

基隆港水工模型數值模擬

主 持 人：蘇 青 和

陳 陽 益

顧 問：蔡 丁 貴

參 與 人 員：莊 文 傑

陳 明 宗

江 中 權

廖 慶 堂

曾 文 傑

陳 毓 清

目 錄

符號說明	I
表 目 錄	III
圖 目 錄	IV
一、前 言	1
二、控制方程式及邊界條件	4
三、有限元素法模式	8
四、數值模擬條件及步驟	15
五、計算結果	18
六、結論及建議	23
七、參考文獻	25
八、誌 謝	27
九、附 圖	28

表 目 錄

表 1 入射波條件分類表	15
表 2 基隆港區數值模擬配置方案分類表	16

圖 目 錄

圖 1	不規則形狀港池示意圖	28
圖 2	基隆港第一種配置方案示意圖	29
圖 3	基隆港第二種配置方案示意圖	30
圖 4	基隆港第三種配置方案示意圖	31
圖 5	基隆港第四種配置方案示意圖	32
圖 6	基隆港第五種配置方案示意圖	33
圖 7	基隆港第六種配置方案示意圖	34
圖 8	基隆港第七種配置方案示意圖	35
圖 9	三角形元素分割示意圖	36
圖10	基隆港水深分佈示意圖	37
圖11	基隆港第一種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	38
圖12	基隆港第二種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	39
圖13	基隆港第三種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	40
圖14	基隆港第四種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	41
圖15	基隆港第五種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	42
圖16	基隆港第六種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	43
圖17	基隆港第七種配置方案, 颱風波浪, N 向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	44
圖18	基隆港第一種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	45

圖 19	基隆港第二種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	46
圖 20	基隆港第三種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	47
圖 21	基隆港第四種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	48
圖 22	基隆港第五種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	49
圖 23	基隆港第六種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	50
圖 24	基隆港第七種配置方案, 颱風波浪, NNE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	51
圖 25	基隆港第一種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	52
圖 26	基隆港第二種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	53
圖 27	基隆港第三種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	54
圖 28	基隆港第四種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	55
圖 29	基隆港第五種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	56
圖 30	基隆港第六種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	57
圖 31	基隆港第七種配置方案, 颱風波浪, NE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	58
圖 32	基隆港第一種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	59

圖 33	基隆港第二種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	60
圖 34	基隆港第三種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	61
圖 35	基隆港第四種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	62
圖 36	基隆港第五種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	63
圖 37	基隆港第六種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	64
圖 38	基隆港第七種配置方案, 颱風波浪, ENE向, 週期11秒, 港區 等波高係數圖	65
圖 39	基隆港第一種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	66
圖 40	基隆港第二種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	67
圖 41	基隆港第三種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	68
圖 42	基隆港第四種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	69
圖 43	基隆港第五種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	70
圖 44	基隆港第六種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	71
圖 45	基隆港第七種配置方案, 季風波浪, N向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	72
圖 46	基隆港第一種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	73

圖 47	基隆港第二種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	74
圖 48	基隆港第三種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	75
圖 49	基隆港第四種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	76
圖 50	基隆港第五種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	77
圖 51	基隆港第六種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	78
圖 52	基隆港第七種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	79
圖 53	基隆港第一種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	80
圖 54	基隆港第二種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	81
圖 55	基隆港第三種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	82
圖 56	基隆港第四種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	83
圖 57	基隆港第五種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	84
圖 58	基隆港第六種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	85
圖 59	基隆港第七種配置方案, 季風波浪, NE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	86
圖 60	基隆港第一種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	87

圖 61	基隆港第二種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	88
圖 62	基隆港第三種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	89
圖 63	基隆港第四種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	90
圖 64	基隆港第五種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	91
圖 65	基隆港第六種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	92
圖 66	基隆港第七種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區 等波高係數圖	93

一、前言

數值模擬近年來隨著數值方法的發展而日趨嚴謹，更配合資訊科學的進步，電腦容量的增大，與運算速度的迅速及成本低，故其重要性日愈增加；其優點為模擬分析快速，可變性甚高，甚短時間就可得到多樣結果。因而，實用性的大型模式建立後，分析計算新港口或改變港口配置皆甚為方便。

基隆港務局為疏解貨櫃碼頭過度負荷的情況下，乃有在港區東岸興建第三突堤碼頭之議。然興建後會縮小港區水域與航道寬度，且該碼頭局部位置正對港口入口，入射波浪進入港區內可能造成航道、迴船池與西岸碼頭波浪條件的改變。因此基隆港務局於79年乃委託港灣技術研究所辦理港區水工模型遮蔽試驗，分析比較興建第三突堤碼頭後的幾種佈置方案。

基隆港務局為求得更完整的不同佈置分析結果，再度委託本所做進一步的數值模擬，希望二者分析結果能更週延及更客觀的提供規劃設計之參考。

在計算港池因波浪引起之波高分佈，因港池形狀不規則，且近岸通常有結構物存在，波浪繞射為一重要現象；如果地形變化又複雜，折射效應亦當為考慮因素之一。因此適當使用數值方法，以求解合理波場為必要之途徑。

在等水深或水深變化不顯之港池或海域，考慮線性規則波浪條件，波浪繞射現象可以引用荷姆茲方程式(Helmholtz equation)描述。

Ho(1975), Lee(1969,1971,1971,1970)及 Chwang, Ou and Su(1990)等引用邊界元素法(boundary element method)或稱積分方程法(integral method),在利用Weber解,由荷姆茲方程式求得積分方程式,將邊界分割為有限邊界元素,因而化積分方程式為一矩陣方程式,以求得解。邊界元素法將二維區域問題,利用低於一維之邊界元素求解,對複雜之港池或海岸線,處理甚為方便。Lee(1969)探討狹長型矩形港池問題,發現在共振點之擴大率(測點波高與入射波高比值),數值計算結果與其模型試驗結果甚為吻合。

在地形變化不劇烈,即地形緩慢變化之海域或港池, Berkhoff(1974)首先提出緩坡方程式(mild-slope equation),並引用有限元素法求解波浪之折繞射共同效應,在外海邊界上則以邊界元素法處理。Chen and Mei(1974), Chen(1986)發展一混合元素法(hybrid finite element),分別求解淺水波方程式或緩坡方程式。其作法為邊界內以一般有限元素法運算,而其邊界則以解析解形式展開。Tsay and Liu(1986), Tsay, Zhu and Liu(1989)與歐等(1990)使用與 Chen and Mei(1974)類似方式,求解緩坡方程式,其計算過程更簡易快速。

有關水波數值模擬問題,理論上在外海邊界無窮遠處應滿足Sommerfeld 幅射邊界條件,即因港池或結構物效應產生之散射波在無窮遠之外海處應不存在。而為滿足此項邊界條件,各種數值方法計算之海域,常分割為有限港池區及半無限外海區二個區域,而且外圍區域必假設為等水深區如Chen and Mei(1974), Tsay and Liu(1986)。但在沿岸地區,除非擴大數值計算區域,否則外圍鮮少為固定水深,因此實際計算非常不方便。

陳和蔡(1990)及蘇、蔡和歐(1991)分別在有限港池區外圍設定局部型式之幅射條件，以取代原來標準型式之無窮遠處幅射條件，並探討二者應用於計算圓形島之折繞射或矩形港池造成之差異。他們發現在考慮地形及波長等因素，適當設置人為外圍邊界，局部幅射邊界也可得到正確結果。局部型式幅射條件之優點為可避免外圍等水深之不方便假設。本文我們將引用局部型式幅射條件應用於建立數值模式，以探討基隆港以幾種配置方案來興建第三突堤碼頭時港內波高分佈狀況。

二、控制方程式及邊界條件

考慮任意不規則形狀港池如圖 1 平面示意圖，一般 X 軸置於適當海岸線上，原點則為港口中心處，正 Y 軸向外海方向，Z 軸上向為正，XY 平面為自由平均海面。假設流體滿足不可壓縮、無黏性及非旋流之條件，因此存在流速勢 (Velocity potential) $\Phi(x, y, z, t)$ ，滿足三維拉普拉氏方程式 (Laplace equation)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

假設入射波 n_0 波向線與正 x 軸成 θ_0 角度 (如圖 1)，其複數表示式為：

$$n_0(x, y, z) = a \exp[ik(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)] \exp(-i\sigma t) \dots (2a)$$

$$\text{或 } n_0(r, \theta, t) = a \exp[ikr \cos(\theta - \theta_0)] \exp(-i\sigma t) \dots\dots\dots (2b)$$

式中 $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $i = \sqrt{-1}$

a 為波浪振幅 (wave amplitude)

k 為週波數 (radian wave number), $k = 2\pi / L$

L 為波長 (wave length)

σ 為週頻率 (radian frequency), $\sigma = 2\pi / T$

T 為波浪週期 (wave period)

水自由表面則滿足線性動力邊界條件及運動邊界條件，即

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0, \text{ 在 } z = 0 \dots\dots\dots (3a)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \text{ 在 } z = 0 \dots\dots\dots (3b)$$

上二式可合併為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \text{ 在 } z = 0 \dots\dots\dots(3c)$$

式中 $n(x, y, t)$ 為水位變化, g 為重力加速度

基於入射波條件(2)式及線性波理論, 我們可假設水位變化 n 為週期函數, 表示為

$$n(x, y, t) = f(x, y) \exp(-i \sigma t) \dots\dots\dots(4)$$

式中 $f(x, y)$ 稱為波函數 (wave function)

假設港池為不等水深, 海底不透水, 因此滿足

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} = 0, \text{ 在 } z = -h(x, y) \dots\dots(5)$$

式中 $h(x, y)$ 為水深。

假設深度為緩慢變化, 我們引用 Berkhoff(1974)提出的理論, 將方程式(1), 入射波條件(2)式, 自由表面邊界條件(3)式, 海底不透水邊界條件(5)式, 化簡為二維之緩坡方程式 (mild-slope equation)

$$\nabla \cdot (C C_g \nabla f) + (C_g / C) \sigma^2 f = 0 \dots\dots\dots(6a)$$

式中 f 為波函數

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \text{ 二維梯度運算子}$$

$$C = L/T \text{ 為波速} \dots\dots\dots(6b)$$

$$C_g = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] C, C_g \text{ 為群波速 (group velocity)}$$

在淺水波 (shallow water wave), $kh \ll 1$, $C = \sqrt{gh}$, $C_g = C$, 則方程式 (6a) 可簡化為

$$\nabla \cdot (h \nabla f) + (\sigma^2/g)f = 0 \dots\dots\dots (7)$$

在深水波 (deep water wave), $kh \gg 1$, $C = g/\sigma$, $C_g = 0.5C$, 則方程式 (6a) 可簡化為荷姆茲方程式 (Helmholtz equation)。

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + k^2 f = 0 \dots\dots\dots (8)$$

在等水深的條件下, 即 $h(x, y) = h_0$, 同樣方程式 (6a) 可化簡為荷姆茲方程式:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + k_0^2 f = 0 \dots\dots\dots (9)$$

