查其龜裂，腐蝕或其他破壞象徵，不良者必須調換。若一段中有許多鏈節不良，應將該段全部拋棄更換，定期檢查腐蝕情形，決定可能破壞年限。

銲接型之鏈撐必須用鐵錘敲打，校核是否會發生鬆動，若可能則需再行銲接或將該錨節切除，若鏈節中有鏈撐遺失則必須將它拋棄，遭受磨損破壞需修護替換。

di-Lok 型錨鏈之連接必須校核公、母組件之分離情形，若其縫隙發現超過 $1/32$″ 厚 $1/2$″ 深，則該鏈節需切除，在母組件之軸件有龜裂爲衰弱之象



a.焊接型錨鏈　　b.di-Lok型錨鏈

圖五　錨鏈型態

徵，或有很顯著之破壞情形應拋棄不用。

檢查鑑定後應用一鐵牌標明試驗日期及成果然後連於錨鏈端點，不能直接打印在鏈節上，否則將造成應力集中而破壞。

由於錨鏈本身笨重及其承受海流之截面積大，因此應用於深水海域繫纜不切實際，但在墨西哥灣之石油鑽探臺，曾使用過 —$2^1/_4$″ 錨鏈內含一尼龍細震盪帶 (neylon cordage shock band)，此帶之目的爲吸收纜線上突發之震盪力，使其不至破裂，其爲雙條 12″ 周長辮型尼龍細 (plaited neylon role) 約 75 呎，用雙吊索 (double sling) 一邊含有長鏇接 (long splice)，强度約爲錨鏈之兩倍可承受能量約五百萬磅呎。一般所使用之複合式纜索爲鋼索與錨鏈，可將兩者之優點融於一爐。

(2)鋼索：

由於鋼索强度大，易於搬動，因此在水深一千至二千呎或以上之海域繫纜系統，鋼索仍是最常用者，但其缺點爲在靠近端點若遭受傷害，則整條鋼索必須拋棄不用，但發生機會不多，且纜線因易於發生扭結、腐蝕，爲防止扭結應避免使用鬆弛型纜線，且應在鋼索上作防蝕保護措施，避免磨擦，特別在海床拖地之索具，同時鋼索在通過滑車，受張力作用易發生嚴重磨損，除非有比纏繞鋼索更佳之施工方法，否則仍有此問題存在，爲維持在錨碇附近之纜索水平抗拒水平負荷，鋼索可能需很長，此時可用錨鏈替代，錨鏈長度約爲總長之 20～30%，可確保錨碇前之拉力爲水平，長度可較直接使用鋼索縮短一半或 $^1/_3$，但吊放此種混合纜索需有特殊之施工設備與程序。

繫纜之鋼索必須小心地選擇，依鋼鐵强度、鋼鐵型態、大小、潤滑性、構造，內部核心等。一般所使用之鋼索大小約爲 $2^1/_4$″～3″ 範圍，由於有些鋼索經常置於海水發濺區，因此鋼索需加陰極防蝕，一般鋼索之排列使用右旋者因其具有小的力矩特性。例如六股之鋼索，每股有 7、19 或 37 條鋼絲，其强度依鋼鐵大小强度及形狀而定。

與錨鏈相同，鋼索直徑之選擇必須最惡劣期望負荷所需强度之三倍。正常之試驗程序必須在每一地點之最惡劣天候作現場試驗。

在船位移動後，鋼索必須利用防銹油或油脂加以潤滑，其目的一則保護防蝕，再者爲鋼索間之潤滑，防止磨損破壞，在潤滑之同時必須用目視檢查鋼索上之破壞、管徑縮小、腐蝕、扭結、成籠狀或其他物理傷害，若一鋼索其中有10%破壞（軸心外），例如 6×19 鋼索共有 114 條鋼絲，而其中有11條破壞者必須替換。鋼索直徑縮小亦爲鋼索强度降低之一大原因。管徑由於鋼索之伸長，磨損或腐蝕等現象可能造成縮小。一般而言，若縮小 6 % 則需替換，例如 2″ 鋼索縮小了 $^1/_8$″ 則需替換，有扭結或遭受割裂之現象發生必須經常替換，腐蝕傷害可依管徑腐蝕情形評估替換，成籠狀之鋼索一般而言，張力未減少且若不在一彎曲位置，則可滿意地使用。

鋼索兩端用於繫纜系統可承受很大之破壞應力，因此或需週期性切除或再重新安裝接頭，若在惡劣天候下繫纜，則每一船體移動時需經常執行，而在較差天候下約 18 個月足矣，管徑測量及鋼索破壞之計算爲切除及再安裝接頭之準則。

(3)天然纖維與人造纖維繩索

天然纖維繩索不太適於海中繫纜，因其易受海生物侵害及在水中喪失强度，但現有一種新的人造繩可免除生物污濁分解及吸著，具有不潮濕特性故其用途大，且有一重要特性即彈性大，因此可應用於震盪負荷及在栓緊線使用，盤旋亦爲人造繩之一大問題，但只要適當地選定安全係數，並非一大嚴重問題，人造繩融化點低，因此需小心搬動。一些特製辮狀人造繩可克服扭結，而另一大問題爲易遭受漁類之咬傷，可用無芳香。無味及黑色不發亮之纜索及配件避免之。

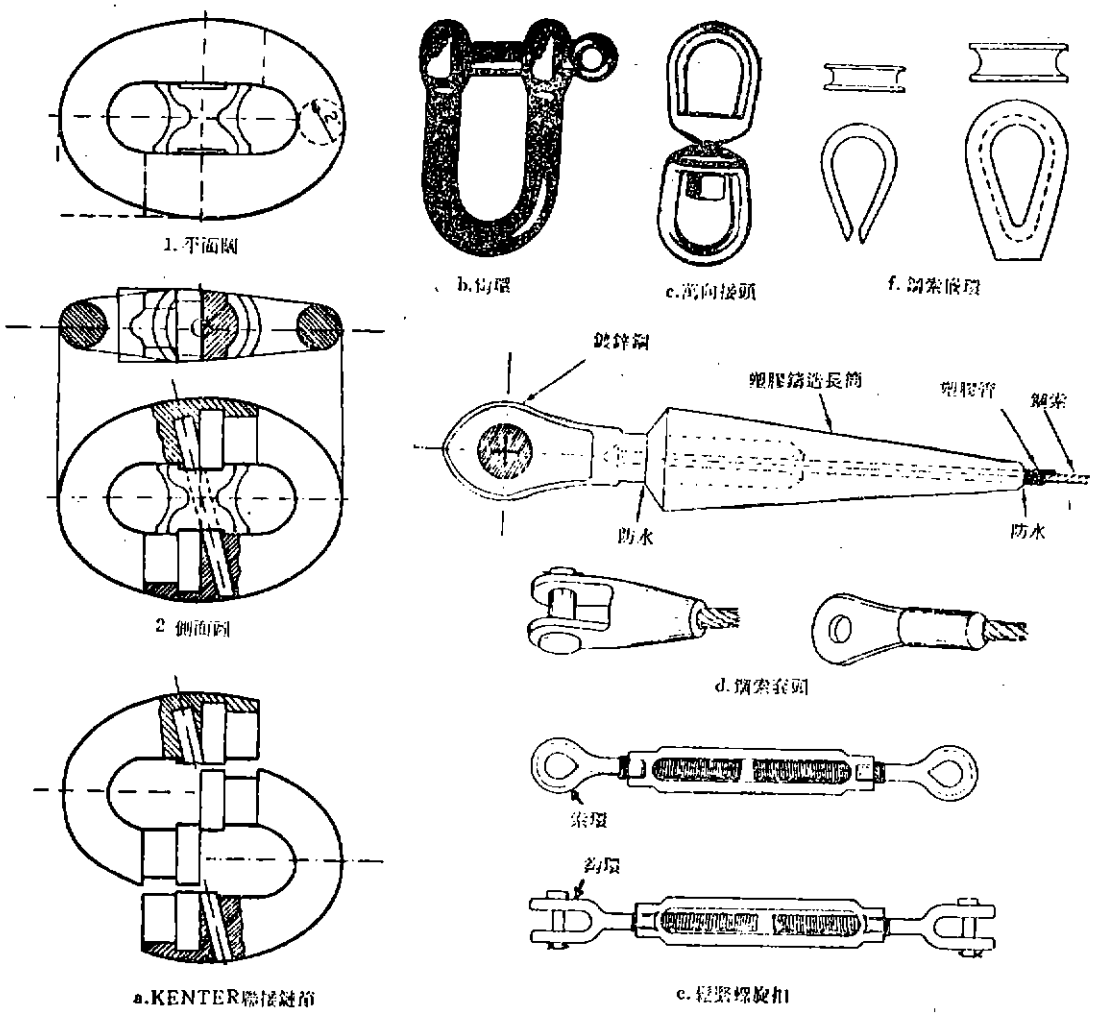
在所有纜索問題中，一般性問題爲：

(1)長度限制：使用人造繩有正浮力可解決此問題，或在適當之位置加浮球增加浮力可使繩索之直徑變細。

(2)渦散問題：繩索受一强大水流而在其下游端產生渦散振動，使其發生亂彈現象，此可利用加上絲帶之順索減輕此種現象，但順索在吊放施工上較爲複雜，施工費將增加。

㈢聯接元件

聯接元件包括鋼索套頭，(Socket) 萬向接頭 (Swivel)，鈎環(Shackle) 鋼索護環(Thimble)、連接鏈 (Conneting link)、浮標 (buoy) 及吊耳 (Pendant) 等（圖七）均爲繫纜系統中最脆弱之部份，過去有許多繫纜系統失敗均發生於聯件部份，因此其擇定必須小心選用鍛鋼鑄造、强度須大、必



圖六　繫纜系統聯件

須每年噴砂、X 光及磁性檢查一次，既使新之件在使用前亦需檢查，負荷之試驗與錨鏈相同且在磨損率達 10% 必須拋棄不用，聯接鏈及鈎環之耐用年限經常約爲錨鏈之 30～50% ，所有聯件使用超過十年必須拋棄，驗證標記與前面在錨鏈中所述相同，不能傷及聯件之强度。吊索爲用於拉起及放下錨碇之鋼索，其上端聯接浮標浮於海面上，吊索之直徑爲 $1^3/_4$～$2^1/_4$ 吋不等，其長度通常必須比水深增加 25% 以應拉起錨碇能發揮其張力。而浮標之目的在標明錨碇位置使易於收錨，其大小依吊索所需之浮力而定。浮標之設計要求不屈、耐用、易於操作、上下有强度大之吊耳可供聯接吊索、浮筒充滿聚尿樹脂泡沫以維持浮力，可用圓柱形低碳鋼焊製而成，其外表使用易於辨認之油漆（橘色或白色）。法律上規定凡在可能影響船隻航行之區域應設置浮標，且必須安裝燈光、雷達反射器或其他示警裝置，且需檢查是否發亮，光電池僅在夜間發電，可延長電池之耐用壽命。

㈣船上絞車（Winch）及絞盤(Windlass)

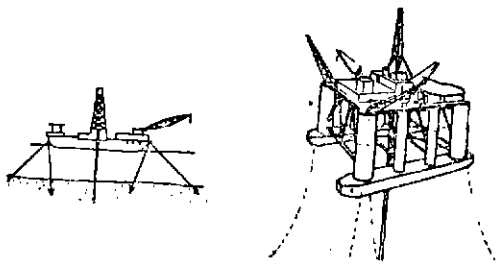
絞車爲用於操作及儲存鋼索之設備，絞盤爲起下錨鏈之設備，但錨鏈不儲存於絞盤內而存放在錨鏈艙（chain locker）內。絞車及絞盤之拉曳能力至少必須達纜索斷裂强度之半，而且必須具備機械剎車，剎車强度可達纜索斷裂强度。纜索張力測定器用以測定纜索之張力，以便張力超過斷裂强度之 $^1/_3$ 時，可採取因應措施以防止纜索之斷裂。

應用錨鏈系統則可能包括絞盤、錨鏈栓（chain stopper）、導索器（fair leader）墊木（chock）或枕墊（bolster）等。絞盤用於控制起下錨鏈。包括動力馬達及齒輪。錨鏈栓爲控制錨鏈固定剎車之裝置。導索器爲滑輪或圓形開口，用於引導鋼繩或錨鏈避免磨擦或斷裂，爲繩索運動方向改變之使用，一般使用萬向接頭者可用於各方向變化，而非萬向接頭形態則僅能限定在某一方向變化下使用。墊木或枕墊爲摩擦形態之導索器，除非絕對需要時不用。

四、環境條件

(一)環境力

在設計繫纜系統時必須先考慮可能之外力，對於浮體式鑽井船包括作用於船隻及其裝備上之風力，波浪及海流力，這些力量將影響纜索之運動行爲，同時此三種外力亦可能部份或全部作用於直立管及纜索上，而繫纜系統爲考慮能抵抗最惡劣之環境力，限制船隻之運動範圍。環境力資料可得自實測或根據附近實測值推算而得。根據過去之環境資料可提供環境力之設計值用於浮體及繫纜系統所需負荷之推算工作。



(a)鑽井船　　(b)半沉式鑽井船

圖七　浮式鑽井設備

在分析繫纜系統中有兩個步驟，先以靜力處理，再考慮浮體及其他專用目的之設施之運動可能影響纜索運動行爲之動力負荷，考慮周詳之計算需決定受力大小，分配各力於纜線上，估計整個纜線系統之行爲，此種計算相當繁雜，可利用電腦處理，許多油公司均已發展電腦程式可供應用。系統之所以能有效地執行其功能並非決定於數學模式計算之技巧，而在於設計時所建立之臨界條件之準確性程度。

(1)風力：風能對浮體結構物及纜索造成曳力，而使纜索幾何特性及應力改變。美國海軍曾發展一套電腦程式定名爲 NAVFAC 需輸入的資料爲水深、海面上水平風力、土壤特性、海床斜坡、錨爪角、錨線角、錨碇抓力等。

(2)波浪力量：在某一定地區之波浪特性可根據波譜分析，求出一設計波之標準，而當波浪頻率與浮體結構物之自然頻率接近時，則將產生共振現象，使運動之振幅加大，因此在設計時應考慮振動及滾動之自然頻率，阻尼及質量分佈，由波浪水分子之運動所造成之曳力及內力將造成纜線之幾何形態及張力等反應之改變，其他由於波浪運動及激溅所造成之疲乏及腐蝕現象亦應考慮。對於船型結構體美國造船協會曾根據波浪之波高與週期，船體大小建立一套波力實用公式如下：

$$F(\text{船首})=\begin{cases}0.273\ H^2B^2L/T^4 & (T\geq 0.332\sqrt{L})\\ 0.273\ H^2B^2L/(0.664\sqrt{L}-T)^4 & (T<0.332\sqrt{L})\end{cases}$$

$$F(\text{船梁})=\begin{cases}2.10\ H^2B^2L/T^4 & (T>0.642(B+2D)^{1/2})\\ 2.10\ H^2B^2L/(1.28)B+2D)^{1/2}-T)^4 & (T<0.642(B+2D)^{1/2})\end{cases}$$

F＝作用於船首方向或船梁方向之波力（lb）。

T, H 分別爲波浪週期（Sec）及波浪之指示波高（ft）。

L, B, D：分別爲船長（ft），船寬（ft），船之吃水深（ft）。

現對於浮體結構物所承受之波力大多數利用波譜分析，首先求出浮體結構物上之最大波力，然後可求出纜線上所承受之波力，再與纜線本身承受之波力疊加而成。

(3)海流力：海流流經浮體及纜索所造成之水動力阻力及力矩爲繫纜系統設計之重要因素，此海流力爲浮體結構體、直立管或其他設施、及繫纜索所承受之作用力之向量和。

在海洋中，大多數地區在海面附近之海流最强，然後海流量很快就消失，在數千呎水深下也許海流力相當不顯著，由於纜索之表面積小，受海流量不大則繫纜與直立管所承受之海流力可以忽略。但鑽井船在海流顯著之海面有相當大之浸水面積，因此作用於船體之海流力相當重要，然後由浮體運動傳遞到纜索上，爲初估起見，美國造船協會之建議公式如下：

(1)船型浮體結構物：

F（船棵）$=0.30\ AV_c^2$ (lb)

F（船首）$=0.016\ AV_c^2$ (lb)

A 爲浮體結構物之浸水面積 (ft^2)，V_c 爲海流速度 (knots)

(2)半沉式平臺

$F=(2.4A_c+5.7\ A_f)V_c^2$ (lb)

A_c，A_f 分別爲半沉式平臺水面下圓柱構件或其他構件之截面積 (ft^2)。

(3)纜索

$F=1.4\ AV_c^2$

A 爲所有纜索之截面積，若使用錨鏈則應用其直徑之三倍估計。實際上應由海流之分佈分別計算其作用於纜索上之作用力，然後疊加。假定一纜索其水平偏移量爲總水深之 1/5 以下。例如：許多深海海洋觀測浮筒系統或栓緊繫纜系統，應用懸垂線計算時相當地困難，可用下列公式計算：

$$X=\frac{H}{W}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)-\frac{qL}{W}+q\frac{T_2}{T_1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

式中 X：浮體結構物水平位移量 (ft)。

H：作用於浮體結構物上之總曳力 (lb)。

W：單位長度纜索在水中之重量 (lb/ft)。

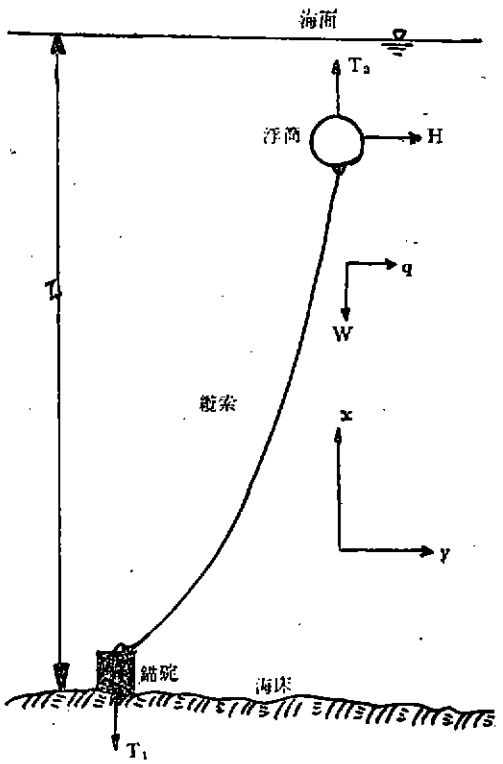
T_2：錨碇處纜索所承受之張力 (lb)。

T_1：浮體結構物處纜索所承受之張力 (lb)。

L：浮體結構物下之水深 (lb/ft)。

q：單位長度纜索所承受之水平曳力(lb/ft)。

(2)海床特性：錨碇之抓力在適當之海床特性，才能發揮其效力，若無充分之海床土壤資料則無法作合理之設計，若由現場資料獲取有關海床土壤之黏性係數、摩擦角、壓縮係數等資料，則可根據土壤力學理論選定適當之安全係數，進而可決定錨碇埋著深度，錨爪大小及錨爪角等各種錨碇特性，而應避免土樣在取樣或運輸至土壤試驗室期間內受干擾，有時需將陸上實驗值作某些修正以供現場使用，或能在海床上直接實驗最爲理想。



圖八　栓緊線系統受力

一般土木工程師將海洋泥砂依顆粒大小，分爲砂、膠泥及黏土，同時可用顆粒大小分佈決定降落之終極速度、篩分、滲透性，同時礦物成份亦很重要，例如近海泥砂 (terrigenous sediments) 爲由陸上輸送入海者像具有良好石英質礦物成份之砂，生源泥沙(Biogenous sediment)爲海洋中有機物所產生者像貝殼或珊瑚等，自發性泥砂 (authigentic sediment) 爲由於海水化學反應所產生者像錳塊之類者即是。爲工程實用目的建議可用下列名辭類歸即褐色黏土(brown clay)，泥 (mud) 及水底軟泥(ooze)。褐色黏土可在遠離陸地之海床發現，含有生源泥砂約小於 30%，其中含有碳酸鹽及矽酸鹽成分經常爲柔軟，膠質及油質易於接觸，其中值粒徑爲 1×10^{-6} 公尺水底軟泥爲沉積於深水中大約含有 30% 之有機物，軟著褐黏土但包括微生物，許多此類軟泥亦含有相當量之褐黏土。在大陸棚外大片之深海中可發現近海淤泥(terrigenous mud)，其含有陸上所排出之砂及淤泥約 30%，

未經氧化及含有少量之有機物，這些淤泥由於來源不同，因此其色質亦各異，淤泥之顏色爲藍、綠、黑及紅色，而在熱帶地區海床甚至有白色者，深海含有大多數在淺海中所見者，其作用情形亦期望與淺海相同。

當軟泥或水底軟泥其自然含水量超過其液化限制，假定其受相當之干擾則可歸於黏性液體類（Viscous liquid），其意義爲在設計吊重型錨碇，必須考慮海床是否可支持錨碇之浸水重，例如：海床土壤僅能支持 20 磅/呎^3，而錨碇面積爲 10′×10′ 則錨碇之浸水至不能超過二仟磅。

㈢海洋生物污濁及材料腐蝕

(1)污物：繫纜系統污物是指海洋生物在系統組件之表面生長所產生者。海水含有許多溶解之有機物尤其靠近海岸之海水，除海洋生物尚有污物處理所流入之有機物，海洋生物對木材，塑膠金屬甚至混凝土均能穿孔鑿孔，有些則攀附生長於曝露在海水之表面，部份尚能引起化學變化，使海水具毒性及更具腐蝕。

海洋穿孔蟲爲專門侵襲在海中之木質結構物，像天然纖維繩索可能受其傷害，主要穿孔蟲有鑿船蟲（Teredo）及攻木蛤（Limnoria）在海灣河口處或鹽度約 10 ppm 處可能發現穿孔蟲之痕跡，鑿船蟲常生長於海底爛泥部份，而攻木蛤則在海潮漲，退潮交界地區，此蟲對於外界條件十分惡劣時會自行關閉在洞穴中，是故既使遭到殺蟲劑處理亦能生存相當時間。在熱帶及亞熱帶海水、水泥建造物，例如吊重型錨碇易受穿石動物例如穿孔蚶之類之穿鑿，其表面遭受污穢有機物吸附蟲（barnacles）及某些水螅類生物（Hydroids）之侵蝕，將表面挖洞寄生，如任其不斷滋長，將導致大量材料損失，污濁之生長首先爲細菌停於海中油漆部份，在熱帶地區夏天時大約在 100 呎水深海蹤最多，在 100～200 呎，石砌、蠣等貝類最多，而在 200 呎水深下，水螅類動物爲主要之污物有機物，隨水深、海水溫度、食物供應、鹽度、含氧量、陽光、壓力等不同，因而污濁之特性亦異自 200′～1000′ 尚可見到略微之污物附著，但 1000′ 以下至 5000′ 則很少見到污濁現象。

鑿船蟲可鑽進海中之大麻纖維或馬來樹膠繩索中破壞、微生物在棉或大麻繩及黃麻繩中活動很厲害，分解纖維質之細菌和黴菌在一年內易破壞馬來繩，大麻及黃麻繩。

爲防止污物附着唯一可行之控制法即應防止幼蟲階段之粘附或在幼蟲出現保護體前就予撲滅，因爲污物之動植物有一通性即在其一生中某段時間必須附著於表面，金屬銅可形成有效之防污表面，因此若用繩索重之 1% 之銅及煤焦或木焦油約 15% 可得到保護之效，不少腐蝕緩慢之銅合金，例如砷銅 30，因其含有高濃度之銅離子能殺死幼小之污染有機體，對防污，相當有效，但不能將不同金屬連接在鋼料上因而造成腐蝕電池反而加速腐蝕，另一種防污塗料爲將適當之毒素混入油漆溶液中，慢慢放出毒素，例如：銅、汀基氧化錫及硫化物等，現有一種含毒之彈性被覆物，可供保護電纜或海洋儀器用。

(2)腐蝕及防治：海洋腐蝕金屬表面因電位能量差異或海洋環境之影響所引起之一種電化學反應，能使鋼索等金屬厚度損耗，降低結構强度而引起損害，故應在設計初，週全考慮防蝕對策。

電位能量差所構成之局部金屬腐蝕電池爲主因，低電位成陽極放出電子而腐蝕，高電位者成爲陰極而可保持完整，利用此原理可將欲保護之金屬結構物輸入電流或與低電位之金屬相連接，使其成爲陰極而獲得防蝕保護作用，此稱爲陰極防蝕法。一般所使用爲外部電源法及流電陽極法，前者爲利用低壓之交流電，經整流爲直流電後經電極海水而得到保護體，後者乃用導線連接保護體與低電位之流電陽極，利用電位差而獲得所需之電流。

腐蝕依金屬之腐蝕情況可分爲全面性及局部性，前者爲金屬各部份均勻發生腐蝕，可正確估計其使用年限，並不構成嚴重威脅。後者爲金屬發生局部之孔蝕（pitting）或裂縫（crevice）而容易構成工程上之災害，腐蝕之進行視機械作用、環境因素而異。如應力破壞使用不同金屬材料發生流電腐蝕，腐蝕疲勞、氫脆（Hydrogon embrittlement）、海水、土壤及細菌等均影響到腐蝕之發生，故防蝕前應先了解腐蝕特性，才能收到預期效果。

防蝕之目的在減少金屬損失、改善操作環境之安全及減少工程因需重建之浪費、由腐蝕環境不同選用抗蝕金屬適當之結構設計、周圍之環境改善、改變電位能之陰極防蝕法、油漆塗佈、有機防蝕劑、及包覆材料之選用均爲構成有效之防蝕作業，有關纜索系統之防蝕法簡介如下：

(1)包覆：防蝕包覆爲在金屬組件表面與海水接觸之範圍使用一不透水之材料保護之。

在金屬表面可當作防蝕護膜之塗料，可分爲兩類，一爲轉化塗料爲經化學作用後，由液態轉化爲固體護膜，如亞麻仁油環氧基、酯類、甲尿甲醛等樹脂；而另一爲不需由化學作用，可由液態轉化爲固體護膜者，例如乙烯基，乳化漆及環烴橡膠等。常用者有魚油、乳化柏油、混凝土、煤焦布、噴鋅、乙烯基塗料催化型環氧基化合物，氯化橡膠乳脂，無機性鋅化合物，無機性鋅漆如有機護膜等。塗料必須具有攪水性高；能抵抗離子穿透、絕緣性高、耐候性佳、能耐化學藥品作用、附着力强、耐磨、易於施工及使用，費用經濟。而防蝕塗料可分爲三類，一爲替代型爲以塗料與空氣中之腐蝕介質（如水、氧、二氧化碳）等作用在鋼鐵表面上生成緻密之保護層，如有機性或無機性鋅漆；二爲抑制型（Inhibities）爲在鐵材表面塗佈塗料使鋼鐵表面趨向低電位以防止腐蝕之發生，如不活性塗料例如紅丹、鋅鉻黃、一氧化鉛等防銹漆等；三爲覆蓋型如環氧樹脂、柏油漆等其以絕緣性物質覆蓋在被塗物表面而形成塗膜、防止鐵之局部電池作用，同時具有高度之電氣阻抗，可減少局部電流值以達防蝕目的。

一般之鋼索及聯件均用鍍鋅或鋁化，此種方法有優點即鋅或鋁當作犧牲之陽極。而當包覆破壞則鋼鐵表面將暴露於海水另外可用塑膠包覆鋼索外，而此一塑膠外套（plastic jacket）必須堅硬不脆、可以抗拒切斷或磨擦或經過滑車輪之傷害，必須在高壓下不吸水，而且在任何海洋溫度下保有其特性，高密度之聚已稀爲此種用途之良好材料，試驗證明以經過保護外套後之鋼索其耐力强，且使用壽命亦延長。

(2)消除流電不一致現象：若在海中兩種不相同之金屬接觸，由於電位不同經常會加速腐蝕，因此必須確保纜索系統使用同一金屬材料，一不銹鋼索其聯件，例如鏈節及釣環等需使用同一材料，或經常可用塑膠襯套來分離及電子絕緣兩個不同金屬組件，即可切斷兩個金屬間之電子流動而避免流電腐蝕之發生；若兩個不同金屬必須接觸，則必須保證陽極方面之大小能夠在使用期間內不因腐蝕而造成危險。

(3)陰極防蝕：在繫纜系統之陰極防蝕仍以鋅或鎂作陽極之流電陽極法最普遍，其原理已介紹，詳細請參見有關此方面技術之書籍。

(4)材料疲勞

金屬材料（例如鋼索）易受外在環境力（波浪、海流、風力）反覆運動，造成纜索節點，產生彎曲、扭轉及軸向之應力與應變、改變其顯微結構，而造成金屬開始產生裂縫及傳遞，因此可能造成材料之疲乏破壞，此可用下列方法減少。

①用彈性人造繩可提供表面振盪纜線上之順從及阻尼效果。

②保護鋼索接頭避免彎曲應力和彈性制振器之集中而破壞。

③避免原始疲乏之條件（裂縫、刻痕）。

④在所有承受高應力之組件使用大的安全係數。

⑤限制所預期之使用壽命在一安全及合理之時間。

腐蝕與疲乏經常同時發生，若是則將造成嚴重之損害必須事先加以防範。

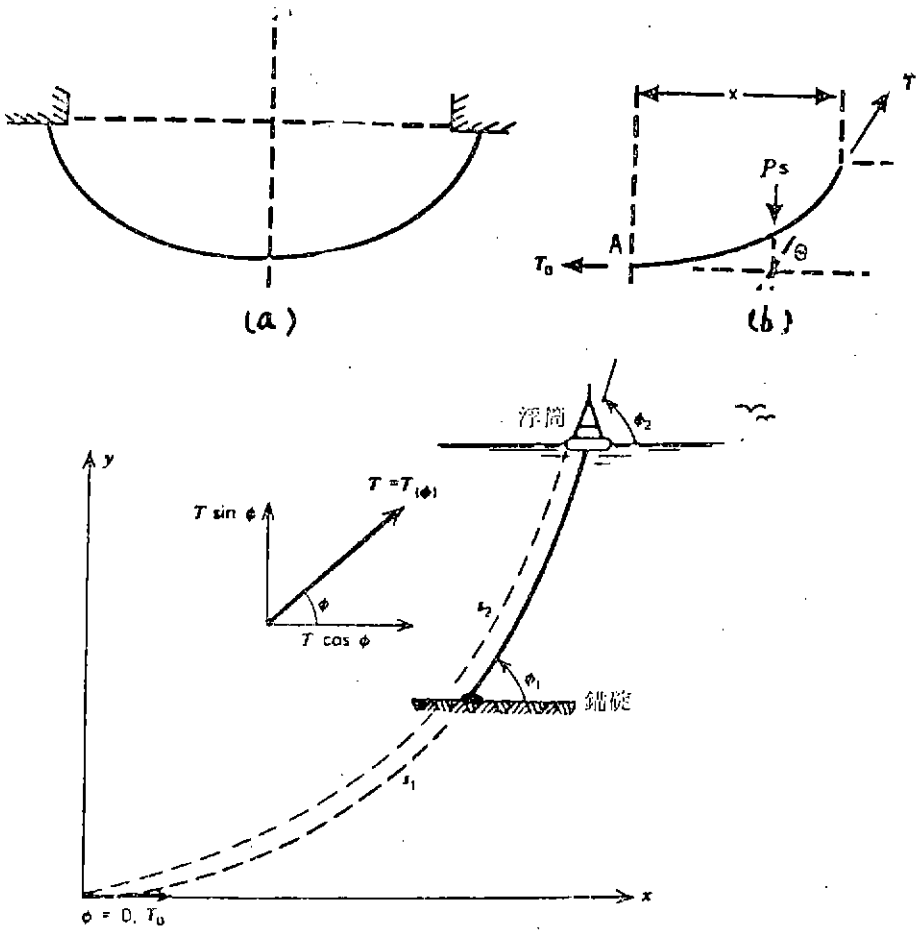
五、繩索系統軌跡及受力分析

纜索系統爲維持浮體結構物固定在一特定之地點，纜索運動後之軌跡，主要參數(1)纜索本身特性（大小、形狀、密度及彈性）(2)海洋環境力（包括靜水壓及風、波浪海流力）(3)纜索系統之浸水情況下之浮力及在海洋中所產生之加質量力。因此必須設計條件決定後才能找到樂觀之纜索軌跡，例如在很强之靜力負荷情況下，爲易於吊放必須具有强度大之繫纜系統，而在動力方面變化很大之情況下可考慮如何減少運動量及考慮纜索之彈性問題。

繫纜問題除了船隻及浮體結構物之錨碇問題之解析外其他像拖航及海軍工程範圍，均需了解纜索上張力、繩索長度及運動範圍等問題，分析之方法

表四　纜索分析方法

次序	纜索型態	分析方法
(1)	單一懸垂線	小型計算機或電腦
(2)	單一線多部份懸垂線	電腦
(3)	多條懸垂線	靜力一電腦
(4)	多條懸垂線	動力船、靜力線一電腦
(5)	多條懸垂線	動力船、動力線一電腦
(6)	栓緊線	小型計算機或電腦



圖九　懸垂曲線

因系統不同而異，例如無伸長性情況可用微分方程解析而對於三度空間複雜變化之複合線、流速及動力負荷變化可用數值積分解析，簡單問題可用手算，而複雜者可用電腦處理，處理方法列如表四。

㈠懸垂線分析

懸垂線假定爲一曲線均質不可伸長完全柔性之纜線懸掛於兩固定點，如圖 9 a 所示，在幅射狀繫纜系統假定僅有曳力作用於船上，而纜索爲鐵鏈或鋼索，則此時重力較水動力顯著，可視爲懸垂線，圖 9 b 爲懸垂線之半，爲纜索系統之代表型點 A 代表懸垂線之最低點，即纜線與海床相切之點。若纜線保持正切則錨碇上之所有力量爲集中於一水平方向，因此錨碇可提供最大之抓力，在此點之張力假定如圖上自由體之 T_0 表示，而線上張力最大值爲 T_B（即靠近船端外），纜線長度 S，單位長度纜線之浸水重爲 P 根據力之平衡關係，可得出纜線方程式爲

$$y=\frac{T_0}{P}\left[\cosh\left(\frac{Px}{T_0}\right)-1\right]$$

同時纜索上之張力及水平偏移量亦可得出

$$T=[T_0^2+(ps)^2]^{1/2}$$

$$x=\frac{T_0}{P}\sinh^{-1}\left(\frac{PS}{T_0}\right)$$

故假設環境力及繫纜佈置已定，則可計算各線之張力，決定回復力、船隻位移量所需纜線大小、長度及作用於錨碇之水平力，若纜線保持其底端切於水平之海床上，則易於利用手上小型計算機處理，若線上之張力大，足於上揚所有纜線離開海床，則船與錨碇間之纜索僅爲一完整懸垂線之一片段，需假想爲一完整之懸垂線延伸至海床下（圖 9 c）

由於纜線形態可能爲單條或多條懸垂線之情況，單線含有不同材料（鋼索或鐵鏈複合系統），海床斜降，纜索上有吊重或浮球懸垂於上，將使計算更複雜，因此需用電腦反覆計算求解；除非張力小之情況外，否則必須考慮纜線伸長特性，特別在鋼索情況爲甚，當然人造纖在承受張力後之伸長量亦很重要。

(2)靜力分析：靜力分析爲研究纜線在穩定條件下負荷及其產生之效應，可預測纜線幾何特性及線上之應力分佈。

在某一定點，波浪對船隻繫纜系統之影響性不大之條件下，應用靜力解析已足矣！既使波力顯著之情況，靜力分析對於初步研究仍是相當重要的。

在此種分析形態中，纜索系統之處理爲考慮作用於船隻上之穩定風力及海流力量等所形成之平衡狀態，其中最簡單之對稱系統爲使用單一線，分析工具可利用小型計算機處理；而一般性者，需用電腦處理較省時及經濟。分析程序先假設一位移量，然後計算軸向及轉動力矩，將此值與外力比較可得一推算之位置而與假設值有一誤差值，繼續演算直至誤差在允許範圍內。

㈡動力分析

環境力尤其是波浪作用於結構物將造成纜線之動力激動，研究纜線反應與波浪激動之關係，可以預測沿線之動力振幅、分佈及共振條件，在選擇纜線各組成之形態及大小需考慮動力與靜力、共振及相對之巨大位移量，可能造成一些尖峯負荷或將使纜繩發生鬆弛造成破壞；因此大多數深水繫纜系統中最令人感到興趣者，爲波浪作用於船體所造成之振盪及其變化緩慢之力量，須以質量力和阻尼力模擬。欲確定纜索變形程度與靜力平衡下形狀之偏差，可比較船體與纜索之相對運動而得。若設計浮筒或其他小浮體之繫纜系統浮體運動之自然頻率與波浪相符將產生共振現象，纜線上之張力將大於靜定平衡者，因此必須應用動力分析。

一般而言巨型船隻、駁船、半沉體或浮體結構物，對波力反應相當遲緩，一個已繫纜之浮體，其最大振幅爲波浪漂流力及其他環境力所導致之結果；此運動之平均週期大約爲一至二分鐘，在此種情況下可假設在任何時間纜線均可符合其靜定平衡下之形狀。

概言之，安全之繫纜系統設計首先應考慮作用於系統上各力之大小及方向，然後可提供配置安排，各聯件之選擇，列出線上張力與船隻位移量及建議錨碇之初始張力。

各單獨線之強度及所有系統之聯結，必須根據材料強度、安全係數、並需經過詳細檢查與試驗材料特性，多方面考慮才能得到滿意適用之繫纜材料。

參　考　文　獻

1. Myer, J.J (1969) "Handbook of ocean and underwater Engineering" McGraw Hill Book Co.
2. Berteaux, H.O. (1976) "Buoy Engineering" John Wily & sons.
3. Childers, M.A. (1976) "spread mooring syrtems" The Technology of offshore drilling Complection and production The petroleum pub. Co.
4. McClure A.C. (1978) "Deepwater mooring Technology" Petroleum Engineer International May 1978.
5. Taylor R.J. etc. (1979) "uplift Resisting anchors" Ocean Eng.,Vol.6. No.1/2, pergamon press
6. Attuzio J.M. (1979) "preliminary selection of anchor system for ocean Thermal Engineering Conversion" ocean Eng Vol.6. No:1/2 pergamon press
7. Evans J.H. and Adamchak J.C. "ocean Engineering structure" The M.I.T. Press. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Massachusdts and London England.
8. Harris L.M. (1972) "An introduction to deepwater floating drilling operations" petroleum pub. Co.
9. Tudor W.J (1967) "Morring and anchoring of deepocean platforms proc of civil Engineering in the oceans AISC
10. 徐兆銘「海域鑽井船的碇泊」石油通訊 331 期，民國 68 年 3 月 1 日

海中纜索之靜力分析

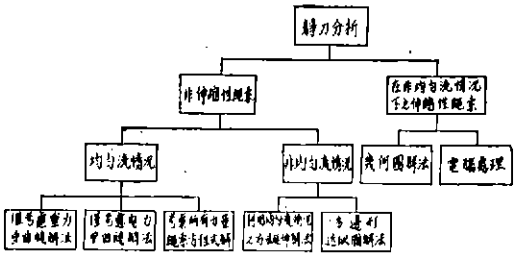
Static Analysis of An Undersea Cable

林 維 明*

一、前 言

海洋之開發，正由世界各國積極進行中，海洋結構物已不限於鑽油，採礦等用途，海上機場、工廠、倉庫，甚至海上都市，均須用海洋結構物之設計原理而建造，最近美國東北部外海，已在規劃設計海上核能發電廠，即可正式建造，此種大型結構物，以浮體爲多。即使固定型結構物。其整體或一部利用船舶拖赴預定設置地點或設置之時，亦爲浮動狀態。浮體在深海固定作業需用纜索加以固定，拖赴現場或施工時亦需有拖繩應用，因此海中纜索之應用廣泛，其分析工作亦引起大家之興趣，不論海洋工程、海洋調查、研究、救生、捕魚等均必須精確地預報纜繩靜定和動力反應以策安全，本文將討論靜力分析。

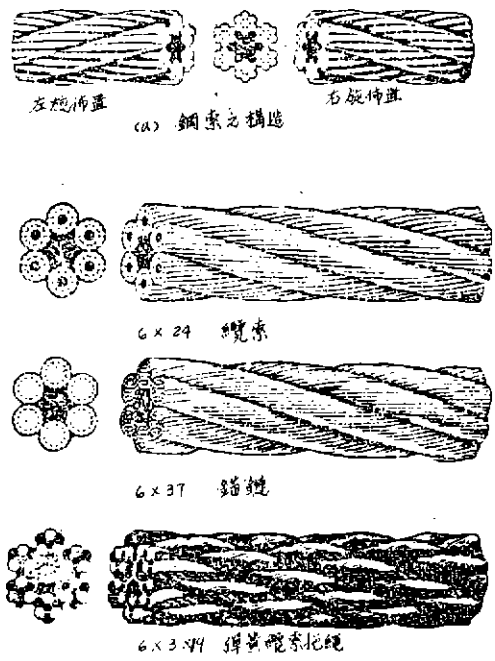
在繩索問題之分析上，設計者常面臨兩個主要之問題，其一爲根據常見之物理條件求出眞正的水動力模式，另一爲設計一可靠且效果佳的解題方法，以便求取纜索之剖面及張力分佈情形。有關靜力分析如圖一所示，若省略曳力（或重力）值考慮重力(或曳力)可用有名之垂曲線公式 (catenary equation) 表示，不在本文討論，本文將討論同時考慮重力與曳力之無伸縮性繩索在穩定水流之情況。



圖一 繩索靜力分析方法

有關水動力模式之研究有許多學者從事，主要者如下：

(1) Pode (1950) [1]發展一種包含切線與法線曳力之水力模式（假設切線分量一定，而法線分量有正弦平方之關係）用數值分析積分繩索方程式獲取無因次繩索函數，且將許多不同情況之演算結果以圖表表示之，只要知道繩索上某一點之張力及繩索之斜降，在繩索上其他點之資料可查 Pode 函數表求得，至今仍在應用中，但其解僅適用於二度空間流速一定之情況，且僅適於圓索（圖二）。



圖二 鋼索型式及構造

(2) Whicker (1958)[2]：模仿 Pode 模式，推廣應用於順索（圖三）上。

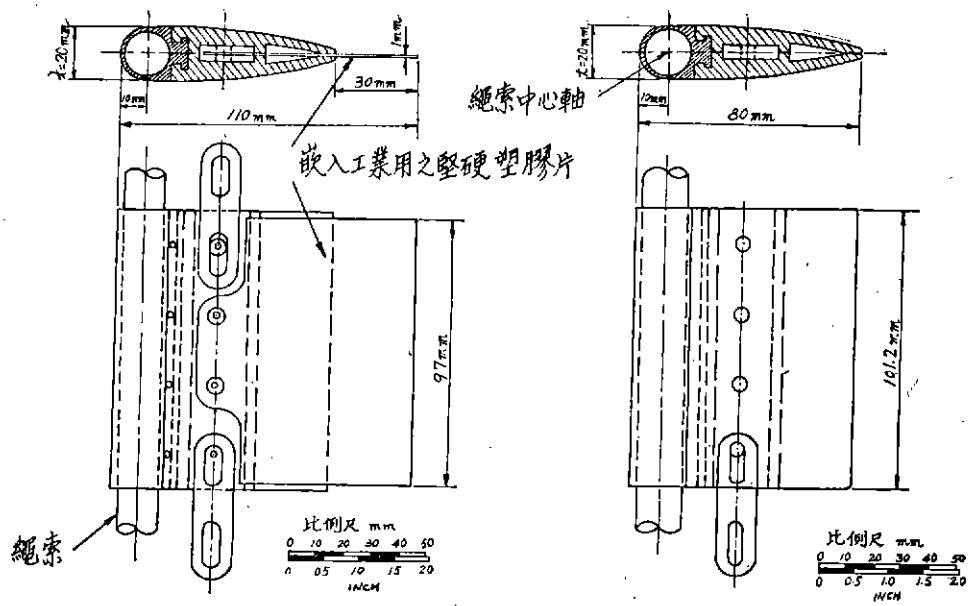
(3) Wilson (1964)[3] 考慮水動力之切線分量和纜線與流速之夾角 (θ) 的餘弦平方 ($\cos^2\theta$) 成正比，他引進繩索之曲率半徑，其結果亦用數值積分得出圖表，其技巧並包括可以分析許多不同層次之定流速變化的海流情況。

(4) Eames(1968)[4] 建議考慮粘性和形狀曳力之水力模式，同時亦提供有關拖繩問題水動力模式與之物理條件相關之廣泛性討論，對於選擇模式相當有價值。

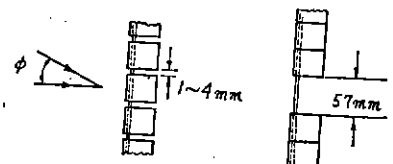
本文列出四種一般常使用之水動力模式，使設計者能選擇最適合其問題之模式以供利用。

穩定情況之繩索問題經化簡後可得出一組六變數一階聯立微分方程式，若給與初值，這些方程式，可用數值積分求得，但實際情形，一般繩索兩端

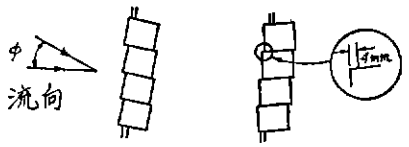
* 本會會員，中國石油公司土木工程師



(a) 順索型態 (一)　　(b) 順索型態 (二)



(C1) 多重之缺口　　(C2) 分立之大缺口



(C3) 順索邊成鋸齒狀

(C4) 因上揚力而使順索尾端成扇狀分散

(C) 順索運動後配置形態

圖三　順索之形態

之邊界條件爲已知數，故所形成之二度空間兩點邊界值問題可以選擇一組初值求解，例如 Pode 模式之解答，但在三度空間之問題，則較爲繁雜，且對非穩定流，幾乎爲不可能解析，根據兩個假設之初值條件開始演算之射出法首先由 Bedendender (1970)[5] 提出。但其方法並未提出在某些特殊情

況下計算值收斂問題，尤其是當所估計之初值不理想時，本文所提出之改進建議，對任何實際上可能之解答，確保其收斂性。

二、繩索平衡方程式

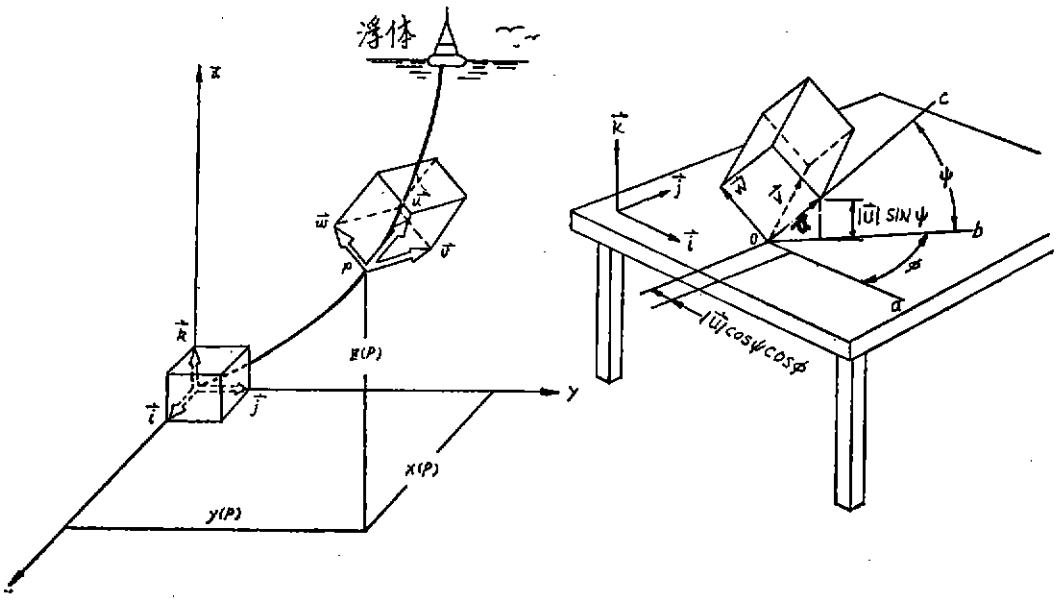
1. 繩索位置方程式

如圖四所示，若 $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, 分別爲直角座標軸 x, y, z 之單位向量，而 $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, 分別爲沿繩索線上任意點 p 之曲線座標軸之單位向量，並令 $\vec{u}$ 之方向爲在該點沿繩索之切線方向；Ψ 爲 $\vec{u}$ 與水平面之夾角，ϕ 爲 $\vec{u}$ 在水平面之投影量與 x 軸之夾角（圖 4 b）因此這兩套座標系統之關係爲

$$\vec{u}=\cos\Psi\cos\phi\,\vec{i}+\cos\Psi\sin\phi\,\vec{j}+\sin\Psi\,\vec{k}$$

$$\vec{v}=-\sin\phi\,\vec{i}+\cos\phi\,\vec{j}$$

$$\vec{w}=-\sin\Psi\cos\phi\,\vec{i}-\sin\Psi\sin\phi\,\vec{j}+\cos\Psi\,\vec{k}$$



圖四　繩索及其座標系統

因此單位長度之繩索（ds），其方向餘弦爲

$$\frac{dx}{ds}=\vec{u}\cdot\vec{i}=\cos\Psi\cos\phi \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\frac{dy}{ds}=\vec{u}\cdot\vec{j}=\cos\Psi\sin\phi \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\frac{dz}{ds}=\vec{u}\cdot\vec{k}=\sin\Psi \quad \cdots\cdots\cdots (3)$$

2. 繩索受力分析

作用於浸入水中單位長度之繩索（ds）之力量爲其本身之浸水重，受水力作用之阻力和繩索兩端所受之張力等，分述如下：

(1)重力

單位長度繩索之重力（W）爲其重量與浮力之差值即 $-W ds\,\vec{k}$

(2)流體曳力

令流速場爲 $\vec{V}=V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}$，因此在繩索切線方向（$\vec{u}$）及法線方向（$\vec{v}$ 或 $\vec{w}$）所受之流體曳力分別爲

$$\vec{R}_u=R_u\,ds\,\vec{u}=1/2\,\rho\,C_F\cdot\pi d\cdot(\vec{V}\cdot\vec{u})^2 ds\cdot\vec{u}$$

$$\vec{R}_v=R_v\,ds\,\vec{v}=1/2\,\rho\,C_N\cdot d\cdot(\vec{V}\cdot\vec{v})^2 ds\cdot\vec{v}$$

$$\vec{R}_w=R_w\,ds\,\vec{w}=1/2\,\rho\,C_N\cdot d\cdot(\vec{V}\cdot w)^2 ds\cdot\vec{w}$$

式中 C_F 及 C_N 各爲繩索之切線及法線方向之曳力係數，Wilson(1960) 曾作過試驗，其與雷諾數之關係如圖五所示。常用之代表性法線曳力係數如表 1 所示

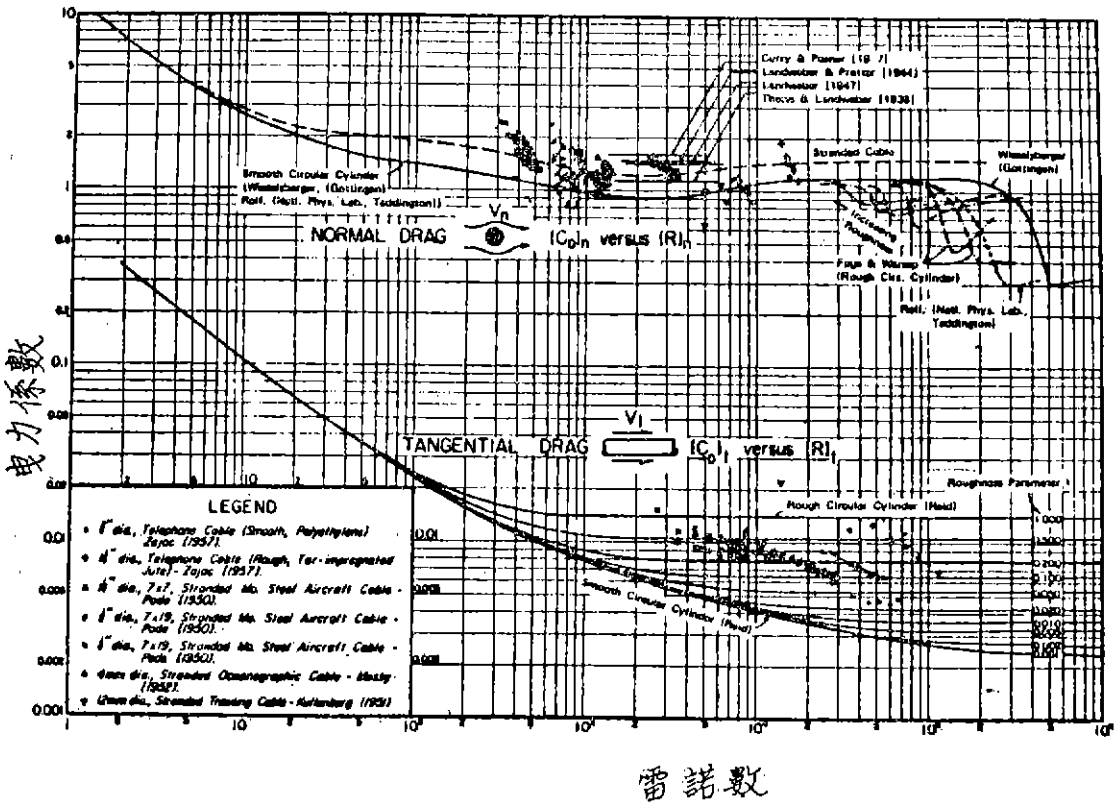
(3)張力

設 dT 及 du 分別爲單位長度繩索（ds）在其運動方向上之張力變量及變位則由圖 6 所示

$$\vec{du}=\cos\Psi\,d\phi\,\vec{u}+d\Psi\,\vec{w}$$

因此在纜線一端之張力若爲 $-T\vec{u}$，則另一端爲

$$(T+dT)(\vec{u}+\vec{du})=(T+dT)(\vec{u}+\cos\Psi\,d\phi\,\vec{u}+d\Psi\,\vec{w})$$



圖五　光滑及粗糙圓柱之法線及切線方向曳力係數

表一　代表性細索法線曳力係數

細索型態	法線曳力係數 C_N
光滑的圓索	1.05～1.15
細股的圓索	1.15～1.25
極微的順索	0.6 ～0.8
拖曳的順索	0.3 ～0.45
圓纜的順索	0.08～0.15

圖七爲上述三種作用力作用於單位長度細索之示意圖，則其靜力平衡方程式爲

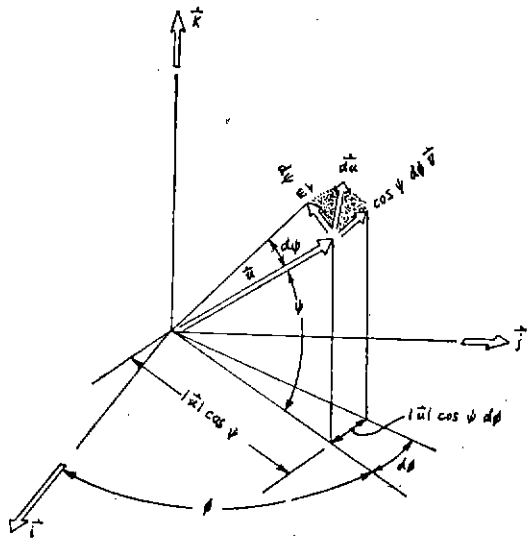
$$-T\vec{u}+(T+dT)\ (\vec{u}+d\vec{u})+R_u\,ds\,\vec{u}$$
$$+R_v\,ds\,\vec{v}+R_w\,ds\,\vec{w}-W\,ds\,\vec{K}=0$$

上式消去微量之高次項，化簡可得

$$(dT+Ru\,ds)\,\vec{u}+(T\cos\Psi\,d\phi+R_v\,ds)\,\vec{v}$$
$$+(T\,d\Psi+R_w\,ds)\,\vec{w}-W\,ds\,\vec{K}=0$$

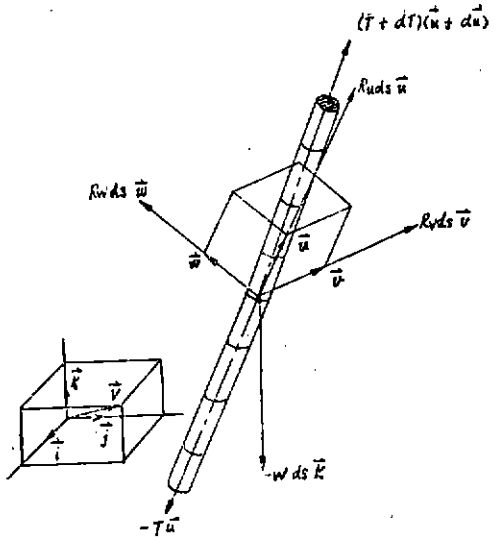
因此 $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ 方向之平衡條件各爲

$$dT+R_u\,ds-W\sin\Psi\,ds=0$$



圖六　細索運動速度變動量

$$T\cos\Psi\,d\phi+R_v\,ds=0$$
$$T\,d\Psi+R_w\,ds-W\cos\Psi\,ds=0$$



圖七　繩索受力

亦即繩索平衡方程式爲

$$\frac{dT}{ds}=W\sin\Psi-R_u \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\frac{d\phi}{ds}=-\frac{R_v}{T\cos\Psi} \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{d\Psi}{ds}=\frac{I}{T}-(W\cos\Psi-R_w) \quad \cdots\cdots (6)$$

方程式(1)～(6)爲獨立變數 s 與因變數 x, y, z, T, ϕ, Ψ 之平衡方程式，其假設條件爲

(1)作用於繩索上之水流阻力和重力爲穩定狀況，即曳力及重力等外力不隨時間而變。

(2)在繩索兩端所受之張力爲一定。

(3)繩索爲完全易柔性且無伸長性。

方程式(1)～(6)爲一階微分方程式，若繩索兩端之邊界條件爲已知數，即可積分求解，但一般情況，所給與之邊界條件可能爲一獨立變數之非線性函數，例如：

(1)在繩索兩端點（s=0，及 s = L)處之座標（x, y, z）爲已知數或(2)在始點(s=0) 之 T cosΨ, x, y, z 及終點（s=L）之 z, y 爲已知數。

現此類問題可化爲兩點邊界值問題，可用數值分析求解將討論如后。

三、水動力模式

設 V_x, V_y, V_z 爲流速在單位繩索沿 x, y, z 直角座標系統方向之分量

$$\vec{V}=V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}$$

則在 u, v, w 之繩索座標系統方向之分量爲

$$V_u=V_x\cos\Psi\cos\phi+V_y\cos\Psi\sin\phi+V_z\sin\Psi \quad \cdots\cdots (7)$$

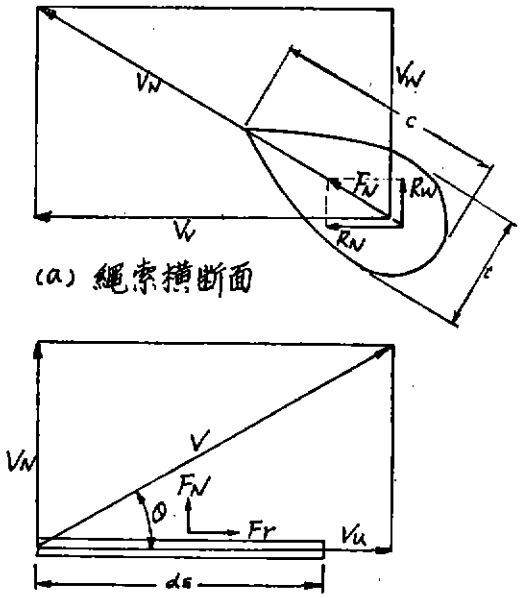
$$V_v=-V_x\sin\phi+V_y\cos\phi \quad \cdots\cdots (8)$$

$$V_w=-V_x\sin\Psi\cos\phi-V_y\sin\Psi\sin\phi+V_z\cos\phi \quad \cdots\cdots (9)$$

圖 8 爲包含 V_v 及 V_w 垂直於單位繩索 (ds) 之斷面圖，其合力 (F_N) 及合速度 V_N 各爲

$$F_N=\sqrt{R_v^2+R_w^2} \quad \cdots\cdots (10)$$

$$V_N=\sqrt{V_v^2+V_w^2} \quad \cdots\cdots (11)$$



圖八　繩索受力情形

圖 8 亦表示順索其絃指向 $\vec{V}_N$，此種指向，可假定一對稱順索沿著一應力桿廻轉所致，若一非對稱型之順索或股索無自由轉矩則除曳力外尚有上揚力產生，有關作用於順索之上揚力之分析，請參見 Reyle and Schram (1968),[6] Wingham and Keshaven (1978),[7] Wingham (1977)[8] 和 Hendereon (1978)[9] 等資料，本文暫不考慮，曳力有兩種型態即壓力與摩擦，壓力曳力因水流之法線分量所致，而摩擦曳力應歸因於切線與法線方向曳力所致，根據 Bedendender (1970) 歸納四種不同之水力模式（表二），可得表示曳力之通式爲

(1)法線曳力量

$$F_N=R\left[a\sin\theta\,|\sin\theta|+b\sin\theta\right] \quad \cdots\cdots (12)$$

(2)切線曳力量

$$F_T=R\left[d\cos\theta\,|\cos\theta|+e\cos\theta+g\frac{|\cos\theta|}{\cos\theta}+h\cos\theta|\sin\theta|\right] \quad \cdots\cdots (13)$$

式中 R 爲水流垂直於直徑 t 之單位長度繩索之水動力阻力

$$R=1/2\ \rho\ t\ C_N\ V^2$$

ρ：流體密度

C_N：水流垂直繩索之曳力係數

V：水流與繩索之相對速度

t：繩索直徑或厚度

a, b, d, e, g. h爲水動力模式常數如表二所示。

θ 爲流速與繩索切線方向之夾角由圖 8 知

$$\sin\theta=\frac{V_N}{V}\quad 或\quad \cos\theta=\frac{Vu}{V}\cdots\cdots(14)$$

因此 R_v 及 R_w 分別爲

$$\left.\begin{aligned}R_v&=F_N\frac{V_v}{V_N}\\R_W&=F_N\frac{V_W}{V_N}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(15)$$

將(14)代入(12)及(13)，並將(12)，(13)代入(15)式可得水動力 u, v, w 之分力爲

$$\left.\begin{aligned}Ru&=\frac{\rho t C_N}{2}\left(dVu|Vu|+eV_uV+g\frac{|V_N|V^2}{V_u}+hV_uV\right)\\R_v&=\frac{\rho t C_N V_V}{2}(aV_N+bV)\\R_W&=\frac{\rho t C_N V_W}{2}(aV_N+bV)\end{aligned}\right\}\cdots(16)$$

繩索上任意點之速度 V 可由相關之分量 V_x，V_y，V_z 合成爲

$$V=(V_x^2+Vy^2+V_z^2)^{1/2}$$

繩索線上各點速度 V_u, V_v, V_w 可由式(7)～(9)得出，V_N可由式(10)得出。常見之水動力模式即Pode, Wilson, Whicker 及 Eames 等由於各假設條件不同，其所使用之水動力模式係數亦異如表二所示，其中尚未定義之參數說明如下：

$f=\frac{F}{R}$：Pode 荷力比值，即單位長度繩索切線曳力 (F) 與法線曳力 (R) 比值

c：順索之弦長

μ：摩擦比值

ν：形狀比值

將各水動力模式代入式(12)及(13)可得切線曳力與法線曳力之計算公式，分別討論如下

(1) Pode 模式

$$F_N=\frac{\rho t C_N V^2}{2}\sin\theta\ |\sin\theta|$$

$$F_T=\rho\frac{t C_N V|V| f}{2}$$

f 之範圍自 0.01～0.03，Pode 函數表見參考資料 (10, 11)

(2) Wilson 模式

$$F_N=\frac{\rho t C_N V^2}{2}\sin\theta|\sin\theta|$$

$$F_T=\frac{\rho\pi t C_F V^2}{2}\cos\theta|\cos\theta|$$

d之範圍自 0.015～0.04，Wilson 函數表見參考資料 (12,13 及 14)

(3) Whiker 模式

$$F_N=\frac{\rho t C_N V^2}{2}\left(\frac{t}{c}\sin^2\theta\ |\sin\theta|+\left(1-\frac{t}{c}\right)\sin^2\theta\right)$$

$$F_T=\frac{\rho t C_N V^2}{2}(-0.055\sim0.020^t/_c)\cos^2\theta\ |\cos^2\theta|+(0.386-0.303^t/_c)\cos\theta)$$

式中 $^t/_c$ 爲順索之厚度與絃長之比值，若圓形繩索時則 $^t/_c=1$

(4) Eame 模式

$$F_N=\frac{\rho t C_N V^2}{2}((1-\mu)\sin\theta|\sin\theta|+\mu\sin\theta)$$

$$F_T=\frac{\rho t C_N V^2}{2}(\mu c_N s^2\theta+\nu^2\cos\theta|\sin\theta|)$$

式中摩擦比值與形式比值範圍分別爲 $(0<\mu<1$，$0.025<\nu<0.05$ 若 θ 限於第一象限內變化 $(0<\theta<90°)$ 則式(12)及(13)可改寫爲

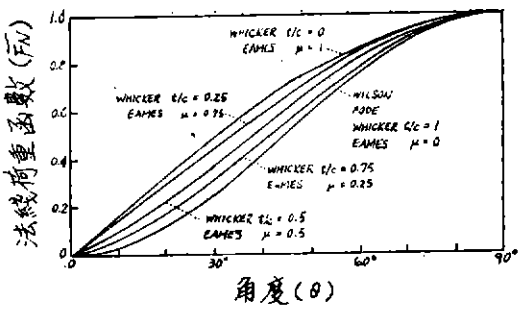
$$\overline{F_N}=a\sin^2\theta+b\sin\theta$$

$$\overline{F_T}=d\cos^2\theta+e\cos\theta+g+h\cos\theta\sin\theta$$

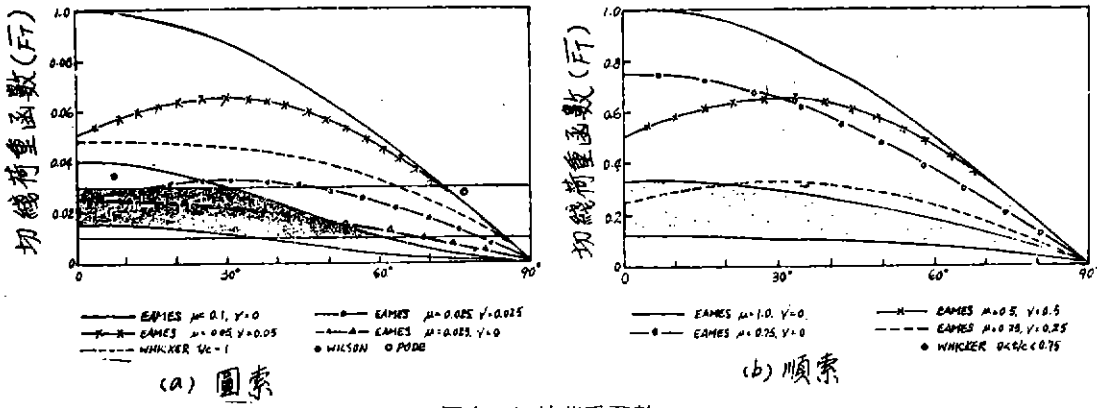
$\overline{F_T}$ 及 $\overline{F_N}$ 分別稱爲法線及切線荷重函數，並製有關 $\overline{F_N}$, $\overline{F_T}$ 與 θ 之關係如圖 9, 10，可以比

表二　水動力模式

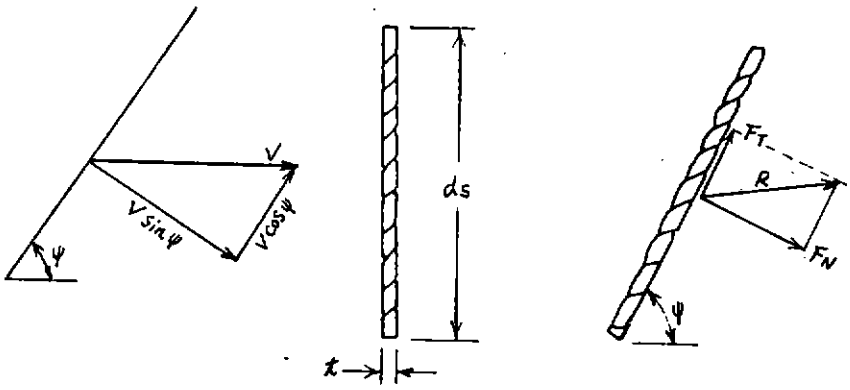
學者	Pode	Whicker	Wilson	Eames
a	1	t/c	1	$1-\mu$
b	0	$1-t/c$	0	μ
d	0	$-0.55-0.02$ t/c	$\pi C_F/C_N$	0
e	0	$0.386-0.303$ t/c	0	μ
g	f	0	0	0
h	0	0	0	ν



圖九　法線荷重函數



圖十　切線荷重函數



圖十一　繩索受水流速度及曳力圖

較各種模式之法線力及切線力之變化，由圖 9 可見圓索（$t/c=1$，$\mu\to 0$）四種模式之法線力一致，此種現象說明正弦平方定律或垂直水流（圖 11，$F_N=R\sin^2\Psi$）之原理相當地正確，Eames 比較試驗結果對圓索，此模式相當符合，而順索之 μ 值比圓索者大，由表二及圖九可見若 $\mu=1-t/c$ 則 Eames 與 Whicker 模式之法線力相同，經 Eames 之試驗結果顯示 Eames 與 Whicker 模式對順索與圓索均稱合理，而 Wilson 與 Pode 模式則僅適用於圓索。

此四種模式之切線力相差很大，其原因由於試驗資料不足，圖 10a 爲一圓索在不同模式下，切線力與 θ 之關係，Pode 模式，切線力與 θ 無關，故其切線力爲一定值。因 Pode函數表定 $f=0.01\sim 0.03$ 故 $\overline{F_T}$ 亦爲定值如圖中所示之帶狀，Wilson 對不同型態之圓索作過試驗，C_F 及 C_N 在雷諾數大時將趨於定值；一般情形 $\pi C_F/C_N$ 之範圍自 0.015～0.04 因此有關 Wilson 模式之切線力如圖 10a 所示；當 $t/c=1$ 時，Whicker 模式之切線力如圖 10a所示，同時於圖中亦示四種可能適於圓索之 μ, ν 值及其相對應之切線力，很顯然地，正確之切線力依所使用之 μ, ν 值不同而異，在 Eames 之試驗值均落於 $\mu=\nu=0.025$與$\mu=\nu=0.05$兩條曲線間。

圖 10b 爲順索之切線力圖，實際上，所有順索其 t/c 值介於 0 至 0.75 間故 Whicker 模式落於圖中陰暗之範圍。與圓索一樣的現象。順索之切線力亦因不同之 μ, ν 值而異，截至目前爲止，試驗結果對切線力模式尚無法作適當之選擇，因此爾後有關繩索系統設計與分析，對水力模式之選擇，必須在同一個實際之問題上使用兩種以上模式或參

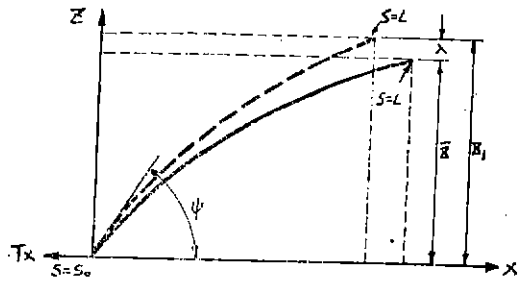
數值求解，由其可看出水力參數之改變對於解答之靈敏性，且建立一套對繩索系統形態和其張力可能的適用範圍。

四、微分方程式之求解

方程式(1)～(6)其中受力 R_u，R_v，R_w 可由式(16)求得，若已知一組 x. y. z. T_1 ϕ 及 Ψ 之初值，則可用許多數值分析方法積分求解，但是在大多數情況下，此六個因變數在錨索上某一點並非全部知曉，例如其某端之張力及兩端之深度與位移爲已知數，則此種型態之邊界值問題一般積分一初值問題族求解，且由此族中選擇所需之解答，對於此類問題 Bedendender (1970) 曾經介紹一種直接解題之方法叫射入法，即由一組微分方程所控制之二度或三度空間邊界值問題，例如式(1)～(6)，其一組初值問題已被求解，但用一反覆步驟修正原估計值，在此種情況下，此種解題方法非常省時，尤其是相當複雜之繩索問題。

(1)二度空間邊界值問題

圖十二示一個二度空間之問題，若已知 $S=S_0$



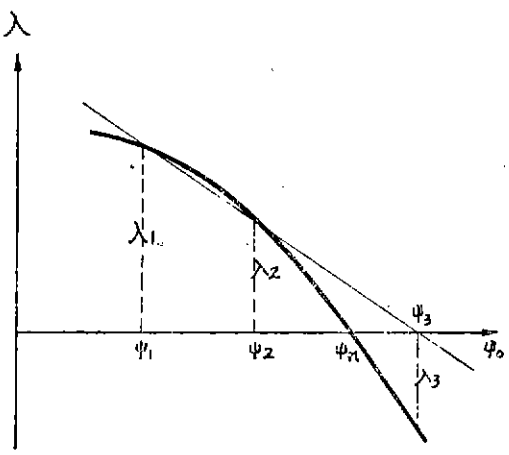
圖十二　二度空間邊界值問題

處之水平張力爲 T_x，及在 S=L 之期望水深 $Z=\bar{Z}$，而在 $S=S_0$ 之 Ψ 角爲未知數先假設 $-\Psi_1$ 值即 $\Psi_0=\Psi_1$，由此計算在 $S=S_0$ 之張力爲

$$T_0=\frac{T_x}{\cos S_1}$$

式(1)～(6)之微分方程式，可自 $S=S_0$ 積分至 S=L，而在 S=L 處所計算得出之水深值 $Z=Z_1$ 與期望值 $Z=\bar{Z}$ 有一誤差 λ，即 $\lambda=Z_1-\bar{Z}$，因此必須另外假設一初值 $\Psi_0=\Psi_2$，如此反覆循環計算直至得到正確值 $Z=\bar{Z}$ 爲止即誤差趨近於零。

一般而言，誤差（λ）與估計值（Ψ_0）有一函數關係，如圖 13 所示，設此曲線 $\lambda=0$ 時 $\Psi_0=\Psi_n$ 爲期望值，若有兩假設值 Ψ_1 及 Ψ_2 其誤差分別爲 λ_1 及 λ_2，假定 Ψ_1 及 Ψ_2 分別在 Ψ_n 之兩邊，則在試差法求解可收到事半功倍之效，假設連接 Ψ_1 及 Ψ_2 之相對於曲線之點 λ_1 及 λ_2 兩點與 Ψ_0 軸相交於 Ψ_3 點，則根據相似三角形之關係可得一



圖十三　初值修正圖示

修正值爲

$$\Psi_3=\frac{\lambda_1\Psi_2-\lambda_2\Psi_1}{\lambda_1-\lambda_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

原微分方程式再用 $\Psi_0=\Psi_3$ 及 $T_0=\frac{T_x}{\cos\Psi_3}$ 代入積分，用前兩組之 Ψ_0 及 λ 值選擇另一新的 Ψ_0 值，繼續重覆循環計算，直至 $\Psi=\Psi_n$ 時，即誤差在允許範圍內，因此式(16)可能改寫爲一循環公式以供反覆計算使用

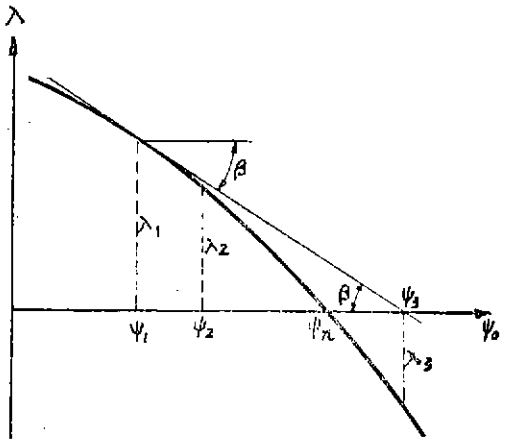
$$(\Psi_0)_{j+1}=\frac{\lambda_{j-1}(\Psi_0)_j-\lambda_j(\Psi_0)_{j-1}}{\lambda_{j-1}-\lambda_j} \quad \cdots (18)$$

圖 14 爲 Newton－Raphson 反覆計算公式之誤差與假設初值之關係圖。

$$\tan\beta=\left(\frac{d\lambda_1}{d\Psi_0}\right)_{\Psi_0=\Psi_1}=\frac{\lambda_1}{\Psi_1-\Psi_3}$$

或

$$\Psi_3=\Psi_1-\frac{\lambda_1}{\left(\frac{d\lambda_1}{d\Psi_0}\right)_{\Psi_0=\Psi_1}} \quad \cdots\cdots\cdots (19)$$



圖十四　Newton-Raphson 方法圖示

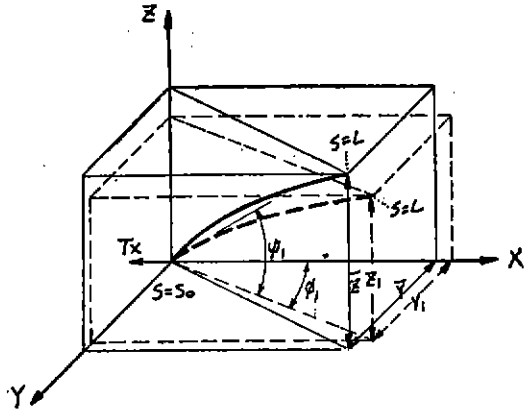
式 (19) 爲一般 Newton−Raphson 反覆計算公式，由於本文所討論之問題，其中 $\lambda(\Psi_0)$之函數型態爲未知，故$\frac{d\lambda_1}{d\Psi_0}$之微分值無法用函數表示，故可在 λ_1 附近選擇另一點 λ_2，用微分近似得出，即

$$\left(\frac{d\lambda_1}{d\Psi_0}\right)_{\Psi_0=\Psi_1}=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\Psi_2-\Psi_1} \quad \cdots\cdots\cdots (20)$$

將式(20)代入式(19)，可得式(17)，此爲 Newton−Raphon 法與射入法之關係，可應用於三度空間，雖圖12所說明之邊界值問題僅限於第一象限，但利用式(17)解題方法並不侷限於第一象限，同時它亦可用於除水深(Z)外，其他之變量之計算，而水深(Z)爲最常見之邊界條件之一。

(2)三度空間邊界值問題

上述二度空間邊界值解題方法亦可推廣至三度空間問題上，其方法與 Newton-Raphson 公式推廣之兩未知數兩非線性方程式之方法類似。



圖十五　三度空間邊界值問題

三度空間問題說明如圖十五所示，若已知 S=S_0 處 X 方向之張力分量爲 T_x 及在 S=L 處之期望座標值 $y=\bar{y}$ 及 $z=\bar{z}$ 而 S=S_0 處之 ϕ 及 ψ 角度爲未知數，則可先假定 $\phi_0=\phi_1$ 及 $\psi_0=\psi_1$ 則可求出在 S=S_0 處之張力爲

$$T_0=\frac{T_x}{\cos\psi_1\cos\phi_1}$$

然後積分所有微分方程式自 S=S_0 至 S=L，可以得出在 S=L 處之計算值 $y=y_1$ 及 $z=z_1$，此兩值與期望值有誤差存在即

$$\eta_1=y-\bar{y}$$

$$\lambda_1=z_1-\bar{z_1}$$

λ 及 η 事實上爲 ψ_0 及 ϕ_0 之函數，因爲此兩函數爲未知，假設有下列關係

$$\lambda=\lambda(\psi_0,\ \phi_0)$$

$$\eta=\eta(\psi_0,\ \phi_0)$$

需求取 λ 及 η 之許多根 ψ_0 及 ϕ_0，若已知 λ 及 η 與 ψ_0 及 ϕ_0 之關係，則其偏微分方程式可根據 Tayer 級數展開近似求得，λ 及 η 之根其循環公式如下：

$$\begin{pmatrix}\psi_0\\ \phi_0\end{pmatrix}_{j+1}=\begin{pmatrix}\psi_0\\ \phi_0\end{pmatrix}_j-\begin{vmatrix}\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0} & \frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}\\ \frac{\partial\eta}{\partial\psi_0} & \frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}\end{vmatrix}_j^{-1}$$

$$\begin{pmatrix}\lambda(\psi_0,\ \phi_0)\\ \eta(\psi_0,\ \phi_0)\end{pmatrix}_j \quad \cdots\cdots\cdots (21)$$

式(21)爲二未知數之兩個聯立方程式 Newton-Rapson 解題公式。若將此式之逆矩陣展開可得

$$(\psi_0)_{j+1}=(\psi_0)_j-\left(\frac{\lambda\frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}-\eta\frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}}{\frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}}\right)_j \quad \cdots\cdots\cdots (22a)$$

$$(\phi_0)_{j+1}=(\phi_0)_j-\left(\frac{\eta\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\lambda\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}}{\frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}\cdot\frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}}\right)_j \quad \cdots\cdots\cdots (22b)$$

現因 λ 及 η 均爲未知數，因此必須另外積分原微分方程式求得偏微分量之近似值，才可代入式(22)求解，若假設 ψ_0 及 ϕ_0 之兩組初值各爲 ψ_1，ψ_2 及 ϕ_1，ϕ_2，則積分後之誤差可能爲：

$$\begin{cases}\lambda_1=\lambda(\psi_1,\ \phi_1)\\ \lambda_2=\lambda(\psi_2,\ \phi_1)\\ \lambda_3=\lambda(\psi_1,\ \phi_2)\\ \lambda_4=\lambda(\psi_2,\ \phi_2)\end{cases}\qquad\begin{cases}\eta_1=\eta(\psi_1,\ \phi_1)\\ \eta_2=\eta(\psi_2,\ \phi_1)\\ \eta_3=\eta(\psi_1,\ \phi_2)\\ \eta_4=\eta(\psi_2,\ \phi_2)\end{cases}$$

$$\cdots\cdots\cdots (23)$$

因此式 (22a) 及 (22b) 之偏微分量，可近似求得如下：

$$\begin{cases}\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}=\left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\psi_2-\psi_1}\right)_{\phi_0=\phi_1}\\ \frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}=\left(\frac{\lambda_3-\lambda_1}{\phi_2-\phi_1}\right)_{\psi_0=\psi_1}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}=\left(\frac{\eta_2-\eta_1}{\psi-\psi_1}\right)_{\phi_0=\phi_1}\\ \frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}=\left(\frac{\eta_3-\eta_1}{\phi_2-\phi_1}\right)_{\psi_0=\psi_1}\end{cases} \quad \cdots\cdots (24)$$

代入上列近似之偏微分值，及 $\lambda=\lambda_4,\eta=\eta_4$ 於式 (22a) 及 (22b) 則 ψ_0 及 ϕ_0 之修正值爲

$$\phi_3=\phi_2-\left\{\frac{\lambda_4\frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}-\eta_4\frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}}{\frac{\partial\eta}{\partial\phi_0}\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}\frac{\partial\lambda}{\partial\phi_0}}\right\}_2$$

$$\phi_3=\phi_2-\left\{\frac{\eta_4\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\lambda_4\frac{\partial\eta}{\partial\psi_0}}{\frac{\partial\eta}{\delta\phi_0}\frac{\partial\lambda}{\partial\psi_0}-\frac{\delta\eta}{\delta\psi_0}\frac{\delta\lambda}{\delta\phi_0}}\right\}_2 \quad \cdots\cdots (25)$$

將 $\psi_0=\psi_3$ 及 $\phi_0=\phi_3$ 代入微分方程式積分，在 S=L 處所計算出來之 y 及 z 值，與所給與之邊界條件校對，若其誤差未達適當範圍內，則再以 ϕ_3 代 ϕ_2，ϕ_2 代 ϕ_1，ψ_3 代 ψ_2 及 ψ_2 代 ψ_1 代入式(23)～(25)得另一組 λ_{1-4} 及 η_{1-4}，新的偏微分值，及 ϕ_4，ψ_4 值，繼續以 $\psi_0=\psi_4$ $\phi_0=\psi_4$ 代入微分方程式積分求解，直到誤差量 η 及 λ 達到極小或趨近於零爲止。