式中 k_0 滿足下列分散關係式 (dispersion relation)

$$\sigma^2 = gk_0 \cdot \tanh(k_0 h_0) \dots\dots\dots (10)$$

假設外海海岸線, 防波堤及港池內壁, 以 ∂B 表示其邊界範圍, 皆為直立壁不可穿透, 則 f 在邊界垂直分量滿足

$$CC_g \frac{\partial f}{\partial n} = 0, \quad \text{在邊界 } \partial B \dots\dots\dots (11)$$

式中 n 為垂直邊界向外之單位向量

當海岸線為零水深時 $CC_g = 0$, 否則不透水邊界為 $\frac{\partial f}{\partial n} = 0$ 。

因港池存在效應所產生之波浪, 而不包括入射波 f_0 及反射波 f_r 這兩種行進波之其他成份波, 一般稱為散射波 f_s (scattered wave), 散射波能量隨離港口之距離增大而減小, 即散射波在無窮遠處 ∂c 應趨近於零, 因此滿足幅射條件 (sommerfield radiation condition)

$$\lim_{kr \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial f_s}{\partial n} - ikf_s \right) = 0, \text{ 在 } \partial C \dots\dots\dots(12)$$

根據陳和蔡(1990)及蘇、蔡和歐(1991)之解析,在實際應用輻射邊界條件,可設定於有限人為邊界上,如附圖 ∂A ,邊界至港口原點起之距離 R_a 至少在一個波長以上,誤差即不甚大。而與人為邊界上正交方向即為散射波傳輸方向之假設下,散射波滿足下列局部輻射條件(local radiation condition)

$$\frac{\partial f_s}{\partial n} - ikf_s = 0, \text{ 在 } \partial A \dots\dots\dots(13)$$

在有限人為邊界 ∂A 上,為方便解析波函數 f ,一般將 f 表示為入射波 f_o ,反射波 f_r 及散射波 f_s 三種成份波

$$f = f_o + f_r + f_s, \text{ 在 } \partial A \dots\dots\dots(14a)$$

$$\text{或 } f = f_t + f_s, \text{ 在 } \partial A \dots\dots\dots(14b)$$

$$\text{其中 } f_t = f_o + f_r \dots\dots\dots(14c)$$

針對複雜地形及不規則形狀港池由控制方程式(6)式,海岸線及港池內壁不透水邊界條件(11)式,及人為邊界 ∂A 上之邊界條件(13)及(14)式,欲求得解析解之波場甚為困難,下節我們將介紹數值方法,以求解複雜問題之波場。

三、有限元素法模式

根據變分法(Calculus of variation)之極小化原理,上述控制方程式(6)式,邊界條件(11)及(13)式,可得下列定態泛函數(stationary functional) $J(f)$:

$$\begin{aligned}
 J(f) = & \iint_R \frac{1}{2} [CC_g (\nabla f)^2 - (C_g/C) \sigma^2 f^2] dA \\
 & + \int_{\partial A} \frac{1}{2} CC_g f_s \frac{\partial f}{\partial n} dl - \int_{\partial A} CC_g f \frac{\partial f_s}{\partial n} dl \\
 & - \int_{\partial A} CC_g f \frac{\partial f_t}{\partial n} dl + \int_{\partial A} CC_g f_t \frac{\partial f_s}{\partial n} dl \dots\dots\dots (15) \\
 & + \int_{\partial A} CC_g f_t \frac{\partial f_t}{\partial n} dl
 \end{aligned}$$

式中區域 R 為人為邊界 ∂A 以內之港區

f_t 為入射波 f_o 與反射波 f_r 之和

f_s 為散射波

在人為邊界上 ∂A , $f = f_s + f_t$

對未知變數 f 作變分處理, 右式最後一項會消失, 因此可視為常數。

將局部幅射邊界條件(13)式及在人為邊界 ∂A 之 f 表示式(14)代入(15)式可化簡為

$$\begin{aligned}
 J(f) = & \iint_R \frac{1}{2} [CC_g (\nabla f)^2 - (C_g/C) \sigma^2 f^2] dA \\
 & - \int_{\partial A} \frac{1}{2} ik CC_g f^2 dl - \int_{\partial A} CC_g f \frac{\partial f_t}{\partial n} dl
 \end{aligned}$$

$$+ \int_{\partial A} ikCC_g f f_t dl - \int_{\partial A} \frac{1}{2} ikCC_g f_t^2 dl \dots\dots\dots (16)$$

對未知變數 f 作變分處理，右式最後一項會消失，也可視為常數。

利用有限元素法原理，將港內區域 R 分割為 n 個三角型形元素 $e=1, 2, 3 \dots n$ ，每個元素之邊長以不超過 $1/7$ 波長為原則，並用一組線性形狀函數(shape function) N_i^e , $i=1, 2, 3$ 表示元素 e 之波函數 f^e ，波速 C^e 及群波速 C_{gi}^e 如下：

$$f^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e f_i^e \dots\dots\dots (17a)$$

$$C^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e C_i^e, \quad e=1, 2, 3 \dots\dots\dots (17b)$$

$$C_{gi}^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e C_{gi}^e \dots\dots\dots (17c)$$

式中 $N_i^e = (a_i + b_i x + C_i y) / (2\Delta^e)$, $i=1, 2, 3 \dots\dots\dots (17d)$

Δ^e 為元素 e 之面積為

$$\Delta^e = \frac{1}{2} | x_2^e y_3^e + x_3^e y_1^e + x_1^e y_2^e - x_2^e y_1^e - x_1^e y_3^e - x_3^e y_2^e | \dots\dots\dots (17e)$$

(x_i^e, y_i^e) 為元素 e 之結點座標，一般以反時鐘方向排列，以 i, j, k 代表其順序。

$$a_i^e = x_j^e y_k^e - y_j^e x_k^e \dots\dots\dots (17f)$$

$$b_i^e = y_j^e - y_k^e \dots\dots\dots (17g)$$

$$c_i^e = x_k^e - x_j^e \dots\dots\dots (17h)$$

式中 N_i^e , $i=1, 2, 3$ 為元素 e 三角形線性形狀函數， C_i^e 及 C_{gi}^e 為元素 e 、結點 i 之已知波速及群速值， f_i^e 為元素 e 、結點 i 之未知波函數值。

將區域全部局部元素波函數表示式(17)，代入泛函數(16)式，整理可得下列全區域之矩陣方程式

$$J(f) = \frac{1}{2} \{f\}^t_{1 \times n} [K_1]_{n \times n} \{f\}_{n \times 1} + \frac{1}{2} \{f\}^t_{1 \times m} [K_2]_{m \times m} \{f\}_{m \times 1} \\ + \{Q_1\}^t_{1 \times m} \{f\}_{m \times 1} + \{Q_2\}^t_{1 \times m} \{f\}_{m \times 1} + \text{常數} \dots\dots\dots (18)$$

式中已知勁度矩陣 $[K_1]$ 及區域 R 未知波函數向量 $\{f\}$ ，是由港內區所有元素 e 區域性矩陣 $[K_1^e]$ 及向量 $\{f^e\}$ 所組成。

$$I_1 = \frac{1}{2} \iint_R CC_g (\nabla f)^2 - (C_g/C) \sigma^2 f^2 dA = \sum_{e=1}^n I_1^e \dots\dots\dots (19a)$$

$$\text{式中 } I_1^e = \frac{1}{2} \iint_{\Delta^e} [CC_g (\nabla f)^2 - (C_g/C) \sigma^2 f^2] dA \\ = \frac{1}{2} \{f^e\}^t_{1 \times 3} [K_1^e]_{3 \times 3} \{f^e\}_{3 \times 1} \dots\dots\dots (19b)$$

式中 $\{f^e\}^t$ 為 $\{f^e\}$ 之轉置矩陣

$$[K_1^e] = \frac{1}{4\Delta^e} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{1}{12-6\delta_{ij}} \\ \cdot C_1^e C_{g1}^e \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ \text{sym} & b_2^2 + c_2^2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ \text{sym} & \text{sym} & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \\ - \frac{\sigma^2 \Delta^e}{60} \begin{bmatrix} 6n^1 + 2n^2 + 2n^3 & 2n^1 + 2n^2 + n^3 & 2n^1 + n^2 + 2n^3 \\ \text{sym} & 2n^1 + 6n^2 + 2n^3 & n^1 + 2n^2 + 2n^3 \\ \text{sym} & \text{sym} & 2n^1 + 2n^2 + 6n^3 \end{bmatrix} \cdot (20)$$

其中 δ_{ij} ：克朗乃克函數 (Kronecker delta)，

$$\delta_{ij} = 1, \quad i=j$$

$$= 0, \quad i \neq j$$

$$n^i = C_{gi}^e / C_1^e, \quad i=1, 2, 3$$

勁度矩陣 $[K_z]$ 及邊界 ∂A 上未知波函數 $\{f_z\}$ 由下列表示式定義

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{-i}{2} \int_{\partial A} kCC_g f^2 dl \\ &= \frac{-i}{8} \sum_{j=1}^{m-1} [(kCC_g)_j f_j^2 + (kCC_g)_{j+1} f_{j+1}^2 + 8\sqrt{(kCC_g)_j} \\ &\quad \sqrt{(kCC_g)_{j+1}} f_j f_{j+1}] \Delta l_j \\ &= \frac{1}{2} \{f\}^t_{1 \times m} [K_z]_{m \times m} \{f\}_{m \times 1} \dots\dots\dots (21a) \end{aligned}$$

式中 m 為人為邊界 ∂A 上之結點數

$$[K_z]_{jj} = \frac{-i}{4} (kCC_g)_j \Delta l_j, \quad \text{當 } j=1 \text{ 或 } j=m \dots\dots\dots (21b)$$

$$= \frac{-i}{4} (kCC_g)_j (\Delta l_{j-1} + \Delta l_j), \quad j \neq 1, j \neq m \dots\dots\dots (21c)$$

$$\begin{aligned} [K_z]_{jk} &= \frac{-i}{2} \sqrt{(kCC_g)_j (kCC_g)_k} \Delta l_s, \text{ 當 } |j-k|=1, s=\min(j,k) \\ &= 0, \text{ 其他 } \dots\dots\dots (21d) \end{aligned}$$

一般在人為邊界以外之區域水深皆較深，因此水深變化改變入射波波形不甚明顯，我們假設在人為邊界 ∂A 之入射波仍假設滿足表示式 (2) 式或以波函數 $f_0(x, y)$ 表示為

$$f_0(x, y) = \frac{-iga}{\sigma} \exp[ik(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0)] \dots\dots\dots (22)$$

如果海岸線有較長的海灘，則消波效果甚佳，反射波不明顯，可令反射波函數為零，即 $f_r(x, y) = 0$ 。

但如果海岸線附近水仍相當深，則反射波不可忽略，表示為

$$f_r(x, y) = \frac{-iga}{\sigma} \exp[ik(x \cos \theta_0 - y \sin \theta_0)] \dots\dots\dots (23)$$

因此

$$\begin{aligned}
 f_t &= f_o + f_r \\
 &= \frac{-iga}{\sigma} \{ \exp[ik(x \cos \theta_o + y \sin \theta_o)] \\
 &\quad + \exp[ik(x \cos \theta_o - y \sin \theta_o)] \} \dots\dots\dots(24)
 \end{aligned}$$

在計算區域 R 足夠涵蓋港口附近岸線時，反射波效應，也可於散射波成份內顯示出來，因此一般為避免判別反射波是否存在之麻煩，我們將波函數 f_t 僅包括入射波 f_o 即可。

勁度矩陣 $\{Q_1\}^t$ 及邊界 ∂A 上未知波函數 $\{f\}$ 由下列表示式定義

$$I_3 = - \int_{\partial A} CC_g f \frac{\partial f_t}{\partial n} dl \dots\dots\dots(25)$$

$$\begin{aligned}
 \text{式中 } \frac{\partial f_t}{\partial n} &= \frac{\partial f_t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial f_t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} \\
 &= ik \cos \theta_o f_t \frac{\partial x}{\partial n} + ik \sin \theta_o f_t \frac{\partial y}{\partial n} \\
 &= ik f_t (\cos \theta_o \sin \theta' + \sin \theta_o \cos \theta') \\
 &= ik f_t \sin(\theta' - \theta_o) \dots\dots\dots(26)
 \end{aligned}$$

其 θ' 為在 ∂A 上元素邊界與正 X 軸之夾角，逆時鐘方向為正。

將 (26) 式代入 (25) 式可得

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \int_{\partial A} ik CC_g f_t \sin(\theta' - \theta_o) dl \\
 &= \frac{-i}{8} \sum_{j=1}^{m-1} [(k CC_g)_j + (k CC_g)_{j+1}] \sin(\theta'_j - \theta_o) (f_{tj} + f_{tj+1}) \\
 &\quad \cdot (f_{j+1} + f_j) \Delta l_j \\
 &= \{Q_1\}^t_{1 \times m} \{f\}_{m \times 1} \dots\dots\dots(27a)
 \end{aligned}$$

式中

$$\{Q_1\}_1 = \frac{-i}{8} [(kCC_g)_1 + (kCC_g)_2] \sin(\theta'_1 - \theta_0) (f_{t1} + f_{t2}) \Delta l_1 \quad (27b)$$

$$\{Q_1\}_m = \frac{-i}{8} [(kCC_g)_{m-1} + (kCC_g)_m] \sin(\theta'_{m-1} - \theta_0) (f_{tm-1} + f_{tm}) \Delta l_{m-1} \dots (27c)$$

$$\{Q_1\}_j = \frac{-i}{8} [(kCC_g)_{j-1} + (kCC_g)_j] \sin(\theta'_{j-1} - \theta_0) (f_{tj-1} + f_{tj}) \Delta l_{j-1}$$

$$= \frac{-i}{8} [(kCC_g)_j + (kCC_g)_{j+1}] \sin(\theta'_j - \theta_0) (f_{tj} + f_{tj+1}) \Delta l_j$$

$$\text{當 } j \neq 1 \text{ 或 } j \neq m \dots \dots \dots (27d)$$

勁度矩陣 $\{Q_2\}^t$ 及邊界 ∂A 上未知波函數 $\{f\}$ 由下列表示式定義

$$\begin{aligned} I_4 &= \int_{\partial A} ikCC_g f_t f dl \\ &= \frac{i}{8} \sum_{j=1}^{m-1} [(kCC_g)_j + (kCC_g)_{j+1}] (f_{tj} + f_{tj+1}) \\ &\quad \cdot (f_j + f_{j+1}) \Delta l_j \\ &= \{Q_2\}^t_{1 \times m} \{f\}_{m \times 1} \dots \dots \dots (28a) \end{aligned}$$

式中

$$\{Q_2\} = \frac{i}{8} [(kCC_g)_1 + (kCC_g)_2] (f_{t1} + f_{t2}) \Delta l_1 \dots \dots \dots (28b)$$

$$\{Q_2\}_m = \frac{i}{8} [(kCC_g)_{m-1} + (kCC_g)_m] (f_{tm-1} + f_{tm}) \Delta l_{m-1} \dots \dots \dots (28c)$$

$$\{Q_2\}_j = \frac{i}{8} [(kCC_g)_{j-1} + (kCC_g)_j] (f_{tj-1} + f_{tj}) \Delta l_{j-1}$$

$$+ \frac{i}{8} [(kCC_g)_j + (kCC_g)_{j+1}] (f_{tj} + f_{tj+1}) \Delta l_j$$

$$\text{, 當 } j \neq 1 \text{ 或 } j \neq m \dots \dots \dots (28d)$$

將矩陣 $[K_2]_{m \times m}$ 及 $[K_1]_{n \times n}$ 依結點相關位置合併為一個新矩陣 $[K]_{n \times n}$ 。並將向量 $\{Q_1\}_{1 \times m}$, $\{Q_2\}_{1 \times m}$ 合併並依結點相關位置擴大為新向量 $\{Q\}_{1 \times n}$, 因此表示式(18)式可改寫為

$$J(f) = \frac{1}{2} \{f\}^t_{1 \times n} [K]_{n \times n} \{f\}_{n \times 1} + \{Q\}^t_{1 \times n} \{f\}_{n \times 1} \dots\dots\dots (29)$$

而定態泛函數 J 極小化產生於

$$\frac{\partial J}{\partial f_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots\dots\dots n \dots\dots\dots (30)$$

因此將(29)代入(30)可得下列矩陣方程式

$$[K]_{n \times n} \{f\}_{n \times 1} = \{Q\}_{n \times 1} \dots\dots\dots (31)$$

由高斯消去法可求解 $\{f\}_{n \times 1}$ 。

矩陣 $[K]_{n \times n}$ 為一對稱帶狀矩陣, 其列數為 n , 而帶寬為下列二個參數之較大值: 第一個參數為所有元素三個結點編號差之最大值加 1, 第二個參數為人為邊界上結點編號最大值減最小值。

波高係數 K_d 定義為港內水位振幅與入射波振幅之比值

$$K_d = \frac{\text{港內波振幅}}{\text{入射波振幅}} = \frac{|f|}{|f_o|} \dots\dots\dots (40)$$

四、數值模擬條件及步驟

(一)數值模擬條件：

1.波浪條件：

外海入射波波浪之波高、週期、波向分類如下表1：

外海入射波浪	波 向	波高(m)	周期(sec)
颱風	ENE	9.0	11.0
"	NE	9.0	11.0
"	NNE	9.0	11.0
"	N	9.0	11.0
季風	ENE	6.5	10.5
"	NE	6.5	10.5
"	NNE	6.5	10.5
"	NE	6.5	10.5

表 1 入射波條件分類表

2.水位條件

基隆港潮汐水位：

平均低潮位 0.757米

平均高潮位 1.515米

平均潮位 1.223米

數值模擬颱風波浪時採用平均高潮位，而模擬季風時採用平均潮位。

3. 數值模擬配置方案

以增建第三突堤碼頭為主，並規劃設計延伸東防波堤及東碎波堤等各種港區遮蔽佈置，其模擬配置方案計七項，如下列附表2。

配置方案	說明
(1)	現況(含目前執行中及已知將辦理之各改建工程計劃)
(2)	(1) + 計劃草案
(3)	(2) + 東碎波堤延伸50m
(4)	(3) + 東防波堤再建延伸50m
(5)	(2) + 東防波堤延伸100m(沿主線延長)
(6)	(3) + 東防波堤延伸100m(沿主線延長)
(7)	(4) + 東防波堤延伸100m(沿主線延長)

表 2 基隆港區數值模擬配置方案分類表

(二) 數值模擬步驟

1. 規劃各配置方案計算範圍

建立七種配置方案位置圖及數值模擬計算範圍，如示意圖2～圖8。

2. 元素之分割

將計算區域分割為三角形元素，每個元素之邊長以不超過最小波長 $1/7$ 為原則，根據10.5秒之深水波波長，元素邊長以不超過25米為原則，利用元素自動分割程式切割之結果，結點在10000點左右，三角形元素個數在20000個左右，附圖9為一示意圖。

3. 結點之編號

數值模擬矩陣之帶寬與每個元素之結點編號差，及人為邊界 ∂A 上結點編號差有關。利用最佳化結點編號之結果，矩陣之帶寬在300以內。因此以主要複數變數Dimension以 10000×300 概估，數值模擬電腦需有24MB以上之主記憶體。

4. 結點之平均水深推算

根據基隆港海圖將水深資料經由數位板輸入電腦，再依權重原理推算每一個結點之平均水深。現況平均水深分佈如示意圖10，因在港內較淺地區淺化效應甚為明顯，在不考慮邊界或海底能量消散的條件，會出現不合理現象，因此我們僅以深水波推算港內波高分佈。

5. 數值模擬程式測試

數值模擬程式根據Tsay and Liu(1986)，蘇、蔡及歐(1991)之理論建立，在計算縱深12.25英吋，寬2.48英吋，等水深10.128英吋之長方形港池與Lee(1969)及Ippen and Goda(1963)之試驗結果比較甚為吻合。

6. 繪置等波高係數 K_d

根據計算結果，利用繪圖軟體繪置等波高係數圖。

五、計算結果

為便於數值計算結果討論方便，我們將計算區域分港口區、外航道區、內航道區及A、B、C、D、E 5個小獨立區(如附圖2)，合計 8個小區域。

(一)N方向入射波，週期11秒(颱風波浪)

首先考慮現有基隆港池配置(第一種配置，如附圖 2)，在入射波條件為：颱風波浪，N向，波高9米，週期11秒，則港內等波高係數 K_d 分佈圖，如圖11，圖中顯示波浪從港口延東防堤進入港區，一串列橢圓形短峰波形態之等波高線由港池外航道區排列至第三突堤前為止，橢圓形中心峰高為 K_d 最大值，其大小介於0.5~1.0之間，在A及B兩區因離港口較近繞射效應形成一串列短峰波，其峰高較外航道區為小，而C區及D區因遮蔽效果較佳等波高係數 K_d 值在0.3以下，短峰波型不明顯。在內航道區，同樣延著航道有一串列短峰波形態出現，不過其峰高顯然較外航道區為小。而E區又因其較佳遮蔽效應其 K_d 值更在0.2以下。

其次興建第三突堤碼頭後之港池配置(第二種配置，如附圖3)，在入射波條件為：颱風波浪，N向，週期11秒，港內等波高係數 K_d 分佈圖，如附圖12。因增建第三突堤碼頭，外航道區後段航道較窄，港區變小，因此外航道區之短峰波形排列與現有港池配置波高分佈之形態不同，排列主線較傾斜，而指向B區，因此B區之波高因反射波較大，顯然較現有配置波高為大。至於內航道區則波高分佈普遍較現有配置為小，其他區域則改變不明顯。雖然局部地區因港區縮小有增大，但整體而言並無波高突然大增之現象。