五、解答之收斂性之討論

上面介紹 Bedendender (1970)[6]之射入法未考慮解答之收斂性，以下擬介紹 Hall and watt (1976)[10] 在這方面之討論，假設式(1)～(6)可改寫爲

$$\xi(i)=f\ (s,\ \xi)\ (i=1,6) \quad \cdots\cdots (26)$$

ξ 爲包含 x y, z, ψ_1 ϕ, & T 六個因變數之向量，$\xi^{(1)}$ 表示 ξ_1 (即 x) 對 s 之微分，亦即 $\xi^{(1)}=\frac{\partial x}{\partial s}$，$\xi^{(2)}=\frac{\partial y}{\partial s}$，……

若在 s=0 處邊界條件有 r 個，而在 s=ℓ 處有 k 個 (r+k=6) 則

$$g_i\ (\xi(0))=\alpha_i \qquad (i=1,\ r)$$

$$h_i\ (\xi(\ell))=\beta_i \qquad (i=1,\ k)$$

首先在 s=0 處，必須先假定 k 個未知數，因此在 s=0 處之邊界條件均爲已知，此問題可視爲一初值問題，式(26)即可積分求解，但在 s=ℓ 處由 k 個估計值所計算得出之結果未盡能與實際上之邊界條件符合，用 Newton-Raphson 反覆法繼續循環地做，直到 s=ℓ 之邊界條件滿足精確度可能得到最佳之初值，如何省時爲欲追求之目標，以下將逐次討論。

令 $\xi_i\ (0)=p_i$ 爲在 s = 0 處之 k 個估計值，q_i 爲在 s=ℓ 處所計算得出之邊界條件值，則其誤差爲

$$\beta_i-q_i=\lambda_i \qquad (i=1,k)$$

誤差 λ 爲估計值 P 之函數，欲期 $\lambda(P)=0$，可用 Newton-Raphson 反覆計算得到修正估計值 P，其公式爲

$${}^{n+1}P={}^{n}P-{}^{n}f\ [J({}^{n}P)]^{-1}\lambda\ ({}^{n}P) \cdots (27)$$

式中 $J({}^{n}P)$爲 $\lambda({}^{n}P)$ 之 Jacobin 定義爲$\left(\frac{\partial\lambda_i}{\partial P_j}\right)_{k\times k}$，n 爲反覆之次數，${}^{n}f$ 爲一阻尼因子能滿足 $0\leq{}^{n}f\leq1$ 之條件，計算 $J({}^{n}P)$ 的方法很多 Hall 及 Watt (1976)[10] 曾對此問題詳加討論 Bedendender (1970) 用的是平均斜降方法。先求出兩個不同之 p_i 之誤差 λ，然後再求經由此兩點之平均斜降爲$\frac{\partial\lambda_i}{\partial P_i}$在此方法中

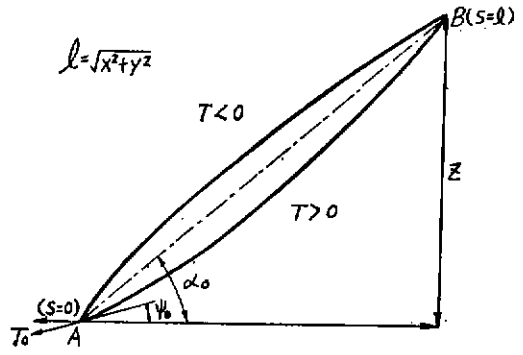
$$\frac{\partial\lambda_i}{\partial P_j}=\frac{\lambda_i\ ({}^{n}P_j+\triangle P-\lambda_i)({}^{n}P_j)}{\triangle P_j}$$

式中 $\triangle P_j$ 爲在 ${}^{n}P_j$ 之微小變量，一般而言 $\triangle P_j=0.001{}^{n}P_j$，爲計算此 Jacobian 需積分 $\overline{P}$ 和 $\overline{P}+\triangle\overline{P}$ 之初值條件，因此每一循環必須執行 k+1 個積分，若使用四階 Runge-Kutta 積分法，則收斂條件爲

$$\sum_{i=1}^{k}\lambda_i{}^2\leq \text{容許度}$$

爲避免解答有發散現象或有時得到的是不正確之解答可調整 ${}^{n}f$ 值限制其解答在於可能之範圍內，以下說明本技巧。

若考慮一繩索若 A, B 兩點保持爲一直線（圖 16），有兩個可能滿足邊界條件之解答，其一在



圖十六　伸展之繩索

AB 線以下有正張力，另一在 AB 線以上，張力爲負值，很顯然地正張力爲正確，由於拉緊之繩索亦相當地滿足邊界條件，因此使問題顯得複雜，對此種情形有時可能得到之結果不確或有發散之現象，若在每一循環均拘限於 $T_0>0$ 及 $\phi_0<\alpha_0$ 之範圍，每一循環之 ${}^{n}f$ 修正值可根據下列方法。

令 ${}^{n}(\triangle\phi_0{}^*)$ 及 ${}^{n}(\triangle T_0{}^*)$ 爲在式(24)中以 ${}^{n}f_1=1$ 時代入所得 ${}^{n}\psi_0$ 及 ${}^{n}T_0$ 之計算修正值

令 ${}^{n-1}\phi_0{}^*={}^{n}\phi_0-{}^{n}(\triangle\phi_0{}^*)$

若 ${}^{n+1}\phi_0{}^*>\alpha_0$

則 ${}^{n+1}\phi_0=1/2\ ({}^{n}\phi^0+\alpha)$

且修正 ${}^{n+1}f_{\phi_0}=\left(\frac{{}^{n+1}\phi_0-{}^{n}\phi_0}{{}^{n+1}\phi_0{}^*-{}^{n}\phi_0}\right)$

否則仍採用 $^{n}f_1=1.0$ 時

另外令 $^{n+1}T_0{}^*=^{n}T_0-^{n}f_{T0}\cdot^{n}(\triangle T_0{}^*)$

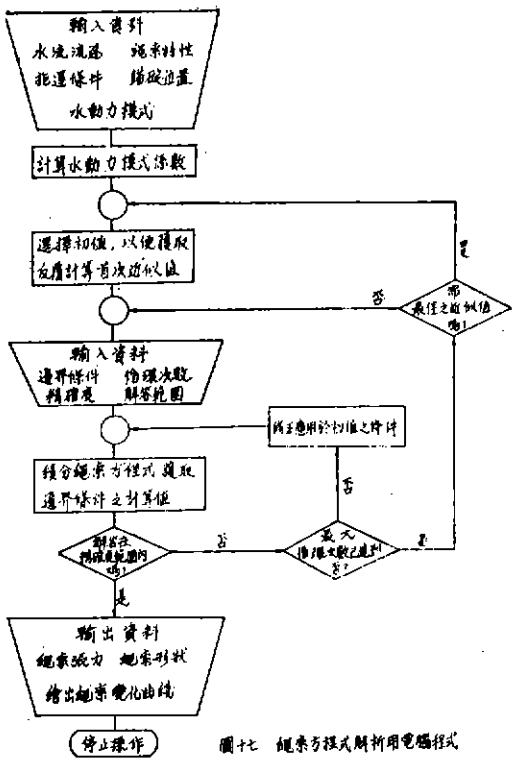
若 $^{n+1}T_0{}^*<0$

則 $^{n+1}T_0=1/2\ ^{n}T_0$

且修正 $^{n}f_{T0}=\dfrac{^{n}f_{T}\cdot^{n}T_0}{2\,(^{n}T_0-^{n+1}T_0{}^*)}$

否則仍採用 $^{n+1}f_{T0}=^{n}f_{T0}$

$^{n}f_p$ 代入式(四)計算 ^{n+1}P 值，用此種方法限制解答亦如同 Newton 反覆法一樣，有時 $^{n}f_p>1$ 值可作加速收斂之效，以避免臆猜，有關運算之電腦程式如圖十七所示。



圖十七 繩索方程式解析用電腦程式

六、範 例

（例一）一纜索用作供應動力給與和船隻遙控之海中滑車（Sea buggy），已知之條件爲

(1)均勻海流之流速=2 knot（海哩/小時）

(2)滑車高度=3 呎

(3)海中水深=800（或 600）呎

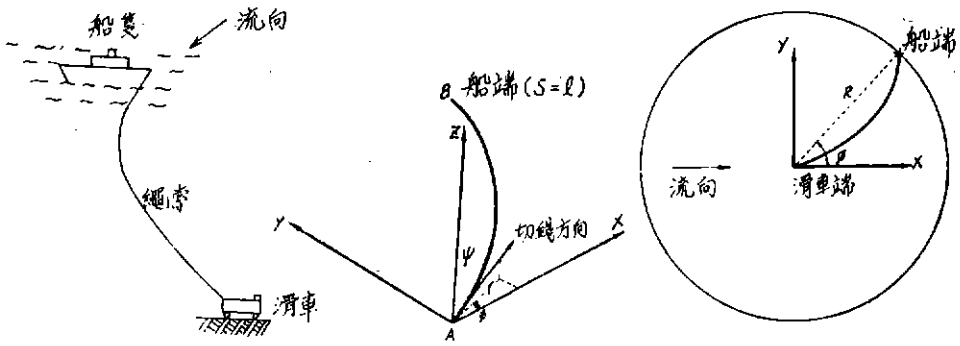
(4)沿海床平面，自船隻至滑車之長度 R=550（或 750）呎

(5)纜索長度=1,000 呎

(6)纜索每單位長度之淨重=0.841 磅/呎

(7)纜索直徑=0.9 吋

試求在滑車處此纜線之張力和運動軌跡剖面



(a) 縱斷面 (b) 透視圖 (c) 平面圖

圖十八 船與滑車位置圖

（解答）假設 ϕ_0 爲水流與船—滑車線之水平夾角，Tx, Ty, Tz 爲在滑車端張力 T 之 x. y. z 方向之分量（圖十八）用 Wilson 水動力模式求解，其法線與切線方向之曳力係數 $C_N=1.0$，$C_F=0.005$，其邊界條件爲

(1)在 s=0 處 x, y, z=0

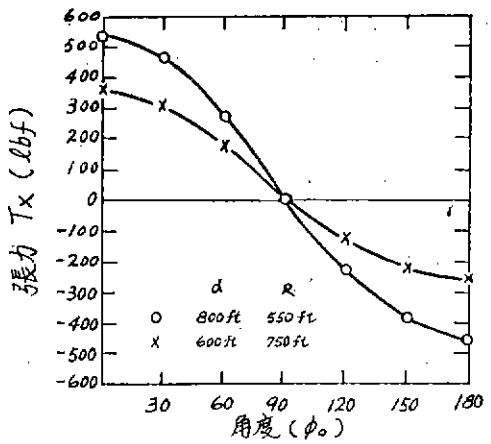
(2)在 s=ℓ 處 $x=R\cos\phi$ $y=R\sin\phi$

z=海中水深

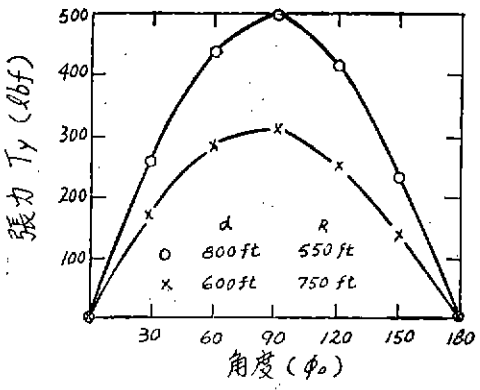
因此沿水流變化方向之張力變化量 Tx, Ty, Tz 如圖十九所示。

（例二）一船隻拖拉在水深 500 呎之海中物體（船之運動速度爲 15 Knot）當時之水流在海面上爲 3 Knots 沿船之方向運動，水流速度之剖面假定自海床爲零，線性增加（圖 20）假定曳力爲 $Tx=4V^2$（磅），V 爲相對速度（Knots）欲求

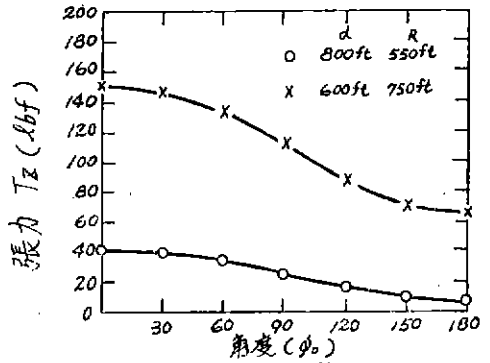
(1)在船後所拖拉之物體與船隻之水平距離 $\overline{x}$



(a) Tx 與流向變化關係

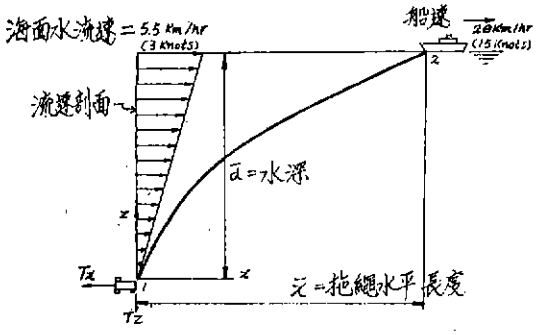


(b) Ty 與流向變化關係



(c) Tz 與流向變化關係

圖十九　滑車端各方向張力分量與流向變化之關係



圖二十　拖繩問題

(2)維持物體在水深 500呎所需之垂直力Tz

(3)在船端所需之繩索張力，

(解答) 邊界條件

(1)在 s=0 處　x=0，　z=0

$T_1 \cos \phi_0 = 900$ 磅

(2)在 s=ℓ 處　z=500 呎

需考慮兩種情況即：

(情況一) 圓索直徑　t=0.6 吋

(情況二) 順索其厚度 t=0.85 吋 絃與厚度比

$$\frac{t}{c} = 0.2$$

圓索時利用 Wilson 水動力模式 $C_N=1$, $C_F=0.05$，順索時用 Whicker 水動力模式 $C_N=0.2$ 計算結果如表五所示，很顯然地圓索所需之張力要比順索大的很多，故在此情況下應用順索可減少使用高張力之纜索。

表五　拖繩問題演算成果

絃　繩　種　類	Tz (磅)	距離=$\overline{x}$ (呎)	在船端之繩索張力 (磅)
圓索 (0.6 吋 ϕ)	4785	829	5526
順索 (t/c=0.2)	1260	855	2912

七、結　　論

根據以上分析可結論如下：

1. 本文所應用之反覆修正初值法解析方法之建議，不僅可提供穩定水流情況下，海中無伸縮性繩索問題之幾何形態及應力分佈之解析、且可延伸應用於非均勻流情況和確保估計值之收斂性。

2. 圓索之法線曳力在四種模式中均爲一致，Pode 與 Wilson 模式僅可適用於圓索。而 Whicker 及 Eames 兩種模式則可適用於圓索及順索等情況。

3. 纖索之切線曳力在四種模式所得之結果並不一致，應用時必須選擇比較兩種以上之模式，得出其適用範圍。

4. 水流曳力係數對曳力大小之影響甚大，故須對纖索之水流曳力係數詳加試驗調查，尤其切線方向之曳力係數研究者較少，更待努力，才能求取更精確之結果。

5. 順索之法線曳力係數較圓索者爲小，光滑圓索亦較成股者爲小，同時順索中形態不同，其曳力係數亦異，故欲使所使用之拖纜承受曳力減少，必須在形態上加强試驗及研究。

參　考　資　料

1. Pode, L (1950) "An experimental investigation of the hydrodynamic forces on stranded cables" David Taylor model basin Report 713
2. Whicker, L. F. (1958) "Theoretical Analysis of the effect of shipmotion on the mooring cables in deep water" David Tayler model basin Report 1221
3. Wilson, B, W: (1964) "Characteristics of deepsea anchor cables in strong ocean currests Report 204-3 Texas A&M Research Foundation
4. Eames, M. C (1968) "Steady state theory of towing cables" Transactions of the Royal Institution of Naval Architects
5. Bedendender, J. W (1970) "Three dimensional boundary value problems for flexible cables" Otc. 1281 2nd Ann. offshore technology conf. Houston Taxes.
6. Reyle & Schram (1968) "Steady state three dimensional analysis of towed System" AMSE Paper 68-PET-4
7. Wingham P. J. and Kashavan (1978) "Predicting the equilibrium depth of a body towed by a failed cable" Ocean Eng. vol 5 pp15～35 Pergamon Plessuk
8. Wingham P.J "(1977)" The use of variable body force to control the depth of towed Submersibles" Ocean Eng. vol. 4 pp 57～74
9. Henderson J. F (1978) "Some towing problems with failed cables" Ocean Eng. vol. 5 pp 105～125 Pergamon Press U. K.
10. Hall, G. and Watt J. M (1976)"Numerical method for ordinary differential eqations" pp 216～238 Clarendon Press. Oxford

Static Analysis of An Undersea Cable

Journal of Civil and Hydraulic Engineering Vol. 8, No. 1

—Paper No. 8-04 (P. 77～P. 89)—

Lin Wei-Ming

Abstract

In the design of system towed or moored in a fluid by a flexible cable, The cable is subject to variable hydrodynamic loads from a surrounding fluid medium, Therefore the analysis is complex, In this paper the author only consider the static analysis method, The object is to determine the cable profile and tensile forces developed around a nonstretch cable under the steady flow state.

The boundary condition are often specified at two different point along the cable, so the cable equation and boundary conditions result in a classical two point boundary value probelm. An iteration "shooting method" is used for solution, The program has been written to analyze a class of towing cable profile condition, also is applicable to any cable problem in steady flow.

海底管線受波浪作用之研究
Wave Forces on Submerged Pipelines

林　維　明*

一、前　　言

海洋中敷設管線其用途如輸送石油，液化天然氣，溶填作業，海洋放流，補給油水，電纜供電等相當地廣泛。敷設形態有浮於海面上，置於海床上或接至敷管船，平臺或挖泥船之直立管或斜管等。海底管線由於經常置於海中，故不論施工或使用時都經常遭受波浪冲擊，由於波浪之不規則性及非線性之特性，故設計前，必先對波力充分了解。

自 Morision,[1] 及 Mac Camy[2] 後許多學者均致力於管線（或稱圓柱）受波力之研究，亦有許多成果發表，質言之，水中結構物承受水動力可分爲下列五種：(1)周界由於產生分離流所承受之壓力叫內力，(2)周界受水流剪力所產生之曳力，(3)周界渦流所產生之上揚力，(4)由於水流碰擊所產生之衝力，(5)水位變化所產生之浮力變化，此五種力量，有時某些所佔之重要性較大，而某些力在相較下可忽略不計應用時必須根據流況及管線特性研判，而一般管線管徑與波長比值均小於 Morision 假設在此情況下，波力爲曳力和內力之合力，故本文主要研究 Morision 公式之適用性。

曾有不少學者欲澄清 Morision 公式曳力及內力係數之物理特性，雖有不少成果發表，但對其水動力特性至今尚未能嚴密地澄清，其癥結有二：

(1)管線附近之流況特性，特別是其後之渦流形成，尚無法用理論分析澄清。

(2)波力發生和水流特性在管線旁運動其物理上之機構關係尚未能澄清。

是故專家學者均在這兩方面探索，第一問題研究方向可分爲二類，其一爲利用有限差分法解 Navier stokes 方程式例如 Fromm [3]，其二爲假設流徑管線之流況爲流速勢，而不連續之渦流可視爲管線兩邊所發展之剪力層疊加形成者如 Laird [4]，Sarpkaya [5]，Yang [6] 及 Arie [7] 等曾分析穩定水流及非穩定水流經過圓柱之流型，而 Schlichting[8] 及 Iwagaki[9] 等曾分析經過管樁附近層狀邊界層在振盪流或波浪流下之現象，有關試驗方面，Keulegan [10] 曾觀測在振盪流下，圓柱和平板在駐波下，其節點 (node) 之流況，他們發現流況與 k-c 數 (Keulegan-Carpenter No.) 有關，Bidde[11] 觀測一進行波下直立管之流型而證實渦流之產生可用 K-C 數分類，對第二問題，Pearcey [12] 曾綜合多人試驗結果作一檢討。

筆者試圖以此兩問題爲重心，檢討 Morision 公式之適用性，提出計算上揚力之建議，並對 C_M 及 C_D 之決定作一討論，同時因爲長期之波浪觀測調查資料獲取不易，但每一工程使用期限均爲百年之計，如何應用短期間之波浪記錄提供設計根據，本文提供預報任意復現週期之最大設計波高之方法，又因波浪依水深，波高及週期而定，有各種波浪理論出現，各有其基本上之假設，如何選擇波浪理論以供應用，使計算所得出之波浪水分子流速及加速度能與實際上者相符亦爲我們探索之目標，本文列出線性與非線性波浪理論適用範圍圖表以供參考。

二、曳力、內力和上揚力定義

任何在水中之物體，假定承受穩定水流作用，則單位長度所承受之曳力爲

$$F_D=\frac{\rho}{2}C_DAU^2(t) \quad \cdots\cdots (1)$$

式中 C_D 爲曳力係數，A 爲物體在水流方向單位長度之投影面積，U(t) 爲水流方向之流速，ρ 爲流體密度。若水流爲非穩定流，則除曳力外，尚有內力（或稱質量力；慣性力）之作用如下式：

$$F_M=C_M\rho V\frac{\partial u(t)}{\partial t} \quad \cdots\cdots (2)$$

式中 V 爲水中物體單位長度之體積，C_M 爲內力係數（或稱質量力係數）$\frac{\partial u}{\partial t}$ 爲水流方向之流體運動加速度。

由於波浪爲不穩定流，且水粒子流向在波浪水位 η 爲正值時爲沿波浪進行方向，而 η 爲負值時，流向與波浪進行方向相反，故 Morision [1] 發表垂直之圓柱承受水平方向波力（與圓柱正交）之公式，他認爲波力可視爲慣性力和拖曳力二分力之合成如下式：

$$F=\frac{1}{2}\rho C_DDV|V|+\rho C_M\frac{\pi D^2}{4}\frac{\partial V}{\partial t} \quad \cdots\cdots (3)$$

|V| 爲 V 之絕對值，用以確定曳力永與水分子速度同向。

若一垂直之圓柱置於穩定水流中，由於周界發生 Karman 渦流，將產生一與水流垂直之橫向上

* 本會會員，中油公司土木工程師

揚力，此種現象如同飛機之機翼所承受之上揚力，上揚力可表示爲：

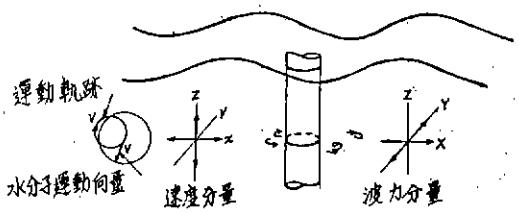
$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho D V^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

式中 C_L 爲上揚力係數，ρ. D. V 之定義同上。V 爲造成渦流之流速，若無渦流產生則不需考慮上揚力，若管徑太大，則僅需考慮內力。

三、海底管線配置與波浪作用之機構

海底管施工材料有堅硬之鋼管或鋼筋混凝土管，亦有柔性之橡膠管等。因施工或使用方便其配置方式有直立，水平或傾斜等。海洋中波浪可全向運動，因此海底管線受波浪作用所產生之特性，將因各配置形態不同而異。爲簡化起見，假設考慮單一靜定堅硬海底管在二度空間規則深水波之情況下，有下列幾種運動機構說明如下：

㈠直立管：圖一爲直立管在深水規則波之運動情形，其水分子軌跡爲圓形，此軌跡與管軸位於同一平面上，因此有垂直或平行管軸之速度分量，均以波浪週期作簡諧運動，與管軸平行之速度分量不致影響直立管以外之流體運動，而正交於管軸之速度分量在管樁周界發生變化，在振盪流情況下駐點由樁前端點移至樁後，因此每一週期內變化一次，因此在此情況，當水分子向波峯進行之情況，流速方向與波向同，而向波谷時則反向，每半週期內，速度先由靜止增加減少，而另一半週期復歸，因此通過波峯及波谷時各產生兩個渦流（圓管兩邊各一）致使產生橫向於水分子軌跡之上揚力其頻率爲波浪頻率之兩倍。



圖一　波浪中之直立管

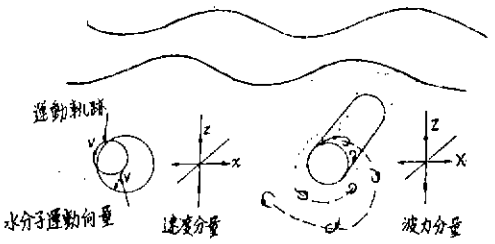
㈡水平管：水平管又可分爲與波峯線平行和正交的兩種情形。

(1)平行波線峯水平管：圖二爲此種管線全部浸於深水規則波之情況，此時無軸向速度、渦流運動與水分子軌跡在同一平面上，因此上揚力並非橫向於水分子運動軌跡，而與其在同一軸上，因此作用於管線上任意點之力量有下列三種主要分力（圖三）：

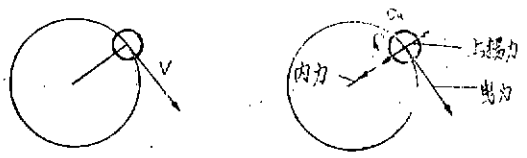
(i) 如同在均勻流況下可能在圓管周界發生分離流和渦流與之有關之切線方向之曳力。

(ii)與管線正交之渦流引力或稱上揚力。

(iii)由 Froude-Krylov 力和虛加質量力所引起之管線法線方向之內力。



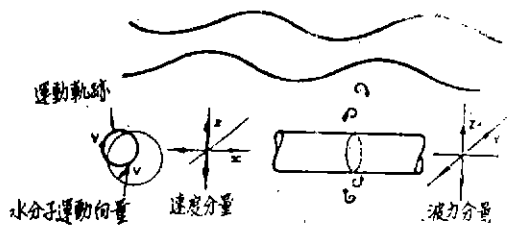
圖二　平行波峯線之水平管



圖三　平行波峯線水平管受力圖

此三力可分解爲 X,Z 兩方向之分量，在此二方向之切線曳力與法線內力之分量將依波浪週期變化，而法線方向之上揚力雖亦成週期性變化，但其週期不依波浪週期變化而與 Strouhal 頻率有關。

(2)與水分子運動軌跡同一平面之水平管：圖四爲此情況之圖例，其爲直立管迴轉 $\pi/_2$ 所成，運動現象與之相同，由於波浪水平及垂直方向運動速度及加速度，隨波形位相而變化，如圖五所示。根據 Morision 波力公式知在波峯或波谷時，水平力爲最大，而垂直方向曳力爲零。而在平均水位時則水平曳力爲零，垂直力最大，此種變化對渦流形成和相互影響相當地重要，而波浪引起之上揚力因渦流而產生，將受此種運動變化而影響。

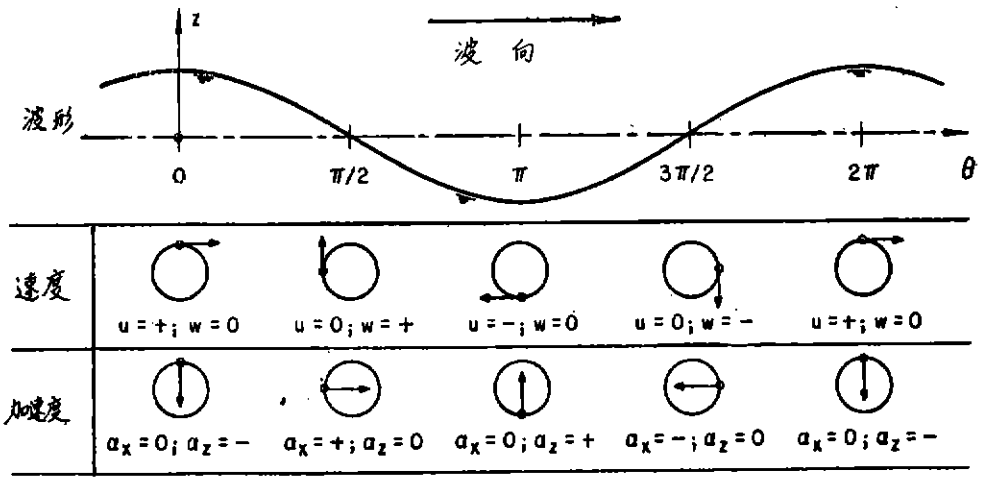


圖四　正交波峯線水平管

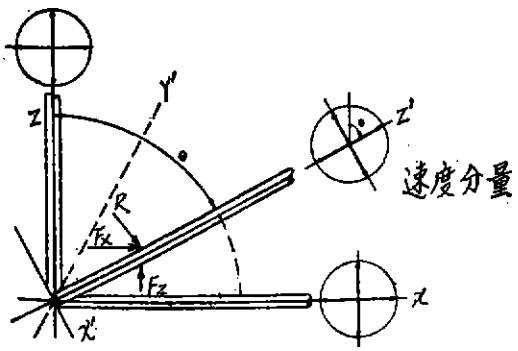
此類週期性之力量變化將在軸向速度產生一小密室似的節點及反節點沿管樁與波向同時進行，此種行爲似可增大完全安定層狀邊界層之效。

㈢在波浪中之斜管：假設海床水平面爲 XY 平面，垂直向上者爲 Z 軸，則斜管可分爲四種即分別在 XY, YZ, ZX 平面者或在任意空間內者，分別討論如后：

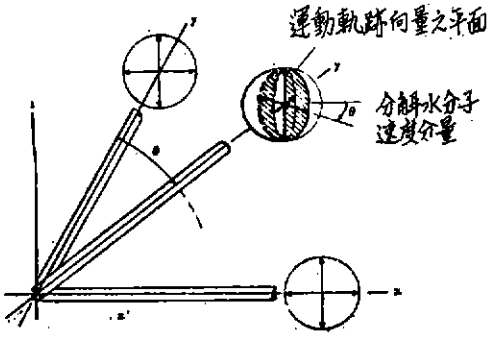
(1)與水分子運動軌跡同一平面者：此類管線在平面如圖六所示。可視爲直立管(圖一)移轉一角度 θ，速度可由水分子運動水平與垂直向速度向量分解爲線上或法線上速度疊加而成，亦依週期性變化，僅位相移轉。當迴轉角度達 $\pi/_2$ 則成與水分子



圖五　波浪水分子運動速度及功速度



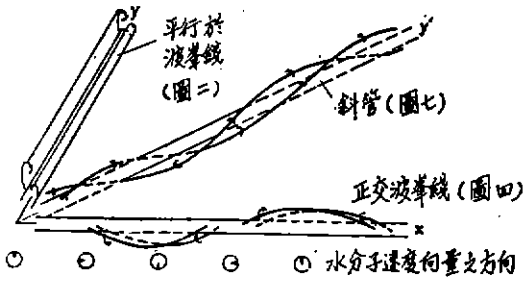
圖六　與水分子運動軌跡同一平面之斜管



圖七　斜交水分子運動軌距水平管

運動軌跡同平面之水平管（圖四）。斜管之法線力變化隨傾斜角而變

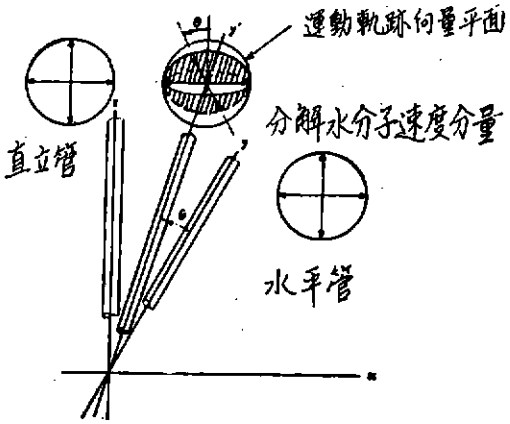
(2)與水分子運動軌跡斜交之水平管：此類管線在 XY 平面上運動如圖七所示，爲與波峯線平行之水平管（圖二）沿 YZ 面迴轉一角度而成，當 $\theta=\pi/2$ 則變爲與水分子同平面者（圖四），渦流可能之變化情形如圖八所示，兩水平管極限爲平行或正交波峯線者其主要之差異爲前者之駐點和渦流發生於管線軸之正交面上繼續迴轉和變化，而後者



圖八　水平管；渦流可能之方向

之垂直力大小隨波浪週期變化，因此斜管將受此兩種因素影響；其程度依傾斜角大小而定。

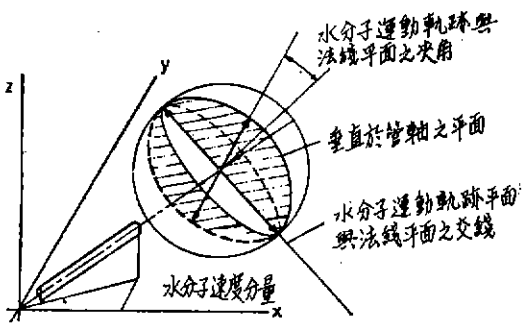
(3)與水平傾斜之正投影管線：此類管線在 YZ 平面如圖九所示，斜管變化由平行於波峯線之水平管（圖二）變至直立管（圖一），此類斜管之渦流形態具有法線方向上揚力（水平管）和橫向上揚力（直立管）兩種混雜。愈接近直立管在層流邊層與軸向速度分量有關之完全安定之效應更爲顯著，此



圖九　與水平傾斜正投影管線

種情況之斜管沿管線上之力量與水深有關。

(4)其他斜管：如圖十所示爲任意傾斜之管線情形，可將速度向量分解爲與管軸垂直和平行之分量、曳力主要由管線之法線力控制，在正交平面上，此分解之向量爲橢圓形，其主軸沿著正交面與水分子運動軌跡平面相交線上，因此變爲非線性，較爲複雜處理。



圖十　任意斜管

四、波浪理論

實際海洋中波浪隨時間及地點而變，假定可用一些不同頻率之正弦波重疊，故高於靜水位之水位變化 η 可表示爲：

$$\eta(x.y.t)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos\ (XK_n\cos\theta_n + yk_n\sin\theta_n - w_nt+\varepsilon_n) \cdots\cdots (51)$$

式中 a_n, k_n, θ_n, w_n, 及 ε_n 各爲每一成份波之振幅、波數，波向與軸 x 之夾角，週率及在 $(0,2\pi)$ 間正弦波分佈之位相差若管路固定於 $x=0$ 處，僅考慮單一波浪在 $\theta=0$ $\varepsilon=0$ 情況下觀測水位變化、則上式可改寫爲。

$$\eta\ (t)=a\cos\ (wt) \cdots\cdots (6)$$

上式適用於微小振幅波，根據Airy (13) 之線性波理論，可計算水分子運動之速度及加速度水平及垂直方向分量分別爲。

$$u=\frac{\pi H}{T}\ \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kh)}\cos\ (wt) \cdots\cdots (7)$$

$$v=\frac{-\pi H}{T}\ \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kh)}\sin\ (wt) \cdots\cdots (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{-2\pi^2 H}{T^2}\ \frac{\cosh\ kz}{\sinh\ kh}\sin(wt) \cdots (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=-\frac{2\pi^2 H}{T^2}\ \frac{\sinh\ kz}{\sinh\ kh}\cos(wt) \cdots (10)$$

當波高顯得相當小時，式(7)～(10)所得之理論值非常接近於實測值，故上列四式適於微小振幅波，若波高增大時，所得之理論值較實測值爲小，故波形不再爲一簡階運動，波形之表示較爲複雜，曾有不少學者在這方面探討，Lem'ehaut'e(14)曾歸納列如線性，非線性，分析或數值解析均有其限制範圍，詳見參考資料 [14. 37. 38. 爲求精確波力，必須用適當之波浪理論 Dean （15） 曾發展流線函數（Stream function），與其他理論及試驗值比較，證實非常接近實測值，圖十一爲 Dean (16)所發表之代表性圖例，各理論可能適用範圍如圖十二所示，可見流線函數可適用於所有之情況，其計算相當繁，Dean (17)曾列有圖表可供應用，可參閱參考資料 17。

若已知波高，水深及波浪週期，則可根據波浪理論計算波浪水分子運動速度及加速度，因此必先決定設計水深及波浪。設計水位之決定必須在天文潮最高潮位以上，但應高出多少應詳細計算暴潮，海嘯高度及出現頻率並考慮經濟價值而決定本文暫不討論。而設計波浪應以最大之暴風浪爲根據，但波浪資料收集不易，因此僅能用短期之暴風浪利用統計方法來預測長期可能發生之暴風浪之大小，以爲設計之根據，其方法主要是(1)延伸一些長期代表性波浪，(2)分析每年最大之波浪及，(3)研究一些主要的暴風浪等。曾有許多學者研究淨析之技巧 Petruaskas 與 Aagaard (18)提出用 Weibull 和 Gumbel 分佈曲線求出尖峯暴風浪之方法。

Gumbel 分佈函數：

$$P\ (H\leq x)=\exp\left(-\exp\left(\frac{-X+B}{A}\right)\right) \cdots\cdots (11)$$

Weibull 分佈函數：

$$P\ (H\leq x)=1-\exp\left(-\left(\frac{X-B}{A}\right)^k\right) \cdots\cdots (12)$$

P (H≤x) 表示波高H小於或等於某一定值 x 情況，A及B可從觀測資料利用最小二乘法得出，由某些特定波浪資料用試查法選擇最佳之暴風浪最佳之分佈曲線其步驟爲：

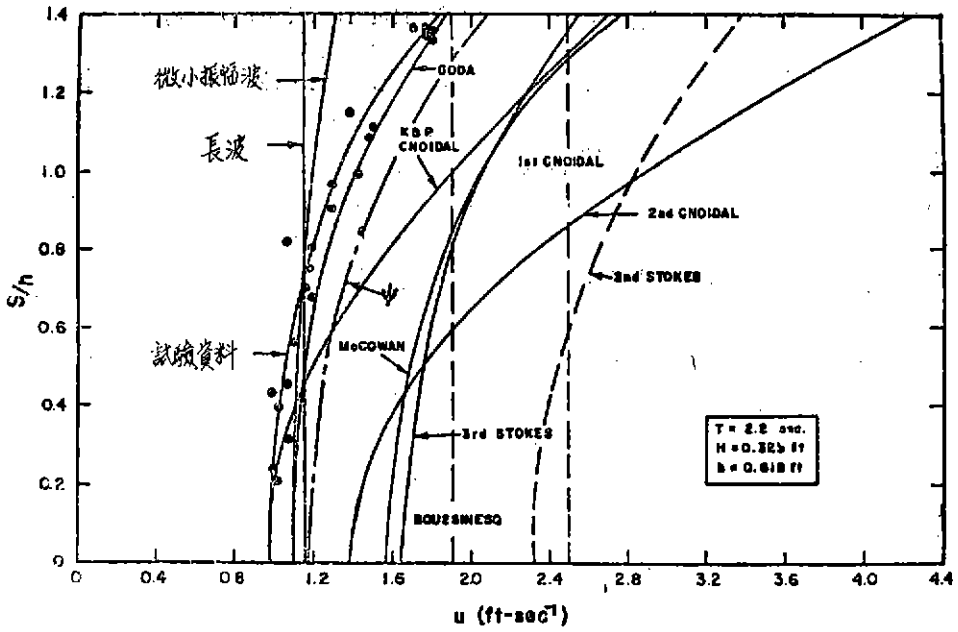
(1)先將一些特定的極大波高值按大小順序排列。

(2)計算N個極大波高中次序第m個波浪之未超過該波高（即第m個波浪之波高）之或然率爲：

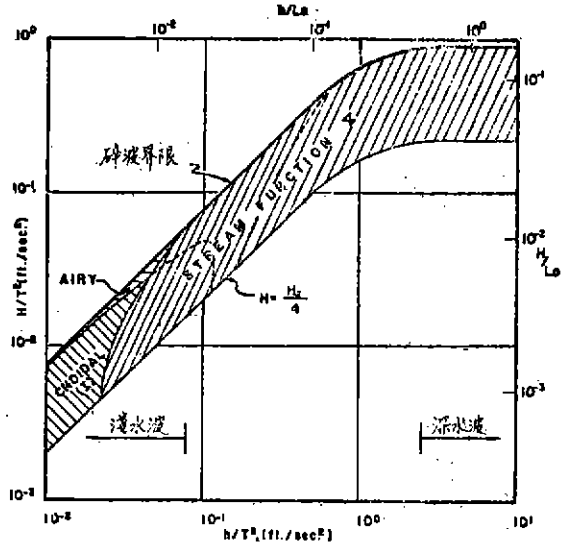
$$P(H\leq X_{m,N})=1-\frac{m-\alpha}{N+\beta} \cdots\cdots (13)$$

其中 α，β 可由下列函數型態決定。Gumbel 分佈之參數由 Gringorten (19)，而 Weibull 分佈曲線由 Petruaskas (18)等分別得出如下：

函　數　型　態		α	β
Gumble		0.44	0.12
Weibull	(k=0.75)	0.54	0.64
Weibull	(k=0.85)	0.51	0.59
Weibull	(k=1.00)	0.48	0.53
Weibull	($k=1.1_0$)	0.46	0.50
Weibull	(k=1.25)	0.44	0.47
Weibull	(k=1.50)	0.42	0.42
Weibull	(k=2.00)	0.39	0.37



圖十一 實接近碎波最大水平方向水分子運動速度



圖十二 週性波浪理論提供最適於動力自由表面邊界條件比較

(3)爲使 x 與 $P(H \leq x)$ 之關係直線化，首先計算 r_v 值如下式，然後將 x 與相對應之 r_v 值點繪於圖中。

$$\text{Gumbel}\quad r_v=-\ell_n(-\ell_n P(H\leq x))\cdots\cdots (14)$$

$$\text{Weibull}\quad r_v=[-\ell_n[1-P(H\leq x)]]^{1/K} \cdots\cdots (15)$$

(4)應用最小二乘法(或目視)判斷x 與 r_v 之關係，然後找出最合適之分佈曲線得出 A，B 之估計值。

$$x=Ar_v+B \cdots\cdots (16)$$

(5)若已知之N個極大波高是代表K年期間內所發生之最大值，則復現週期 (R_p) 之期間內可能發生之尖峯暴風浪之或然率 $P(H\leq x)$ 爲

$$P(H\leq x)=1-\frac{K}{NP_p} \cdots\cdots (17)$$

然後計算此或然率之 r_v 值，再用式(16)或延伸曲線求出 x 與 r_v 之關係，求出復現週期 (R_p) 內可能發生之尖峯波高。

(例)某地波浪推算得到二十年中之極大波高16個，請應用 Gumbel 分佈和 Weibull 分佈(K=1.1

m	x	Gumbel 分佈		Weibull 分佈	
		P(H<X)	r_v	P(H<X)	r_v
1	7.7	0.965	3.33	0.967	3.06
2	5.4	0.903	2.28	0.906	2.19
3	5.3	0.841	1.75	0.846	1.77
4	5.1	0.779	1.39	0.785	1.48
5	5.0	0.717	1.10	0.725	1.26
6	4.4	0.655	0.86	0.664	1.08
7	4.4	0.593	0.65	0.603	0.93
8	4.1	0.531	0.46	0.543	0.80
9	3.7	0.469	0.28	0.482	0.68
10	3.7	0.407	0.106	0.422	0.58
11	3.6	0.345	−0.062	0.361	0.48
12	3.5	0.283	−0.233	0.300	0.39
13	3.3	0.221	−0.411	0.240	0.31
14	3.1	0.159	−0.609	0.180	0.23
15	2.9	0.097	−0.847	0.120	0.15
16	2.8	0.035	−1.209	0.060	0.08

) 估算復現期間 20 年，50 年及 100 年可能發生之尖峯波高：

(解) (1)將 N=16 個極大波高按大小順序排列，並根據式(13)及(14)分別計算 Gumbel 及 Weibull 之概率 $P[H\leq X_{m,N}]$ 及變數 r_v 值如上表：

2. 將 x 與相對之 r_v 值點繪於圖 13 中，根據目測法判斷，找出一條最能代表 x 與 r_v 關係之直線爲

Gumbel 分佈　　$X=1.004\ r_v+3.67$

Weibull 分佈(k=1.1)　$X=1.542\ r_v+2.70$

3. 因上列 N=16 個波浪代表週期 K=20 年之資料，復現週期 (R_p) 爲 20，50 及 100 年可能發生之尖峯暴風浪之概率 $P(H\leq x)=1-\frac{K}{NR_p}$ 可先算出，然後再代入式(1)及式(2)求出變數 r_v 及波高 X 值如下表所示

R_p	$P[H\leq x]$ $=1-\frac{K}{NR_p}$	Gumbel 分佈		Weibull 分佈 (K=1.1)	
		r_v	x	r_v	x
20	0.9375	2.74	6.42 m	2.53	6.60 m
50	0.975	3.68	7.36 m	3.28	7.76 m
100	0.9875	4.38	8.07 m	3.83	8.61 m

4. 由於概率分佈本身之差異，故所得出之結果有點錯誤，必須多予驗證。

復現週期內之尖峯暴風浪週期預測，可能可用暴風浪在尖峯時，其波高與週期之關係式得出。但此關係很難定義，因此需要對設計波浪之週期作某些判斷。

某一定復現週期內尖峯暴風浪之預測，其可靠性依所提供資料之精確度而定，若資料是根據不合適之波浪推算方法得出或選用不適當之暴風浪，則任何統計分析方法亦無法得出正確之預報值。

五、Morision 波力公式分析

Morision 發表圓柱之水平波力公式如式(3)所示，此式爲一半直覺公式，自發表後，雖有不少學者對其發生疑問，但至今尚未有理想之公式出現，前已介紹管線配置有直立管水平管及斜管三種，而波浪有垂直及水平方向之運動速度及加速度，故以下討論管線承受水平力，垂直力和斜管上之作用力，代入式(7)～(10)於式(3)可得水平力及垂直力如下表其與波形之關係如圖十四所示：

	水平力	垂直力
公式	$-C_M F_M \sin wt + C_D F_D \cos wt \mid \cos wt \mid$	$-C_M F_{MV} \cos wt_1 - C_D F_{DV} \sin^3 wt_1$
係數	$F_M=\frac{\pi^3 D^3}{2} P \frac{H}{T^2} \frac{\cosh kz}{\sinh kd}$ $F_D=P\frac{D}{2}\left(\frac{\pi H}{T}\frac{\cosh kz}{\sinh kd}\right)^2$	$F_{MV}=\frac{D^2}{2}P\frac{\pi^2 H}{T^2}\frac{\sinh kz}{\sinh kd}$ $F_{DV}=P\frac{D}{2}\left(\frac{\pi H}{T}\frac{\sinh kz}{\sinh kd}\right)^2$
最大波力發生時位相	$\sin wt_1=\frac{C_M F_M}{2C_D F_D}$ (第二、四象限)	$\cos wt_1=\frac{C_M F_{MV}}{2C_D F_{DV}}$ (第一、三象限)
最大波力	$\frac{C_M^2 F_M^2+4C_D^2 F_D^2}{4C_D F_D}$	$\frac{C_M^2 F_{MV}^2+4C_D^2 F_{DV}^2}{4C_D F_{DV}}$

若在 XZ 平面上之斜管如圖六所示，其與垂直軸之傾斜角爲 θ 斜管法線方向之速度及加速度分別爲：

$$R_u=V_x\cos\theta-V_y\sin\theta \quad \cdots\cdots (20)$$

$$R_A=\frac{\partial v_x}{\partial t}\cos\theta-\frac{\partial v_y}{\partial t}\sin\theta \quad \cdots\cdots (21)$$

代入 Morision 方程式，可求出斜管法線方向之波力爲

$$F(z,t,\theta)=\frac{1}{2}\rho C_D D R_u|R_u|+\rho C_M\frac{\pi D^2}{4}R_A \quad \cdots\cdots (22)$$

因波浪爲振盪流 180 度轉向一次、sin wt，cos wt 隨象限而變化正負值，$\sin(180°\mp\alpha)=\mp\sin\alpha$，$\cos(90°\pm\alpha)=\mp\cos\alpha$ 故假設考慮位相 (wt) 在第一象限或在第四象限兩情況，發生最大波力則可得。

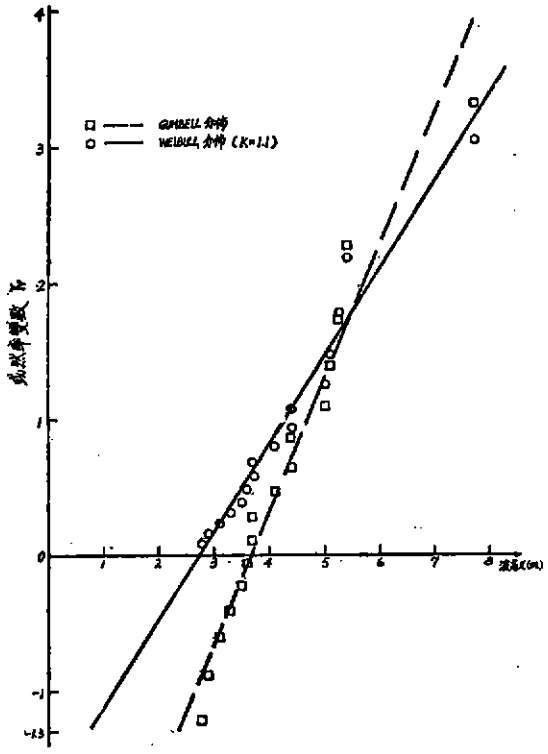
$$F(z,t,\theta)=C_M(F_{MV}\sin\theta\cos wt\pm F_M\cos\theta\sin wt)+C_D(F_D\cos^2 wt\cos^2\theta+F_{DV}\sin^2 wt\sin^2\theta\ \pm\frac{1}{2}\sqrt{F_{DV}F_D}\cos(2\theta)\cos(2wt)) \quad \cdots\cdots (23)$$

深水波情況 (h/L<0.5) 可得 $F_M=F_{MV}$；$F_D=F_{DV}$ 故

$$F(z,t,\theta)=C_M F_M\sin(\theta\mp wt)+C_D F_D\cos^2(\theta\mp wt) \quad \cdots\cdots (24)$$

波力之極大值可將上式對 t 微分，因此可得發生最大波力之位相及最大波力分別爲：

$$wt=\pm\left(\theta-\sin^{-1}\left(\frac{C_M F_M}{2C_D F_D}\right)\right) \quad \cdots\cdots (25)$$



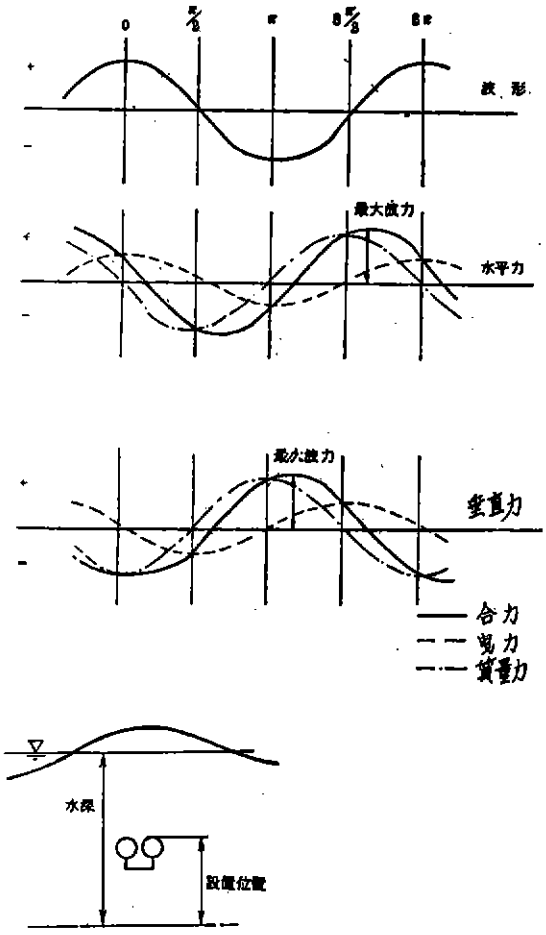
圖十三　尖峯暴風浪分佈曲線

$$F(z,t,\theta)=\frac{C_M^2\,F_M^2+4\,C_D^2\,F_D^2}{4C_DF_D}\quad\cdots(26)$$

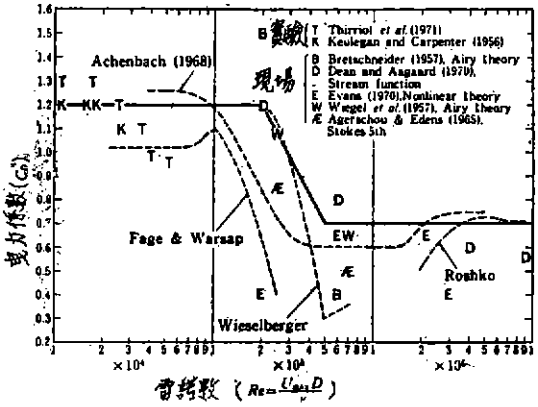
可見在深水中 XZ 平面上之斜管單位長度所發生之最大波力與傾斜角無關，亦即任意傾斜角每單位長度之最大波力均相等，僅發生最大波力之時間位相與傾斜角有關，在淺水中最大波力發生於直立管情況，而在其他位置則波力變小，此因爲水分子運動軌跡變爲橢圓形之故。

應用 Morision 波力公式，爲求更精確之波力值，有時必須用 Dean 之流線函數等波浪理論求得V及$\frac{\partial v}{\partial x}$，此時曳力係數 ($C_D$) 及質量力係數 ($C_M$) 之選擇必須格外小心，配合波浪理論及管線之使用目的，經濟與安全觀點等選定。近三十年來，有許多學者致力於 C_M 及 C_D 正確值之探索，曾在現場及實驗室努力調查研究，美國工程兵團[20]曾歸納在穩定水流情況下 C_D 及雷諾數之關係之研究成果並建議其關係曲線如圖十五所示。Keulegan & Carpeuter [10]曾在試驗室發現 C_M 與 C_D 值與 K-C 數有關詳見參考資料[37] Thirrit [21]發現若 H/D>20L/L$_o$ 情況下，則穩定流之 C_D 值可應用於振盪流，其中 H,L,L$_o$ 分別爲當地之波高，波長及深水波長，D 爲管徑。

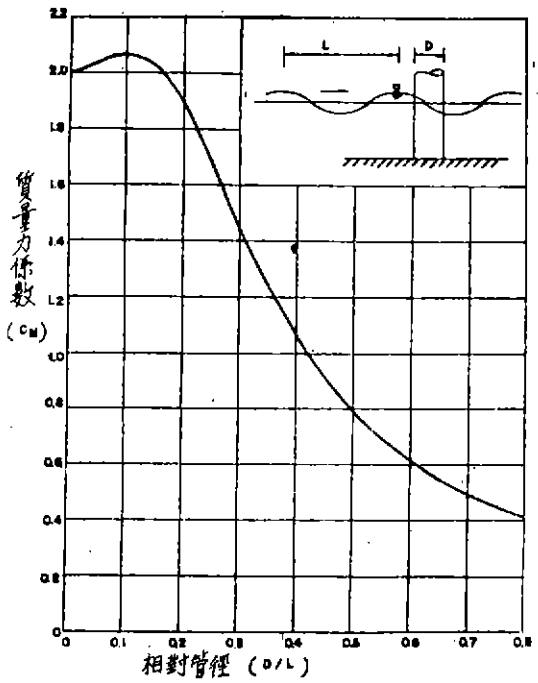
C_M 值之理論值由 MacCAMY & Fuch (2) 得出如下式，圖示於圖十六所示



圖十四　垂直力、水平力與波形之關係



圖十五　曳力係數與雷諾數之關係



圖十六　質量力係數與相對管徑之關係

$$C_M=\frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{(\pi D/L)^2}\sqrt{\frac{1}{J_1'(\pi D/L)^2+Y'(\pi D/L)^2}} \quad \cdots\cdots (27)$$

其中 J′及 Y′爲第一類及第二類 Bessei 函數之一次微分，在振盪流情況下，作用於管線之瞬間波力F爲下列參數之函數。

$$F=f\ (t,\ a,\ T,\ D,\ K_s,\ \rho,\upsilon) \quad \cdots\cdots (28)$$

其中 D,K_s 爲管線之管徑及表面粗糙度，ρ,υ 爲流體密度及動黏性係數，a 及 T爲振盪流之振幅及週期，t 爲時間。

根據因次分析可得下列非因次之關係式如下：

$$F/\rho\ U_m^2\ D=h\ (2\pi t/T,\ 2a/D,\ U_mD/\upsilon,\ K_s/D) \quad \cdots\cdots (29)$$

其中 $U_m=\dot{X}_m=2\pi a/T$ 爲最大水平流速，同時 Morision 波力公式亦可表示如下式：

$$F=-\frac{1}{2}\cdot C_D\rho DU_m^2\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\left|\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right| -\rho C_M\frac{\pi D^2}{4}U_m\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad \cdots\cdots (30)$$

亦可改寫爲下列關係式

$$\frac{F}{\rho U_m^2 D}=\frac{1}{2}C_D\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\left|\left(\cos\frac{2\pi t}{T}\right)\right| -C_M\cdot\frac{4\pi}{K\text{-}C}\cdot\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad \cdots\cdots (31)$$

式中 $K\text{-}C=\frac{2\pi a}{D}=\frac{U_mT}{D}$ 稱爲 Keulegan Carpenter number，比較式(29)及(31)可見 C_M 及 C_D 爲位相$\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$，K-C 數，雷諾數及相對粗糙度 (Ks/D) 等之函數，雖 Keulegan & Carpenter (10)試在試驗室發現 C_M 與 C_D 在一週期內並非常數，近數年來有不少學者研究 C_m 及 C_D 與 K-C，R_e，及 K/D 之關係，省略位相參數 (22-26)，其中較理想者如 Sarpkaya (25) 及 Garrison (26)，參考資料[37]示其中各一範例，與圖 16 比較，振盪流之試驗結果與穩定流情況 (圖 16) 相似，除雷諾數小時，在振盪流時 C_D 值較增加，此可能因爲渦流產生之故，Sarpkaya 資料顯示愈粗糙之管線其 C_D 值增加的特別快，而當雷諾數趨近於 1.5×10^5 時，則 C_D 值趨於穩定值，但 Garrison 之 C_D 值在 $Re>2\times10^5$ 時顯有減少之現象，因此有關粗糙度之影響必須詳加研究。

六、上揚力分析

如前所述除波浪進行方向之曳力和內力外，亦可能發生橫向或徑向之上揚力，無渦流產生則無上揚力。

在直立管或正交波峯線水平管將發生與管軸垂直之橫向上揚力，Sawaragi (27)經過試驗結果發現渦流形態歸類主要決定於參數 K-C 數，而與雷諾數很難找出關係，據 K-C 數，渦流可分爲六種形態如圖 17 所示，此爲半個波浪週期所觀測之結果，圖 17 中 No.1 渦流爲發散，No.2 渦流靠近管樁，No.3 渦流形成於 No.1 內，第 V 圖中 No.1 渦流與管樁分開 No.2 正發展中，No.3 連於管樁與它未分開，而在第 VI 圖中 No.3 發展中而且與 No.1 及 No.2 渦流分散，可知 No.4 No.5……等渦流可能將依次出現，而使管樁後之流況出現類似 Karman 渦列之形態。Keulegan (10)經過試驗證明當 $(K\text{-}C)_s=110$ 時，水平板在振盪流作用下，在駐波之節點上其渦流很像 Karman 渦列 Laird (28.29) 研究在鋼構和易彎性管線之上揚力時發現上揚力之大小與管線之自然振動頻率有關，當自然振動頻率二倍於渦流產生頻率之情況時，則上揚力可達曳力之 4.5 倍，沿管線或直立管之所有部份必須校對渦流發生頻率數 (f_s) 可根據下列公式求出

$$f_s=\frac{SU}{D} \quad \cdots\cdots (32)$$

式中U：垂直於管軸相對於管軸之水分子運動速度

D：管線總直徑

S：Strouhal 數

Strouhal 數爲雷諾數之函數如圖 18 所示(30)，Reynold 數在 10^3 以下 S 之範圍在 0.1～0.2 間

，當 $Re=10^3\sim2\times10^5$ 水流在層流至臨界流間則 S 呈現安定狀態，而當在臨界流至變爲亂流期間則，S 漸增，當正超臨界流（$Re>10^6$）則 S 又遞減。

山本譯[31]曾利用流速勢理論計算 Karman 渦列分析上揚力，其方法可拖要說明如下：

假設在一直立管後方有一單獨渦列發生，渦列具有複素勢W，若渦流强度爲Γ 則其關係爲

$$W=-\frac{i\Gamma}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\ln[Z\pm n\ell]$$

$$=-\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left(\sin\frac{\pi Z}{\ell}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

式中ℓ爲渦流之間距，如圖 23 所示，若直立管後方有一非對稱渦列，俗稱 Karman 渦列（Karman Vortex sheet），上下兩渦列間矩爲 h，其安定情形必須上下兩渦列之水平間距差$-\frac{\ell}{2}$故可得此 Karman 渦列之複素勢W爲

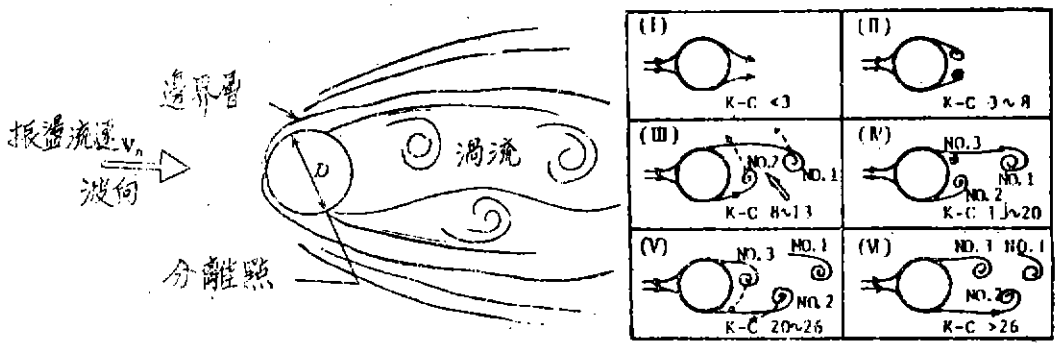
$$W=+\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left(\sin\frac{\pi z}{\ell}\right)$$

$$-\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{\ell}\left(Z-\frac{\ell}{2}-hi\right)\right)\right)$$

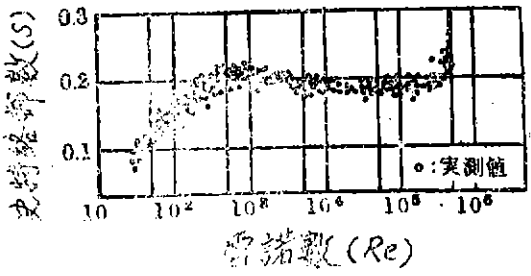
$$=\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left(\frac{\sin(\pi z/\ell)}{\left(\cos\left(\frac{\pi}{\ell}(Z+ih)\right)\right)}\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

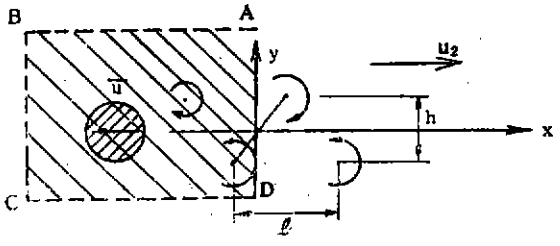
複素數爲$W=\phi+i\psi$，渦流以 U_2 沿$-X$ 方向運動可計算如下：



圖十七　直立管受波浪作用產生渦流之形態



圖十八　史特絡郝數與雷諾數之關係



圖十九　卡門渦列

$$U_2=\left(-\frac{dw}{dz}\right)_{z=0}=-\frac{i\Gamma}{2\pi}\frac{\frac{\pi}{\ell}\sin\frac{\pi}{\ell}\left(z+ih\right)}{\cos\frac{\pi}{\ell}\left(z+ih\right)}=\frac{i\Gamma}{2\pi}\tan\left(\frac{ih\pi}{\ell}\right)=-\frac{\Gamma}{2\ell}\tanh\frac{\pi h}{\ell}\cdots(35)$$

故在此情況下，在時間 $t=\frac{\ell}{U-U_2}$ 之間隔內將有一新的渦流產生，若考慮一範圍 ABCD（圖 19）AD 距上下渦列之水平距離均爲$\frac{\ell}{4}$，若 AD 長爲 L，根據 Blasius 定理，在此範圍內之受力可表示爲

$$X-iY=\frac{i\rho}{2}\oint_c\left(\frac{dw}{dz}\right)^2dz=\frac{i\rho}{2}\int_{-\frac{iL}{2}}^{\frac{iL}{2}}\left(\frac{dw}{dz}\right)^2dz=\frac{-\rho}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{dw}{dz}\right)^2dz$$

$$=-\frac{\rho}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{d}{dz}\left(\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\ell}(z-\frac{\ell}{4}-i\frac{h}{2})\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\ell}(z+\frac{\ell}{4}+i\frac{h}{4})\right)}\right)\right)\right]^2$$

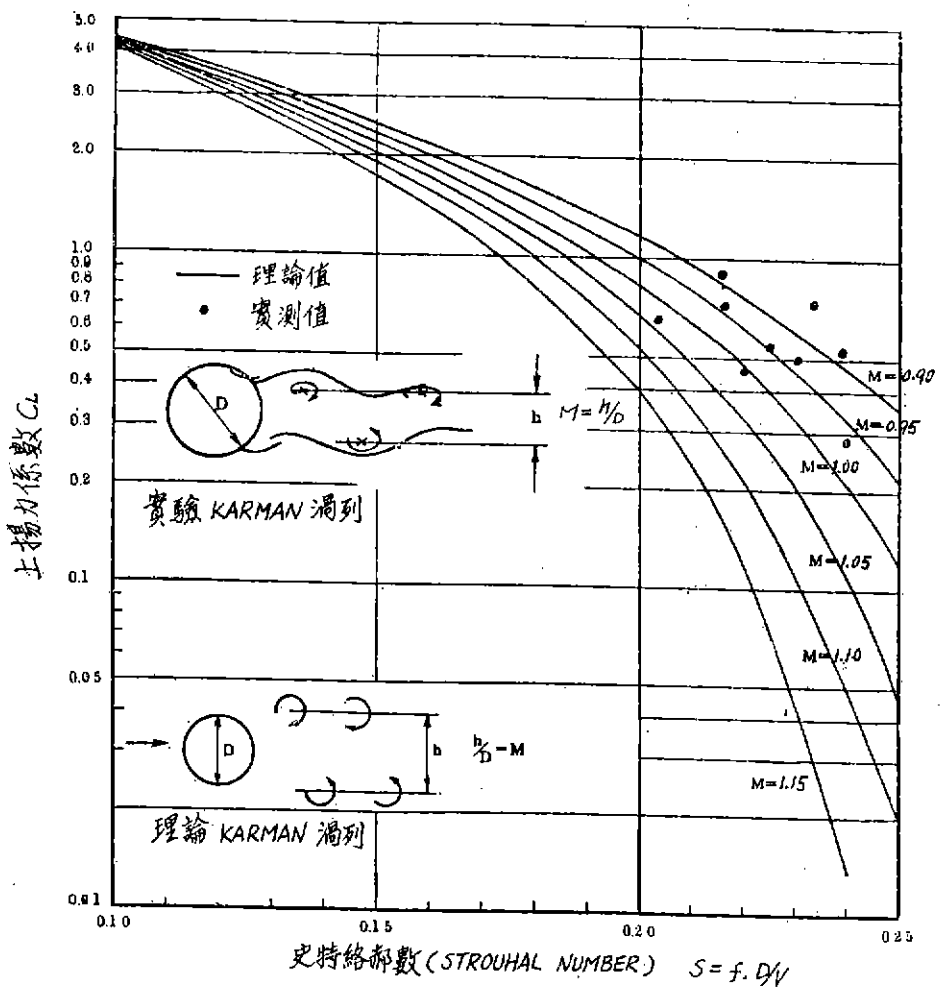
$$=\frac{\rho\Gamma^2}{2\pi\ell}\left[1-\left(\frac{\pi h}{\ell}+\frac{\pi}{2}i\right)\tanh\frac{\pi h}{\ell}\right] \quad \cdots\cdots (36)$$

故可得上揚力（Y）爲

$$故Y=\frac{\rho\Gamma^2}{2\pi\ell}\left(\frac{\pi}{2}\right)\tanh\left(\frac{\pi h}{\ell}\right)=\frac{\rho\Gamma U_2}{2} \quad \cdots\cdots (37)$$

Karman 渦列（32,33）之安定條件爲 $U_2=\frac{\Gamma}{2\ell\sqrt{2}}$ 及 $h/\ell=0.281$

$$故Y=\frac{\rho\Gamma U_2}{2}=\frac{2\ell 2U_2^2\rho}{2}=\frac{\sqrt{2}}{0.281}\rho hU_2^2 \quad \cdots\cdots (38)$$



圖二十　上揚力係數 C_L 與史特絡郝數 S 之關係

因渦流之發生頻率數 f_s 爲

$$f_s=\frac{U-U_s}{\ell} \quad \cdots\cdots (39)$$

即$U_s=U-f_s\ell$ 故可得上揚力Y爲

$$Y=\frac{\sqrt{2}}{0.281}\rho h\,(U-f_s\ell)^2=\frac{\sqrt{2}}{0.281}\rho h\left(1-\frac{f_s\ell}{U}\right)^2U^2=\frac{\sqrt{2}}{0.281}\rho h\left(1-\frac{S}{0.281}\cdot\frac{h}{D}\right)^2U^2 \quad \cdots\cdots (40)$$

令 h/D=M，此稱爲扁平面係數 (bluff ratio) 可由實驗室求得故上揚力 F 爲

$$Y=1.008\ M\left(1-\frac{S.M}{0.281}\right)^2\frac{1}{2}\rho DU^2=\frac{1}{2}C_L\,\rho DU^2 \quad \cdots\cdots (41)$$

C_L 稱爲上揚力係數，可由上式得知其爲扁平面係數 (M) 及 Stroulal 數(S)之函數，可表示如下：

$$C_L=1.008\ M\left(1-\frac{S.M}{0.281}\right)^2 \quad \cdots\cdots (42)$$

C_L 之理論值如上式甚於圖 20，S 自 0.1 增至 0.25 M 自 0.9 增至 1.15，C_L 值均相對減少，試驗結果尙稱符合。

在圖 17 中可見到渦流之特性

(I) K−C<3 未發生渦流

(II) K−C=3−8 對稱渦流，上揚力未顯著

(III) K−C=8−13 反對稱渦流，上揚力較顯著

(IV) K−C=13−20 反對稱渦流成長中

(V) K−C=20−26 形成兩對反對稱渦流較顯著

(VI) K−C>26 逐漸形成卡門渦列 (Karman Vortex Sheet)。此種現象可用類似穩定流況下 Karman 渦列之現象來解釋，Karman 渦列發生之頻率可由式(40)決定，當雷諾數在 $10^3\sim10^6$ 之間，史特絡赫數 S=0.2 即每次水分子水平前進距離 (ξ_T) 爲管徑五倍時時間內將產生一對渦列，由於渦流之形成週期爲波浪週期之半，故考慮半週期內所產生渦對 (Vortex Pair) 數量可根據半週期內所產生之 K−C 數決定

$$K-C=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\pi\cdot\xi_T}{D}\right)=2.5\pi$$

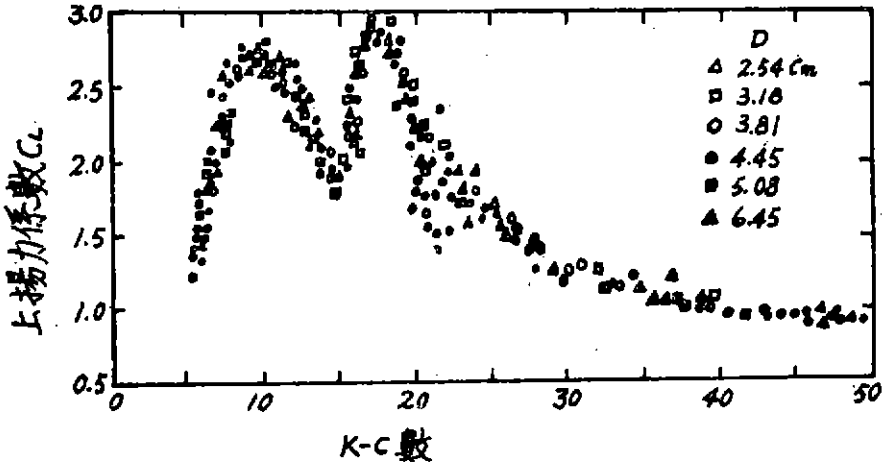
深水波之波浪運動水平方向之運動速度振幅爲 $U_m=\frac{\pi H}{T}$，故

$$K-C=\frac{1}{2}\left(\frac{U_mT}{D}\right)=\frac{\pi H}{2D}$$

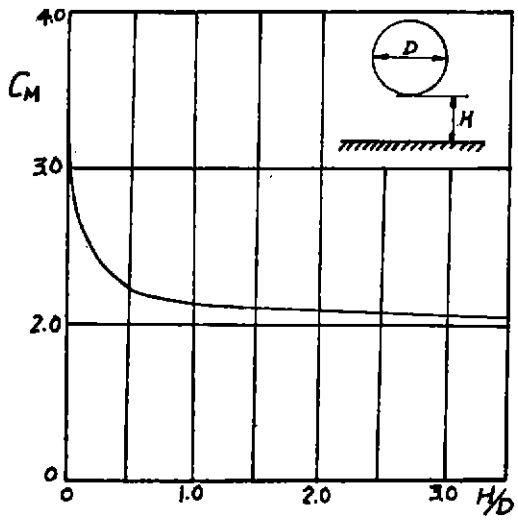
在K−C=2.5π時，反對稱渦列形成，上揚力較顯著，此時波交與管徑之比值爲(H/D≥2/π·(K-C)≥5 即波高大於管徑五倍時必須考慮上揚力，例如 42″ 管徑則 H>5.3 m 之情況，必須考慮上揚力，故可根據 K−C 數，H/D 數，預測波浪運動半週期內所產生之渦對數如下表：

渦對數	H/D	K-C 數
0	0− 5	0− 7.9
1	5.1−10	8.0−15.7
2	10.1−15	15.8−23.6
3	15.1−20	23.7−31.6

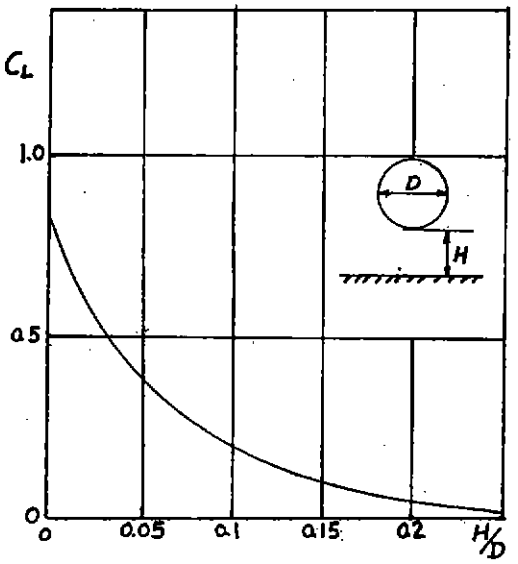
此渦對數量與試驗結果（圖 21)相吻合。在一期週內最大上揚力爲 $F_L=\frac{1}{2}C_L\rho AU^2$，A 爲物體在水流方向單位長度之投影面積，U爲水流方向之流速 ρ 爲流體密度 C_L 爲上揚力係數，可由圖 21，根據 K−C 數求出 (34)



圖二十一　上揚力係數 C_L 與KEULEGAN-CARPENTER 數之關係



圖二十二　質量力係數與相對管徑之關係



圖二十三　上揚力係數與相對管徑之關係

對於堅硬管線，上揚力等於曳力爲合理之上限，最大上揚力只能發生於波浪與管線有動力反應存在時，Chang (35) 曾作過模型試驗發現渦流頻率等於波浪頻率兩倍時可發生渦流現象，經過波峯時有兩個渦流，當回流時徑過波谷時，另有兩個渦流，最大上揚力與波浪水分子運動水平方向速度成正比，因此上揚力 (F_L) 爲

$$F_L = F_{Lm}\cos 2\theta = \frac{C_L}{C_D} F_{Dm}\cos 2\theta \cdots (51)$$

F_{Lm} 爲最大上揚力，θ 爲波浪之位相，F_{Lm}，F_{Dm} 分別爲最大上揚力及曳力，Bidde[36]發現若上揚力與曳力間無位相差則 C_L/C_D 爲 K-C 數之函數 (20, 38) 之關係如圖 25 所示，而至今尚無學者發現 C_L 與雷諾數之關係存在。

七、邊界效應

當海底管線置於海床或靠近海床時，水流將受壁流層影響，此方面之研究文獻不多，Beckmann & Thibodeau (39) 曾討論置於海床上管線受力情形，流速勢理論 (40) 可用於分析水流經過一置於平板上管線之研究，雖無法包含分離和摩擦影響因素，但亦可提供流速勢周界之效應之測量，Wilsoe & Reid (41) 曾由理論得出內力和上揚力係數分別爲 3.3 及 4.48，並實測曳力和上揚力係數分別爲 1.03 及 0.78，可假設這些試驗是在亞臨界流況下執行的，挪威 Det Norske Veritas (30) 建議內力和上揚上係數爲管線海床間距 (H) 與管徑 (D) 比值之函數如圖 22 及圖 23 所示。

八、結論與建議

根據以上可得結論要點如下六點

1. Morision 波力公式對於黏性效果 (Viscous effect) 較顯著之管線仍爲一理想之實用公式，但須考慮由渦流所引起之上揚力。

2. 當水平管線與波峯正交時，上揚力較爲顯著，上揚力計算應多選用幾個公式計算後比較決定。

3. 在深水波中，與水分子運動軌跡同平面之斜管，不因斜角變更而使曳力改變，但最大曳力與波峯之相對時間位相角因而改變。

4. 在波浪作用下，C_M 值並非常數。C_M 與 C_D 隨波浪之規則性及週期性質不同而異，必須小心校核，其適用性必先參考原 C_M 及 C_D 試驗值所根據之波浪理論和流況特性及工程目的，由安全與徑濟觀點愼重考慮，若選用模型試驗做的相當完善者，所得預報值其信賴度將較大。

5. 復現期間，尖峯暴風浪預測值之準確度賴於原提供波浪資料之正確性，若欲使工程安全，必先有許多現場長期準確波浪調查資料，以供研究參考。

6. 淺海中波浪之波形及運動情形因受波浪淺化及折射影響與在深海之波浪情形不同，而大多數波浪理論及試驗資料均以深水波考慮，必須小心延伸應用。

7. 在淺水中，直立管較其他配置所承受之波力可能較大。

8. 波浪理論以流線函數 (Stream function) 最佳。

9. 波高大於管徑五倍時必須考慮上揚力。

10. 必須根據水工模型試驗或現場調查了解管線所受波力之機構，根據已被認可之公式和計算方法解析。

根據以上所述，筆者願提供有待加强研究之建

議如下：

(1)必須在實驗室及現場多從事有關 C_D 及 C_M 與管線相對粗糙度、雷諾數，K－C 數，時間位相等參數在振盪流之情況下之存在關係。

(2)必須考慮管線與附加物（例如 Stinger）以及柔性管線在動態反應下，探討同時存在 C_M，C_D 及 C_L 值之變化及其干擾效果。

(3)各種斜管受力情形似可用 Stream function （流線函數）考慮邊界條件代入求解，並且試驗斜角變化與波力之關係特性。

(4)任何平面及與波浪成任意角之上揚力之試驗及理論分析。

(5)試驗海底管線靠近或在海床上，受波力作用下，管線與海床之變化特性。

(6)證實實驗室之成果應用於現場之可靠及一致性。

參 考 文 獻

1. Morision, J.R, M. P. O'Brien, J.W. Johnson and S.A. Schaaf: "The force Exerted by Surface Waves on Piles" Petroleum Transactions, AIME Vol. 189, (1950) pp. 149-154.
2. Maccamy, R.C. and R.A. Fuchs. "Wave Force on Piles: A Diffraction Theory, U. S. Army Corps, of Engineers, Beach Erosion Board, Technical Memo. No. 69. Dec.(1954)
3. Fromm, J. E and F.H. Harlow "A solution of the problem of vortex sheet developme-nt physics Fluids 6. (1963) pp. 975-982
4. Laird A. D.K. "Eddy formation behind circular cylinders. Journal of Hydraulics Division ASCE. Vol 97. No. HY 6, (1971) pp. 763-775.
5. Sarpkaya, T. "Analytic study of separated flow about circular cylinder, Journal of Applied Mechanics Vol 32. No. 76. (1976) pp. 213-216.
6. Yang, H,T and Bar-Lev, M, Potential flont model for an impulsively stated circulav cylinder Journal of Applied Mechanics, Vol 32, No. 76. 1976. pp 213-216.
7. Arie, M. and M. Kiya" Lift of a cylinder in shear flow subject to an Interference of a plane wall" Trans, of the Japan Society of mechanical Engineers Vol. 33. No. 246 Feb, (1967)
8. Schlichting, H. "Bounsdary layer theory" 6th ed. McGraw Hill Book Co. New york (1968) pp 411-421.
9. Iwagaki, Y. and H, Ishida." Flow Sepaation, wake vortioes and pressure distribution around a circular cylinder ruder oscillatory waves".Proc. 15 th conf. on coastal Eng (1976)pp.2341-2356.
10. KeuleganG. H. and L. H. Carpenter "Forces on cylinders and plates in an oscillatory Fluid NBS Report No. 4821. (1956)
11. Bidde, D,D, "laboratory study of lift forces on circular piles" Jour. of the waterways, Harbours and Castal Eng. Division. ASCE WW4., Paper No. 8495 Nov. (1971)
12. Pearcey H.H. "Some observations on fundamental fectures of wave induced viscous flows past cylinders, Mechanics of wave induced forces on cylinders edited by T. Shaw 1979 pitman pub. Cimited. lond.
13. Airy, G.B "on Tides and waves" Encyclopaedia meropolitana (1845)
14. Le Mehaute, B, "An introduction to Hydrodynamics and water waves" Vol. II : Wat er Wave theories ESSA Tech, Rep. REL118-pol 3-2 U.S. Govt, printing office.
15. Dean, R.G. "Stream Function Wave Theory:Validity and Application" Coastal Eng. Santa Barbara. Speciality Conf. ASCE Ch. 12 19656.
16. Dean. RG "Evaluation and Development of Water Wave Theories for Engineering Application" SR-1 Vols 1 and II, U.S. Army Coastal Engineering Research Center stock No. 008-022-00083 and 008-023-00084 U.S. Government printing office. washington D.C. No. V (1974)
17. Dean, R.G. and B. L'emehau'te "Experinental Validity of water Theories" Nationsl Structural Eng. meeting. ASCE Portlandoragan Apr. (1970)
18. Petruaskas, C. and P.M. A Agaard "Extraporation of historical lof storm data for

estimating design wave heights" OTC. 1190 2nd Annual offshore Tech. Conf.
19. Grinhorten, I, I.(1963)"A plotting rule for extreme probability paper." J Geophy, Res, Vol. 68. No.3, pp. 813-814.
20. Coastal Engineering Research Center (1977)Shore protection manual U.S. Army Corps of Engineers, Washington D.C. 3 Volumes
21. Thirriot, C.W.D. Longree and H. Barthet (1971) "Sur Laperte decharge due a un obstacle er Mouvemant periodique, processing of the 14th congress of the international Assoc. of Hydraulic research.
22. Rance, P.J. (1969) "Wave Forces on Cylinderical Members of structures," Hydraulic Research, Hydraulic Res. station wallingford. England.
23. Garrison, C.J., J.B. Field and M.D. May (1977) Drag and Inextia Forces on a Cylinder in Periodic Flow, Journal of ASCE Vol. 103 (WW2)
24. Yanomoto T. and J.H, Nath (1976) "High Reynolds number oscillatory flow by Cylinder Proc. 15 th Coastal Engineering Conf.
25. Sarpkaya, T. (1976) "Vortex Shedding and Resistance in Harmonic Flow about Smooth and Rough circular cylinder at High Reynolds no. Tech. Report Nps-59SL7621 Naval Postgraduate Schcool Monterey, CA.
26. Garrisom C.J. (1980) "A review of Drag and Inartia Forces on Circular Cylinder, OTC. No. 3760
27. Sawaragi, T. and T. Nakanura. (1979) "Analytical study of wave force on a cylinder in an oscillatory flow, proc, of coastal structure's ASCE. pp. 154-173
28. Laird. A.D.K.(1962)"Water Forces on Flexible Oscillating Cylinders" Jur. of Waterways and Harbours Division ASCE AUG 1962
29. Laird A.D.K.; C.H. Johnson andR.W. Walker (1960) "Water Eddy Foreon Oscillatory Cylinders" Jour. of Hycraulic Division ASCE. Nov. 1960.
30. Det. Norske. Veritas Co, (1976) "Rules for the design, Construction and inspection of submarine pipelines and pipeline risers" OSLO, Norway,
31. 山本諄・關田欣治「ステインガー及び布設パイプに作用すろ波力・潮力の研究「相模原センター報告第 65 號新日本製鐵株式會社鐵構開發部相模原技術センター昭和 47 年 7 月 (1972)
32. Von Karman T. (1911)" FLussigkeits und Luftwiderstand" Phys. Z. 13:49
33. Streeter, V.T. (1961)" Handbook of fluid dynamics" McGraw-Hill Book Co. Inc. New york. pp. 4-70.
34. Sawamota, M (1980) "Lecture Note of Wave Hydrodynamics" Asian Institute of Technology Bangkok, Thailand.
35. Chang, K.S. (1964)" Transverse Forces on Cylinders Due to Vortex Sheeding in Waves MA. Thesis Dep. of Civil Engineering. M.I.T. Cambridge mass.
36. Bidde, D.D. (1971) "Laboratory study of lift forces on ciruclar piles" Jour. of ASCE WW4
37. Lin,Wei-ming"A Review on Wave Forces of A pile structure" Taiwan Water Conservancy Quarterly, Vol. 28. No. 3. Sept. 1980.
38. Bretschneider, C, L "Topics in ocean Engineering" Vol 2. pp 184-185 Gulf Pub. Co. Houston, Texas 1970.
39. Beckmann, H and M.H. Thibodeaux "wave Forces Coefficients for offshore pipelines" J. Wateways Harbours Div. No. 2. Proc. ASCE Vol. 88 May 1962.
40. Milne-Thompson "Theoretical Hydrodynamics" MacMillan Co. New york. 1938.
41. Wilson, B. W. and R.O. Reid: A discussin of Wave forces coefficieuts for offshore pipelines" J. Proc. ASCE pp 61-65. Feb. 1963.