再其次同第二種配置，加上將東碎波堤延伸50米(稱第三種配置，如附圖 4)，在入射波條件仍為颱風波浪，N向，週期11秒之條件下，港

內等波高係數 K_d 分佈圖，如圖13，圖中顯示港內各區域除C區反而有波高增大的現象外，其餘各區波高皆有大幅度的降低趨勢，短峰波形排列現象已不明顯。

當第三種配置將東碎波堤再延伸50米(稱第四種配置，如附圖5)，在入射波條件，為颱風波浪，N向，週期11秒之條件下，卻發現港內波高係數反而普遍有增大的現象，外航道區前段有多列並排之短峰波群。內航道區峰高明顯也增大，造成此現象之原因，可能為東碎波堤延伸100米，使開口縮小，而造成輕微共振現象之發生，不過因不考慮水頭，邊界及海底等能量損失，是否共振現象如此強烈，有待更進一步之探討。

同第二種港池配置，且東防波堤主線方向伸長100米，(稱配置5，如附圖6)，同樣颱風波浪條件，N向，週期11秒，其港內等波高係數圖，如圖15，因東防堤增長，導波效果使港內波高係數普遍些微增大，外航道區之短峰波群明顯的沿主線方向排列，而內航道區之波高分佈因導波效果顯然較第二種港池配置之波高為大。

同第三種港池配置，並且東防波堤主線方向伸長100米(稱第六種配置，附圖7)，颱風波浪條件，N向，週期11秒，港內等波高係數圖，如附圖16，與第五種港池配置相同，因延伸東防堤100米，導波效果，使港內波高係數些微增大，但因東碎波堤之延伸50米，港內波高顯然較第五種港池配置為小。

第七種港池配置，為第四種港池配置加上東防波堤主線方向伸長100米(如附圖8)，同樣颱風波浪條件，其等波高係數圖，如附圖17，可能因為東防波堤延伸效果，原來在第四種港池配置時內航道輕微共振現象反而有減低之趨勢。

(二) NNE方向入射波，週期11秒(颱風波浪)

圖18～圖24為NNE方向，週期11秒之波浪作用下，第一種港池配置至第七種港池配置之等波高係數 K_d 值分佈圖，因東防波堤之遮蔽作用，在NNE方向波浪作用下之波高係數較N向波浪情況有些微的降低，但偏角並不太大，因此並不是很明顯。

對幾種延伸東防波堤之配置，則因遮蔽效應加強，有明顯減少趨勢。其次針對延伸東碎波堤50米之佈置，與上述N向入射波之分佈狀況相同，航道區之波高有較明顯遮蔽效應，而當東碎波加長延伸為100米時，同上述N向入射波作用之情況一樣，因開口收縮效應而有些微的共振現象產生，因此港內波高係數分佈反而較無延伸或延伸50米等二種配置為大。

(三) NE方向入射波，週期11秒(颱風波浪)

圖25～圖31為NE方向，週期11秒之波浪作用下，第一種港池配置至第七種港池配置之等波高係數 K_d 值分佈圖，由於NE方向入射之波浪與港口東防波堤主方向之間夾角較上述NNE方向偏大，因此入射波繞射進入港區之能量又較為降低，概略而言，港內各區之波高係數益形降低。短峰波群之峰高明顯降低或消失，峰群之排列僅做些微的改變，整體而言波高係數分佈並無特殊改變，而僅是能量的降低而已。

(四) ENE向入射波，週期11秒(颱風波浪)

圖32～圖38為ENE方向，週期11秒之波浪作用下，第一種港池配置至第七種港池配置之等波高係數 K_d 分佈圖，由於ENE向入射波與入口主方向間之夾角已甚大，在現有港池配置(第一種配置)比較在N向(圖11)與ENE向(圖12)兩種不同方向作用之港內波高係數分佈，顯示ENE向之港內波高係數已甚小，短峰波群已不明顯，其他之配置亦有類似之特性。

(五) N方向入射波，週期10.5秒(季風波浪)

季風週期10.5秒，較颱風週期11秒為短，在 N向波浪作用下，以現有配置而言，兩種週期產生之短峰波群分佈並不完全似（如圖39與圖11）但大小差異並不明顯，僅在第三突堤西側，內航道前段附近之波高係數，10.5秒週期之波浪，顯然較11秒週期之波浪為大。

圖40為季風週期10.5秒 N向波浪作用下，第二種港池配置之波高係數分佈圖，因增建第三突堤碼頭部份，港內波高普遍突然增大甚多，尤其內航道區及 E區原本波高甚小，卻突然增高甚多，似乎有共振現象產生。如果東碎波堤延伸50米(第三種配置)，在10.5秒週期，N向波浪作用下，其共振現象似更強烈，(如附圖41)，但東碎波堤如加長為延伸100米（第四種配置），在同樣波浪條件作用下，共振現象似又較緩和(如附圖42)，共振現象之發生原因甚為複雜，為何東碎波堤延伸50米，較不延伸或延伸100米之共振現象強烈，有待進一步之研究。

當第二、三、四種配置分別加上延伸東防波堤 100米之第五、六、七種配置，因 N向為正向作用，延伸部份有導波作用，因此波高係數分佈益形增大，共振現象仍然發生。

(六) NNE方向，週期10.5秒(季風波浪)

圖46～圖52為NNE方向，週期10.5秒之波浪作用下，七種港池配置之港池波高係數分佈圖。因NNE方向受東防波堤之遮蔽作用，基本波高分佈與N向之情況比較時，在大小有些微的減小，而分佈型態大體而言並未改變。

(七) NE方向，週期10.5秒(季風波浪)

圖53～圖59為NE方向，週期10.5秒波浪作用下之波高係數分佈圖，由於此方向之波浪受遮蔽效果較 NNE為佳，整體而言分佈型態，因波高係數值又明顯的減小，共振現象有緩和之現象。

(八)ENE方向，週期10.5秒(季風波浪)

圖60～圖66為 ENE方向，週期10.5秒波浪作用下數值計算結果之等波高係數圖，由於在此方向之波浪受遮蔽效應影響甚大，因此港內波高分佈與上述幾種方向作用之波浪相較減小甚明顯。但增建第三突堤後，在堤上端港區，在此條件波浪作用下，波高有相對大於其他港區的現象。

六、結論及建議

在考慮11秒週期颱風波浪，10.5秒季風波浪等二種週期及 N向，NNE向，NE向和ENE向等 4個方向之波浪作用下，七種不同基隆港港區配置之數值計算結果，我們歸納為下列幾點結論：

- (一)現有配置之港區，在我們討論的幾種條件波浪作用下，並未有明顯的共振點發生。
- (二)增建第三突堤碼頭後，在考慮11秒週期之波浪，整體而言波高係數分佈改變不顯著。但在考慮10.5秒週期之波浪時，港池卻發生共振現象，即港池波高相對增大甚多。
- (三)在增建第二突堤碼頭並考慮延伸東碇波堤50米或100米時，當受11秒週期波浪作用時，延伸東碇波堤50米之港內穩定度較佳，但延伸較長100米時，反而因開口收縮之效應，波高係數反而增大。其次當受10.5秒週期之波浪作用時，延伸東碇波堤50米之港內穩定性卻反而較不延伸或延伸100米時為差。
- (四)增建第三突堤碼頭，考慮不延伸東碇波堤或延伸50米或延伸 100米，並加上東防波堤延主方向延伸100米之狀況，整體上延伸東防波堤對斜向波浪遮蔽效應是有些微的增加，但並不改變共振發生之條件。
- (五)在增建第三突堤碼頭後，對11秒週期波浪而言東碇波堤以延伸50米最佳，而東防波堤之延伸100米，除正向波因導波作用效應較不佳外，對斜向作用之波浪遮蔽效果皆較佳，因此如不考慮經濟因素，在此種波浪條件下，第六種配置應是較佳之方案，第七種配置反而不佳。而對10.5秒週期波浪而言，根據上述之解析第七種配置方案較佳，但因在週期為10.5秒波浪之港內波高係數明顯較週期11秒之波浪為大，因此週期10.5秒之波浪影響程度應較重要。

針對以上之分析我們有下列幾點建議：

- (一)本模式因為未考慮海底摩擦，滲透，海岸防波堤邊界效應等能量損失，因此波高分佈應較實際之值為大，因能量損失不易估計，有待進一步研究。
- (二)港池共振原因甚為複雜，一般與開口大小，港池縱深相對於波長比率有關。而實際現象，則因海岸地形及邊界對短週期之波能消散效應較大，因此長週期之波浪較易發生共振現象。本文因模式並非涵蓋各種能量損失，計算結果之共振現象仍有待進一步的驗證。

七、參考文獻

1. Berkhoff, J. C. W., "Computation of Combined Refraction Diffraction", Proc. 13th Coastal Engineering Conference, Vol. 1, 1973.
2. Chen, H. S. and Mei, C. C. , "Oscillations and Wave Forces in an Offshore Harbor", Ralph M. Parsons Laboratory, Report No. 190, MIT, August 1974.
3. Chen, H. S. , " Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering", Appl. Ocean Research ,1986, 8, pp.99-104.
4. Chwang, A. T., Ou, S. H. and Su, C. H., Wave Oscillations Inside Porous-wall Harbors, Proc. of 5th Conference on Hydraulic Eng., Taiwan, R.O.C., 1990, 853-868.
5. Ho, R. T. and Bomze, H., "Basin Oscillations in an Off-shore Harbor," Paper No. OTC 2331, Proceedings of the Offshore Technology Conference, Vol., 11, Houston, Texas ,1975, pp.853-969.
6. Ippen, A. T. and Goda, Y., "Wave Induced Oscilations in Harbors : The Solution for a Rectangular Harbor Connected to the Open-sea" , Report No.59, Hydrodynamics Laboratory , M.I.T. ,1963.
7. Lee, J. J., "Wave-Induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Shape ," Report KH-R-20, W. M. Keek laboratory of Hydraulics and Water Resources, California, Institute of Technology, Berkeley, Calif., 1969.
8. Lee, J. J., "Wave-induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Geometry." Journal of Fluid Mechanics, Vol. 45, 1971, pp.375-394.