海底管線穩定性分析

林維明*

一、前　　言

近年來，世界海域石油氣之探勘與開發成就，使其產量增達爲總產量之 20% ，而自大陸棚輸送油氣至陸上，或自海上輸油站裝卸油料等均以海底管線爲最經濟、安全與可靠之工具，海底管線敷設量日增，管徑日大，離岸日遠，其所遭遇之環境困難及災害亦增加，施工費日大，故所造成之管線破壞事例亦相對地增多，爲求降低施工費，減少意外災禍發生，需對海洋環境多予認識。

在海底管線設計方面，必須考慮者爲在海中短期與長期之穩定性，短期者例如包括自一敷管船置管或其他施工方法控制管線曲率在允許應力範圍內不發生彎曲，此可加强施工之安裝設備與方法而予克服。一般管線均以十至四十年之安全操作期間設計，故須探討在長時間可能遭受之負荷例如海床穩定性，根據管線破壞事例可分爲四大類：(1)受管線內流體或管外海水之腐蝕。(2)管線接頭受波浪作用而引起之磨擦與彈性疲乏。(3)管線附近施工中小災禍。(4)海床地質變化。其中海床地質變化可能影響其他三大類，故本文擬探討海底管長期置於海床上、下所承受之負荷與束限，對於三角洲或地震頻繁之海床地質不穩定情況提供設計原理。

二、海床穩定性與地質調查

三角洲地點(例如密西西比河三角洲)爲泥沙輸送、堆積及侵蝕活動之中心，經常易於發生海床運動而造成不穩定性。一般而言，由於海床地質之不穩定性而造成管線破壞之因素如下：

(1)泥崩、泥流和混濁流(Turbidity Current)等可能造成淤泥之鬆軟淤積。

(2)土壤液化 (Liquefaction)：由地震造成局部土壤顆粒變化，或是由水力坡降及滲透力所引起者將使承載量折減。

(3)暴跌 (Slump) 或斷層：由地震引起或地層之變化所致，管線穿越斷層可能受巨大的應力。

(4)泥塊 (Mud lump)：產生運動位移。

(5)水力作用造成冲刷現象。

(6)泥砂特性變化：在某一特定區，海洋泥砂强度、稠度及粒徑依泥砂之移動而變異，可能造成疲乏破壞。

在安裝海底管線前必先做現場調查工作，首先根據已有之最新海圖、土壤剖面、過去之現場資料選擇二至三條較具有可能性之管線進行調查，由於環境因素例如波浪、海流、海床土壤等均爲不規則性，必須多予收集、檢查、詳估，才能確定現有之災禍之情形以爲詳估之根據，應用之現場調查方法如下：

(1)地質測量：了解該地區相關之地質變化過程，可作爲研判斷層走向，和可能影響地表運動之局部土壤情形。

(2)地球物理測量：用地質探查機調查海床地形變化，在大塊卵石、廢船、錨碇等障碍物存在地區尚需實施側向掃描測量 (Side Scan Survey)。

(3)物理海洋測量：測量季節性及暴風浪情況下之風、波浪及海流等之特性。

(4)土壤測量：在該地區作鉆探、取樣及土壤試驗。

因災害經常隨意發生，故很難加以確定，必須用上述測量方法決定風險發生之時間、大小、强度與特性，亦需用分析模式解析，例如用波浪預報模式可決定設計暴風浪和海流之强度，而土壤邊坡穩定度模式可用以確定流砂可能之發展潛力。

因水深、海床土壤特性、海流、波浪等環境因素沿管線不同位置而變，斷層、流砂、泥塊等經常不規則地發生，理想之管路應避免所有障碍，但很難顧全，必須從中擇優，再據所選定之管路中可能之災禍加以檢討設計，因此必須決定的物理特性如下：

* 中油公司工程師

(1)泥崩和流砂：包括其範圍、體積大小（長、寬、厚），造成泥崩之土壤剪力和預測在管線使用年限內可能之沉陷量。

(2)混濁流：包括體積大小，土壤剪力或相當之流體黏性係數與密度和流速希望值。

(3)斷層：土壤位移及其剪力特性。

(4)泥塊和土丘：土丘隆起之數量及速率，妨碍之大小及土壤剪力。

(5)土壤漂浮與液化：土壤液化之程度（包括長、寬、厚）和土壤密度。

(6)海床受冲刷，波浪與海流所造成之曳力，內力和上揚力：波浪和海流所引起之流速，土壤之粒徑，承受侵蝕之敏感性，冲刷之體積、內力、曳力、上揚力等水力係數和管線粗糙度，渦流發生頻率和管線懸跨之自然振動頻率等。

三、水動力分析

置於海床上之管線，經常遭受波浪和海流等水動力之衝擊，海浪引起振盪流運動，其特性依水深、波高與週期大小而定，在墨西哥灣曾有颱風，使得在水深 240 英呎下之管線發生位移，由暴風浪所引起之流速疊加强大之海流，將造成一股巨大之水動力，特別在淺海，若水深 30 呎而浪高 23 呎，其水平方向流速可達每秒 10 至 15 公尺、以下介紹海洋中水動力解析。

(一)水動力公式：

海床上之海流與表面波所引起之水動力，施與管線之作用力一般分爲內力，曳力和上揚力三種分量。

內力爲管線周界流體對它之相對加速度所造成之壓力梯度變化。曳力爲管線周界流體對管線之相對速度所引起之流體分離（Flow Separation）所致。其受力方向與相對速度或加速度在同一平面且同方向。

若一管線置於一理想無粘性流體中，光滑之流線分向管線兩邊，過後再平滑復合，但眞正流場，則在管線後形成一股尾跡流。若形成之渦流爲一系列相當規則者稱爲卡門渦列，假定此渦流發生頻率接近於管線自然振動頻率就可造成共振，而引起大振幅之振盪而使管線破壞，此種不對稱渦對所產生之橫向力稱爲上揚力，與曳力垂直。

波力計算公式，一般沿用 Morision 公式，本公式假設作用於管線之波力可用曳力與內力兩分量線性疊加，今 C_M 及 C_D 分別爲內力與曳力係數，則波力公式可列如下：

$$F=\frac{1}{2}C_D\rho DU\mid U\mid+\frac{\pi}{4}C_M\rho D^2\frac{dU}{dt} \quad \cdots\cdots (1)$$

式中 ρ 爲水之密度，D爲管徑、曳力與水流和管線之相對速度平方成正比，而內力則與相對加速度成正比，相對速度中取一絕對值仍爲使曳力與相對速度同向，水力係數不能由運動方程式中直接求得，本公式之可靠性及應用限制必須經過水工模型試驗證實，Morision 公式原僅爲直立管用，現在同樣地可應用於水平管或斜管等海中結構物。

上揚力爲與渦流頻率相關之作用力，而渦散頻率爲 Strouhal 數，管徑與流速比值（D/U）等之函數，單位長度（ds）之管線所承受之上揚力如同曳力列爲下式：

$$dF_L=\frac{1}{2}C_L\rho DU^2\,ds$$

式中 C_L 爲上揚力係數。

作用於海底管線之內力、曳力、上揚力，其間之相對地重要性可依管徑(D)與水分子運動軌跡寬度（W)之比值（D/W)或 Keulegan-Carpenter 數（N_{K-C}）而定，此兩者均爲定義管線後渦流現象對管線之影響，Hogben[1] 定義不同負荷所佔優勢之範圍如下：

$D/W=\pi/N_{K-C}>0.6$ 內力佔優勢之現象增强

$D/W=\pi/N_{K-C}<0.6$ 開始發生上揚力和曳力

$D/W=\pi/N_{K-C}<0.2$ 曳力佔優勢之現象增强

式中 $$N_{K-C}=\frac{U_m\cdot T}{D}=\frac{\pi H}{D}\frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh}=\frac{\pi(W)}{D}$$

Hogben[1] 同時畫出在不同管徑、水深及波浪負荷情況下比較如圖 1 所示，由圖 1a 可見管徑 1 呎在波高 30 呎、水深 170 呎之情況下，曳力佔 90%，而在圖 1b 則在水深 340 呎情況其他管徑波高條件相同情況下，曳力只佔 10%，此乃因水深愈深、水分子運動軌跡（W）愈小，故減少尾跡效應之故，所以曳力漸減，而內力佔優勢之現象增强，據近年來學者研究發現在深海中計算水平管所承受之波力，使用流速勢理論（計算內力）爲一精確之方法，而在其他曳力顯著之情況，則可用曳力公式。

(二)水力係數：

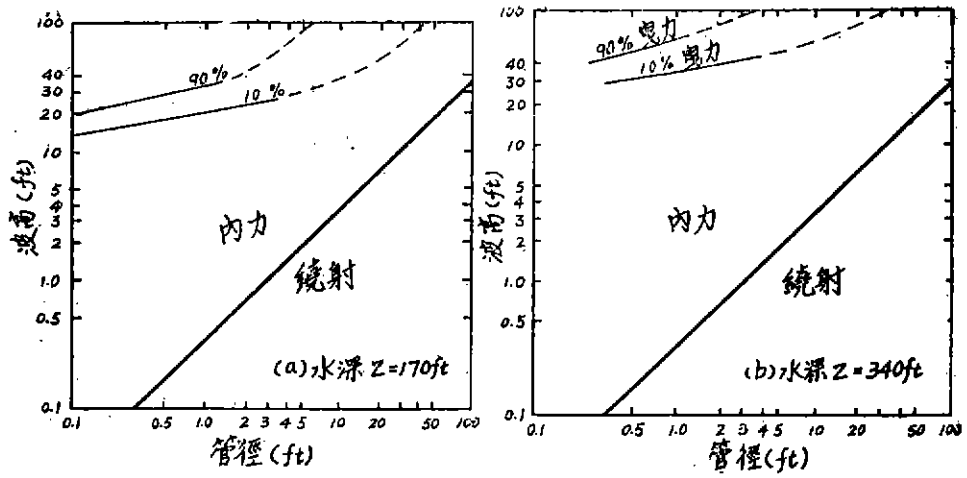


圖 1　水動力負荷優勢範圍[1]

在管線周界之水流情形，即使爲穩定流，在處理方面亦感複雜，而由於管線本身之粗糙程度、並聯之管線數量、渦流運動之形成與消失、接近海水面或海床之邊界效應等特性，使得振盪運動之波浪及海流等水力對管線之作用顯現更加複雜，運動機構難以捉摸，至今尚無法對流體與管線之交互作用作更完善之說明與解析，設計者必須根據半經驗公式（例如 Morision 公式）估算作用於管線之水動力，而 Morision 公式之可靠性在於水力係數與預報水分子運動之波浪理論之準確性而定。

爲獲得精確之水力係數，曾有不少學者在海中原型中或水工模型試驗中取得許多寶貴之試驗資料，而大多數研究者均引用有關之無因次數例如雷諾數（N_{Re}）Keulegan-Carpenter 數（N_{K-C}）分別考慮其與水力係數之關係，而其結果均顯得相當零散，不一致，其原因爲波浪之不規則性及非線性，近自由表面及海床邊界效應，海洋生物附著，忽略水流分離及渦流形成之效應等所致。

最近對於振盪水流情況下之水流係數不少學者均在努力探索，最具代表性者爲 Sarpkaya[2] 等他們試圖找出水力係數與 N_{K-C} 及 N_{Re} 之相互關係，試驗資料之分析似乎較有系統。Sarpkaya 試驗 C_D, C_M, C_L 與 N_{K-C} 及 N_{Re} 之關係如圖 2—7 所示，若試驗資料中保持 N_{K-C} 數爲一定值，則水力係數依雷諾數而變，而若保持雷諾數或頻率參數（β）爲一定值，則水力係數依 N_{K-C} 數而變，此資料顯示分散性不大且信賴度很高。

頻率參數定義爲雷諾數與 N_{K-C} 數之比值，即 $\beta=\frac{N_{Re}}{N_{K-C}}=\frac{D^2}{\nu T}$。很明顯若管徑 D 爲一定，$\nu$ 爲定值，則振盪運動週期一定，可得一定值 β。

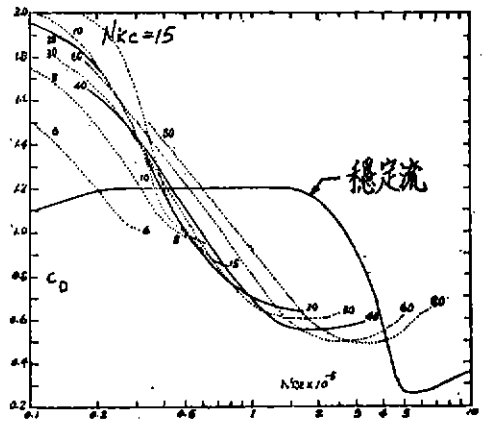


圖 2　C_D 與 N_{Re} 之關係

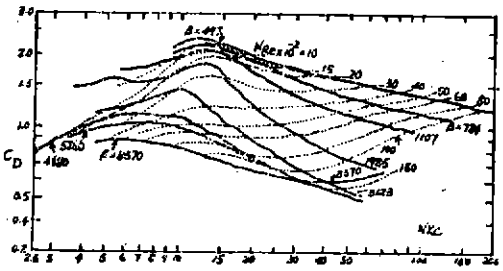


圖 3　C_D 與 N_{K-C} 之關係

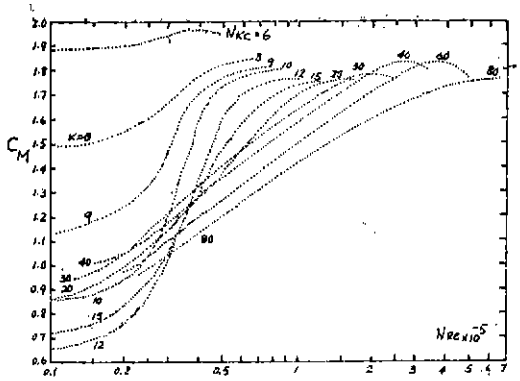


圖 4　C_M 與 N_{Re} 之關係[2]

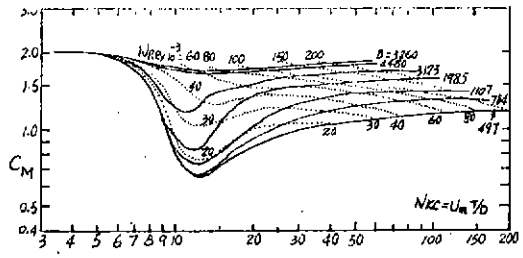


圖 5　C_M 與 N_{K-C} 之關係[2]

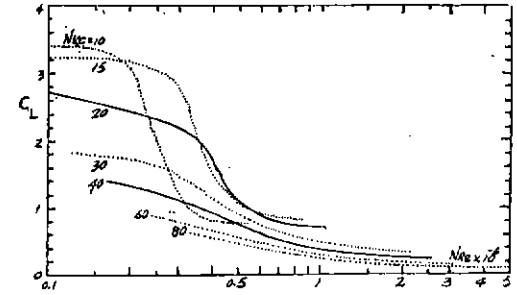


圖 6 $\overline{C_L}$ 與 N_{Re} 之關係[2]

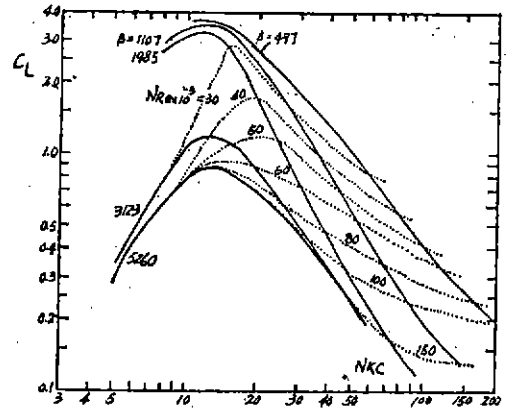


圖 7　C_L 與 N_{K-C} 之關係[2]

有關在實際之海洋中測量海底管線之波力，發表之文獻不多，最近 Grace[3] 曾在海洋水深 37 英呎下調查波浪作用於管線之受力現象，圖 8 及 9 分別說明 C_D, C_L 與 W/D 之關係（D 爲管徑 W 爲水分子運動軌跡寬度），由資料顯示其分佈有點可找出其關係之趨勢，C_M 與 h/D 之關係如圖 10 所示（h 爲管線與海床之間距，Grace 建議此三圖之試驗資料均以上限值爲設計曲線。

在實際管線設計上常遭遇其他特殊之條件，例如與其他管線相鄰，接近海面或海床，管線粗糙度

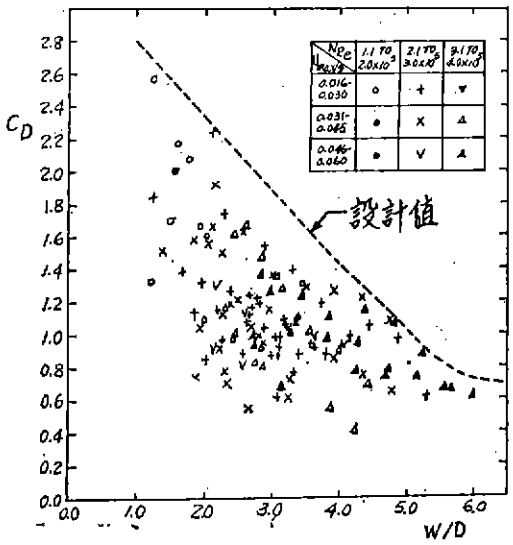


圖 8　C_D 與 W/D 之關係[3]

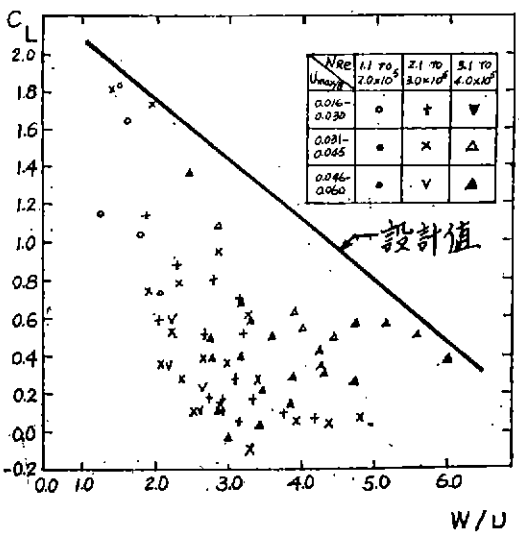


圖 9　C_L 與 W/D 之關係[3]

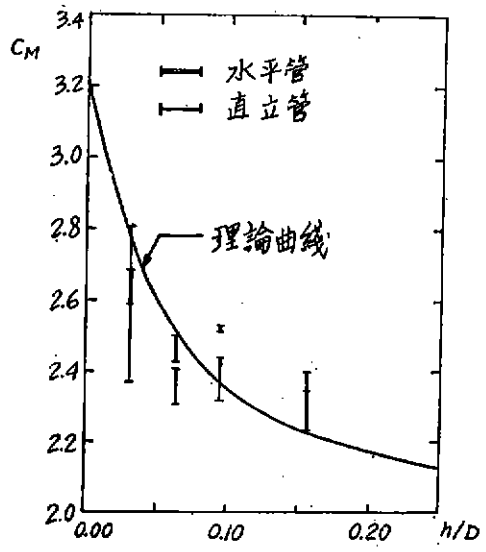


圖 10 C_M 與 h/D 關係 (95 %信賴度)[3]

，波向與管線非正交，管線銲接肋材等，所有這些外在之參數，似乎都將改變水流在管線周界之運動機構，此亦將影響水力係數之大小。

四、管線承受土壤力量及拘限

土壤與管線間之相互作用力（圖 11 a)可分爲三個分量，一爲管軸方向（X），另二爲橫向（垂直向（Z）及水平向（Y））如圖 11 b 所示，此觀念已被使用將近百年，且悉知土壤反作用力，由反作用力係數賦予特性。

爲數學上之處理方便起見，土壤反作用力係數可視爲一定常數，對一極限之束縛或已達負荷者不許用簡單之彈性關係（土壤反作用力係數爲一定值），且通常所得之數值均過於保守（管線應力預測值太高），土壤之負荷變位關係不再爲一線性彈性關係，而必須用非線性之關係來表示土壤之應力與所相依變位之行爲如圖 12 所示。

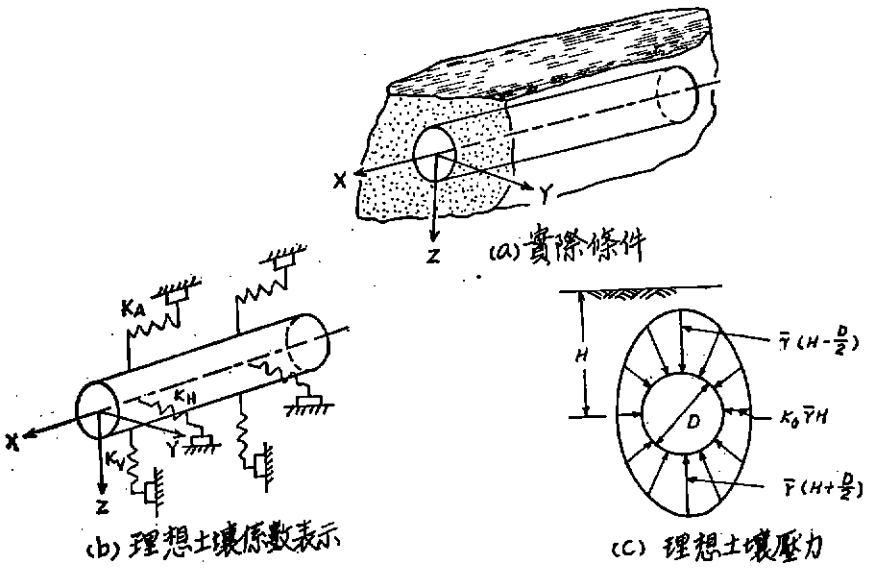
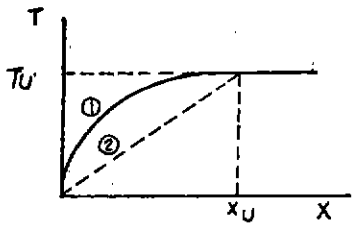


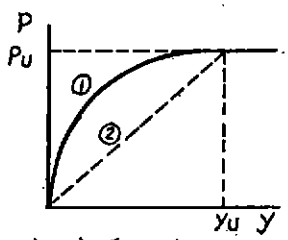
圖 11 理想土壤反力圖示

若在管路上有泥流、泥塊和斷層等不利地質條件時，設計時不論是採用暴露於海床上或埋於海床下，均必須長期足以抗拒這些不利條件之威脅。

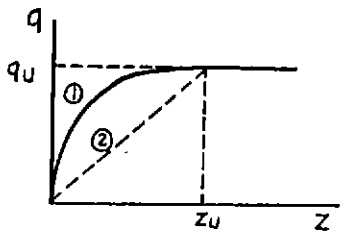
當管線經過現存或可能有之泥流時，在流泥區之部份管線直接受到泥流之作用，而泥流區外之管線受到其置管位置內(或上)之土壤拘限，同理當一管線橫跨一泥塊，在泥塊上之部份管線其受力之方向爲向上，而泥塊外兩端之管線亦同樣受到置管位置內（或上）之土壓所限制，上述這些條件如圖 13 所示，圖中有管線置於海床上及埋管兩種情形，A 斷面代表管線受土壤之束縛，乃因土壤摩擦力或埋管之土壓所致，B 斷面代表管線受泥流之作用力或泥塊上舉力而可能發生之管線移動部份，管線移動時，將產生土壤摩擦力，摩擦力之大小與管線移動部份受力有關，若沿線之土壤摩擦力能充分地壓制管線承受泥塊或泥流之負荷時，則管線移動即將停



(a) 水平軸向



(b) 水平側向



(C) 垂直側向

說明：①實際非線性關係或近似雙曲線
②簡化雙直線關係

圖 12　土壤負荷或抄限之負荷——變位關係圖

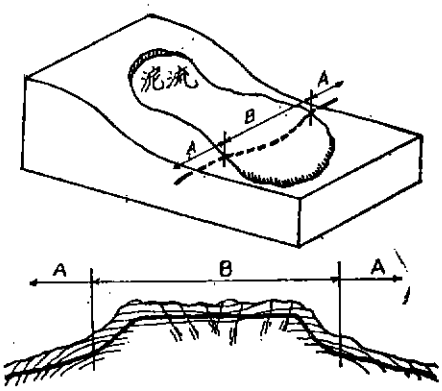
止。圖 14 爲分析管線承受流砂或泥塊負荷之結構模式，爲計算方便起見，假定流砂在其寬度內作用於管線之負荷爲均勻分佈（圖 14 a），而一泥塊作用於管線產生一向上之位移量（圖 14 b），在此兩種情況下，由受限部份（斷面 A）之土壤所承受之土力可用三個相互垂直之彈簧系統表示，而這些彈簧系統表示軸向、橫向及垂向之土壤束縛，彈簧之易彎性必須模擬表示實際土壤之行爲。

㈠軸向分力:

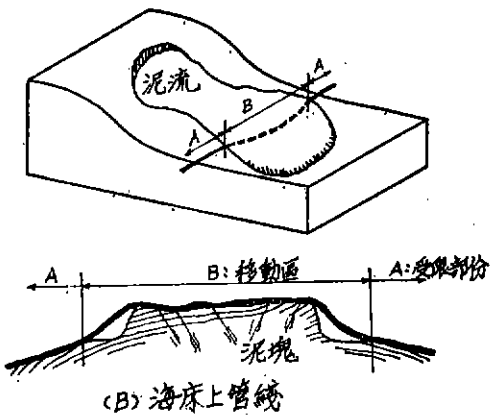
軸向分力代表沿管線之側向摩擦力，類似於沿管樁軸向阻力所承受之單位表面摩擦力，因此可應用管樁承受荷力之原理計算荷重～變形之關係，一般用 t-x 曲線表示，若座標系統如圖 11，負荷～變位關係稱爲 t-x 曲線如圖 12 a 所示，在砂質土壤情況有下列關係。

$$t = \sigma_n \tan\delta \quad \cdots\cdots (3)$$

式中：σ_n=沿管線周界之有效正應力 (Normal



(A) 埋管



(B) 海床上管線

圖 13　管線橫越泥流及泥塊區

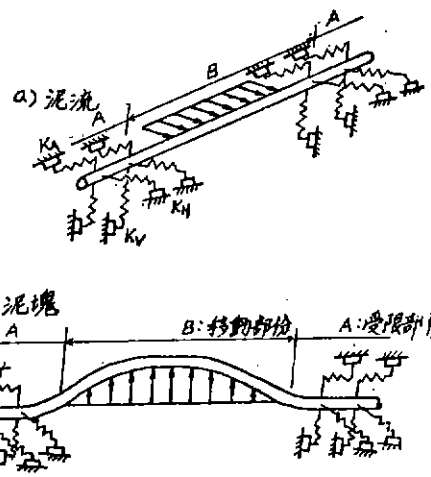


圖 14　管線承受(a)泥流(b)泥塊等力量之結構模式

Stress)

δ=土壤與管線間之摩擦角

土壤之水平與垂直方向之應力可考慮土壤質量在靜止情況下之主應力（Principal Stress）有下列關係存在。

$$\sigma_n=\frac{\overline{r}Z}{2}\left[1+\cos 2\theta+K_0\ (1-\cos 2\theta)\right]$$

式中 θ=所考慮之點之極座標(圖 11c)，K_0=橫向靜止土壓係數。

因如圖 12 所考慮之土壤彈簧僅爲土壤與管線間總土壤結構作用力，每單位長度管線之軸向力可沿著土壤與管線之接觸面積積分，若全部埋管情況，θ 之積分範圍自 0° 至 360°（圖11c）即

$$T=2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\tau ds=2\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sigma_n\ a n\delta ds$$

$$=\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\overline{r}\cdot Z\cdot\tan\delta[1+\cos 2\theta+K_0(1-\cos 2\theta)]ds \quad \cdots\cdots (5)$$

因 $Z=H-\frac{D}{2}\sin\theta$ 及 $ds=\frac{D}{2}d\theta$ 故可得

$$T=\frac{\pi}{2}\overline{r}HD\ (1+K_0)\ \tan\delta$$

此表示全埋管之極限負荷用 T_u 表示如圖 12a 所示，根據管樁技術得知土壤變形與負荷之關係爲非線性，可用雙曲線或雙直線（Bilinear）表示如圖 12a 中之①及②曲線。

同樣地，根據管樁負荷傳送現象之觀測結果推論，在黏土情況最大之單位軸向表面摩擦力爲：

$$t=C_a=\alpha S_u \quad \cdots\cdots (7)$$

式中 C_a=附著力

α=依 S_u 而變之經驗係數（圖 15）[4]

S_u=不排水土壤剪力

單位長度管線之最大軸向負荷可沿土壤與管線間之接觸面積對 t 積分而得之，故一完全埋管之情況可得。

$$T=\pi D\alpha S_u \quad \cdots\cdots (8)$$

有關負荷—變形之關係亦如圖 12 a 所示

㈡水平側向分力:

當一管線自由地置在一泥線上，必須校核管線底下之上舉力（Uplift Force）及曳力對管線之側向穩定性，海底管線水平運動之側向土壤阻力，一般可視爲一簡單之 Coulomb 摩擦問題加以處理，

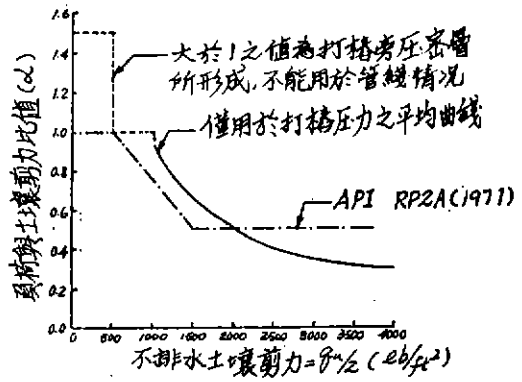


圖 15 負荷比與不排水剪力關係圖[4]

側向之阻力（P）可列如下式

$$P=f\ (W_b-f_u) \quad \cdots\cdots (9)$$

式中 f=摩擦係數

W_b=管線浸水重

F_u=水動力之上舉力

此種處理方法仍假設管線之支持面爲一堅實體，管線沿平行於支持面而發生運動產生滑動，而滑動之阻力（P）與側向位移量，兩者之關係爲獨立變數。

Karal[5] 曾指出此種假設條件在實際之情形很難存在，由於土壤並非爲一堅實體，土壤之滑動並非沿著土壤表面發展的。土壤之阻力大小依管線位移量之大小而定，據穩定觀點，管線側向穩定性問題與一傾斜向負荷之基腳所受之支撐力類似，故提出根據泥沙之破壞機構（圖 16a 及 16b 所示）來加以分析，首先由圖 16 a 決定管線貫入土壤之深度，然後再由圖 16 b 計算土壤之側向壓力，計算水平位移繼續增加量之側向土壓，直至找到最大之水平力爲止（再增加位移將使水平力減少）或找出土壤破壞機構之臨界條件，根據分析，土壤側向土壓力爲

$$P=F\ (W_s-F_u) \quad \cdots\cdots (10)$$

式中 F 爲未埋管前之側向穩定係數，在砂中（ϕ=33° 及 36°）及黏土之情況，其 F 值分別如圖 16 c 及 16 d 所示，圖中 λ 及 κ 分別爲無因次之未排水土壤剪力及土壤單位重，其長期與短期分析分別爲

$$\lambda=\begin{cases}S_uD/2W_s\ (短期)\\ CD/2W_s\ (長期)\end{cases}\quad \kappa=\begin{cases}\gamma D^3/4W_s\ (短期)\\ \gamma' D^3/4W_s\ (長期)\end{cases}$$

式中 S_u 爲未排水土壤剪力，γ,γ' 爲土壤總單位

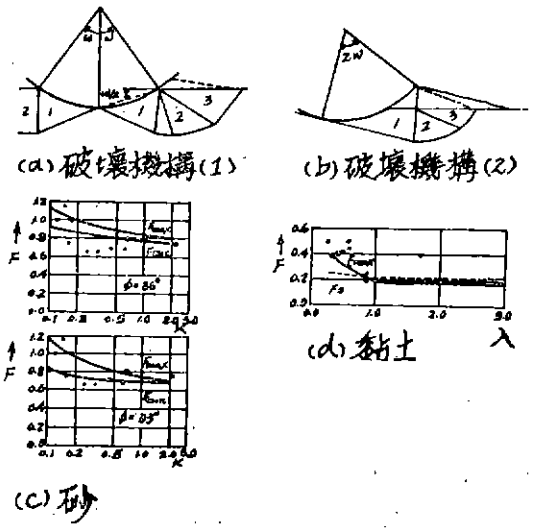


圖 16　破壞機構與穩定係數(F)[5]

重及浸水單位重，D 爲管徑，C 爲土壤黏著力，W，管線浸水重

Audibert[6] 最近提出一近似且用途較廣之方法介紹如下：

(a)沙質土壤：據實驗結果發現埋管受粗粒狀砂所造成之水平側向運動受限力，其解析可根據直條狀基脚（Vertical Strip Footing）之水平承載重之非線性負荷～撓度（P-Y）曲線由下列雙曲線關係表示：

$$P=\frac{Y}{A'+B'\,Y} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

式中　$A'=0.145Y_u/q_u$

$B'=0.855/q_u$

$q_u=\gamma H N_q=P_u$

$Y_u=\begin{cases}0.02\ (H+D/2) & \text{(鬆砂)}\\ 0.015\ (H+D/2) & \text{(稠密砂)}\end{cases}$

$\overline{\gamma}$ ＝土壤之單位浸水重

H＝管線中心線距海床之深度

N_q＝直條狀基脚水平負荷之承載重係數（如圖 17 a 所示）

根據 Audibert 與 Nyman 之試驗，其結果顯示與理論值相當接近。

(b)黏土情況：對於黏著性之土壤亦可應用同樣之方法解析，其極限土力爲：

$$P_u=C\,N_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

式中　C＝不排水土壤剪力或凝聚力

N_c＝直條狀基脚承受水平負荷之承載重

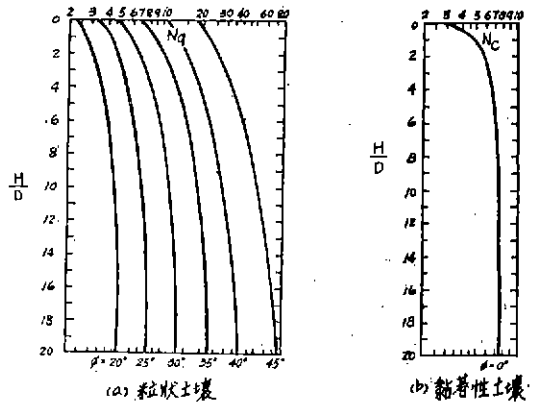


圖 17　承載重因子與深度關係[6]

P-Y 關係亦如同式(11)，黏土中 Y_u 可能比砂質者爲大（一般而言凝聚性土壤較砂質土壤柔軟性強），Y_u 約爲管線中心線深度（H）之 3%～5%

(二)垂直側向分力：

前面所提兩分力均爲對稱反應，而垂直側向土力之分量則爲一非對稱情形，Reesé et. al.[7,8] 曾在報告中指出模型試驗旨在決定埋於鬆砂與軟黏土之垂直側向之穩定性，以下就向上及向下運動分別討論。

1. 向下運動：對於此種運動之方向，管線之受力如同直條狀圓柱基脚，且負荷一變形（q－z）之關係式，可用傳統性之承載重理論表示如下式

$$q_u=CN_c+\bar{q}N_q+\frac{1}{2}\bar{\gamma}\,DN_\gamma \cdots\cdots (13)$$

式中：$\bar{q}$ ＝單位樁端承載量

N_c, N_q, N_γ＝承載係數

C＝未排水土壤剪力或凝聚力

$\bar{\gamma}$：土壤之單位浸水重

若在黏土中（$\phi=0$）之未排水負荷特別情況下，式(13)可化簡爲

$$q_u=CN_c$$

根據一般土壤力學原理，Reese[7] 考慮自海床上管線（無埋管或稍微埋管）之情況 $N_c=5.7$ 增至地下管線（埋管深度比大於 8 者）之情況 N_c 可能爲 $N_c=12$

一般極限位移量，考慮爲基礎寬度之10～15%（即全埋管情況 $Z_u=(0.1\sim0.15)D$）且易得彈性～塑性雙直線關係，另外可能可使用 Skempton[9] 之方法，他建議一條狀基脚寬度爲 D，其 q－z 曲線可直接由三軸試驗所得之應力應變（$\sigma-\varepsilon$）曲線

，應用以下關係直接延伸使用。

$$Z=2\varepsilon D$$

式中 Z 與 ε 符合相同之應力標準（即 $q/q_u=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{(\sigma_1-\sigma_3)_u}$）

2. 向上運動：Reese 與 Casbarian[7]根據管線拉出試驗，建議完全埋於土壤中之模型管線長 L，管徑 D，其最大之直向阻力爲

$$F=\begin{cases}K_C CLD \text{（軟黏土）} \cdots\cdots\cdots\cdots (16)\\ K_S\gamma HLD \text{（鬆砂）} \cdots\cdots\cdots\cdots (17)\end{cases}$$

式中 K_C、K_S 中分別爲軟黏土及鬆砂之經驗係數如圖 18 a 及 18b 所示。

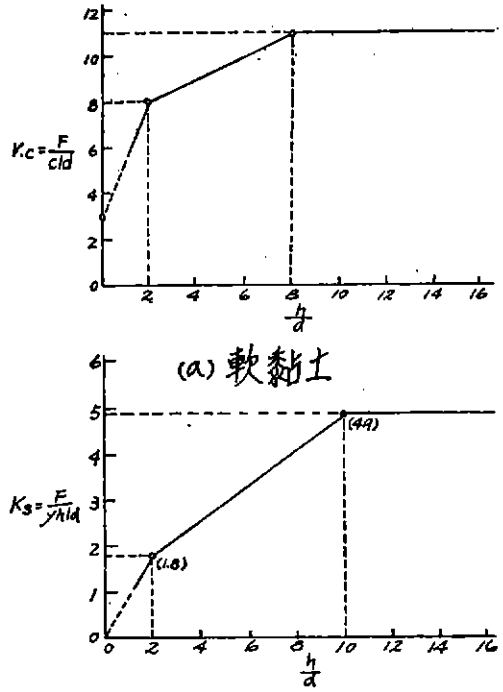


圖 18 拉出阻力係數[7]

再者，管線可考慮爲一埋於土中之錨碇，q−z 關係可直接由埋錨板之試驗結果推論，此方面之報告如 Das et al[10] 及 Vesic[11] 等學者均有述及。Vesic[11]曾提出一埋於海床被拉出 (Pullout) 之物理阻力問題。（圖 19），其解析方法根據圓柱穴處接近於半無限大之堅硬塑膠體之表面擴張問題解析，根據其解法，極限徑向壓力 (Ultimate Radial Pressure) 爲

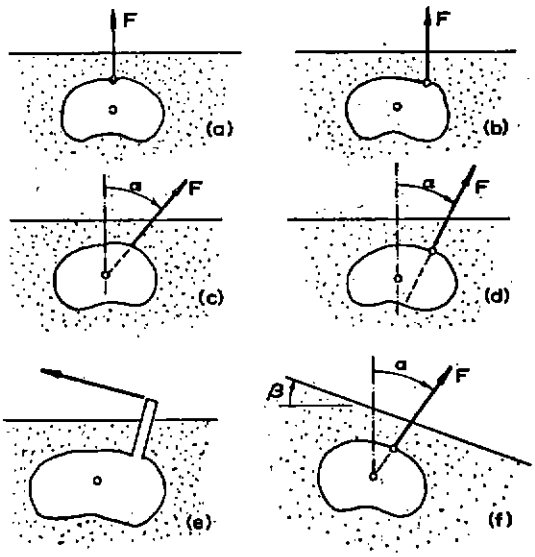


圖 19 海床下物體被拉出之阻力問題型態[11]

$$q_0=CF_C'+\gamma HF_q' \cdots\cdots\cdots\cdots (18)$$

式中 F_C'，F_q'=圓柱穴處破壞係數(Cavity Breakthrough Factor) 主要依形狀、穴處相對深和土壤之內摩擦角等因素而定。

Vesic 延伸此解法，處理矩形長板，其極限徑向壓力爲

$$q_0=C\overline{F}_C'+\gamma H\ \overline{F}_q' \cdots\cdots\cdots\cdots (19)$$

式中 $\overline{F}_q'=\overline{F}_q'+\frac{\pi}{8}\frac{D}{H}$

$$\overline{F}_C'=\overline{F}_C'$$

對於埋於土中之長圓柱管或矩形板之破壞係數，有關之數值可參見表一所示。

有關位移方面之研究文獻不多，根據研究者之報告，有關錨碇與土壤系統，其錨碇被拉出於土壤外之極限阻力可用荷重——變位之特性來決定，根據 Esquivel-Diaz[12]之研究，對於埋於砂中之圓形錨碇（直徑爲 3 吋），其受拉出阻力之模型試驗可看出下列現象。

(1)在乾稠性砂，當 H/D=4.5 及 10 之情況，其極限拉出阻力分別發生於垂直位移之 0.1″ 及 0.6″ 處。

(2)在乾鬆砂中，情況同上，分別發生於 0.8″ 及 0.5″ 處，同樣地 Ali[13] 在其報告中指出，直徑 3 吋之圓形錨碇板埋於鬆膠質狀黏土，作拉出阻力試驗時，當埋管比例分別爲 0.12 及 3 時，其垂向

表一　水平圓管或長矩形板之破壞因子

ϕ \ H/D	0.5	1.0	1.5	2.5	5.0
0°	0.81 0.21 1.00	1.61 0.61 1.00	2.42 0.74 1.00	4.04 0.84 1.00	8.07 0.92 1.00
10°	0.84 0.30 1.09	1.68 0.77 1.16	2.52 0.99 1.25	4.22 1.26 1.42	8.43 1.75 1.83
20°	0.84 0.38 1.17	1.67 0.94 1.33	2.52 1.23 1.49	4.19 1.67 1.83	8.37 2.57 2.65
30°	0.79 0.45 1.24	1.58 1.08 1.47	2.37 1.45 1.71	3.99 2.03 2.19	7.89 3.30 3.38
40°	0.70 0.51 1.30	1.40 1.19 1.58	2.11 1.81 1.87	3.51 2.30 2.46	7.02 3.83 3.91
50°	0.58 0.53 1.32	1.17 1.25 2.04	1.75 1.70 1.96	2.92 2.44 2.60	5.84 4.12 4.20

說明：第一列之數值爲 $F_c'=\overline{F}_c'$

第二列之數值爲 F_q'（圓管）

第三列之數值爲 $\overline{F}_q'$（長矩形板）

極限位移量即爲 0.4 吋及 0.8 吋。

欲瞭解模型之尺度及形狀對此種成果所造成之影響程度，絕非易事，而位移之極限量可能依錨碇板之大小成比例增加，根據 Esquivel-Diaz[12] 與 Ali[13] 之試驗，尺度直接與原管徑與模型板之比值成正比，即

$$(Z_u)_{\text{直立管線}}=(Z_u)_{\text{模型板}}\times\frac{D(\text{吋})}{3(\text{吋})}$$

其次，爲工程應用方便起見，可使用極限位移量約爲埋管深度之 4% 即可！

五、安全、可靠及平衡設計

(一)安全係數：

一般在設計上均使用安全係數，其目的在求得工程之可靠性。經常需先知道設計與輸入之參數，然後評估預測值與實際值有偏高或偏低之趨勢，務求工程安全，故安全係數之應用相當地重要。

例如在作土壤調查，不排水土壤剪力經常小於實際現場之剪力，此乃因取樣時與土壤試驗操作時受到騷動之故，爲保守地計算承載重，常使用最少之剪力，當決定由於管線上之土壤運動所引起之可能負荷時，爲保守起見可使用未排水土壤剪力之高值，同時在式(13)及(14)中所使用之承載重係數含有一

表二　管線平衡設計考慮因素

環境災害	保護管線方法				
	埋管	暴露海床上	包覆加重	管線錨碇	管線强度加强
(1)水動力	○	×		○	
(2)渦流	○	×	○	○	
(3)冲刷、管線懸跨	○	×	×		
(4)砂波	○	×		○	○
(5)泥崩，泥流和混濁流 管線上	×	○	×	×	○
(5)泥崩，泥流和混濁流 管線在下游區	○	×	×	○	○
(6)浮著	○	×	○	○	○
(7)土壤液化	管線設計使其單位重接近於流砂之單位重				
(8)泥塊	×	○	×	○	○
(9)斷層，地震	×	○	×	○	○

說明：○：保護之方法有良好之效果

×：保護之方法得到反效果

偏差，爲保守計算承載重，可使用低值，然而此偏差在預報土壤負荷時是在非保守之情況。

因此認清在不同情況下，可能由保守變爲非保守之情況是相當重要的，此觀念必須考慮爲平衡設計（Balanced Design）之一完整部份，每一設計工程師必須了解他所規範之輸入資料，因此可達到整個系統之保守（雖不是過度地保守）同時亦建議土壤工程師們推薦一個 P-y 曲線範圍，而並不是一條獨特之曲線，可以很清楚地指出可能變化之範圍。

㈡平衡設計觀念：

在管路上，可能遭受不同環境條件之影響，例如在美國墨西哥灣三角洲地區，海底管線經常遭受到泥崩、泥塊、混濁流和偶發之颱風所造成之暴風浪等各種環境因素之威脅，而在阿拉斯加海灣和加洲外海遭受暴風浪之作用、斷層和地震所引起之力量等。

管線之設計必須能抗拒所有的環境因素可能造成之災害，工程師們經常遭遇到選擇如何保護管線之方法，不論管線是自由懸置於海床上或是埋於海床下，不論是用水泥包覆加重，錨碇在海床上或是增强鋼管之應力强度等，表二列出一般海洋環境可能對海底管線造成災害以及使用管線保護方法之優點。

防止波浪及海流冲擊之保護管線方法，以埋管最佳，當管線暴露於海床時，管線受水力作用，在其周界引起壓力差，將增强移動管線及造成土壤受冲刷，發展管線懸空之長度，管線開始作振盪運動，而造成管線之曲率半徑大，使混凝土包覆遭受破壞，或是管線與露在海床上之岩石衝撞，亦造成混凝土破壞，因此管線將變爲浮體，故以埋管爲佳。但管線置於管溝中再回填，而常發現可能在惡劣天候下有被向上移至海床面之趨勢，此乃因填入管溝之砂與在管溝周圍之砂，其孔隙率不同之關係，故埋管設計前亦需先作土壤調查試驗，明瞭埋管位置海床上沙丘發展及管線周界可能受冲刷之特性，用適當之海床質回填，覆土深視實際與經濟觀點而定，一般而言必須高於原海床面可允許土壤沈陷和凝固。埋管可根據現場調查資料和試驗室分析埋管後平衡剖面，其步驟如下：

(1)根據計劃地區現在及過去之水深資料，分析比較，找出海床坡降最小之剖面，且有足夠之埋管深度。

(2)調查計劃地區之波浪、潮流、沿岸流，海床至管溝深度之海床地質特性。

(3)用波浪理論解析波浪在海床可能產生之流速。

(4)估計在設計波高和海流情況下，在海床之水流速度是否會造成輸砂現象。

(5)若在暴風期間有顯著之輸砂，管線必須埋於開挖或濬渫之管溝中。

(6)依暴風頻率，管線計劃之重要性，可能使管線造成破壞之環境因素，選定埋管深度。

(7)由過去之水深資料，或根據沙丘形態、土壤沈陷特性等，決定覆土深度及覆土海床質特性。

(8)若覆土材料爲岩石或錨碇物，則可減少埋管之深度，若用岩石覆管，爲防止岩石沉於砂中，必需加裝一倒裝之濾清器（Inverse Filter），選擇覆土之材料，必須要比管溝兩旁未受擾動之海床質爲佳之土質爲原則，若管路附近無適當之海床質可用，則可選用拋石。

(9)管線埋在海床下，可能發生下沉或漂浮，若充滿液體或氣體，必須考慮下沉現象，空管時需考慮上浮現象。

有關波浪作用於泥沙之理論分析，已由 Gade[14]、Henkel[15] 研究過，最近 Wright[16][17] 曾進一步用微量分析方法解析，由這些分析中指出波浪對軟黏土作用可能導致泥沙之振盪運動、沉陷及位移，實驗及現場調查分析，由 Mitchell[18]，Doyle[19] Suhayda[20] 做過，確信波力使泥沙造成位移。必須注意波浪與泥沙之振盪運動，致造成管線之應力過大而遭受破壞，同時在管溝中有兩種不同彈性之泥沙，受波浪作用後泥沙發生運動，可能造成疲乏破壞。

假定管線位於可能發生泥崩、泥流和混濁流之下游區時，則可能使用埋管方法以避免滑動土壤所加與的負荷，而在現有或可能發生泥崩、泥流或混濁流之上，爲減少土壤之負荷，且使管線在可能之允許應力範圍內變形，此時宜將管線置於海床或近海床上。

斷層之位移與正常之造崖和相關之地質變化有關，Arnold[21] 提出管線穿越一斷層可能承受很大之應力，若地震位移量爲 15～25 英呎，則將造成管線破壞，雖然此種位移量可能在管線壽命期間不存在，但非不可能，因此，斷層之問題必須根據管線之强度、土壤强度和其他可能對管線之應力及位

移量產生多大之變化等方面研究，一般而言，地震發生頻繁之地區，管線宜置於海床上，作用於管線之地震力與其周界土壤受力傳遞性而定，若管線自由地置於海床上，地震力可達最少。

一般爲求管線之穩定，管線之浸水重必須足以抗拒外力，而鋼管之管壁若太厚則須增加焊接，不但材料費增加，建造時間及費用亦大增，同時爲防止船隻拋錨或漁船拖網傷害鋼管，故必須採用混凝土包覆大口徑之海底管，藉其重量可能可抗拒渦流和浮力，而管徑增大，將使泥流、泥塊等加於管線之力量加强，且若將管線之支持物去除，亦將造成巨大之重力。

所有之條件與束縛，必須事先詳加考慮，以求達於平衡設計，必須使管線之可靠性與費用達於樂觀值 Bea[83] 曾發表一或然率架構，作爲外海平臺抗拒環境負荷可靠性之定量，類似之解法同樣可應用於海底管線設計，不同之環境災害和管線設計可以加以定量和選定平衡而可靠性之標準。

可靠性分析之利益，將可對於管線設計在其使用期限內可能遭受之環境因素威脅作一定量之分析

六、結　　論

作用於外海海底管線之力量（負荷與受限）可分兩大類:

(1)有關水與管線之作用力例如上揚力、內力、曳力等。

(2)土壤與管線相互作用之軸向、水平側向及垂直側向等三個分量之負荷與拘限力。

以下將就水動力與土力對管線之作用分別作成結論如下:

㈠水動力

1. 作用於管線之水動力包括波浪和海流等，經常可列如 Morision 公式，不同負荷（內力、曳力、上揚力）之相對重要性範圍可依水分子運動軌跡與管徑大小等參數而定。

2. 當渦流發生之頻率與管線之自然振動頻率一致時，則渦流所引起之上揚力顯得相當地重要。

3. 由於近年來之研究，水力係數之分散現象已大大地減少，在等 N_{K-C} 數情況下，水力係數依雷諾數而變，而在等雷諾數或頻率參數（β）下，水力係數依 N_{K-C} 數而變，Grace 曾根據許多海底管原型實測資料提出對水力係數之建議值。

4. 實際管線設計必須考慮其特別之條件，例如近海床、近海面邊界問題，管線粗糙度，管羣數量等因素，作模型試驗求得水力係數以利應用。

㈡土壤作用力

1. 在管線上之土壤受力及受限，乃由於管線與其周界支持面土壤間相對運動所致。

2. 在三角洲等漂砂嚴重環境下，管線易受泥崩、混濁流和土壤液化等之作用，管線部份受流砂之負荷，其他受非移動性土壤所束限，簡單之設計數值建議土壤負荷與束限有非線性之負荷——變形之關係存在。其方法與土壤連續體理想化與基本之土壤力學原理應用於設計基腳、錨碇和管樁之設計原理相互配合運用。

3. 保守值爲對土壤剪力低估，其目的在計算土壤受限變爲非保守之情況，以便計算土壤之負荷。

平衡設計觀念目的，在針對遭受災害之可靠性作一經濟評估。

參　考　資　料

1. Hogben(1974) "Fluid Loading on Offshore Structure, A State of Art Appraisal:Wave Loads" Maritime Technology Monograph No. 1, Royal Institute of Naval Architects
2. Sarpkaya, T. (1976) "Inline and Transverse Forces on cylinders in oscillatory Flow at High Reyndds Number" offshore Technology conf. Texas OTC 2533.
3. Grace R. A (1976) "Wave Force Coefficients from pipeline Research In the Ocean" OTC 2676.
4. Coyle H. M. and Reese L. C. (1966) "load Transfer for axially loaded pipes in clay" J. of Soil mechanics and Foundation Division ASCE

5. Karel Karal (1977) "lateral stability of submarine pipeline" OTC 2967.
6. Audibert Jean M. E. and Nyman Kenneth J.(1975) "Coefficients of Subgrade Reaction for the design of Buried piping" Structural Design of Nuclear plant Facilites Vol. 1-A 1975.
7. Reese L.C. & Casbarian. A.O.P. (1968) "Pipe Soil Interaction for Buried offshore Pipeline" Society of Petroleum Engineers of AIME Paper No. SPE 2343 OTC 2080.
8. Reese, L.C., Wantl and G.M., and Q' Nill. M.W. (1979) "Lateral stabilityof pipelines in clay" OTC 3477.
9. Skempton, A.W. (1951)"The Bearing Capacity of Clay" Proceeding Building Research Congress, London, pp. 180-189.
10. Braja, M, Das and Gerald R, Seely (1975) "Pullout Resistance of horizontal anchor" Proc. Civil Eng. in the Ocean Ⅲ 1975.
11. Vesic. A.S. (1968) "Breakout Resistance of Object Embedded in Ocean Bottom" Proc. Civil Eng. in the OceanⅡ.
12. Esquivel-Diaz, R.F. (1967) "Pullout Resistance of deeply Buried Anchor in Sand" M.S. Thesis Duke Univ. 55p.
13. Ali, M.S.(1968) "Pullout Resistance of anchor plate and anchor piles in Soft Bentonite clay" M.S. Thesis Duke Univ. 55p.
14. Gade, H.G. (1958) "effects of nonrigid, Impermeable Bottom on plane Surface Waves in Shallow Water" J. Marine Research 16(2) pp. 61-82.
15. Henkel, D.S. (1970) " The role of waves in Causing submarine Slides" Geotechnique, Vol. 20 No. 1 March. pp. 75-80.
16. Wright, S.G. (1976) "Analyses for wave induced sea floor movements" Proc. OTC-2427. pp. 51-52.
17. Wright S.G. and Dunham, R.S, (1972) "Bottom stability under wave induced loading" OTC Vol. 1 pp. 853-862.
18. Mitchell, R.J. Tsui, K.K. and Sanprey, D.A (1972)"Failure of Submarine slopes under wave action" Proc. 13th Coastal Eng. Conf. pp. 1515-1540.
19. Doyle, E.H (1973) "Soil Wave Tank studies of Marine Soil stability" Proc. OTC. No. 1901.
20. Coleman J.M. Suhayda, J.M. Whelan, T. and Wright; L.D. (1974) "Mass movement of Mississippi River Delta Sediments" Trans. Gulf Coast Associ. Geol. Soc. XXIV pp. 49-68.
21. Arnold,K.E. (1967) "Soil Movements and their Effects on Pipelines in the Mississippi Delta Region" M.S. Thesis Tulane Univ. New orleans. 77p.
22. Bea, R.G. and Nogokw, Lai (1978) "Hydrodynamic loading on offshore platforms" OTC 3064.

林維明
中華顧問工程司；
工程師

置於海床上之海洋溫差發電冷水管之水動力負荷：有關海底管設計經驗及水動力係數需求之探討

HYDRODYNAMIC LOADING OF SLOPE-MOUNTED OTEC PIPELINES: A REVIEW OF OFFSHORE DESIGN EXPERIENCE AND MODEL TEST DATA REQUIREMENTS.

ABSTRACT

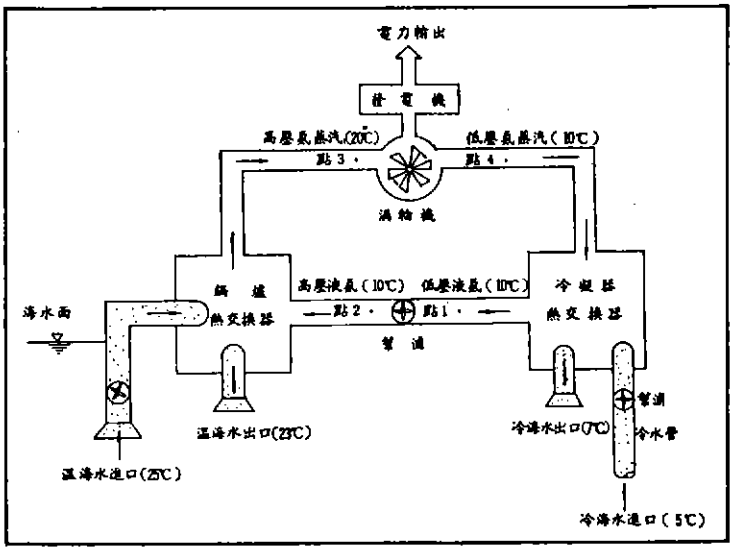
Accurate predictions of hydrodynamic loading are essential to the design of slope-mounted cold water and discharge pipes for land or shelf based OTEC plants. This is particularly true of the large diameter pipelines proposed for OTEC demonstration projects due to the high cost of installing deep water foundation systems to stabilize these pipelines. Intelligent decisions regarding different design strategies cannot be made without reliable estimates of the magnitude any frequency of exciting forces.

This paper provides an overview of the present state of art in predicting wave and current loads on submarine piplines. Over 50 experimental studies were reviewed to identify those that provide appropriate design data for near or on-bottom pipelines. The experimental conditions under which these data were taken determine the degree to which they are applicable to OTEC pipelne design and the existing data base is discussed in this context. In addition, a survey of offshore design practices and related experience was undertaken and is also discussed herein.

摘要

對於海底斜坡陡峻，離岸很近，海床深度即達數仟呎之特殊地形，例如本省東部地形，在考慮建造海洋溫差發電廠之型態中，岸上發電廠（land based OTEC plant）或大陸棚上設置固定式平台（bottom fixed OTEC plant）均爲候選之構型。而其中重要考慮因素爲置於海床上之冷水管（cold water pipes）或排水管（discharge pipe）之水動力負荷預報之準確性。在海洋溫差示範廠計劃之建議中，冷水管之管徑大小依電廠容量而定，約爲 5～100 英呎，例如一座十萬瓩淨輸出電量，所需用冷水管內徑約爲60 英呎。由於欲安裝此類巨型冷水管使其能在海床上保持穩定，所需工程費高昂。因此若無法對於海洋環境負荷之大小及發生頻率作可靠之預估，則很難使設計考慮周詳，諸如設計上之管線材料特性與管徑大小或管線上安裝之基礎系統之間距及數量等參數無法作合理及明智之決定。

有關海中圓柱形結構物承受海流及波浪負荷研究之論文已發表者甚多，而本文乃檢討可適用於近海床或置於海床上管線之水動力係數設計值。並就各試驗條件，選擇決定可應用於海洋溫差發電廠冷水管設計作一探討，同時對於過去海底管線之工程經驗作一回顧，並加評估其在 OTEC 管線設計之應用性。



圖一　OTEC密閉式循環流程圖

一、前言

海面水溫高，海底水溫較低，利用海面高溫海水易使液態媒體（氨丙烷等）汽化而推動渦輪機發電，再抽取深海低溫海水使氣態媒體冷却還原爲液態，如此週而復始，循環應用如圖一所示，此種海洋溫差能源轉換乃根據熱力學之 Rankine cycle 之基本原理。

海洋溫差發電廠之熱效率約爲3％，遠比一般燃媒火力發電廠(約35％)爲低，因此必須有龐大之能源集收設施才能收集到相當量之熱能，因此需用巨大之冷水管系統，若以40，100 或400 MWe（百萬瓦特）系統而言，冷水管之管徑將分別需10，20或30公尺，爲確保全年溫差均在20°C以上，冷水管之長度可能逾一千公尺。常年置於海中故設計冷水管及其依附於平台上之聯件時，必須考慮在極端海象下，能耐最大之彎曲應力及軸向負荷。由於冷水管之體積大，再加上深及一千公尺之深海，因此必須考慮結構之穩定性，冷水管之設計施工與維修之成功爲整個 OTEC 系統操作性能良好之關鍵所在，爲使其至少能在海洋環境中之使用壽命達30年以上，必須估計由於海面波浪、海流、管內水流、內波（internal waves）內流（internal flow）等水動力負荷。雖然有關海底管承受海流與波浪負荷之試驗結果之研究報告很多，而在波浪疊加海流之情況下，由於試驗縮尺而無雷諾數大於 10^7 之流況。故大多數之試驗結果不能在 OTEC 之冷水管上直接應用。雖然如此，若已建造 OTEC，則必須估計冷水管之水動力負荷。且工程設計須賴延伸現有試驗及調查結果之成功。

冷水管之管徑大、承受巨大負荷，需考慮其施工困難及安裝之安全性。由於潛水人員工作現僅能達水深400公尺。而冷水管長達1000 公尺，故須減少人工操作，儘量利用遙控技術作維修工作，通常在固定式或岸上式之海洋溫差發電廠(圖二)均將冷水管置於海床上，利用各種固定之方法例如錨碇，重錘或自重等。使其可穩定地置於海床上而不偏離原來位置，過去海域石油探勘敷設海底油管火力發電廠或污水處理廠之排水管以及幾個OTEC示範電廠之施工經驗，均足供借鏡，由於所需施工設備爲特殊機械必須累積過去在海岸工程中之施工經驗而作突破性之應用。

因此本文分爲三部份首先檢討波力之文獻，然後同樣地對海流力之文獻作一回顧，最後討論外海之管線施工經驗，並評估有關暴露於海床上之海底管承受水動力負荷之設計資料在置於海床上OTEC 巨型冷水管之可應用性。

二、波力探討

置於海床上之鋼管，與海床及波浪三種不同介質間互制之複雜性，因此在處理波浪負荷問題前，先定義波浪與鋼管互制之各種不同優勢領域（regime），確認在某一假設之領域內，使用何種波力預報法最適用，然後可由此而評論在文獻報導中之各種波力預報法和試驗值。

1. 波力領域（Wave force regimes)

在海底管線（或任何其他外海結構物）承受波力，可分爲下列五個領域：

(1)分離流領域。

(2)勢流領域（未干擾入射波場及無波浪繞射情況）。

(3)波浪繞射領域。

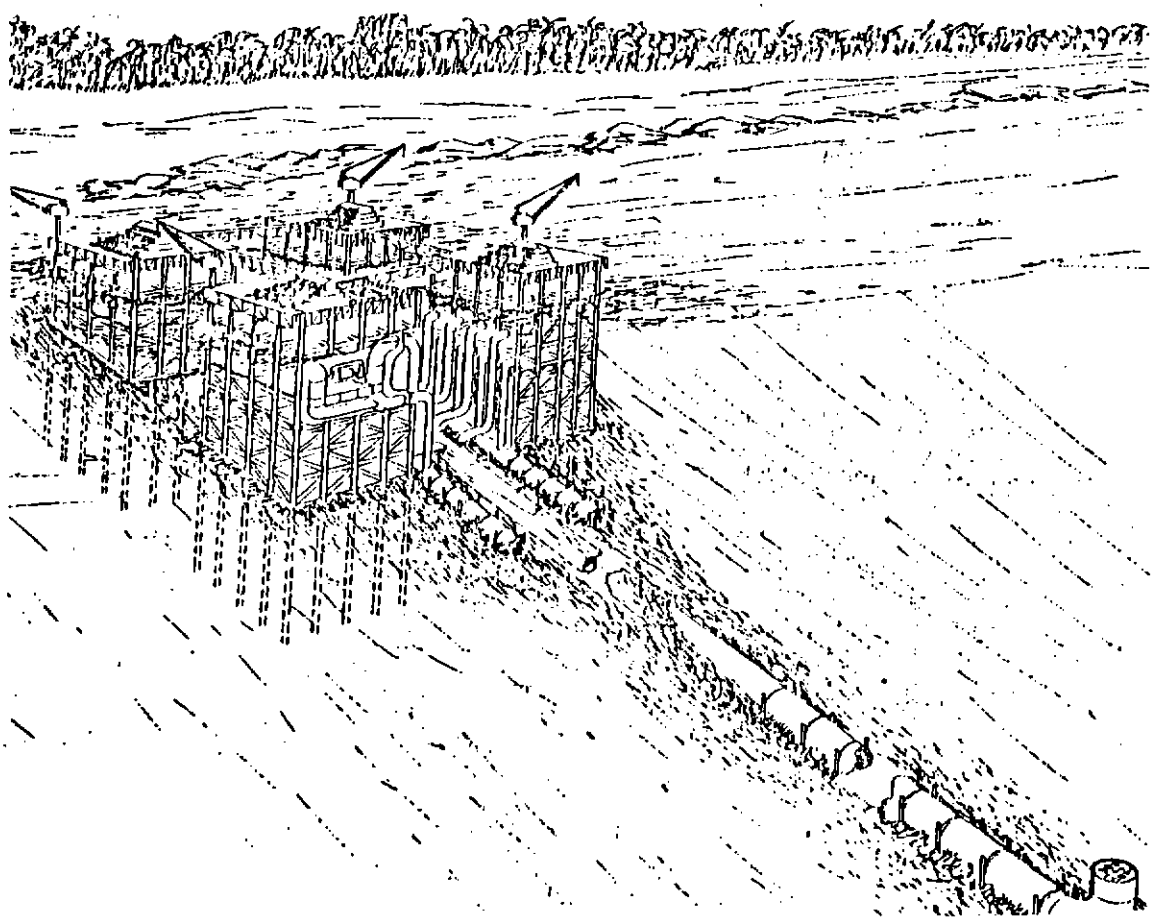
(4)波浪尖銳度非線性現象顯著之流域。

(5)碎波領域。

在所考慮之某管線斷面及環境設計條件（例如極端暴風浪數值或操作情況下之海況）下，波浪與管線及海床之互制特性在上述五種波力領域，以何種領域最能代表，可能可用下列參數決定即 Keulegan Carpenter 數（$N_{K-C} = U_{max} T/D$）管徑與波長比值（D/L）水深與管徑比（d/D）和波浪尖銳度（H/C），圖三示決定各參數之變數，雖然亦有其他對海底管設計很重要之參數例如 Reyndd 數(Re)，相對管線淨空（e/D），管線表面相對粗糙度（K/D）等，而這些因素通常在評估波力領域及選擇波力預報之方法時不予考慮。

以下概述上列各波力領域特性及鑑定法，並確定各領域之波力預測方法。

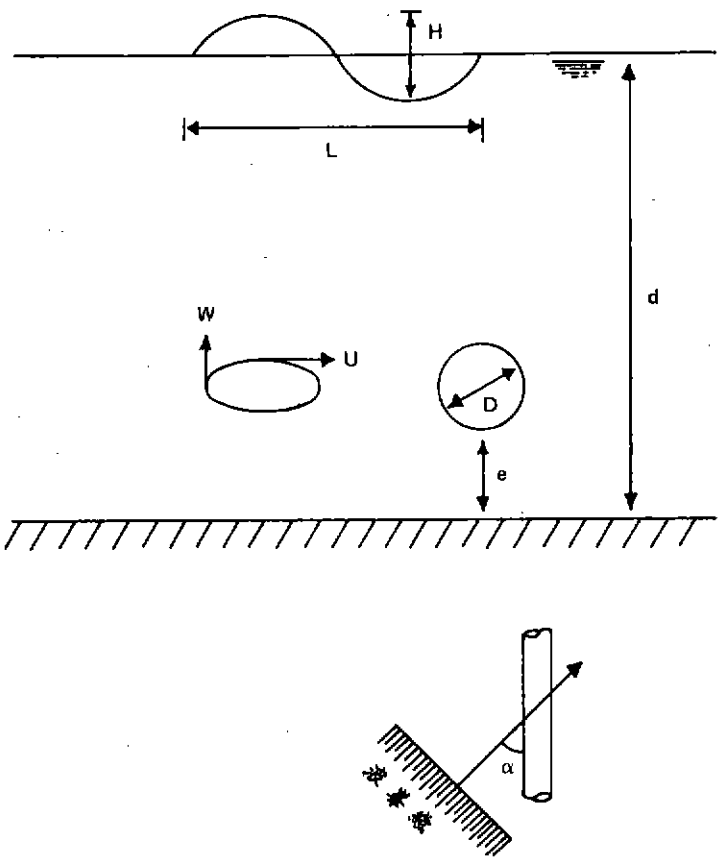
①分離流領域：在本領域



圖二　固定式溫差發電廠

可由較大的 $K-C$ 數描述其性質，即表示水流反轉間之流體位移之相對長度，足使在管線下游形成低壓尾跡流。故每一水流反轉時，除在管線上顯現一穩定曳力外，並在尾跡流區之渦散亦形成非穩定之曳力和與水流橫向產生揚力。其運動頻率與穩定水流之 strouhal 頻率類似。Wright 與 yamamota (1979)[1] 曾在波浪水槽試驗得出當水流反轉間，水分子運動位移振幅大於 0.8 D 時，則將產生很顯著之水流分離現象，此相當於 $K-C$ 數大於 5（$N_{K-C} \geq 5$）。

②勢流領域：當水流分離現象可忽略，則作用於管線上之顯著作用力爲在入射波浪底下與勢流場有關之勢流力。其來源有二：一爲管線周界海水在動波壓作用下伴隨管線產生運動之加質量與管線排開水質量合成之內力；而另一爲管線置於海床或近海床情況下，管線周界水流對稱所產生之伯努利效應（Bernoulli effect）。同樣地，勢流力亦在 $K-C$ 數值較大情況下發生，而其產生可由水流分離加以限制。



圖三　海底管波力參數中變數示意圖

③波浪繞射領域：當管徑（D）大於波長（L）兩倍，則將產生波浪繞射現象[2]，在評估海床上或近海床上之波浪繞射產生現象若使用參數相對水深（d/D）可能較適合。理論上研究成果[3,4]建議當不論管徑與波長之比值大小，若水深（d）大於管徑（D）之三或四倍，則可忽略波浪繞射現象。

④波浪尖銳度非線性現象顯著之流域：當波浪之尖銳度增大，一海底管或其他在其路徑上之外海結構物不再承受均勻加速流作用，而必須考慮在波浪下加速度非線性之變化特性，對一固定式外海結構物，Sarpkaya[3]曾建議當波浪大於波浪尖銳度碎波極限值之半值時，則必須考慮此種波浪尖銳度非線性之現象。而在海底管有關此方面之調查純粹爲理論值，考慮離海床一高度之水平管特性，至今尚無法定出在近海床或海床上之海底管設計之波浪尖銳度非線性顯著條件。

⑤碎波領域：最後當波浪大於其尖銳度之極值而發生碎波，則完全產生一種新的流域，由高度亂流加以描述，特別是捲入型碎波[5]。決定碎波發生條件可根據波高、波長、水深、海床斜降及波浪入射角等參數，詳見海岸及海岸工程書籍或參考資料2.6.7。

若可忽略波浪繞射現象，則可用 Morisim 波力公式計算海底管上之波力，有許多試驗值均根據此波力預報法，而線性波浪繞射理論應用於海底管之範例很少，線性繞射理論亦可應用於非繞射之勢流場，其代表假設可忽略水流分離，無波浪發散之特殊情況；同時本文亦討論波浪尖銳度及碎波特性。

㈠ Morision 波力公式法

在基本形式上，本方法可將總水平力或垂向力分爲與運動加速度有關之內力及與流速相關之曳力及上揚力，如表一所示。

近海床之波浪水分子運動速度之垂向分量爲微量，故可忽略此分量之分離流，所以一般海底管線設計上不考慮垂向曳力及水平向之上揚力，而近海床之垂向水分子運動加速度雖亦爲微量，但必須注意其有顯著之影響性。一般在數學上很難明顯地區分由渦散與由伯努利效應所引起之上揚力，Maull & Norman[9]曾討論用波譜分析法分開，而需再作試驗深入探討。

表一　使用 Morision公式處理海底管設計之分力特性

分　力	發生之原因	分力計算公式	最大分力發生頻率
內　力	動　波　壓	水平內力 $= C_{IH}\,\rho\,\frac{\pi D^2}{4}\,\frac{\partial u}{\partial t}$	f_w
		垂向內力 $= C_{IV}\,\rho\,\frac{\pi D^2}{4}\,\frac{\partial w}{\partial t}$	f_w
曳　力	尾跡流形成與渦散	水平曳力 $= C_D \frac{1}{2}\,\rho\,D\,\lvert u\rvert u$	f_w 與 f_s 疊加
上揚力	渦　散	橫向上揚力 $= C_L \frac{1}{2}\,\rho\,D\,u^2$	f_s
上舉力	伯努利效應	垂向上舉力 $= C_L \frac{1}{2}\,\rho\,D\,u^2$	$2f_w$ 或 $4f_w$ 依 $N_{K\text{-}C}$ 及 e/D 值而定（參見圖 3 ）。

符號說明：

f_W , f_s ：波浪與渦散運動頻率

C_{IH} , C_{IV} ：水平與垂向內力係數

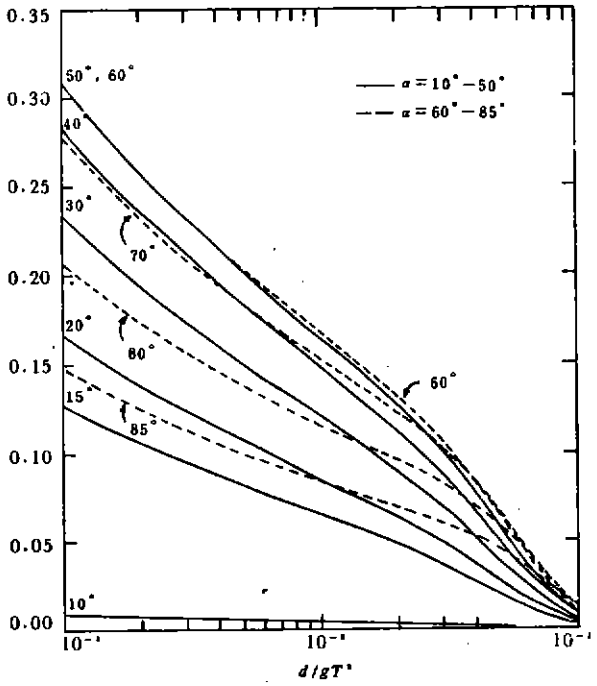
C_D ：曳力係數經常取平均值，而在渦散引起之瞬間曳力係數則取均方根值。

C_L ：上揚力係數，可取極大，極小及均方根值，而伯努利效應者以正負號表示管線遠離或趨近海床邊界層。

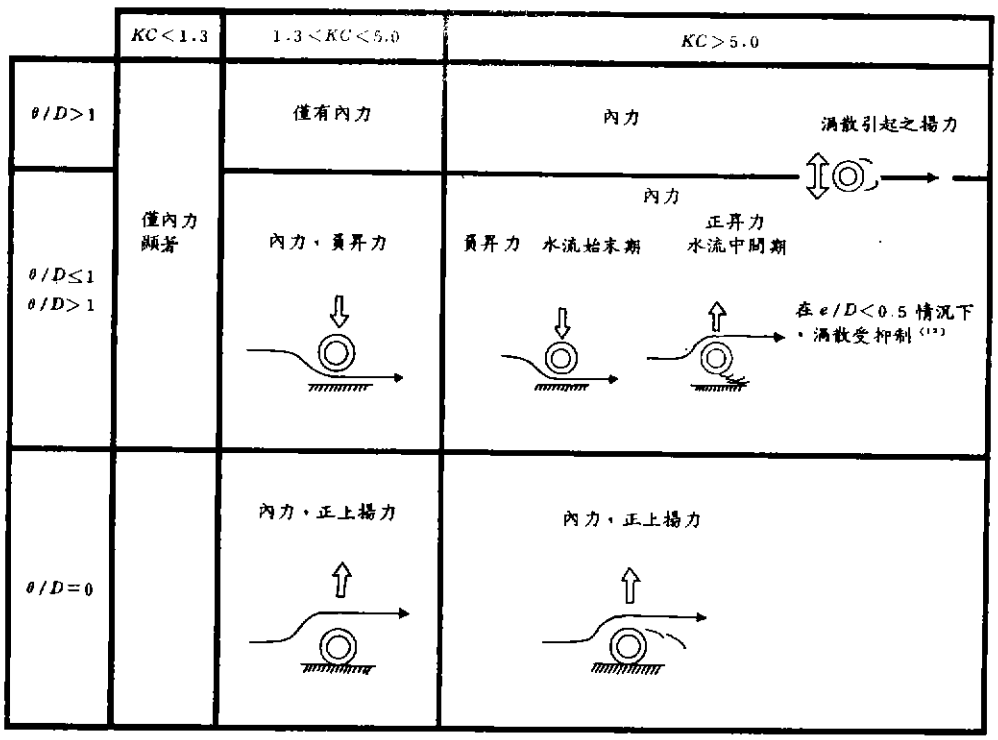
ρ ：海水密度。

D ：管徑

u , $\frac{\partial u}{\partial t}$, $\frac{\partial W}{\partial t}$ ：波浪水分子運動水平方向速度，加速度及垂向加速度。



圖四　尖峰曳力與內力比值係數（R′）與波浪尖銳度（d/gT^2）及波向與管線夾角（α）之關係



圖五 根據管線相對淨空(e/D)及水流反轉相對位移(N_{K-C})確定水流領域示意圖(1)

故近海床或海床上海底管之總水平力爲內力及曳力之和。在某些條件下，總波力之尖峰值中以內力或曳力之分力佔優勢，而可忽視所佔份量爲微量之內力或曳力。Yamamato[10]曾利用線性波理論決定水平海底管線之曳力與內力關係條件，並考慮深水波在海床坡度均勻變化下之波浪折射。尖峰曳力與內力之比值如下式

$$\frac{(F_D)_{max}}{(F_I)_{max}} = R' \times \frac{H_o}{D} \times \frac{C_D}{C_I}$$

R' 爲係數如圖四所示爲各種不同深水波入射角下及相對波浪尖銳度 d/gT^2 下之 R' 值。利用此圖可計算兩波力分量比值如表2所示，由表中可見在海床上直徑30英呎之海底管則內力爲佔優勢，既使100年復現期之概率最大之極值亦然。在此條件下，於水深大於100英呎下，曳力之極值小於內力極值之15%，而在淺水情況下，波浪尖銳度影響性，波浪繞射及碎波等現象將控制海底管之負荷，故Morision公式可能不能適用。

在評估內力，伯努利效應上揚力和渦散所致上揚力等三種垂向力分量之相對重要性時，可能必須根據管線相對淨空(e/D)，水流反轉相對位移(N_{K-C})確定水流領域[1,11]（如圖五所示）。由本圖可見在海洋溫差發電之冷水管安裝於海床上，若海床地形不規則，則將承受內力、伯努利效應或渦散所致上揚力等各種外力之作用。

表3及表4歸納各學者所發表曾試驗有關海底管在近海床或海床上所承受之波力之波力係數型態之設計值決定及各相關之試驗條件。表3爲根據波浪水分子速度與加速度分開考慮所得者[1,12～18]，而表4則包含總最大波力僅與流速之關係者[10,19～28]。雖然前者對了解波力之時間變化及各分力所佔之份量之了解很有用，但後者對設計者提供在某一定波向下最大期望之作用力則更爲實用[20,21]Graham[22]建議可根據本文所列參考資料1,10,14,15,16,19,20

表二　30英呎冷水管在一均勻海床上承受極端波浪負荷下深水波浪入射角60°下極大曳力與內力值之比值比較

波浪尖銳度 d/gT^2	實際水深 d (ft)	波浪入射角 α (°)	係數 R' (由圖2得出)	$(F_D)_{max}/(F_I)_{max}$	備註
0.08	347	60	0.023	0.010～0.026	(1)設計條件： 管徑 $D=30$呎 復現期間100年颱風波浪概率最大之設計波深 水波高 $H_{max}=48.1$呎 示性週期 $T_1/3=11.6$秒 $C_D/C_I=0.268\sim0.714$ (2)碎波極限： 根據Miche公式[3]即 $\frac{H}{L}=0.142\ \tanh(kd)$ 在水深 $d=65$英呎下 波長 $L=478$英呎 (3)波浪繞射顯著特性： 在水深 $d=108$呎下 波長 $L=572$呎 $N_{K-C}=\frac{U_{max}T}{D}=6$ $d=(3\sim4)D$
0.06	260	58	0.047	0.020～0.054	
0.05	217	57	0.064	0.028～0.073	
0.04	173	54	0.085	0.037～0.097	
0.03	130	49	0.107	0.046～0.122	
0.025	108	46	0.119	0.051～0.136	
波浪繞射現象開始顯著					
0.02	87	42	0.132	0.057～0.151	
0.015	65	37	0.147	0.063～0.168	
設計波接近波浪尖銳度及碎波極限					

等七篇調查報告找出在各種設計條件下之合適波力係數。

雖試驗研究已包含OTEC先導性電廠計劃之建議使用巨大冷水管有關之相對淨空(e/D)，N_{K-C}數和最大之Reynold數曾達 $R_e=1.5\times10^6$，然而如表2所列美國Kahe Point設計條件下管徑30呎之冷水管其流況範圍約爲 $R_e=2.8\times10^6\sim1.8\times10^7$，表示需求在Reynold數相當大之作用力係數值。

曾有一些調查[13～16,19,20,24～28]比較由試驗所得之內力係數值與由勢流理論預報值。其假設內力係數僅爲e/D之函數，且在K－C 很低之情況下相當一致。例如表2中巨大之冷水管條件下之K－C數爲$N_{K-C}=0.36\sim2.3$巨大之冷水管之N_{K-C}值較低。然而在某些條件下，則試驗值與理論值有顯著地偏差[1,13,15,26]。

波向與管線夾角之關係曾在試驗室[18,19,22]及海中[20,21]試驗評估過。對於勢流之上揚力及內力而言，似乎可由波向與管軸正交所得之試驗之波力係數應用於其他與管線斜交者，僅考慮波浪在與管軸正交方向上之水分子運動速度及加速度分量運算，然而對於分離流現象顯著之情況，則此方法不適用。

管椿表面之粗糙度對波力係數之影響性之試驗成果顯示相當不一致，例如Grace[20,21]及Lundgren[22]之試驗成果顯示管椿表面之粗糙度並無顯著之影響性，而Sarpkaya[18]則曾證以粗糙度很顯然地增大內力及曳力係數值，此點對於OTEL之管線長期暴露於熱帶性之海洋環境中，海生物將附著於上之考慮相當地重要。而另一項爲Grace及其同事共同觀測置於海床上之管線之現象爲管線表面粗糙度和近海床之合成影響性增強垂向及水平力之聯結及尖峰上揚力值與尖峰水平力值之發生時間相近。

海床上之粗糙度對管線之影響性與波力之關係未曾有學者調查研究過。然而由表3及

表三　使用傳統性Morision波力公式設計置於海床上或近海床之管線可用之波力係數之設計值

調查者	水流形態	水流運動量之根據	試驗條件範圍			所發表之設計值形態
			N_{K-C}	Re	e/D	
Sarpkaya & Raiabi (1980)[13]	平面振盪水流模型試驗	實測值	5-70	$1.4\times10^4\sim3.4\times10^4$	0	C_{IH}, C_D, C_L 與 N_{K-C} 之關係
Jothishankar & Sundar (1980)[17]	波浪水槽	線性波理論預測值	1-9	$5\times10^3\sim1.7\times10^4$	0.6～1.5	不同 e/D 情況下，C_{IH}, C_D 與 Re 及 N_{K-C} 之關係
Wright & Yamamato (1979)[1]	波浪水槽	線性波理論	0.06～19	$3\times10^4\sim1.8\times10^5$	0-2	不同之 e/D 及 d/D 情況下 C_{IH} C_{IV}, C_D, C_L 與 Re 之關係
Sarpkaya (1977)[12]	平面振盪水流模型試驗	實測值	40～100	$1.5\times10^4\sim1.5\times10^5$	0.1～1.0	不同之 e/D 及 N_{K-C} 情況下 C_{IH} C_D 及 C_L 與 Re 之關係
Bowie (1977)[14]	波浪水槽	線性波理論	0.5 ～10	$3\times10^3\sim2.4\times10^4$	0～0.67	C_L 與 N_{K-C} 及 e/D 之關係 (a)
Yamamato & Natn (1976)[16]	(1)波浪水槽	線性波理論	11～100	$10^4\sim10^5$	0.63～3.0	不同之 e/D 及 N_{K-C} 情況下 C_{IH} C_D 及 C_L 與 Re 之關係
	(2)平面振盪流	實測值	16～63	$1.3\times10^4\sim1.1\times10^5$	0.83～6.0	同　上
Grace & Nicinski (1976)[15]	海　浪	實測值	(b)	$1.1\times10^4\sim4.0\times10^4$	0.19	C_D, C_L 與 S/D 之關係 (b)
Brater & Wallace (1972)[18]	波浪水槽	線性波理論	(c)	$1\times10^3\sim2\times10^4$	(c)	C_D 與 Re；C_{IH} 與 $-Z/L$ 之關係

符號：C_{IH}, C_{IV}, C_D, C_L 分別爲水平與垂向內力係數，水平方向曳力係數，上揚力係數。

說明：(a) Bowie 之研究重點在伯努利形態之上揚力，他發現 C_L 值與上揚力循環中負值部份及波浪循環中相對之上揚力極值之位相最具相關，而兩者均顯示 C_L 值爲 N_{K-C} 及 e/D 之函數。

(b) Grace 之研究，無 N_{K-C} 值之報導，但據稱曳力佔優勢，他發現在一定流速極值下，一般而言 C_D；C_L 均隨 S/D 增加而減少，S/D 爲在一定時間下之流體位移 (S) 與管徑之比值。

(c) 無 N_{K-C} 值之報導，而據稱波力中內力佔優勢，海底管置於海中，近海床或明溝中，但無 e/D 值之報導，Brater 及 Wallace 發現 C_{IH} 與 $-Z/L$ 相關，$-Z/L$ 爲鋼管距靜水位下之高度 ($-Z$) 與波長相對值。

表四　修正之Morision 波力公式形態之僅與近海床之水平方向波浪運動速度相關之尖峰總波力之可用波力係數設計值

調查者	水流形態	水流運動量之根據	試驗條件範圍			所發表設計值之形態
			N_{K-C}	Re	e/D	
Grace (1979)[10] 及 Grace & Zee (1981)[11]	海　浪	實測值	2.5～54	$(1.6\sim8)\times10^4$	0.03	各種不同之波向 (α) 下，C_H, C_V 與週期函數 (ϕ) 之關係
Maull & Norman (1979)[9]	波浪水槽	Stokes 二階波浪理論預報值	2～24	4×10^4	0.19～0.39	不同之 e/D 及 W/u 下，C_H；C_V 與 N_{K-C} 之關係
Lundgren (1976)[22]	管線在動床上之平面振盪運動之模型試驗	實測值	19～24	$(1\sim2.5)\times10^5$	0	各種不同之摩擦係數 (f) 下，穩定係數與 N_{K-C} 之關係
Grace (1971)[10]	波浪水槽	線性波浪理論之預報值	21～28	$(4.1\sim4.3)\times10^4$	0.01～0.42	不同 α 下之 C_H 與 e/D 之關係。

說明：C_H, C_V 分別爲水平方向及垂向波力係數。

u, W：波浪水分子平方向與垂向運動速度。

D：管徑

e：管線與海床之間距。

α：波向與管軸法線之夾角。

週期參數 $\psi = u^2 / \frac{\partial u}{\partial t} \cdot D$ 。若根據線性波理論則 $\psi = \frac{N_{K-C}}{2\pi}$

Lundgren 定義穩定參數（C_{st}）爲與（$F_H + fF_V$）及 u 相關之係數如下式

$$\{|F_H| + f F_V\}_{max} = \tfrac{1}{2} \rho C_{st} u^2_{max} D$$

在海床上之海底管之穩定條件定爲 $f(W_s - F_V) > |F_H|$ 或 $fW_s \geq |F_H| + f F_V$

F_H, F_V, W_s 分別爲水平力、上舉力、鋼管之浸水重，f 爲鋼管與海床之摩擦係數。

表4 之波浪水槽試驗值顯示在大陸架安裝固定式平台或岸上式之 OTEC 電廠，冷水管置於不規則之海底地形下，在惡劣暴風浪下海床之亂流程度將存在。雖 Pearcey[27] 曾證明在遠離一固定邊界層之自由水流亂流現象對曳力係數有很大之影響性，而對近海床或海床上之海底管，則此一影響性程度如何尙爲一未知數。

原在 Morision 公式方法中，假設波力係數爲一定值，此在海底管應用上曾證明爲錯誤。Grace[20] 很清晰地說明雖尖峰速度及加速度相同，但流程互異（different flow histories）所得出之尖峰波力值不同。然而 Grace[16] 亦曾比較實測波力歷程與根據定常，平均波力係數值所得出之預測波力歷程，發現尖峰波力之預測值與實測值之誤差並不太大。對此問題之一般性討論詳見 Sarpakaya[2] 專著。在該書中他們曾歸納 Morision 公式最適用於 $N_{K-C} < 8$ 或 $N_{K-C} > 25$，在此情況下，由一流向反轉至另一流向之渦流場互制對波力之影響性爲最少。

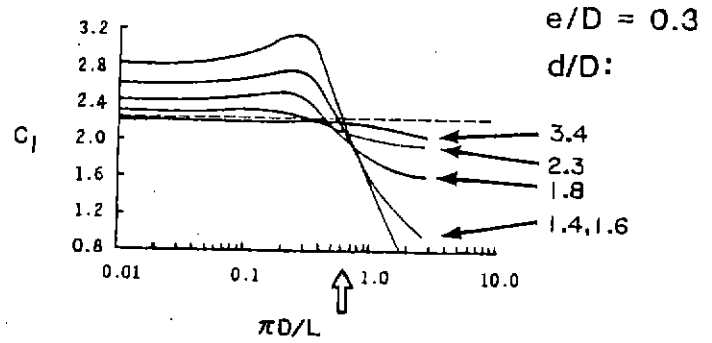
另一點需注意者爲利用 Morision 公式其中波浪水分子運動速度及加速度爲根據波浪理論所得者，必須與試驗獲取波力係數所根據之波浪理論一致。如表 3 所示，某些試驗研究所得出之波力係數爲根據線性波理論預報近海床之波浪運動速度及加速度得之。而根據線性波理論預報之近海床之水平方向水分子運動速度之預測值，若與波浪水槽中之實測值比較，其誤差爲±20～30%[28,29]，因爲曳力與上揚力係數與速度之平方成正比，故根據波浪理論所得出之波力係數可能有顯著之誤差值存在。當使用這些水力係數之數值時，建議先評估試驗條件下以何種波浪理論最適切。而有關波浪水分子運動加速度尙無試驗研究比較預測與實測值。然而 Grace[20] 發現線性波浪理論與 Dean 之流線函數始終低估在海中湧浪下之近海床之水平方向水分子加速度。這些測量爲在光滑之底床及波浪在一狹窄之週期範圍，故與波浪水槽之條件近似。很明顯地，實測之運動特性，所得出之作用力係數較預測值所得者，較受大衆喜愛。而當應用平面振盪流試驗所得之波力係數應用於距海床有點淨空之海底管上時，必須愼重。

一旦波力係數已選定作爲 Morision 波力公式之設計值則問題變爲以何種波浪理論最能預報管線施工地點在設計條件下近海床之流速及加速度，本問題不在本文討論範圍，操作條件之海況可參閱 Grace 之論文[30]，而極端海況可參閱 Forristall 論文[31]。

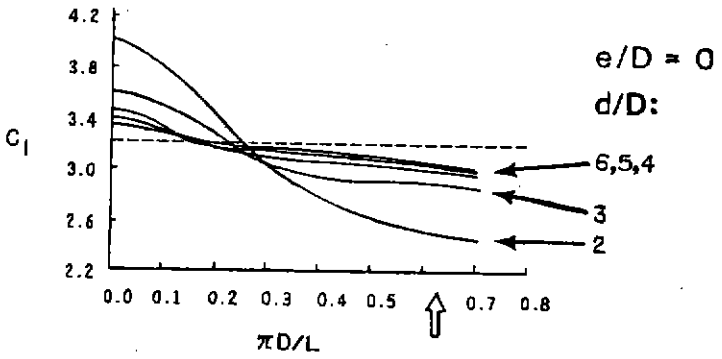
㈡波浪繞射之影響性

當管徑與波長比值較大時（$D/L > 0.2$），則利用 Morision 公式較缺精確性，其原因有二即管中心線之動壓力梯度（局部水流加速度）不再足以描述沿鋼管表面上之壓力分佈及巨大管線之出現造成波浪反射及分散現象，因此依次使週界之波浪場改變。此根據線性波浪繞射理論計算入射波與分散波場合成之流速勢得出鋼管表面之壓力分佈。

在一平面邊界上之圓柱體，Chakrabati[5] 及 Efthymion[4] 曾根據線性波浪繞射理論計算有效內力係數值，並與根據無繞射波情況下之勢流理論所得出之內力係數比較如圖 4 所示。由圖六可見在實驗室及海中之試驗成果均有相當類似之趨勢。最顯著之特性爲相對水深（d/D）對內力係數之相依性大。很明顯地，當 d/D 減少，既使 $D/L < 0.2$ 而由 Morision 公式之波力預報



(a) 實驗室平面邊界試驗成果 [3]



(b) 海中試驗成果 [4]

符號說明： ———— 線性波浪繞射理論值

- - - - - 勢流理論值

⇧ $D/L=0.2$

圖六 內力係數(C_I)與相對波長($\pi D/L$)及相對水深(d/D)之關係

法所得之成果精確性將不足。故對於海底管線在海床上或近海床判別使用 Morision 或繞射理論之參數，以相對水深(d/D)較相對波長(d/L)更爲重要。

假定水流分離現象並不顯著，則如前述線性波浪繞射理論亦可能應用於無波浪繞射之情況。Efthymiou 與 Narayanan [4] 曾比較應用線性波浪繞射理論預測之波力值與實驗室所得之實測波力值而發現在 $N_{K-C}<3$ 之情況下，可忽略水流之分離現象，而假設圓柱體未置於靠近海水面處，則當 $N_{K-C}>6$ 時，則實驗與理論值相當一致。

㈢波浪尖銳度及碎波之影響性

位於接近水面之水平圓柱體，由於圓柱體存在而造成波浪尖銳度之非線性現象，故應用線性波浪繞射理論所得之波力值顯得太大。波浪尖銳度對水平圓柱體之內力影響性，曾由各學者應用線性波理論 [10]，弧立波 [24] 及 stakes 二階 [32] 之波浪理論評估得出。理論上波浪尖銳度現象使內力係數值減少。且當波浪進入淺海時，則波浪尖銳度現象更加顯著。若一波浪接近其碎波極限時，波浪尖銳度之影響性數量約爲 20～30％。

Grace 與 Castied [33] 曾在試驗室調查由於碎波作用於海底管上之波力而發現以線性波理論預測碎波前之近海床之水分子運動速度及加速度代入 Morision 公式預測波力尖峰值，與碎波情況下實測波力值相當一致。然而他們強調此成果僅爲初步，且可能並不能代表眞正之海況特性，Grace 現正進行海中調查中。

Brevivy [34] 所發表之海中圓柱體極端波力爲預報 Bristol 圓柱形波能轉換儀器上所承受之波力，可能可適用於海洋溫差發電冷水管波力預測應用。此一數值模式可預測固定式圓柱體或繫住之圓柱體存在所造成之碎波特性及當波浪穿過圓柱體頭頂時，作用於圓柱體上之波力。然而本模式僅爲二度空間，不能直接用於波浪入射角不等於90度之情況。

三、水流引起之作用力

海底管上承受水流所引起之水動力有三種形態即與平均流速有關之穩定力，由於渦散所引起之非穩定力及與入射流亂流速度擾動量有關之非穩定力，以下將分別討論，並研討波浪與海流合成所造成之影響

性。

㈠穩定曳力與上揚力

所謂穩定曳力乃由於水流分離而在管線下游形成低壓之尾跡流所形成，而穩定之上揚力則由於海床上或近海床之管線周界流線變形產生之伯努利效應所致。此兩水動力亦與波浪水分子運動速度有關聯，因此可用預報波力之 Morision 公式于預報穩定海流力。主要不同爲用海流速度替代表一曳力及上揚力公式之波浪水分子運動速度，而無加速度項。除外利用風洞或水槽等穩定水流所得出之穩定流作用力係數替代波力係數。

表五列出現有穩定海流曳力及上揚力係數之設計值範圍[35～41]，由本表與表 3 及表 4 可見影響水動力係數之參數有一種或數種。由表五可知各試驗研究之流況(Reynold數)及管線相對淨空（e/D）之條件。而海洋溫差發電廠在海灘上架設冷水管，若管徑爲30呎，則其流況爲 $Re = 1.5\times10^{6}$ ～8.3×10^{6}，爲在超臨界及亞臨界流區[42]，此數值爲根據美國 Kahe point[43] 大陸架上，近海床之月平均及最大海流流速爲 0.3 Knots（15 cm/sec）及 1.2 Knots（60 cm/sec）所得出者。而由表 5 可見僅 Jone[40] 之試驗條件包含上述 OTEC 冷水管之流況，但 Jone 之試驗僅能應用於海床上之管線。而對於近海床之管線，曳力係數值隨管線相對淨空（e/D）值而增加，但 C_D 值相當分散。據報告中指出 C_D 值變化性依 Reynold 數和海床之邊界層厚度而定[41]。而穩定上揚力係數有一趨勢，隨 e/D 值增大而迅速減小，而當 $e/D > 0.5$ 則可忽略[36,41]。

穩定上揚力一般爲正值，雖然在某些情況下可能有負值存在。當管線與海床間之空間由於受水流之冲刷，而在管線底下之冲刷坑之水平方向水流速大於管線頂上之水流流速，則將產生負的上揚力[36]，當 $e/D > 0.25$，且流況剛變爲臨界流則在一平面邊界層（無冲刷情況）上之上揚力亦顯示爲負值[36]，此情況類似於在波浪下之水平流，管線與海床邊界層不相干擾而可在管線與海床之空隙間產生巨大流速造成負上揚力。

表四中所列之研究大都是考慮單一弧立管線，但有一例外，Wilson 及 Caldwell[37] 研究調查兩平行管線，間距爲 $\ell = (0\sim9)D$ 其上所承受之水動力。他們發現在管線下游之曳力及上揚力通常比管線上游所承受者爲小，若此兩平行管線承受之水動力與單支弧立管線比較，則上游之管線承受之曳力相同，而上揚力較大，特別在兩管線緊密接觸情況下更顯著。

Wilson 與 Caldwell[37] 亦爲唯一調查近海床或海床上之海底管上水流之流向改變對流力之影響性，他們發現當海流之入射角自 90° 減至 45°，則曳力係數（根據速度之垂向分量）約增大一倍，而有關流向改變對穩定上揚力所造成之影響性，自今尚無任何研究報告發表過。

一般而言，管線表面粗糙度增大則將使穩定曳力係數加大，而使穩定上揚力係數減少[36,40]，然而 Helfinstine 與 Shupe[38] 則發現管線粗糙度使曳力係數略爲減小，而使上揚力係數有顯著地增大現象。這些衝突現象可解釋如下：在某一定條件下，粗糙度可使管線邊界層內之摩擦損失量增大。而造成水流分離現象較平時提早發生，而有較大之尾跡流故使曳力增大，而上揚力降低。然而當粗糙度使流況自滯性線流轉換至亂流邊界層，則水流分離現象發生較慢，而形成一較狹窄之尾跡流，促使曳力減小及上揚力增大。他們發現當一輕便索（tripping-wire）其直徑爲管徑之 0.006倍置於一光滑水平海底管前緣上 45° 處，則使曳力減少及上揚力加大之現象則更爲顯著。此一構形類似於OTEC 冷水管上架設有小管徑之電纜或軟管，然而若冷水管之外徑周界上之電纜線等構件與冷水管徑之比值若大於 0.1 倍，則在流向上之有效投影管線面積顯著地增大，故相對之曳力值亦增加[44]。

前述海床粗糙度將使海洋環境中之入射流場之擾亂度增大。在穩定流下之海床邊界將承受很大之激盪，既使在相當光滑之海床亦然。此種邊界層之厚度可能達到 10 公尺[45]，

表五　置於近海床或海床上之海底管設計，可使用之穩定海流曳力及上揚力係數之參考文獻所用試驗條件說明

調查者	試驗之環境	試驗條件	
		Reynold 數範圍	管線相對淨空 (e/D)
Buresti & Lanciotti (1979)[41]	空氣	$8.5\times10^4\sim3\times10^5$	0～2.5
Jones (1976)[40]	水	$3\times10^4\sim8\times10^6$	0
Goktun (1975)[2]	水	$9\times10^4\sim2.5\times10^6$	0.1 ～2.66
Hafen (1975)[28]	空氣	$4\times10^4\sim7\times10^4$	0～2
Kjeldsen (1972)[30]	水	$1.5\times10^4\sim2.0\times10^5$	0.39～0.79
Helfinstine & Shupe (1972)[38]	空氣	$5\times10^4\sim1.3\times10^5$	0
Wilson & Caldwell (1971)[37] (單樁及兩平行圓柱)	空氣	$3.3\times10^4\sim5.7\times10^4$	0.08～1.76 (C_D) 0.02～0.25
Beattie (1971)[36]	(1) 空氣 (2) 水	$4.5\times10^4\sim1.5\times10^5$ $8.5\times10^4\sim2.0\times10^6$	0
Knoblock & Trdler[35]	空氣	$1.5\times10^5\sim3.5\times10^5$	0～1.25

而在其上間歇性發生低流速或高流速加以描述其特性[46]。

㈡由於渦散所產生之非穩定力

渦散對管線系統之結構特性影響性很大。結構系統包括管線單位長度上之有效質量，未支撐管線部份之自然振動頻率，管線支撐之固定性及管線系統之阻尼等參數。對設計者而言，最大之考慮因素爲在極端海流值下管線所承受之應力及最大彎曲度[47]，渦散對穩定曳力和上揚力係數之影響[48]以及未支撐管線跨距下承受水流所產生之振動之疲勞年限（或最大安全度）等[49]。設計者可依設計條件參閱本文參考資料47～49選定適當之設計方法，以下將討論管線相對淨空對渦散現象之影響。

Tsahalis 及 Jone[49,50] 曾調查管線相對淨空（e/D）值在1～50之範圍下對渦散之影響性，該試驗爲在一水槽中執行的，試驗結果發現當e/D值自50降至6及至6降至1，則使一定未支撐管線跨距之疲勞年限增長，換言之在一定疲勞年限下管線之未支撐跨距之最大安全長度增大。此乃因水流所引起之振動量及頻率減少，以及實際上當管線與海床之相對淨空減少時需有很強之水流流速才能使管線造成振動現象。

有許多學者研究過在相對管線淨空$e/D<1$情況下，渦散之產生。例如風洞試驗中，Bearman[51]（在流況$Re=2.5\times10^4$）及 Bruschi[41]（在$Re=8.5\times10^4\sim3\times10^5$）研究成果均發現當$e/D<0.2\sim0.3$情況下，則渦散現象受抑制。Wilson 與 Caldwell[37] 曾在船模試驗室測定在$Re=3\times10^3\sim2.5\times10^4$之流況下，鋼管開始發生與水流橫向之振動現象之臨界流速。

在海床上或近海床上之管線，若流向與管線非正交，則管線方向之改變對渦散之影響性，此類問題之研究文獻並未出現。而 Griffin [47] 曾檢討斜向之水中圓柱體所產生之渦散現象特性。

Bruschi [41] 曾報導在穿越地中海管線（$Re = 1.7 \times 10^5 \sim 2.5 \times 10^5$）上海中現場調查管線表面粗糙度對渦散之影響性。爲求達到超臨界流之特性，本試驗曾在管線上敷設網狀物增大其粗糙性。在粗糙性管線，同時觀測與海流同流向及橫向之振盪現象，有八種管線斷面之振動軌跡之形態出現。最大之振動振幅爲 $2.5D$，且可見到急速振盪之現象，在海流之流速低情況下，管線仍有極大振動之振幅量。而對光滑性管線而言，代表臨界流領域極大，振動量從不大於 $0.5D$，且管線斷面之振動軌跡爲一橢圓形，而無產生急速之振盪現象。他們曾試用過各種渦散振動之消除裝置而發現最佳者爲鋼索螺旋狀盤繞於粗糙管線上而使粗糙管上之最大撓度至少自原有之 $2.5D$ 降至 $0.6D$。

㈢由於紊流所產生之非穩定流力

由於紊流流速對平均值所產生之騷動量造成非穩定流力之顯著性依紊流騷動量之頻率譜及平均值之時間尺度而定。雖然有關此問題在近海床之海洋結構物之研究文獻尚未出現，而 Hallam [52] 曾建議類似在評估結構物承受風力使用之方法，該報告中指出在感潮河口，與紊流流速騷動量（週期小於 1 分鐘）有關之均方根值之水動力大約爲平均流力值之 20%。然而報告中並未提及流速譜是在距海床上多高所測量的。

㈣波浪與海流合成之影響性

海底管線上承受波浪及海流合成之研究似乎僅有 Knoll [53] 試驗過。其爲在亞臨界流況（$Re = 2 \times 10^5 \sim 1.2 \times 10^6$）海床上管線所作的。穩定海流之流速與波浪水分子速度比值（V/u）範圍約爲 $V/u = 0 \sim 5$，僅調查曳力係數（C_D）值，利用實測總流速值得出曳力係數值及利用線性波或 stokes 三階有限振幅波理論推算之波浪水分子運動速度與穩定海流速度疊加所得出之曳力係數值。結果發現在 $V/u < 1$ 情況下，由疊加法所得出之 C_D 值較大，其原因爲使用波浪理論預測之近海床之水分子運動速度值偏低，然而在 $V/u > 1$ 情況下則由預測之流速及實測流速所得出之 C_D 值則相當近似。

四、外海工程經驗

由於海洋溫差發電廠之冷水管設計爲一件剛要發展之技術需應用過去曾做過之海底管線工程經驗，因此需調查研究現已被接受之外海管線工程設計技術及評估最能應用於 OTEC 冷水管設計上者。此包括下列各工程經驗：

(1)外海石油氣管線。

(2)工業及都市廢水之海洋放流管。

(3)核能或火力電廠之熱廢水排放及冷却海水進水口管線。

(4)海底隧道、鐵道及公路。

(5)爲海洋溫差發電廠及海洋養殖目的安裝之深海冷水進水口管線。

雖然電廠之熱廢水排放管及冷却海水進水口管線（管徑約 12～18 英呎）及海底隧道管（管徑約 30～40 呎）等大多數與美國及法國之 OTEC 試驗電廠之冷水管大小相當接近，然而這些管線經常是埋於海床下或置於管溝中，因此很少有此類巨型管徑之冷水管暴露於海床上承受波浪及海流力之經驗。因此以下仍針對海底輸油管（管徑約小於 4 英呎），海洋放流管（管徑約 12英呎以下）及爲 OTEC 試驗廠及海洋養殖目的安裝之深水進水口管線（管徑約 3 呎）等工程經驗討論。

㈠外海輸油氣管

外海輸油氣管線未埋於海床下爲求避免在特定設計波高下避免管線產生移動，需估計其穩定性（例如估算所需之管線上混凝土包覆厚度），所謂設計波高一般指在特定復現期間（代表性爲 100年）之暴風浪指示波高及平均週期之極端值。波峰線假定相當長且其方向與管線平行。最近 Grave-

sen[54] 之研究建議此種設計波高法可能過份保守，他們曾使用電腦模擬考慮暴風浪之方向分散及短峰波性質結果顯示既使在最大之波高情況下所得出之管線應力比用設計波高得出者爲低。其研究結論爲由於利用方向波譜對暴風浪可作更逼眞地描述，因此可能對混凝土包覆需求及有關之敷設管線技術更了解，而可節省顯著之工程費用。Lambrakos[56] 曾使用一類似之方法，根據一管線在設計年限內承受一些暴風浪作用估算其動力反應即總管線位移量及累積應力值。

Reifel[58] 曾檢討墨西哥灣敷設之輸油氣管線遭受暴風浪破壞之事例。而 Strating[57] 則概觀北海之海底管在安裝、試用及操作情況下之事故。墨西哥灣大多數之意外事故包含管徑 4～12 英吋，在水深 100 英呎以下暴露於海床上者，大多數之災害均由於管線與井頭（Wellhead）及直立管連接處之相對運動所致，而有一情況爲鄰近兩管線間之磨損。而在北海之報導中僅有一個情況直接承受暴風浪而造成災害者，即不與波浪引起之土壤液化，海床高程暴跌及冲刷現象相關聯者。亦含在近謝德蘭群島（Shetland）岩床上之三英呎管徑之油管、在近岸之淺海水流所引起之振動現象將導致水泥包覆之脫漏，而使得管線漂浮至水面上。

橫越地中海之天然氣管線計劃所遭遇之海洋環境條件類似於具有潛力之海洋溫差發電廠址之海況。有三條管徑20英吋之管線置於水深超過 1990 英呎海床斜坡大至 33° 之上。海床上之不規則性而使管線自由懸掛之跨距達 164 英呎，而距海床高達 69 呎[58]，在此條件下，主要考慮者爲海流引起之振動及相關聯之管線疲勞，Bruschi[41] 亦曾在實驗室及海上作過研究評估渦散之產生[41]。

㈡海洋放流管

在置於海床上之海洋放流管亦如同海底輸油氣管使用設計波計算波浪負荷，然而在此情況下亦需考慮波浪折射及淺化現象。而在美國 Oahu 之 Kahe point 計劃之 OTEC 地點附近有兩條海洋放流管，設計波採用與設計暴風浪相關聯之概率最大之極端波高及指示週期。在一定暴風浪下，此參數比海底油管所用之示性波高及平均週期之設計標準更爲保守。

暴露於海床上之海洋放流管之穩定性爲在管線兩側拋置異型塊石及多層石塊，設計程序分爲兩個階段，首先將異型塊石及鋼管構形當作一整體，決定單位長度所需之穩定物重量。然後需評估作用於單一塊石及異型塊上所承受之水動力負荷。故可估算穩定物之大小及避免穩定物材料發生運動及受冲刷之現象。

Grace[59] 曾檢討在夏威夷一些巨型海洋放流管遭受暴風浪或海嘯作用而產生移動及破壞事例。如同輸油管、水流引起之磨損可能亦爲造成災難之原因。他曾在報告中提及在英國哥倫比亞之紙漿工廠之廢水海洋排放管，此種塑鋼管（FRP）亦有受水流磨損之現象，同時亦需注意在 Guam 地點，由於淺海之波浪運動造成海床上巨大之圓石產生運動而使得與海床有間隙之混凝土放流管部份產生破壞。

㈣深海進水口管線

第一條敷置於海床上之深海進水口管線爲在 1930 年法國物理學家 George claude 在古巴之 Matanzas 灣建一海洋溫差發電試驗廠之冷水管。該管線爲管徑 5.2 英呎（1.6 公尺）之鋼管藉本身重量依附於海床上，電廠很成功地操作了 11 天，而後在一颱風冲擊下，在水深 15～20 英呎下與冷水井聯接之管線受風浪破壞而終止試驗。

法國 Energie des Mers 公司於 1947 年及 1955 年分別在法國 Brest 及象牙海岸 Abidjan 等地做了一些海底管線施工方法之試驗。這些試驗中最大者爲在 Abidjan 外海 300 公尺水深下敷設管徑 2 公尺，管段長達 150 公尺，然後並未做永久性之安裝。

爾後直至 1972 年美國科學基金會開始撥款給能源部負責執行 OTEC 研究工作，1979 年 8 月 3 日迷你 OTEC 在夏威夷正式成功地發現後，在 1981 至今在美、日及歐洲各國有許多爲 OTEC 或海洋養殖目的使用之深海進水口管

線相繼敷設。表六列出幾條現有架設於海床上之深海進水口管線之說明；而有關這些管線設計之海流及波浪設計準則及實際情形討論如下：

(1)環球蛋白質公司（Worldwide protein, Inc.）所使用之管線其目的在輸送含豐富營養鹽之深海水至海岸上漁塭中，管線分爲兩段不同之斷面，在可能遭受負荷之分析，顯示在淺海12英吋之涵管設計主要由波浪負荷控制，而所考慮之錨碇系統設計過份保守，由於該地之波高很少超過4英呎者，波浪條件相當柔和故不論涵管或錨碇塊石均未曾發現有災害現象發生。而深海段之設計由海流負荷控制，由經驗指出該地之海流未超過設計海流0.5節（knots）。1976年3月曾利用潛艇ALVIN號檢視此海底管線而發現均在良好狀態，而可見到在深海中有多處管線自由懸置於崎嶇之海床上。

(2)海洋及海岸試驗設施（Seacoast Test Facility）現有之冷水管可分爲三段。如前述環球蛋白質公司敷設之海底管一樣，在淺海段主要考慮之負荷爲波浪負荷，而深海段之設計則考慮海流負荷。預報波浪負荷之方法如上述海洋放流管中說明，利用設計波高54英呎、週期12秒之設計波高法解析。混凝土塊錨碇系統之設計爲假設管線上無軸向張力。然而當置管後，管線之中間段承受相當大之張力，故需增加錨碇，使管線達穩定狀態。用於預測深海段易浮性之垂曲線

表六　現有大陸架上安裝之深海進水口管線概述

主持計劃之公司	進水口管線目的	地點	安裝時間	管線內徑及管材	管線支撐概述
環球蛋白質公司 Worldwide protein, Inc.	海洋養殖業	美國virgin島 st. croix	1972	3英吋PE管 (3in polyethylene)	(1)水深0～40英呎淺海地區三條PE管包於一12英吋之Techite管內，而其上用混凝土鞍塊固定於海床上。 (2)水深40英呎～深海進水口（2130～2620英呎）各管線裝上環管，環管重之間距使得在近管線端點之管線利用浮標而使其離海床100呎而保持中立。
海岸及海岸試驗設施 (Seacoast Teet Facility)	海洋溫差發電	夏威夷之keahde pt.	1981年11月	12吋PE管	(1)水深0～50英呎淺海地區 管線包於管徑14英吋之套管中，其上用鋼鞍固定於海床上支撐。 (2)50′～500′ 管線上用混凝土鞍狀物支撐，未固定於海床上。 (3)500′～深海進水口深（1920′） 管線形成懸浮性之懸垂線，在靜水位情況下極大之設計高程距海床500′懸垂線上之進水口端用Danforth錨碇固定住。
日本東電設計株式會社	海洋溫差發電	諾魯共和國	1981年10月	2.25英呎管徑之塑膠管橫越珊瑚礁層後用2′30′之PE管置於大陸架上。	(1)橫越珊瑚礁層之管線斷面 用混凝土塊作支撐，使管線不與海床直接接觸。 (2)置於海床上之深海段（至進水口深＝1840′）此段爲海床直接支撐管線負荷。
日本九洲電力株式會社	海洋溫差發電	日本九洲北方德之島	1982年8月	1.6英呎PE管	(1)大陸架上段 管線包於2.35′ϕ之鋼管內，用鋼纜使管線置於海床上，管線兩邊有錨碇塊固定之。 (2)大陸架下段（進水口深＝1180呎） 冷水管直接置於海床上，最外包覆鋼管自至固定。

之最大側向撓度之設計海流剖面爲自水深500英呎之1.6 knots變至2,000英呎下之0.5 knots。

此冷水管歷經數次暴風浪而能存在，在1981～1982間冬季裡，波高20～25呎之巨浪使得近海岸之最上端管線上之一些混凝土塊（原爲使用填充混凝土之沙袋）被冲鬆，而造成冷水管受周界之巨大圓石冲擊而有些擦傷。1982年8月使用鋼鞍塊（ste l saddles)替代，爲求側向支撐穩定，另使用鏈條及鬆緊螺旋扣在管線兩側鉆孔栓於螺紋樁固定於海床上。最近（1982年11月23～24日）通過夏威夷之Iwa 颱風，雖然有些½英吋厚之鬆緊螺旋扣遭受破壞，然而管線本身並未移動或損害。中間段在水深300英呎管線穿過細砂區而可看見管線下有被海流冲刷之壕溝。而管線情況良好，此下段在Iwa 颱風下亦未受災害。

(3)諧魯100 kw岸上式溫差發電試驗廠：此爲日本東電設計株式會社負責敷設法研究於1981年8月間成功地以浮遊拖管法將一支內徑700 mm，管厚30～35 mm總長940公尺之高密度PE管（high density pdyethlene pipe）敷設於550公尺水深之諾魯海域[60]。該工程之最大設計波高爲13呎（4m），最大波浪週期15秒，深海之海流剖面範圍爲0.4～0.8 knots[61]，據稱該管線曾遭受碎波作用而遭受傷害，Kajikawa博士曾在1982年國際海洋會議（Qcean '82)中證實，但未提及傷害程度。

(4)九洲德之島50 kw岸上式溫差發電試驗廠，此爲日本九洲電力公司負責研究者於1982年2月1日開工，冷水管內徑500mm，管長2400 公尺，管厚23～26mm 採用高密度PE管1982 年6月中旬用海底拖管法順利地完成[60]，本工程設計條件爲波高36呎（11m）週期10 秒及海流速度0.8 knots（40 cm/ sec)，該冷水管剛操作一短時期，災害情況尚未知。

五、結論

以上檢討在海洋工程文獻上已發表有關海底管暴露於海床承受水動力負荷之設計資料根據。而這些資料在設計架設於海床上之海洋溫差發電廠之冷水管之可應用性，扼要歸納如下。

有關波力方面，Morision公式似乎適用於水深大於管徑三或四倍之情況。而在海洋溫差發電之先導性電廠計劃所擬用之巨大管徑冷水管之流況下（雷諾數特性）沒有現成之波力係數可供使用，同時波浪與管線夾角變化，管線表面粗糙度及崎嶇不平之海床地形對波力係數之影響性亦需再深入研究。而若水深比較管徑之三或四倍爲小之情況，則波浪負荷領域以波浪繞射，波浪尖銳性及碎波性質最佔優勢，前兩者之影響性僅理論值曾報導過。而有關碎波情況下之波力現正進行海中試驗研究。

而有關海流引起之水動力，雖然有穩定上揚力、曳力及與渦散有關之橫向振動之設計資料可使用，然而在海洋溫差發電廠所需巨型冷水管之超臨界流況下之水動力係數資料相當缺乏。同時亦需更進一步地求取流向與管軸非正交情況下之水動力資料。管線表面粗糙度曾在海流中之研究較波浪中之研究更爲廣泛，且似乎依粗糙量之大小及空間分佈而定，另外海流疊加波浪，海床上之崎嶇性及其關之紊流度之影響並未出現研究文獻。

根據對現有海底管線設計實務之了解，過去使用設計波高法在設計輸油管及放流管上太過份保守。此對小管徑之管線而言，對整個工程計劃之經濟影響不大，故仍可被接受。然而對於大陸架上或岸邊建造海洋溫差發電廠所需敷設巨大之冷水管線。管線固定之基礎系統安裝費用可能較管線本身之敷設費用更爲昂貴，因此考慮海浪之短峰波和分散性、折射、淺化等性質以方向波譜描述海浪環境特性處理可能爲一較爲經濟之設計方法。

根據幾個具有發展海洋溫差發電之代表性地點之各海洋環境條件下，冷水管設計實務之檢討結果顯示在極端水動力負荷下之災害經常與管線和基礎之接觸點之相對管線運動有關因而導致管線或基礎損害。塑鋼管和混凝土管之損害可能爲水流帶動海床上岩石塊或圓石衝擊管線而造成擦傷。同時

崎嶇不平之海床地形，可能使管線懸置於海床上很長一段距離未受支撐，在此情況下最主要之考慮因素爲由於渦散所引起之疲勞損害。

現存爲海洋溫差發電漁生物及養殖設備使用之深海進水口管線，一般而言在水動力負荷下均情況良好。由於這些管線之管徑小故使其工程經濟而言，可以在淺海區安裝許多間距相當密集之管線支承以抗拒暴風浪之襲擊。這些基礎系統顯得太過浪費，此顯然爲夏威夷 Seaeoast Test Facility 之冷水管能承受極端颱風波浪負荷而能存在之主要因素。此設計策略對海洋溫差發電先導性電廠計劃似乎太浪費，其原因爲冷水管之基礎系統施工操作所需租借或建造外海裝備相當昂貴，再者因作用於巨型管線上之波力以內力較佔優勢且波力與管徑之平方成正比。此現象在水深愈深情況下愈顯著，且管線相當大之部份需加安定物使其保持穩定。故對海洋溫差發電廠架設於大陸架上之巨型冷水管而言，必須能準確地預報水動力負荷及避免設計上太過份保守，此爲相當重要的原則。

六、參考文獻

1. Wright, J.C. and T. Yamamato, 1979 "wave forces on cylinders near plane boundaries", J. Waterway, etc. Div, prov. ASCE, 105 (WWI): 1-13.
2. Sarpkaya. T. and M. Tsaacson 1981 "Mechanics of wave forces on offshore structures", Van Nostrand Reinhold Co. New York.
3. Chakrabarti, S.K. and D.C. Cotter, 1975 "Discussion of wave forces on cylinders near plane boundary" J. Waterway etc. Div. Prov. ASCE, 101 (WW3); pp 303-305.
4. Efthymiou, M. and R. Narayanan 1981 "wave forces on submarine pipelines proc. Instn. Civ. Engrs, part 2, 71: pp 773-787
5. Sawargi, T. and K. Iwata 1974 "on wave deformation after breaking proc. 14th coastal Eng. Conference. pp 481-499.
6. Silvester, R. 1974 "Coastal Engineering Elsevier Scientific Publishing Co.Amsterdam.
7. U.S. Army Corp. of Eng. Coastal Engineering Research Center 1977 "shore protection manual" U.S. government printing office, Washington D.C.
8. Morision J.R, M.P. O'Brien, J.W. Johnson and S.A Schaaf, 1950 "The forces exerted by Surface Waves on Piles" Petroleum Trams. AIME, 189, pp 149-157.
9. Maull, D.J. and S.G. norman, 1979 "A horizontal circular cylinder under waves, in "Mechanics of Wave induced forces on cylinders ed. by T. L. Shaw pitman advanced pub. program, San Francisco pp 359-378.
10. Yamamato T.J. Nath and L. Slotta 1973 "yet another report on cylinder drag or wave forces on horizontal Sabmerged cylinder oregon state University Engineering Experimental station Bull, 47.
11. Brestchneider, C.L. 1980 "Current-Wave Spectra Coupling Project University of Hawaii, James K. K. look laboratory of oceanographic Engineering. Technical Report 80-1.
12. Sarpkaya, T. 1977 "In line and transverse forces on cylinders near a wall in oscillatory flow at high Reynolds numbers, proc. 9th Annual offshore Technol. conf. III. pp 161-166.
13. Sarpkaya, T. and F. Rajabi 1980 "Hydrodynamic drag on bottom-mounted smooth and rough cylinder in periodic flow, proc. 12th and rough cylinder in periodic flow. proc, 12th annual offshore Technol, Conf. II. pp 219-226.
14. Bowie, G.L. 1977. Forces exerted by waves on a pipeline at or near the ocean bottom U.S. Army Corps of Engineers, Coastal Eng. Reseach Center, Technical paper TP 77-11.
15. Yamamato, T. and T.H. Nath 1976 "High Reynolds number oscillating flow by Cylinders, proc. 15th Coastal Eng. Conf. pp 2321-2340.
16. Grace, R.A. and S.A. Nicinski 1976" wave force Coefficients from pipeline reseanch in the ocean" proc. 8th Annual offshore Technd Conf. III. pp 681-694.
17. Jothishankar, N. and V. Sundar, 1980 "wave

forces on offshure pipelines proc 17th Coastal Eng. Conf. pp 1819-1828.
18. Brater, E.F. and R. Wallace, 1972. Wave forces on submerged pipelines. Proc. 13th Coastal Eng. Conf.: 1703-1720.
19. Grace, R.A., 1971. The effects of clearance and orientation on wave induced forces on pipelines: results of laboratory experiments. University of Hawaii, James K.K. Look Laboratory of Oceanographic Engineering, Technical Report 71-15.
20. Grace, R.A., J. Castiel, A.T. Shak and G.T.Y. Zee, 1979. Hawaii ocean test pipe project: force coefficients. Civil Engineering in the Oceans, IV: 99-110.
21. Grace, R.A. and G.T.Y. Zee, 1981. Wave forces on rigid pipes using ocean test data. J. Waterway, etc. Div., Proc. ASCE, 107 (WW2): 71-92.
22. Lundgren, H., B. Mathiesen and H. Gravesen, 1976. Wave loads on pipelines on the seafloor. Behavior of Offshore Structures: Proc. 1st Int. Conf.: 236-247.
23. Graham, D.S. and J.L. Machemehl, 1980. Appropriate force coefficients for ocean pipelines. ASME Energy Technol. Conf. & Exhibition, New Orleans, LA, Paper No. 80-Pet-61.
24. Yamamoto, T., J.H. Nath and L.S. Slotta, 1974. Wave forces on cylinders near plane boundary. J. Waterway, etc. Div., Proc. ASCE, 100 (WW4): 345-359.
25. Nath, J.H., T. Yamamoto and J.C. Wright, 1976. Wave forces on pipes near the ocean bottom. Proc. 8th Annual Offshore Technol. Conf., I: 741-747.
26. Garrison, C.J., F.H. Gehrman and B.T. Perkinson, 1975. Wave forces on bottom-mounted large-diameter cylinder. J. Waterway, etc. Div., Proc. ASCE, 101 (WW4): 343-356.
27. Pearcey, H.H., 1979. Some observations on fundamental features of wave-induced viscous flows past cylinders. In: T.L. Shaw (Ed), Mechanics of wave-induced forces on cylinders. Pitman Advanced Publishing Program, San Francisco: 1-54.
28. Tsuchiya, Y. and M. Yamaguchi, 1972. Some considerations on water particle velocities of finite amplitude wave theories. Coastal Eng. in Japan, 15: 43-57.
29. Dean, R.G., 1974. Evaluation and development of water wave theories for engineering application. U.S. Army Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center, Sepcial Report SR-1.
30. Grace, R.A., 1976. Near-bottom water motion under ocean waves. Proc. 15th Coastal Eng. Conf.: 2371-2386.
31. Forristall, G.Z., E.G. Ward, L.E. Borgman and V.J. Cardone, 1978. Storm wave kinematics. Proc. 10th Annual Offshore Technol Conf., III: 1503-1514.
32. Isaacson, M. de St. Q., 1979. Non-linear inertia forces on bodies. J. Waterway, etc. Div., Proc. ASCE, 105 (WW3): 213-227.
33. Grace, R.A. and J. Castiel, 1975. Non-breaking and breaking wave forces on pipelines. Civil Engineering in the Oceans, III: 523-534.
34. Brevig, P., M. Greenhow and T. Vinjie, 1981. Extreme wave forces on submerged cylinders. Proc. 2nd Int. Symposium on Wave & Tidal Energy, Cambridge, England: 143-166.
35. Ippen, A.T., 1966. Estuary and coastline hydrodynamics. McGraw-Hill, New York.
36. Beattie, J.F., L.P. Brown and B. Webb, 1971. Lift and drag forces on a submerged circular cylinder. Proc. 3rd Annual Offshore Technol. Conf., I: 319-328.
37. Wilson, J.F. and H.M. Caldwell, 1971. Force and stability measurements on models of submerged pipelines. Trans. ASME, J. of Engineering for Industry, November 1971: 1290-1298.
38. Helfinstine, R.A. and J.W. Shupe, 1972. Lift and drag on a model offshore pipeline. Proc. 4th Annual Offshore Technol. Conf., I: 563-572.
39. Kjeldsen, S.P., O. Gjorsvk, K.J. Bringaker and

J. Jacobsen, 1973. Local scour near offshore pipelines. Proc. 2nd Int. Conf. on Port and Ocean Engineering Under Arctic Conditions: 308-331.
40. Jones, W.T., 1976. On-bottom pipeline stability in steady water currents. Proc. 8th Annual Offshore Technol. Conf. II: 763-777.
41. Bruschi, R.M., G. Buresti, A. Castoldi and E. Migliavacca, 1982. Vortex shedding oscillations for submarine pipelines: comparison between full-scale experiments and analytical models. Proc. 14th Annual Offshore Technol. Conf., II : 21-36.
42. Garrison, C.J. 1980. A review of drag and inertia forces on circular cylinders. Proc. 12th Annual Offshore Technol. Conf. II: 205-218.
43. Noda, E.K., 1982. Current measurements off Kahe Point, Oahu, in support of OTEC program for Department of Planning and Economic Development, State of Hawaii. E.K. Noda Associates, Honolulu, HI, August 1982.
44. Brown, R.J., 1967. Hydrodynamic forces on a submarine pipeline. J. Pipeline Div., Proc. ASCE, 93 (PL1): 9-19.
45. Komar, P.D., 1976. Boundary layer flow under steady unidirectional currents. In: D.J. Stanley and D.J.P. Swift (Eds.), Marine sediment transport and environmental management. John Wiley & Sons, New York: 91-106.
46. Gordon, C.M. and J. Witting, 1977. Turbulent structure in a benthic boundary layer. In: J.C.J. Nihoul (Ed.), Bottom turbulence. Elsevier, Amsterdam: 59-81.
47. Griffin, O.M., 1980. OTEC cold water pipe design for problems caused by vortex-excited oscillations. Naval Research Laboratory Memorandum Report 4157.
48. Griffin, O.M., 1982. Steady hydrodynamic loads due to vortex shedding from the OTEC cold water pipe. Naval Research Laboratory Memorandum Report 4698.
49. Tsahalis, D.T. and W.T. Jones, 1982. The effect of the sea-bottom proximity on the fatigue life of suspended spans of offshore pipelines undergoing vortex-induced vibrations. Proc. 14th Annual Offshore Technol. Conf., II: 11-20.
50. Tsahalis, D.T. and W.T. Jones, 1981. Vortex-induced vibrations of a flexible cylinder near a plane boundary in steady flow. Proc. 13th Annual Offshore Technol. Conf., I: 367-381.
51. Beanman, P.W. and M.M. Zdravkovich, 1978. Flow around a circular cylinder near a plane boundary. J. Fluid Mech., 89: 33-47.
52. Hallam, M.G., N.J. Heaf and L.R. Wootton, 1978. Dynamics of marine structures. CIRIA Underwater Engineering Group Report UR8.
53. Knoll, D.A. and J.B. Herbich, 1980. Wave and current forces on a submerged offshore pipeline. Proc. 12th Annual Offshore Technol. Conf., II: 227-234.
54. Gravesen, H. and R. Nielson, 1981. Some environmental design aspects of marine pipelines for Danish North Sea service. Offshore Oil and Gas Pipeline Technology, 1981 European Seminar, London.
55. Lambrakos, K.F., 1982. Marine pipeline dynamic response to waves from directional wave spectra. Ocean Engineering, 9: 385-405.
56. Reifel, M.D., 1979. Storm related damage to pipelines, Gulf of Mexico. Pipelines in Adverse Environments: 169-186.
57. Strating, J., 1981. A survey of pipelines in the North Sea indicents during installation, testing and operation. Proc. 13th Annual Offshore Technol. Conf., III: 25-32.
58. Anon., 1980. Computerized rig lines the depths. Engineering News Record, June 1980: 60-61.
59. Grace, R.A., 1978. Marine outfall systems: planning, design and construction. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ.
60. 魏兆歆、黃秉鈞"紅柴溫差發電廠構想設計研究"慶齡研究中心研究報告58號民國71年8月
61. Seya, Y., 1981. Ocean thermal energy conversion. English translation of Japanese technical journal article, available for Mr. Richard Norling, Division of Ocean Minerals and Energy, National Oceanic and Atmospheric Administration, Washington, DC 20235.

海洋溫差發電廠冷水管因受渦散作用而發生振盪現象之解析

OTEC Cold Water Pipe Design Problems Caused by Vortex-oscillation

林　維　明

LIN WEI-MING

中華顧問工程司工程師

摘　　要

海洋結構物承受渦流作用，將使結構物造成巨大之流體負荷而引起結構振動，結構材料發生疲勞，降低使用壽命，甚而造成破壞，海洋溫差發電廠之冷水管其管徑相當巨大，一般冷水管均需深及水深約一千公尺深海才有足够海洋溫差能力供給發電，故管長與管徑之細長比值 (L/D) 大，冷水管爲一順柔性之圓柱體，易受渦流激盪而遭破壞，故本文的目的在蒐集近年來有關結構物承受渦流而發生振盪現象之研究成果且考慮在海洋溫差發電廠（以下簡稱OTEC）冷水管設計之應用性，文中並列舉實例說明。

本文研究範圍僅限於巨大直立順柔性海洋圓柱體在穩定之洋流或潮流之情況下所引起之渦流激盪問題特性之研討，除考慮光滑圓柱體在均勻流之特性外，對於非均勻流、圓柱表面粗糙度、進襲水流與圓柱之偏角等各參數之影響性亦加考慮，同時本文特別强調發展設計程序及水動力係數之實際適用性，並定義與 OTEC 冷水管振動相關之結構物反應參數，實際海洋中冷水管在波浪或波浪與海流疊加之海洋環境下所引起之渦散而造成之振動現象爲一相當重要且實際之問題，而這些複雜之流體與結構互制問題未在本文討論範圍，可參見 Sarpkaya[1] 及 Hogben[2] 之論文。

ABSTRACT

The objective of this paper is to survey recent results pertaining to the vortex-excited oscillations of structures in general and to consider the application of these findings to the design of the OTEC cold water pipe.

It is limited to the problems of vortex shedding from bluff, flexible structures in steady currents and the resulting vortex-excited oscillations. The effects of flow non-uniformities, surface roughness of the cylinder, and inclination to the incident flow are considered in addition to the case of a smooth cylinder in a uniform stream. Emphasis is placed upon design procedures, hydrodynamic coefficients applicable in practice, the specification of structural response parameters relevant to the Ocean Thermal Energy Conversion (OTEC) cold water pipe and some practical design calculation examples.

一、前　　言

非流線型或直立式結構物，經常可發現當其承受風或水流作用時將顯出振盪不穩定現象，對此種流體所產生之共振現象，其運動機構爲衆所熟悉之有組織且週期性之渦散所致。

渦散之形成機構如圖一所示，渦流激盪將使圓柱體表面之壓力分佈發生變化，此種作用於圓柱體上之流力，隨渦流激盪頻率及時間而變可分爲與流向相同之穩定或非穩定曳力，和與流向垂直之非穩定上揚力(或稱橫向力)，若渦流之運動頻率與結構體之自然振動頻率接近，則將產生共振現象，此時結構體之運動很顯著地控制渦流激盪頻率，此種現象通稱爲鎖合現象(lock on)，一穩定性結構體最常見之振盪現象爲橫向振盪 (cross flow oscillations)。但若一順柔性且其結構阻尼爲微量，則所發生之共振現象可能同時含有與水流同向之振盪(inline oscillations)成橫向振盪兩種。

在昇導管及海域平臺，其直立圓柱形構件易受

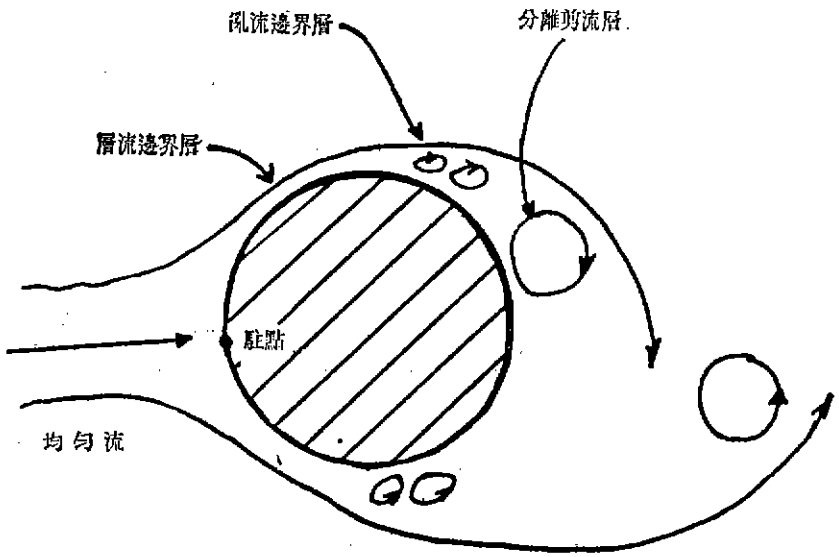


圖 1　圓柱體周界之流況

進襲海流作用而產生渦散現象，OTEC冷水管爲一直立順柔性圓柱體，其細長比 (slenderness ratio or aspect ratio)(卽管長 (L) 與管徑 (D) 比) 大，易受海流作用而產生渦流激盪之現象。爲求其設計安全可靠，必須充分了解流體與結構體互制特性及其水動力負荷。目前已有不少文獻探討渦流引起之振盪現象例如有關渦流振盪之一般性檢討[1]，海洋結構物動力設計基準[5]，流體引起振盪一般性探討[4]，及有關海洋結構物相關之渦散問題研究論文[6]等均各以不同之觀點研究。

而本文主要之目的在蒐集近年來有關在一穩定流況下，一直立管遭受渦流所引起之振盪現象，歸納評估其在 OTEC 冷水管設計之應用性，所蒐集之數據包含小縮尺之實驗室試驗成果及實際海洋結構物之現場調查結果，而這些成果已曾在外海結構物及纜索系統之動力分析上考慮作爲設計之方法，相當具有實用價值。

二、OTEC 發展背景[6]

海洋溫差發電原理爲利用海面上高溫之海水與深海中低溫之冷海水之熱能轉換產生低壓蒸汽壓驅動熱引擎而發電，OTEC 之構想在美、日、法等先進國家已掀起研究熱潮，待解決之技術問題包括下列各項。

(1)熱交換器（卽冷凝器和蒸發器）和工作流體之施工材料及生物附著和腐蝕。

(2)海域平臺及冷水管結構物。

(3)能源轉換之開放式或密閉式循環製程。

(4)海中電力輸送電纜。

(5)整個 OTEC 電廠之可施工性及長期之可靠性。

上列問題在國際外海工程技術 (Offshore Te-

chnology Conference)、海洋能源(Ocean Energy Conference) 及海洋溫差發電 (Ocean Thermal Energy Conversion Conference)等會議中每年均有詳細之探討，而有新的突破性發展。

OTEC 之發展應追逆至 1881 年法國物理學家 Jacques D'Arsonval 首先倡議利用 OTEC，係將海面上之溫海水流至海底，使其放出熱能而用於發電。至 1926 年，法國工程師 Geoge Claude (D' Arsonval 之學生) 實際建造一開放式循環電廠，利用瞬間蒸發，低壓蒸汽當作工作流體，在 1928 年建造一小型電廠，其溫差僅約 20°C 產生 60 瓩，僅 25 %之總電力用於電廠中之機械運轉，然後又選擇在古巴島進行岸邊電廠，利用海水實地試驗，安裝長達一千多公尺直徑 1.8 公尺之冷水管產生 22 瓩之電力，實際溫差約 14°C，此試驗以海水作爲工作流體，而發生機械腐蝕問題，機械耗電量極大，而實際輸出之發電量相當有限，當電廠操作11天後，冷水管在一暴風浪下受冲毀，未再修復。

Claude 另在巴西外海建造一浮體式 OTEC 電廠於一艘一萬噸級之貨輪 La Tunisie 號上，基本設計與陸上岸邊 OTEC 類似，預期輸出電力爲 800 瓩，配置如圖二所示，除使用開放式循環外，Claude 之 OTEC 製程、配置、系統之基本形態與近年來之 OTEC 構想相同(圖三爲 OTEC-1 配置)，後來因操作不良而放棄，然而 Claude 爲建立 OTEC 觀念可行性之先驅者。

OTEC 操作上主要爲自深海中抽取冷海水至平臺上進行熱能交換，需經由懸吊於平臺上或固定於大陸棚上之巨大冷水管抽取大量之冷水，一座 40 MW (百萬瓩特) 之電廠，其冷水管徑可能需大於 9.2 公尺而管長約 1000 公尺以上，置於海洋

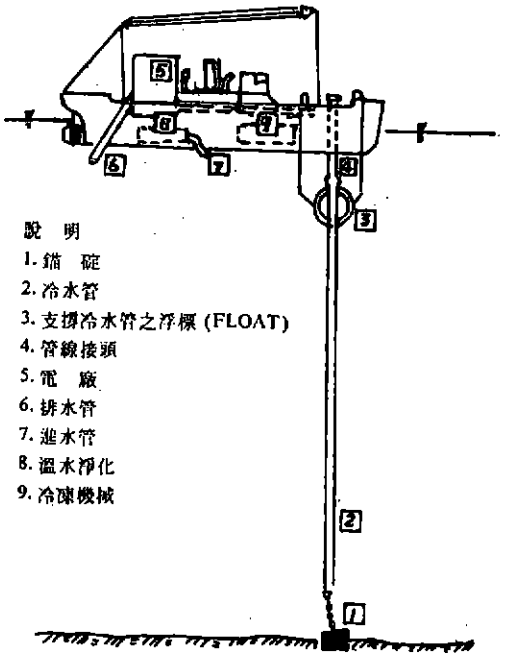


圖 2 Georges claude 安裝於 1 萬噸貨輪 Tunisie 號上之 800 瓩開放式循環 OTEC 電廠之示意圖

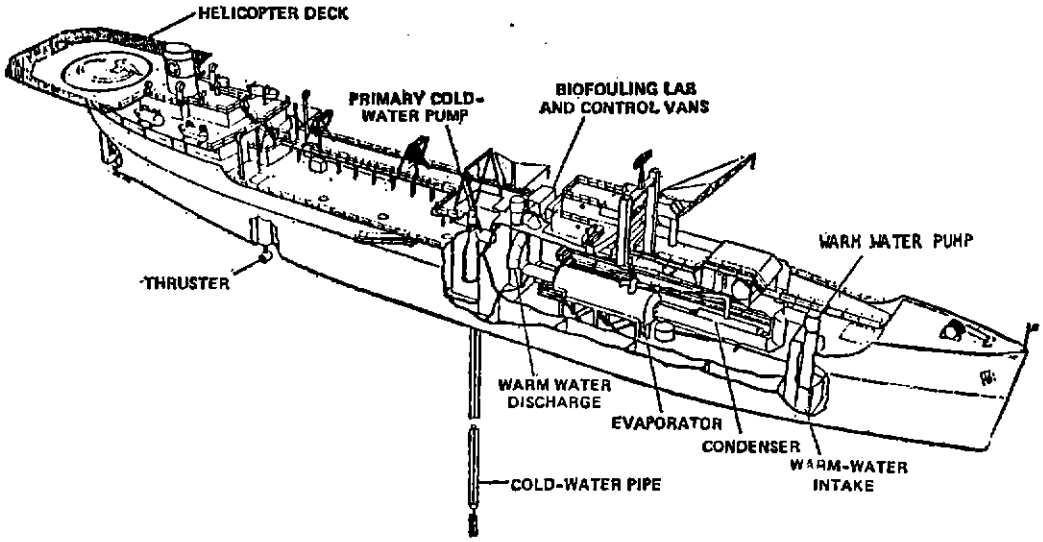


圖 3 美國海軍油輪改裝爲 OTEC 試驗平臺稱爲 OTEC-1 號

環境中，冷水管直接承受水動力或間接由外海平臺運動所致，對此水動力特性之充分了解及事先防範爲確保 OTEC 電廠安全之最基本之考慮重心。

美國對 OTEC 之研究發展居領導地位，洛克菲特火箭及太空公司(Lockheed Missiles & Space Co.)所主持之 OTEC 研究小組曾率先於 1979 年 8 月使用其特製之實驗船在夏威夷外海進行 Mini-OTEC 發電試驗三個月，成功地輸出 60 瓩電力，此小規模之成就，促使 1980 年 7 月美國國會通過一項法案制定法律頒佈 OTEC 開發法，督促OTEC 邁向商業化之生產階段，並委託能源部推動本計劃由其國立海洋與大氣管理局 (National Oceanic and Atmospheric Administration NOAA) 之海洋工程室 (Office of Ocean Engineering) 負責推動海洋工程技術發展計劃，其目的在發展可靠之工程設計，預測冷水管在使用年限內之水彈性反應(hydroelastic response of CWP)，平臺與冷水管互制、平臺穩定性及海水系統設計等問題例如一 40MW 電廠冷水管中海水輸送率達 13×10^4 公升／秒，欲期使用壽命爲 30 年，NOAA/DOE 對冷水管技術發展計劃考慮下列三大項：

(1)了解冷水管候選材料特性、特別有關其强度及長期循環疲勞之特性。

(2)決定冷水管拖至現場及拋放期間可能承受之外力反應特性。

(3)決定冷水管與平臺系統互制下，在正常操作或颱風情況下承受所有環境負荷之反應。

有關冷水管設計與發展計劃之一般性檢討可見 Scotti[7] 之論文而冷水管之初步構想設計如圖4～6[8,9]，可歸納爲下列三大類：

(1)堅硬壁管 (rigid wall pipe)：爲直立或具有關節式接頭 (articulated joint)(圖四)。

(2)順柔性管 (compliant pipe)(圖五)。

(3)冷水管固定置於海床上者(bottom mounted CWP)(圖六)。

候選之冷水管施工材料現有鋼鐵、混凝土、複

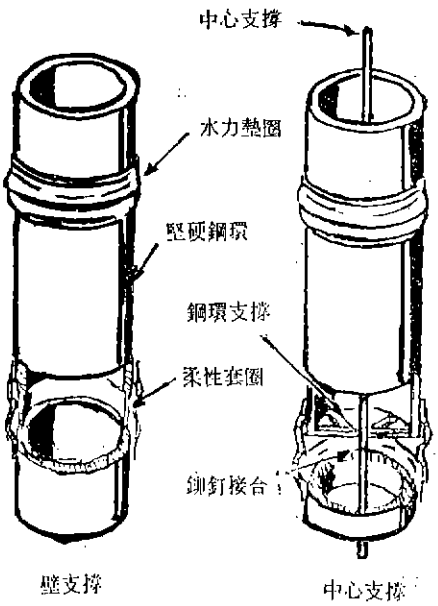


圖 4　代表性剛性壁 OTEC 冷水管(無關節式接頭者)供給 10/40 MW 關廠用

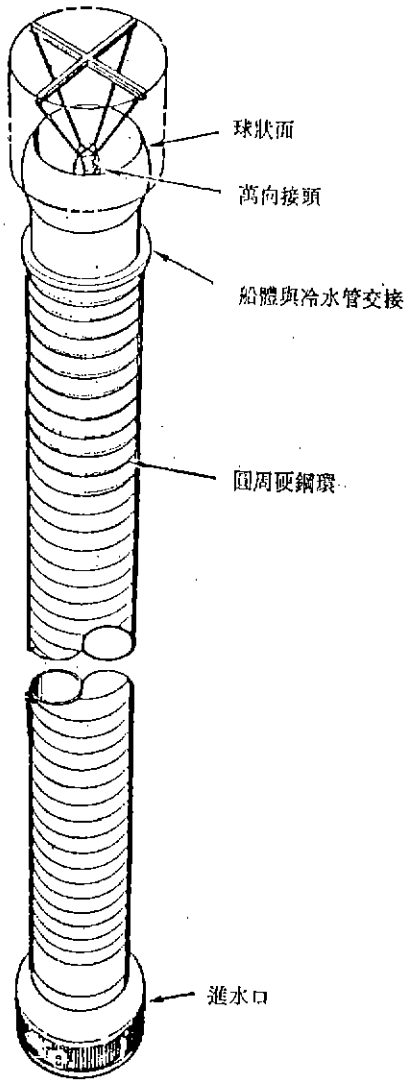


圖 5　代表性軟骨型 OTEC 冷水管

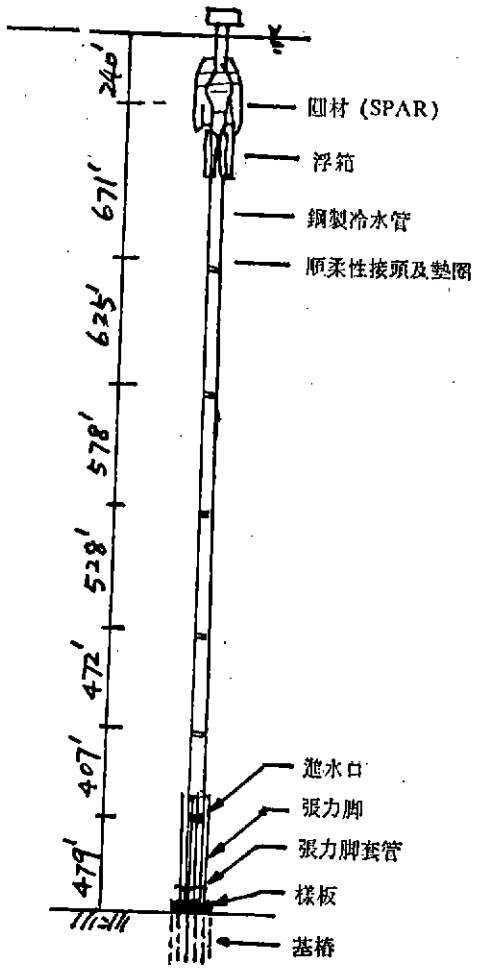


圖6 海床固定型 OTEC 冷水管及 10/40MWe 電廠示意圖

合材料例如高密度加强聚乙稀管 (fiber reinforced plastic (FRP))，熱可塑性管 (thermoplastics) 和人造橡膠管 (elastomers/fabrics) 等各種材料。

最近美國已完成一10/40 MW 之 OTEC 實驗電廠初步設計，一爲 Johns Hopkins 大學應用物理實驗室完成之可動式電廠 (grazing plant)，而另一則爲 Gibbs & Cox 公司所做之桅杆形平臺 (spar platform)。

一般海面與海底溫差若超過 20°C 以上，較具有發電效率，而我國臺灣東部海面之溫差約爲27°C 水深 700 公尺之水溫約小於 7°C，若能找到水深超過 700 公尺之等水深線而緊鄰海岸爲最理想之條件臺電公司曾委託國立臺灣大學海洋研究所於 70 年 4 月完成水深調查，初步判斷顯示在花蓮、臺東附近和平、石梯及樟原三處相當理想，尤其和平外海距岸約 1.5 公里即達水深 700 公尺，而影響建廠因素很多，因此目前正進行細部之現場調查工作，同時在紅柴附近之核能三廠排放出之冷却水較普通海面水溫約高攝氏十六度，其溫差較大，所含之熱源方面之能量密度較高，目前已開始進行研究[10]，臺電公司計劃俟核三廠未來的核能機組增加時，將考慮是否應納入設計施工上[11]。臺灣能源缺乏，而我具有發展海岸溫差之優良環境條件，相信只要我們肯及早投入心力，將來必有豐碩成果。

三、同流向之結構物振盪

(一)共振反應特性

由於渦散 (vortex shedding) 在水流之橫向上產生一週期性之上揚力，其運動頻率可用 strouhal 數表示，而 strouhal 數 (S_t) 爲雷諾數與結構物幾何形狀之函數，可表示如下式：

$$S_t=f(R_e) \qquad (1)$$

式中 $$S_t=\frac{f_s D}{V} \qquad (2)$$

雷諾數 $$R_e=\frac{VD}{\nu} \qquad (3)$$

V：進襲流速 (incident flow velocity)

D：管徑

f_s：渦流激盪頻率或稱爲 strouhal 頻率

ν：流體動黏性係數。海水 $\nu=1.6\times10^{-5}$ ft²/sec

結構物產生共振乃因流體與結構體互制而當 strouhal 頻率 (f_s) 與結構物之自然振動頻率 (f_n) 相近時，則渦散激盪將促使結構體之振盪量產生共振現象。而影響結構體振動之振幅之參數主要即穩定參數 (stability parameter) K_s 及指示速度 (reduced velocity) V_r，表示如下：

$$K_s=\frac{2\bar{m}\cdot\delta}{\rho D^2} \qquad (4)$$

$$V_r=\frac{V}{f_n D} \qquad (5)$$

式中 $\bar{m}$：單位長度之有效質量 (effective mass)

δ：阻尼之對數遞減量 (logrithmic decrement of damping)

ρ：流體密度

D：管徑

V：進襲流速

f_n：結構物自然振動頻率

當 $f_v=f_n$ 之情況下，指示速度之倒數即爲 strouhal數。

在渦流所引起之振盪中，經常認爲僅有圓柱體兩側渦散交互激盪所產生之橫向力，然而根據實驗得知[12]尙有同流向之分量。其爲較原有穩定曳力量增加一較小之騷動性曳力 (fluctuating drag force) 與渦流激盪同時發生，此同流向力之振動頻率約爲 strouhal 頻率之兩倍，在穩定流情況下，同流向力之運動振幅量亦較橫向力所產生者爲小，在風力情況下，由於空氣密度小，故難使結構體產生同流向之激盪。然而在海洋中，若一結構阻尼較微弱之直立圓柱體，由於海水密度較空氣爲大，故在海流速度低之情況，亦可能使結構體產生很顯著之同流向振盪量。

同流向振盪之研究調查工作始於 1970 年初期，英國 Immingham 外海輸油站建造期間其管樁結構物曾遭受渦流激盪而造成損毀，Sainsbury 與 King[12] 曾描述有關該建造地點所遭遇之災難現象，而 Wotton[13] 亦曾在此現場實地調查研究渦流所引起振盪現象之原因。

海洋中一直立圓柱體，當指示速度在 $V_r\simeq3.5$～5 時，將發生橫向力，由於曳力之騷動頻率爲 strouhal 頻率之兩倍 ($2f_v$)，故可能發生同流向振盪現象之指示流速約爲 $V_r=2.5$，實際發生同流向振盪之指示流速範圍爲 $V_r\simeq1.5$～4.0，在 $V_r=2.5$ 左右兩端有兩個很明顯之共振不穩定區，代表性之同流向振盪振幅之試驗成果如圖七所示[14]。依此類推，在空氣或水中，各種不同管徑之直立圓柱體之 K_s 值變化大，故其橫向力之運動振幅亦異。即使在阻尼極低之情況下，最大同流向之振盪量亦值爲 $0.25D$ (管徑 0.25 倍)(圖九) 而橫向振盪量則可達 $2\sim3D$ (圖17)，例一爲根據圖七之實驗成果計算同流向振盪振幅之一範例，King[15] 亦得出一順柔性懸臂圓柱體之最初三種振態 (Fundamental, second & third normal mode) 在進襲流速下同流向及橫向運動現象如圖八所示，圖中可見同向振盪振幅量小而及橫向者較大。根據實驗資料[5]顯示在指示速度較低，穩定參數 $(K_s)>1.2$ 之情況下，不能產生同流向之振盪，同時發生同流向振盪之流況之 Reynold 數亦低，其範圍約爲 $R_e\simeq1200$～1500之間。

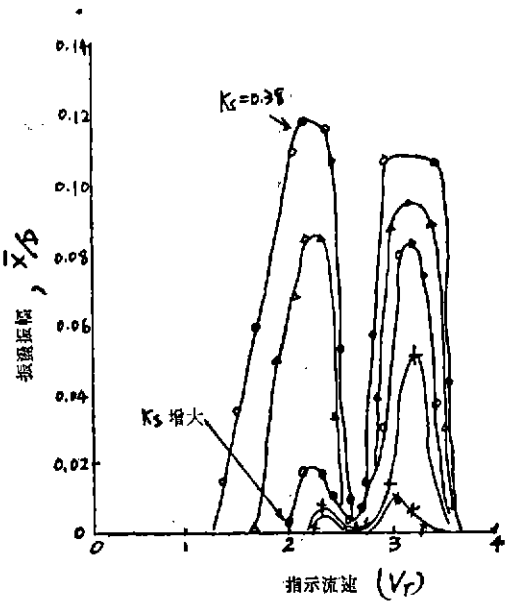


圖 7　一順柔性懸臂樑之同流向振盪現象

(例一) 一細長順柔性懸臂圓柱體，其與流向正交，其外徑爲 1 吋，全長有 73 %浸於水中，其結構物穩定參數 $K_s=0.38$，自然振動頻率爲 $f_N=10$ Hz，圖七爲試驗之成果，試求在同流向之振盪下，其位移振幅量 $(\overline{X}_{max})$及其相關之流速量(V)。

(解) 由圖七可查出在 $K_s=0.38$ 下，同流向振盪最大指示位移振幅 $(\overline{X}_{max}/D)$ 與指示速度 (V_r) 分別爲 0.12 及 2.2

故最大振盪振幅爲 $X_{max}=0.12\times\left(\frac{1}{12}\right)$

$=0.01$ ft

而相關之流速 (V) 爲

$$V=(f_nD)V_r=10\times\frac{1}{12}\times2.2=1.8\text{ ft/sec}$$

$=1.08$ knots

由圖七可見同流向振盪有兩明顯之共振區，根據 Wotton[13] 調查研究解釋 Immingham 現場在

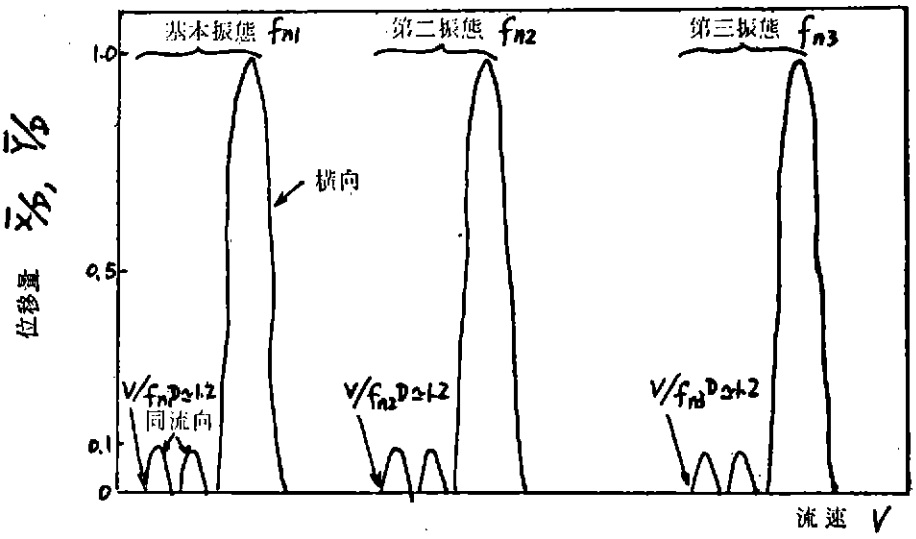


圖 8　一順柔性懸臂樑振盪之振幅與流速關係

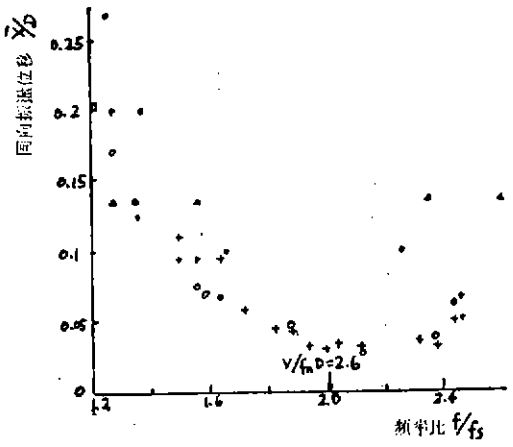


圖 9　同向振盪振幅與頻率比之關係

同流向振盪下有兩個不穩定區現象之特性出現，含兩種流型，在 $V_r<2.5$ 情況下，其流況爲在一運動循環中，由圓柱體左右兩邊之兩反向之渦散形成者，而在 $V_r>2.5$ 情況下，則在每一運動循環中爲單一之渦散，而在圓柱體之下游，則形成一交替旋轉之渦列。Griffin[16] 曾得出同流向振盪之位移振幅與運動頻率之關係如圖九所示。

(二)水動力負荷

King[6,16] 曾測量得出同流向下穩定及非穩定流況下之水動力負荷，如圖七所示之兩個不穩定區，其同流向力驅動量之曳力係數分別如圖十及十一所示，驅動性曳力係數 C_d' 隨運動振幅線性變化遞增，圖10及11之測量爲使用光滑順柔性圓柱在基本及第二振態下之試驗結果，其代表性之 Reynold 數約爲 $R_e=5\times10^3$，故爲一 Reynold 數較低之流況。

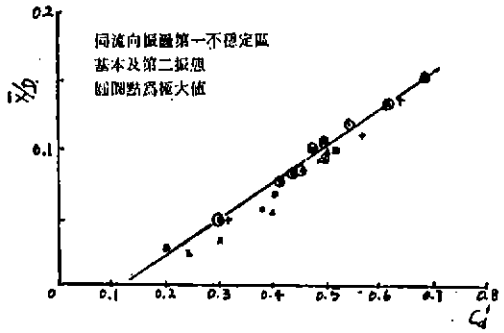


圖10　同向振盪振幅與驅動曳力係數之關係

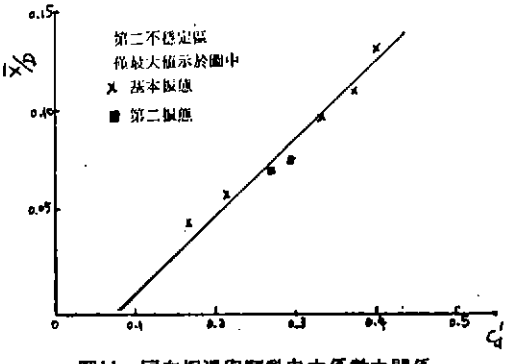


圖11　同向振盪與驅動曳力係數之關係

King[6,15] 亦以上述流況下測量穩定流況下之曳力係數 C_D 值，一順柔性圓柱體在穩定流下產生同流向之振盪係利用一振動圓柱體測量得出代表性之 C_D 平均值爲 $C_D=1.26$，而一順柔性圓柱由於受渦散作用所產生之振盪運動量 (oscillatory motion)再疊加於穩定或似穩定撓度上。King 與 Johns[17] 亦曾試驗兩支順柔性圓柱，其中一支位於另一支之下游尾跡流下各種不同間距，試驗所採用之流況與單樁相同，以便了解羣樁之同流向振盪特性。

㈢ Reynold 數影響及現場全尺度試驗

King[14] 曾比較縮尺 1/27 之模型試驗與海洋中現場試驗樁，管徑爲 18 英吋 (457 mm)，在 $R_e=6\times10^4$ 流況下試驗結果如圖 12 所示，此兩實驗結果顯示相當符合，兩者所使用之穩定參數亦相當接近，即 K_s（模型）$=0.3$ 而 K_s（全尺度）$=0.32$，K_s 之計算說明範例如例二所示， Hardwick 與 Wootton[16] 亦曾以縮尺 1/24 之模型試驗與 Immingham 海中輸油站之現場試驗結果比較如圖 13 所示，兩者所使用之 Reynold 數範圍爲模型爲 $(6\sim12)\times10^3$ 而全尺度爲 $(2\sim6)\times10^5$。由圖 13 可見模型上之運動位移振幅略大，此乃因其穩定參數較低之故，故認爲模試所得產生同流向振盪之尖峯運動位移振幅下之指示速度 (V_r) 較全尺度者略高，乃因略受 Reynold 數影響所致。

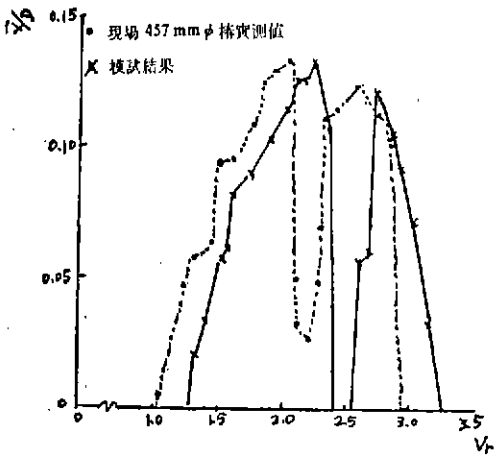


圖12 同向振盪現場與模試結果比較[12]

（例二）一細長順柔性圓柱體，其爲懸臂形而與流向正交（如例一）外徑爲 0.68 英吋，爲一中空塑膠管，管中填充水與砂之混合物

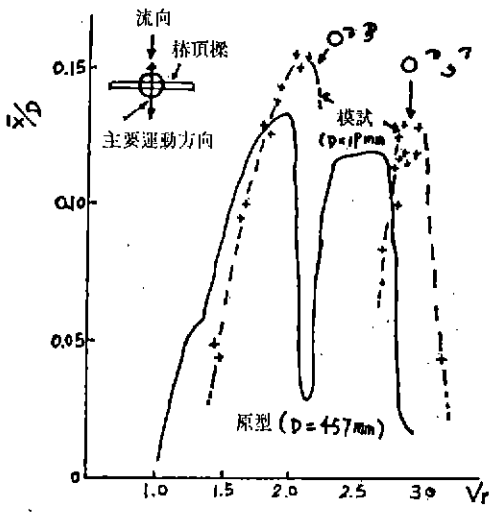


圖13 同向振盪現場與模試結果比較[18]

，使其達到所需之結構物比重，在模型縮尺爲 1/27 下，其試驗結果如圖 12 所示，試求本圓柱體之有效質量 (m_s) 及穩定參數 (K_s)，已知資料如下：

PVC 管之有效質量：$m_s=0.11$ lbm/ft

圓柱中所含水與砂混合物之質量：
$m_w=0.21$ lbm/ft

管徑：$D=0.68$ in

阻尼對數減衰量 $\delta=0.067$

（解）(1)圓柱體之加質量 $m_a=\frac{\pi}{4}C_{am}\rho_w D^2$

$$=\frac{\pi}{4}\times1\times62.4\times\left(\frac{0.68}{12}\right)^2$$

$=0.16$ lbm/ft

故圓柱體之有效質量爲

$m_s=m_s+m_w+m_a=0.11+0.21+0.16$
$=0.48$ lbm/ft

(2)穩定參數

$$K_s=\frac{2m_s\delta}{\rho_w D^2}=\frac{2\times0.48\times0.067}{62.4\times\left(\frac{0.68}{12}\right)^2}=0.32$$

佔在工程之實際應用之觀點而言，必須注意渦流所引起之不穩定特性，在同流向振盪之起始流速 ($V_r=1.2$) 約爲橫向振盪起始速度 ($V_r=3.5\sim5$) 之1/4 倍，即流速微量就可能引起相當顯著之同流

向振盪運動，此種現象在設計上必須特別注意。

四、與流向正交之橫向振盪運動

(一)共振反應特性

過去曾有許多專家學者利用風洞或水工模型試驗了解與水流橫向之振盪運動特性，測量其運動頻率、位移及作用力（上揚力）之振幅，以下將歸納近年來之研究成果。Glass[19] 曾以三支大小不同之圓柱體固定於彈簧上 (spring-mounted cylinders) 在水工模型中進行試驗，其結果如圖 14 所示，與 Griffin[18] 在空氣及水中所獲之結果大致相同。（如圖 14 所示）。橫向運動位移振幅隨進襲流速 V_r（或指示流速 V_r）增加而遞增至極大值，然後當渦流與振動頻率接近時，鎖合範圍 (lock on range) 達至上限時，則雖流速增大，但其振動位移振幅則開始遞減，例如以圖 14 爲範例，在圖中下面之振動位移量曲線，在 $V_r=5$ 時剛開始發生共振，而於 $V_r=7.5$ 達到極大值，而在該圖之上面曲線爲頻率比與指示速度之關係可見共振情況下運動頻率 (f) 與結構系統自然頻率 (f_n) 相當接近，此形成所熟悉之鎖合現象，爲渦流引起振盪之特性。Dean[20] 研究在水流中之一外海順柔性結構體模型之反應，由試驗發現橫向振盪之指示流速極限值範圍爲 $V_r=4\sim8$ 而最大橫向振盪反應發生於 $V_r=6$。