9. Lee, J. J. and Raichlen, F. , " Oscillations in Harbors with Connected Basins ", Report KH-R-26, W. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources. California Institute of Technology, 1971.
10. Lee, J. J. and Raichlen , F., "Oscillations in Harbors with Connected Basins," Journal of Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, Vol. 98, No. WW3, Proc. Paper 9094, Aug. 1972, pp.311-332.
11. Tsay, T. K. and Liu P. L. F. , "A Finite Element Model for Wave Refraction and Diffraction " , Appl. Ocean Research , 1986 ,5, pp.30-37.
12. Tsay, T., K. , Zhu , W. and Liu P. L-F. , "A Finite Element Model for Wave Refraction , Diffraction , Reflection and Dissipation" , Applied Ocean Research ,1989 , Vol.11, No1. pp.33-38.
13. 歐善惠, 林西川, 林火旺, 蘇青和, "不等水深多孔岸壁港池之共振模式 ", 中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集 ,1990, pp. 74-94,
14. 陳伯旭, 蔡丁貴 "局部輻射邊界條件在水波數值模式上應用" 中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集, 1990, P1~18.0
15. 蘇青和, 蔡丁貴, 歐善惠 "數值方法及輻射邊界在港池共振應用之探討", 中華民國第十三屆海洋工程研討會論文集, 1991, P23~37。

八、誌 謝

承成功大學李兆芳教授，在結點最佳編號方面提供寶貴意見。陳伯旭先生在數值計算方面提供很多實際操作經驗之指正，在此僅表示誌謝。

九、附圖

The diagram illustrates a fluid domain with a semi-circular obstacle of radius R_a centered at the origin of a Cartesian coordinate system (x, y) . The boundary of the obstacle is labeled ∂A . The boundary of the fluid domain is labeled ∂B and is marked with small perpendicular tick marks, indicating a no-flow boundary. The boundary at infinity is labeled ∂C . The domain is divided into two regions: the upper region is labeled ∞ and the lower region is labeled "不等水深" (unequal water depth). The governing equation for the velocity potential f_2 in the lower region is given as $\nabla \cdot (C C_2 \nabla f_2) + (C_2 / C) \sigma^2 f_2 = 0$. The boundary conditions are $\frac{\partial f}{\partial n} = 0$ on ∂B and $\frac{\partial f_s}{\partial n} = i k f_s$ on ∂A .