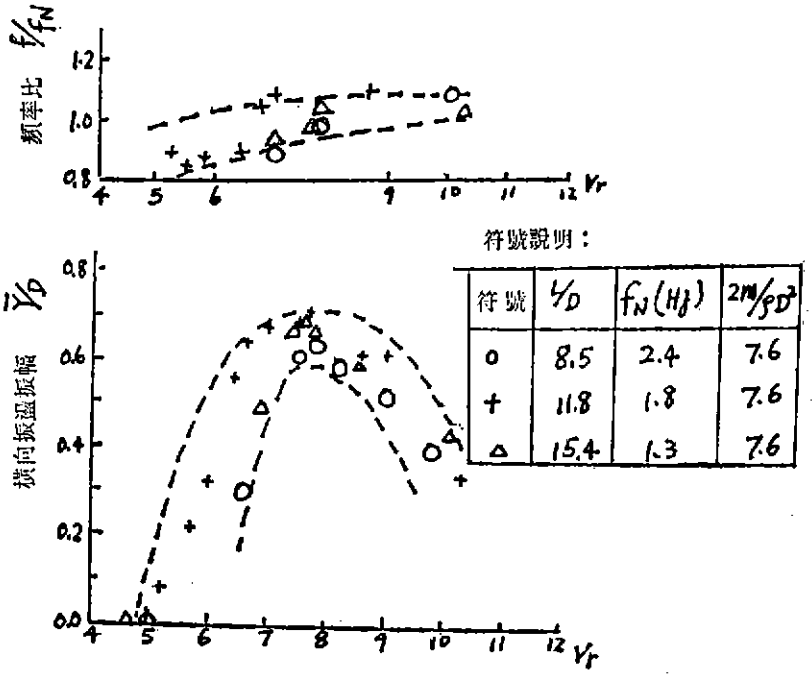


圖14 橫向振盪振幅、頻率比與指示流速之關係

渦流引起振盪之最大位移情況下之指示速度倒數 (V_r^{-1})(或稱爲 strouhal 數)與 Reynold 數之關係如圖 15 所示[21]，本試驗所採用之流況爲 $R_e=5\times(10^4\sim10^5)$，此可能爲巨型 OTEC 冷水管操作之代表性流況，圖中之結果爲渦散頻率 (f_s) 與結構體之自然頻率 (f_n) 相鎖合之情況所得。圖中虛線表示剛開始發生鎖合現象之 strouhal 數，Sainsbury & King 在 Immingham 外海輸油站所調查之現場成果示如圖 16[12]，其流況約爲 $R_e\geq10^6$ 此與 OTEC 冷水管應用之範圍相當接近，由圖中可見水中細長及順柔性圓柱形結構體可能發生很大之橫向運動位移振幅，當 $V_r=3.5\sim4.5$ 時開始發生橫向流之振盪，而位移約大於管徑之 0.1 倍，此結果與圖 15 相當一致，此種橫向振盪造成巨大之位移量發現甚至在進襲流速自 2.4 m/sec 減至 0.6 m/sec，而流向圓柱之夾角自原水面(與圓柱正交)轉至與水平面成 40° 傾角在整個圓柱浸水長度 (18～29 m) 範圍內均可能發生。最近 Dean 與 Wootton[22] 之研究報告指出由於橫向振盪產生巨大之位移量，因此可能在振盪數循環內，結構物即宣告

遭受損毀。故有關圓柱橫向振盪之現場資料收集相當困難且極爲有限。

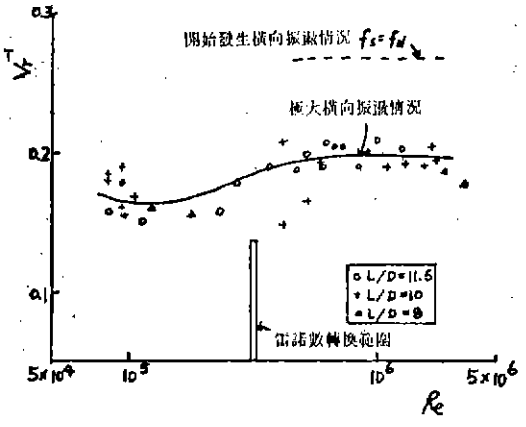


圖15 開始發生及極大橫向振盪情況下，指示速度倒數（即 strouhal 數）與雷諾數之關係

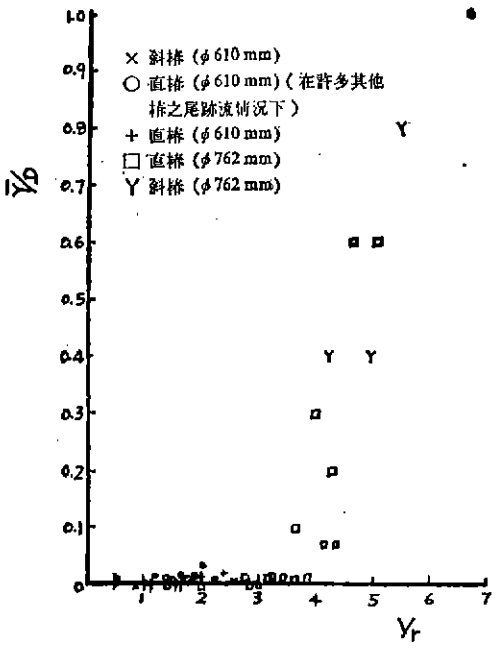


圖16 海洋基樁橫向振盪之振幅，在現場觀測值與指示流速之關係

若 Reynold 數及 Froude 數對渦流引起之振盪位移尖峯值之影響性極爲微小之情況下，根據因次分析可得出有三個因變數即：

$$Y_{max}=f\left(\frac{f_s}{f_n},\xi_s,\mu\right) \qquad (6)$$

式中 Y_{max}：橫向振盪最大位移振幅與管徑比值

$$Y_{max}=\left(\frac{\overline{Y}_{max}}{D}\right)$$

f_s/f_n：頻率比 (frequency ratio)即strouhal 頻率 (f_s) 與結構物之自然頻率 (f_n) 之比值。

ξ_s：結構阻尼比 (structural damping ratio) 即結構物阻尼與臨界阻尼之比值，其與對數減衰量 (δ) 之關係爲 $\delta=2\pi\xi_s$

μ：質量比 (mass ratio) 即

$$\mu=\frac{\rho D^2}{8\pi^2 S_t^2 m_t} \qquad (7)$$

質量比亦可由結構運動控制方程式之作用力係數中得出者[23,24]，例如現場之全尺度調查依 Reynold 數定出流況，在模型中必須將 strouhal 數與 Reynold 數之乘積在模型中儘可能適切地模擬，此參數稱爲尺寸數 (size number) 定義爲

$$S_t \cdot R_e=f_n D^2/\nu \qquad (8)$$

前述同流向振盪之位移振幅之尖峯值爲穩定參數 (K_s) 之參數，亦可用指示阻尼參數 (reduced damping) 表示，定義如下式：

$$\xi_s/\mu=2\pi S_t^2 K_s \qquad (9)$$

Griffin[19] 及 Sarpkaya[1,34] 曾說明當結構阻尼量相當微弱時，且 $\xi_s=\delta/2\pi$ 則指示阻尼之重要性爲其可直接遵循在振動之結構物上之共振力和能量平衡原則，同時 Y_{max} 與 K_s（或 ξ_s/μ）之關係，在順柔性圓柱體第 i 個振態，其振態形態爲 $\phi_i(Z)$ 亦同樣適用，若一順柔性結構物自平衡處量測其橫向振盪之位移量（詳見附錄）可表示如下式：

$$Y_i=Y\phi_i(Z)\sin wt \qquad (10)$$

在每一軸向點 (spanwise point) $Z=Z/L$。(L 爲總長度，$\overline{Z}$ 爲軸向距離），則最大位移量可用一因子作爲製圖之比例尺[19,25,26]即：

$$(Y_{si})_{max}=YI_i^{1/2}/|\phi_i(Z)|_{max}=Y/r_i \qquad (11)$$

式中
$$I_i=\frac{\int_0^L \phi_i^4(Z)dZ}{\int_0^L \phi_i^2(Z)dZ} \qquad (12)$$

而 $$r_i=\frac{|\phi_i(Z)|_{max}}{I_1^{1/3}} \qquad (13)$$

r_i 及 I_i 通稱爲振態純量因數 (modal scaling factor)，此爲考慮尾跡流振態 (wake oscillator) 所導出者[25,26]，附錄中表 A1 列有 $\phi_i(Z)$ 之計算公式及 I_i^n之代表值。

（例三）若一順柔性圓柱體，兩端固定之邊界條件，承受渦流所引起之振盪，在基本振態下，試計算橫向振盪有效之位移振幅及其相關之指示阻尼值。若已知條件爲[20]：

(1)穩定參數 $K_s=1.27$

(2)一圓柱體其細長比 $L/D=240$，而實驗值爲 strouhal 數 $S_t=0.2$ 管徑 $D=1$ 英吋。橫向振盪最大位移振幅 $\overline{Y}_{max}=0.94$ 英吋。

(3)兩端固定之邊界條件，在基本振態 ($i=1$) 下，可查表 A-1 得出振態純量因數 $I_1^{1/3}=1.36$ 在樑中心處 $(\overline{Z}/L=0.5)$ 之 $|\phi_1(Z)|_{max}=1.586$

（解析）(1)指示阻尼 (ξ_s/μ) 值可依上述方程式計算得出卽

$$\xi_s/\mu=2\pi S_t^2K_s=2\pi\times(0.2)^2\times1.27=0.32$$

(2) $$r_1=\frac{|\phi_1(Z)|_{max}}{I_1^{1/3}}=\frac{1.586}{1.36}=1.17$$

故橫向振態有效之位移振幅爲

$$Y=\overline{Y}/D=0.94/1=0.94$$

$$(Y_{vi})_{max}=Y/r_1=0.94/1.17=0.8$$

此相對值繪於圖 17 上，如符號◪所示之位置。

如本例 Y_{vi} 之試驗值與 ξ_s/μ 之相對關係示如圖 17，此結果爲在流況 $R_e=300\sim10^6$ 範圍下，各種形態之單樁及順柔條件試驗條件所得者。圖中各符號代表各結構物之構形，說明如表一所示，例如 King[15,27]測量一順柔性懸臂樑，在基本振態下之撓度，自平衡處左右兩端最大振動位移振量 $(2\overline{Y})$ 比管徑之二至四倍爲大 $(2\overline{Y}>2\sim4D)$ 管樁之細長比 (L/D) 高達 20～30，後者爲 OTEC 冷水管之代表型態，至今所有試驗資料顯示在指示阻尼低之情況下，一順柔性圓柱體之非穩定振動位移振幅之極值約爲 $2Y_{vi}\cong2\sim3$，而需注意在指示阻尼值爲低之情況則渦流所引起之運動反應乃由流體動力所控制，例如指示阻尼介於 $\xi_s/\mu=0.03\sim0.5$ 之範圍，則雖指示阻尼增大了 16 倍，但最大振動位移振幅量僅增加兩倍而已（見圖 17）。

圖 17 之結果爲在空氣及水中之試驗成果，在此兩種介質情況下振動同一結構體，其質量比不同，在水中 $2\overline{m}/\rho D^2=2\sim10$，而在空氣中則爲 30～

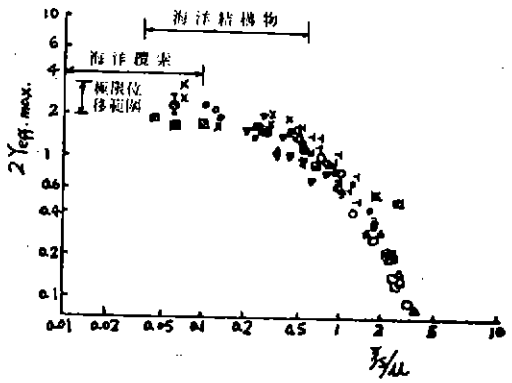


圖17 橫向振盪極大量與指示阻尼之關係

表一 圓柱體結構物因渦流引起振盪反應，其實驗之結構形態、安裝方式及流體(圖 17 資料點說明)

符號	圓柱體橫斷面及安裝形態	流體	調查者
＊ ○ ⊣ ✖ ◒	堅硬圓柱體；彈簧固定	空氣	Griffin[19]
◆	堅硬圓柱體；彈簧固定	水流	〃
△	懸臂順柔性圓柱體	空氣	〃
× ▽ ⊕	懸臂順柔性圓柱體	水流	〃
□ △	絞接堅硬圓柱體	空氣	〃
●	絞接堅硬圓柱體	水流	〃
◪	堅硬圓柱體；彈簧固定	水流	Dean[20]
◪	順柔性圓柱體 ($L/D=240$)	水流	〃

1000，在一定結構系統承受流體激盪產生最大不穩定振動位移量爲指示阻尼比 (reduced damping ratio ξ_s/μ) 或結構物之指示阻尼值 (K_s) 之函數，Sarpkaya[28] 曾說明一順柔性結構物在一平面水槽振盪流之情況下，所得到之 Y_{max} 與 K_s（或 ξ_s/μ）之相關性與實際海洋波浪環境中某些條件下所得者相類似。

(三)水動力負荷

當一圓柱體遭受渦散而產生共振，此週期性之運動，經常伴隨着一種依附於沿結構體長度方向 (length wise) 上之渦散，而且非穩定流力亦增大，過去雖然對於圓柱體受力特性曾有許多學者調查研究過。然而僅在最近才較注重於流體與結構體互制力之發生機構[1,29,30]及其結果在 Reynold 數高（紊流）情況下應用之信賴度如何[49]？若站在工程實用立場觀點而言，外海結構物及纜索系統設計，對於渦散所引起之穩定及非穩定流體負荷之特性了解相當地重要，應須深入加以探討，而若以純學術研究立場，則深入研究直立結構體之振動及其尾跡流之複雜非線性互制特性亦相當地重要。

圓柱體由於受流力作用而產生渦散，發生共振現象，最近已由不少學者描述其特性[19,23,32]，總水動力包括下列各分量：

(1)激盪力 (exciting force)：傳遞能量至結構物上者。

(2)反力 (reaction) 或阻尼力 (damping force)：與結構物之運動速度反向力 (out of phase) 者

(3)加質量力 (added mass force)：與結構物之運動加速度反方向力。

(4)流體引起之內力 (flow induced inertial force)

各分力可依測量總水動力推論得出，例如參見 Sarpkaya 論文[1,24]，或各分力可單獨測量得出，有關此點，在附錄中將詳細討論[25]。

Sarpkaya[1,24]和Mercier[33]等學者曾在水工模型試驗中利用一均勻穩定流況，強迫一圓柱體振動而與水流發生振盪量測流體作用力，而 Griffin[23]及表三[19] 中所列各學者曾在空氣及水中測量圓柱受渦散所發生激盪產生之流力，其成果比較相當具有實用性，Sarpkaya 之代表性測量值如圖 18 至圖 21 所示，此爲在 $Y(=\bar{Y}/D)=0.5$ 及 0.75 兩種情況下之成果，內力係數副量值 (C_{mh}) 與指示流速 (V_r) 之關係如圖 18 及 20 所示，特別需注意在 $V_r=5$ 附近，C_{mh} 由正值變爲負值，此與當水流之運動頻率與結構物之自然振動頻率相鎖合時，流力負荷與振動位移之位相差很大 (large phase shift) 之現象相符合，若圓柱頻率在指示流速低之情況下，則圓柱上所承受之流力主要由內力所控制，根據 Bearman[23] 測量與圓柱體前沿駐點 (front stagnation point) 偏角 90° 處（即圓柱體左右兩端壓力最大處）之壓力與圓柱之位移量，兩者之位相與前述在 V_r 爲低之情況下有較大之內力現象相符合。

曳力（或阻力）係數 (C_{dh}) 爲 V_r 之函數，示如圖19 及 21，在 $V_r=5$ 附近，此水動力值爲負值且變爲控制力，在實際上，經常將上揚力係數 (C_L) 當作 C_{dh} 之負值，故在 $V_r=5$ 時，C_{dh} 爲負值表示

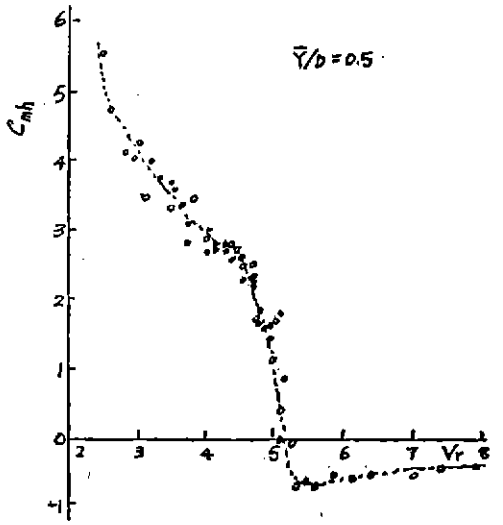


圖18 內力係數與指示流速之關係

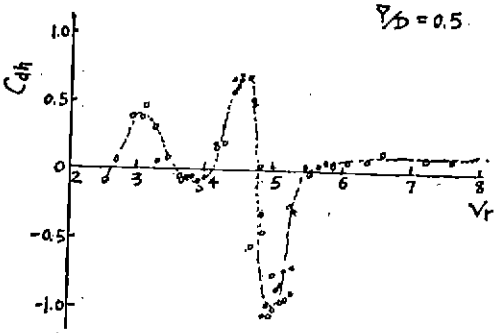


圖19 曳力係數與指示流速之關係

在該範圍有淨能量傳遞至圓柱上，當指示阻尼值相當小之情況（如圖 17 左邊部份）則這些強迫力（圖18~21）所得之結果可當作渦流引起之流力，作用於圓柱體而產生共振之現象。

渦流引起結構物振盪，傳遞能量至結構物上之激盪力稱爲上揚力，其與結構物振動之速度 $\dot{y}$ 同位相 (in phase)，上揚力係數 C_{LE}，可由測量之水動力係數計算得出如圖 19 及 21 所示，詳細理論在附錄中說明。

必須注意 C_{mh} 及 C_{dh} 均爲 Fourier 平均所獲取之係數，且僅包含在振動頻率 (f) 下之總流力之分量，而若指示速度 V_r 在渦流頻率與振動頻率鎖合區間以外之其他頻率，（即 $2f$），strouhal 頻率 f_s 含有相當量之流力能譜，上揚力之激盪分量(excitation component of the lift force)可定義爲：

$$C_{LE}=C_L\sin\varphi=-C_{dh}\cos\varepsilon \qquad \text{(A10a)}$$

式中 ε 爲曳力係數與上揚力係數之位相角。

$$\varepsilon=\beta'+r \qquad \text{(A14d)}$$

$$\beta'=\tan^{-1}\left(-\frac{C_{dh}}{C_{mh}}\right) \qquad \text{(A14c)}$$

$$r=\tan^{-1}W \qquad \text{(A13c)}$$

$$W=\frac{2\alpha\xi_s}{1-\alpha}\ (\text{式中}\alpha=w/w_n=f/f_n) \qquad \text{(A13c)}$$

故合成後可得到位相差 ε 爲：

$$\varepsilon=\tan^{-1}\left(\frac{C_{mh}W+C_{dh}}{C_{mh}-WC_{dh}}\right) \qquad \text{(A15)}$$

站在能量傳遞至振動結構物上之觀點而言，C_{LE} 值相當重要，在圖 19 中可見在 $V_r=5$ 曳力係數 ($-C_{dh}$) 爲極大值，同樣在 $Y=0.13$, 0.25 及 0.75 亦可得出類似之結果[24]，表二列出在 $V_r=5$ 情況下 $-C_{dh}$ 及 C_{mh} 相關值，並計算得出上揚力、阻尼力與內力之分量（假定 $W=0.05$ 下之情況）所有此類强迫振動，其自行激盪 (self-excitation) 之條件爲滿足 $C_{mh}-WC_{dh}>0$（即 $\varepsilon\neq90°$）故可確保相當之渦流引起振盪之可能性，例四爲由在鎖合期間水動力測量值計算激盪力（上揚力）係數 C_{LE} 之方法。

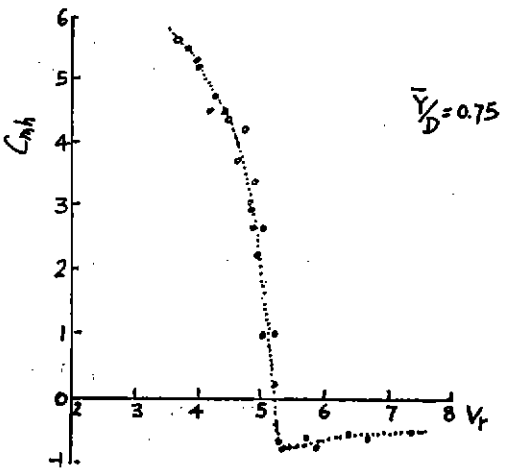


圖20 橫向振盪情況下，內力係數與指示流速之關係

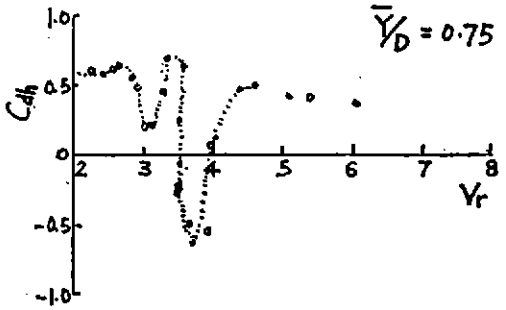


圖21 橫向振盪下，內力係數與指示流速之關係

表二 圓柱體水動力[24]

位移量 $Y=\bar{Y}/D$	指示速度 $V_r=5$ 之情況下			由式 (A10) 所得之流力之分力		
	內力係數 C_{mh}	曳力係數 C_{dh}	位相差 $\beta'=\tan^{-1}\left(\frac{C_{dh}}{C_{mh}}\right)$	激盪力 $-C_{dh}\cos\varepsilon$	阻尼力 $-C_{mh}\sin\varepsilon$	內力 $C_{dh}\sin\varepsilon$
0.13	0.4	−0.2	−26.6°	0.18	0.18	0.089
0.25	0.4	−0.35	−41.2°	0.26	0.26	0.23
0.50	1.0~2.2	−0.9	−42°~−22.3°	0.67~0.83	0.67~0.83	0.67~0.83
0.75	1.0~2.2	−0.6	−28.8°~−11.9°	0.48~0.54	0.48~0.53	0.26~0.41

（例四）已知在 $\overline{Y}/D=0.75$ 及 $V_r=5$ 之情況下之實驗結果如圖 20 及 21 所示，內力係數 $C_{mh}=1\sim2.6$ 曳力係數 $C_{dh}=-0.6$，角參數 (angle function) $W=0.05$，試求 C_{dh} 與 C_{LE} 之位相角及 C_{LE} 值。

（解析）(1) C_{LE} 與 C_{dh} 之位相差根據式 (A15) 可求得，即：

$$\varepsilon=\tan^{-1}\left(\frac{C_{mh}W+C_{dh}}{C_{mh}-WC_{dh}}\right)$$

$$=\tan^{-1}\left[\frac{(1.0\sim2.6)\times0.05+(-0.6)}{(1.0\sim2.6)-0.05\times(-0.6)}\right]$$

即 $\varepsilon=-28.1°\sim-10.2°$

(2)上揚力係數爲：

$$C_{LE}=-C_{dh}\cos\varepsilon=0.6\cos(-28.1°\sim-10.2°)=0.53\sim0.59$$

這些點圖示於圖 22 中。

總水動力之激盪量傳遞能量至結構物上而造成振動，此相當地重要，許多學者使用各種方法測量 C_{LE} 值，表 3 說明各種獲取試驗值之條件，圖 22 爲各試驗結果之比較，由這些結果顯示各種條件下之伴隨渦流所引起振盪之非穩定性上揚力與壓力之重要特性可概述如下：

(1)極大振動位移量（peak to peak displacement）約爲管徑之 0.6 至 1 倍 ($2(Y_{eff})_{max}=(0.6\sim1.0)D$) 之範圍下，$C_{LE}$ 值將可能爲極大值。

(2) C_{LE} 值之極大值約爲 $C_L=0.5\sim0.6$ 但僅有一例外情況，如水中堅硬鋁管之試驗結果。

(3)在 $2(Y_{eff})_{max}=(2\sim3)D$ 情況下則 $C_{LE}=0$，此種極限位移量與圖 17 中在指示阻尼值較低之情況下所得之結果相當一致。

作用於共振圓柱體，其流體動力可分爲上揚力及阻尼力此乃根據 Blevin[4] 所發展之尾跡流振盪 (wake osillator)模式所得，其他學者(例如Griffin[19,25], Sarpkaya[1,24], Chen[32], Iwan[26] 等），亦根據流體阻尼力（或反力）與圓柱體振動速度反向之假設條件、根據附錄中所導出之方程式可得流力之阻尼力分量爲：

$$C_{RE}=-C_{mh}\sin\varepsilon \qquad (14)$$

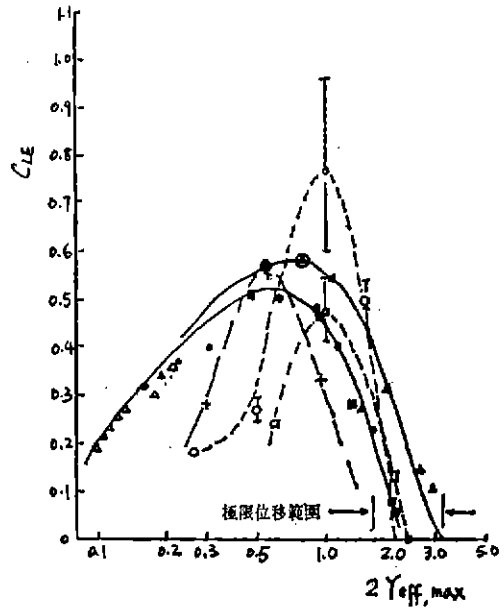


圖22 橫向振盪下，流體激盪力係數與極大振盪量之關係

表三 直立樁振動之激盪力係數（圖 22 資料點說明）

符號	圓柱體形態	流體	材料	調查者
▲	順柔性懸臂樑	水	塑膠管	King (1977)
■	順柔性懸臂樑	水	塑膠管	
		水	鋁管	
		水	不銹鋼管	
●	絞接堅硬圓柱體	水及空氣	銅管	Vickery & Watkins (1964)
+	彈簧固定堅硬圓柱體	水	鋁管	Griffin and Koopman (1977)
□	强迫振盪之堅硬圓柱體	水	不銹鋼管	Mercier (1973)
○	强迫振盪之堅硬圓柱體	水	鋁管	Sarpkaya (1978)
△	順柔性懸臂樑	空氣	鋁管	Hartlen (1968)

代表性之結果如圖 23 所示，雖有風洞中之圓柱自由振動和水中之強迫振動，而其結果顯示一般性之運動形態均相當類似。

若一圓柱結構物及其安裝方式之結構參數（即阻尼、自然頻率）及作用力係數爲已知數，則可根據附錄中所列之公式計算其加質量力及流體內力等分量，有關鎖合區下之作用力及位移量之詳細討論可參見 Sarpkaya 論文[1]。

不僅非穩定力振幅之增大特性如上述數圖所示，且穩定曳力亦因渦流振盪而增大，Sarpkaya[24] 曾測量在水中圓柱體振動位移量爲 $2Y_{max}=1.7$ 之情況下的穩定曳力係數竟高達 $C_D=3.1$，在此情況下，定常性圓柱體 (stationary cylinder) 之曳力僅爲 $C_{Do}=1.1$ 此表示在渦流情況下增大三倍，Griffin[34] 亦曾發現曳力係數自 $C_{Do}=0.9$ 而增大 1.8 倍，圓柱體受渦流引起振盪，其曳力係數增幅如圖 24 所示，圖中實線爲利用最小二乘法求出者。

㈢圓柱表面粗糙度與剪力之影響性

另外影響渦流引起振盪之水動力因素有結構物表面粗糙度和非均勻流速（剪力）等參數。Sarpkaya[35] 曾在一噴砂過的粗糙圓柱體強迫振動所試驗之結果與光滑表面之圓柱體比較，代表性之水動力係數如圖25所示。雖然需再作些深入研究試驗，決定由於粗糙度而造成水動力以何種分量所造成增幅量佔最優勢，然而在圖 25 中可見粗糙之圓柱之總水動力係數很顯然地增大。Nakamura[36] 曾在超臨界流況、粗糙圓柱體下測量穩定曳力和strouhal 頻率，且觀測在 $R_e\geq 4\times 10^5$ 流況下強烈正規渦散之現象，發現粗糙圓柱體之橫向位移量較光滑者爲大。此與 Sarpkaya 測量在鎖合區表面粗糙之結構物之水動力增大之現象相一致，Miller[37] 亦曾對定常圓柱 (stationary cylinder) 上之表面粗糙度對曳力係數影響性作過詳細研究，最近 OTEC 冷水管研究報告[38] 亦曾詳論本問題。

若欲根據現有數據定出流速梯度（剪力）對渦散振盪水動力之影響性，則相當難，七共當結構物爲振動者更如是。然而根據少許現場資料顯示，若結構穩定參數 (K_s) 相當小，臨界指示流速 (V_r) 爲大之非均勻流下，其振動量將較大（見圖16）最近較詳細之試驗報告爲 Kwok[39]，他相當強有力地證明一順柔性直立圓柱體在亂流邊界層形態之剪流下，作用於圓柱體而發生共振之振動現象，產生巨大之振動量，其位移量較圖 17 中之結構參數 $K_s=2\sim 12$ 之範圍內者較大甚多。

Stansby[40] 曾調查在線性剪流下，圓柱體發生橫向振盪之鎖合現象，與均勻流之試驗值相比較，他曾根據直立管在尾跡流相似律假設條件下發展在剪流下鎖合範圍之預報經驗公式；無而這些結果僅限於細長比小 ($L/D=8\sim 16$)，Reynold 數低 ($R_e=3\times 10^3\sim 1\times 10^4$) 及振動位移量小 ($Y/D<0.2$) 之情況，因此若欲應用這些結果於 OTEC 冷水管，必須格外小心。

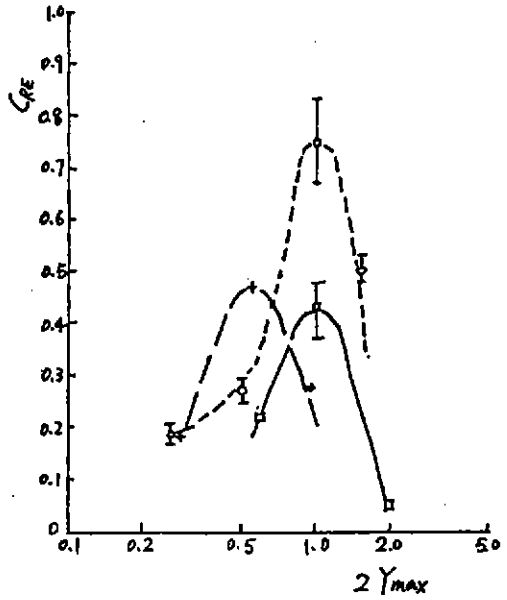


圖23　橫向振盪下，流體反力係數與極大振盪量之關係

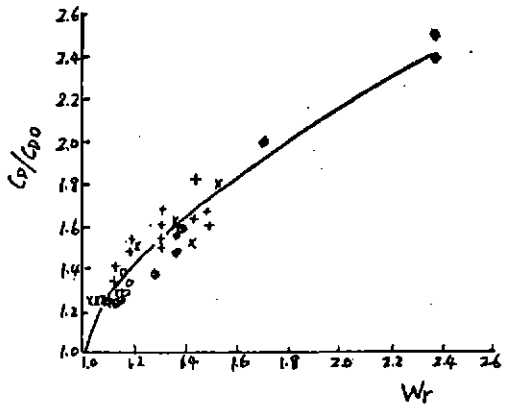


圖24　橫向振盪與定常情況下，曳力係數比值 (C_D/C_{Do}) 與尾跡流反應參數 (W_r) 之關係

Fischer 在其最近之論文[41]中敍述在墨西哥灣 Cognac 油田 Shell 石油生產平臺上基礎樁之打樁情況下所遭遇之一些困擾，大多數爲自吊桿船降管至平臺基座上之套樁上，而當嵌入樁 (inserted pile) 打入於海床中所引起之渦散振盪之預報，在平臺地點海流速度 $V \leq 0.6$ m/sec，自平衡面昇起最大之橫向振動位移振幅約爲 3.2～3.8 公尺，由於此巨大之振動置對於管樁打入套管中造成很大之施工困難，亦增加在打樁作業上彎曲及疲勞破壞之風險，曾於三個實驗室做過模型樁在均勻及非均勻流況下有關降管和打樁操作之試驗[41]，描述一非均勻流之特性之剪力參數(shear parameter) $\overline{\beta}$ 可定義爲：

$$\beta = \frac{D}{V_R} = \frac{\Delta V}{\Delta Z} \qquad (15)$$

式中 V：進襲水流之流速。

Z：水深。

V_R：參考流速；取沿結構物半長處之流速。（有時取流速剖面中之極大值。）

Fischer[41] 之研究報告爲在模型縮尺小之試驗結果，剪力參數 $\overline{\beta}=0.01$，實際 Cognac 平臺現址

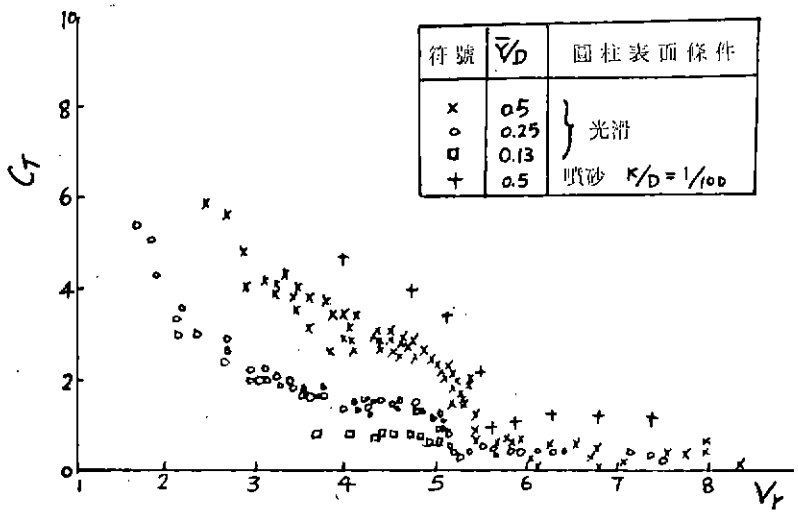


圖25 鎖合情況下，總橫向水動力係數 (C_T) 與指示流速之關係

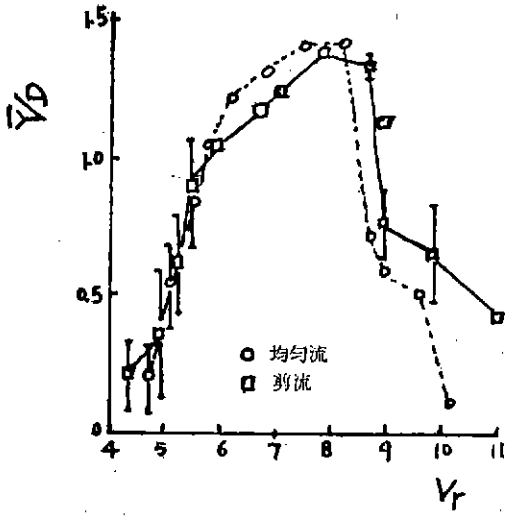


圖26 橫向振盪極大振幅量與指示流速之關係

之 $\overline{\beta}=0.01$ 爲在水深 100～250 公尺範圍，在巴西外海 Punta Tuna 代表性之 OTEC 地點冷水管之管徑爲 9.2 公尺，其代表性之 β 值約爲 $\beta=0.01$～0.02。

Fischer[41] 所做的一些代表性試驗結果如圖26所示，此試驗爲巨大管徑 $D=2.1$ 公尺之海洋管樁在縮尺 1:168 之模型上之成果，現場及模型樁之比重爲 1.5，由圖 26 之結果在均勻流 ($\overline{\beta}=0$) 及剪力流 ($\overline{\beta}=0.01$～0.015)，可見剪流下之橫向振盪振幅增大之現象並不顯著，圖中資料符合一順柔性自由懸臂樑在其自由端無端點質量 (tip mass)，此構形與水下樁錘在打樁入海床前而與候入樁接觸相當符合，在圖 26 中模型使用 PVC 樁之結構阻尼爲 $\xi_s=0.063$，而不銹鋼者爲 $\xi_s=0.015$，此兩種

順柔性圓柱體，其振動位移振幅分別爲 $2\bar{Y}=3D$ 及 $2\bar{Y}=4D$ ，這些阻尼及位移振幅值與圖 17 左端質料（該處水動力之影響性顯著者）相當符合。

根據 Cognac 管樁在打樁時之靜力及動力研究結果所得之結論爲一樁長 130 公尺產生巨大之橫向振盪位移其應力值約爲定常樁之三倍。在振盪樁之曳力係數 $C_D=2.12$ 較定常樁束限下之曳力係數值爲 $C_{D0}=0.93$ 增幅量爲 230 %，當其暴露於海流爲 0.46 m/sec 情況下，無樁錘接觸於嵌入樁之情況，其疲勞壽命預測爲 4 天，詳細資料及假設條件見 Fischer[41] 論文。

旗狀物減阻器 (flag type) 或順柔性機翼型 (flexible tail fairing type) 減阻器曾發展爲防制橫向振盪[42]。此種設施在模型樁中試驗相當地成功。但由於在 Cognac 地點之流向幾乎爲單一方向，故需選擇特殊之防制構形，在現場安裝期間很少遭遇實際之困難，但曾測量一次振動振幅達 3 公尺，其原因乃由於一交替性渦散所產生之橫向振盪所致[41]。

最近 Rooney[43] 曾執行一試驗計劃評估在 Reynold 數高大（紊流）之情況下，剪流對渦散之影響性，其成果特別可在 OTEC 冷水管應用，採用之條件爲流況 $R_e=(1.5\sim3)\times10^5$，細長比爲 $L/D=16$，欲求在樁向上開始發生細胞狀渦散形態 (cellular vortex shedding pattern)之剪力參數極小值（如上述之 $\overline{\beta}$ 值），此種渦散型最弱之剪力梯度爲 $\overline{\beta}=0.007$，而最強者爲超過$\overline{\beta}=0.04$，大多數範圍在 $\overline{\beta}=0.007-0.02$ 此爲 OTEC 地點之代表性數值 Rooney[43]，所獲得之結果爲提供光滑及粗糙之 OTEC 冷水管在各流況下之周界平均壓力和渦散頻率範圍相當廣之應用資料。

截至 1978 年爲止，有關剪流對直立管發生渦散之影響性，Hove[38] 曾收集並整理在 OTEC 冷水管之應用，而最近在第五屆國際風力工程會議論文集亦有專文章發表討論[31,39]。

四斜樁之影響性

實際海洋工程結構物除直立樁外尚有與進襲水流非正交之斜樁包括直接打入海中之斜樁 (raked marine pile) 和套管結構物上之斜向構件，最近 King[44] 及 Ramberg[46] 之研究曾考慮斜樁在定常及順柔性振動樁之尾跡流下之影響性，King[44] 曾研究斜樁之傾角對開始發生渦流引起振盪和作用於結構物上穩定曳力影響性，該研究亦對 1975 年以前在此方面之研究作一完整之調查。Ramberg[45] 最近亦完成有關傾斜角和有限長度（端點條件）對定常和振動之圓柱渦散之合成影響性之詳細研究，同時亦考慮傾角對振動之圓柱體鎖合範圍之邊界之影響性，King 與 Ramberg 之試驗條件約在 $R_e=500\sim2\times10^4$ 範圍。

在這些試驗結果中可得到重要結論者爲 King 之發現，即斜樁很難提供防制渦散之措施，且對於傾角大於 $\pm45°$，則不論同流向或橫向振盪均爲持續，不論流向與斜樁之夾角爲正負角，則圓柱之振盪量相同，代表性之傾角與橫向振盪位移之相對關係如圖 27 所示，指示流速 (V_r) 爲根據進襲流速在樁軸正交面上之法線分量（即 $V\cos\beta$），式中 β 爲流速 (V) 與和結構物軸向正交面之夾角，除外，結構穩定參數值較大則其橫向振盪振幅較低，一順柔性斜樁之成果如圖 27 所示，開始發生同向及橫向振盪之臨界指示流速分別爲 $V_r=1.2$ 及 $V_r=3.5\sim5$。

King 亦曾詳細調查傾角對一定常圓柱體之曳力係數之影響性，若以 $V\cos\beta$ 作爲流速比例尺，則可得到一致之 C_D 值，且此 C_D 值等於一圓柱在水流法線上之相當量，而 Ramberg 之發現建議用此方法所得之曳力估計值可能較低且略依試驗安排而定。

Ramberg 曾調查斜樁周界水流了解獨立原理 (independence principle) 與其運用，所謂獨立原理爲使用流速之法線分量，此原理描述水流及直立體受力之適當流速尺度 (velocity scale) 爲與結構體正交之入射水流之流速分量，其結論爲獨立原則對於定常斜管並非經常是有效的，而發現若斜角 β 大於 $25°\sim30°$ ($\beta\geq25°\sim30°$)，則渦散頻率變化則將違反獨立原則，且定常圓柱之渦散受端點條件之影響性大。而其可應用於渦流與結構物振動頻率鎖合之特殊情況，圖 28 爲一代表性範例，圖中與管樁正交面之偏角範圍爲 $\beta=0°\sim50°$，斜管之橫向振盪位移量與直立樁之試驗結果 ($\beta=0°$) 比較相當一致。雖其爲 Reynold 數相當低（層流）情況，但可適用於一般原則，在圖中虛線和資料點間之區域符合受鎖合現象所支配，Ramberg 之調查發現包含各種預報與管樁正交面上之渦流引起振盪量方法可應用於圓柱與水流成一傾角之情況而具有相當合理之信賴度。King 之發現並且建議與圓柱正交所

得之結果對於在水流中順柔性圓柱結構物同樣適用。

(五)由於鎖合現象所產生之渦流附著性

在渦流頻率與結構物振動頻率間鎖合之一大重要結果，爲沿結構物長度上渦散之附著性相當地顯著，在開始發生橫向振盪其位移量在 $\overline{Y}/D \simeq 0.05 \sim 0.1$ 以上，渦散爲同位相 (in phase) 上，且既使在 Reynold 數大（紊流）之流況下，尾跡流近乎爲兩度空間流。 Koopmann[46] 及 Toebes[47] 分別在 Reynold 數低及高之情況下，首先調查渦散佈隨鎖合而增强附著性之現象者。前者之試驗僅限於 $R_e < 300$ 之流況，但由水中攝影資料顯示當橫向振盪量極大值 $(2\overline{Y}/D)$ 大於 0.1 時，則沿振動圓柱上有同位相之渦散發生；而後者之試驗爲在 $R_e \simeq 6.8 \times 10^4$ 之流況下試驗結果，但詳細之尾跡流和壓力相關性測量很明顯的顯示由於沿管樁渦散依附性之增强而產生相當顯著之鎖合現象。橫向相關函數之值減至低於 1，僅爲尾跡流之紊流騷動影響所致，且沿管樁測量橫向相關之正負值指出，當振盪量 $2\overline{Y}/D > 0.16$，長度大於 $7.5D$ 則渦散爲同位相，而這些模試結果僅適用於細長比小之情況 $(L/D \simeq 7.5 \sim 12)$ Novak[52,53] 亦調查在入射水流中亂流對伴隨鎖合相關性之影響，他們做過穩流 (Smooth flow) 試驗提供各種不同亂流加諸於入射流之影響，Blevin 與 Burton[54] 亦曾發展一預報渦流引起共振之經驗模式而該模式考慮在振動量很小之相關長度之變化。

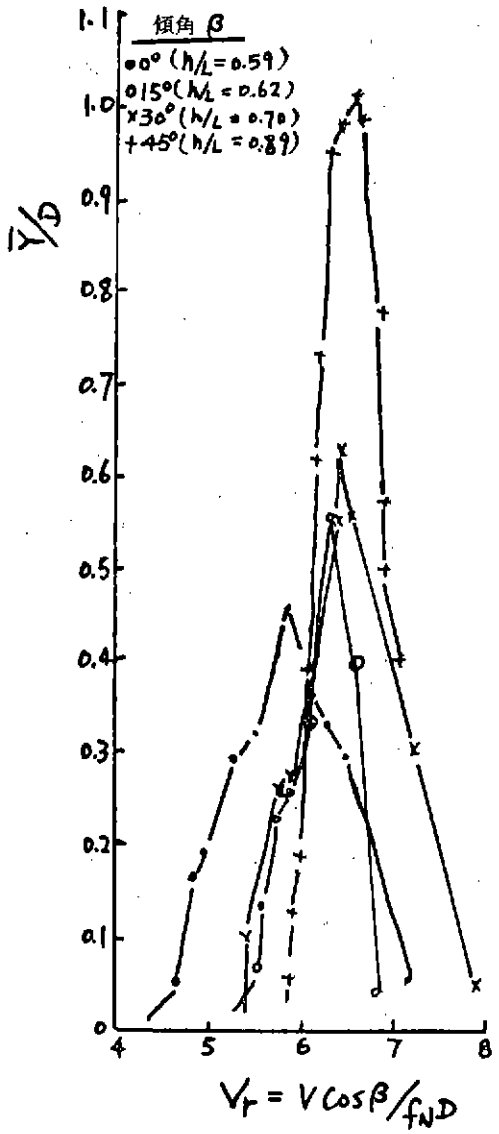


圖27 斜樁情況下，橫向振盪量與指示流速之關係

有關渦流在管樁長度上鎖合之依附現象，最近曾由 Ramberg & Griffin 作過很詳細之研究[50,51]，這些試驗主要目的爲調查二纜索振動之尾跡流，作爲發展尾跡流振盪半經驗模式，預報結構物橫向振盪量，在一振動之纜索其尾跡流下兩條熱線探針 (hot wire probes)間測量樁向相關係數(spanwise correlation coefficient) ρ_{AB} 示如圖 29，在一週期內在空間距離 ΔZ 所測量之橫向相關函數（相關係數）如下式：

$$\rho_{AB}(\Delta Z) = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T U_A(Z,t)\,U_B(Z+\Delta Z,t)\,dt}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_A^2(Z,t)\,dt \cdot \frac{1}{T}\int_0^T U_B^2(Z+\Delta Z,t)\,dt}} \tag{16}$$

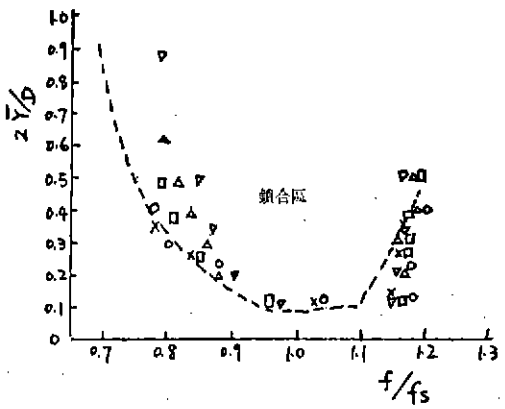


圖28 橫向振盪量與頻率比之關係

式中 U_A 及 U_B 分別爲測針 A，B 在纜索之近尾跡流處所測得之騷動流速量。相關係數 ρ_{AB} 亦可定義爲有關沿一圓柱上在各位移上兩個鑿孔所測量之壓力波動量[53]，兩個探針均放於纜索上，如此則可測量同向（like sign）之渦流，而若另一測針放於平行於纜索之方向上而隨其運動，其可在各種不同之振動位移振幅上振盪，圖29所示之結果爲振動頻率等於渦散頻率之90%者，沿着纜索上有三個很顯著之渦散相關特性存在，[48] 即(1)渦流與纜索之位相差半波長，沿着纜索上發生，與 ρ_{AB} 之正負號相同。(2)若可動之探針橫過纜索之節點，則可見 ρ_{AB} 之符號改變。(3)相關性之程度(degree)爲由沿纜索上之 ρ_{AB} 之最大值決定，而相關性之範圍(extent)定義爲 ρ_{AB} 爲最大值時沿纜索上之長度。代表性者如表四所示，$f<f_s$ 情況下$(\rho_{AB})_{max}$ 大約爲 $(\rho_{AB})_{max}=0.89\sim0.96$，在振動量大於起始振動量 ($\overline{Y}=0.05\sim0.1D$) 時，在大多數纜索之半波長 ($L=12\sim14D$) 下，渦散在程度及範圍上完全地相關。

Ramberg 及 Griffin 曾深入研究順柔性纜索尾跡流下渦散依附現象，而由渦散之能譜分析發現在纜索振動頻率下之騷動壓力或流速分量約爲 strouhal 頻率下之 15～20 倍，軸向相關係數 ρ_{AB} 達到如表4所示之值，示如圖30。圖中 C_n 爲振動頻率 $f(C_n)$ 之波譜分量，而 C_s 爲 strouhal 頻率下之波譜分量，圖中之波譜分量 C_n 之大小亦遵循沿纜索上振動位移振幅之分佈，根據此與其他類似之觀測結果之建議在渦流及振動頻率鎖合下，可由當地現場資料（即上揚力或曳力）得到相當正確之渦流引起振盪預報模式。實際上，可假設一順柔性結構物振動振幅相當大，其節點間之渦散在程度及範

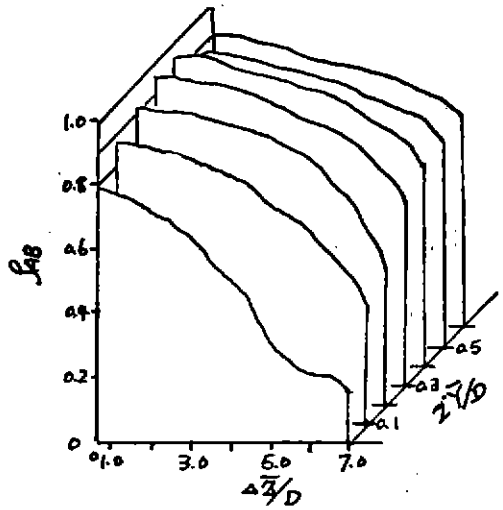


圖29 一海中纜索在振盪情況下，橫向振盪量、兩測針間距與相關係數之關係

表四 在尾跡流下纜索振動之相關程度

最大振動位移振幅($2\overline{Y}/D$)	相關係數 $(\rho_{AB})_{max}$	
	$f/f_s=0.9$	$f/f_s=1.0$
0.1	0.89	0.88
0.2	0.94	0.96
0.3	0.96	0.96
0.4	0.96	0.97
0.5	0.92	0.97
0.6	0.92	0.96

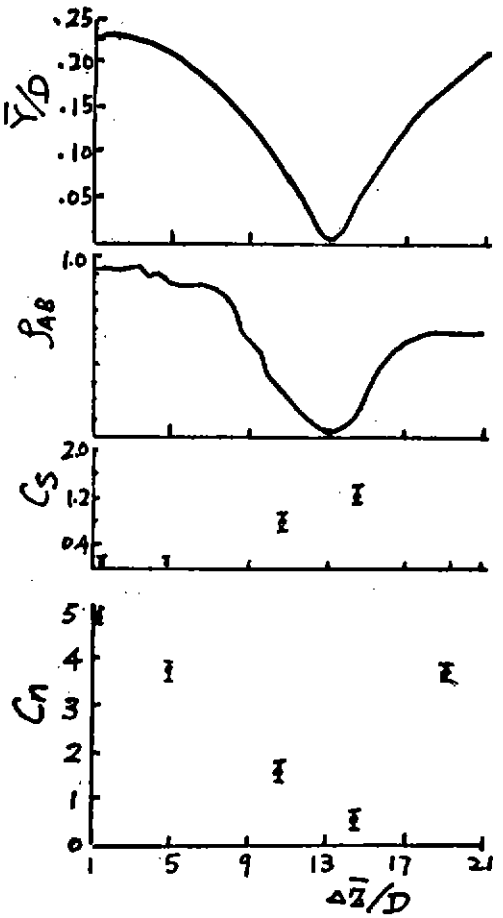


圖30 橫向振盪振幅、相關係數、渦散在 strouhal 頻率與自然頻率之能譜分量等與測針分離長度之相關性

圓上是相當地依附，此假設相當合理的，穩定與非穩定水動力（曳力、內力和上揚力）隨局部振動位移而變，而在整個結構物長度上並非爲一定量。

Novak[52,53] 在穩定流圓柱振動下之試驗亦同樣發現當橫向相關性 ρ_{AB} 爲在沿着圓柱各不同位置壓力孔所測得者，其模試結果與圖29類似，Howell 與 Novak[53] 發現當各種亂流及邊界層剖面之複雜流況加諸於低紊度之均勻流上，若結構阻尼相當小就造成鎖合現象，則圓柱之位移量大致與流體特性無關。

當結構物阻尼比（ξ_s）增大，則順柔性圓柱體之振動位移反應對進襲水流特別敏感，在圓柱上兩鑽孔間所測量之壓力相關係數如圖 31 所示，試驗所使用之圓柱爲依鉸接旋轉之堅硬細長棒，其細長比 $L/D=10$，而其結果與圖29類似。Howell[53] 以橫向振動位移爲結構阻尼（$\xi_s\simeq0.01\sim0.11$）之函數測量並獲取各種剪流下之結果，與圖17之成果比較相當吻合。且可見到圓柱在 $\xi_s=0.01$ 情況下完全地發生鎖合現象，其振幅約爲 $(Y_{s1})_{max}=0.5$，這些發現更可建議既使進襲水流爲非均勻流，而一順柔性圓柱結構物其指示阻尼比（ξ_s/μ）小之情況，將易受渦散共振，而引起之振盪現象所影響。

根據剛所討論之結果，曾有一些預報模式及設計程序發展出現，而發現若堅硬體與順柔性結構物兩者之鎖合條件頻率比 f/f_s（或指示速度 V_r）和振動位移振幅可互相比較，則在堅硬圓柱體所得之經驗資料亦可應用於預報順柔性結構物之局部振動位移及作用力振幅。

五、預報方法與設計程序

(一)一般設計準則

有關渦流引起振盪之結構物設計程序可參見 Blevin[4], King[5], Hallam[3] 及 Skop[55,56] 各學者之研究報告，Skop 所發展者主要爲海洋纜索系統分析，雖其基本發現亦融會其他結構物者，Blevins 則討論一般流體所引起之振動包括熱交換管、架空輸送流體管線及海洋結構物等，而以下討論爲根據 Hallam 及 King 之資料，其主要爲海洋結構物設計應用。

圖 32 所示評估渦散引起之結構物反應之計算程序之一般流程圖，同時考慮單樁及羣樁，而OTEC冷水管僅爲單一順柔性圓柱，欲深入研究可參考原論文深入研究結構物構件並排列之討論，而第二個流程圖爲計算曳力及結構物撓度量之程序如圖 33 所示。

至今所有發展之方法均有共同之一致性指出下列參數，可決定是否將造成渦散引起振盪產生巨大之振動量即：

①結構物阻尼之對數減衰量（δ）

②指示速度 V/f_nD

③質量比 $m_s/\rho D^2$

式中 m_s 爲結構物之有效質量可定義爲

$$m_s=\frac{\int_0^L my^2dx}{\int_0^h y^2dx} \qquad (17)$$

式中 m 爲每單位長度（dx）之圓柱質量包含有圓柱上各種材料之斷面內管內水質量和加質量，接點質量等，y 爲沿圓柱上之結構物振態（mode shape），L 爲自端點量起之結構物總長度，而 h 爲水深。

原先發展這些方法僅在海域結構物上，構件貫穿水面故樁之總長度（L）可能大於水深（h），而有效質量 m_s 可定義爲一相當結構物，其振動之動能等於原眞正結構物者，而在 OTEC 冷水管，若浸於水中，則應用上爲 $h>L$ 故積分之上限均爲等於 L。

如前所述，質量參數與結構阻尼可合成爲

$$K_s=\frac{2m_s\delta}{\rho D^2} \qquad (4)$$

或

$$\frac{\xi_s}{\mu}=2\pi S_t^2K_s \qquad (9)$$

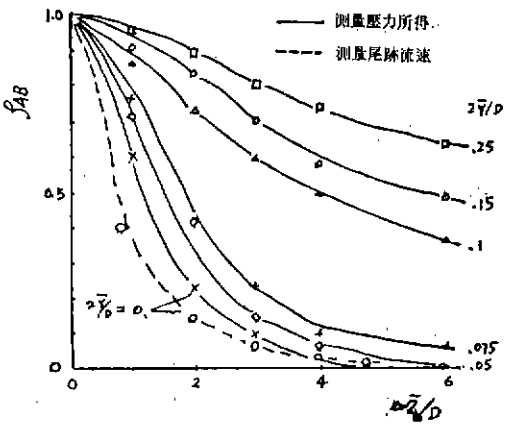


圖31 相關係數與測針分離間距之關係

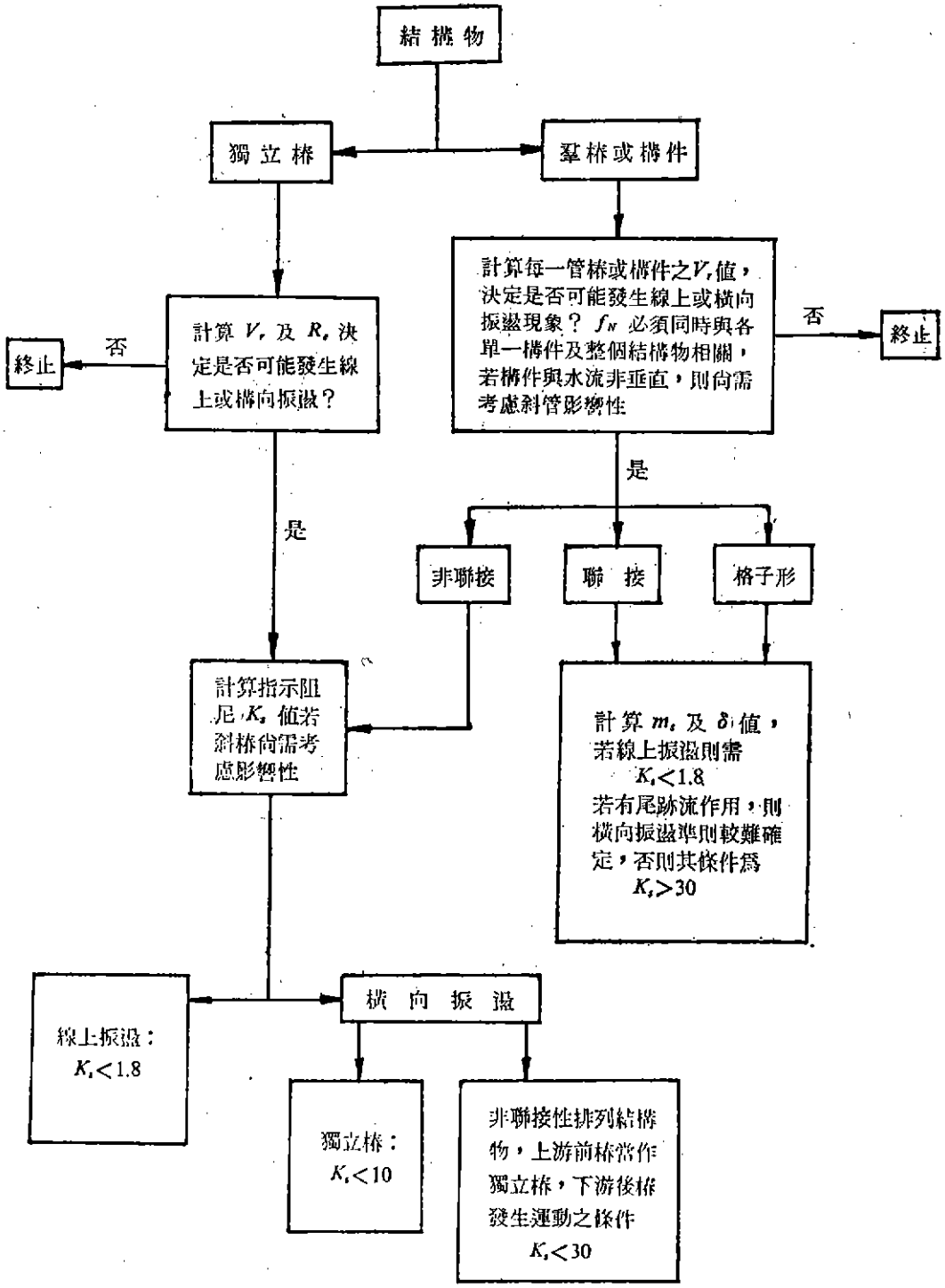


圖32　圓柱體承受渦流所產之反應計算流程圖

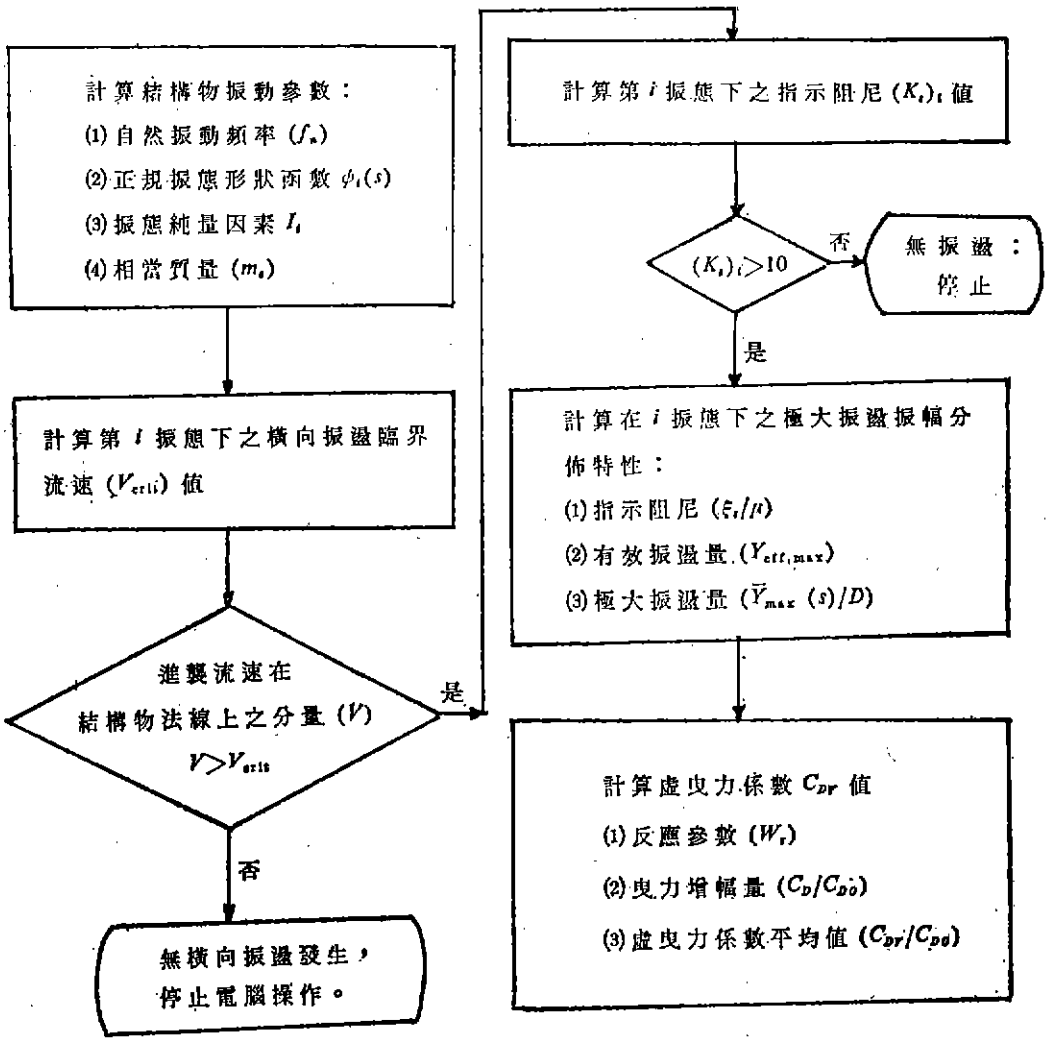


圖33　計算共振渦流振盪下之振幅及曳力之程序

此稱爲指示阻尼 (reduced damping)如 Hallam[8] 所述，指示阻尼（或稱穩定參數）爲每單位長之阻尼力與 $\rho f_n D^2$ 之比值，而 $\rho f_n D^3$ 可考慮爲每單位長度之內力，同時根據式 (5) 之定義亦可決定渦流開始引起振動之臨界流速爲

$$V_{crit}=(f_n D)(V_r)_{crit} \qquad (18)$$

在 OTEC 應用範圍其流況爲 $R_e>5\times10^5$ 情況下，同流向振盪之 $(V_r)_{crit}=1.2$，而橫向振盪之臨界指示速度爲 $(V_r)_{crit}=3.5$，而在 $R_e<5\times10^5$ 情況下橫向振盪之 $(V_r)_{crit}=5$（參見圖 15）

若指示阻尼 (ξ_i/μ) 增大則所得之振盪振幅量將減弱，且若 ξ_i/μ（或 K_s）之值相當大，則可忽略振盪運動。圖 17 建議在 $\xi_i/\mu>4$（或 $K_s>16$）之情況下，則振盪可有效地受抑制，但在水中之圓柱體均在圖 17 中之左端部份（即 $\xi_i/\mu=0.05\sim1.0$）King[14] 所測量之同流向振盪證明當 $K_s>1.2$，則在該方向上之渦流引起振動量可以忽略，Dean[20] 及其他學者所得之結果示如圖 17，顯示指示阻尼自 $\xi_i/\mu=0.03$ 增至 $\xi_i/\mu=0.5$ 共增大 16 倍，然而極大振動量 ($2Y$) 僅自 $2\sim3D$ 減至 $1D$。在水中之質輕順柔性結構物之代表型爲結構阻尼比和質量比小之情況，該處水動力顯示，難以質量和阻尼控制方法降低或抑制振盪。

逐步程序決定渦流引起振盪所致之彎曲度已由 Skop[55,56], King[5], Hallam[3] 及 Mes[37]等學者發展出來，詳細解釋可參見上述參考資料，但通常需遵循下列程序。

(1)先計算或測定結構物之振動性質（自然頻率（或週期），振態及振態純量因數（modal scaling factor））等。

(2)根據進襲水流之流況計算 strouhal 頻率及試算臨界流速 V_{crit}（同流向或橫向振動者）

(3)根據結構物或管線之質量特性和結構阻尼計算其穩定參數（K_s）值或指示阻尼（ξ_s/μ）值。

若結構物易受渦流引起振盪所影響，則必需另加考慮下列各項：

(1)決定渦流引起之非穩定位移振幅及相關之穩定情況下之撓度（見圖 33 之流程圖）。

(2)決定新的應力分佈；此乃根據新的穩定狀況下之撓度並疊加由於渦散之非穩力、位移及加速度所造成之强迫振動振態之數量。

(3)評估依疲勞壽命，臨界應力相對之應力增大的嚴重性。

以上所述將在下面有關 OTEC 冷水管簡單設計問題中詳細討論。

(二)實際設計資料

已有一些不同深度之動力模式發展預報渦流引起振盪之振動量，其一爲所謂非線性尾跡流振盪型 (wake oscillator type) 已在文獻中詳論[14,22,25]，在 OTEC 應用上有關尾跡流振盪型之討論詳見 Hove[38] 論文，至少並無尾跡流振盪公式可代表實際設計程序發展出來，而根據 Dean[22] 之詳細研究建議 Skop[66] 之尾跡流振盪模式或許在未來最有發展之潛力。

在近年來曾發展一些橫向流振盪位移振幅之經驗公式，最常見者如表五所示，Griffin[55] 所發展之預報公式爲利用圖 17 之資料以最小二乘法處理得之，Blevin[4] 之公式爲在一尾跡流振盪形成時之研究結果，而 Sarpkaya[11] 之結果爲類似附錄中所述之模型研究所得，無因次振態因素 (mode shape factor) r_i 定義爲

$$r_i=|\phi_i(Z)|_{max}/I_i^{1/3} \tag{19}$$

不同端點條件之代表性最大 r_i 值和振態因素值可查表 A1 之計算成果，例五爲一計算範例。所有表五之方程式適切地模擬自身限制振動量 (self-limiting displacement amplitude) 即如圖 17 中之指示阻尼值爲小之情況，亦需注意這些模式爲根據在空氣中之結構阻尼比值，不論何種結構振態遭受激盪之情況（見附錄）而表五之模式用於預報橫向振盪振幅爲在 $\overline{Y}/D\leq 0.05\sim 0.1$ 之範圍，由於渦散尚未在圓柱總長上完全地相關，故預報值可能偏高。而這些小振幅之橫向振盪尤其在空氣流下，比在水中，更需特別加以注意。

由於鎖合現象所造成橫向振盪之振動位移尖峯值 $\overline{Y}/D$ 可由圖柱之變位計算得出，若已知結構物之質量及阻尼特性則可估算 $\overline{Y}/D$ 值，此爲評估 OTEC 冷水管易受渦流激盪之振盪量之初估。

（例五）假設用圖 17 之資料計算

(1)順柔性圓柱體之穩定參數（K_s）及指示阻尼（ξ_s/μ）值。

(2)順柔性圓柱體振態因素（r_i）

(3)橫向振盪位移振幅極大值（$\overline{Y}/D$）

（解析）①若考慮如例三所求得兩端固定樑之第一彎曲振態（$i=1$）其各參數值如下：

振態尺度因素 $I_1^{1/3}=1.360$。

正常振態(normal mode)下 $|\phi_1(Z)|_{max}$

表五　橫向振盪振幅預報公式

調查者	預報之公式
Griffin[55]	$\overline{Y}/D=\dfrac{1.29r}{[1+0.43(2\pi S_t^2K_s)]^{3.35}}$
Belvin[4]	$\overline{Y}/D=\dfrac{0.07r}{(1.9+K_s)S_t^2}\left[0.3+\dfrac{0.72}{(1.9+K_s)S_t}\right]^{1/2}$
Sarpkaya[11]	$\overline{Y}/D=\dfrac{0.32r}{(0.06+(2\pi S_t^2K_s)^2)^{1/2}}$

註：r=無因次振態因素

$r=1$　彈簧固定剛性圓柱體

$r=1.3$　第一振態下懸臂結構體

$r=1.16$ 正弦振態下之纜索

$=1.586$。

穩定參數 $K_s=1.27$ 或 $\xi_s/\mu=2\pi S_t^2K_s$

$=2\pi(0.2)^2\times1.27=0.32$

②振態因素 $r_1=1.586/1.360=1.17$

③橫向振盪下之振動位移極大振幅值 $\overline{Y}/D$ 可根據表五之公式估算

$$\overline{Y}/D=\frac{1.29Y_1}{(1+0.43\xi_s/\mu)^{3.35}}$$

$$=\frac{1.29\times1.17}{(1+0.43\times0.32)^{3.35}}=0.98$$

在同一 K_s 情況下計算值 $\overline{Y}/D=0.98$ 與測量值 $\overline{Y}/D=0.94$（例三）相當接近。

一結構物由於受渦散而發生振動，其曳力係數將增大如圖 24 所示，設 C_{D0} 爲振盪受限的圓柱體之曳力係數，兩者之比值 (C_D/C_{D0}) 爲反應參數 (response parameter) W_r 之函數定義爲

$$W_r=(1+2\overline{Y}/D)(V_rS_t)^{-1} \qquad (20)$$

式中 $2\overline{Y}$ 代表振盪振幅之兩倍卽最大總振盪量，V_r 爲指示速度而 S_t 爲 strouhal 數，曳力之比值如下：

$$C_D/C_{D0}=\begin{cases}1 & (\text{當}W_r<1)\\ 1+1.16(W_r-1)^{0.65} & (\text{當}W_r>1)\end{cases} \qquad (21)$$

將資料點用最小二乘法求出最適曲線畫如圖24所示，Griffin 之橫向振盪振幅預報公式如下式

$$\overline{Y}_{max}/D=\frac{1.29r_1}{[1+0.43(2\pi S_t^2K_s)]^{3.35}} \qquad (22)$$

因此可由這些公式計算非穩定流振動位移量、曳力增幅量、和由於渦流引起之振盪所致靜定撓度上之增幅量，在第 i 個振態下，沿順柔性圓柱體之局部振動位移振幅可定爲

$$\overline{y}=\overline{Y}_i\sin(2\pi f_s t) \qquad (23)$$

式中 $\overline{Y}_i=(Y_{sti})_{max}\cdot D\cdot\phi_i(Z)/I_i^{1/2}$ (24)

若一定常圓柱體之曳力係數 C_{D0} 爲已知，則在圖 33 之流程圖中應用上列方程式反覆計算一結構物由於渦流引起曳力量所增大之靜定撓度量 (static deflection) Hove[88]曾在其有關 OTEC 報告中定出光滑及粗糙表面之定常圓柱體之 C_{D0} 建議值，當一圓柱體在一進襲海流下，由於受渦散而產生振動，則其曳力量將增大，例五爲計算渦流振盪所伴隨之曳力增幅量如圖 24 所示。

（例五）試計算一圓柱體由於橫向流振盪所引起之曳力增幅量 C_D/C_{D0}

（解析）如例三所列資料考慮兩端固定第一彎曲振態下所得之參數爲

$$\overline{Y}_{max}/D=0.94$$

$$V_r/\overline{Y}_{max}=5$$

$$S_t=0.2$$

故振動反應常數 (W_r) 爲

$$W_r=(1+2\overline{Y}/D)(V_rS_t)^{-1}=(1+2\times0.94)(5\times0.94\times0.2)^{-1}=2.88$$

故局部曳力係數之增幅量爲

$$C_D/C_{D0}=1+1.16(W_r-1)^{0.65}=1+1.16(2.88-1)^{0.65}=2.75$$

在圓柱上由於渦流所引起之振盪比原定常圓柱（振盪受限）之情況增幅爲 275 %，整個圓柱長度上之平均曳力增幅量可如圖 33 所示之反覆計算程序處理，卽：

$$C_{DV}/C_{D0}=\frac{1}{L}\int_0^L C_D(Z)/C_{D0}dZ \qquad (25)$$

Blevin 與 Burton[64] 曾發展預報渦流引起橫向振盪位移振幅之模式不使用決定性模式而根據隨機振動理論之模式，爲求合併水流引起之作用力和結構物在各種相關長度下共振反應之影響，詳細模式可參見 Blevin 論文[4]，由於各情況之相關長度影響性在橫向流振動位移量爲 $\overline{Y}/D\leq0.2$ 及指示阻尼 $\xi_s/\mu>2.0$ 下較具有其應用性，此點似乎超過最適用於海洋結構物之範圍（圖17），故此處不作詳細討論。

爲定出上揚力之激盪分量，Blevins 與 Burton 曾使用 Vickery (1964) 及 Hartlen (1968) 之資料畫出一曲線如圖 22 所示，定爲下列公式

$$C_{LE}(Z)=a+b|\phi_i(Z)|Y_{max}+c|\phi_i(Z)|^2Y_{max}^2 \qquad (26)$$

式中 $a=0.35$, $b=0.60$, $c=-0.93$ 且 C_{LE} 可由下列方程估算得出：

$$C_{LE}=\frac{\int_0^L C_{LE}(Z)\psi_i(Z)dZ}{\int_0^L \psi_i(Z)dZ} \qquad (27)$$

此將在附錄中詳細討論，Belevins[4] 已完成三種堅硬圓柱體構形之 C_{LE} 值公式，如表六所示，此爲相關長度（ℓ_c）大於圓柱長度（L）甚多之情況，圖 22 之資料用立方方程式表示爲

$$C_{LE}=a_1+b_1(Y_{s/l})_{max}+c_1(Y_{s/l})^2_{max}+d_1(Y_{s/l})^3_{max} \qquad (28)$$

這些係數 a_1,b_1,c_1,d_1 值如表七所示，此曲線在 $(Y_{s/l})_{max}=0\sim1.25$ 之間之資料最適切可靠，表中之成果可作爲一羣順柔性構型之圓柱當作有限彈性樑分析渦散引起共振反應之輸入資料，然而必須注意者爲係數（C_{LE}）係代表結構物上之激盪分量（excitation force），若在水中之振動，必須代表加質量力、水動力阻尼力和水動力內力等之係數之準確值。而最難加以定性者爲上揚力係數 C_{LE}，而可由 Sarpkaya 之總波力測量值計算得出[24]，例如表二所示或參見附錄所述。

六、海洋溫差發電廠冷水管設計之應用

(一)代表性 OTEC 冷水管之流況範圍

例六首先考慮一TRW公司設計之塑鋼（FRP）材料製作之冷水管，其設計參數如表八所示[7]，此 FRP 之前四個彎曲振態（$i=1\sim4$）下之自然頻率亦列如表中，由此資料可直接計算同向及橫向振態之臨界流速，最近研究應用之代表性 OTEC 操作條件爲在 Pureto Rico 外海和 Brazil 區之移動式形態 OTEC (grazing mode)，若不計進襲水流與結構物之相對速度，則整條管線上承受之海流速度均大於 1 knots (0.51 m/sec)，由於此進襲流速在整條管線上之分佈爲均勻的，故佔在渦散而言，此流速爲惡劣情況，由表八中在同向振盪最初二種振態和橫向振盪在基本振態下之臨界流速範圍下，冷水管之管徑約爲 9.2 公尺，若已知冷水管之自然頻率，可計算渦散開始發生同向或橫向振動之臨界流速，例六將說明計算方法。

（例六）考慮 TRW 公司之 FRP 構形之冷水管，試求開始發生同向振盪及橫向振盪之臨界海流流速 V_{cr} 值。

（解析）代表性 TRW 之 FRP 冷水管最初四個振態之自然頻率如表八所示，所需資料如下：

管線長度 $L=2500$ 呎

管徑 $D=30$ 呎

基本振態頻率 $T_{n1}=12$ sec $(i=1)$

由圖 7 及 16 可查出，一管徑爲 30 呎之冷水管在流速爲 1 knots，其 Reynold 數爲 $R_e=3.4\times10^6$ 情況下之臨界 V_r 值爲：

$$V_r=\begin{cases}1.2 & (\text{同向振盪})\\ 3.5 & (\text{橫向振盪})\end{cases}$$

故在基本振態下之臨界流速值分別爲：

同向振盪：$V_{cri}=V_rD/T_n=1.2\times\frac{30}{121}$

$=0.30$ ft/sec$=0.18$ knots

橫向振盪：$V_{cri}=V_rD/T_n=3.5\times\frac{30}{121}$

$=0.87$ ft/sec$=0.52$ knots

若結構物與進襲水流之相對速度上限爲 1 knots，則在同向及橫向振盪之第一振態下之臨界流速值較相對速度小，而在高頻率振態下則較大，如表八所示。表中可見橫向振盪之起始臨界流速爲 $V=0.5$ knots，若振動尖峯振幅發生於 $V_r=6\sim7.5$ 範圍，則流速範圍爲 $V=0.45\sim0.57$ m/sec (0.88～1.1 knots)，若管線之指示阻尼 $(2m\delta/\rho D^2)$ 相當微量 $(2m\delta/\rho D^2<10\sim16)$ 則若操作之振態條件在流速 $V=1$ knots 附近則橫向振盪第一振態下發生共振現象，而在同向振盪上若指示阻尼爲微量 $(K_s<1.2)$ 則順柔性管之第一及第二振態下易受渦流影響。

若一進襲水流有剪流，而取非均勻速度剖面之極大值爲臨界流速 (V_{cri})，或選定管徑 D 及管長之基準值 (nominal value) 作爲計算臨界流速值。

在 OTEC 冷水管材料上另用鋼管結構物；其在水中之有效質量包括鋼管本身重，及在鋼管內之填充料或任何流體重和冷水管周界海水不穩定運動所造成之加質量，例七說明一鋼製冷水管有效質量及質量比計算範例。

（例七）假定一鋼製之 OTEC 冷水管爲一壁厚薄，代表性大小及性質如下[8]，試求由於振盪所造成之加質量及有效質量比。

已知資料如下：

管徑 $D=30$ 呎（9.2 公尺）

表六　三種圓柱體之激盪力係數 C_{LE}

結　構　物	振 態 形 態 $\phi_i(Z)$	C_{LE} $(\ell_c>L)$
剛性圓柱體	1	$a+b(\overline{Y}/D)+c(\overline{Y}/D)^2$
絞接鏈	$\overline{Z}/L$	$a+\frac{2}{3}b\left(\frac{\overline{Y}}{D}\right)+\frac{C}{2}\left(\frac{\overline{Y}}{D}\right)^2$
拉緊纜索(正弦振態) $(i=1)$	$\sin(\pi\overline{Z}/L)$	$a+\frac{\pi}{4}b\left(\frac{\overline{Y}}{D}\right)+\frac{2}{3}C\left(\frac{\overline{Y}}{D}\right)^2$

表七　激盪力係數 C_{LE}（圖 21 之資料）

作用力係數：　$C_{LE}=a_1+b_1Y_{em}+c_1Y_{em}^2\ d_1Y_{em}^3$

式中　$a_1=0.12,\ b_1=2.12,\ c_1=-3.57,\ d_1=1.45$

而曲線之標準偏差爲 $\sigma=0.1$

有效位移：　$Y_{em}=\frac{Y_{max}/D}{\Gamma_i}$；$\Gamma_i=\frac{|\phi_i(Z)|_{max}}{I_i^{1/2}}$

若以 $\overline{Y}_{max}/D$ 表示則爲

$C_{LE}=a_1+(b_1/\Gamma_1)(\overline{Y}_{max}/D)+(c_1/\Gamma_1^2)(\overline{Y}_{max}/D)^2+(d_1/\Gamma_1^3)(\overline{Y}_{max}/D)^3$

$\overline{Y}_{max}/D$ 爲沿樑上之最大振動位移量

表八　渦散對—OTEC 冷水管（材料爲 FRP）之影響性

彎　曲　振　態	自 然 週 期 (sec)	臨　界　流　速 m/sec (knots)	
		同 流 向 振 盪	橫　向　振　盪
$i=1$	121	0.092 (0.18)	0.26 (0.50)
2	43.2	0.25 (0.48)	0.74 (1.43)
3	21.4	0.51 (1.0)	1.49 (2.89)
4	12.6	0.85 (1.65)	2.54 (4.92)

說明：——代表臨界流速低於進襲流速 0～1 knot 範圍

鋼管質量　$m_s=3500$ lbm/ft

海水密度　$\rho=64$ lbm/ft^3

由於振盪流運動，單位長度冷水管之加質量爲：

$$m_a=C_{am}\rho_w v=C_{am}\rho_w\left(\frac{\pi}{4}D^2\right)$$

C_{am} 爲加質量係數，在圓柱體中可假定 $C_{am}=1$ 故

$$m_a=64\times\frac{\pi}{4}\times30^2=45{,}200\text{ lbm/ft}$$

(2)總有效質量 m_e 爲：

$m_e=m_s+m_w$（管中流水量）$+m_a$(加質量)

$$m_e=3500+\frac{\pi}{4}\times64\times30^2+45{,}200=93900\text{ lbm/ft}$$

(3)質量比爲：

$$m_e/\rho_wD^2=\frac{93900}{64\times30^2}=1.63$$

此質量比 $(m_e/\rho D^2=1.63)$ 爲一薄壁，冷水管內充滿水之代表型[4,20]，在水中之冷水管，其有效質量主要受水動力影響，因爲每單位長度之總質量僅有 4 %爲鋼管本身所有。

此僅爲一簡易之範例，細部設計時需考慮例如彎樑 (ribs)，軸向板 (longitudinal stiffeners) 等之複雜設計，由於在外海工業之應用上，鋼管材料之

施工較其他複合材料例如塑鋼管 (fiber reinforced plastic) 聚乙稀管 (poloyethylene) 和 elastomers 管等較易了解其結構特性，因此已有多數學者建議作爲冷水管之最佳設計材料[7,8,58,59]，順柔性鋼管之最初三個彎曲振態下之自然頻率及開始發生振盪之臨界流速如表九所示。爲簡化可假定冷水管爲一自由絞接之順柔性樑形態，其自然頻率可定爲[60,61]：

$$f_n=\frac{(\lambda_i)^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{m_e L^4}} \qquad (29)$$

式中 m_e 爲相當質量，爲冷水管質量，管內水質量和水之加質量等之和，表十示一自由絞接之順柔性樑之振動之特徵函數及其係數。

若進襲水流流速亦考慮爲接近 1 knots 之振態，則表 11 說明冷水管在最初二個彎曲振態下發生同向振盪而在橫向振盪之第一彎曲振態下易受渦流影響，如同前例塑鋼之情況，最大之橫向振盪將在流速爲 $V=0.88\sim1.1$ knots 情況下發生。

一薄殼，充水之圓柱體其細長比 (slender ratio) 大 ($L/D=80\sim100$)，其代表性之相當質量比爲 $m_e/\rho D^3=1.5\sim3$，此種構形之結構阻尼對數減衰量之代表值約爲 $\delta=0.1\sim0.2$，因此可得出指示阻尼 $K_s=0.33\sim0.66$ 可計算得出橫向振盪之振幅約爲 $\overline{Y}_{max}/D=1.33\sim1.60$，利用最小二乘法最適曲線如圖 17 所示，故可估計由於渦流振盪所致之穩定曳力係數之增幅爲 $C_D/C_{DO}=2.8$，同時冷水管亦易產生同向振盪，例九爲一計算範例，其結果如表 11 所示。

表九　渦散對—OTEC 冷水管 (材料爲鋼管) 之影響性

彎曲振態	自然週期 (sec)	臨界流速 m/sec (knots)	
		同流向振盪	橫向振盪
$i=1$	121	0.092 (0.18)	0.26 (0.50)
2	37.3	0.30 (0.58)	0.86 (1.67)
3	17.9	0.62 (1.2)	1.80 (3.49)

說明：——代表臨界流速低於進襲流速 0～1 knots 範圍

表十　順柔性自由絞接圓柱之特徵函數

位移振態　$\overline{Y}_i(Z,t)=Y_{max}\phi_i(Z)e^{i\omega it}$

$\phi_i(Z)=\cosh\lambda_i(\overline{Z}/L)+\cos\lambda_i(\overline{Z}/L)-\alpha_i[\sinh\lambda_i(\overline{Z}/L)-\sin\lambda_i(\overline{Z}/L)]$

式中 $\overline{Z}=0$ 自由端

$\overline{Z}=L$ 絞接端

自由頻率　$f_i=\frac{(\lambda_i)^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$ ；$T_i=\frac{1}{f_i}$

i	λ_i	α_i	$I_i^{1/2}$	$\lvert\phi_i(Z)\rvert_{max}$	Y_i
1	3.927	1.007	1.310	2	1.527
2	7.068	1	1.267	2	1.578
3	10.210	1	1.254	2	1.594

表十一　OTEC 冷水鋼管渦數散引起振盪值

指示阻尼 K_s	振動位移振幅		$\overline{Y}_{max}$ 情況下之相對流速 m/sec (knots)
	$\overline{Y}_{max}/D$	$\overline{Y}_{max}$ (m(ft))	
0.33	1.60	14.6 (48)	0.46～1.1 (0.88～2.1)
0.66	1.33	12.2 (40)	0.46～0.57 (0.88～1.1)

這些振盪之振幅相當大足以造成破壞，根據現有外海順柔性圓柱體在穩定海流下之經驗[12,19,42,62]，本範例中，雖僅代表一簡單之分析，但可由此建議在 OTEC 冷水管設計上必須包含有關渦散影響之詳細研究，詳細分析將包含一 OTEC 冷水管細長構形之有限元素模式，由於鎖合現象所產生之曳力增幅如非穩定力之增大，必須在分析中用反覆法決定冷水管之靜定撓度和冷水管之强迫振動形態。

(二)渦流引起之作用力及反應係數之建議

在亞臨界流 ($R_e<2\times10^5$)，現已有穩定及非穩定作用力係數及渦流引起之振盪位移量試驗資料可供應用，此流況與 OTEC 冷水管模型試驗及小型試驗廠之流況相符，然而在紊流 (Reynold 數高) 之情況 ($R_e>2\times10^6$) 現可採用之資料太少，必須小心地延伸在亞臨界流之現有成果，而且情況相類似之條件才可。已證實在 OTEC 冷水管應用之流況下，不論光滑或粗糙表面之圓柱體均將產生强烈地週期性渦散[19,31,36,37]。

如第三節所述均有模型和現場之同流向振盪之作用力係數及位移反應之資料，例一及二爲其成果之應用，然而由渦流所引起同向振盪中，在水中之振動振幅僅爲最佳破壞性之橫向振盪者之1/10，因此在 OTEC 冷水管初步設計須先考慮水流引起之橫向振盪，因爲一般外海結構物設計，其構件破壞之最大非穩定撓度約爲管徑之三倍。

近年來對橫向振盪之試驗資料及設計程序研究相當多，而有關 OTEC 冷水管之模型或小規模試驗廠，可應用上述原理解析建議如下：

(1)由於現有 C_{LE}之測量值均在空氣或水中亞臨界流光滑堅硬及順柔性圓柱所得，故須小心地延伸於超臨界流及表面粗糙之圓柱體。

(2)計算渦流引起反應及自然頻率使用之加質量係數可用 $C_{am}=1$ 其他非穩定係數在附錄中說明，下面兩例討論加質量力計算。

(例八)一 OTEC 冷水管產生渦流引起之振盪其臨界進襲流速 V_{cri} 之初估可模擬冷水管爲一自由絞接順柔性桿，此構形爲一直立冷水管接一萬向接頭於一浮式 OTEC 電廠上，本例可假定電廠不動，而承受一均勻流，或在靜水面下電廠以均勻速度移動。若冷水管爲一鋼鐵製均勻順柔性桿，其物理參數例如質量及勁度爲根據最近之 OTEC 冷水管研究報告所得[6]。試求：

①冷水管第一彎曲振態下之自然頻率 (f_n) 及週期 (T_n)。

②開始發生同向或橫向振盪之臨界流速 (V_{crit})。

(解析)已知設計資料如下：

斷面勁度 $EI=3.82\times10^{12}$ lbf ft²

管徑 $D=30$ ft

管線質量 $m_s=3500$ lbm/ft

管線長 $L=3280$ ft

順柔性桿參數 $\lambda_i=3.927$ $(i=1)$

由例二得出有效質量爲 $m_e=93900$ lbm/ft 利用一自由絞接之順柔性桿之標準公式計算冷水管之自然振動頻率，及自然振動週期分別爲：

$$f_N=\frac{\lambda_i^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{m_eL^4}}=\frac{(3.927)^2}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{3.82\times10^{12}\times32.2}{93900\times(3280)^4}}$$

$$=8.26\times10^{-3}\text{ Hz}$$

$$T_N=\frac{1}{f_N}=121\text{ sec}$$

開始發生渦流振盪之臨界流速如例六討論所示同向或橫向者，分別爲 $V=0.18$ 及 0.52 knots。

(例九)由前例之鋼製 OTEC 冷水管條件可計算由於渦散所產生鎖合現象下之橫向振盪下之指示阻尼係數 K_s (或 ξ_s/μ) 橫向振動振幅之尖峯值 $\overline{Y}_{max}$，及此 Y_{max} 下之進襲海流流速值 (V)。

已知資料爲··

(1)有效質量比 $m_e/\rho D^2=1.63$

(2)結構阻尼估計值 $\delta=0.1\sim0.2$

(3) strouhal 數 $S_t=0.027$

(4)自由絞接桿之振態因素 $r_i=1.527(i=1)$

(解析)(1)指示阻尼 K_s 爲：

$$K_s=\frac{2m_e\delta}{\rho D^2}=2\times1.63\times(0.1\sim0.2)$$

$$=0.33\sim0.66$$

或 $\xi_s/\mu=2\pi S_t^2K_s=2\pi(0.27)^2\times(0.33\sim0.66)=0.15\sim0.30$

(2)橫向振動振幅之尖峯值 $\overline{Y}_{max}$ 爲：

$$\bar{Y}_{max}=\frac{1.29Y_1D}{(1+0.43\xi_s/\mu)^{3.35}}$$

$$=\frac{1.29\times1.527\times30}{(1+0.43\times(0.15\sim0.30))^{3.35}}$$

$$=40\sim48\ \text{ft}$$

(3)故在 $\bar{Y}_{max}$ 下之流速爲：

$$V=V_r\frac{D}{T_n}=(6\sim7.5)\times\frac{30}{121}$$

$$=1.49\sim1.81\ \text{ft/sec}\ (0.88\sim1.1\ \text{knots})$$

必須注意這些成果可在均勻流或非均勻流取得（見圖 26）列如表十一所示。

九、結論與建議

(一)結論

過去在設計外海結構物時，對於渦散所引起之相關問題均加以忽視，其主要原因爲沒有可靠之試驗資料及設計方法可用，而海洋結構動力分析之重要性已漸受肯定及有突破性之發展以求能預報在海洋環境中之應力分佈和疲勞年限，而這些對冷水管在海洋環境中將操作 20～30 年以上之長期使用壽命而言必須在設計中詳加考慮。

本文扼要說明現有與 OTEC 冷水管應用相關之海洋結構物承受渦流而造成振盪應考慮之重點，現已有結構物模型在亞臨界流之流力動力反應試驗資料且可根據這些現有試驗資料發展經驗或半經驗預報模式，其可在冷水管海況下直接應用。

對於像 OTEC 冷水管和其他鋼套式結構海域平台，海洋直立管等細長順柔性之結構物對於渦散及其所致之振盪現象之了解需有全尺度或現場試驗資料可更具有可靠性。

(二)建議

前述一順柔性海洋結構物因渦流所致之振盪設計問題，圓柱形結構物在亞臨界流況（$R_e<2\times10^5$）下，不論同向或橫向共振反應均有詳細之調查資料，然而在紊流（$R_e=10^6$）現場海洋結構物之試驗資料太缺乏，現已有學者發展渦流所致橫向振盪之穩定曳力之預測方法及設計程序，而在 Reynold 數較低（$R_e=10^3\sim10^4$）之流況下已有非穩定流水動力係數可供實際設計應用，而此流況比一般OTEC冷水管應用下之流況爲低。

因此建議必須在 OTEC 應用範圍之流況下執行一試驗計劃可提供更可靠之設計資料，同時必須兼用光滑或粗糙表面之圓柱體，模擬超臨界流之粗糙尺度須用如 Sarpkaya[35], Hove[38]及Szechenyi[63] 所討論者，儘可能試驗之範圍擴大，這些水動力係數可將 OTEC 冷水管視爲順柔性桿用有限元素分析處理。而在未有 OTEC 應用範圍下之流況之資料前，若應用本文及 Hove[39]所定之水動力係數而延伸應用於 OTEC 冷水管必須相當小心，現構想之冷水管直徑約在 9.2～30.5 公尺，若相對流速 1 knots下，其 Reynold 數約爲 $(3\sim11)\times10^6$，曾有學者[31,38,63] 證明，若根據流體動力相似律合理地考慮，則將可延伸至紊流下應用。

有關 OTEC 冷水管之設計，需相當細心地考慮及發展採用一順柔性桿之電腦程式分析渦流引起冷水管振盪問題，最近 Paidoussis & Helleur[64] 所作之試驗成果顯示細殼圓柱在空氣流中之振盪爲一橢圓形狀而非由規則之渦散所致此種橢圓型振盪 (ovalling oscillation)爲圓柱板殼之多振態下之自然頻率之複雜反應，而在渦散與振動間並無發現有鎖合現象發生。此一發現建議有關板殼形態之 OTEC冷水管之分析發展必須先徹底了解有關橢圓型振盪之發生問題。

參考文獻

1. SARPKAYA, T. 1979. "Vortex Induced Oscillations, A selective Review" Trans. ASME, J. Appl. Mech. **46**, 241-258.
2. HOGBEN, N., MILLER, B. L., SEARLE, J. W. and WARD, G. 1977. Proc. Instn. Civil. Engrs. **63**, 515-562.
3. HALLAM, M. G., HEAF, N. J. and WOOTTON, L. R. 1978. Dynamics of Marine Structures, Construction Industry Research and Information Association (London) Report UR8.
4. BLEVINS, R. D. 1977. "Flow Induced Vibrations", Van Nostrand Reinhold, New York.
5. KING, R. 1977. "A Review of Vortex Shedding Research and Its Application" Ocean Engineering **4**, 141-171.
6. YUEN, P. C. "Ocean Thermal Energy Conversion: A Review" University of Hawaii at Manoa, 1981.
7. SCOTT, R. and MCGUINNESS, T. 1979. *Design and Analysis of OTEC's Cold Water Pipe, Proceedings of Oceans IV, Civil Engineering In the Oceans* 1979, ASCE, September.
8. TRW. 1979. *Ocean Thermal Energy Conversion Cold Water Pipe Preliminary Design Project—Task 2: Analysis for Concept Selection*, prepared for NOAA/DOE, 16 March (NOAA Contract No. MO-A01-78-00-4141).