- 28 -

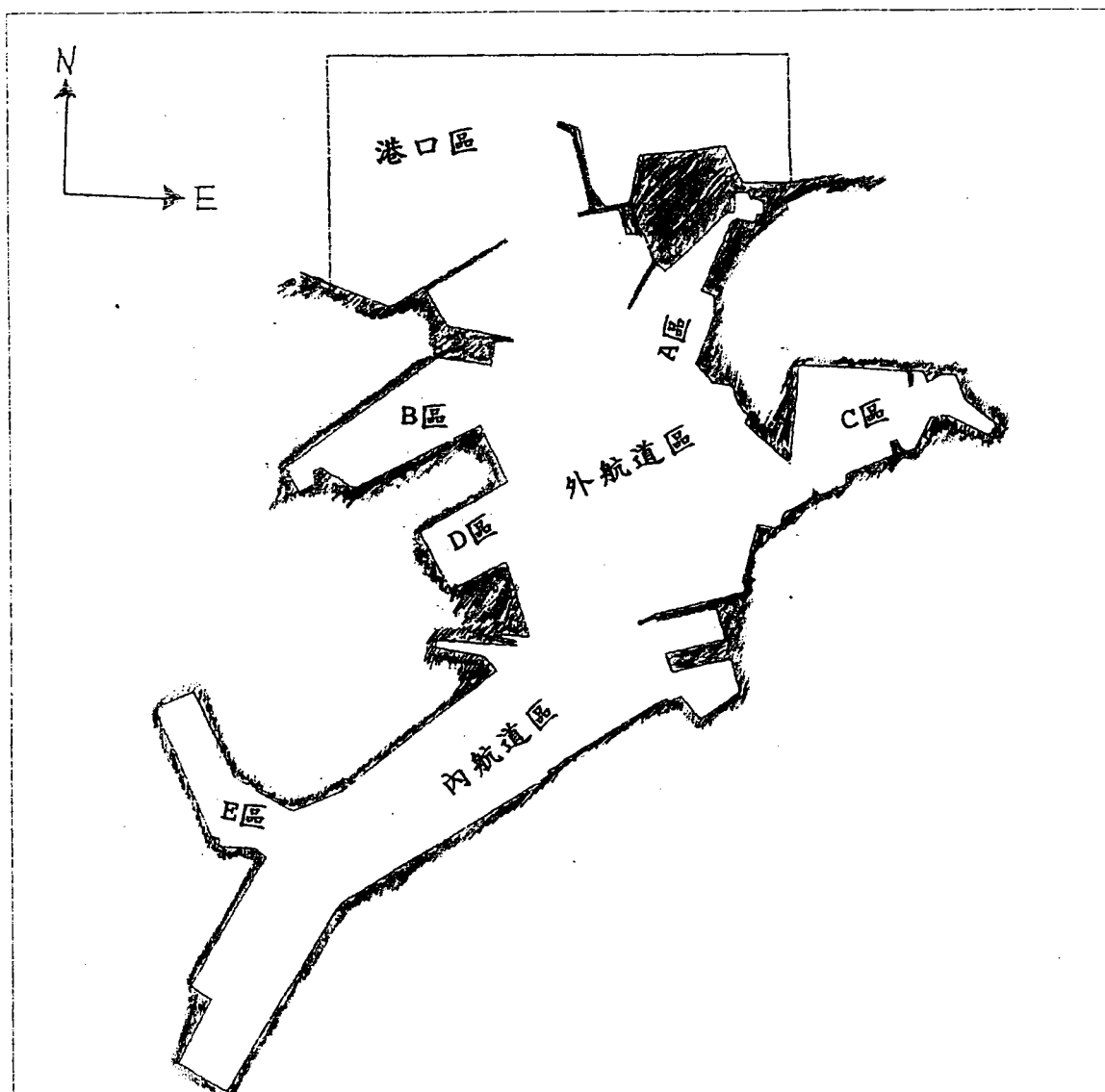


圖 2 基隆港第一種配置方案示意圖

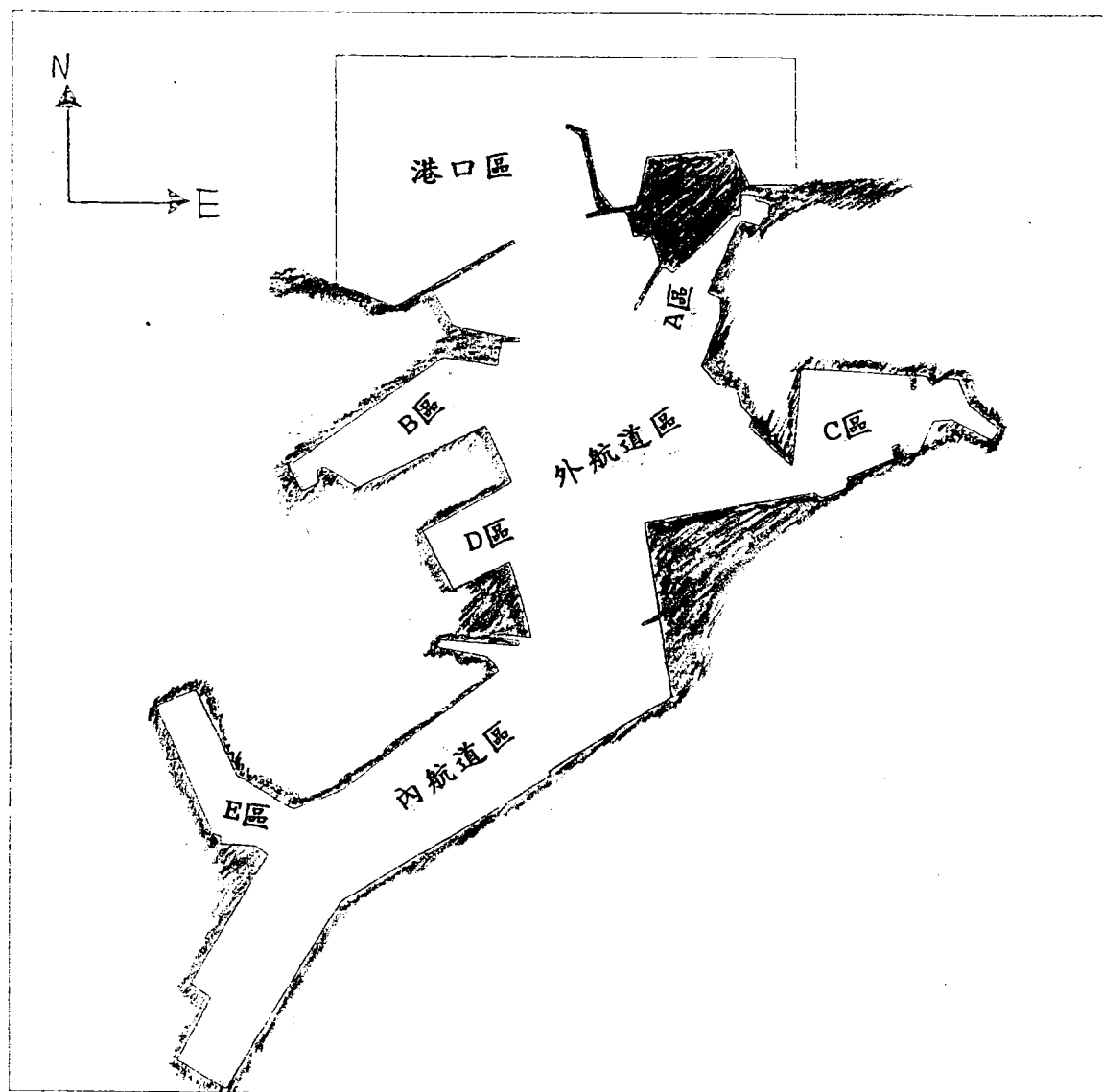


圖 3 基隆港第二種配置方案示意圖

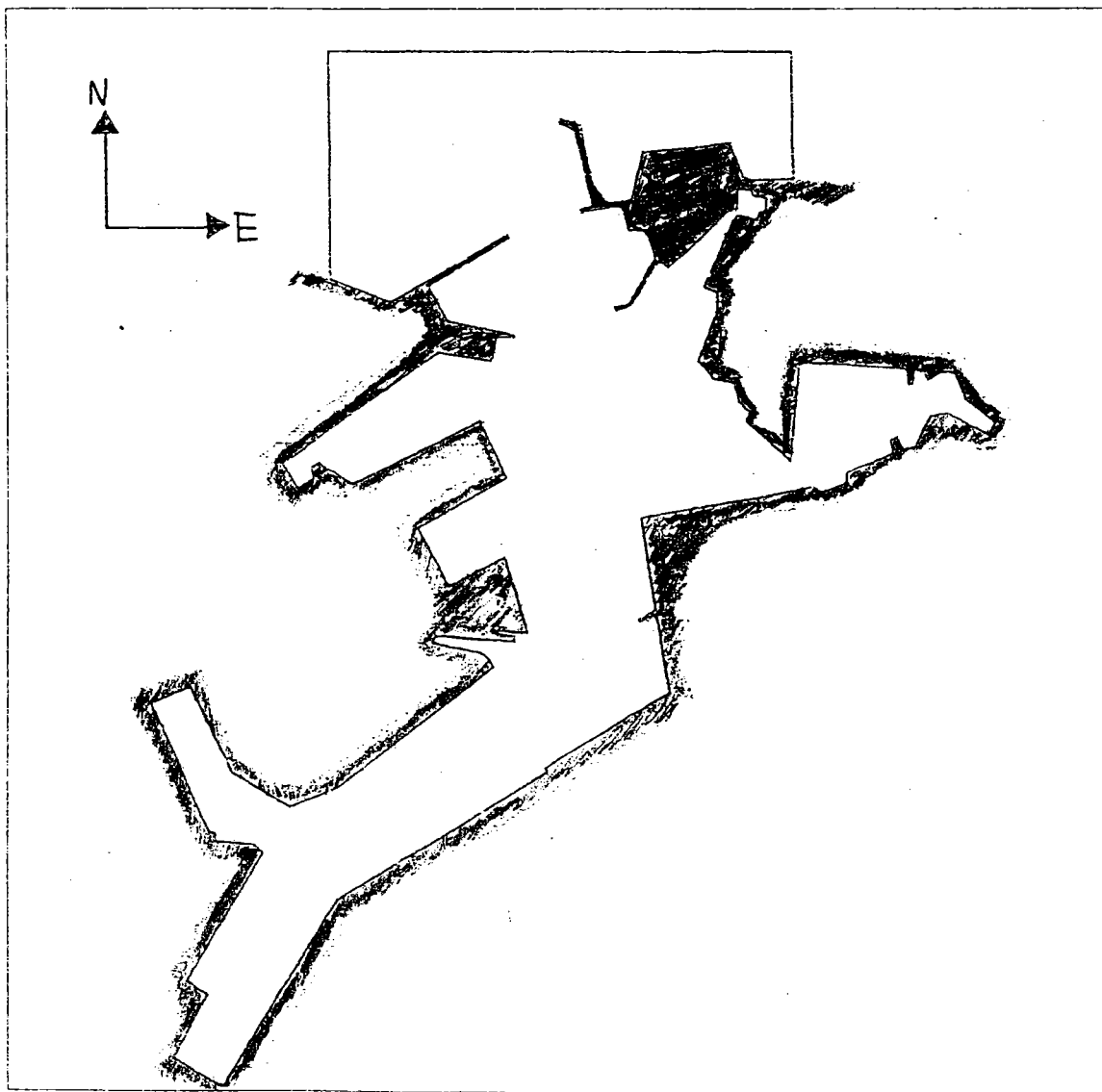


圖 4 基隆港第三種配置方案示意圖

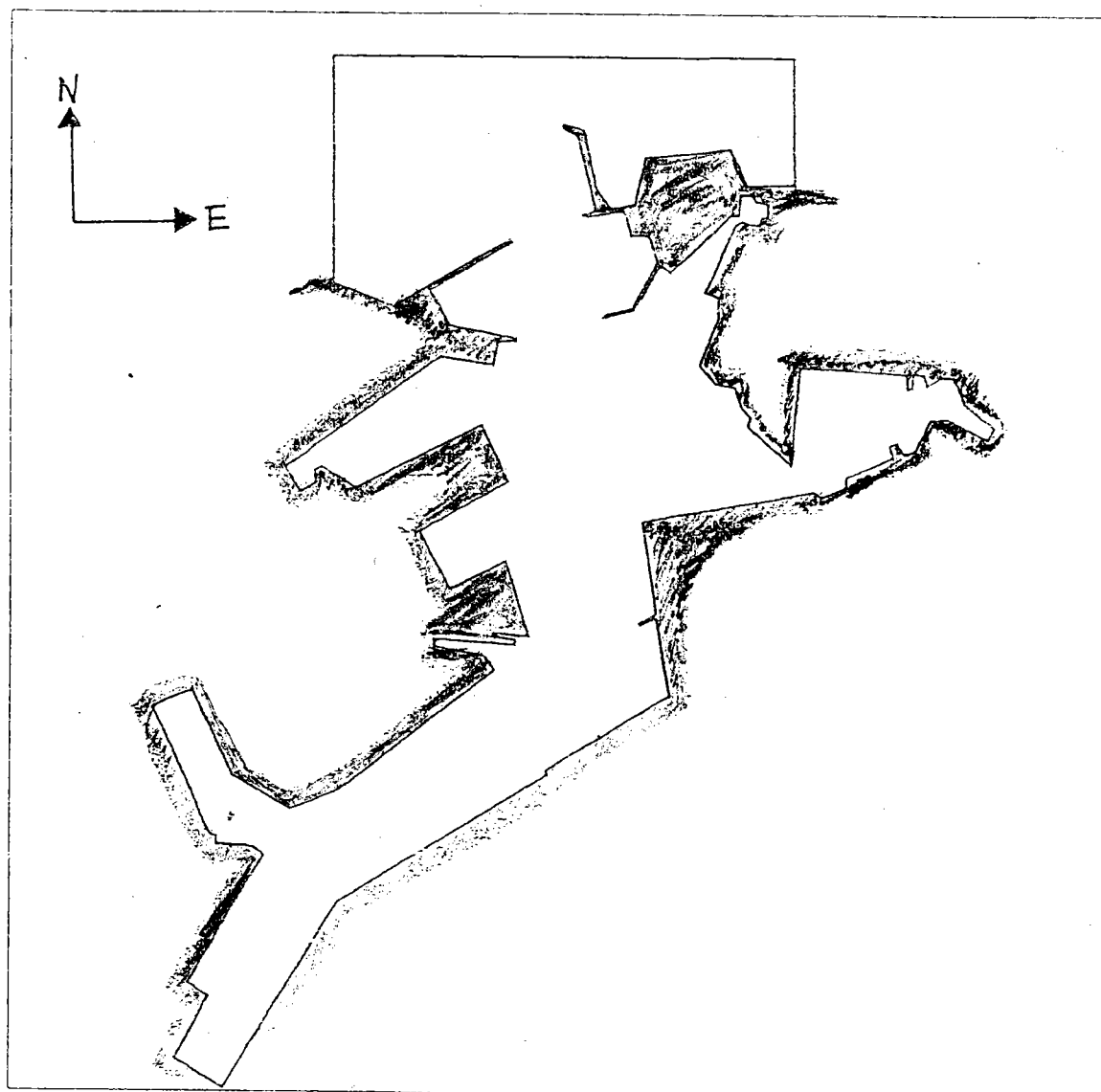


圖 5 基隆港第四種配置方案示意圖

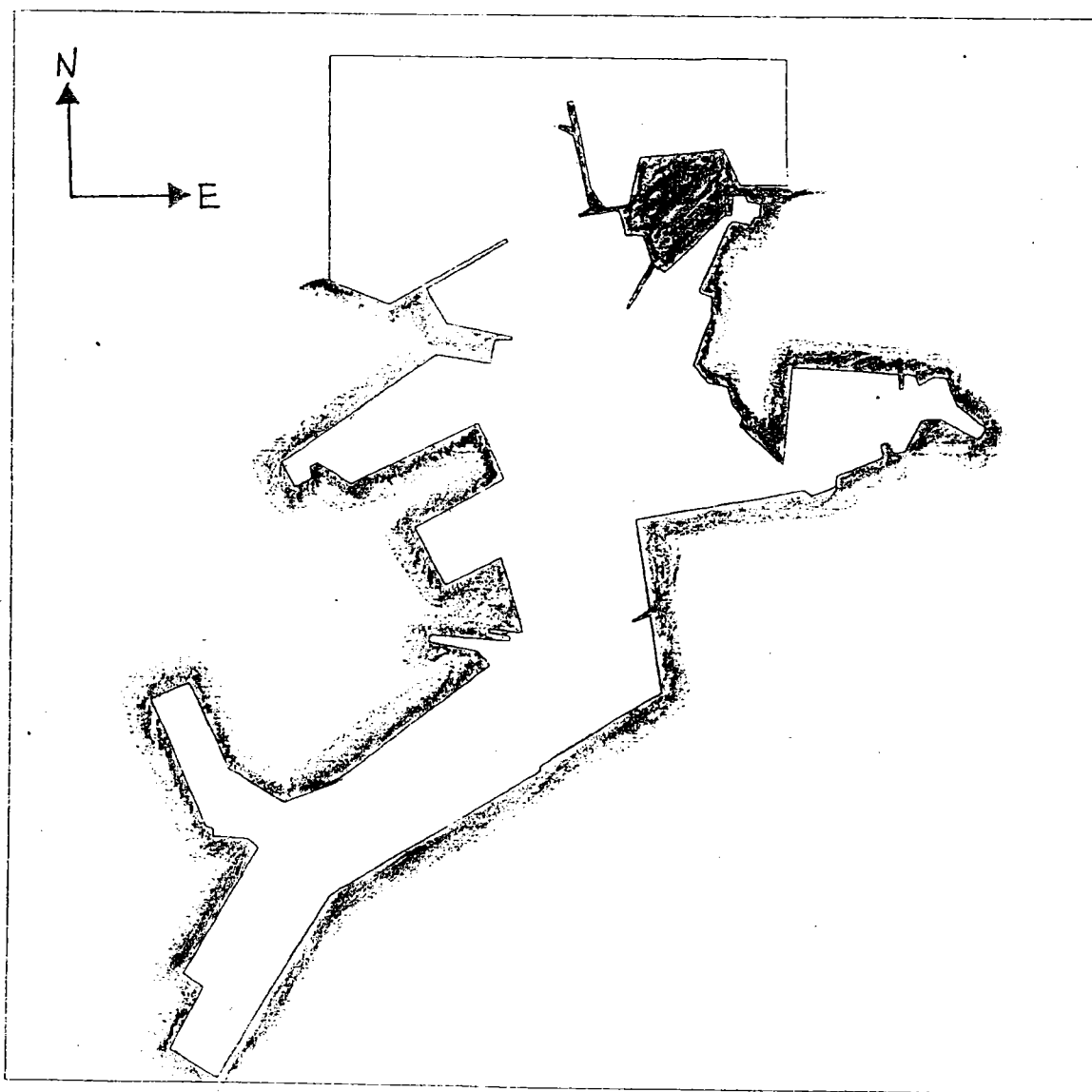