9. Science Applications, Inc. 1979. *OTEC Modular Experiment Cold Water Pipe Concept Evaluation* Technical Report SAI-063-80R-00-8LA, March (NOAA Contract No. MO-A01-78-00-4142).
10. 魏兆歆、黃秉鈞「紅柴溫差發電廠構想設計研究」臺大慶齡工業研究中心研究報告 No. 58，民國71年8月。
11. 朱書麟，"漫談替代能源" 工程月刊第 55 卷第 8 期，民國 71 年 8 月。
12. SAINSBURY, R. N. and KING, D. 1971. *Proc. Instn. Civ. Engrs.* **49**, 269-302.
13. WOOTTON, L. R., WARNER, M. H., SAINSBURY, R. N. and COOPER, D. H. 1972. *Oscillation of Piles in Marine Structures*, Construction Industry Research and Information Association Report **41**, London.
14. KING, R. 1948, 1974. *Vortex-Excited Oscillations of a Circular Cyclider in Steady Currents*, Offshore Technolog Conference Preprint OTC.
15. KING, R., PROSSER, M. J. and JOHNS, D. J. 1973. *J. Sound Vib.* **29**, 169-188.
16. GRIEFIN, O. M. and RAMBERG, S. E. 1976. *J. Fluid Mech.* **75**, 257-271.
17. KING, R. and JOHNS, D. J. 1970. *J. Sound Vib.* **45**, 259-284.
18. HARDWICK, J. D. and WOOTION, L. R. 1973. *The Use of Model and Full-Scale Investigations on Marine Structure*, Paper 127, Intl. Symp. on Vibration Problems in Industry, Keswick (U. K.).
19. GRIFFIN, O. M. 1930. *Trans. ASME, J. Pressure Vessel Tech.* **102**, 158-166; see also *Flow-Induced Vibration*, CHEN, S. S. and BERNSTEIN, M. D. (eds.) 1979, ASME, New York, pp. 1-10.
20. DEAN, R. B., MILLIGAN, R. W. and WOOTTON, I. R. 1977. *An Experimental Study of Flow-Induced Vibration*, E. E. C. Report 4, Atkins Research and Development, Epson (U. K.).
21 WOOTTON, L. R. 1969. *Proc. Instn. Civ. Engrs.* **43**, 573-598.
22. DEAN, R. B. and WOOTTON, L. R. 1977. An Analysis of Vortex Shedding Problems in Offshore Engineering, Report No. 77/14, Atkins Research and Development, Epson (U. K.).
23. GRIFFIN, O. M. and KOOPMANN, G. R. 1977. *J. Sound Vib.* **54**, 435-448.
24. SARPKAYA, T. 1978. *Proc. ASCE J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Div.* **104**, 275-290.
25. SKOP, R. A. and GRIFFIN, O. M. 1975, 1976. *J. Sound. Vib.* **41**, 263-274; see also *J. Sound Vib.* **44**, 303-305.
26. IWAN, W. D. 1975. *Trans. ASME J. Engng. Ind.* **97**, 1378-1382.
27. KING, R. 1977. An Investigation of the Criteria Controlling Sustained Self-Excited Oscillations of Cylinders in Flowing Water, *Proc. Symp. Tubulence in Liquids*, U. of Missouri, Rolla, 1977.
28. SARPKAYA, T. 1978. Lateral Oscillotions of Smooth and Rought Cylinders in Harmonic Flow, *Proc. Symp. Wave-Induced Forces on Cylinders*, Bristol (U. K.), Paper D-5.
29. BEARMAN, P. W. and CURRIE, I. G. 1979. *J. Fluid Mech.* **91**: 661-678.
30. GRIFFIN, O. M. 1978. *J. Fluid Mech.* **85**, 591-606.
31. GRIFFIN, O. M. 1979. Universal Similarity in the Wakes of Stationary and Vibrating Bluff Bodies, in *Proc. Fifth Int. Conf. Wind Engrg.* **1**, Paper V-10, July.
32. CHEN, S. S. 1978. *Nucl. Des.* **47**, 67-86.
33. MERCIER, J. A. 1973. *Large Amplitude Oscillations of a Circular Cylinder in a Low-Speed Stream*, Ph. D. Thesis, Stevens Institute of Technology, Hoboken NJ.
34. GRIFFIN, O. M., SKOP, R. A. and KOOPMAN, G. H. 1973. *J. Sound Vib.* **31**, 235-249.
35. SARPKAYA, T. 1979. *Effect of Surface Roughness Oscillations of a Circular Cylinder*, Naval Postgraduate School Report NRS-69 SL 79085-1R, August.
36. NAKAMURA, Y. 1976. Some Research on Aeroelastic Instabilities of Bluff Structural Elements, in *Proc. Fourth Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structurer*, Heathrow (U. K.), pp. 359-368.
37. MILLER, B. L. 1977. *Trans. R. Instn. Nav. Archit.* **119**, 55-70.
38. HOVE, D., SHIH, W. and ALBANO, E. 1978. *Hydrodynamic Design Loads for the OTEC Cold Water Pipe*, Science Applications, Inc. Report SAI-79-559-LA, September.
39. KWOK, K. C. S. and MEIBOURNE, W. H. 1979. Cross-Wind Response of Structures Due to Displacement Dependent Lock-in Excitation, in *Proc. Fifth Int. Conf. Wind Engrg* II, Fort Collins, Co. Paper VI-4, July.
40. STANSBY, P. K. 1977. *J. Fluid Mech.* **74**, 641-666.
41. FISCHER, F. J., JONES, W. T. and KING, R. 1979. Current-Induced Oscillations of Cognac Piles during Innstallation Prediction and Measurements, in *Proc. Symp. Practical Experiences with Flow-Induced Vibrations* (Preprints), Karlsruhe **1**, 216-228, September.
42. 林雄明，「圓柱體及纜索受渦流所引起之振動現象及防制」臺灣水利第 30 卷第 4 期，民國 71 年 12 月。
43. ROONEY, D. M. and PELTZER, R. D. 1979. *A Wind Tunnel Investigation of Vortex Shedding Patterns Behind the OTEC Cold Water Pipe*, Virginia Polytechnic Institute and State University Report No. VPI-AERO-101, October.
44. KING, R. 1975. *Vortex Excited Oscillations of Inclined (Yawed) Cylinders in Flowing Water*, BHRA Fluid Engineering Report RR 1214, January.
45. RAMBERG, S. E. 1978. *The Influence of Yaw Angle Upon the Wakes of Stationary and Vibrating Cylinders*, Navasal Research Laboratory Memorandum Report 3822, August.
46. KOOPMAN, G. H. 1967. *J. Fluid Mech.* **28**, 501-512.

47. TOBES, G. H. 1969. *Trans. ASME J. Bas. Engng.* 91, 831-838.
48. RAMBERG, S. E. and GRIFFIN, O. M. 1976. *Trans. ASME J. Fluid Engng.* 93, 10-18.
49. RAMBERG, S. E. and GRIFFIN, O. M. 1976. *The Effects of Vortex Coherence, Spacing and Circulation on the Flow-Induced Forces on Vibrating Cables and Bluff Structures*, Naval Research Laboratory Report 7945, January.
50. SKOP, R. A. and GRIFFIN, O. M. 1973. *J. Sound Vib.* 27, 225-233.
51. IWAN, W. D. and BLEVINS, R. D. 1974. *Trans. ASME J. Appl. Mech.* 41, 581-586.
52. NOVAK, M. and TANAKA, H. 1975. Pressure Correlations on a Vibrating Cylinder, in *Proc. Fourth Int. Conf. on Wind Effects Buildings and Structure*, Heathrow (U. K.), September.
53. HOWELL, J. L. and NOVAK, M. 1979. Vortex Shedding from a Circular Cylinder in Turbulent Flow, in *Proc. Fifth Int. Conf. Wind Engrg* Paper V-11, July.
54. BLEVINS, R. D. and BURTON, T. E. 1976. *Trans. ASME J. Fluids Engng* 98, 19-24.
55. GRIFFIN, O. M., SKOP, R. A. and RAMBERG, S. E. 1975. *The Vortex Excited Resonant Vibrations of Stricitres and Cable Systems*, Offshore Technology Conference Preprint OTC 2319.
56. SKOP, R. A., GRIFFIN, O. M. and RAMBERG, S. E. 1977. *Strumming Predictions for the Season II Experimental Mooring*, Offshore Technology Conference Preprint OTC 2884.
57. MES, M. J. 1976. *Pipeline and Gas Journal*, August.
58. GRIFFIN, A. B. 1979. *Ocean Thermal Energy Conversion Cold Water Pipe Preliminary Design Project, Baseline Desihn Phase; Final Briefing*, TRW Defense and Space Systems Group, 30 August.
59. HOVE, D. and HERVEY, D. 1979. *OTEC Cold Water Pipe System Design Study; Final Briefing*, Science Applications Inc. and Brown and Root Development Inc., 30 August, 1979.
60. BISHOP, R. E. D. and JOHNSON, D. C. 1960. *The Mechanics of Vibration*, Chapter 7, Cambridge University Press, Cambridge.
61. CLOUGH, R. W. and PENYIEN, J. 1975. *Dynamics of Structures*, Chapters 18-20, Mc Graw-Hill, New York.
62. ANON. 1979. *Wind and Water Current Induced Oscillations in Tubulars, Petroleum Engineer International*, 51, No. 12, 46.
63. SZECHENYI, E. 1975. *J. Fluid Mech.* 70, 529-542.
64. PAIDOUSSIS, M. P. and HELLBUR, C. 1979. *J. Sound Vib.* 63, 527-542.
65. GRIFF, O. M. "OTEC Cold Water Pipe Design for Problems Caused by Vortex-excited Oscillations" Ocean Engineering, Vol. 8, No. 2, pp. 129-209, 1981.
66. EVERS, W. A. and DEAN, R. B. 1978. VORTOS—A program for the Calculation of Vortex—induced oscillations in steady flow, Atkins Research and Development Report, 1978/APR/2 Epsom. (U. K.) April.

附錄：水流引起之橫向力及振動位移量預測

一、運動方程式

一彈性堅硬圓柱結構體承受渦流作用而與振動頻率鎖合時發生共振之橫向振盪，其運動方程式之通式爲[86]：

$$\ddot{y}+2\xi_s\dot{y}+y=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2(\widetilde{C}_L\sim\widetilde{C}_R) \quad (A1)$$

式中 $(\cdot)=d/d\tau$（對 τ 之微分量）

$y=\overline{Y}/D$（$\overline{Y}$ 爲橫向振盪位移振幅，D 爲管徑。）

$\tau=w_n t$（w_n 爲結構體之自然角頻率而 t 爲時間尺度）

質量比 $\mu=\rho D^2/8\pi^2 S_t^2 m_s$

結構物阻尼比 $\xi_s=\delta/2\pi$（δ 爲阻尼對數遞減量。）

水動力係數爲：

上揚力 $\widetilde{C}_L=\dfrac{\overline{F}_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 D}=C_L\sin(\alpha\tau+\varphi)$ (A2a)

反力 (Reaction) $\widetilde{C}_R=\dfrac{\overline{F}_R}{\frac{1}{2}\rho V^2 D}=C_R\sin(\alpha\tau+\varphi_1)$

式中 $\alpha=w/w_n$（w 及 w_n 分別爲渦流振動角頻率及結構物自然振動之角頻率）

此爲 Griffin[10,35] 建議之公式，式中 φ 與 φ_1 分別爲上揚力與振動位移及反力與運動加速度間之

位相差，而 $\overline{C_R}$ 與 $\overline{C_L}$ 兩者正交將於本文中稍後證明。

若管線之橫向振態位移 y 可寫爲：

$$y=Y\sin\alpha\tau \quad (\text{式中}\alpha=w/w_n,\ Y=\overline{Y}/D) \tag{A3}$$

由於 Y 爲一定值，將式(A3) 代入式(A1)，然後令 $\sin\alpha\tau$ 及 $\cos\alpha\tau$ 之係數項分別爲零，卽：

$$\sin\alpha\tau:\ -\alpha^2Y+Y-\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_L\cos\varphi-C_R\cos\varphi_1)=0 \tag{A3a}$$

$$\cos\alpha\tau:\ 2\xi_sY-\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_L\sin\varphi-C_R\sin\varphi_1=0 \tag{A3b}$$

當 $\sin\alpha\tau$ 及 $\cos\alpha\tau$ 之係數適切地集合後，可確定各種作用力分量如下：

結構體		流體	
$-\alpha^2Y$（內力）$+Y$（勁度）	$=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2$（$C_L\cos\varphi$（內力）$-C_R\cos\varphi_1$）（加質量力）	(A4a)	
$2\xi_sY$（阻尼）	$=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2$（$C_L\sin\varphi$（激盪力）$-C_R\sin\varphi_1$）（阻尼力）	(A4b)	

此系統之分解可使結構力與流體力完全地分開，然後各種流力分量可單獨測定或由測量總流力中推論得出。

Sarpkaya[1,24] 使用另一種方法，他將一共振圓柱體之總流體力示爲兩個分力之和卽：

$$C_{Total}=\frac{\overline{F}}{\frac{1}{2}\rho V^2D}=C_{mh}\sin\alpha\tau-C_{dh}\cos\alpha\tau \tag{A5}$$

式中 C_{mh} 爲一內力，而 C_{dh} 爲一曳力，此兩分力係數與 Sarpkaya 之通力係數 (generalized force coefficients) C_{dh} 及 C_{mh}[24] 比較關係爲：

$$C_{dh}=\frac{8}{3\pi}C_{dl}\left(2\pi\frac{\overline{Y}}{D}\right)V_r^{-2} \tag{A6a}$$

$$C_{mh}=\pi^2C_{ml}\left(2\pi\frac{\overline{Y}}{D}\right)V_r^{-2} \tag{A6b}$$

式中 V_r 爲指示流速，因此式 (A1) 可變爲：

$$\ddot{y}+2\xi_s\dot{y}+y=\mu\left(\frac{w_s}{w}\right)^2(C_{mh}\sin\alpha\tau-C_{dh}\cos\alpha\tau)$$

例如在渦流引起之振盪發生共振現象時，能量傳遞至圓柱體上，則曳力係數 C_{dh} 爲負值，若假定一穩定反應則：

$$y=Y\sin(\alpha\tau-\varepsilon)$$

式中 ε 爲一未定之位相差，故運動方程式可分離爲：

$$\sin\alpha\tau:\ -\alpha^2Y\cos\varepsilon+2\xi_sY\sin\varepsilon+Y\sin\varepsilon-\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_{mh}=0$$

$$\cos\alpha\tau:\ \alpha^2Y\sin\varepsilon+2\xi_sY\cos\varepsilon-Y\sin\varepsilon+\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_{dh}=0$$

$\sin\alpha\tau$ 及 $\cos\alpha\tau$ 之係數再重新排列組合，變爲：

結構力		流體力	
$-\alpha^2Y$（內力）$+Y$（勁度）	$=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2$[$C_{dh}\sin\varepsilon$（內力）$+C_{mh}\cos\varepsilon$（加質量力）	(A9a)	
$2a\xi_sY$（阻尼力）	$=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2$[$-C_{dh}\cos\varepsilon$（激盪力）$+C_{mh}\sin\varepsilon$（阻尼）]	(A9b)	

比較式 (A4) 與式 (A9) 可得近似值如下：

激盪力 (Excitation)：	$C_L\sin\varphi=-C_{dh}\cos\varepsilon$	(A10a)
流體內力 (Fluid inertia)：	$C_L\cos\varphi=C_{dh}\sin\varepsilon$	(A10b)
流體阻尼 (Fluid damping)：	$C_R\sin\varphi_1=-C_{mh}\sin\varepsilon$	(A10c)
加質量力 (Added mass)：	$C_R\cos\varphi_1=-C_{mh}\cos\varepsilon$	(A10d)

這些關係可用於最近各分力測量值之比較，Chen[32]在最近有關熱交換器管線振動之研究曾建議類似之流體力之分解，Blevins[4] 亦建議使用如同式(A4b) 及 (A9b) 所建議之分力。

由上述之方程式組，可得出：

$$\tan\varphi=-\frac{1}{\tan\varepsilon}=-\frac{1}{\tan\varphi_1} \qquad (A11)$$

ε 與 φ 均自位移 y 測量所得，而 φ_1 爲自加速度 $\ddot{y}$ 測量得之，因此亦可得出下列關係式：

$$C_L^2=C_{dh}^2 \text{ 或 } |C_L|=|C_{dh}|$$

及 $$C_R^2=C_{mh}^2 \text{ 或 } |C_R|=|C_{mh}|$$

總流力與振動位移振幅 (Y) 之關係，可由式 (A3a) 及 (A3b) 兩方程式各取平方後疊加而得之：

$$[(1-\alpha^2)^2+(2\xi_s\alpha)^2]Y=\mu^2\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^4(C_L^2+C_R^2) \qquad (A12)$$

因此由式 (A3a) 及 (A3b) 可得出位相角 φ 及 φ_1 分別爲：

$$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{C_R+wC_L}{C_R-wC_R}\right) \qquad (A13a)$$

$$\varphi_1=\tan^{-1}\left(\frac{wC_R-C_L}{C_R+wC_L}\right) \qquad (A13b)$$

式中 w 爲共振之振動系統相關之結構參數定爲：

$$w=\tan\gamma=\frac{2\alpha\xi_s}{1-\alpha^2} \qquad (A13c)$$

利用 Sarpkaya[34]所採用之符號，可得出類似之成果，式 (A9) 可變爲：

$$2\alpha\xi_sY=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_T\sin(\varepsilon-\beta') \qquad (A14a)$$

$$(1-\alpha^2)Y=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2C_T\cos(\varepsilon-\beta') \qquad (A14b)$$

式中 $$\beta'=\tan^{-1}(C_{dh}/C_{mh}) \qquad (A14c)$$

且 $$C_T=(C_{mh}^2+C_{dh}^2)^{1/2}$$

若如上述 $w=\tan\gamma$ 則

$$\varepsilon=\gamma+\beta \qquad (A14d)$$

或以類似之形式表示爲：

$$\varepsilon=\tan^{-1}\left(\frac{C_{mh}w+C_{dh}}{C_{mh}-wC_{dh}}\right) \qquad (A15)$$

上述解析方法爲根據假設流力與圓柱之共振運動獨立，而事實上在流力與振動位移之間有相當複雜之非線性相依特性（如圖 22 ），同時最大之振動位移振幅依圓柱質量比，結構阻尼和其架設方式等參數而定，假定可由試驗得知作用力係數，則上述這些分析模式可用於預報圓柱之振動位移等之反應。

二、作功與能量之考慮

每一圓柱結構體振動循環之功與能消散特性之考慮是相當有用的，在式 (A1) 及 (式 A7) 之各種分力之作功及能量消散，則可由下列積分量得之：

$$\sum\int_0^T\overline{F}d\bar{y}=\sum\int_0^T\overline{F}\frac{d\bar{y}}{dt}dt=0$$

因在一振盪循環內，結構內力與勁度項爲一保守力，而無作功之淨量，故依式 (A1) 可得：

$$2\xi_s\int_0^{w_nT}(\dot{y})^2d\tau=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2\left(\int_0^{w_nT}C_L\sin(\alpha\tau+\varphi)\dot{y}d\tau-\int_0^{w_nT}C_R\sin(\alpha\tau+\varphi_1+\varphi_1)\dot{y}d\tau\right) \qquad (A16)$$

式中 $\tau=w_nt$，而結構物之運動速度 ($\dot{y}$) 爲：

$$\dot{y}=\alpha Y\cos(\alpha\tau)$$

故式 (A16) 可化簡爲：

$$2\xi_s\int_0^{w_nT}(\dot{y})^2d\tau=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2(\pi C_LY\sin\varphi-\pi C_RY\sin\varphi_1) \qquad (A17)$$

亦可將式 (A7) 以同樣方法處理，可得：

$$2\xi_s\int_0^{w_nT}(\dot{y})^2d\tau=\mu\left(\frac{w_s}{w_n}\right)^2(\pi C_{mh}Y\sin\varepsilon-\pi C_{dh}Y\cos\varepsilon) \qquad (A18)$$

比較上列兩式可得出：

激盪力：$C_L\sin\varphi=-C_{dh}\cos\varepsilon$ (A10a)

流體阻尼力：$C_R\sin\varphi_1=-C_{mh}\sin\varepsilon$ (A10c)

此成果如同第一節所得者。由 Sarpkaya[24] 公式之作用力係數 C_{mh} 有一分量 $-C_{mh}\sin\varepsilon$ 與結構物振動速度 ($\dot{y}$) 反向（因在一渦散所引起之共振之振盪代表性 ε 值爲負值），同樣的，激盪力係數 (C_{dh}) 如同圖 18 及 20 所示，在渦流引起振盪下有一部份爲負值，實際上有一激盪分量 ($-C_{dh}\cos\varepsilon$)，將能量傳遞至振動圓柱體上，此分力與圓柱體振動速度同位相 (in phase) 而造成共振之振動，而流體之反力及阻尼影響性之測定，可用一相關之有效阻尼因素 (effective damping factor) ξ_F 表示，詳見 Sarpkaya 論文[10,24]。

一自行激盪發生共振現象，由於激盪力爲正值，故由式 (A18) 可得出必要條件爲：

$$-\pi C_{dh}Y\cos\varepsilon>0$$

因 C_{dh} 爲負值，故 $\cos\varepsilon>0$，而由於：

$$\cos\varepsilon=\frac{C_{mh}-wC_{dh}}{\sqrt{(C_{mh}-wC_{dh})^2+(C_{dh}+wC_{mh})^2}}$$

故可得出自行激盪之共振條件爲：

$$C_{mh}-wC_{dh}>0$$

若採用 Griffin 所使用之符號，則能量傳遞至振動之圓柱體，其條件爲：

$$\overline{\pi}C_L Y\sin\varphi>0$$

因 C_L 爲正值，故自行激盪之共振條件爲 $\sin\varphi>0$，而由於：

$$\sin\varphi=(C_R+wC_L)/((C_R+wC_L)^2+(C_L-wC_R)^2)^{1/2}$$

故自行激盪之合適條件爲：$C_R+wC_L>0$

此條件與（式 19a）之 C_{mh} 和 C_{dh} 之相關條件類似，而 Sarpakaya[1] 亦定出在鎖合情況下發生共振現象，其流體動力與結構力之相互關係，與上述有點類似。

三、順柔性圓柱體

若一順柔性圓柱體，其振態形態 (mode shape) $\phi_i(Z)$ 依 Skop[26], Iwan[16] 及 Blevin[4] 所列之渦流振盪公式，則可易於延伸上述堅硬圓柱體分析公式於順柔性圓柱體上應用，若已知純振態反應，則順柔性圓柱體之振動位移量爲：

$$Y_i=Y\phi_i(Z)\sin\alpha\tau$$

在每一長度方向點 (spanwise point) 上 $Z=\overline{Z}/L$，最大有效之振動位移 (maximum effective displacement) 爲：

$$Y_{eff,max}=YI_i^{1/2}/|\phi_i(Z)|_{max}=Y/r_i$$

式中 $$I_i=\int_0^1\phi_i^4(Z)dZ\Big/\int_0^1\phi_i^2(Z)dZ$$

及 $$r_i=|\phi_i(Z)|_{max}/I_i^{1/2}$$

此爲假設一圓柱體長度爲 L 所得，在一定常圓柱體之特殊情況下則 $I_i=|\phi_i(Z)|_{max}=1$，而在表 A1 列有各種結構形態之振態 $\phi_i(Z)$ 及相關之 $I_i^{-1/2}$ 值，故可根據式 (A22) 計算 r_i 值。故一順柔性圓柱體發生橫向振動其位移量可表示爲：

$$y(Z,t)=\sum_{i=1}^{\infty}Y_i(t)\phi_i(Z)$$

將此式代入運動方程式（式 (A1)）中可得：

$$\sum_{i=1}^{\infty}(m(Z)Y_{i,tt}+2m(Z)w_{ni}\xi_{si}Y_{i,t}+m(Z)w_{ni}^2Y_i)\phi_i=-\frac{\rho D^2w_s^2}{8\pi^2s_i^2}(\overline{C}_L-\overline{C}_R)\quad\text{(A1a)}$$

當結構物之正常振態滿足正交條件，其條件爲：

$$\int_0^1 m(Z)\phi_i(Z)\phi_j(Z)dZ=\begin{cases}0 & (i\neq j)\\ \overline{m} & (i=j)\end{cases}$$

故式 (A24) 可化簡爲：

$$w_{ni}^2(\ddot{Y}_i+2\xi_{si}\dot{Y}_i+Y_i)=-\frac{\rho D^2w_s^2}{8\pi^2s_i^2}\left\{\frac{\int_0^1\overline{C}_L\phi_i(Z)dZ}{\int_0^1 m(Z)\phi_i(Z)dZ}-\frac{\int_0^1\overline{C}_R\phi_i(Z)dZ}{\int_0^1 m(Z)\phi_i^2(Z)dZ}\right\}\quad\text{(A26)}$$

若相當作用力係數及相當質量定義如下式：

$$\overline{C}_{LE}=\frac{\int_0^1\overline{C}_L\phi_i(Z)dZ}{\int_0^1\phi_i(Z)}$$

表A1 各種結構形態之振態 $\phi_i(Z)$ 及相關值

結構形態	$\phi_i(Z)$ 公式　$\theta_i=\lambda_i\overline{Z}/L$	i	λ_i	α_i	$I_i^{-1/2}$
1.絞接剛性棒	$\phi_i=\overline{Z}/L,\ \phi_{i+1}=0$				1.290
2.拉緊纜索	$\phi_i=\sin i\pi\,\overline{Z}/L$				1.1547
3.兩端絞接樑	$\phi_i=\sin i\pi\,\overline{Z}/L$				1.1547
4.懸臂樑	$\phi_i=\cosh\theta_i-\cos\theta_i-\alpha_i(\sinh\theta_i-\sin\theta_i)$	1	1.87510410	0.73409550	0.6525
		2	4.19409113	1.01846644	0.7494
		3	7.85475743	0.99922450	0.7686
5.兩端固定樑	$\phi_i=\cosh\theta_i-\cos\theta_i-\alpha_i(\sinh\theta_i-\sin\theta_i)$	1	4.75300408	0.98250222	0.7348
		2	7.8532046	1.00077731	0.7694
		3	10.9956078	0.99996645	0.7817
6.絞接固定樑	$\phi_i=-\cosh\theta_i+\cos\theta_i-\alpha_i(\sinh\theta_i-\sin\theta_i)$	1	3.92660230	1.00077730	0.7694
		2	7.06858275	1.0000144	0.7891
		3	10.21027613	1.0000000	0.7972
7.自由絞接樑	$\phi_i=\cosh\theta_i+\cos\theta_i-\alpha_i(\sinh\theta_i+\sin\theta_i)$	1	3.92660	1.000773	0.7628
		2	7.06858	1.000000	0.7890
		3	10.2102	1.000000	0.7972

$$\overline{C}_{RE}=\frac{\int_0^1\overline{C}_R\phi_i(Z)dZ}{\int_0^1\phi_i(Z)dZ}$$

$$m_e=\frac{\int_0^1 m(Z)\phi_i^2(Z)dZ}{\int_0^1\phi_i^2(Z)dZ}$$

故運動方程式可化簡爲：

$$\ddot{Y}+2\xi_i\dot{Y}+Y=\mu\left(\frac{w_i}{w_e}\right)^2(\overline{C}_{LE}-\overline{C}_{RE})\cdot\frac{\int_0^1\phi(Z)dZ}{\int_0^1\phi^2(Z)dZ}$$

由於已知在此方程式中爲單一振態反應，故可去除足數 i，若在一順柔性圓柱體、類似式(A16)之功能平衡，可得出下列結果：

$$2\xi_i\int_0^{w_e T}(\dot{Y})^2dt=\pi\mu\left(\frac{w_i}{w_e}\right)^2(C_{LE}Y\sin\varphi-C_RY\sin\varphi_i)\cdot\frac{\int_0^1\phi(Z)dZ}{\int_0^1\phi^2(Z)dZ}$$

式中 C_{LE} 及 C_{RE} 爲相當之作用力係數與式(A27a)及(A27b)類似。

類似此種方法可用於結構之有限元素矩陣法分析[61]，對於渦流引起之振盪問題，Evers[66]及Hove[38]曾提供一些處理渦流引起振動問題之經驗公式以供應用。

圓柱體及纜索受渦流所引起之振動現象及防制

Vortex-Excited Vibrations of Cylinders and Cables and Their Suppression

林　維　明

WEI-MING LIN

中華顧問工程司工程師

摘　　要

本文扼要描述圓形管樁結構物及纜索在海洋環境中，因渦流所引起之振動現象，渦流激盪將爲外海鑽油套管，生產系統及各種海域結構物操作受限之一大因素。此類振動防制法可根據實驗室試驗、現場調查及文獻評論等得知，各種渦流防制裝置難於同一 Reynold 數，或結構穩定參數相似之範圍下比較，本文將儘可能蒐集此方面資料探討，同時說明其應用性。

ABSTRACT

This paper gives a brief description of vortex-induced vibrations of circular cylinders and cables in the marine environment. These vibration can be the factor limiting operations of unmanned submersibles and offshore drilling or production systems. Possible methods of limiting or suppressing these vibrations are discussed in the light of laboratory tests, site investigations and literature surveys. It is not always possible to compare devices in similar ranges of ranges of Reynolds number or structural stability parameter, but where possible this is done and the applicability of the devices is described.

一、前　　言

本文旨在討論在海洋環境中之結構物受渦流所造成之振動機構及其防範方法，首先介紹流體引起振動之專題上一些術語及觀念，同時亦非常扼要地檢討過去曾在文獻中發表過之試驗成果。

討論此專題，首先研究作用於一堅硬體之流體動力，然後考慮結構體爲彈性或順從性，若此堅硬體置於一流體中，當流體流經此結構體時將產生一動力，此力之主要影響因素爲結構體形狀，動因爲流體分離及產生渦散現象而流性爲似穩定和騷動性。若結構體並非完全地堅硬且有可能撓屈之趨向或對此動力有一回復力，此種流體與結構物間之互制將造成結構體連續振動不已，卽所謂流體彈性振動，特別在圓形管樁結構物及纜索最爲常見，此種振動及防制法爲本文探討重心。

(一)圓樁結構物之振盪

在穩定水流中，由於水流之分離及渦散現象在一圓柱構件上產生穩定曳力及騷動曳力 (fluctuating force)[1]，雖然此處所考慮之激盪機構僅限於渦散上，而於其他報告中，尙說明許多激盪之現象，例如 Wiegel[2] 曾說明在海洋波浪（特別是長波下）和波浪疊加穩定海流、短暫渦散和衝擊激盪，Davenport[3] 說明一結構物位於另一結構物之尾跡流上可由於受打擊 (buffeting)（一般爲寬帶之亂流）所激盪，亦由因奔流或渦散所激盪者。至於橋墩之奔流（或顫動 (flutter)）[4]和纜線（特別是電

纜線）[5]，則爲另一類問題，與板殼和管內熱交換器中音響共振[6]類似，本文不擬討論此類流體彈性振動問題（例如熱交換器管[7]、冷水塔[8]、船殼[9]、水門控制等[10]）詳細請參閱流體引起之振動一書[5]。

若圓樁保持靜定，則將承受穩定和騷動曳力和騷動上揚力（對一孤立樁而言，無法得到一穩定上揚力）。此等作用力均可藉着曾利用試驗所得出之圖表之經驗公式得出，King[1] 曾說明此等作用力爲 Reynold 數之函數，且亦依擾亂尺度及强度 (turbulence scale and intensity) 和結構體表面粗糙度等而定。圓柱之穩定性撓度可假定一流速水頭下之均勻分佈負荷及選擇適當之水力係數而計算得出，撓動性之撓度亦可用同一方法求出，雖然由於沿圓柱縱向上所生渦流與鄰近渦流所引起之力在大小及位相上並不盡同，故估計之撓度可能太高。渦散形態可比較及補足之管樁長度稱爲相關長度 (correlation length)，對一相當堅硬之圓樁，相關長度隨 Reynold 數而變，如表一所示。

渦對 (pairs of vorices) 之頻率 (fv) 爲流速 (v)，管徑 (D) 和 Reynold 數 (Re) 之函數。定義無因次 strouhal 數爲 $S=fvD/U$，且在相當大之 Reynold 數範圍內 ($10^2<Re<10^5$)，strouhal 爲一定值 ($S=0.2$)，S 與 Re 之關係如圖一所示[11]

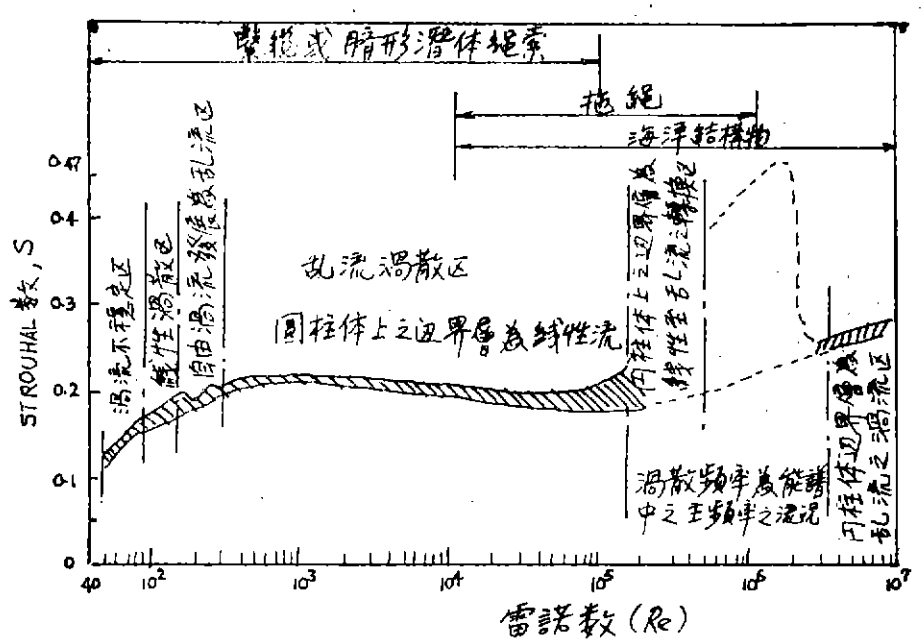
表一　光滑圓樁，其相關長度與 Reynold 數之關係

Reynold 數範圍	相關長度	備註
40～150	15～20 d	d：管徑
150～10^5	2-3 d	
1.1×10^4～4.5×10^4	3-6 d	
$>10^5$	0.5 d	
2×10^6	1.56 d	

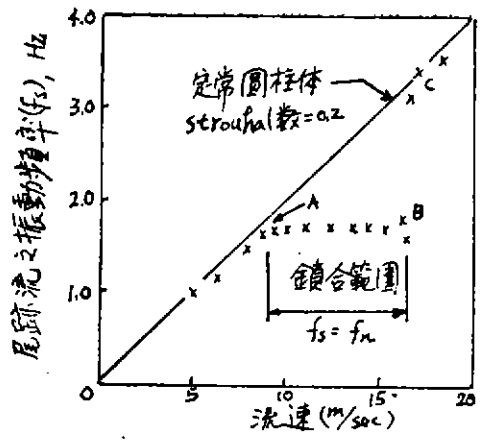
，但 S 之絕對值亦依管樁表面粗糙度、管長與管徑比、騷動程度、鄰近其他環境之影響性和流速剖面等而變，圖一亦說明代表性海洋結構物相關之 Reynold 數範圍。

每次渦流自管樁發散，它將改變局部之壓力分佈以及管樁在渦散頻率下承受隨時間而變化之作用力。若圓管樁之自然頻率與渦散之頻率相當接近，且假設圓柱之阻尼相當地小，則管樁之持續振動可受激盪，在振動振幅建立期間，則渦散之相關長度顯著地增加，且渦散由管樁之運動所控制，在水流流速範圍中，渦散頻率與剛性管樁之自然頻率接近時之振動現象如圖二所示。

煙囪、電纜及懸吊之管線等承受空氣流之作用下，其振盪方向均與流向垂直，此稱爲橫向流振盪



圖一　雷諾數與 STROUHAL 數之關係



圖例說明

A. 橫向流開始發生振動，且渦散振動頻率開始與定常圓柱體之振盪鎖合。

B. 同步之上限，圓柱體之振動運動開始減弱，最後終於停止。

C. 渦散頻率回復至 strouhal 所描述之 $S=0.2$ 之關係上

圖二　彈性圓柱體之自然頻率與渦散頻率同步鎖合之現象

(cross flow oscillation)，很少有振盪方向與流向相同（線上運動）(in-line motion) 之例外事例出現。然而由於其特殊之安裝所致亦有可能發生。但在水中之結構物，例如海底管、海中觀測塔、外海結構物之支撐構件，其振盪之方向不但有橫向且有線上者。而線上振盪可在流速比橫向水流之臨界流速較低之情況下發生[1]。

振盪現象一般將實驗資料用相關之無因次項表示，例如無因次振盪振幅 (y/D) 由兩個無因次參數即穩定參數及指示速度決定，此兩參數說明如下：

(1)穩定參數 (stability parameter)

$$K_s = \frac{2\overline{m}\delta}{\rho D^2}$$

式中 $\overline{m}$ ：單位長度之有效質量 (effective mass)

δ ：阻尼之遞減值 (logrithmic decrement of damping)

ρ ：流體密度

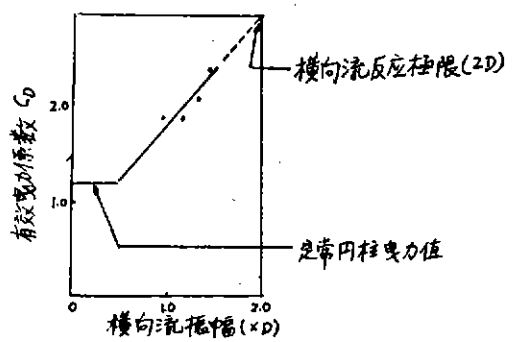
(2)指示速度 (reduced velocity)

$$V_r = \frac{V}{fn\,D}$$

式中 V ：流速

fn ：結構物之自然頻率

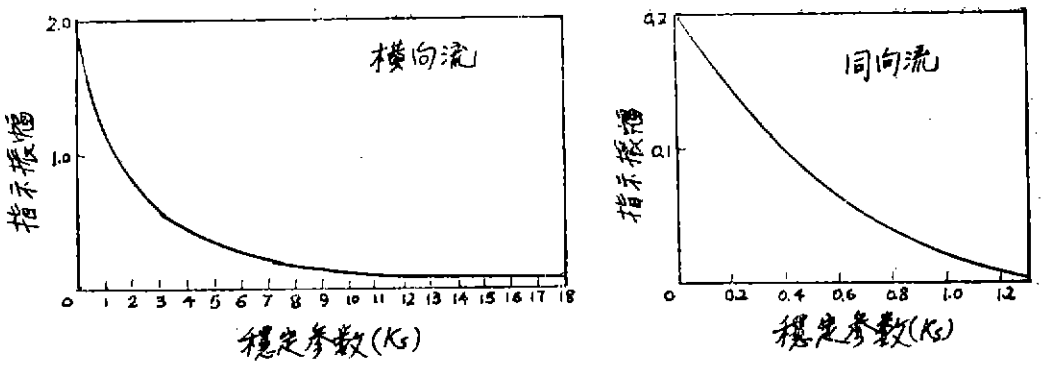
辨別指示速度與 strouhal 數之分野相當重要，前者爲結構參數，而後者爲流體動力參數，當 $fn=fv$ 時，則指示速度之倒數，即爲 strouhal 數即 $S=\frac{1}{V_r}$。例如 $S=0.2$ 時 $V_r=5$。當管樁在線上方向振動情況下，在其上之穩定曳力在實質上未變，但在橫向水流情況下，其將隨振動振幅而增加（圖三），若管樁置於一穩定均勻流，則較易決定管樁是否因流速激盪至振動[12]。實際上，由於尖銳之速度梯度可能存在，故產生選定一代表性流速之問題。有關定常圓柱結構物承受渦流現象有許多可靠之資料，例如最近 Griffin 之報告[13]。此並非適用於撓性管樁可自由地對渦散力產生反應之情況，圓柱可在剪流中激盪，而產生最大之振動振幅與平均流速下之穩定流所激盪者相等[13,14]。



圖三　曳力係數與橫向流振幅之關係

若管樁與流向有相對之偏向，一些學者[15,16]證明可採用垂直於管樁之流速分量爲相當流速量，海中管樁結構物中並非所有構件均平行且尖削物可顯著地影響渦散機構，因此渦流可在與依局部管徑大小決定之 strouhal 數與渦散頻率一致下發散，故不論在位相與頻率下均缺乏長度方向渦流之相關性。然而若圓柱之阻尼很低，其可對渦散產生反應，且在平行邊之圓柱上發生鎖合現象，Walshe 與 Whithred[17] 曾說明有關在尖銷形模型煙囪中，其鎖合在基本、二及三階自然振動模式中均發生，在開始鎖合時之指示流速並非一常數而隨模數遞增，此建議在沿煙囪不同管徑當流速增加下，渦散已發生鎖合。

激盪運動之振幅遞增，直至自渦散力所輸入之能量與圓樁之能量驅散性質平衡情況爲止，試驗上



圖四　穩定參數與振動振幅極限值之關係

已說明圓樁在空氣及水流中之激盪運動之極限振幅可由穩定參數決定，其爲結構物阻尼和其相對密度之合成，一支半沉之構件其有效質量 (m_e) 之計算，需考慮結構物之振動模式形態，結構物之質量分佈和附着水之加質量等因素，在空氣或水流中之結構物，無阻尼之情況下，在橫流情況下，最大振動振幅約爲管徑之二倍，而同向流則約 0.1 倍[1]。圖四說明指示振幅與穩定參數之關係。

㈡爲何渦流引起之振動相當擾人

有關持續性振動之問題嚴重性大部份依圓柱構件特性及使用性而定，圓柱和纜索之橫向振動可能發生材料疲勞亦可造成似靜定曳力之增加而導致疲勞年限之降低。

對纜索系統而言，這種振動將造成平均負荷與位移之增强和難於對海中遙控潛艇及其臍形電纜安裝電力需求進行預報。除外在三度空間之流場中，決定潛艇之操作面積（所謂之足印 (footprint)）亦感困難，海中潛艇藉電纜傳遞信息控制，而電纜振動（亂彈）可造成噪音，因而疊加且可塗銷或破壞信號進行傳遞。故此對由電纜所拖曳之聲納浮筒系統顯得特別地重要。

㈢可能減輕振動量之方法

基本上有兩種減少任何振動系統之反應之古典方法卽(1)改變系統之轉換函數；(2)改換輸入之作用力系統之大小及頻率。

第一種方法改變流體——彈性系統間之轉換函數有時感到較困難處理，而第二種方法較爲適用。調整系統之阻尼和自然頻率，使其與輸入之作用力頻率不一致，而在結構系統中，欲使其阻尼和自然頻率更改，則需要主要結構系統作修改，此將不耗時且費錢，同時在電纜系統中，不易增加整體之阻尼量，雖然可在理想之處增加張力而使其自然頻率增大。

過去曾有不少學者試驗增加結構物阻尼之方法，多種方式均試過。例如在第四號橋施工期間[18]，用鋼索支撐結構物，故其阻尼可由成股之鋼索 (cable strands) 之相對運動所供給。或使鋼索拖曳很重之質量上斜坡而藉摩擦消散能量。Novak[19] 建議在結構物及其支座間加上黏性阻尼器 Reed[20] 提出在火箭架外懸吊鐵鏈，因此當振盪增强時，將使鐵鏈衝擊火箭鐵架邊而消能。John[21] 建議水平管半充填液體之自由面攪動可顯著地增加阻尼。

第二種特別應用於振動一流體與彈性系統爲改變結構物之剖面，以求影響邊界層之分離，避免沿結構物長度上渦散之相關性，或改變尾跡渦流之形成及其相互影響，Walshe[22] 和 Zdravkovich[23] 曾對許多應用之方法作過檢討。在非圓形之結構物上，除承受渦散之激盪外，較易受奔流 (galloping) 之影響，然而，由於此種斷面在海洋應用上比較少，故現在之討論僅限於圓形管樁結構物上。

現今之海域發展往外海擴展，水深增加，且經常在潮流或海流大於 4 節 (2 m/sec) 之情況下操作，海域結構物之支柱，直立管或鑽井套管等之長度增大，而造成結構物之自然頻率減少，而使結構物易受渦散引起振盪，其振動之形態爲一階或多階形式 (one or more mode of vibration) 有許多抑制這種結構物振動之研究工作爲應用在空氣中煙囪有關者。然而由於在水中之質量比 ($m_e/\rho D^2$) 較空氣中爲低，故在水中之穩定參數較空氣中爲低，因此在考慮此種振動之防制，較爲困難。

以下之討論分爲兩大部份，首先考慮似樑之結構物，其次爲纜索結構物，兩者之區別爲後者相當

地細長，且經常在相當高之振動模式下反應，同時亦均討論著名的渦散防制法。

即使至今有許多之研究成果，然而試驗資料尚不足以在實際海洋結構物操作海況和其穩定參數相當低之代表性 Reynold 數下，所有防振動器之詳細比較，此需在渦流防振器有一致性之試驗方法，許多以特殊裝置做試驗，但難於延伸此試驗至其他應用上。例如當在一振動模式中之試驗且其成果被應用於其他模式上，難於預報在一結構物上有多少範圍需包覆防制器以求抑止振動現象之發生。一般而言，防振器若裝於奏點 (antinode) 上，則最具有實效。

二、似探結構物產生渦流振盪現象之抑止

(一)邊界層裝置

此種器具應用最廣及成功者爲螺旋式條板 (helical strake)（圖 5a）此在許多煙囪中常見應用，樂觀之構形爲起始有三條勻稱螺紋，各螺距爲 $5D$（D 爲管徑）和自圓柱面凸出 $0.1D$，雖然對於低穩定參數之結構物，建議若伸凸 $0.12D$ 可能防止振盪效果較佳。條板必須爲銳角而不用圓形者，曾試驗使用各種圓索沿管樁螺旋狀盤繞，但其結果變化相當大，Every[24] 曾發現 $0.05D\phi$ 之圓索盤繞一穩定參數非常低之圓柱上 ($Ks \simeq 0.5$)，在超臨界和亞臨界 Reynold 數情況下，其振動振幅將減少 50%以上。Price[25] 發現不同螺狀鋼索盤繞圓柱上，其索徑均小於 $0.1D$，則其運動振幅將減少，但並不實用，Nakagawa[26] 試驗兩種伸凸 $0.004D$ 之構形，發現四條鋼索盤繞，其螺距爲 $16D$，則可略爲減少振盪之上揚力，而八條鋼索盤繞螺距爲 $32D$則將增加上揚力，而其試驗爲根據圓柱之邊比 (aspect ratio; y/D) 相當小之情況，故其此種成果所代表之結構行爲並不能代表所有圓柱。

Novak[19] 在電視天線柱上嵌上個別之直立版輻射狀伸凸，形成單一螺旋狀，其螺距爲 $5.65D$，自柱面伸凸 $0.165D$，在防制振盪振幅之成效良好，然而在風洞之超臨界 Reynold 數情況下，不太可能證明其有實效，在最近之報告中[27] 指出類似之方法，利用有實效之分離板所構成之螺旋用於增加阻尼，在外海工程之應用上相當地成功。

藉着水流之想像，Pugh[28] 曾說明一結構物邊緣渦流 (edge vortex) 在條板下端形成，其可抑制邊界層之分離而使尾跡流寬度變窄。

使用螺旋條板引起大的曳力之不利，在實際 Reynold 數大於 5×10^6 之情況下，曳力係數大約爲一常數（等於 1.3），而對平坦光滑之管樁在超臨界流情況下，其值近於 3 以上[29]。

螺旋條板爲一全方向之裝置，且已證明可在大的入射角下操作[30]，太靠近其他結構物可能將影響螺旋條板之效力，在某些情況下，由於安裝螺旋條板，將使結構物所承受之打擊力受減少[31]，而在另一情況則可能使情況顯得更加惡劣。Zdravkovich[23] 歸因此種現象爲圓柱下游渦流交替形態之復蘇。故結構物與其渦流復蘇長度之相對距離將決定打擊力是否增强或減少。若有分離之尾跡流，卡門渦列最後在距圓柱之下游一段距離下再形成之情形發生，則任何之裝置將適於裝在圓柱上。

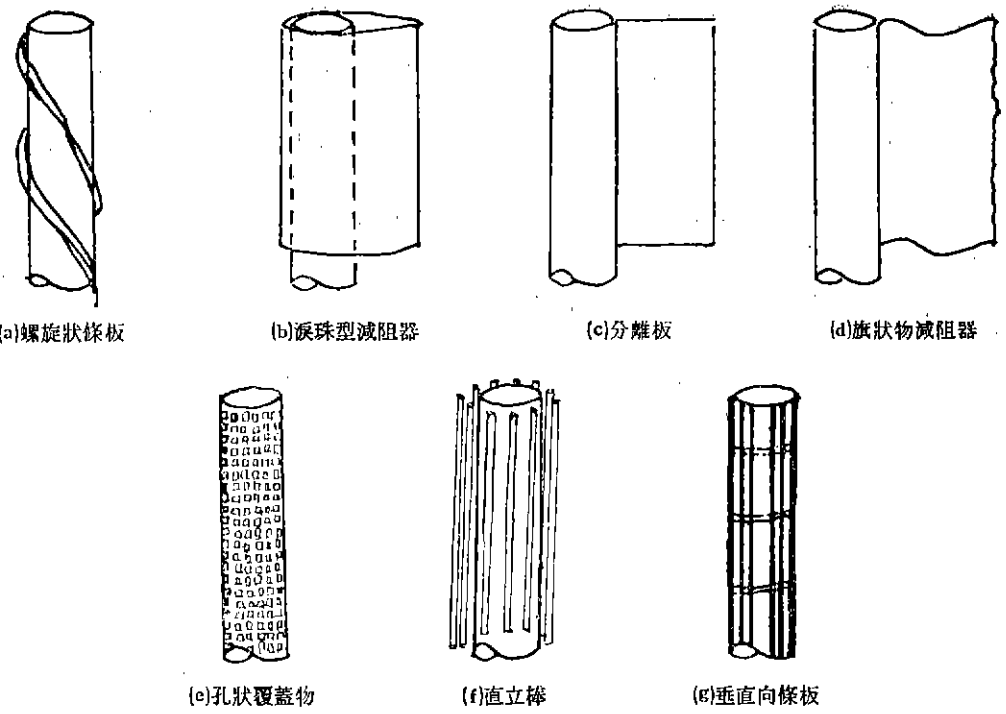
雖然螺旋條板對許多在空氣中之熱氣管和煙囪爲標準抑止振動器，然而在水中之使用事例不廣，不僅其將承受巨大之曳力之不利現象，且增加操作上 (handling) 之問題，且無法完全減少在低穩定參數情況下之振動[24]。海洋生物附著之影響性尚未能確定，而由於其減少條板之有效高度和圓度故可能將減少條板之效率

在纜索情況下，有許多種自纜索表面伸出之防振器型態曾經試過，企圖控制分離點和避免沿圓柱長度上渦流之相關性，Sallett[32] 曾試驗在圓柱表面裝以飾釘產生粗糙度，除外例如一排小管徑之管樁自圓柱面輻射突出，和由尼龍繩所形成之鋸齒紋等，這些方法均有不同程度之成功，但均尚未達到可使振幅減少至合理可接受之程度。

Alexandre[33]，Price[25] 及 Naumann[34] 等曾試過且建議在沿管樁長度上安裝垂向尾鰭 (vertical fins) 和鋼索。這種裝置僅在流向爲單一方向時很實用，故應用性受限，對於在水中由於對稱渦散，圓柱與流向同一方向振盪之情況下，單一尾鰭置於沿圓柱伸突 $0.1\sim0.2D$ 長度，而與入射流成 45°，則足以阻止振盪現象[35]，此自然有曳力之不利現象而提增上揚力爲一定值，一般而言，由渦散所引起線上之激動力，其大小比橫向水流者爲小，圖四說明在線上方振盪，則在穩定參數較低情況下，其運動現象即可抑止，故易於消除由渦散所引起之線上振盪。

(二)尾跡流穩定器

穩定尾跡流之代表性方法如機翼形減阻裝置，



(a)螺旋狀條板　(b)淚珠型減阻器　(c)分離板　(d)旗狀物減阻器

(e)孔狀覆蓋物　(f)直立棒　(g)垂直向條板

圖五　圓柱體各種渦散抑制器

跡流分離器和旗狀物。(圖 5b, 5c 及 5d)

Grant[36] 和 Albers[37] 曾說明淚珠型斷面之減阻裝置(圖 5b) 在巴西海岸外一直立管上承受 4 knots 之海流情況而很成功地使用，此設施由風洞試驗發展出來，其弦 (chord) 與厚 (thickness) 之比值爲 2.12，而其前沿邊 (leading edge) 與直立管之管徑之比值爲 1.6，此種淚珠型斷面較機翼型斷面之弦、厚比爲小，機翼型減阻裝置之代表弦 (c)、厚 (t) 比爲 $c/t \geq 10$，對一機翼型在水流分離和渦散完全靜止前必須相當細長，若在眞正機翼型減阻器之安放並不方便之情況下，需考慮減低 c/t 值。根據上述減阻器[36]安置於直立管上，其曳力係數 C_d=0.41，雖其可隨直立管表面粗糙度(海洋生物附著)而遞增，而若 c/t 增大，則 C_d 值將減小，由於機翼型爲單一方向裝置，需使其能隨水流轉向而旋轉，Albers[37] 曾提及旋轉角度限制爲 70～90°，此將使其在巨大渦流力下受損。

自管樁後端突出之分離板(圖 5c) 已證實爲一相當成功之尾跡流穩定之方法，Sallet[32,38] 曾試驗過分離板且說明其有產生一對稱渦流傾向之特性，故每一渦流可想像由一堅硬分離板所產生之與流向軸對稱之影像。分離板亦可穩定分離點，減少尾跡流寬度和減小曳力[39]。

使用分離板和旗狀物可增強對稱渦散和其所致生之線上激動運動之振幅之增大。分離板可抑止交替性渦散及其所產生之橫向或線上運動振動亦因之減小[40]。

爲求抑制亞臨界流況下，渦流所引起之運動，Sallet[38] 曾由實驗發現在流向上之分離板之長度 (L) 必須爲 $3D$，而在臨界流爲 L=1.5 D。Roshko[41] 發現在 Re=1.45×10^6 則 L=1.14 D 不足以抑止渦流引起之運動而證明 L=5 D 較有實效。

既使相當短之分離板 (L/D=1/8) 亦顯著地使尾跡流寬度減小，且當在 L=D 之情況下可使其 C_d 值達極小值約爲同一 Reynold 數範圍下 ($10^4 < Re < 5\times10^5$) 之平坦光滑管樁 C_d 值之 69%，分離板長度增大，可使曳力係數略爲增大。

在施工安放上，分離板所承受之限制亦如同機翼型減阻器，亦可發現當分離板轉至管樁之前緣面，因其可能使渦散增強，故可能造成危害[42]。

若分離板爲柔性，它可變爲如同旗狀物(圖 5d) King[14] 和 Fisher[40] 曾報導有關旗狀型在外海平臺上定位 (positioning) 和鑽井之基樁振盪

之抑止試驗，裝有旗狀減阻器所產生之振盪現象可減至光滑平坦管樁之 5%，試驗之旗狀減阻器大小不同例如尾跡長爲 3 D 而管軸上長爲 5 D (3 D×5 D) 或 (10 D×15 D) 等。

雖旗狀物不如堅硬之分離板之減阻效果好，但其優點爲其可隨流向運動而且不致產生巨大之上揚力，在二度流中，旗狀物若在上游面可能將管樁包紮住，而使其無法發生效力，由於其無法展開，故其將視同短分離板。

King[41] 曾報導旗狀物減阻器可使橫向水流振盪之曳力係數降低，例如一振盪樁之 C_d=2.12 可減至 C_d=0.93。

利用流體射入結構體後端之低壓區，此方法可控制尾跡流和改變渦流形態，例如水流自管樁上游面流出而射在下游邊[42,43]，或可機械地泵進此區[44]，欲使此種方法實用相當困難且昂貴，現正發展另一種方法[45]，空氣自一歧管泵送於管樁周界，使渦散所引起之振動受影響，既使其流率量不大，發現此空氣柱可顯著地使振動振幅減小，此方法可在臨時性結構物保護用，但僅限於直立構件上應用。

㈢孔狀覆蓋物

使用沿圓柱穿小孔之孔狀覆蓋物 (shrouds) 首先由 Price[25] 試驗得出 (圖 5e)，其大小並非一定，但最佳者爲孔徑 1.2 D，開孔面積比約佔總表面積之 20～30%，方形孔較長口形孔減阻效果好[32]，Wotton[46] 證實主要之流型爲由輻射狀孔口所建立，在同一系列之試驗中，沿圓柱周界使用輻射狀棒，亦可得出相似之流型，但對振動之抑止則不太成功。

對實際上 Reynold 數下，曳力係數依管徑而定約爲 C_d=0.9[47] 此值較螺旋條板所得者爲低，大部份之流體動力由孔狀覆蓋物所承受，但其程度則依開孔之比例而定。

孔狀覆蓋物在抑制振動上並不如螺旋狀條板有效，特別在許多外海工程上之應用穩定參數低者，發現最樂觀之孔狀物可使光滑懸臂管樁 (彈簧係數 K=0.5) 所產生之振盪量減小約 50%，而在空氣中之螺旋狀條板可減至約 90%[24]有許多種孔狀物減阻器曾在空氣中使用過[48,49] 方形斷面發揮效力最佳[50]且可減少奔流 (galleping)[51]。

Zdravkovich[52] 建議一孔狀減阻器可利用在圓柱周界上裝上與軸向平行之直立棒 (如圖 5f)。根據各種不同面積比及棒徑大小試驗，所得之樂觀幾何特性與 Price[25] 所建議者類似。他建議此安裝法將使其所得之曳力係數減至一般孔狀物減阻器情況之下[53]。

Wong[53] 曾發展在圓柱周界圍成一圈垂向之板條 (slat) (圖 5g)，他試驗過 20 種構形，各種流況，Reynold 高達 $Re\simeq10^5$ 其成果顯示板條寬爲 D/11.5，開孔面積比爲 40%，板條中心距柱心爲 1.25 D 爲樂觀值，在單一方向或反轉向水流情況下，在板條前後方約與流向軸成 31° 之處若開有巨大之孔口者爲最佳構形，Every[17] 發現在非常低之穩定參數和 $Re\simeq5\times10^4$ 之情況下，在抑止振動成效上，板條與螺旋狀條棒相同。Wong[54]根據流況得出當 $Re\simeq10^4$ 曳力係數爲 C_d=1.15 而當 $Re\simeq10^5$，則 C_d=1.05；因此表示在臨界和超臨界流況下，曳力係數相當接近爲一常數值，其板條曾用於英國 Glasgrow 皇家醫院之煙囪上，其爲一相當粗強之結構物且在最大風速之條件下亦爲一相當穩定者。

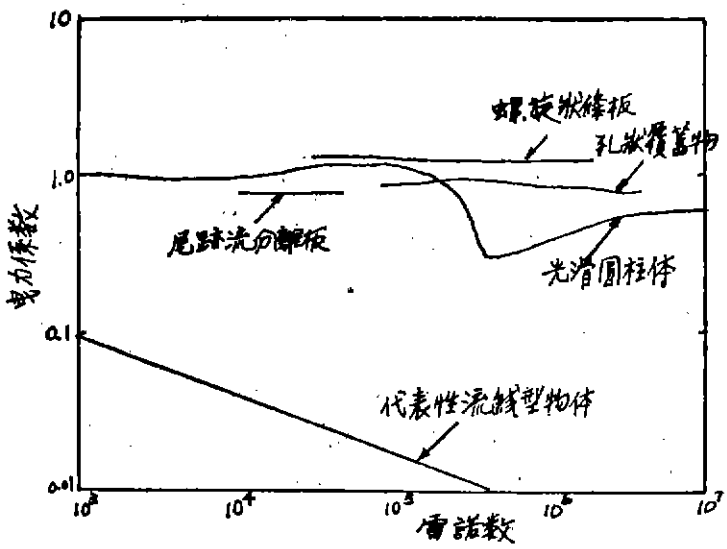
上列之所有孔狀減阻器形態，若使用於外海，均將考慮施工安放之技術問題，此裝置可避免海洋生物附著，如 Wooton[33] 在現場試驗成果所示。本減阻器在碼頭結構物之海洋管樁上抑止其線上振盪相當具有成效。

選擇一種減少渦流引起運動之減阻器必先了解結構物之穩定性，流向和作用於結構物上之允許負荷等參數特性，若判斷結構物僅易受線上運動，由於完全避免振盪現象之穩定參數上限值相當低 (K_s=1.2)，則相當易於分散渦散作用，避免產生嚴重之振盪。而對橫向振盪現象者，則避免振盪之穩定參數上限值爲 $K_s\simeq17$，而在水中之結構物，則其穩定參數可能相當低。爲求達到減少渦流引起之運動反應，雖板條 (slat) 曾經試驗而顯示可使振盪量減少，但簡單之孔狀物減阻器尚有待研究改進，螺旋狀條板減阻器雖在穩定參數相當低之情況未能完全抑制振動現象，且比其他減阻器有曳力大之不利現象，但證明爲一良好之全方向減阻器可使振動振幅減少很大。機翼型減阻器和尾跡流分離板爲抑制振動最有效之方法且可能使曳力減小，但因其爲單一方向之裝置，若使用於多流向之流場中流向可能隨深度或時間而變，因此必須使此類減阻器能自由地迴轉，此將使工程費增大且增加儀器維護和可靠性之問題。

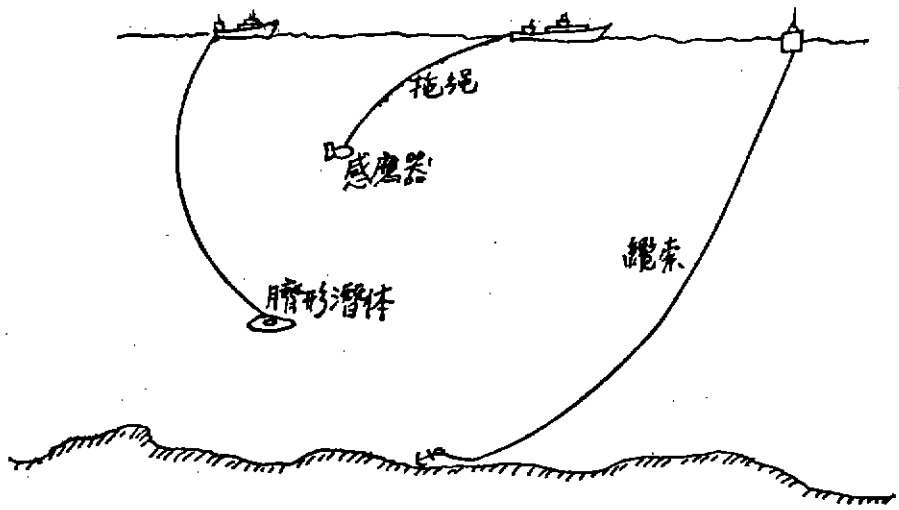
因此選擇一種減阻器，需考慮許多參數決定，雖可能選用一器械裝於特定情況上，然而由於缺乏某些儀器之試驗限制條件，故難在經費、曳力、上揚力及安放上選擇求出樂觀值。

三、纜索系統之渦散振盪

纜索系統之渦散激盪現象常指纜索亂彈 (strumming)，至今在海洋應用上最重要者爲纜索亂彈問題，代表性之海洋纜索系統如圖七所示，拖曳繩索經常僅約百公尺長，而繫纜索長達 3000～6000 公尺並非特殊情況，至今繩索控制海中潛體之臍狀物，其代表性長度約小於 1500 公尺，但預測此種海中潛體將在水深超過 8000 公尺下操作。洋流之流速經常約爲 1-2 knots (0.5～1.0 m/sec) 而海面之水流則可能超過 4 knots，在海中之能見度限制潛體僅能在流速小於 2 knots 下操作，因此索徑約爲 0.05 公尺而很少有大於 0.1 公尺者，繫纜或臍狀索之應用下之流況約爲 $Re \leq 10^5$，然而拖航速度可能高達 20 knots，故拖曳用之纜索，其流況經常爲 $Re \geq 10^5$。



圖六　各種圓柱體其曳力數與雷諾數之關係

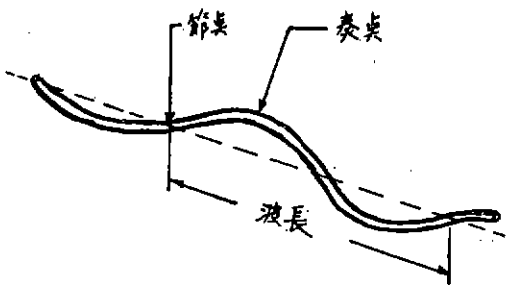


圖七　海洋纜索應用

纜索之亂彈激盪現象之起因及如何減緩相當地複雜。其與纜索結構本身相當地細長性和水流流速下索軸變化，流向與張力等因素有關。

纜索之相當細長性及其張力相當低，即渦散所引起之振動模式相當高且與自然頻率相當接近，故渦散之分離鎖合區 (lock-in region) 不像煙囪或海中管樁般，將發生重疊現象。且纜索將在一振盪振幅大且持續之狀況下，此種不能避免亂彈之現象曾由 Kline[55] 說明。對鋼索之管徑在 0.003～0.1 m 範圍計算結果可得流速 1 knots 下，振動尖峯振幅可達 2.75 D，既使在最小之管徑下，0.1 knots 情況下，其振幅爲 1 D。值得注意者海洋纜索系統之自然頻率可用單弦方程式 (simple string equation) 計算得出[56] 和考慮加質量效應[57]。Ramberg[58] 亦說明伸緊和鬆弛纜索之區別，且證明包含伸長性可增進非常鬆弛纜索之振動頻率預報。除非當考慮局部之應力[58]，或可能非常鬆弛之情況[56]，否則將纜索之彎曲應力忽略是相當地合理[58]。

海流力變化相當大爲水深之參數，除外，相當長之纜索和直立管一般有很顯著地彎曲度。故既使在一定常海流下，則垂直於纜索軸上之流速分量將有顯著之變化。因此渦散頻率將沿纜索長度上而變，然而由於沿纜索長度上之重力和水動力負荷將引起張力之事實存在，將使渦散現象更形複雜。Ramberg[60,61] 已證明由纜索所產生之渦散依局部振動振幅而定，但僅略依臨近之纜索單元之行爲而定，因此考慮如圖八說明之纜索斷面在奏點上之渦流尾跡和纜索曳力將如同一堅硬圓柱在同一振幅下振盪相同方法處理，而在節點上之渦流尾跡和纜索之曳力如同固定圓柱。利用此項發現，可計算局部振幅和曳力係數，且沿纜索長度上積分而預報 Seacon II 之繫纜試驗，半日潮驅風流情況下，所



圖八　振動之纜索

得結果與分析方法所得者相符[62]，建議本法可廣泛地使用，但需說明上述之繫纜爲在一均勻流場下一平直纜索呈水平或三角排列者假定爲純粹之振動模式反應，和無法可歸納得出軸向之激盪和自然頻率之關係。

有關未包覆之暴露纜索情況之亂彈問題爲不可避免的，必須考慮用何種方法抑止振動，亂彈頻率範圍在 5～200 Hz，而其振盪振幅爲 3 D，在聲納系統中振盪現象將產生怪異信號，而影響系統之操作，且振動振幅大亦將增大疲勞和曳力程度，通常文獻報導曳力係數增加 50%爲常見者，亦有 230%者[62]。曳力增大，則將使繫纜之漂流和扭曲量增大，纜索控制潛體之動力需求量加大，和使配件上之應力增强，因此亂彈現象在結構之整體性和系統之執行上具有害處，故必須在海洋纜索應用上同時減少亂彈和曳力量。

1. 亂彈之抑止法

在纜索系統中，增加其勁度和阻尼經常並非一防制亂彈之可行方法。在結構體加裝消除裝置，使水流在結構體原有之分離點改變，試圖控制邊界層分離特性，與渦流之形成干擾或在尾跡流中互制，或分解沿纜索軸上渦流之相關性，且無意中其可能亦增加纜索之有效前緣面積、纜索虛質量、表面摩擦曳力和流體阻尼等。

有關防制纜索亂彈之裝置研究文獻不多，幾乎每種附加物可想像爲隨機吊於纜索上，企圖使亂彈現象減少。研究成果不完全及太簡略而難作適切地評估，且經常可見各成果僅在某一 Reynold 數所得之成果，但海況隨時而變，Hafen[63] 及 Kline[55] 曾對此方面之研究成果作有系統地評論。

在現有資料中可見成果相當零散且有些相衝突，的確經常可發現在試驗室所得之成果與由海洋拖曳中所得者很難有一致性，此問題在決定曳力上特別顯著，且似乎與獲得整個之有效曳力係數測量有關，例如經常在海洋拖航中所得之單一曳力係數，其定義爲理論之預測值與當拖索離開船在其斜降上之試驗測量值一致。在另一方面，試驗室之試驗經常利用柔性物裝於不會彎曲之圓柱上執行，此方法很難了解沿纜著由振動振幅所得之曳力空間變化量。若改變如圖七所示之水流入射角將此問題更形嚴重，在一入射角接近 90°，作用於未包覆之纜索，其曳力大多數爲構成曳力 (form drag)，如圖六所

示，實質上此曳力與 Reynold 數獨立，而在入射角相當小之情況，表面摩擦力 (skin friction) 變爲一相當重要之分量，增用亂彈抑制器可加大此差異，故若發現試驗與海中拖航間之資料衝突不足爲奇。或在海中拖航上，使用不同之纜索長度和拖速所得之曳力係數亦有所不同。

在未來研究上，最好決定渦流激盪與自然頻率在纜索軸上變化之影響性，然後由 Skop[62] 預報亂彈之分析模式，然後希望實驗室之試驗成果可用於決定局部影響性 (local effect) 且昂貴之拖航可減至最低程度。

2. 亂彈抑制器

由於有些亂彈抑制器尚未完全了解而正發展中，故欲作一評估相當地困難，由於大多數之亂彈抑制器之抑制機構並未完全地瞭解，主要在物理構形上之構想，例如在煙囪或海洋管樁上常見抑制器之概型，特殊裝置有關資料可見 Kline[65] 和 Hafen[63] 之報告，有些原始資料並未公開，可在 Vandiver[64] Dale[65] 和 Henderson[66] 等文獻中見到一些有限之資料。

必須注意有許多因素可能影響一抑制器之選擇，有時可能與亂彈抑制器之有效性無關，例如一海中拖曳式感應器 (towed sensor) 及臍形潛體 (submevsible umbilicals) 等有相當長之纜索需拋放、回收和貯存，在此情況下，最好能考慮易於安放 (handling) 及在連續之安放過程中可能遭受之傷害及需有貯存回收纜索之空間。而對聲納系統僅能承受流速低之特性，故亂彈現象之減輕爲主要考慮因素之一，而對此類儀器高速拖航，亦需考慮減少曳力。對長期繫纜之纜索系統，必須考慮海生物附著之影響性。因此對亂彈抑制器之最佳選擇，並無一定標準，需多方面考慮，特別必須注意，某些商用之減阻器僅在試驗室一定 Reynold 數之流況得出之成果，應用於不同流況之海洋中，必須小心地考慮其成效。以下將介紹數種已發展之亂彈抑制器以供參考。

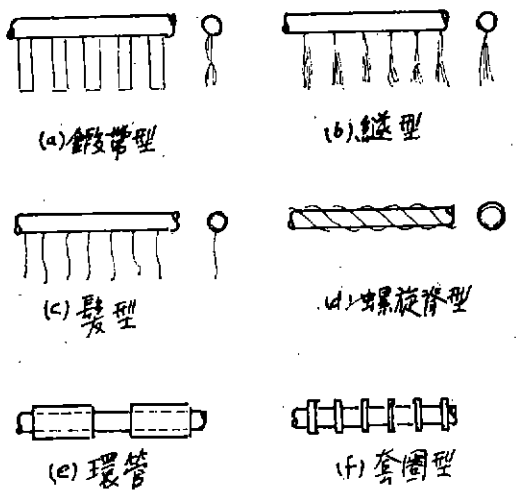
1. 堅硬流線型減阻器 (Rigid streamlined fairings)

在纜索上裝上最佳形狀之流線型對稱減阻器可能完全消除亂彈現象，如圖六所示，此種方法具有潛在之優點，其纜索上之曳力可能減少至 1/100，現已有此方面之技術，且各種形狀之堅硬流線型減阻器及特殊設計之纜索安放儀器可能可購置。

此類儀器不僅價錢昂貴，且安放施工困難，若不小心地避免鄰近之減阻器互相碰撞，則將有顯著之破壞現象發生（由減阻器上揚力所產生之側向巨大撓曲度）[66]，必須注意實用之減阻器並非理想化之機翼形狀，而曳力係數大約在 0.1～0.9 範圍內，在邊界層流體分離或轉至亂流，使在此減阻器上之曳力顯著地增大，故其表面必須儘可能地光滑。

2. 尾跡流分離器 (Wake splitter)

實際上所有纜索之物理上略爲修改，其目的在減少其亂彈之現象，一般所稱之減阻器 (fairings)，由於纜索之形狀常無法使用機翼型減阻器，但一般習慣上均用減阻器 (fairing)，而在尾跡流分離類別中代表性之減阻器如圖 9 (a)～(c)。



圖九　各種纜索減阻器

旗狀物即所謂腹型分離器，Dale[65] 曾試用過長 10 D，而沿纜索上長爲 20 D（即10 D×20 D）者，堅硬之尾跡流分離器在試驗室證實相當有效，然而在海中使用時，由於纜索相當長，且有顯著之纜索彎曲度 (curvature)、扭曲 (twist) 和與水流有傾角及安放與貯存問題存在，故並非實用，除非在 Reynold 數很低之流況下，否則柔性旗狀物並非一種有效之亂彈抑制器。

例如圖 9a 所示，緞帶型 (Ribbon) 對抑止亂彈現象可能具有相當地成效，有許多種構形曾試驗過，而發現樂觀之緞帶排列爲長 4～6 D，寬 1-2 D，而兩緞帶之間距爲 1-2 D，若長度超過 6 D 或間

距小於 1 D，則將使曳力增大，曳力係數相當零散在 2～6 之範圍，即比未包覆之纜索較高，然而至少有一緞帶型減阻器報導其曳力係數可與未包覆纜索者相比。非常短之緞帶型減阻器亦沿纜索安裝過，但其曳力係數可能大於 9，故對亂彈之抑止效果不好。

纖維簇如同淺林般自纜索拖曳被稱爲綠型 (fringes)（如圖 9b），此種減阻器曾報導最有效之構形與緞帶型類似，長約 4～6 D，而兩簇之間距爲 1 D，根據有限之資料顯示，曳力係數亦在 2～6 範圍，當此纖維簇依附於纜索之表面上，則可視爲髮型減阻器 (hair fairing)（圖 9c)），若間距 1/2 D，而長爲 6 D 則爲最佳之亂彈抑制器且亦可能其曳力係數相當低。資料相當缺乏，但拖曳之髮型減阻器曾報導過其曳力係數與未包覆之纜索相同或甚低。

總而言之，雖資料不足及相當分散，然而拖曳緞帶，或髮型減阻器之合適設計發現爲一相當有效之亂彈抑止器。可能爲其在使用上無曳力增大之不利現象。而較堅硬之減阻器，其對亂彈抑制較有效，但曳力較大，使用時必須權衡得失，降低減阻器之動度可減少曳力，然而却減少其抑制亂彈之效果，此種減阻器未出現顯著地安放及貯存問題，然而若纜索有顯著之扭曲現象發生，減阻器不再直接拖曳，其亂彈抑制之效果降低而曳力增大，必須注意緞帶、燧型和髮型減阻器亦可能在纜索上呈螺紋狀盤繞；若以亂彈抑制和曳力之觀點而言，此種構形一般而言，並非理想。

3. 螺旋狀減阻器

無可置疑地由於螺旋狀條板在煙囪結構物上減少渦散引起振盪現象之成功，故有許多式樣之螺旋狀減阻器曾在纜索上試過。包括人造鬃髮狀或在纜索上成脊狀突出者。上節曾述及，柔性附加物或鬃髮形等以螺旋形態依附於纜索上之特性較拖曳減阻器所得之亂彈抑制效果較差且曳力大。螺旋脊型 (helical ridge)（圖 9d）在亂彈抑制效果上較佳，但較在空氣中其空氣動力相對物比較而言，在海中此類減阻器所需之脊高與管徑比 (h/D) 值需大。代表性之最佳比值約爲 0.25，而其螺距比 (pitch ratio) 約爲 10～20。銳角長形之脊狀物較圓形者爲佳，由於其易於繞纜索。脊寬 (ridge width) 似乎並非一重要之參數僅對螺旋起始數量之增加有邊緣之改進，曳力試驗資料相當分散，而一纜索上裝有堅硬螺狀減阻器與未包覆者其有效前緣面積 (frontal area)（管徑與脊高＝倍和）相同之情形，其曳力值大約均在 C_D=1.1～1.9。

一般人會想像到螺狀減阻器纜索，其成效似乎與水流之入射角有關，然而很奇怪地某些試驗顯示在流向小於 90° 者比在 90° 情況者，其亂彈抑制效果反而好，在某些流向及 Reynold 數之流況下，樂觀之螺狀脊形減阻器可能較某些拖曳型減阻器更有成效，但根據有限資料顯示，此現象並非經常如此，前者之主要優點爲其易於突伸於纜索表面上。

4. 圓環與套圈

環管 (Collars) 與套圈 (Ring) 形態如圖 9e 及 9f 所示，很顯然地，此類減阻器之構想爲藉纜索管徑之變更而改變沿纜索上之渦散頻率或分散渦流之軸向相關性。然而由於纜索亂彈之特性，故此儀器證實減阻成效不佳。

5. 纜索粗糙度與索徑

在海洋工程中，常需考慮如何用簡單方法減少纜索本身之曳力。例如縮小索徑 (cable diameter) 爲一非常誘人之方法，因其不需增加與纜索亂彈和曳力抑制器有關連之安放施工及貯存問題及增加額外費用，相反地將易於貯存相當長之纜索。

許多海洋中之通訊導體之索徑可由減少各種信號而使其減小。纖維光學 (fibre optics) 之使用甚至可對纜索管徑之減小更具有潛力，由於一良好之纖維光學可能獲取之資料密度相當高，且可以完全避免電力供應導管之干擾，此方面之技術現可用於某些電訊系統中，但需對克服跨過滑車之定常彎曲和水下焊接等作深入研究[67]。

有關纜索表面粗糙度對曳力之影響性亦有些專文評論。在圖六可見在一光滑堅硬圓柱，其曳力係數突然自 1.2 跌至 0.3 在此臨界流況，可看出線性流自圓柱分離之現象，此時分離點向後移動，壓力增大而使得曳力相對受減，因圓柱表面粗糙度之增大，臨界 Reynold 數可能減至約爲 4×10^4 而開始轉換爲亂流[68]，此可能使人想到若使用一粗糙或未包覆之成股狀纜索，其曳力將會相對地減小，無可置疑地，此種粗糙度將造成在 Reynold 數相當大之流況下其壓力曳力 (pressure drag) 減少，而將相反地使摩擦曳力增大，其甚至變爲在亂流邊界層轉換，故對總曳力增加與否不够清晰，試驗

資料所得成果相當零散且無清楚之趨向可循[69]，無可置疑地由於在實驗時，有關粗糙度、Reynold數、流向、纜索仰角及長度和測量技術之差異和亂彈之影響性所致，因此僅能說使用粗糙或成股形之纜索並無明顯的不利現象發生，且可能具有優點。

參考資料

1. King, R. 1977. A review of vortex shedding research and its application. ocean Engineering, vol. 4, pp. 141-171.
2. Wiegel, R. L. 1964. Oceanographical Engineering, prentice Hall Englewood cliffs, N. J.
3. Davenport, A. G. 1977. The prediction of the response of structures to gusty wind, Int Res. Seminar on Safety of structures under Dynamic Loading, Trondheim.
4. Scanlan, R. H. and Budlong, K. S. 1972. Flutter and aerodynamic response Considerations for bluff objects in Smooth flow IUTAM/IAHR Symposium, Flow induced structural vibrations, karlsruhe, springer N. Y., 1980, pp. 587-594.
5. Blevins, R. D. 1977. Flow induced Vibrations, Van Nostrand Reinhold, New York.
6. Bryce, W. B., Wharmby, J. S. and Fitzpatrick, J. 1978. Duct acoustic resonances induced by flow over coiled and rectangular heat exchanger test banks of plain and finned tubes, Proc. B. N. ES., Symposium on Vibration in Nuclear Plant Keswick, U. K. Paper 3: 5.
7. Paidoussis, M. 1979. Flow induced vibrations in nuclear reactors and heat exchangers IAHR/IUTAM. Symposium on practical Experiences with Flow Induced Vibrations Karlsruhe, Springer-Verlag N. Y., 1980, pp. 1-80.
8. Winney, P. E. 1978. The modal properties of model and full scale cooling towers, J. Sound Vibration 57(1), pp. 131-148.
9. Breslin, J. P. 1979. Review of theoretical and experimental procedures for prediction of ship propeller induced excitations IAHR/IUTAM. Symposium on Practical Experiences with Flow Induced Vibrations, Karlsruhe, Springer-Verlag N. Y., 1980, pp. 523-539.
10. Weaver, D. S. 1976. On flow induced vibrations in hydraulic structures and their alleviation, Can. J. Civil Eng., 3(1), 126-137.
11. Lienhard, J. J. 1966. Synopsis of lift, drag and vortex frequency data for rigid circular cylinders, Washington State University Bulletin, 300.
12. King, R., Prosser, M. J. and Verley, R. L. P. 1976. The Suppression of structural Vibrations induced by current and Waves, Behaviour of offshore structures Trondheim.
13. Griffin, O. M. 1980. Vortex shedding from stationary and Vibrating bluff bodies in a shear flow NRL Memorandum Report 4287.
14. King, R. 1978. Modal tests of Vortex-induced motion of Cable Suspended and Cantilevered piles for Cognac platform BHRA Report RR1453.
15. Ramberg, S. E. 1978. The influence of yaw angle upon the vortex wakes of stationary and vibrating cylinders NRL Memorandum Report 3822.
16. King, R. 1976. Vortex excited oscillations of yawed circular cylinders ASME Fluids Engineering Div. Paper 76-WA/FE, 16.
17. Walshe D. E. J. and Whitbread, R. E. 1959. aerodynamic investigation for a stack for Canada-India reactor project, NPL Aero Report 395.
18. Anderson, J. V. *et al.* 1965. Forth road bridge Proc. Instn. Civil Eng. Vol. 32, pp. 321-912.
19. Novak, M. 1966. The wind induced lateral vibration of circular guyed masts Tower Shaped steel and R. C. structures Symposium Int. Assoc. of Shell structures, Bratislava.
20. Reed, H. W. 1967. Hanging chain impact dampers: a Simple method for damping tall flexible structures wind Effects on Building and structures, Int. Res. Seminar, ottawa.
21. Johns, D. J. and Skordolis, G. 1979. Vortex excitation by transverse flow of tubes containing fluid, ASME 3rd national Congress on pressure Vessel and Piping Technology, San Francisco, Ca.
22. Walshe, D. E. and Wooton, L. R. 1970. Preventing wind induced oscillations of structures of circular cross Section, Proc. Inst. Civil Eng., 47, p. 1-24.
23. Zdravkovich, M. M. 1980. Review and assessment of the aero-hydrodynamics means for Suppressing Vortex Shedding, Proc. 4th colloquium on industrial Aerodynamics, achen.
24. Every, M. J. and King, R. 1979. Suppressing flow induced vibrations—An experimental Comparision of clamp-on devices BHRA Report RR 1576.
25. Price, P. and Thompson, R. W. 1956. Suppression of flow induced vibration of circular cylinders J. Eng. Mech. Div. ASCE, 82 (EM3) 1030.
26. Nakagawa, K. *et al.* 1959. An experimental investigation of aerodynamics instability of circular cylinders at supercritical Reynolds numbers, Proc. 9th Japan Congress Appl. Mech. pp. 235-240.
27. Every, M. J. and King, R. 1980. Drilling pipe Vibration whipped in strong English channel currents, oil Gas J.