圖 6 基隆港第五種配置方案示意圖

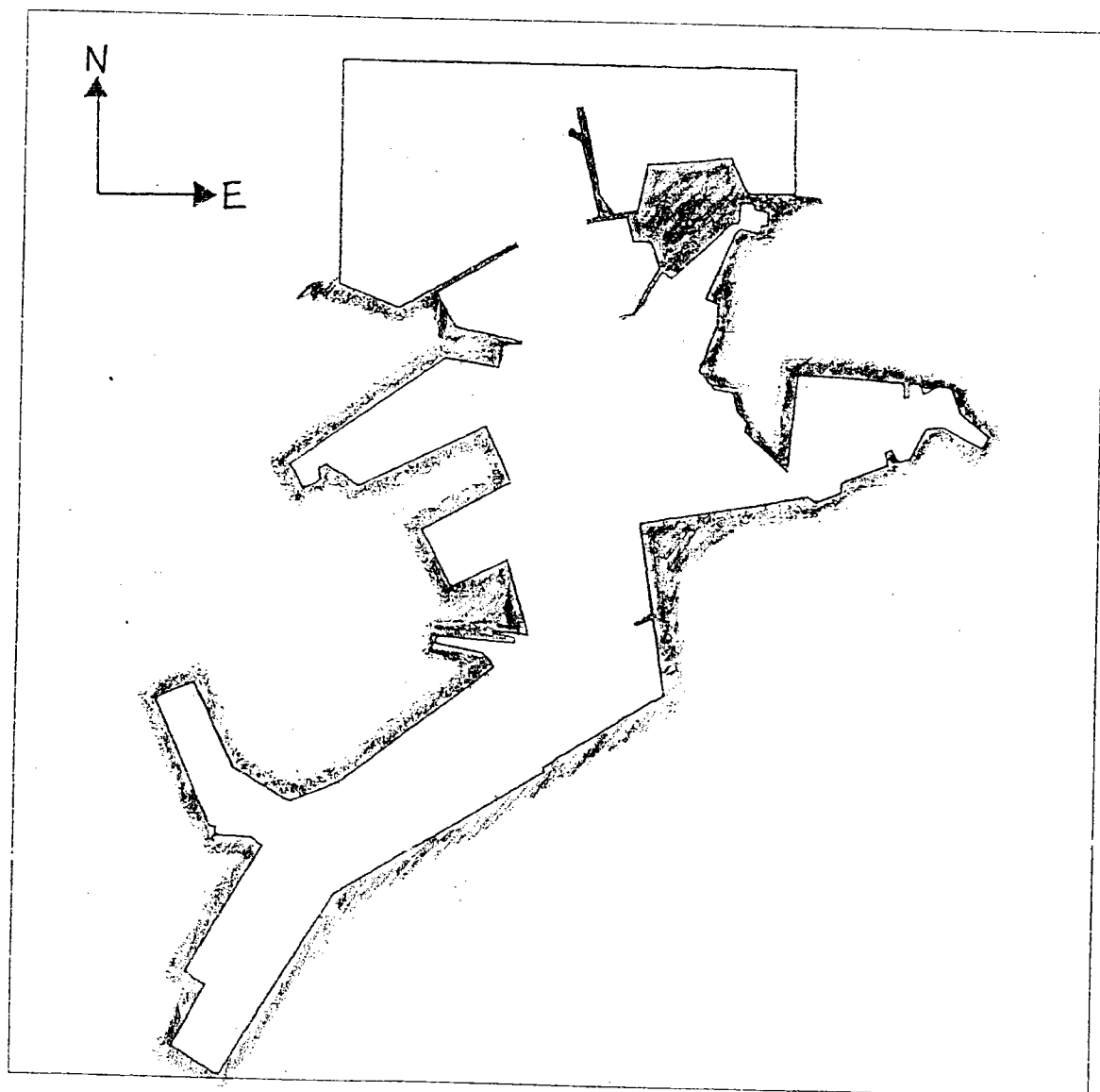


圖 7 基隆港第六種配置方案示意圖

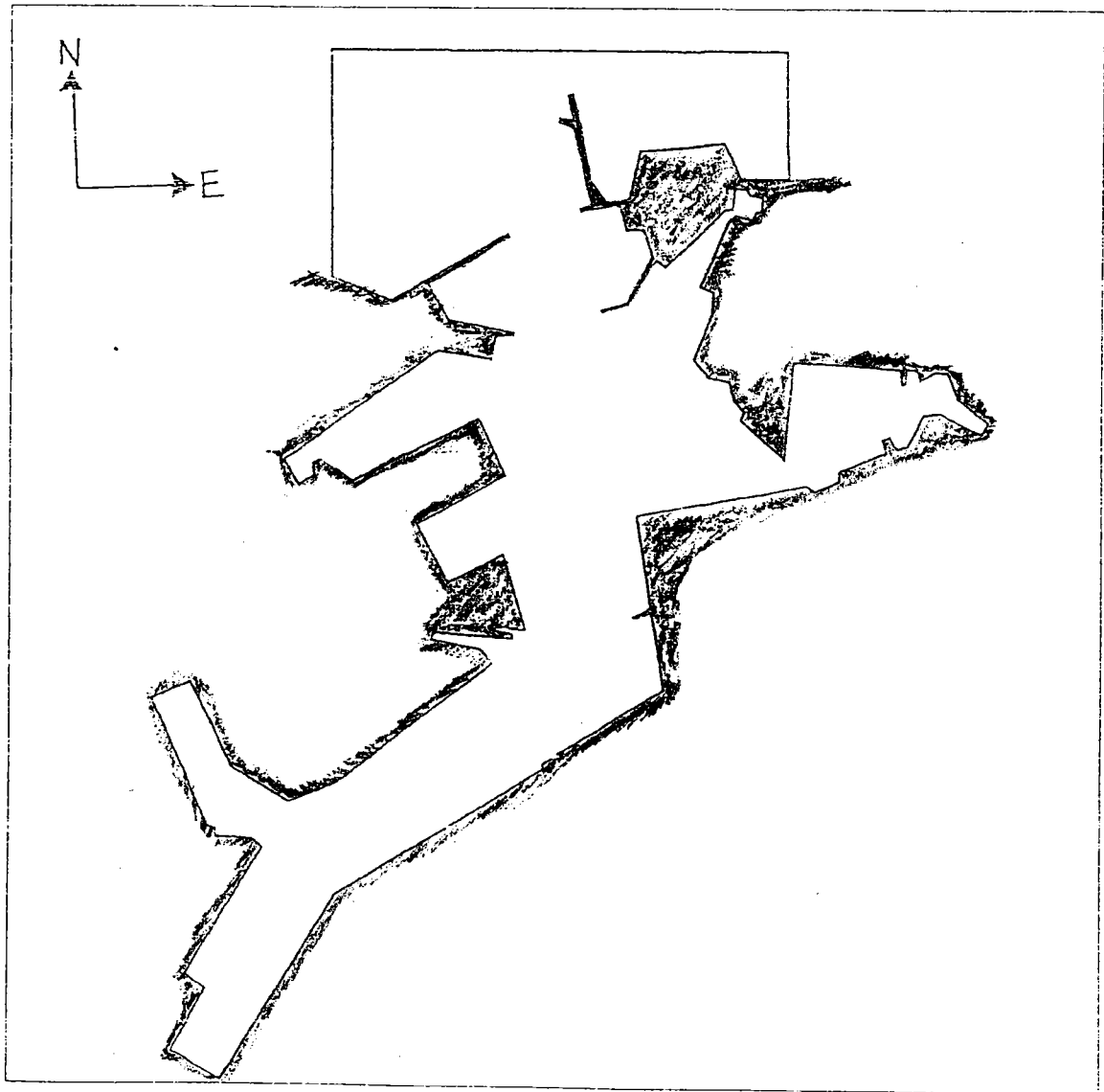


圖 8 基隆港第七種配置方案示意圖

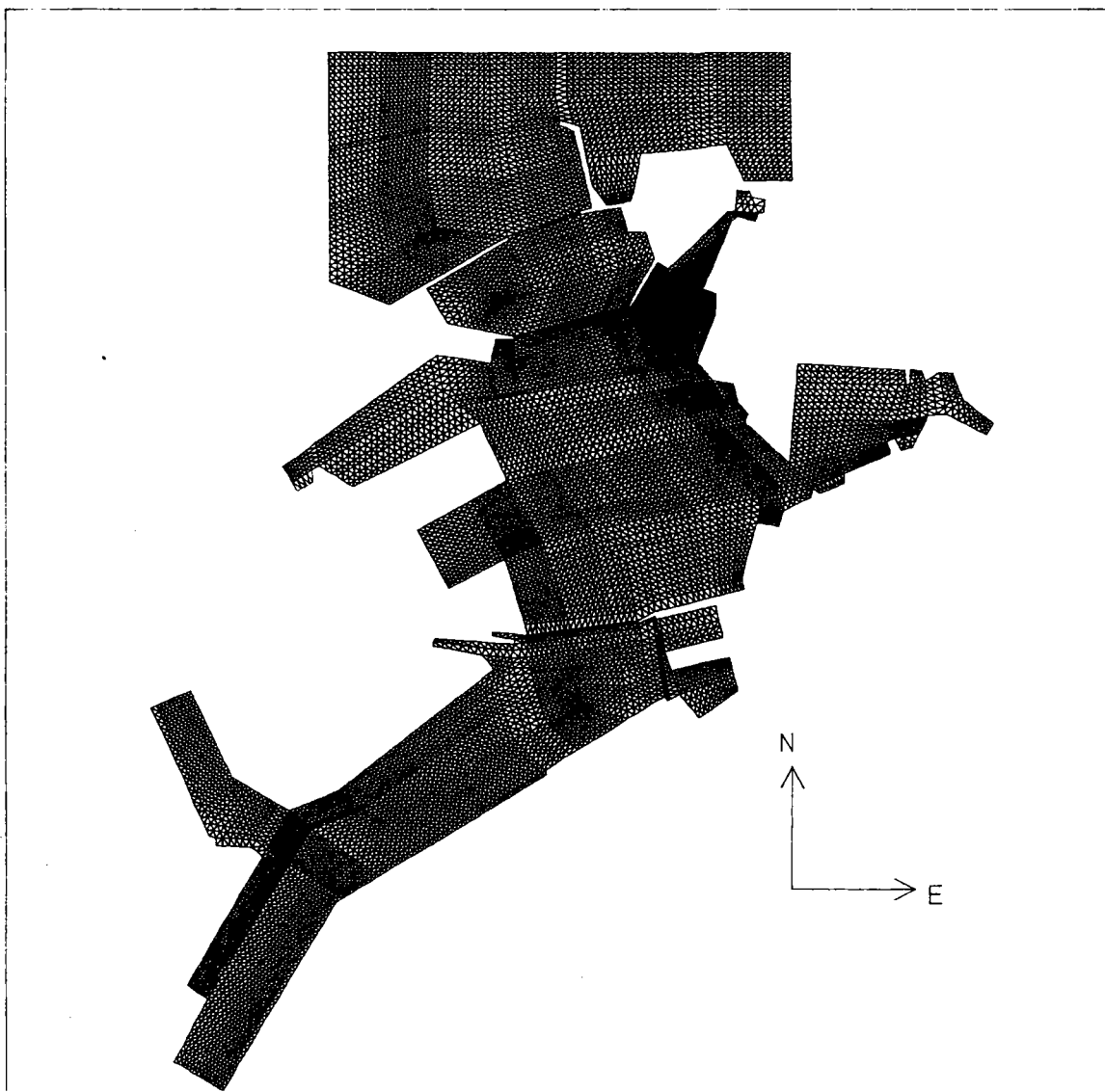


圖 9 三角形元素分割示意圖

Type-1 , Countour of depth

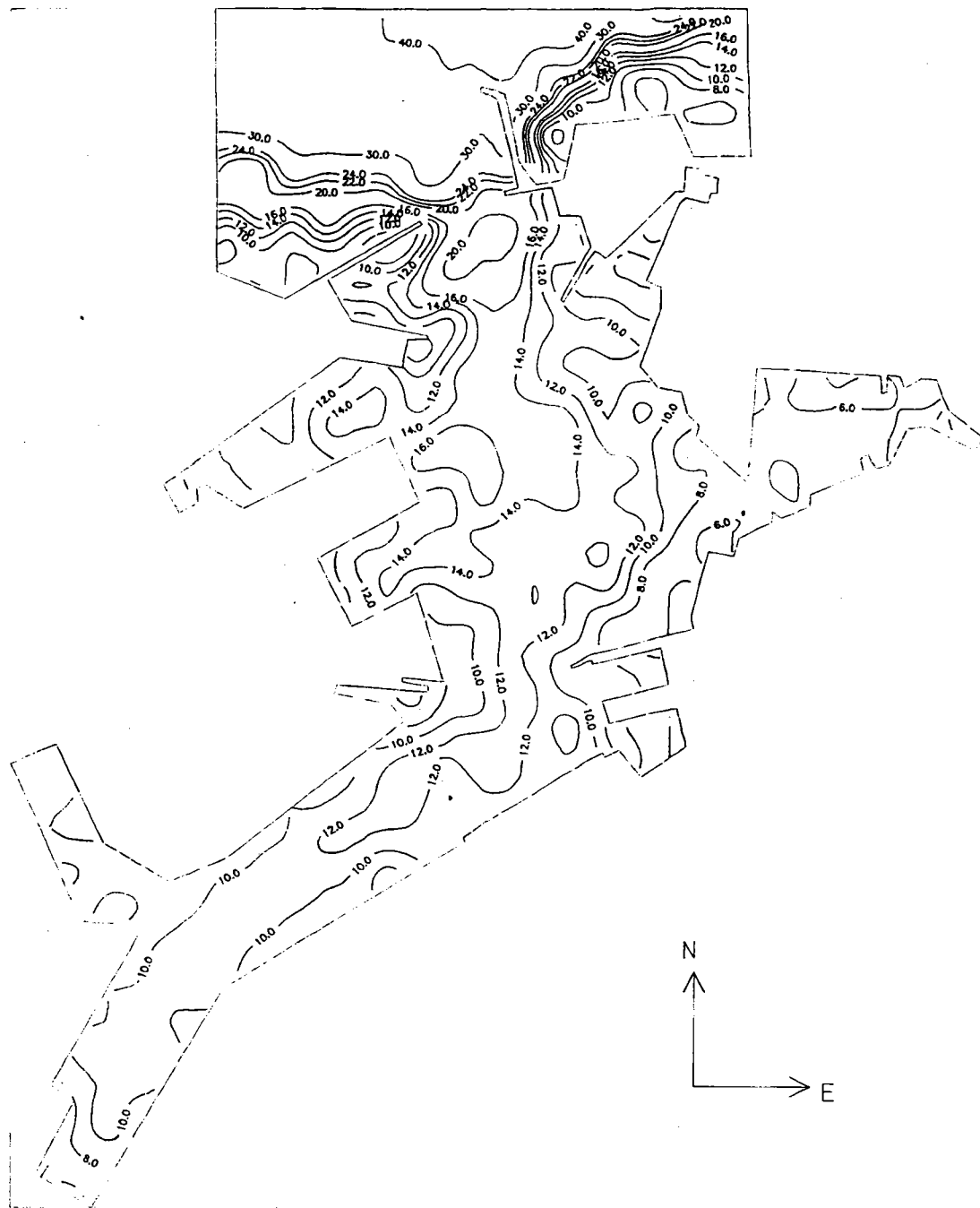


圖10 基隆港水深分佈示意圖