28. PUGH, P.G. and WOODGATE, L. 1962. Some experimental observations upon the flow around circular cylinders fitted with helical strakes, NPL Aero Report 1040.
29. COWDREY, C.F. 1959. Drag measurements at high Reynolds numbers of a circular cylinder fitted with three helical strakes, NPL Aero Report 384.
30. WALSHE, D.E.J. 1973. The influence of wind inclination on the effectiveness of strakes in Suppressing wind excited oscillations of cylinders of circular Sections, NPL Aero Note 1007.
31. VICKERY, B.J. and WATKINS, R.D. 1962. Flow induced Vibrations of cylindrical structures proc 1st Australasian Conf. on hydraulics and Fluid Mechanics, Pergamon Press, Oxford.
32. SALLETT, D.W. and BEREZOW, J. 1972. Suppression of flow induced Vibrations by means of body Surface modifications, Shock Vibration Bull. 42, pp. 215-228.
33. ALEXANDRE, J. 1970. Experimental study of the action of Vortex shedding on cylinders with longitudinally welded fins, Euromech 17, Cambridge.
34. NAUMANN, A., MORSBACH, A. and KRAMER, C. 1966. The conditions of Separation and Vortex formation past cylinders AGARD Fluid Dynamics Panel-Specialist Meeting on Separated Flow, Brussels.
35. WOOTON, R. *et al.* 1972. Oscillation of piles in marine structures, A description of the full scale experiments at Immingham CIRIA Tech. note 40.
36. GRANT, R. and PATTERSON, D. 1977. Riser fairing for reduced drag and Vortex Suppression OTC 2921.
37. ALBERS, J. and DASILVA, M.L. 1977. Innovative risers speed drilling in high current areas oil Gas J.
38. SALLET, D.W. 1979. The Suppression of flow-induced motions of a submerged moored cylinder. proc. of the IUTAM/IHAR Symp. on practical Experiences with Flow induced Vibrations karlsruhe Springer N.Y. 1980, pp. 587-594.
39. APELT, C.J., WEST, G.S. and SZEWCZYK, A.A. 1973. The effects of wake Splitter plates on the flow past a circular cylinder in the range $10^4 < Re < 5 \times 10^4$. J. Fluid Mech. 61(1), 187-198.
40. FISHER, F.J., JONES, W.T. and KING, R. 1979. Current induced oscillation of cognac piles during installation-prediction and measurement, proc. Symp. on Practical Experiences with Flow-induced Vibrations IUTAM-IAHR, Karlsruhe, Springer, Berlin, 1980, pp. 570-581.
41. ROSHKO, A. 1954. On the drag and shedding frequency of 2-dimensional bluff bodies, NACA TN 3169.
42. BUELL, D.A. *et al.* 1963. Wind tunnel investigation of ground-wind loads on axisymmetric launch vehicles, NASA TN D-1893.
43. IGARASHI, T. 1978. Flow characteristics around a circular cylinder with a slit, Bull. J.S.M.E. 21, 656-664.
44. WOOD, C.J. 1964. The effect of base bleed on a periodic wake, Jl R. Aeronaut. Soc. 68, 63.
45. EVERY, M.J. Large Scale tests of a device to Suppress Vortex induced Vibrations BHRA Report in Preparation.
46. WOTTON, R. and YATES, D. 1970. Further experiments on the drag of perforated shrouds, NPL Aero Report 1321.
47. KNELL, B.J. 1969. The drag of a circular cylinder fitted with shrouds, NPL Aero Report 1297.
48. WALSHE, D.E.J. 1967. Aerodynamic investigation fo the proposed 850 ft high chimney stack for the drax power station, NPL Aero Report 1227.
49. WALSHE, D.E.J. and COWDREY, C.F. 1972. A brief study of the effect of shrouds on the buffet amplitudes of chimney stacks, NPL Mar. Sci. Tech. Memo 2-72.
50. WALSHE D.E.J. 1971. The use of perforated shrouds for suppressing Vortex excillation of cylinders of square section, NPL Mar. Sci. Tech. Memo 2-71.
51. WALSHE D.E.J. 1968. Wind excited oscillations of group of four rods of circular cross section, NPL Aero Note 1072.
52. ZDRAVKOVICH, M.M. 1971. Circular cylinder enclosed in Various shrouds, ASME Paper 71-VIB-28.
53. WONG, H.Y. 1977. An aerodynamic means of suppressing Vortex excited oscillation, Proc. Instrn. Civ. Engnrs. TN 165, 63(2), pp. 693-699.
54. WONG, H.Y. 1979. A means of controlling bluff body separation, J. ind. Aerodyn., 4, pp. 183-201.
55. KLINE, J.E., NELLIGAN, J.J. and DIGGS, J.S. 1978. A Survey of recent investigations into the nature of Cable strumming, its mechanisms and Suppression MAR. Tech. Report 210, Rockville, Maryland, U.S.A.
56. RAMBERG, S.E. and GRIFFIN, O.M. 1977. Free Vibrations of taut and slack marine Cable, J. struct, DiV. ASCE 103 (ST 11) pp. 2079-2092.
57. SKOP, R.A., RAMBERG, S.E. and FREB, K.M. 1976. Added mass and damping forces on circular cylinders NRL Report 7970. Naval Research Laboratory Washington D.C.
58. McCOY, J.J. 1972. Effects of bending stiffness in tow and Salvage Cables, J. Hydronaut, 6(2), pp. 77-82.

(文轉第15頁)

59. HUFFMAN, R.R. and GENIN, J. 1971. The dynamic behaviour of flexible Cable in a uniform flow field, Aeronaut, Q., 22(2), 183-195.
60. RAMBERG, S.E. and GRIFFIN, O.M. 1974. Vortex formation in the wake of a vibrating flexible Cable ASME J. Fluids Eng., 96, pp. 317-322.
61. RAMBERG, S.E. and GRIFFIN, O.M. 1976. The effects of Vortex coherence, spacing and circulation on the flow induced forces on Vibrating Cables and bluff structures NRL Report 7945. Naval Research Laboratory Washington D.C.
62. SKOP, R.A., GRIFFIN, D.M. and RAMBERG S.E. 1977. Strumming predictions for Seacon II experimental mooring, offshore Technology Conference Houston, Texas, OTC Paper 2884.
63. HAFEN, B.E. and MEGGITT, D.J. 1977. Cable strumming suppression, Civil Eng. Laboratory, Port Hueneme, Ca. CEL TN-N-1499.
64. VANDIVER, J.K. and MAZEL, C.H. 1976. A field study of vortex excited Vibrations of marine Cables. offshore Technology Conference, Houston, Texas, OTC Paper 2491.
65. DALE, J.R., MCCANDLESS, J.M. and HOLLER, R.A. 1968. Water drag effects of flow induced Cable Vibrations. ASME Paper 68-WA/FE 47.
66. HENDERSON J.F. 19778. Some towing problems with faired Cable, Ocean Eng., Vol. 5(2), pp. 105-125.
67. MANSFIELD, J.N. and HOWARG-JONES, T. 1978. Submersibles: future developments, oceanology International 78, Technical Session K., The Society of Underwater Technology, pp. 27-29.
68. HOERNER, S.F. 1965. Fluid dynamic Drag. Hoerner Fluid Dynamics, Brick Town, N.J.
69. CHOO, Y. and CASARELLA, M.J. 1971. Hydrodynamic resistance of a towed Cable, J. Hydronaut, 5(4), pp. 126-311.

外海結構物承受風、浪及海流作用之探討(一)

林 維 明*

一、前 言

海洋蘊藏豐富的生物，石油天然氣、各種有用礦物、海洋能源及廣大生活空間等無限資源，近年來由於工商業發展迅速及生活水準提高，對各種資源需求日增，爲補陸上資源之不足，均加速海洋資源之開發，由於我國臺灣四周環海，具有優良之海洋環境，爲配合國家經濟建設及國防需要，更應加强海洋資源開發之研究，筆者曾在中華港埠第46期概述海洋開發之新技術[1]。

海洋資源之開發必先了解海洋環境，採取在海洋環境下之施工技術，而海洋結構物所承受之外力條件與陸上者不同，例如潮汐、海流、波浪、風、地震等均爲動力，隨時變化不定，難以時間函數列出。因此陸上工程之設計與施工規範無法適用，一般爲使海洋結構物達到工程安全與經濟目標，必須加强對海洋環境之認識，研究其承受負荷之預報模式，隨時根據施工、試用及操作經驗改進結構物之形狀，構造、材料及施工方法，計算負荷、分析材料特性及其能耐程度，然後再作一最樂觀之設計，而分析之方法爲利用理論解析再由試驗印證，由於影響負荷之參數太多，因此在處理上均將其簡化，作了某些假設條件用以解析，一般稱爲數學模式，故模式爲實體一些重要特性有限度之表徵，必須隨時根據服務經驗及爲達工程安全與經濟目的所選定之容許應力和概率標準而校正，再經模型試驗或原型調查資料印證與評估，逐次改進以達至善，所以它需常受研究發展之挑戰，因此模式與實體尚有一段間隙（gap）無法銜接，模式主要目的需能做合理及有用之預報，因此一良好之模式需符合下列條件：

(1)不僅能適用於某些特定值之情況而能普遍通用者。

(2)利用手算或電腦處理均感實用者。

(3)對所研究之整個系統能作相當深入之了解。

(4)可以很明顯地表示各不同參數相互關係及其影響性。

(5)可能可延伸至現有資料範圍外之情況應用。

(6)可能持久且有系統地預報結構體可能之反應。

海洋結構物大體上可分爲固定式及浮體式兩種型態，本文將扼要介紹有關海洋結構物承受風波浪及海流等環境因素已經成熟之數學模式，以供應用，尤其偏重結構物承受波浪作用之研究。

外海結構物之波浪負荷預測，最常用之方法爲根據特定波高及週期計算選用設計波。雖然設計波法過去在造船業很實用，但巨型船隻之發展則有時在應用上顯得不合理。由於海洋波浪不規則性，故波浪產生之結構反應僅能用統計方法來加以說明，隨著發展波譜分析法，本方法假定海浪之不規則波形可用許多不同頻率之波高及波向之規則波疊加，可用以模擬實際之海況[2]，同時亦發展浮體結構物承受規則波之反應計算。例如 Det Norske Veritas (DNV) 曾發展有關船體運動之電腦程式[3,4]。根據理論所得之成果與實際之船體運動相當符合，現已受普遍應用，故可延伸至外海結構物例如可動性鑽井平臺應用[5]

外海結構物之波浪負荷原則上均可用上述方法處理，但若處理固定式外海結構物例如套架式結構或沉箱重力式結構，則應用波譜法必須非線性負荷（例如曳力）較線性負荷（例如內力）爲小，否則必須處理非線性之統計性質，而其解析將較複雜。現非線性負荷解析法正研究中，因此若固定結構物非線性力顯著時可用設計波方法解析。因此在設計海中結構物承受某特定風速、海流及波浪之環境負荷常以「五十年暴風浪」或「100 年暴風浪」其意義可解釋爲在任何五十年或一百年週期內可能發生最惡劣之風浪及海流之情形、DNV 選用之設計條件爲一百年之暴風浪。

* 中油公司工程師

雖然設計風與波浪之條件並非均勻的，但其爲根據長期統計資料所得之極大期望值。世界上兩個海域石油氣開採最豐富地點之外海固定式平臺結構，其代表性之設計條件如表一所示：

表一　北海及墨西哥灣設計條件

參　　數	墨西哥灣	北　　海
水深（低潮位下）	84 公尺	92 公尺
波高	19 公尺	30 公尺
週期	15 秒	16 秒
風速	50 公尺/秒	60 公尺/秒
海面流速	0～0.1 公尺/秒	1.4 公尺/秒

概言之，一般常用之兩種估計外海結構物波浪負荷之特性可概述如下：

㈠波譜分析法（Spectral Analysis Method）

(1)主要用於浮體式結構物，但若固定式結構物所承受之非線性負荷比線性負荷小（例如大管徑柱體）亦可適用。

(2)應用線性統計分析。

(3)評估在結構物使用年限內可能發生最大之波浪負荷。

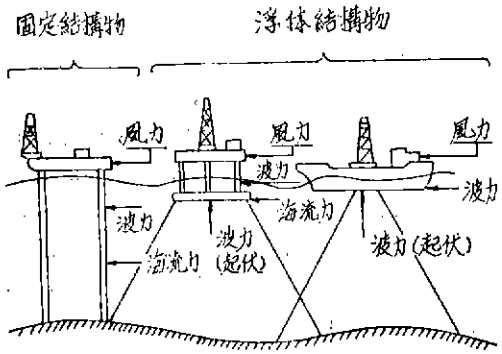
㈡設計波法（Design Wave Method）

(1)同時適用於外海固定式及浮體式結構物。

(2)分析特定波浪特性下之設計波。

(3)根據特定之規則波評估波浪負荷。

應用設計波法，外海固定式結構物承受環境負荷之合力可以近似靜力（Quasistatic Force）處理。此在大多數情況均下有確實根據的，尤其若決定「最惡劣情況」之負荷時特別加以小心處理則更佳。圖一所示爲作用於不同之外海鑽井設備之環境負荷。以下將就風力、海流力及波浪力分別討論。



圖一　環境力作用於海域鉆井設備

二、風　　力

在風力計算中，風速爲主要參數，一般而言，在外海結構物風力設計上，經常使用兩種不同定義之風速，一爲 N 年持續風速，另一爲 N 年陣風風速可定義如下：

(1)N年持續風速（N Year Sustained Wind Velocity）

此爲在一時間間隔（樣本時間）爲一分鐘而回歸期爲 N 年之平均風速。

(2)N年陣風風速（N Year Gust Wind Velocity）

此爲在一時間間隔（樣本時間）爲三秒鐘而回歸週期爲 N 年之平均風速。

DNV 公司採用 100 年暴風速爲設計條件，此風速可能爲由某地之實測風速資料加以統計評估所得。而應採用持續風速或陣風風速於風力計算何者爲宜，根據 DNV 採用下列原則判定。

若考慮單獨陣風比較持續風與波浪之合成負荷不利則應採用陣風風速，否則採用持續風速。

Olsen[6] 最近之研究說明風速之長期分佈，可用 Weibull 分佈函數說明（將於波浪中定義 Weibull 分佈函數）以下將介紹風速隨高程變化及風力計算。

(1)風速與海面上高程之變化

持續風速經常考慮依海拔高度而變化，可根據下式計算[5]：

$$V_z=V_{10}\left(\frac{Z}{10}\right)^{1/t} \quad \cdots\cdots (1)$$

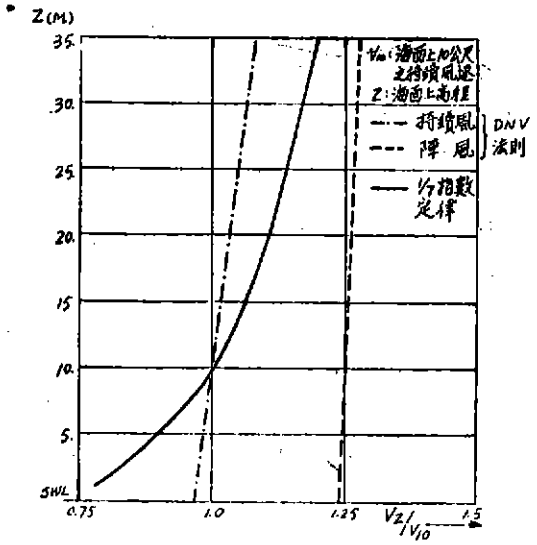
Davenport[7]曾建議在結構物附近無障碍之情況下，即在平坦海岸或位於外海中孤立小島則係數 t=7，Davenport 更述明若在暴風情況下，概率最大之風速有其大的活動範圍。尤其考慮陣風更是，因此不宜應用隨高度增强風速之公式，例如北海所採用之百年暴風爲根據最嚴重之局部暴風資料推算所得。

根據 1/7 指數定律及 Davenport 結論，DNV[8][9]得出持續風及陣風公式爲

持續風：$V_z=V_{10}\sqrt{0.93+0.007\,Z}$ …… (2)

陣　風：$(V_z)_G=V_{10}\sqrt{1.53+0.003\,Z}$ …… (3)

圖二爲上列三公式之比較，可見陣風之風速隨高度之變化量不如持續風之大。



圖二　各種風速隨高度之變化

(2)單一構件所承受之風力

由風洞實驗[10]得知風力隨風速之平方面增加，且與直接受風面積成正比，其他影響風力因素爲構件形狀及受風範圍距海拔之高程、根據 $^1/_7$ 指數定律所推導之穩定風力公式爲

$$T_w = C \cdot C_H \cdot C_S \cdot A V_{10}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

式中 F_w: 垂直於結構物構件平面或軸線之風力，kg (ℓb)

A: 構件之投影面積，m^2 (ft^2)

V_{10}: 垂直於構件在水面上 10 公尺處之平均風速 m/sec (ft/sec)

$C = \begin{cases} 0.0623 \text{ (公制)} \\ 0.00338 \text{ (英制)} \end{cases}$

C_H: A 之中心，至水面 Z 公尺之高度係數 $\left(C_H = \left(\frac{Z}{10}\right)^{2/7}\right)$ 若英制時則 $C_H = \left(\frac{Z}{30}\right)^{2/7}$，美國造船局[10]所定之值如表二所示。

C_s: 形狀係數，依投影面積垂直長 (ℓ) 及水平長 (D) 比值 (ℓ/D) 而定，DNV 決定方法爲:

(a)細長構件 (二維因次流 ℓ/D>5) $C_s = C_\infty$ 如表三所示。

(b)粗短構件 (三維因次流 ℓ/D<5) $C_s = C_\infty$ ((0.5+0.1 ℓ/D)

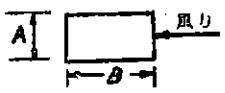
而美國造船局之經驗係數如表四所示

表二　高度係數 C_H

高度 單位: 公尺	高度 單位: 英呎	C_H
0 – 15.3	0 – 50	1.00
15.3 – 30.5	50 – 100	1.10
30.5 – 46.0	100 – 150	1.20
46.0 – 61.0	150 – 200	1.30
61.0 – 76.0	200 – 250	1.37
76.0 – 91.5	250 – 300	1.43
91.5 – 106.5	300 – 350	1.48
106.5 – 122.0	350 – 400	1.52
122.0 – 137.0	400 – 450	1.56
137.0 – 152.5	450 – 500	1.60
152.5 – 167.5	500 – 550	1.63
167.5 – 183.0	550 – 600	1.67
183.0 – 198.0	600 – 650	1.70
198.0 – 213.5	650 – 700	1.72
213.5 – 228.5	700 – 750	1.75
228.5 – 244.0	750 – 800	1.77
244.0 – 256.0	800 – 850	1.79
大於 256	大於 850	1.80

高度爲自設計水面至面積中心之垂直距離。

表三　細長構件形狀因素

構件	限、制	C_∞
扁平棒、緣捲斷面和其他銳角斷面	銳角斷面	2.0
矩形斷面		1.5
光滑圓柱構件	D≧0.3 M D<0.3 M	0.7 1.2

表四　風力計算之形狀係數

形狀	C_s	形狀	C_s
圓柱形	0.5	甲板下面積(光滑表面)	1.0
船殼(表面型)	1.0	甲板下面積(暴露之船樑)	1.3
甲板房屋	1.0	獨立結構物形狀 (突出船	1.5
吊具 (各面)	1.25	側承租支索之鐵板等)	

風力作用方向一般取垂直於構件平面或軸線，否則若與構件成一夾角（α）則有兩種風力計算方法，一爲先求出風速在垂直於構件軸線上分量，而另一爲 DNV 所採用者爲將所求出之風力依 $\sin\alpha$ 修正，如圖三所示，此兩方法相差一正弦角度值，而估計值之可靠性一直在爭論中，DNV 所採用者較保守，但較接近實際情況。

(3)動力考慮

作用於圓柱構件之風力除考慮靜力負荷尙需考慮渦散所引起之動力負荷，同時對風負荷敏感之結構應考慮陣風所引起之動力反應。

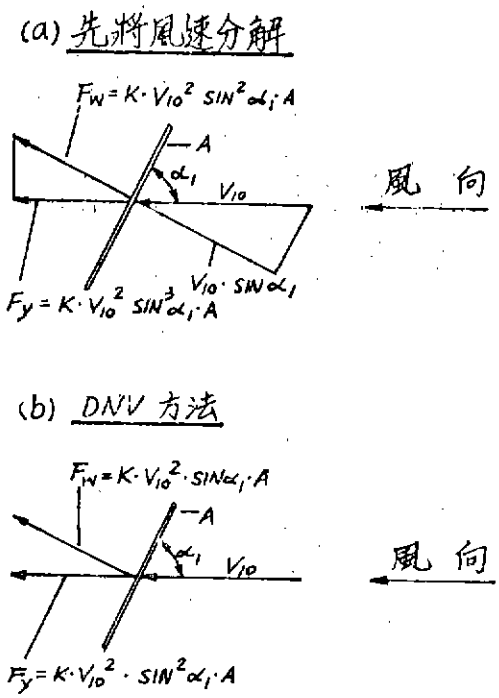
(4)盾護係數（Shield Coefficient）

構件密集區，由於流場之干擾而使背風構件暴露之有效面積減少，若兩圓柱構件中心間距 ℓ，向風構件直徑爲 D_1 而背風者爲 D_2，則背風構件暴露之有效面積爲[8]

$$(A_s)_{eff}=U_s A_2 \quad \cdots\cdots (5)$$

U_s=盾護係數

$$U_s=\begin{cases} 1-\dfrac{D_1}{D_2}\left(1-\dfrac{\ell}{7D_1}\right) & D_1<D_2 \\ \dfrac{\ell}{7D_1} & D_1>D_2 \\ 1 & \ell>7D_1 \end{cases} \quad \cdots\cdots (6)$$

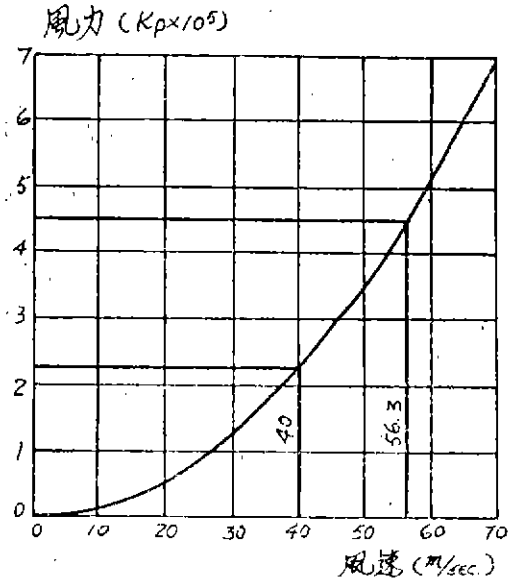


圖三　兩種風力計算方法

(5)結構物承受總風力

作用於結構物之總風力爲所有作用於結構物各構件之風力合力。代表性之套架式平臺其總風力如圖四所示，由圖中可見風速 56.3 m/sec 情況下之風力約爲 40 m/sec 之兩倍。同時必須注意風力爲決定最惡劣風力負荷之重要因素之一。

浮體結構物計算風力時應注意下列數點：



圖四　作用於套架式固定平臺之風力

(1)計算圓柱形狀之受力；所有圓柱之投影面積均需考慮，即不需考慮盾護係數。

(2)因爲船傾向一邊之暴露面積亦需考慮，可選用適當之形狀因子。

(3)一層甲板上之房屋，其投影面積整個計算而不需各別考慮單獨面積、形狀因素可假定爲 1。

(4)獨立房屋、吊車等船上設施必須用適當之形狀因素個別考慮。

(5)桁架、吊車塔、欄木和不同形狀之桅等之架可取前後邊截面積之和的 30% 亦即一邊整個截

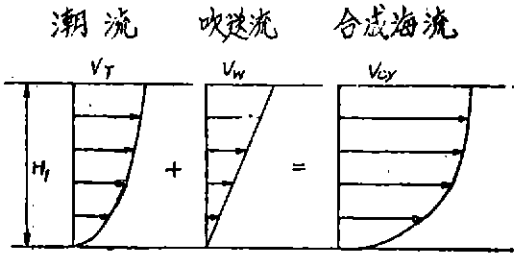
面積之 60% 計算。

而在繫纜系統之設計上其風速可取如下式以求風力計算[11]：

$$V=0.6\,V_s+0.4\,(V_s)_G \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

三、海 流 力 量

海流之力量，一般可考慮爲波浪水分子運動速度所引起之波力與海流之作用力之向量和，而在此僅考慮後者。一般海流可分爲潮汐引起之潮流（V_T）及因風之剪力所產生之吹風流（V_w）兩者之向量和如圖五所示，海流隨水深而變，可依現場實測



圖五　潮汐與風合成之海流流速剖面

資料得知，若無現場資料可用下列公式[12]運算：

$$V=V_T\left(\frac{y}{h}\right)^{1/7}+V_w\left(\frac{y}{h}\right) \quad \cdots\cdots\cdots (8)$$

式中　V：距海床上 y 公尺之海流之流速(m/sec)

V_T：海面上之潮流（m/sec）

V_w：海面上之吹送流（m/sec）

h：水深（m）

y：距海床上之垂直距離

若在外海缺乏現場實測吹送流之資料，則靜水面上之吹送流可估計爲[12]：

$$V_w=\frac{V_{10}}{100}\,(V_{10}\text{：海面上十公尺之持續風速}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

穩定海流（無波浪）單獨作用投影斷面爲 A 之水流負荷應爲：

$$F_L=\frac{1}{2}C_L\rho V^2A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

$$F_D=\frac{1}{2}C_D\rho V^2A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

F_L 及 F_D 分別爲單位長度之上揚力及曳力而 C_L 及 C_D 及上揚力係數及曳力係數[13]，ρ 爲水密度，V 爲海流之流速。若海流可能與波浪發生重疊作用，應使用 Morision 公式將水流速與波浪水分子用向量相加而計算總作用力，但最近 Tung[14] 之研究成果指出海流與波浪之向量疊加其成果可能不確實，尤其流向與波向相同時似乎過份保守，若相反時兩者互制效查可能較疊加量爲大，此現象僅發生在波向下之吹送流大於反向之潮流之情況，同時所有暴露於水流之對稱構件應研究由於渦散所引起之可能擾動現象。

作用於浮體結構物之海流力量爲：作用於船上、直立管及繫纜系統三者之合力。而一般情形在海面上之海流最大，而在海面下很快地消失，因此在海面下幾百呎下之海流量可能相當微量，故此時由於繫纜系統及直立管表面積小，海流力可忽略；而在海面下鑽井船之浸水面積大，故海流之力量亦大，故對船形之浮體結構物，海流力可估計爲：[15]

$$F=\begin{cases}0.3\,AV_c^2 & \text{（船樑之受力）}\\ 0.016\,V_c^2 & \text{（船首之受力）}\end{cases} \quad \cdots\cdots (12)$$

式中　A：潤濕面積（ft^2）

V_c：海流之流速（Knots）

F：作用於船樑或船首之海流力（lb）

對於半潛沒之浮體結構物，作用於船體之海流力爲[15]：

$$F=(2.4\,A_c+5.7A_f)\,V_c^2 \quad \cdots\cdots\cdots (13)$$

式中　A_c：所有在水面下圓柱構件之截面積（ft^2）

A_f：在水面下，其他除圓柱外之構件之截面積（ft^2）

V_c：海流之流速（Knots）

而作用於纜索之海流力，作者曾在土木水利季刊中另有敍明[16]，不再贅述，或參考有關浮體工程書籍[17]。

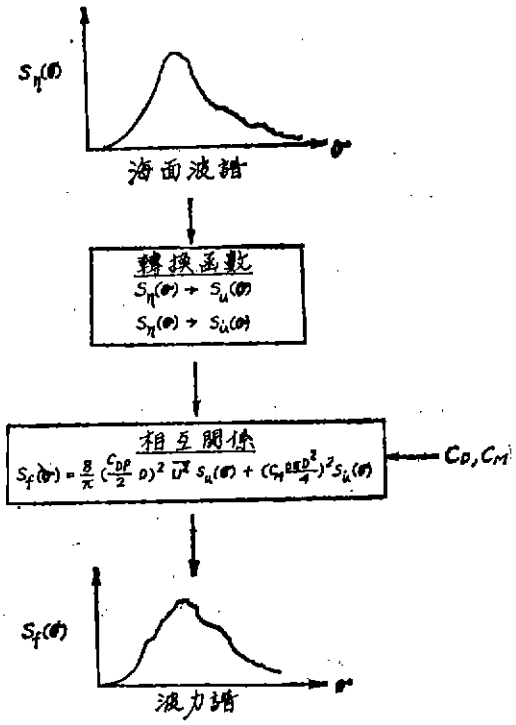
四、波 浪 力 量

船舶及海域結構物在海域中之反應諸如運動速度、加速度及因波浪引起之應力及彎矩等，在設計上需要了解短期及長期有關波高及結構物反應之統計性質，經近二十年來專家學者之悉心研究得知 Rayleigh 分佈可普遍用於波高及反應之短期分配，而 Weibull 分配則在長期統計上佔有相等之重要性，所謂短期分配係指 20 分鐘至 30 分鐘之單一波浪資料之統計性質並假設資料爲定常性，而長期分配則爲根據數年之波浪資料且所估計之分配一般均延伸至現有波浪資料以外區域而可預測極端波浪。

預測結構物之反應方法有二，其一爲根據單一波浪用長期波浪統計預測者即所謂設計波高法，而另一爲根據波譜分析及轉換函數預測其反應即所謂波譜分析法，概述如下：

（壹）波譜分析法

Morision 假設波力爲曳力及內力之和[33]，而曳力與波浪水分子運動速度 u(t) 之平方成正比，而內力則與加速度 u(t) 成正比，若 Su (w) 及 Sù (w) 分別爲 u(t) 及 u(t) 之波譜，藉用轉換函數 $T_u(w)$ 及 Tù (w) 之助，可得出其與水面波譜 ($S_\eta(w)$) 之關係圖六爲：



圖六　波力譜與海面波譜之關係

$$S_\eta(w)=w^2S_\eta(w)=T_u(w)\,S_\eta(w)\cdots(14)$$

$$S\dot{u}(w)=w^4S_\eta(w)=T\dot{u}(w)S_\eta(w)\cdots(15)$$

故可得波力之波譜爲

$$S_f(w)=C_1T_u(w)\,S_\eta(w)+C_2\,T\dot{u}(w)\,S_\eta(w)\cdots\cdots(16)$$

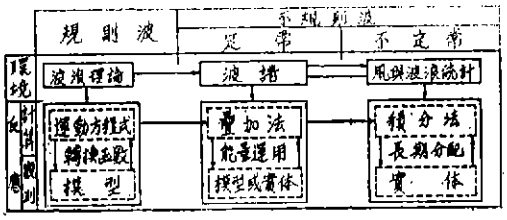
Borgan[18] 列如下式

$$S_f(w)=\frac{8}{\pi}\left(\frac{C_D\rho}{2}D\right)^2\overline{U}^2S_u(w)+\left(C_M\frac{\rho\pi4D^2}{4}\right)^2S\dot{u}(w)\cdots\cdots(17)$$

式中 $\overline{U}^2$ 爲速度平方之均方值

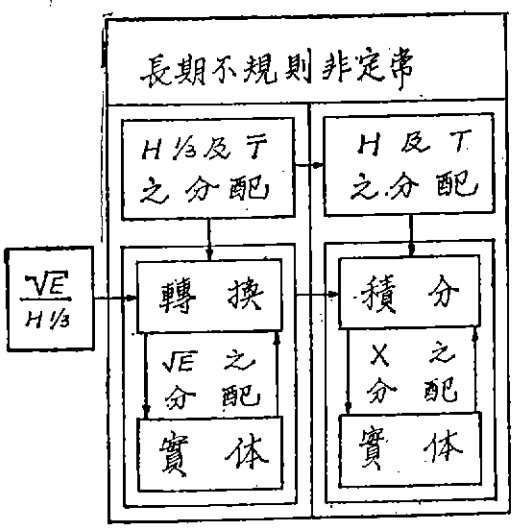
故在固定結構物，非線性負荷（曳力）較顯著之情況，不宜利用波譜法解析，但波譜法對浮體結構物可廣泛地使用。

浮體結構物預報其運動及負荷可分三個階段一爲規則波情況下之反應，二爲不規則波定常情況下短期反應，而第三則爲不規則波情況下非定常之長期反應，每一階段均考慮三項即波浪特性，反應之計算值及觀測值，圖七說明有關此九個不同方面之邏輯關係：由於計算主要在求得反應長期統計分配，因此需要對環境（即波浪）描述，每一步驟均需與觀測值比較，亦即用模型試驗或現場調查資料印證所得計算值之可靠程度。

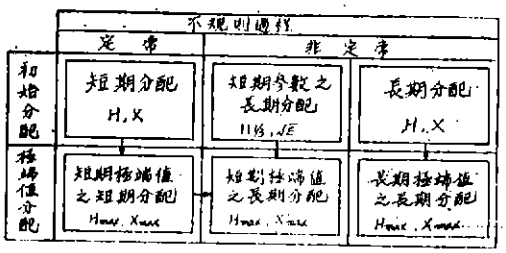


圖七　波浪及負荷預測圖解

有關不規則波之處理較繁，爲實際應用目的，可將非定常情況之處理程序畫如圖八，圖示可分爲兩種小程序，利用此技巧可用一羣短期定常過程來描述長期非定常過程。爲了澄清可能對極端值分配產生許多之迷亂，可用圖九說明，此圖適用於波高



圖八　長期不規則波處理方式



圖九　環境與反應之初值及極端值分配關係

及反應振幅，有六個不同形態之極端值分配，短期極端值之短期分配是直接由參數爲一定值之初值短期分配得出，此在長期極端值之長期分配亦成立可用極端值分配求解[19,20,21]，然而短期極端值之長期分配，因爲在長期中短期分配參數（$H_{1/3}$ 或 $\sqrt{E}$）並非常數，此方面亦有學者詳細處理[22,23,24]以下概述處理方法。

㈠規則波

在海洋中實際上並無規則波存在，但不規則波系統可能用一些規則波疊加而加以模擬，一深水規則波近似於正弦曲線、其波長與波浪週期有下列之關係：

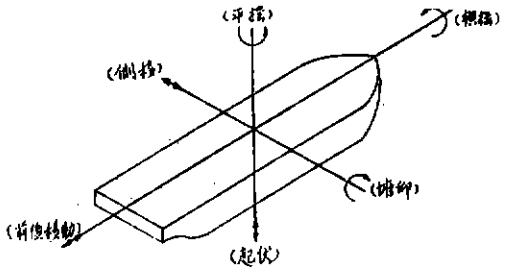
$$L_0=\frac{g}{2\pi}T^2=1.56\,T^2\ (m)\cdots\cdots\cdots\ (18)$$

同時亦可證明規則波之最大波高與波長之關係爲：

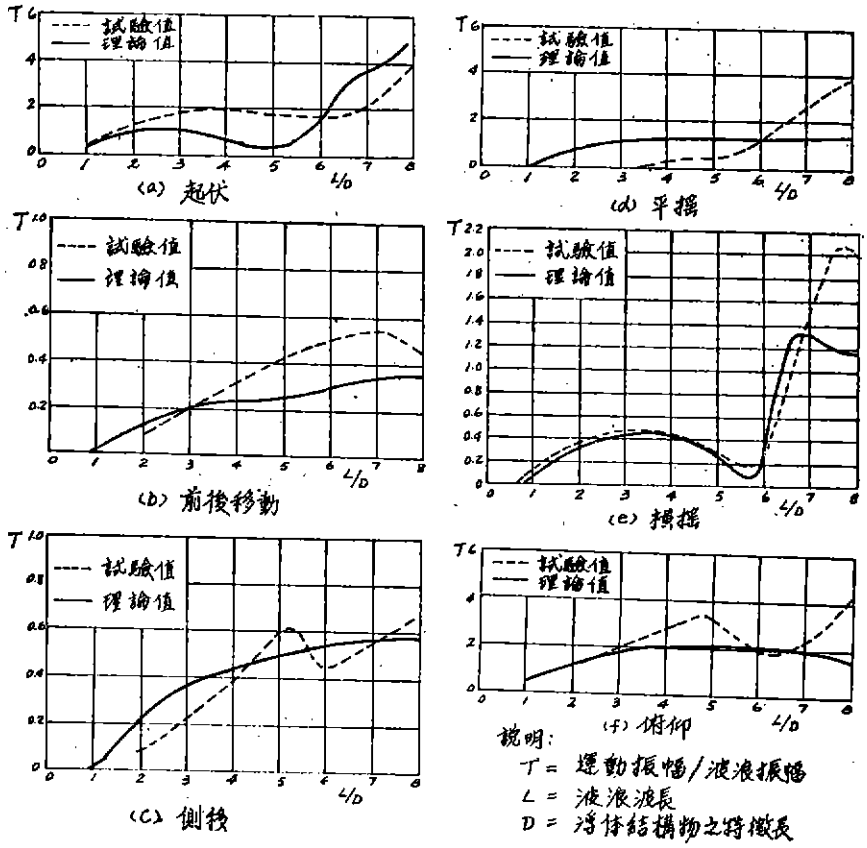
$$H_{max}=\frac{1}{7}L\ \cdots\cdots\cdots\ (19)$$

超過此波高值者將發生碎波。

外海浮體結構物在不同之波浪頻率，波高及波向下之規則波作用下，其反應現象可利用電腦解析，DNV 曾發展一些電腦程式[25,26]，而由於在規則波情況下之反應幾乎與波高成近似線性關係，而此



圖十　船體運動



說明：
T = 運動振幅/波浪振幅
L = 波浪波長
D = 浮体結構物之特徵長

圖十一　浮體結構物波力反應轉換函數（艏向爲 45°）

反應可用轉換函數表示，浮體運動有六個自由度運動如圖十所示，包括起伏 (Heave)、側移(Surge)、橫移 (Sway)、平搖 (Yaw)、橫搖 (Roll) 及俯仰 (Pitch) 等。浮體運動代表性之轉換函數如圖十一所示，而轉換函數僅提供在規則波下之反應情形，經常尚需同時考慮位相之因素。

㈡不規則波

爲瞭解實際海況，必須考慮不規則現象，由於波形本身不再重覆出現故其說明較規則波困難，可藉統計方法敍明，可分爲短時間（時或分鐘）內之定常情況及長時間（月或年）之變化兩種情況來討論。

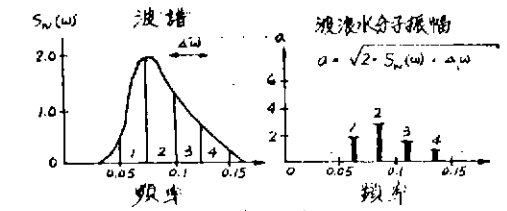
1. 短期統計分配

短期條件爲問題中某一變數在其某段時序週期中可視爲定常隨機過程，所謂定常並非海面爲一定或重覆出現，而是統計之參數爲一定值，例如一定地點，當風以一定速度及方向吹送一段長時間且湧浪不出現時，則波浪條件爲定常情況，而短期統計分配爲說明短期條件之其中一種方法。

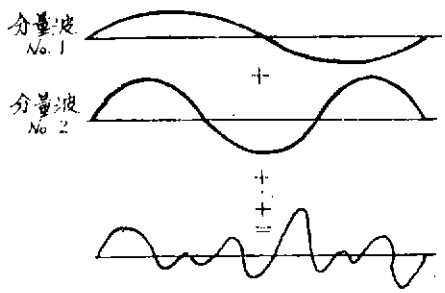
(1)波浪之短期統計分配:

一規則波可用許多不同波浪頻率、位相角及波向下之規則波線性疊加，其原理如圖 12 所示。

波浪疊加一般可分爲兩個步驟，首先在同一波向下，所有不同頻率，波高及位相者疊加，此情況爲一具有無限長平行之波峯線之二維不規則波系統

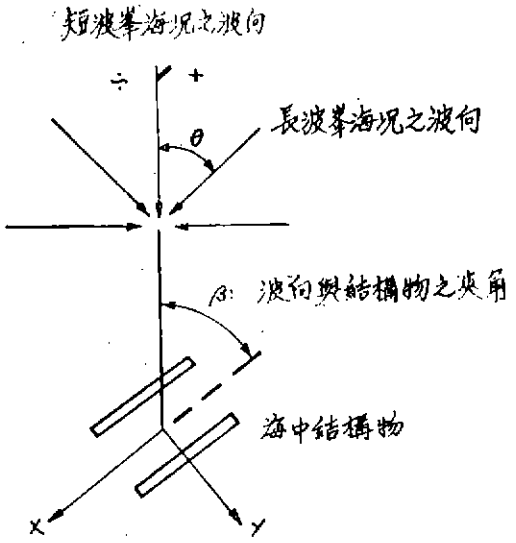


(a) 頻率領域



(b) 時間領域

圖十二 波浪模擬法



圖十三 波向

均以同一方向進行者稱爲長波峯海況 (Long Crested Sea)；下一步驟爲疊加所有不同波向下之此類長波峯海況（圖 13），每一波向有一定概率之波能，最後形成一短波峯系統 (Short Crested Sea)，例如風浪爲短峯不規則波而湧浪則爲長波峯不規則波。若 θ 日爲波浪之主波向，則在數學上、波浪系統可用方向波譜說明，其爲頻率譜及方向分配兩數兩個函數之乘積[37]表示如下:

$$S_w(w,\theta)=S_w(w)\cdot f(\theta) \quad \cdots\cdots (20)$$

頻率波譜爲提供有關在不規則波系統中之能量分佈資料，而一般工程師們常用者爲 Pierson—Moskowitz[37] 於 1964 年所提出之波譜，簡稱爲 P-M 譜，爲北大西洋海域於完全發展之海況下所得者，其原式爲

$$S_w(f)=\frac{8.1\times10^{-3}g^2}{(2\pi)^4 f^5}\cdot\left[\exp\left(-0.74\left(\frac{g}{2\pi U_{19.5}f}\right)^4\right)\right] \quad \cdots\cdots (21)$$

或可寫爲

$$S_w(w)=\frac{8.1\,g^2}{10^3 w^5}\cdot\exp\left[-0.032\left(\frac{g}{H_{1/3}w^2}\right)^2\right] \quad \cdots\cdots (21a)$$

而 P－M 修正式爲

$$S_w(w)=\frac{1}{8\pi^2}\left(\frac{w\overline{T}}{2\pi}\right)^{-5}$$

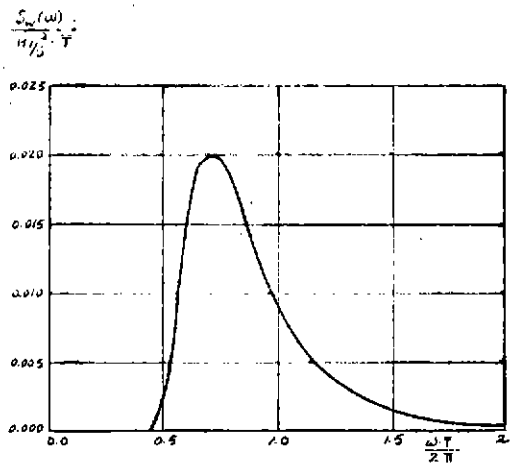
$$\cdot\exp\left[-\frac{1}{\pi}\left(\frac{w\overline{T}}{2\pi}\right)^{-4}\right](H_{1/3})^2\overline{T} \quad \cdots\cdots(22)$$

式中 $H_{1/3}$ 爲指示波高，表示一羣波浪中最大 1/3 個之平均值；

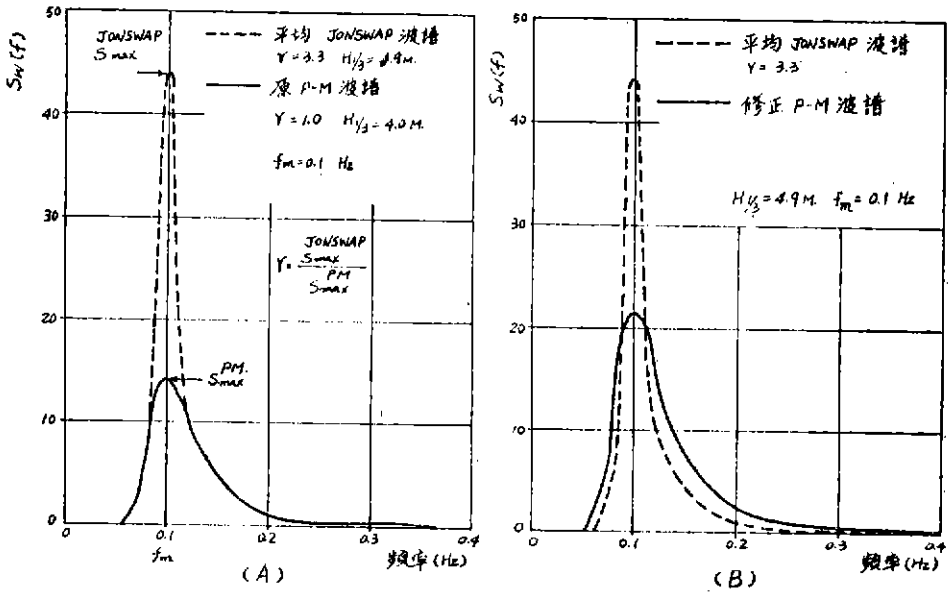
$\overline{T}$ 爲平均零切週期 $\overline{T}=\sqrt{\frac{m_0}{m_2}}$；

m_0 及 m_2 爲波譜之零次及二次力矩。

P－M 波譜爲國際船結構委員會所建議者，故亦稱爲 ISSC 波譜，無因次波譜之形態如 P－M 修正式示如圖 14。



圖十四　修正 Pierson-Moskowitz 波譜



圖十五　波譜比較

其次另一種波譜爲北海聯合波譜計劃所提簡稱爲 JONSWAP 之波譜，爲一項自外海 Sylt 島延伸至北海約 160 公里國際間合作試驗計劃所得者[28]本波譜形狀與 P－M 波譜不同，主要差異爲 JONSWAP 波譜之波峯較高，當兩者比較 JONSWAP 含有相當大之能量（圖 15），JONSWAP 波譜以頻率 f 爲參數可表示爲：

$$S_w(f)=a_2g^2(2\pi)^{-4}f^{-5}\exp\left(-\frac{5}{4}\left(\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right)$$

$$\cdot\gamma^{\exp\left(-\frac{(f-f_m)^2}{2\sigma_1^2 f_m^2}\right)} \quad \cdots\cdots(23)$$

式中 $a_2=0.008$ (Phillip 常數)

$$\sigma_1=\begin{cases}0.07 & (f\leq f_m)\\ 0.09 & (f>f_m)\end{cases}$$

f_m：此波譜之尖峯頻率

γ：尖峯參數爲最大 JONSWAP 波譜能量與最大 P－M 高波譜能量兩者之比值

$$\gamma=\begin{cases}1 & (\text{原 P－M 波譜})\\ 3.3 & (\text{JONSWAP 波譜平均值})\end{cases}$$

而修正 P－M 波譜可能表示爲：[12]

$$S_w(f)=\beta_2\frac{H_{1/3}^2}{\pi f_m}\left(\beta\frac{f}{f_m}\right)^{-5}$$
$$\cdot\exp\left(-\frac{1}{\pi}\left(\beta_3\frac{f}{f_m}\right)^{-4}\right)\cdots(24)$$

式中 $\beta_2=0.178$

$\beta_3=0.71$

式(24)爲由式(22)中，應用下列關係所得出者

$w=2\pi f$

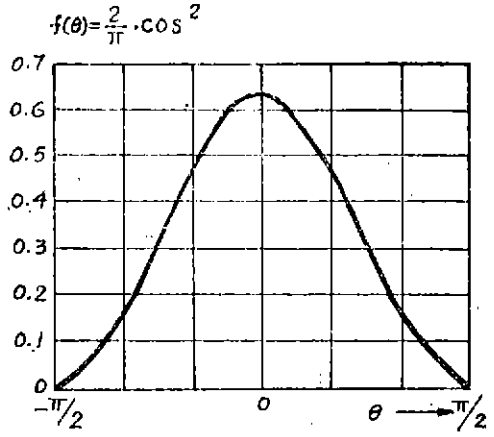
$T_m=1.408\ \overline{T}$（僅適用於 P－M 波譜）

$f=\frac{1}{T}$

此兩種波譜，何者較能表示實際之海況，主要需依實際現場位置，根據北挪威之外海實測波浪資料顯示 JONSWAP 波譜最能代表北海及附近之海域波浪特性，由於暴風浪情況 r 值均大於 1 之故。

式 20 中方向分配函數 $f(\theta)$ 爲提供不同之長波峯系統用以模擬短波峯之能量消散現象，正確之形式尚在研究中而 DNV 所採用之函數（圖 16）爲 Pierson Neuman & James 公式，即

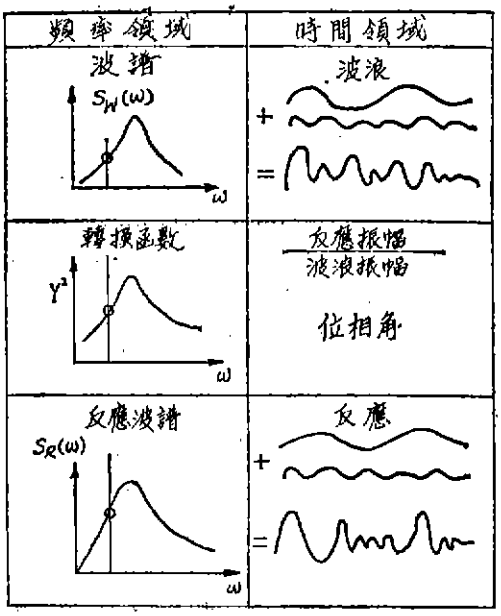
$$f(\theta)=\begin{cases}\frac{2}{\pi}\cos^2\theta & |\theta|\leq\frac{\pi}{2}\\ 0 & |\theta|>\frac{\pi}{2}\end{cases}\cdots(25)$$



圖十六 方向函數

若任何海中結構物承受海浪作用之行爲稱爲反應，應用不規則波浪之統計性可說明反應之不規則性質，假設海面爲一已知之高斯過程，結構物對不規則波之總反應等於對許多正弦波反應之合成，因此可得反應波譜爲：

$$S_R(f)=Y(f)^2S_w(f)\cdots\cdots(26)$$



圖十七 線性疊加

式中 $S_R(f)$ 及 $S_w(f)$ 分別爲反應及水位之波譜，而 $Y(f)$ 爲轉換函數。此線性疊加原理如圖 17 所示，由圖中可見反應振幅之統計分配參數直接與反應波譜曲線下之面積相關，當波譜使用兩個參數（例如 $H_{1/3}$ 及 $\overline{T}$）來說明有關觀測之波浪資料則反應振幅亦爲此兩參數之函數。

式(26)僅適用於長波峯波浪情況(例如湧浪)，而風浪之短波峯則需應用方向波譜觀念 $S_w(w,\theta)$，，式中 θ 爲每一波浪分量所傳播之方向，與方向轉換兩數關聯，則可得方向反應譜爲：

$$S_R(w,\theta)=Y^2(w,\theta)\ S_w(w\,\theta)\ \cdots\cdots(27)$$

此式如圖 18 說明，而方向波譜化簡爲頻率波譜，爲其對所有方向積分即：

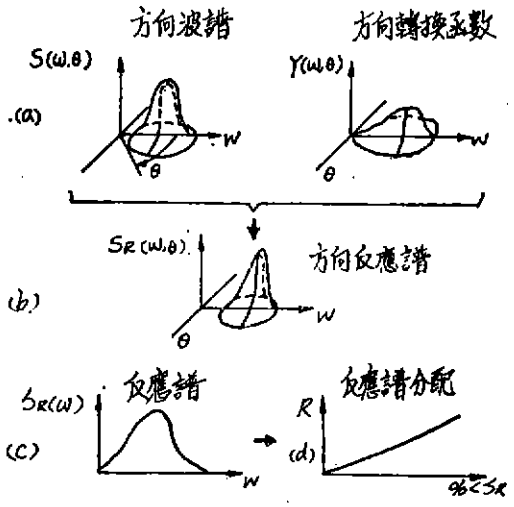
$$S_R(w,\theta)=\int_{-\pi}^{\pi}S_R(w,\theta)d\,\theta\cdots\cdots(28)$$

而反應之分配率可由頻率反應譜得之，即：

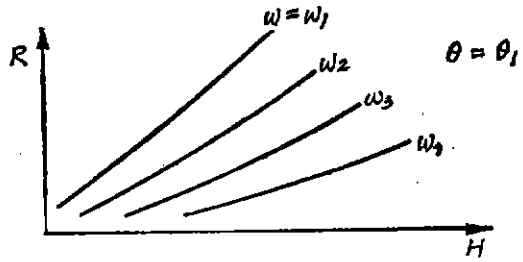
$$R=A\sqrt{\int_w S_R(w)dw}\ \cdots\cdots(29)$$

式中 A 爲常數，當 $\overline{R}=R_{1/3}$ 則 $A=2.83$ 。

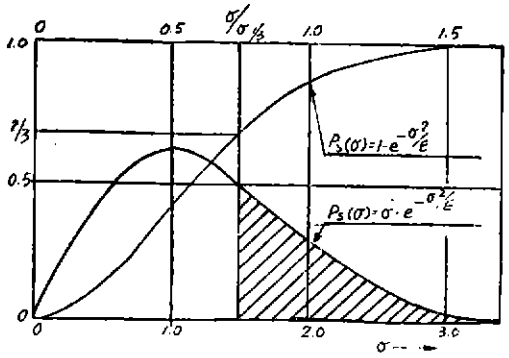
轉換函數 $Y(w,\theta)$ 亦可由理論或模型試驗求得，圖 19 爲說明在 $\theta=\theta_1$ 時之波高與反應有 $R=Y(w,\theta_1)\cdot H$ 之關係，若用模型試驗決定 $Y(w,\theta)$，則需對整個 w、θ 及 H 之領域了解其間之關係。由圖中可見爲使得每一波高值有一個反應值則必須 H 與 R 有線性關係，即 $R=Y\cdot H$，若 R 爲



圖十八　方向波譜



圖十九　四個不同之方向轉換函數 $Y(\omega,\theta)$



圖二十　Rayleigh 分配函數

波力反應振幅，則當曳力與內力相較下可忽略之情況下，才能有線性關係存在。

(2)反應之短期統計分配

若考慮一浮體結構物有線性形態之反應，亦即反應之振幅與波浪振幅比有線性關係存在，因此反應振幅及波高之短期統計分配均假定可用 Rayleigh 分配函數說明如圖 20 所示，此分配可定義如下式：

$$P_s(\sigma)=1-\exp\left(-\frac{\sigma^2}{E}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

參數 E 與反應波譜之關係如下式：

$$E=2S_R^2=2\sum_{i=1}^{n} S_R(w_i)\Delta w_i \cdots\cdots (31)$$

在時間間隔（t）概率最大之反應幅可表示爲：

$$R_{max}=\sigma_{max}=\sqrt{E\ln\left(\frac{t}{\overline{T}_R}\right)} \cdots\cdots (32)$$

式中 $\overline{T}_R$ 爲反應波幅之平均零切週期。

若將 $\sigma=\frac{H}{2}$ 代入式(30)，可得波高分佈曲線爲：

$$P_s(H)=1-\exp\left(-\frac{H^2}{4E}\right) \cdots\cdots\cdots (33)$$

參數 E 爲在波譜下之面積，可由下列公式表示：

$$E=2S_w^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (34)$$

同時亦可證明得出下列公式

$$H_{1/3}=\sqrt{8E}=4.01S_w=4.01\sqrt{m_0} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (35)$$

因此分配函數可改寫爲：

$$P_s(H)=1-\exp\left[-2\left(\frac{H}{H_{1/3}}\right)^2\right] \cdots (36)$$

在時間之間隔 t，概率最大之波高可計算如下式：

$$H_{max}=H_{1/3}\sqrt{\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t}{\overline{T}}\right)} \cdots\cdots (37)$$

有關不規則波浪之統計理論與解，作者曾有論文敍述[29]，若 $H_{1/3}$，$\overline{T}$ 爲已知之海況，則可由 P－M 波譜或 JONSWAP 波譜求得 $S_w(w)$，而若結構物本身亦在運動之情況，則尚需考慮結構物與波浪兩者之相對運動所造成之相對頻率，用以代替波浪頻率因此可得反應波譜，同時在 N 個概率最大之反應振幅可估計爲：

$$R_{max}=\sqrt{E\ln N} \cdots\cdots\cdots\cdots (38)$$

式中參數 E 爲已知 $H_{1/3}$ 及 $\overline{T}$ 所定義之海況之短期反應分配特性。

2. 長期統計分配

雖在定常條件下；波高及反應之統計分配解析已感相當困難，何況一個月或一年以上之長期分配因波浪之不規則性，故對波高及結構物之反應了解程度將更爲困難。

長期分配爲問題中之變數在非定常條件下預測其分配情況，可能可用一羣短期定常過程疊加現象解釋，應用之技巧可利用下列數學式表示

$$P(\sigma)=\int_0^{\infty} P_s(\sigma)\ p(\sqrt{E})\,d\sqrt{E} \cdots (39)$$

式中 $P_s(\sigma)$ 爲波高及反應振幅 σ 之短期 Rayleigh 分配。

$$p(\sqrt{E})=\frac{dP(\sqrt{E})}{d\sqrt{E}} \cdots\cdots (40)$$

根據一大羣資料，可求出適當之 $\sqrt{E}$（或 E）之分配，定義 Weibull 分配函數如下：

$$P(\sqrt{E})=1-\exp\left[-\left(\frac{\sqrt{E}}{a}\right)^m\right] \cdots (41)$$

式(39)爲根據式(41)之 $\sqrt{E}$ 之長期分配分析所得，其成果亦爲另一 Weibull 分配函數定義爲：

$$P(\sigma)=1-\exp\left[-\left(\frac{B}{b}\right)^k\right] \cdots\cdots (42)$$

式中 $$B=\left(\frac{\sigma}{a}\right)^2 \cdots\cdots (43)$$

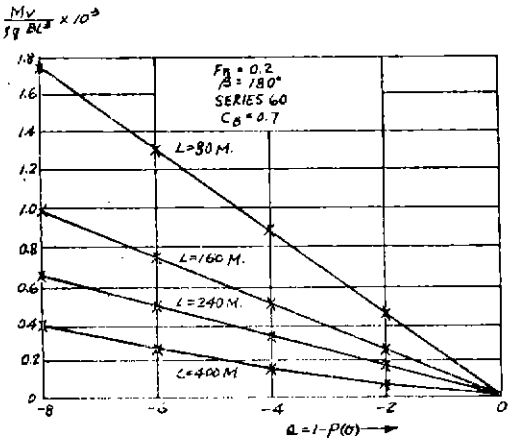
參數 b 及 k 爲式(41)中 m 之參數，可改寫爲：

$$P(\sigma)=1-\exp\left[-\left(\frac{\sigma}{a\sqrt{b}}\right)^{2k}\right] \cdots\cdots (44)$$

$P(\sigma)$ 爲未超過 σ 之概率，圖 21 爲巨型油輪，船中心彎曲力矩之長期分配計算範例。

(1)目視波之長期分配

雖波浪資料可利用測波儀觀測，且記錄亦逐年增加，但因儀器之安裝維護不易，而由於全球航線上擁有大量之目視波，因此可能選用目視波預測船



圖二十一　在船中部彎曲力矩之長期分配計算值

體反應；另一方面亦需將目視波用波譜處理，根據 Nordenström[23,24] 研究結果，未超過目視波高 H_v 之概率與未超過 $H_{1/3}$ 者相等且兩者之關係爲：

$$P(H_{1/3})=P(H_v) \cdots\cdots (45)$$

$$H_{1/3}=1.68H_v^{0.75} \cdots\cdots (46)$$

而週期關係爲：

$$\overline{T}=0.74\ T_v \cdots\cdots (47)$$

或 $$\overline{T}=2.83\ T_v^{0.44} \cdots\cdots (48)$$

此兩者爲根據 Hogben 與 Lumb[80] 在北大西洋測量資料所得，有許多學者證明[32,33,81,82] 目視波分配可利用 Weibull 分配表示，即：

$$P(H_r)=1-\exp\left(-\left(\frac{H_v-H_o}{H_c-H_o}\right)^r\right) \cdots (49)$$

式中 H_o, H_c-H_o 及 r 爲分配之位置，尺度及形狀參數。

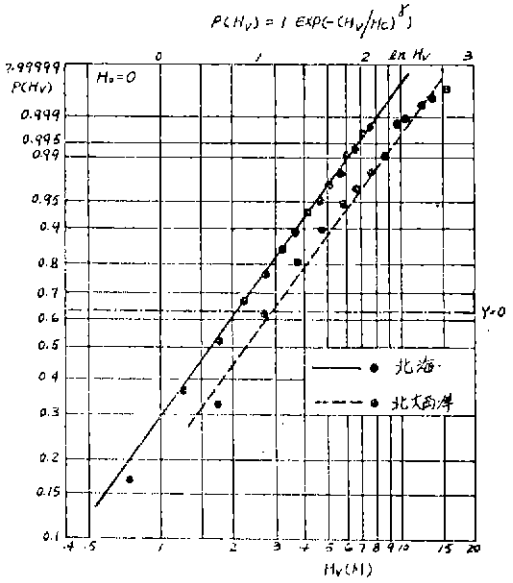
對式(49)連續取對數可得

$$y=-\ell_n(-\ell_n(1-P(H_v)))$$
$$=G[\ell_n(H_v-H_o)-\ell_n(H_c-H_o)]$$
$$=G(x-x_o) \cdots\cdots (50)$$

因此可將 Weibull 概率分配圖於對數方格紙中，若 $H_o=0$ 則爲一直線，圖 22 爲北海及北大西洋之目視波高分配範例（$H_o=0$）。

而復現週期可用下式計算，即：

$$R_p=\frac{\tau}{1-P(H_v)} \cdots\cdots (51)$$



圖二十二　目視波高之 Weibull 分配

τ 爲觀測資料之長度，經常爲十至二十分鐘，而 R_p 爲所考慮平均發生時間之間隔。

式(49)中假定 $H_o=0$，則

$$P(H_v)=1-\exp\left[-\left(\frac{H_v}{H_o}\right)^r\right] \quad \cdots\cdots (52)$$

現假設 $H_{1/3}$ 與 H_v 之關係爲：

$$H_v=C\,(H_{1/3})^d \quad \cdots\cdots (53)$$

由此兩式可得

$$P(H_v)=1-\exp\left[-\left(\frac{H_{1/3}}{\left(\frac{H_o}{C}\right)^{1/d}}\right)^{dr}\right] \quad \cdots\cdots (54)$$

同時由式(44)可得

$$p(H)=1-\exp\left[-\left(\frac{H}{a\sqrt{b}}\right)^{2k}\right] \quad \cdots\cdots (55)$$

並令 $$p(H)=1-\exp\left[-\left(\frac{H_0}{C\,H_o^{1/d}}\right)^D\right] \quad \cdots (56)$$

比較以上兩式可得係數之關係爲

$$C=\left(\frac{1}{c}\right)^{1/d}\sqrt{\frac{b}{2}} \quad \cdots\cdots (57)$$

$$D=2k \quad \cdots\cdots (58)$$

b 與 k 爲函數 $B=\frac{2}{dr}$ 之函數。

當 $c=1/2$，$d=4/3$（式 46）可得目視波分佈爲 $H_v=0.5\ H^{1.33}_{1/3}$，而此時 C 及 r 爲：

$$C=\sqrt{\sqrt{2}\,b}=1.19\sqrt{b} \quad \cdots\cdots (59)$$

$$r=\frac{3}{2B}=1.5\ B^{-1} \quad \cdots\cdots (60)$$

若 $c=b=1$ 之情況，則可得指示波高($H_{1/3}$)即 $H_o=H_{1/3}$，而

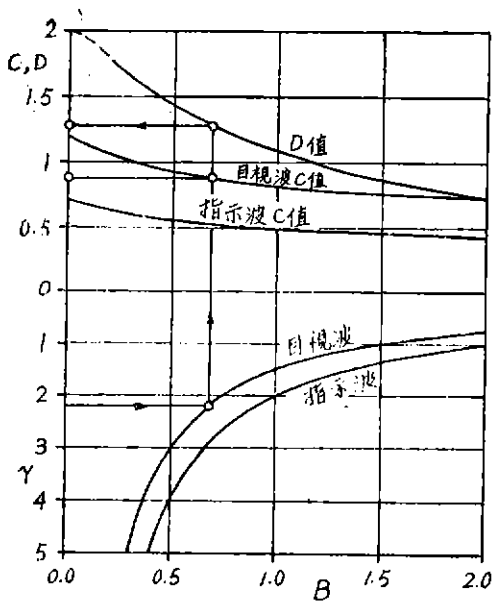
$$C=\sqrt{\frac{b}{2}}=0.84\sqrt{b} \quad \cdots\cdots (61)$$

$$\gamma=\frac{2}{B}=2\,B^{-1} \quad \cdots\cdots (62)$$

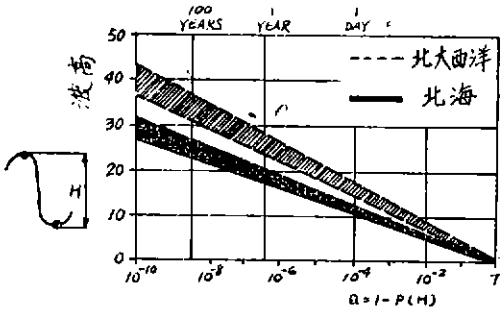
當 H_v 或 $H_{1/3}$ 之長期 Weibull 分配參數爲已知，即 $P(H_v)$ 或 $P(H_{1/3})$ 爲已知，則可由表五或圖 23 中找出 H 之長期 Weibull 分佈參數值。

Pedersen[31] 曾利用本方法預報北海之波高長期分配，且與長期記錄資料相當吻合如圖 24 所示；Battjes[33] 亦曾利用同樣之方法預報英國海岸之長期波高分佈。

在計算單一波高之回歸週期亦如同式(51)，在式中之 τ 值需使用長期波高分配情況之週期 ($\overline{T}$)，



圖二十三　波高長期分配參數



圖二十四　波高長期分配預測值

因爲 $\overline{T}$ 爲在此種情況下之平均時間。

(2)反應之長期分配

實際計算反應之長期分配之程序爲：

(1)先找出波高之 Weibull 分佈函數。

(2)應用狹長理論（Strip Theory）或規則波模型試驗找出轉換函數。

(3)由轉換函數及波譜計算反應振幅比 R。

(4)由 R 轉換波高之 Weibull 分配爲 $\sqrt{E}$ 之長期分配。

(5)找出參數 a 與 m 之值。

(6)然後找出 X 之長期分配參數值 b 及 k。

(7)求每一主波向下 x 之長期分配。

詳細之理論，請見 Nordenstrom 論文[23,24]，扼要介紹如下：

表五　波高長期分配參數

B	b	目視波分配 $H_v=0.5H_{1/3}^{1.33}$ $\gamma=\frac{3}{2B}$	目視波分配 $C=\sqrt{\frac{b}{2}}$	指示波分配 $H_v=H_{1/3}$ $\gamma=\frac{2}{B}$	指示波分配 $C=\sqrt{\frac{b}{2}}$	D=2R
0.0	1.000	∞	1.189	∞	0.707	2.000
1/5	0.788	7.50	1.056	10.00	0.628	1.780
1/4	0.749	6.00	1.029	8.00	0.612	1.712
1/3	0.696	4.50	0.992	6.00	0.590	1.614
1/2	0.611	3.00	0.930	4.00	0.553	1.444
0.6	0.574	2.50	0.901	3.33	0.536	1.354
0.7	0.543	2.14	0.876	2.86	0.521	1.276
0.8	0.517	1.87	0.855	2.50	0.508	1.208
0.9	0.495	1.67	0.837	2.22	0.497	1.144
1.0	0.476	1.50	0.820	2.00	0.488	1.086
1.1	0.460	1.36	0.807	1.82	0.480	1.034
1.2	0.446	1.25	0.794	1.67	0.472	0.988
1.3	0.433	1.15	0.783	1.54	0.465	0.944
1.4	0.421	1.07	0.772	1.43	0.459	0.904
1.5	0.411	1.00	0.762	1.33	0.453	0.878
1.6	0.402	0.94	0.754	1.25	0.448	0.834
1.7	0.394	0.88	0.746	1.18	0.444	0.802
1.8	0.386	0.83	0.739	1.11	0.439	0.774
1.9	0.379	0.79	0.732	1.05	0.435	0.746
2.0	0.273	0.75	0.726	1.00	0.432	0.722
3.0	0.336	0.50	0.689	0.67	0.410	0.538
4.0	0.314	0.37	0.666	0.50	0.396	0.428
5.0	0.304	0.30	0.656	0.40	0.390	0.356

設 R 爲反應振幅與波浪振幅比值，先計算 R

$$R=\frac{\sqrt{8E}}{\frac{H_{1/3}}{L}} \quad \cdots\cdots (63)$$

故 $H_v=0.5\ H_{1/3}^{1.33}=0.5\left(\frac{L\sqrt{8E}}{R}\right)^{1.33}$ $\cdots\cdots (64)$

式中 L 爲海中結構物（例如船）之長度，例如表六爲北海八個不同頻率下之目視波 Weibull 分配之參數，因$\sqrt{E}$與 $H_{1/3}$ 成正比，故每一目視週期 T_v 有一個 R值，而平均週期($\overline{T}$)與目視週期(T_v)之關係如式(48)，由於$\sqrt{E}$與 $H_{1/3}$ 成正比，故 R 亦爲波浪與反應之關聯，故有八個 $\sqrt{E}$ 之長期分配，每一週期間之$\sqrt{E}$之概率爲：

$$P_i(\sqrt{E})=1-\exp\left[-\left(\frac{H_{vi}-H_{oi}}{H_{ci}-H_{oi}}\right)^{r_i}\right]$$

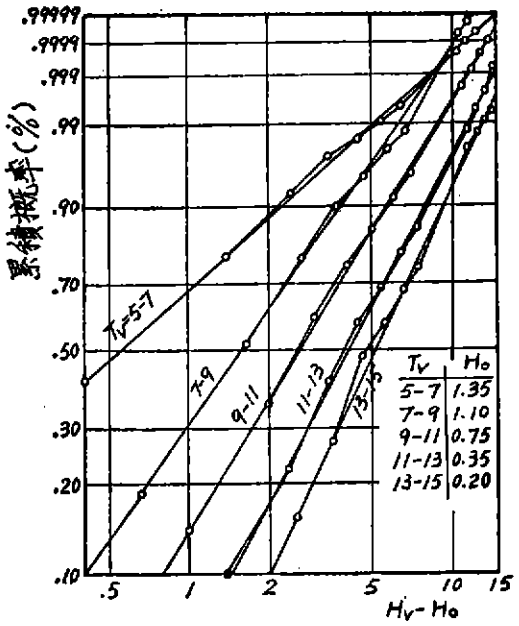
$$=1-\exp\left[-\left(\frac{0.5\left(\frac{L\sqrt{8E}}{R_i}\right)^{1.33}-H_{oi}}{H_{ci}-H_{oi}}\right)^{r_i}\right] \quad \cdots\cdots (65)$$

i 代表第 i 個 T_v 間隔，而 H_{oi}, H_{ci} 及 r_i 爲 H_v（或 $H_{1/3}$）在週期間隔 i 之分配如圖 25 所示。

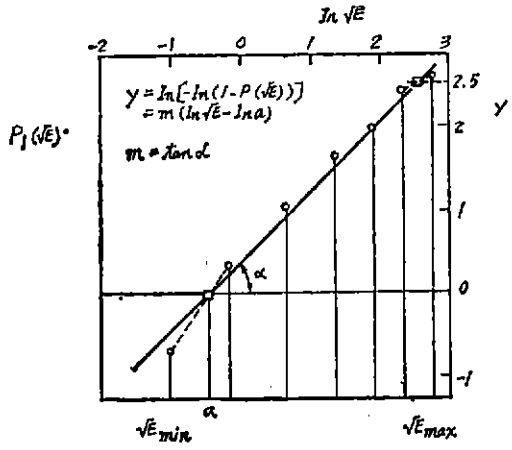
表六　北海目視波條件 Weibull 分配參數

T_v	$\overline{T}$	H_o	H_c	γ	P
$T_v\leq 3.5$	4.5	0	0.72	3.06	0.0335
$3.5<T_v\leq 4.5$	5.2	0	0.89	2.27	0.0496
$4.5<T_v\leq 5.5$	5.7	0	0.80	1.15	0.1517
$5.5<T_v\leq 6.5$	6.2	0	1.25	1.54	0.4319
$6.5<T_v\leq 7.5$	6.6	0	2.03	2.27	0.1785
$7.5<T_v\leq 8.5$	7.1	0	2.40	2.63	0.1415
$8.5<T_v\leq 9.5$	7.4	0	2.40	2.17	0.0100
$9.5<T_v$	7.8	0	2.59	2.90	0.0033

爲了決定 $P_i(\sqrt{E})$，可使用五至六個$\sqrt{E}$值，計算範圍爲：



圖二十五　北大西洋目視波之條件分配



圖二十六　$\sqrt{E_x}$ 之長期分配以及參數決定

$$(\sqrt{E})_{極小值} = \frac{R_{極大}}{\sqrt{8}} \frac{H_{極小}}{L} \cdots\cdots (66)$$

$$(\sqrt{E})_{極大值} = \frac{R_{極大}}{\sqrt{8}} \frac{H_{極大}}{L} \cdots\cdots (67)$$

波高 (H) 自小而大，例如可取 $(H_{1/3})_{極小值}$ =0.5 公尺，$(H_{1/3})_{極大值}$=20 公尺，而其間隔視情況而定，將這些數值在 Weibull 對數方格紙上畫出連成直線如圖 26，圖中之線爲：

$$p(\sqrt{E}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{E}}{a}\right)^m\right) \cdots (68)$$

a 與 m 可在圖中求得，如圖中 m 爲曲線上之斜率而 a 爲 Y=0 之相對之相對$\sqrt{E}$ 值，然後可求出在此情況下$\sqrt{E}$ 之邊際統計分配爲爲：

$$P(\sqrt{E}) = \sum_{i=1}^{N_T} p_i P_i(\sqrt{E}) \cdots\cdots (69)$$

p_i 第 i 個 T_v 間隔之概率，N_T 爲 T_v 之間隔數，$P(\sqrt{E})$ 爲在主波向與結構物之夾角 β（圖 13）下所有海況$\sqrt{E}$ 之長期分佈。

每一 a 及 m 值求出後，然後可根據表五中求出 b 及 k 值在此情況下變數 x（即反應）之長期分配爲：

$$P_i(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{a_i\sqrt{b_i}}\right)^{2k_i}\right] \cdots\cdots (70)$$

足數 ℓ 代表第 ℓ 個 β 角值，即在不同之波向（或船首方向）變數 x 有不同之長期分配值，則變數 x 之長期分配爲：

$$P(x) = \sum_{i=1}^{N_\beta} p_i P_i(x) \cdots\cdots (71)$$

N_β 爲 β 之間隔數，p_i 爲第 ℓ 個 β 間隔之概率。

（未完待續）

外海結構物承受風、浪及海流作用之探討(二)

林　維　明

貳、設計波高法

設計波高法在原則上應用於固定式及浮體式海中結構物，但本法現主要還是使用於固定式者爲多，所應用之設計波爲根據上述長期波浪統計方法得出如圖 21 及 23 爲兩範例，筆者曾在「海底管線受波浪作用之研究」[13] 一文中舉一例說明計算程序。

在決定固定式外海結構物之總波力，作用於細長圓柱構件之任意斷面形態者爲設計者所最感興趣者。若結構物之斷面大小與波浪之波長之比值小於 $^1/_5$，則波浪之負荷可利用 Morision 公式計算，否則需考慮波浪受管樁作用而發生之繞射現象。以下將固定式之結構物依斷面大小分爲細長構件及大體積之結構兩種討論。

(1)細長構件

此種構件（例如管樁）承受海浪及海流之作用力可能應用 Morision 公式[33]預報較爲合理，單位長度（$d\ell$）之圓管樁（管徑爲 D）所承受之波力爲：

$$F_w = \frac{1}{2}\rho g\, C_D\, DV^2 \sin\alpha\, d\ell + \frac{\pi P^2}{4}\rho g\, C_M\, \dot{V} \sin\beta\, d\ell \quad \cdots\cdots (72)$$

式中 α 及 β 各爲曳力和內力與構件軸之夾角，C_D 及 C_M 各爲曳力和內力係數，與結構物之表面粗糙度及形態有關圓柱構件 C_D 值大致範圍自 0.5 至 1.4 而 C_M 值則從 1.5 至 3.1[34,35,36]，初步設計可採用 DNV 建議之 C_D 及 C_M 值如表七及表八[8]，而 C_D 值與流況之關係例如圖 27 爲 C_D 值與雷諾數之關係曲線[37]，矩形斷面結構體之加質量係數依邊長比值而定如圖 28 所示[12]，由於 C_D 及 C_M 值變化幅度相當大，因此由實驗得

表七　每類構件之 C_D 值

構　件　形　狀	面　積	C_D
* 圓柱	$d\ell$	$0.7\ k_t$
* 扁平帶（捲繞部份或其他銳角斷面）	$d\ell$	$2.0\ k_t$
* 矩形斷面（b×d），其轉角半徑爲 r（0<r<d/2），而邊d面向水流	bd	$2.0\ k_t k_r k_b$
* 立方體，一對角線平行於水流	d^3	$1.5\ k_t$
矩形板面向水流（a×b）	a×b	$2.0\ k_t$
圓板面對水流	$\frac{\pi}{4}d^2$	1.2
球形，（當靠近固定壁（例如海床）則取高值）	$\frac{\pi}{4}d^2$	0.3－0.7

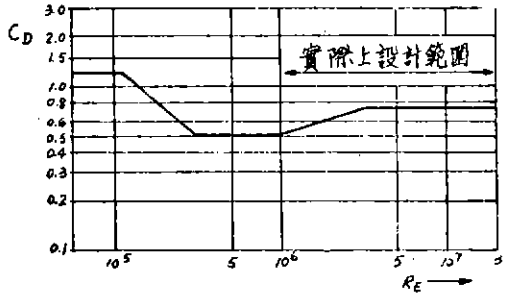
* 構件軸垂直於水流

$$k_t=\begin{cases}0.5+0.1\ \ell/d & (\ell/d<5)\\ 1.0 & (\ell/d<5)\end{cases},\quad k_b=\begin{cases}1.0 & (b/d\le 2)\\ (8-b/d)/d & (2<b/d<5)\\ 0.5 & (b/d\ge 5)\end{cases},\quad k_r=\begin{cases}1.0 & (r/d\le 0.1)\\ (4.3-13\,r/d)/3 & (0.1<r/d<0.25)\\ 0.35 & (r/d\ge 0.25)\end{cases}$$

表八　質量係數之值

構　　件　　形　　狀	體　　積	質　量　係　數
光滑圓柱（管徑 d 與水流平行）	$\frac{\pi}{4}D^2\ell$	$1+k_t$
光滑橢圓形圓柱（長短軸 b 及 d，其中 b 平行於水流）	$\frac{\pi}{6}bd\ell$	$1+k_t\left(\frac{d}{b}\right)$
矩形方體（邊 b 與d，其中 b 與水流不行）	$bd\ell$	$1+\frac{\pi}{4}k_t\left(\frac{d}{b}\right)$
立方體（邊長 d）對角線平行於水流	d^3	$1+1.1k_t$
圓板，面向水流，寬度爲 D	$\frac{\pi}{4}d^2\ell$	k_t
橢圓板，面向水流軸 d 與 ℓ ($\ell>d$)	$\frac{\pi}{6}d^2\ell$	k_t
球形	$\frac{\pi}{6}d^3$	1.6

$$k_t=\frac{1}{1+\left(\frac{d}{\ell}\right)^2},\qquad \ell=\text{構件長度}\ (\ell>d)$$

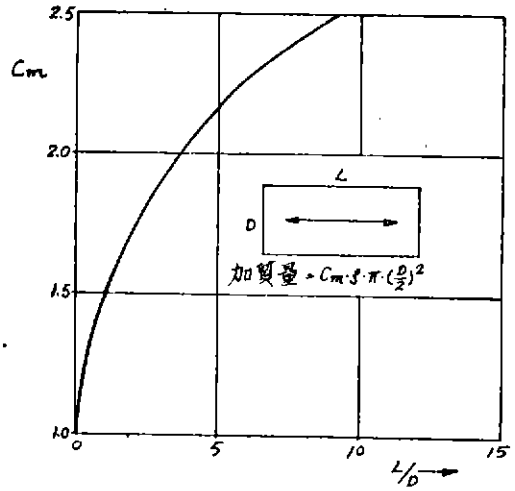


圖二十七　C_D 與圓管樁之 Reynold 數之關係

知圓形之結構物所承受之曳力和內力較其他形態者爲小，且因所承受之波力與受力面積成正比，故應用可能減少承受波力之面積，以求降低海流及波浪對結構物之負荷。

曳力量似乎與風力表示者一致，均與速度之平方成正比，速度 V 爲海流與波浪水分子速度疊加所得，因爲曳力與速度平方成正比，故無線性關係存在，因此若曳力顯著時（小管徑構件），則無法建立波浪與作用力或傾覆力矩之轉換函數，故在總波力中，曳力所佔之分量大之情況，此時波譜分析無法適用，此乃因曳力爲非線性之故，因爲至今尙無處理非線性統計性質之處理方法，故仍以應用特定波高及週期之設計波方法爲宜。

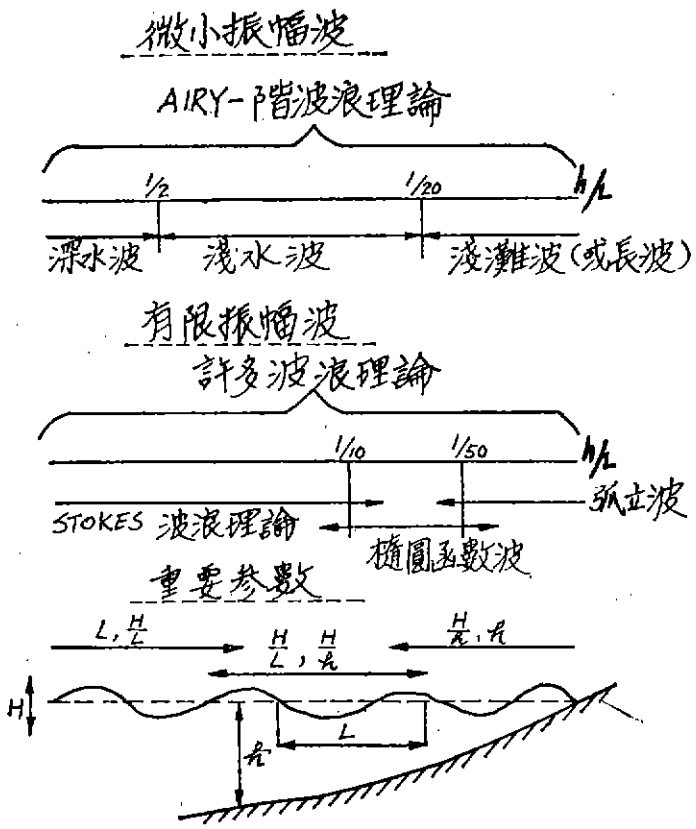
內力與管徑之平方成正比、且與加速度成線性



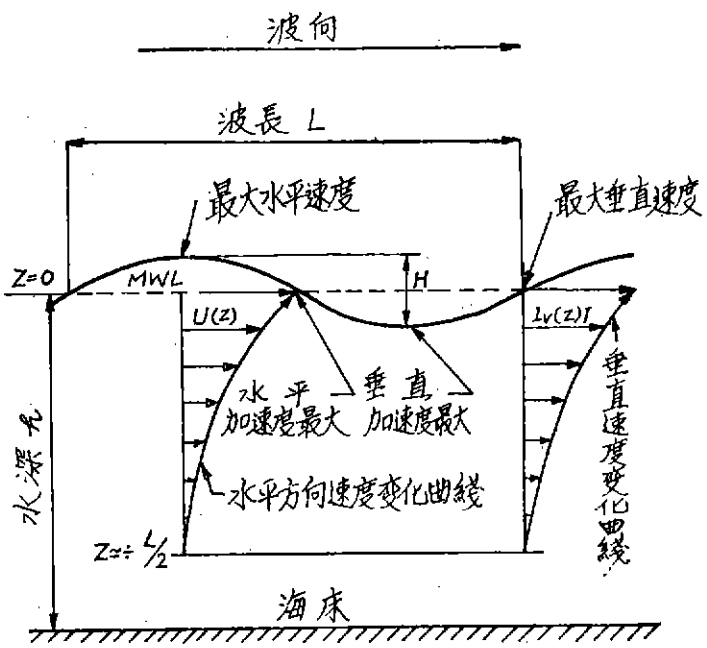
圖二十八　加質量係數與矩形斷面 L/D 比值關係

關係，波浪運動水分子速度及加速度可利用波浪理論[38-43]求得，其爲波高、週期、水深等之函數，各種不同之波浪理論均爲基本控制之拉普拉斯（Laplace）方程式之解答。各理論之差異主要是求解 Laplace 方程式及滿足水面及海床之邊界條取的項數多寡之分而已，而解答之準確度及其複雜性必須依水深、波高、波長等而定出適用範圍如圖 29 所示。

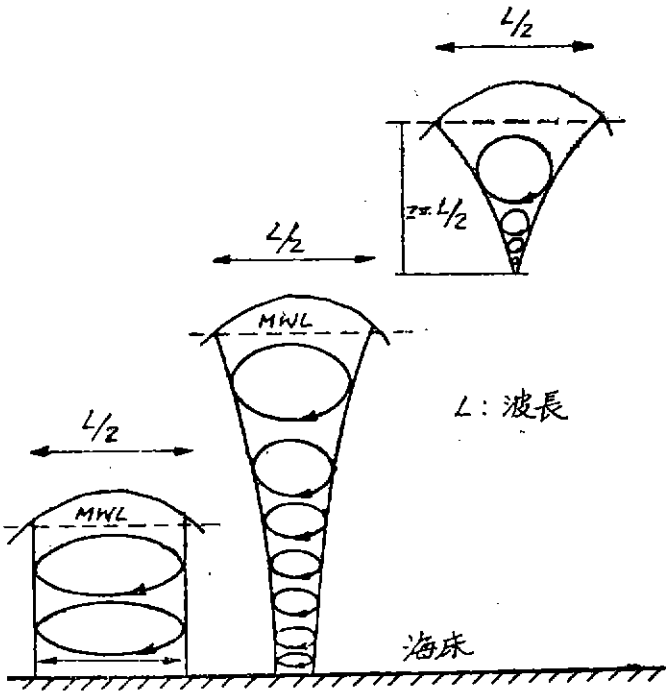
波浪水分子運動之速度與加速度隨波形位相而



圖二十九　波浪分類



圖三十　海面下水分子速度變化



圖三十一　水分子運動軌跡

變化，因此在波峯及波谷情況下，水平曳力最大，垂直曳力爲零，水平內力爲零而垂直內力最大，而當到達平均水位時（即波浪節點上）則水平曳力爲零，垂直曳力最大而水平內力最大垂直內力爲零同時波力亦隨波浪每半週期轉換一次。

同時速度與加速度亦自海水面依水深遞減。圖 30 示水分子運動與加速度變化情形，波力亦同，圖 31 爲波浪通過時水分子之運動軌跡。

在海中之結構物構件所承受最大之波力爲曳力與內力合力最大值；當構件管徑增大時，則內力增強，此時最大波力將發生於波浪之節點通過構件時，若曳力大之情況，則最大波力發生於波浪之波峯正通過構件之時，假定同時有數根管樁並排（例如繫船樁或海域固定式鉆井平臺）之情況由於水深不同，波高亦異，首先根據不同之水深範圍求出可能之最大波高值，且如上所述傾覆力矩隨水深而變化，故可利用圖表 [34] 或電腦程式求出傾覆力矩最大之情況下之臨界水深，因在小管徑情況下曳力所產生之力矩大於內力所產生之力矩，因此最大傾覆力矩可能在曳力所產生之力矩最大值之附近，然後在求波向下並排數根樁在波浪通過時（位相不同）所承受之傾覆力矩最大情況之和作爲平臺設計之根據。作用於管樁結構物之波力爲作用於各構件，例如直立構件，斜樁、及水平構件等之波力向量和，因此最大波力爲考慮位相差情況下作用於各構件之波力和，各構件之波力爲取速度及加速度方向之分量與構件垂直者代入式(72)中之 u 及 $\dot{u}$ 運算，舉一最簡單之例題說明如下：

（例）一海域平臺其垂直方向支柱管徑爲 0.8 公尺，長度爲 9 m，其中 6 m 在靜水位下，若此平臺位於水深 30 公尺處，有一波浪（波高 5 公尺，週期 12 秒）正交作用於此支柱上，試求在波峯情況下，作用於此支柱之最大總波力爲若干？（假設曳力係數 $C_D=1$）

（解）：假定可應用 Morision 公式解析，並利用微小振幅波運算，則曳力與內力各爲：

$$\text{曳力 } F_D=r\frac{C_D D}{2}\cdot\frac{\left(\frac{H}{2}\right)^2 kh}{\sinh(2kh)}\left[\frac{1}{2kh}\left(\sinh 2ks\Big|_{s_1}^{s_2}\right)+\frac{s}{h}\Big|_{s_1}^{s_2}\right]\cdot\cos\theta|\cos\theta|\cdots\quad(73)$$

$$\text{內力 } F_I=r\frac{C_M\pi D^2}{4}\cdot\frac{\left(\frac{H}{2}\right)}{\cosh(kh)}\cdot\sinh ks\Big|_{s_1}^{s_2}\cdot\sin\theta\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(74)$$

式中 θ 爲位相角，因在波浪情況下波浪加速度爲 0 即 $\sin\theta=0$ 。

故總波力等於曳力，因此代入可得總波力 $F_T=902$ 公斤。

由於一般波浪均考慮爲有限振幅波，美國石油學會（API）建議用 Stokes 第五階波理論，或逕正弧立波理論計算。而海域平臺經常有數百根肢桿，位相不盡相同，因此肢桿應力應以立體構架方式分析利用電腦計算，常用程式如 Fran、Stress 或 Strudl 等以及一些著名公司自行發展出來者如 Dam、Ocean……等。

而當管樁所支持之笨重平臺建於深水中，假定結構體之自然振幅頻率與波浪週期相當接近時，在設計上必須考慮結構物發生共振現象之動力結構分析，因此結構物之反應特性可由不規則波情況調查得知。

(2)大體積之外海結構物

上面所考慮之細長構件是假設構件本身不影響其周界之波浪運動速度與加速度之情況，但在巨型海中結構物（例如海底油槽或重力式海中結構物）之情況，因反射波使附近之流場中原運動量受干擾，而造成結構物周界之波浪運動速度與加速度量增强..當管徑大時，內力增强Maccamy 與 Fuch[44] 曾利用微力振幅波理論解析此問題，其觀念爲考慮圓柱之進行波、反射波及繞射波之合成流速勢$(\phi)_1$找出能滿足其邊界條件之解答。即$\left(\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)_{r=a}=0$，r 爲任意點與圓柱中心之位置向量，r = a 爲圓柱表面，根據演算結果可得圓柱周界之壓力分佈，因此可計算內力，圖 32 爲 Morision 公式與 Maccamy & Fuch 理論兩者之比較[46]，在波長等於五倍管經之情況下，兩者之誤差約爲 4%，因此當 $L/D<1/6$可用 Morision 公式求出近似解答、反之則需用 Maccamy & Fuch 之波浪德射理論求解，根據其理論，作用於圓柱上單位長度（dℓ）之水平力爲：

$$dF_x=\frac{2\rho gH}{k}\frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}A(ka)\cos(wt-\alpha)\,d\ell \cdots\cdots (75)$$

式中 ρg 爲海水單位重，h 水深 H，k,w分別爲波浪之波高，周波數，周頻率，a 爲管樁半徑爲自靜止海水位算起之垂直向量（向上爲正），而 A 及 α 分別爲：

$$A(ka)=\{J_1'(ka)^2+Y_1'(ka)^2\}^{-1/2} \cdots (76)$$

$$\tan\alpha=\frac{J_1'(ka)}{Y_1'(ka)} \cdots\cdots (77)$$

J_1 ， Y_1 分別爲零階第一類及第二類 Bessed

表九 A(ka) 及 α 值

ka	A(ka)	α	ka	A(ka)	α
0.02	0.0006	0.02	0.20	0.0643	1.82
0.04	0.0025	0.07	0.40	0.2581	6.98
0.06	0.0057	0.16	0.60	0.5423	13.64
0.08	0.0101	0.29	0.80	0.8337	18.77
0.10	0.0159	0.45	1.00	1.0773	20.54
0.12	0.0229	0.65	1.20	1.2684	18.97
0.14	0.0313	0.89	1.40	1.4215	14.83
0.16	0.0409	1.16	1.60	1.5496	8.86
0.18	0.0520	1.47	1.80	1.6613	1.61
0.20	0.0643	1.82	2.00	1.7619	−6.53
0.22	0.0780	2.20	2.20	1.8545	−15.33
0.24	0.0930	2.61	2.40	1.9410	−24.62
0.26	0.1094	3.06	2.60	2.0228	−34.26
0.28	0.1270	3.54	2.80	2.1006	−44.19
0.30	0.1459	4.05	3.00	2.1752	−54.34
0.32	0.1661	4.59	3.20	2.2471	−64.67
0.34	0.1874	5.15	3.40	2.3164	−75.15
0.36	0.2099	5.74	3.60	2.3836	−85.74
0.38	0.2335	6.35	3.80	2.4488	−96.43
0.40	0.2581	6.98	4.00	2.5123	−107.20
0.42	0.2836	7.63	4.20	2.5741	−118.05
0.44	0.3101	8.29	4.40	2.6344	−128.95
0.46	0.3373	8.96	4.60	2.6934	−139.91
0.48	0.3653	9.64	4.80	2.7511	−150.91
0.50	0.3938	10.32	5.00	2.8075	−161.95
0.52	0.4229	11.00	5.20	2.8629	−173.03
0.54	0.4523	11.67	5.40	2.9172	176.52
0.56	0.4821	12.34	5.60	2.9705	165.38
0.58	0.5822	13.00	5.80	3.0228	154.22
0.60	0.5423	13.64	6.00	3.0742	143.04
0.62	0.5725	14.27	6.20	3.1249	131.84
0.64	0.6025	14.88	6.40	3.1746	120.62
0.66	0.6325	15.47	6.60	3.2237	109.38
0.68	0.6624	16.03	6.80	3.2720	98.13
0.70	0.6920	16.56	7.00	3.3196	86.87
0.72	0.7212	17.07	7.20	3.3665	75.59
0.74	0.7500	17.54	7.40	3.4128	64.30
0.76	0.7784	17.98	7.60	3.4584	53.01
0.78	0.8063	18.39	7.80	3.5035	41.70
0.80	0.8337	18.77	8.00	3.5480	30.38
0.82	0.8606	19.11	8.20	3.5919	19.06
0.84	0.8870	19.41	8.40	3.6353	7.73
0.86	0.9128	19.68	8.60	3.6782	−3.61
0.88	0.9380	19.91	8.80	3.7206	−14.96
0.90	0.9626	20.10	9.00	3.7626	−26.31
0.92	0.9867	20.26	9.20	3.8041	−37.66
0.94	1.0102	20.39	9.40	3.8451	−49.03
0.96	1.0331	20.47	9.60	3.8857	−60.39
0.98	1.0554	20.52	9.80	3.9258	−71.77
1.00	1.0773	20.54	10.00	3.9656	−83.14

函數，而 J_1' 及 Y_1' 爲 J_1 及 Y_1 之微分量，根據 Bessel 函數之定義可得：

$$J_1'(x)=J_0(x)-\frac{1}{x}J_1(x) \quad \cdots\cdots (78)$$

$$Y_1'(x)=Y_0(x)-\frac{1}{x}Y_1(x) \quad \cdots\cdots (79)$$

A(ka) 及 α 均可由 Bessel 函數表中求得參見表九所示。而微小振幅波情況下 Morision 公式之內力項爲：

$$dF_x=dF_I=\rho C_M\left(\frac{\pi}{4}D^2\right)\left(\frac{kgH}{2}\frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh}\right)\cos wt \quad \cdots\cdots (80)$$

比較式(25)及式(80)兩式可得內力係數爲

$$C_M=\frac{16A(ka)}{k^2D^2\pi}\cdot\frac{\cos(wt-\alpha)}{\cos wt}=\frac{4L^2}{\pi^3D^3\sqrt{J_1'(ka)^2+Y_1'(ka)^2}}\frac{\cos(wt-\alpha)}{\cos wt} \quad \cdots\cdots (81)$$

表十 C_M, A, α 之計算表

D/L	Ka	J_0	J_1	Y_0	Y_1	J_1'	Y_1'	$\sqrt{J_1'^2+Y_1'^2}$	J_1'/Y_1'	C_M	A	α
0	0										0	0
0.05	0.157	0.9938	0.07826	−1.2412	−4.1812	0.4953	25.39	25.39	0.01951	2.034	0.04	1° 7′
0.10	0.314	0.9755	0.1551	−0.7759	−2.2017	0.4816	6.235	6.245	0.07724	2.065	0.16	4°25′
0.15	0.471	0.9453	0.2290	−0.4883	−1.5563	0.4591	2.815	2.853	0.16304	2.012	0.35	9°15′
0.20	0.628	0.9038	0.2988	−0.2739	−1.2122	0.4280	1.656	1.7111	0.2584	1.887	0.58	14°30′
0.25	0.785	0.8518	0.3630	−0.1016	−0.9954	0.3894	1.166	1.230	0.3338	1.680	0.81	18°28′
0.30	0.942	0.7902	0.4206	0.0415	−0.8332	0.3437	0.926	0.988	0.3712	1.453	1.01	20°22′
0.35	1.100	0.7196	0.4709	0.1622	−0.6981	0.2915	0.797	0.868	0.3658	1.213	1.15	20° 5′
0.40	1.257	0.6423	0.5123	0.2623	−0.5793	0.2347	0.723	0.760	0.3245	1.060	1.32	17°59′
0.45	1.414	0.5593	0.5444	0.3445	−0.4697	0.1743	0.677	0.699	0.2576	0.911	1.43	14°27′
0.50	1.571	0.4719	0.5668	0.4101	−0.3661	0.1111	0.643	0.653	0.1728	0.791	1.53	9°48′
0.55	1.728	0.3818	0.5792	0.4598	−0.2675	0.0406	0.615	0.616	0.0758	0.692	1.62	4°20′
0.60	1.885	0.2905	0.5815	0.4943	−0.1732	−0.0180	0.586	0.587	−0.0307	0.611	1.71	− 1°46′
0.65	2.042	0.1997	0.5737	0.5144	−0.0835	−0.0813	0.555	0.561	−0.1464	0.544	1.78	− 8°20′
0.70	2.199	0.1109	0.5581	0.5208	−0.1429	−0.1429	0.520	0.540	−0.2746	0.488	1.85	− 15°21′

在 Bretschneider[46] 一文中所列之 C_M 值爲：

$$C_M=\frac{16L^3}{\pi^3D^3\sqrt{\left[J_1^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)\right]^2+\left[Y_1^2\left(\frac{\pi D}{L}\right)\right]^2}} \quad \cdots\cdots (82)$$

爲 $\alpha=0$ 之誤，若以 $D/L\simeq 0$ 之情形考慮。根據 Bessel 函數定義

$$J_1(x)\simeq\frac{x}{2},\quad J_1'(x)\simeq\frac{1}{2}$$

$$Y_1(x)\simeq-\frac{2}{\pi x},\quad Y_1'(\lambda)\simeq\frac{2}{\pi x^2} \quad \cdots (83)$$

根據式，所得出之 C_M 值爲 4π，而根據式(81)所得出者爲 2，故不能應用式(82)求解 C_M 值。

筆者根據式(76)(77)及(81)計算 A,α 及 C_M 值，列如表十所示，圖 33 爲 A，C_M 及 α 與 D/L 之關係。

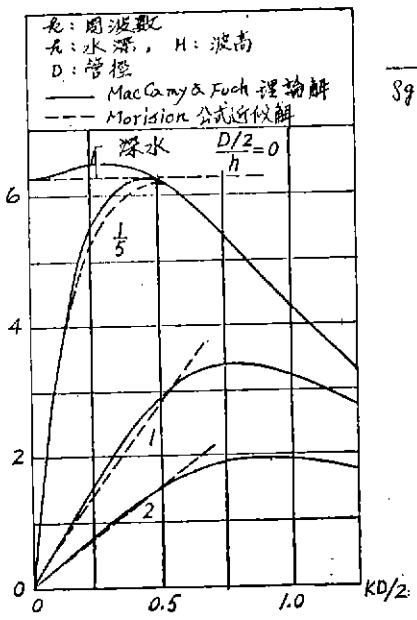
自海床至靜水面之總水平波力可積分式(75)而得爲：

$$F_T=\rho g\frac{2H}{K^2}\tanh(kh)\,A\,(ka)\cos(wt-\alpha) \quad \cdots\cdots (84)$$

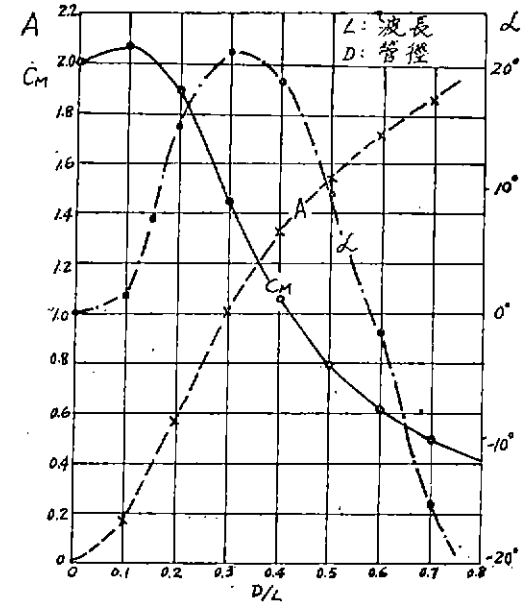
傾覆力矩（M_T）爲總水平力（F_T）與海床至水平力之力臂（R）之乘積，其力臂爲

$$R=\left(\frac{kh\sin h(kh)-\cosh(kh)+1}{kh\ \sinh\ kh}\right)h \quad \cdots\cdots (85)$$

$$M_T=F_T\cdot R$$



圖三十二　直力樁之水平力



圖三十三　A, C_M 及 α 與 D/L 之關係

舉一範例說明如下：

（例）一高 70 公尺之圓形貯油槽半徑爲 40 公尺位於 50 公尺水深，試求在波高 10 公尺，週期 12 秒之正弦波作用下之水平總波力及傾覆力矩。

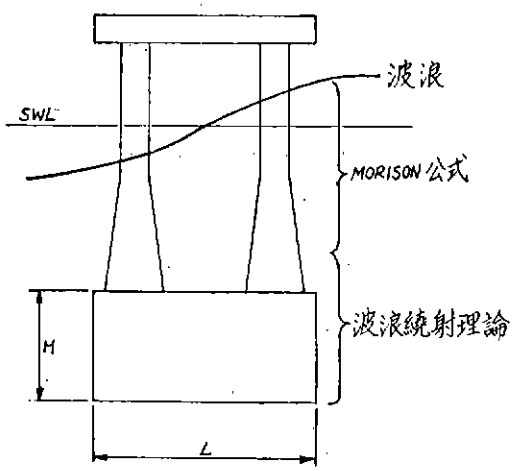
（解）：由水深 h=50 公尺及週期 T=12 sec 可求得波長 L=204.7 公尺因此可得週波數 $k=0.0307\ m^{-1}$ 而 ka=1.238，查表可得 A(1.228)=1.3125，$\alpha=18.8°$，同時亦可由圖 33 查得在 $D/L=0.391\left(ka=\frac{\pi D}{L}\right)$ 情況下A=1.3125、$\alpha=18.8°$，因此可得最大總水平力爲 2.55×10^5 千牛頓，而傾覆力矩爲 7.38×10^6 千牛頓米。

不定型之巨型結構物可利用三維源口一漏口（Three dimensional source-sink）方法處理，其方法可能找出加質量，阻尼係數波力和力矩之大小，可根據結構物週邊界之源口密度不同之分佈情形用有限元素法近似求解，此方法與 Maccamy 理論均根據微小振幅波理論且忽略粘性效果求解，此對於巨型結構物爲一近似解，數值分析經試驗證實相當符合，故可應用於波浪負荷及重力式平臺水力係數之計算。

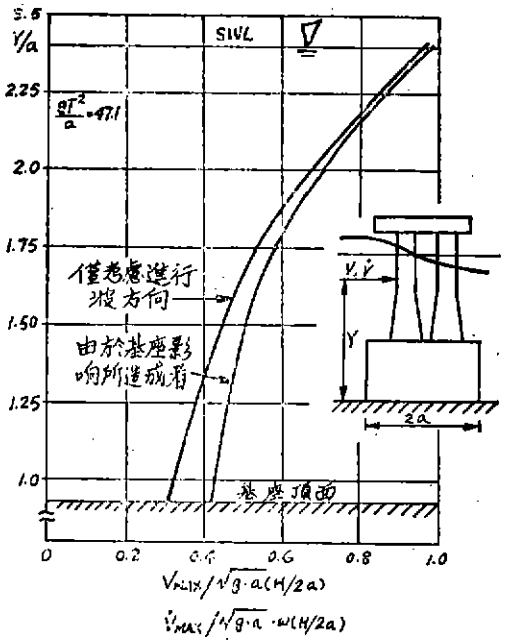
如圖 34 所示爲一重力式海中結構物，由於沉箱式基座影響波浪水分子速度與加速度變化如圖 35 所示，因此在海面下部份構件可利用 Morision 公式計算，但是式中之波浪運動速度及加速度必須考慮波浪繞射之影響效果，此種影響之近似求法可以沉箱上之水深當作總水深估計，而精確之求法則必須應用已考慮到沉箱所承受反射波之波浪繞射理論計算。

沉箱上所承受之作用力與傾覆力矩可用下列兩方法計算：

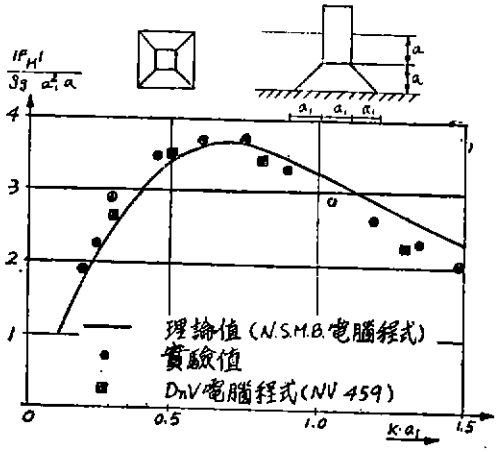
(1)積分進行波出現之壓力且應用試驗決定作用力及傾覆力矩之增幅因子(amplification factors)



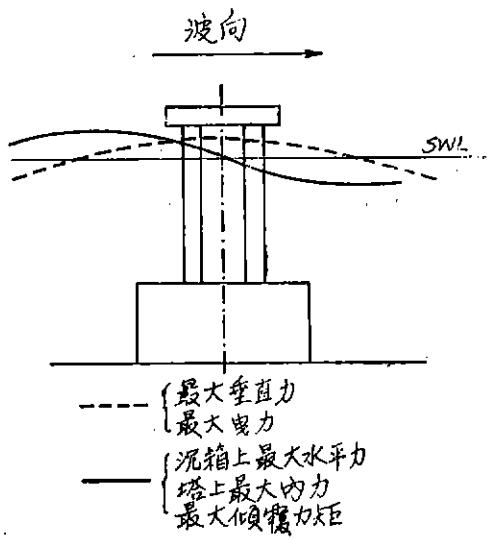
圖三十四　波力計算



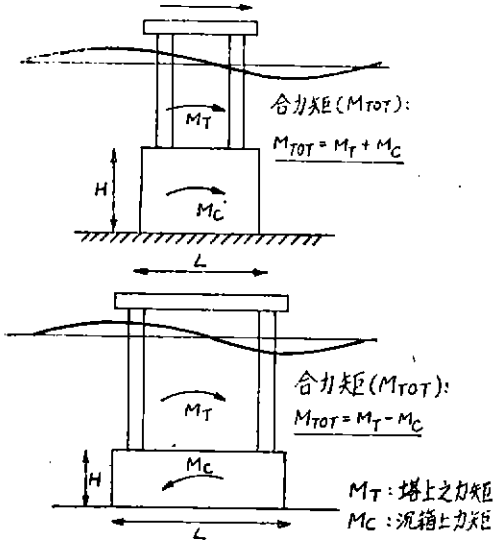
圖三十五　基座以上波浪水分子速度及加速度之分佈



圖三十六　振盪波力



圖三十七　最大負荷之波浪剖面



圖三十八　L/H 比值對傾覆力矩之影響

。

(2)考慮波浪反射之繞射理論，其技巧爲考慮計算結構物週邊周界許多流場上之源口（Source）及漏口（Sink）。

後者較受愛用，因可較前者更精確地考慮，但用波浪繞射理論解析沉箱式巨型結構物，除圓形外，其他形態者，均尚在試驗階段，數值分析可用電腦解析，但 DNV 已發展固定式及浮體式巨型海中結構物波力解析之電腦程式，圖 36 爲其中成果之一範例。

最大負荷及傾覆力矩亦與波浪之位相有關，如圖 37 所示當曳力顯著之情況，最大水平力及對整個結構物之傾覆力矩將發生於圖中之波浪位置（實線）。正確之波浪位置將依曳力與內力比值及作用於沉箱上之水平力大小而定。

爲了減少總傾覆力矩及水平力，沉箱高度(H)與沉箱長度（L）之比值應儘可能選用小點，當此值相當小時，由於垂直方向之波力所產生之力矩分佈將使沉箱有一穩定效果，此如圖 38 所示。

上述爲利用規則正弦波所預報得出之波浪負荷解析方法，而不規則波情況可利用波譜之線性疊加，合成各不同海況發生概率得出長期之預報[23]。

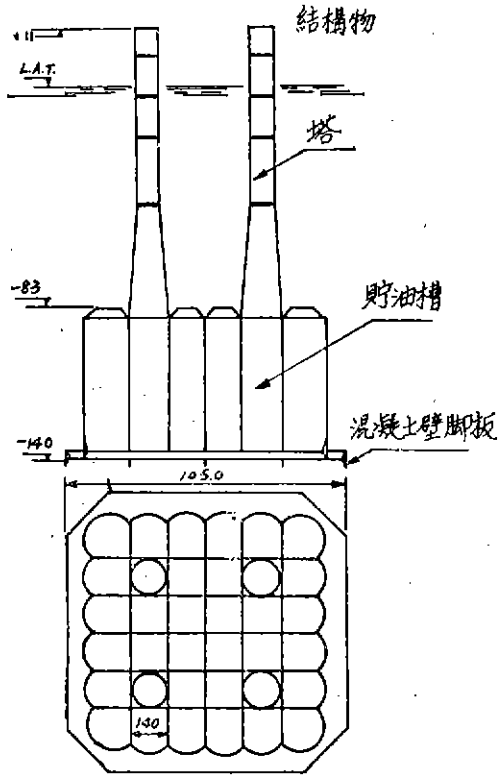
五、固定式外海結構物波浪負荷之檢討

如前所述，固定式外海結構物波浪負荷一般可利用設計波高法及波譜分析法評估，使用時必須考慮設計及計算目的，以下檢討之：

(1)設計波高法

截至目前爲止，大多數固定式外海結構物之波浪負荷均根據一定波高及週期之規則正弦波，所選定之設計波爲根據該地區之波浪統計資料分析所得，一般均取 50 年或 100 年之設計波，此可以風險概率決定，而波浪週期較難定出。一般復現週期內之尖峯暴風浪之週期預測，可能可用暴風浪在尖峯時波高與週期之關係式求出，而其關係甚難定義。

波浪週期必須符合所採用最惡劣之負荷，亦即爲建立最嚴重之情況必須計算許多波浪週期下之負荷，則將出現一大問題，若如圖 39 所示之海底石油槽之巨型體積結構物之總水平力，其波力隨波浪週期連續增加到 T=30 秒波力最大，而傾覆力矩最大時波浪週期爲 20 秒（圖 40）因此考慮發生最大負荷與最大傾覆力矩在不同波浪週期之影響亦爲相當重要的。

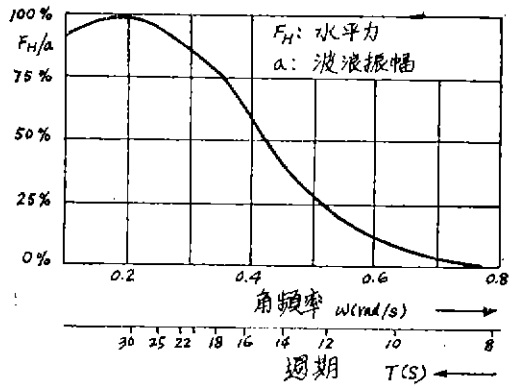


圖三十九　巨型海中結構物總水平力

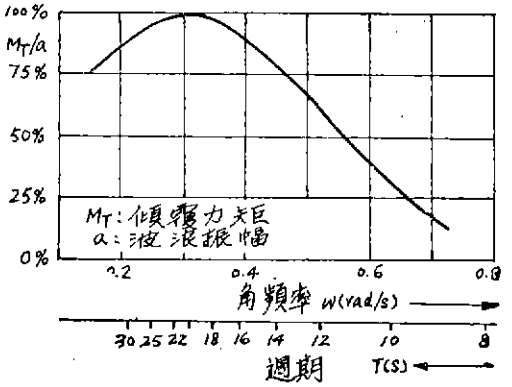
(2)波譜分析法

若結構物之反應可達相當合理準確度之預報，則可應用波譜分析法處理外海固定式結構物，否則定義轉換函數困難，且需小心處理非線性負荷及其對總負荷之重要性，故適用性較難。

而既使一固定式結構物之轉換函數已建立，應用條件可能與船體或浮體者不同，因浮體反應一般可用波浪週期相當短之情況有尖峯值之轉換函數來說明，而此種現象在固定式外海結構物則不一定確實，例如圖 39 中之固定式海洋結構物之水平力可用圖 40 所示之轉換函數說明，可見此轉換函數隨週期連續增加至 T=30 秒左右，水平力才能達到最大值。



(a) 水平力



(b) 傾覆力矩

圖四十　轉換函數

配合此轉換函數與波譜，將在週期 T＝20 秒以上增加尖峯週期之波譜而增加轉換函數，因此當執行短週期波譜分析時則需注意考慮沿頻率軸上波譜之位置。

還涉到波譜分析之問題很多，一般較愛用短週期預報，深入研究需定義建立更合理之設計規範，同時在本情況下似乎可用 20 秒爲波譜尖峯週期之極限值。

波力分析中若反應之轉換函數可得到相當精確之結果，則在原則上波譜法仍較設計波法更爲可靠，長期分析預報較短期者好，而長期爲組合一羣短定常統計資料，每一個有一特定之發生概率，若僅得知短期之分析資料則沿頻率軸之波譜位置須作適度地修正，若上述假設條件無法滿足風則仍以設計期波高法解析較好。

六、結論與建議

本文概述計算外海結構物、力波力及海流力量之解析方法，其中波力中波譜法應用於固定式結構物，由於負荷之非線性，而至今非線性統計性質解析尚未成熟，因應力與彎曲力矩均爲隨機性，因此有關非線性之解析有待努力。

七、參 考 資 料

1. 林維明「海洋開發新技術概說」中華港埠 46 期，民國 70 年6月。
2. 林維明「波浪及其作用力之研討」臺灣水利第 28 卷1期 69 年3月。
3. Salvesen, N., Tuck, E. O., and Faltinsen, o. ; "Ship Motions and sea Loads", Det Norske Vertias pub. No. 75 March 1971.
4. Nordenstrom, N., Faltinsen, o. and Pedersen, B. "Prediction of Wave Induced Motions and Loads for Catamarans." Det Norske Veritas pub. No. 77 sep. 1971.
5. Pedersen, B., Egeland, O., and Langfeldt, J. N. "Calculation of Long Term Values for Motions and Strural Response of Mobile Drilling Rigs" offshore Techndogy Conf. Reprints Paper No. 1881, Houston, Texas, April 29-May 2 1973.
6. Olsen, O. A."Wind statistics for the North sea and the Norwegian Ocean" DNV Pub. Report No. 74-53-D
7. Davenpot, A. G. "Wind loads on structures" National Research Council, Division of Building Research, Technical paper No. 88 ottawa, March 1960.
8. "Rules for the Design, Construction and Inspection of Fixed offshore structures" Det norske Veritas, oslo, 1974.
9. "Rules for the Construction and classification of Mobile offshore units" Det norske Veritas, oslo, 1973.
10. American Bureau of shipping "Rules for Building and classing offshore mobile Drilling units" 1968.
11. Harris, L. M. "An introduction to Deepwater Floating Drilling operation" chapter 6, The Mooring System petroleum pub. Co. 1972.
12. Olsen O. A "Wind wave and mrrent Forces offshore structures" The Technology of offshore Drilling Completion and production Compiled by ETA offshore Seminars. Inc. The petroleum pub. Co. 1975.
13. 林維明「海底管線受波浪作用之研究」土木水利季刊第七卷4期，民國 70 年2月。
14. Tung, Chi chao, and Huang, Norden" Combined Effects of current and waves on Fluid Force" Ocean Engineering Vol. 2. 1973.
15. Graham, John. R. "A Discussion of Problems and Knowledge Concerning Station Keeping in the Open Sea" Ocean Industry Aug 1966.

16. 林維明「海中纜索之靜力分析」土木水利 8 卷 1 期，70 年 5 月。
17. Berteaux H. O. "Buoy Engineering" John Wily & Sons. 1976.
18. Borgman, L. E. (1965) "The Spectral Density for Ocean Wave Forces" Hydraulic Eng. Lab. Rep. No. HEL 9-8 Berkeley Calif. Dec. 1965.
19. Gumbel, E. J. "Statistics of Extremes" New York Columbia Univ. Press 1958.
20. Cramer, H. "Mathematical Methods of Statistic." Princeton, Princeton Univ. Press 1966.
21. Longuet-Higgins, M. S. "On the statistical Distributions of the Heights of Sea Waves. J. Mar. Res. 11 (1952) : 3.
22. Lindemann, K "Analycis of Long Term Distributions of Extreme Vaues" Det norske veritas Res. & Dev. Dep. Rep. 71-17-5 (1971)
23. Nordenström, N. "Methods for Predicting Long Term Distributrions of wave loads and Probability of Failure for ships Part 1. Environmental Conditims and short Term Response" DNV Res. & Dev. Dep. Rep. 71-2-S (1971) (induding appendices)
24. Nordenström N. "A Method to Predict Long-Term Distributions of waves and Wave-induced Motions and Loads on ships and other Floating structuves", DNV Pub. No. 81. April 1973.
25. Langfeldt, J. N., Egeland. O. and Gran, S. "NV 407. Motions and Loads for Drilling Platforms With Pontoon" user's Manual, DNV Rep. No. 72-13-S
26. Faltinsen, O. : "Computer Program Specification NV 417. 2nd Editon, wave induced ship Motions and Loads six Degrees of Freedom " DNV Report No. 74-19-S
27. Pierson, W.J., and Moskowitz, L. : "A Proposed Spectra Form for Fully Developed Wind Sea Based on the Similarity Theory of S. A. Kitaigorodskii" Journal of Geophys. Res. V. 69 (24) 1964.
28. Hasselmann, K. et. al : "Measuremeuts of Wind-Wave Growth and Swell during the Joint North Sea Wave Project" Deutsches Hydrogrephisches Zeitschrift, Nr. 12. 1973.
29. 林維明「不規則波之統計理論與解析」臺灣水利第 29 卷第一期民國 70 年 3 月。
30. Hogben. N. and Lumb, F. E. "The Presentation of Wave data from Voluntary observing ship (Appendix by D. E. Cartwright) Nat. Phys. Lab. Ship Div. Rep. 49 (1964)
31. Pedersen, B. "Predictions of long-term Wave Conditions With Special Emphasis on the North Sea" Int. Conf. Port and Ocean Eng. Under Artic Cond. (POAC) 1. Trondheim, 1971 Proc.
32. Battjes. J. A : "Long-Term Wave Height Distributions of Seven Stations Around the British Isies" Nat. Inst. Oceanography Internal. Rəd. A 44 (1970) July.
33. Morision J.R.M.P. O'Brien, J. W. Johnson and S.A. Schaaf (1950) "The Forces Exerted by Smface Waves on Piles." Petroleum Transactions AIME Vol. 189 PP 49-154
34. Myers. John J., Holm Carl H., and McAllist R. F "Handbook of Ocean and Underwater Engineering" McGraw-Hill Book Co. 1969 PP 8-10～PP 8-17 及 PP 12-40～PP 12-52

35. Lin, Wei-Ming. "A Review on Wave Forces of a Pile structure" Taiwan Wate Conservancy Quanterly Vol. 28. No. 3 Sept. 1980.

36. 林維明「海底管線穩定性分析」工程月刊第五十四卷七期 70 年7月

37. Olsen, O. A. "Investigation of Drag-Coefficient Based on Published Litsrature" Det norske Veritas Report No. 74-2-S

38. Reid R. O. and C. L. Bretschneider "Surface Wave and offshore structures" Texas A&M Research Foundation OCT. 1953.

39. Kjelbreia, L. and Hendrickson J. "Fifth order gravity wave Theory proc. of the conf. on Coastal Eng. Vol. 1 1961.

40. Munk W. H. "The Solitary Waves and Its Application to Surf Problems" Ann. N.Y. Acad. Science Vol. 51 1949.

41. Chappelear. J. "Direct Numerical Calculation of Wave Properties" J. of Geophysical Research Vol 66. 1961.

42. Dean R.G. "Stream Function Representation of Nonlinear Ocean Waver" J. of Geophysical Research Vol. 70 1965.

43. Lambkos K. F. and Brannon H. R. "Wave Force Calculation for Stokes and Nonstokes Waves" OTC. 2039, 1974.

44. MacCamy. R.C. and Fuchs. R.A. (1954)" Wave Force on Piles : A Diffraction Theory ; Beach Erosion Board, Washington D.C, Tech. Memo. No. 69

45. Hooft, J. P. "Hydrodynanic Aspects of Semisubmersible Platforms" H. Veeman en Zonen N. V. Wageningen 1972.

46. Bretschneider, C. L. and M. St, Demis (1969) "Wind and wave load, Handbook of Ocean and Underwater Engineering", McGraw-Hill Book Co. PP. 12-53.

International Conference on
WATER RESOURCES DEVELOPMENT
TAIPEI, TAIWAN, REPUBLIC OF CHINA
May 12-14, 1980

SCOUR AROUND A PILE STRUCTURE DUE TO WAVE

Wei-Ming Lin
Civil Engineer
Chinese Petroleum Co.
Taiwan, R.O.C.

ABSTRACT

A study was conducted in a wave flume (50 m. long, 1 m. wide and 1 m. deep) to investigate scour phenomena caused by monochromatic waves around a model circular cylinder pile. The parameters including wave characteristics, water depth and diameter of the pile were studied. Scour was measured in ultimate scour depth. The results summarized in terms of the influential parameters based on dimensional analysis.

The theoretical solution of interaction of plane waves with a circular cylinder in a two dimensional wave flume was also done for getting the wave diffraction diagram and maximum velocity distribution around a pile structure.

By comparing the experimental data and the theoretical results, it is concluded that the scour caused by waves is severe in shallow water and long wave condition. Also the large diameter pile may experience more sever scour than the smaller one.

INTRODUCTION

In recent year, various kinds of pile structures, such as radar, lighthouse, offshore petroleum drilling platforms, fixed mooring berths and offshore meteorelogical, navigation towers etc, have been built in nearshore and offshore area. But some of them have been severely damaged and collapsed, due to scour around their bases by waves and currents. The scour around marine structure thus significantly affects their economic and service life. Therefore, the study on the scour phenomena around a pile structure due to wave and current is required for the design and construction of coastal structures.

The research is principally restricted to scour around a

circular vertical cylinder caused by oscillatory wave motion for cohensionless sediment bed material.

THEORETICAL CONSIDERATIONS

Mechanics of Sediment Movement

The force act on a discrete grain which is lying on the bed of noncohesive sediment and over it a fluid is flowing are gravity forces of weight and buoyancy, hydrodynamic life normal to the bed and drag parallel the bed etc..

The gravity forces of weight and buoyancy is the submerged weight of the grain plus any constraing force due to drag force is called fluid forces.

These two sets of forces tend to move or roll the grain, if the moment of the fluid forces about a point of contact is greater than that of resisting force, then the grain will start to move or roll, this phenomenon is called the incipient motion of sediment.

If it is assumed that the incipient motion is determined by the observed mean critical shear stress(τ_c), submerged weight of grain(r_s-r), grain size(ds), and density(ρ) and viscosity (ν) of the fluid, etc.

Dimensional analysis immediately yields

$$\frac{\tau_c}{(r_s-r)\ d_s} = \frac{U^2_{*c}}{\Delta g\ d_s} = f\left(\frac{U_{*c}\ d_s}{\nu}\right) \qquad (1)$$

In which $U_{*c}=\sqrt{\tau_c/\rho}$, $\Delta = (\rho_s-\rho)/\rho$ are called critical shear velocity, relative density respectively. This result was obtained by Shield(1936)(1), the shear velocity can be determined by

$$\frac{U}{U_*} = a_r + 5.75 \log\left(\frac{y}{K_s}\right) \qquad (2)$$

In which U is the velocity at distance(y)above the bed, Ks is the characteristic roughness size of the sedment and a_r is a function of boundary Reynolds number U_*K_s/ν .

Motion of Water Particles by Waves

Waves of uniform height and period proceeding in infinite succession are called regular waves. Such waves can be found in a laboratory flume equipped with a mechanical generator.

For understanding the motion of water particle under surface waves, we can use naturally bouyant floaters in the water, and will find the water particle only circulates in certain place and does not proceed with wave.

Profiles of regular waves are usually represented by a sinusoidal curve, which moves with the speed equal to c, the elevation of instantaneous water surface above the mean water level denoted by η , the orbital velocity of water particle at position(x,z) which is decomposed into horizontal direction U

and the vertical direction W are expressed as:

$$\eta=\eta(x,t)=\frac{H}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{L}(x-ct)\right) \tag{3}$$

$$u=u(x,z,t)=\frac{\cosh 2\pi(h+z)/L}{\sinh 2\pi h/L}\cos\left(\frac{2\pi}{L}x-\frac{2\pi}{L}t\right) \tag{4}$$

$$w=w(x,z,t)=\frac{\sinh 2\pi(h+z)/L}{\sinh 2\pi h/L}\sin\left(\frac{2\pi}{L}x-\frac{2\pi}{L}t\right)$$

The comparision of Eq.(3) &(4) indicates that a water particle moves in the same direction with the waves, while the wave crest is passing and it moves in the opposite direction to the wave during the wave trough, this motion is oscillatory.

Suppose that the bottom surface is a fixed horizontal boundary and also impermeable, then the vertical orbital velocity along the boundary is equal to zero and the amplitude of horizontal velocity just outside the boundary layer due to progressive wave is

$$U=\frac{\pi H}{T\sinh(2\pi h/L)} \tag{5}$$

Dimensional Analysis

A sand bed exposed to wave induced current is usually in a condition of equilibrium, in this condition the bottom material is transported, but no net deposition or erosion occurs. However, when an object is placed on the sea bed, current velocities and directions near the object is turbid, ie, the equilibrium condition is disturbed, namely, there results an increase in the transport capacity of fluid near the object and the sea bed around the object starts to be eroded, this erosion is known as scour.

When we consider the problem of scour which is around a pile structure due to waves, there come into numerous various variables. To simplify the problem, the following restrictive conditions are made.

(1) Bed Material: the sediment is non-cohesive.
(2) Pile: circular cylinder with perfectly smooth surface and only an isolated is considered.
(3) Fluid: clear water having initial amount of solid particles in suspension.
(4) Wave: the wave is monachromatic regular wave of small amplitude.

There are thus many parameter involved and some of them are, moreover, difficult to quantify. In the present study, since

only one kind of sand is employed, the bed particle properties are constant, therefore, the ultimate scour depth(S_u) depends on eight parameters as follows:

$$S_u = f(h, H, T, U, g, \nu, D)$$

where h, H, T, U, g, ν, & D are still water depth, wave height, period, horizontal orbital velocity of water panticle, acceleration of gravity, kinematic viscosity of fluid and diameter of pile etc..

The theorem of Vaschy-Buckingham allows us to write in terms of dimensionless parameters as follows:

$$\frac{S_u}{H} = f\left(\frac{H}{h}, \frac{h}{L}, \frac{D}{h}, \frac{UT}{D}, \frac{UD}{\nu}\right) \tag{6}$$

Wave Diffraction Theory

Water wave diffraction is the phenomenon whereby energy is transferred laterally along a wave crest, Maccamy and Fuchs(1954)(2) were the first investigators to apply the diffraction theory to the deformation of periodic plane wave about a single circular cylinder. Spring and Monkeyer(1969)(3) extended the work by treating the interaction of plane waves with a row of cylinders. Since it is also an image system for a single cylinder placed midway between two parallel vertical walls(Fig. 1). The confinement effect which laboratory wave tank walls place upon model pile can thus be determined theoretically based on the following conditions:

1. The waves are linear(small amplitude theory) and are not breaking.
2. The bottom is horizontal and impermeable with sufficent depth for deep water and intermediate depth wave conditions.
3. The cylinders are circular, rigid, vertical, statinary, impermeable and have a relatively large diameter with respect to the wave height.
4. Drag effects are negligible, therefore the theory of an ideal fluid is applicable and the field may be represented by a potential function.

The real parts of potential function at any point $P(r,\theta)$ is denoted by ϕ_p can be determined as:

$$\Phi = \frac{\phi_p}{f(z,t)} = R_e\left[-\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\gamma)\exp\left(in(\theta+\frac{\pi}{2})\right) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_n(k\gamma) e^{in\theta} + 2\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} A_n H_{n+m}(k\ell_j) J_m(k\gamma)\exp(-im\theta)\cos\left((m-n)\frac{\pi}{2}\right)\right] \tag{7}$$

where $f(z,t) = \frac{Hg}{2\sigma}\frac{\cosh(k(h+z))}{\cosh(kh)} e^{-i\sigma t}$

and $\ell_j = j \cdot b$, is spacing between jth and center cylinder while b is the width of wave flume.

In Eq.(7) the 1st term in the right hand side is the

potential function of incoming wave denoted by Φ_i , and the 2nd are of central cylinder scattered waves and the 3rd are of scatted waves from cylinders in upper & lower half plane respectively, the combination of 2nd and 3rd is denoted by Φ_s .

Application the boundary condition on the cylinder(r=a) we have

$$A_{-m}H'_{-m}(ka)+2J_m'(ka)\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\cos\left((m-n)\frac{\pi}{2}\right)H_{m+n}(k\ell_j)$$

$$=J'_{-m}(ka)\exp(-im\pi/2) \tag{8}$$

From Eq.(8) we can solve the scattering coefficient An=a+ib and the instantaneous vertical displacement of water surface(η) above the still water level is defined as:

$$\eta=\frac{1}{g}\frac{\partial\phi}{\partial t}\bigg|_{z=0}=\frac{1}{g}\frac{\partial(f(z,t)\Phi)}{\partial t}\bigg|_{z=0}=-i\frac{H}{2}\Phi\exp(-i\sigma t) \tag{9}$$

Since wave diffraction co.(Kd) is defined as the ratio of the diffracted wave height to the incident wave height is also the ratio of velocity potential function

$$k_d=|\Phi/\Phi_i|=|1+\Phi_s/\Phi_i| \tag{10}$$

The velocity in radial direction Vr and tangential direction V_θ can be easily got as:

$$\bar{V}_r=\frac{V_r}{k\cdot f(z,t)}=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}J'_n(k\gamma)\exp\left(in\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right)+\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nH'_n(k\gamma)\exp(in\theta)$$

$$+2\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_nH_{m+n}(k\ell_j)J'_m(k\gamma)\exp(-im\theta)\cos\left((m-n)\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\bar{V}_\theta=\frac{\gamma V_\theta}{if(z,t)}=-\sum_{n=-\infty}^{\infty}nJ_n(k\gamma)\exp\left(in\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)\right)+\sum_{n=-\infty}^{\infty}nA_nH_n(k\gamma)\exp(in\theta) \tag{11}$$

$$-2\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}mA_nH_{m+n}(k\ell_j)J_m(k\gamma)\exp(-im\theta)\cos\left((m-n)\frac{\pi}{2}\right)$$

It is to be noted that Vr and V_θ given by these equations are complex, and the amplitudes and phase shifts are given by the absolutes and arguments of these complex variables respectively, therefore the amplitude V, the direction β and the phase δ of the resultant velocity are given as follows:

$$V=H_0\sqrt{\frac{1}{2}\left[\bar{V}_r^2+\bar{V}_\theta^2+\sqrt{\bar{V}_r^4+\bar{V}_\theta^4+2\bar{V}_r^2\bar{V}_\theta^2\cos 2(\delta-\delta_\theta)}\right]}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{\bar{V}_\theta \cos(\delta-\delta_\theta)}{\bar{V}_r \cos(\delta-\delta_r)}\right]$$

$$\delta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left[\frac{\bar{V}_r^2 \sin 2\delta_r + \bar{V}_\theta^2 \sin 2\delta_\theta}{\bar{V}_r^2 \cos 2\delta_r + \bar{V}_\theta^2 \cos 2\delta_\theta}\right] \qquad (12)$$

in which δ_r and δ_θ are the phases of Vr and V_θ respectively.

EXPERIMENTAL APPARATUS AND PROCEDURES

Research Apparatus

The scour tests were conducted in a two dimensional wave flume 50m long, 1 m wide and 1 m deep in which a paddle type wave generator was installed in the hydraulic laboratory, Asian Institute of Technology, Bangkok. (Fig.2) A false bottom 20 cm deep and 12 m long was constructed in the flume having gradual slopes at the both ends to bring the waves smoothly up to a new depth above the top of the false bottom, and save the test sand. Thus it was split into three sections, with 4m long of the test sand in the center between two 4m sections of steel hollow boxes which were combined of 2m x 1m x 0.2m with 5mm thickness rectangular & triangular sections.

The 7.67cm and 14cm diameter steel pile were placed in the center of the 4cm test sand section and welded on a 98cm x 98cm x 0.5cm steel plate to keep it vertical and stable. Near the test sand level, it is scaled with paint around the pile for easy reading of the scour profile around it.

Close to wave generator the wave filter was located, while the wave absorber was at the end of the flume on a mildly slope of 15 degrees. The purpose of wave absorber and filter were to dissipate wave energy and elimate multiple reflection in the flume.

Scour depth measurement instrument is a depth probe with a point gauge connected to steel sphere head(D=1/4") by a flexible string, which was attached to a carriage and it could be rotated around the pile 360 degrees and extended up to 1m from the center of the pile, the rotating ring and extended arm were marked in degrees and millimeters respectively. Thus any scour measurement could be identified in polar coordinates.

Experimental Procedures

One kind of uniform sand(d_{50}=0.56mm) was selected in the experiments, the effect of wave characteristics, depth of flow (20, 30 and 40cm) and pile diameter(7.67 & 14cm) on scour were studied. A total of 107 runs were carried out.

Prior to each test run, the sand bed was raked and leveled around the pile and an initial bed profile was made with the depth probe, the wave generator adjusted for a particular experimental wave was then started and the wave periods & heights were measured by a capacitance wave gauge connected to an amplifer

recorder(RECTI-Holy model 8S81).

The depth probe was used to monitor the scour profile around the pile, all runs were continued to equilibrium profile. Scour depths at successive concentric rings were recorded for volume calculation and constructing a contour map of scour pattern(4).

ANALYSIS OF DATA AND DISCUSSION OF RESULTS

Wave Diffraction & Velocity Distribution

Fig. 3 shows the computer flow chart used to obtain the wave diffraction and velocity distribution around a pile structure, the calculation was accomplished in non-dimensional form in terms of the parameters relating position, pile diameter, width of flume and wave length.

In Eq.(7) and(8), there appear terms involving infinite series which are troublesome in the actual computation, all the infinite series terms were terminated up to 10th terms in the present computation.

The maximum value of resultant velocity after pile installed is calculated from Eq.(12) in which the magnitudes are normalized by dividing the incident wave height. Compared with Eq.(5) the maximum horizontal velocity before pile installed were plotted in Fig.(4) and it is found that the velocity is increasing as the conditions of water depth is kept constant, wave period is increasing, or period is constant while water depth decreasing etc., and when period & water depth are all kept constant, then the larger pile diameter will give a slightly larger velocity.

It also shows that the maximum velocity occurs at the position of 90 degrees from incident direction of flow, which may explain the experiment results the incipient motion of sand and severe scouring occurred in this area.

Fig.(5) shows much variation of velocity around the pile as compared with that far from the pile, this may be another reason to explain large deformation of topography around the pile.

Analysis of Scour

As mentioned before, the dimensionless parameter as Eq.(6) shown, where the kinematic viscosity of water is assumed $\nu = 1.01 \times 10^{-2} cm^2/sec$. The maximum orbital velocity(U) is calculated from eq.(11) & (12) for $\theta = 90$ degree.

The relative ultimate scour depth (Su/H) are plotted against the relative wave height(H/h), for various values of relative water depth(h/L) and parameter(D/h) as shown in Fig. 6 and 7. It is however, felt that as h/L(or D/L) decrease, then the relative scour depth(Su/H) increases and the maximum relative depth(Su/H) is only equal to 0.5. It is seen that the Reynold number $Ud_{50}/\nu < 790$, so the flow isn't so turbid. And the kaulegan Capenter number(UT/D) is also small($UT/D < 25.5$),(4) so that in these conditions the scour were not severe. Therefore, there are no conclusive relationship to be got between them and it is found that as the pile diameter and wave length become larger,

there occurs the severe scour.

Scale Effect

This study was conducted in a laboratory flume and difficulties may arise in predicting the scour behavior in the prototype due to the possible scale effect. The problem of scale effect between model and prototype has not yet been solved for sediment movement in river and estuary field. Anyway, the more data we get from the field and laboratory, the more relationship between them and the scale law could be established.

CONCLUSION AND RECOMMENDATION

The results obtained from this investigation will be summarized as follows:

1. The ultimate scour is approached asymtotically in time.
2. The scour pattern around a pile seems to be qualitatively explained by the maximum velocity distribution obtained from wave diffraction theory.
3. The ultimate scour depth is a function of water depth, pile diameter and wave period but the effect of wave height is not clear.
4. The shallow water long wave condition will cause maximum depth.
5. Around the larger pile, it may experience sever scour than the smaller one.

There are some recommenation for future study as follows:

1. Further studies are needed for the cases of waves superimposed upon a current at some incident angle which are the three dimensional phenomena simulating any coastal or ocean current near shore.
2. Two or three rows of piles should be installed, to simulate the actual marine pile structure conditions.
3. Different size of sand material should be used.
4. The methods for the protection against scour should also be tested.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his profound gratitude to Dr. Akira Watnabe, associate professor of ToKyo university for his inspiring guidance, valuable suggestions and endless encouragement throughtout the course of this investigation. The completion of this paper is also under the financial support from the government of Republic of China.

REFERENCE

1. Shields A.(1936) "Anwendung der Aenlichkeitsmechanik und der Turbulenz forschung auf die Geschiebebewegung"

Mitt. der Preuss. Versuchsanstalt für Wasserbau Und Schiffbau, Helf 26, 1936. Berlin(in German). Translated to English by W.P. Ott and J.C. Van Uchelen, California Institute of Technology Pasadena, Calif.

2. Maccamy,R.C. and Fuchs,R.A.(1954)"Wave Force on Piles: A Diffraction Theory" Technical Momo. No.69 Beach Erosion Board, Corps of Engineers.
3. Spring,B.W. and Monkmeyer,P.L.(1969) "Interaction of Plane waves with a row of cylinders" Proc. Civil Engineering in the Ocean II, PP 979-998.
4. Lin,W.M.(1978) "Scour Around a Pile Structure Due to Wave" Thesis No.1068 Asian Institute of Technology, BangKok.

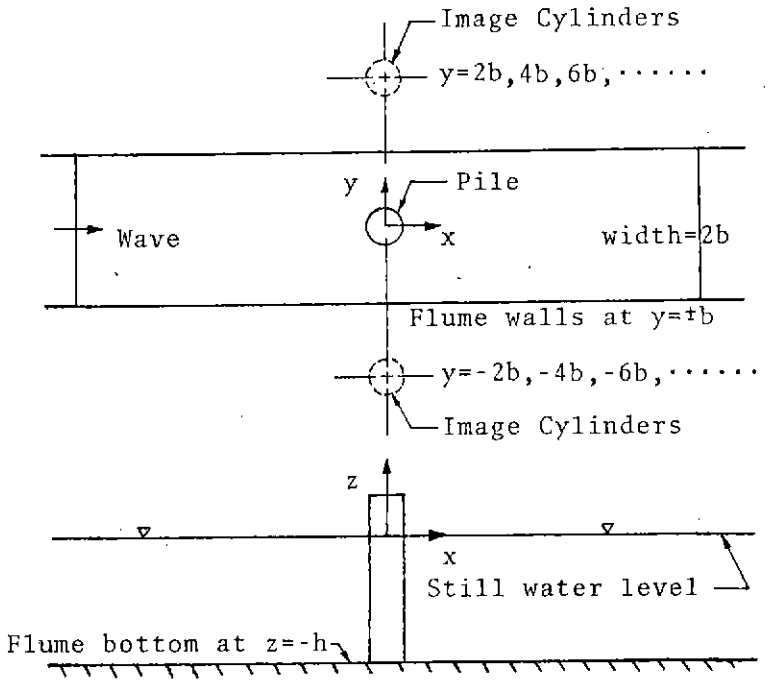


Fig. 1 Wave Flume Definition Sketch

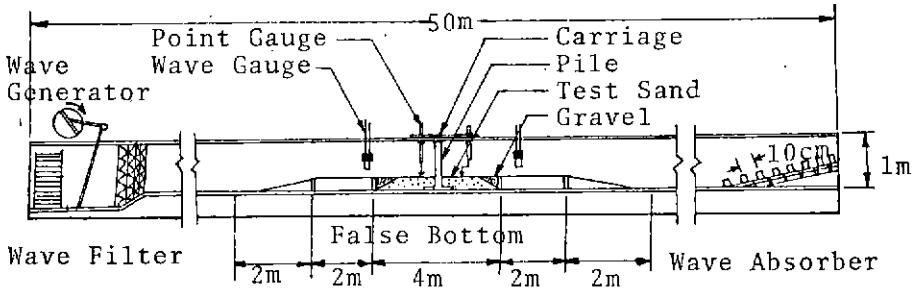
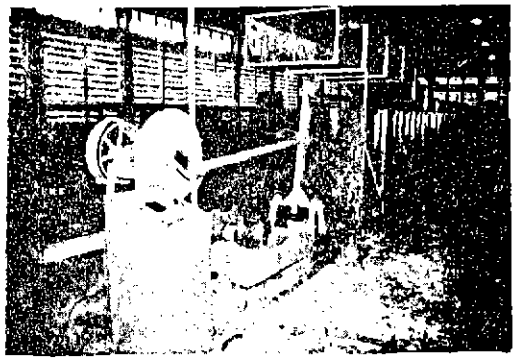
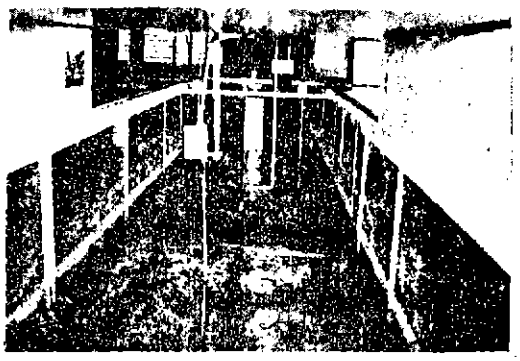


Fig. 2a Outline of Test Facilities

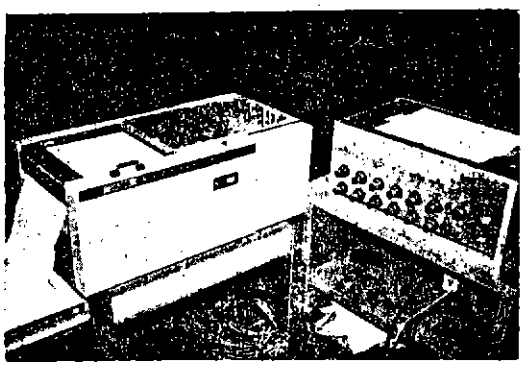


WAVE FLUME

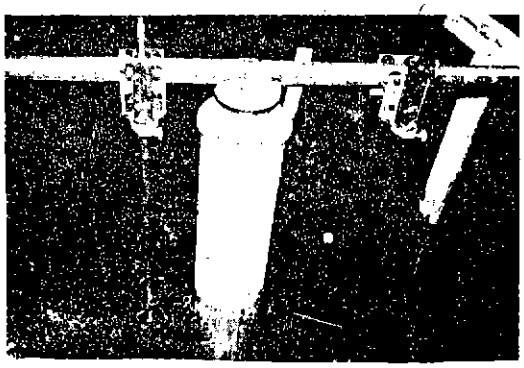
TYPICAL SCOUR PATTERN



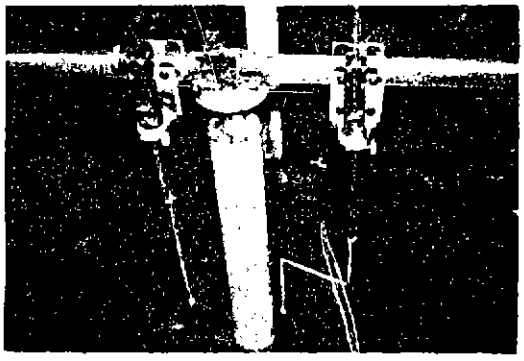
WAVE GAUGE



WAVE RECORDER



CARRIAGE AND POINT GAUGE
(FOR 14 cm ϕ PILE)



CARRIAGE AND POINT GAUGE
(FOR 7.67 cm ϕ PILE)

Fig.2b TEST APPARATUS IN THE WAVE FLUME

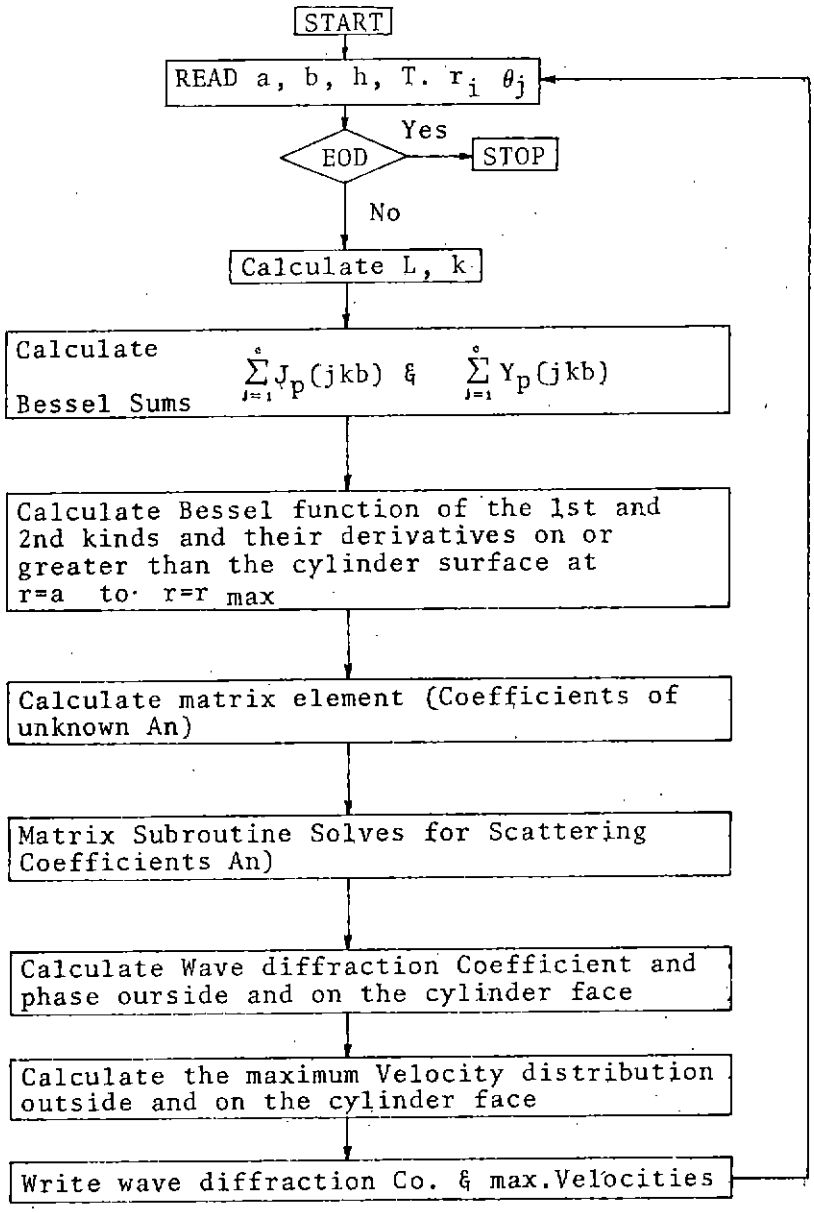
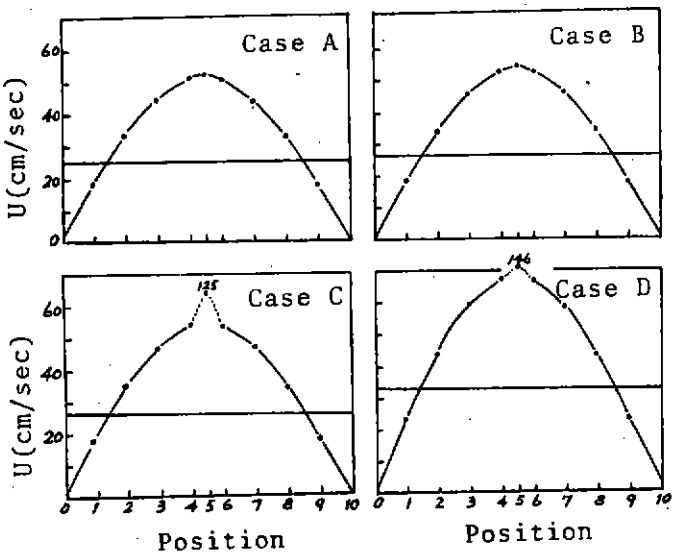


FIG.3 FLOW CHART FOR COMPUTING WAVES DIFFRACTION COEFFICIENTS AND MAXIMUM VELOCITIES AROUND A PILE



CASE	D cm	h cm	T sec	U_o cm/sec
A	7.67	30	2.0	25.67
B	7.67	30	2.5	26.72
C	14	30	2.5	26.72
D	14	20	2.5	33.49

U_o:Max. Velocity before Pile installed.
U :Max. Velocity after Pile installed.

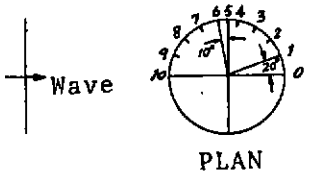
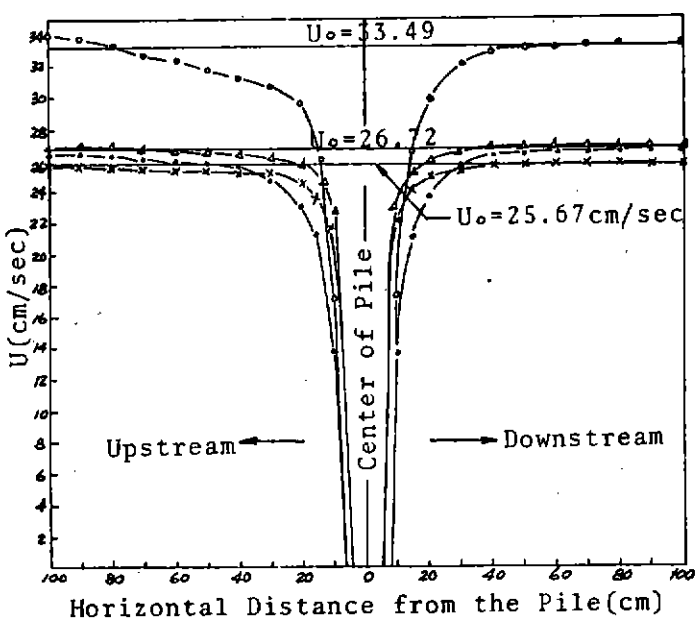


Fig.4 Maximum Velocity Around a Pile.



CASE	D cm	h cm	T sec
×	7.67	30	2.0
△	7.67	30	2.5
•	14	30	2.5
○	14	20	2.5

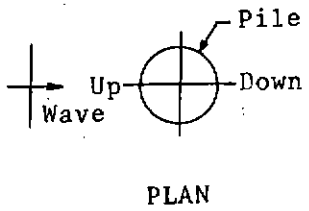


Fig.5 Maximum Horizontal Water Particle Velocity along Center of Flume.

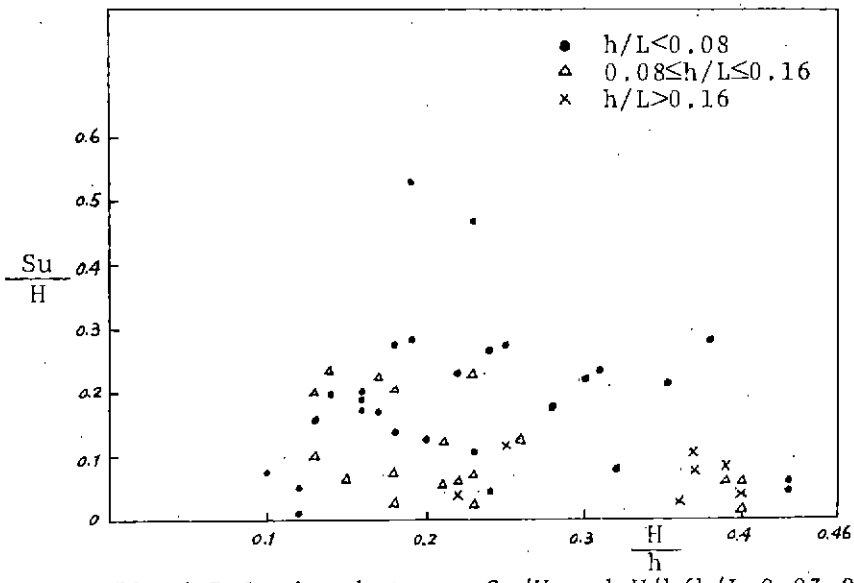


Fig.6 Relation between Su/H and H/h(h/L=0.03-0.40)

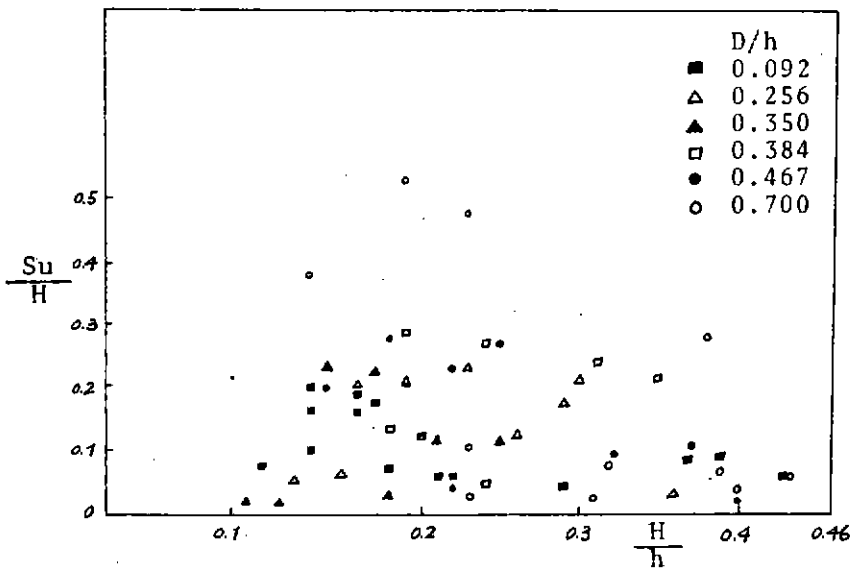


Fig.7 Relation between Su/H and H/h(D/h=0.1-0.7)

海域基樁受海浪冲刷現象之研究

林　維　明

摘　要

本文目的在探討海洋中單一管樁受波浪作用，其基脚附近海床發生冲刷之現象。利用實驗方法觀測砂粒起始活動，測得終極冲刷深度，地形變化和歷時。因次分析各冲刷參數與冲刷深度關係。並用波浪繞射理論解析管樁附近波浪繞射及流速分佈特性。從實驗與理論結果比較，顯示在淺水，長波及大管徑等情況下，冲刷現象較嚴重。