Type-1 , 11 sec , N Direction

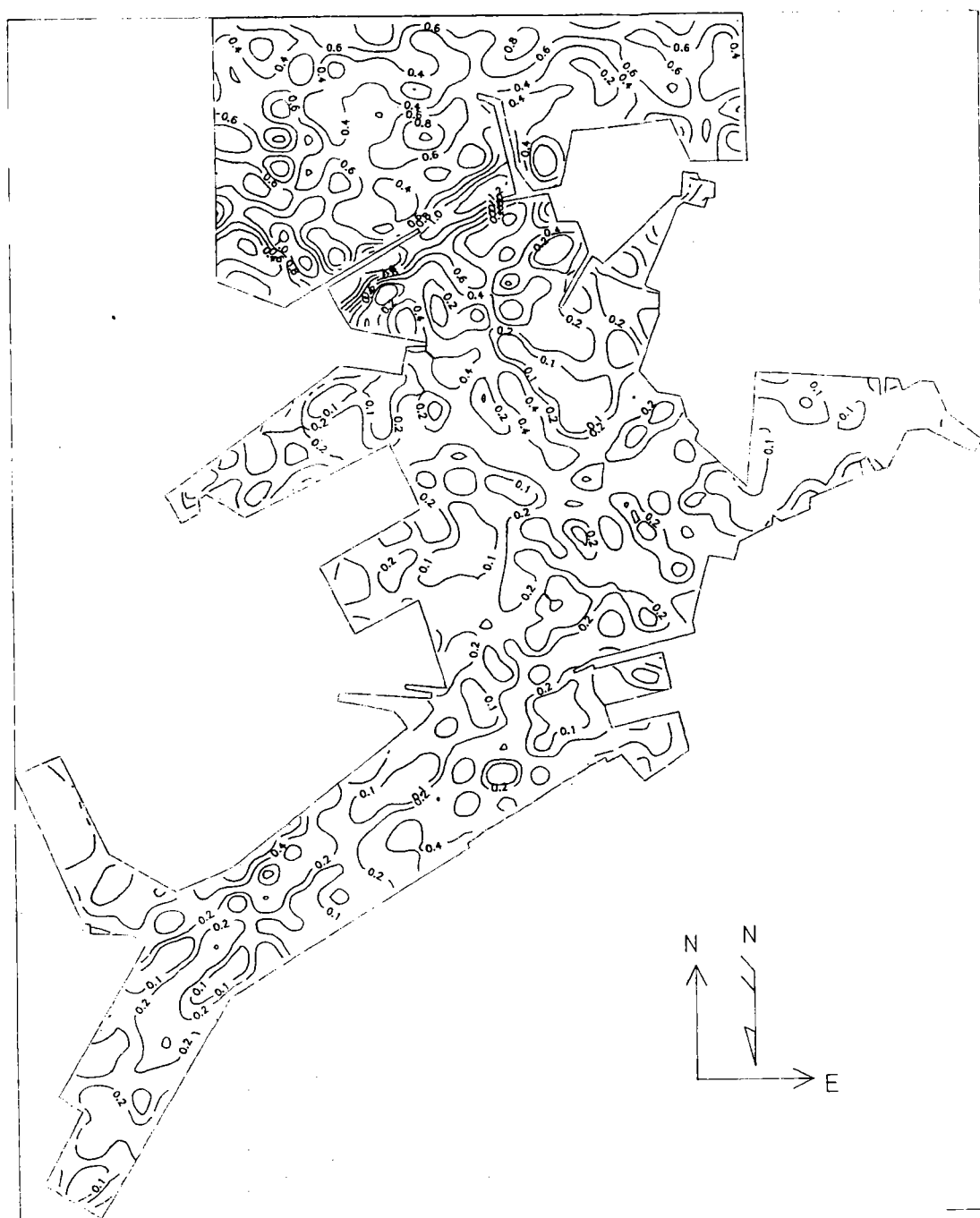


圖11 基隆港第一種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 11 sec , N Direction

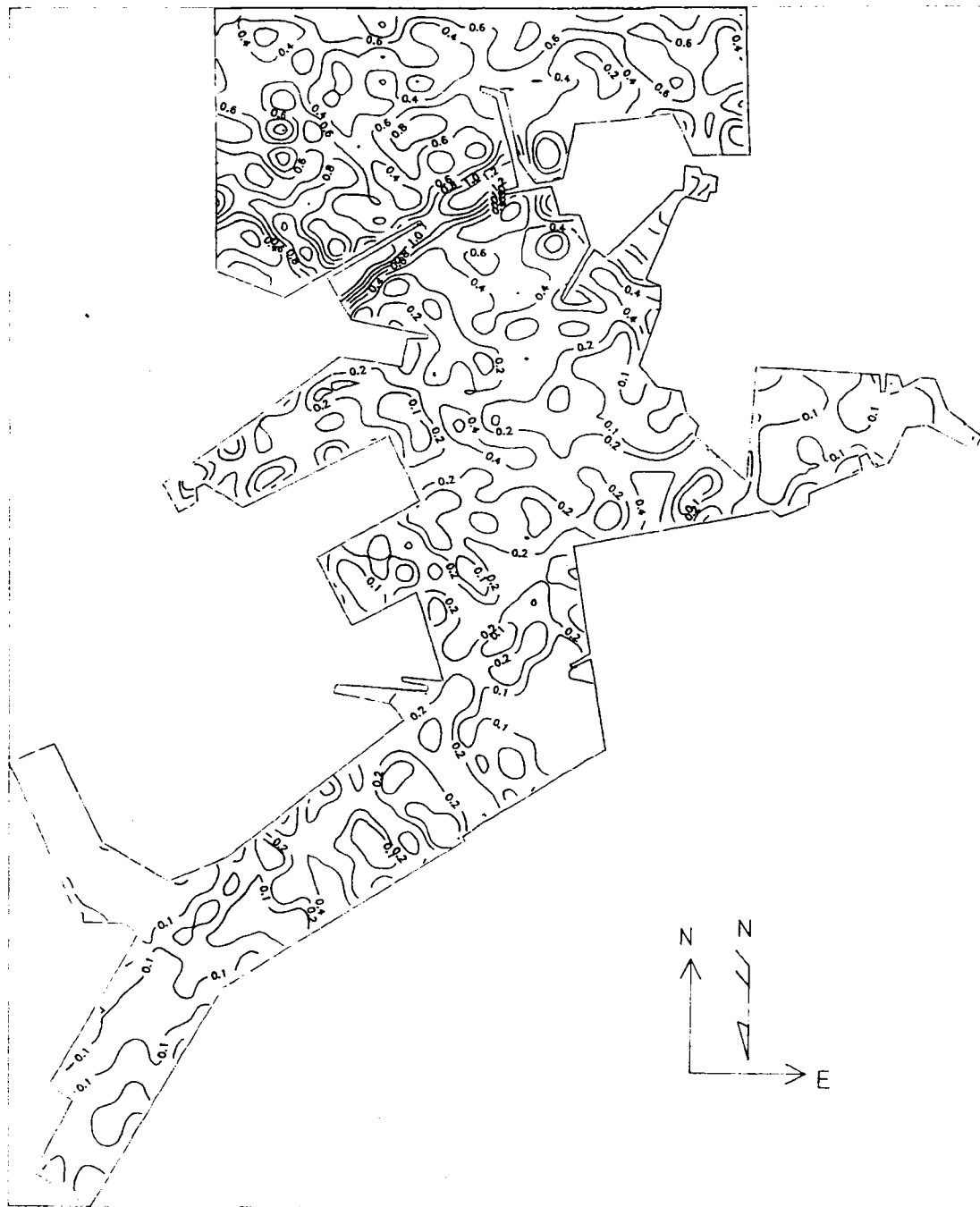


圖12 基隆港第二種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 11 sec , N Direction

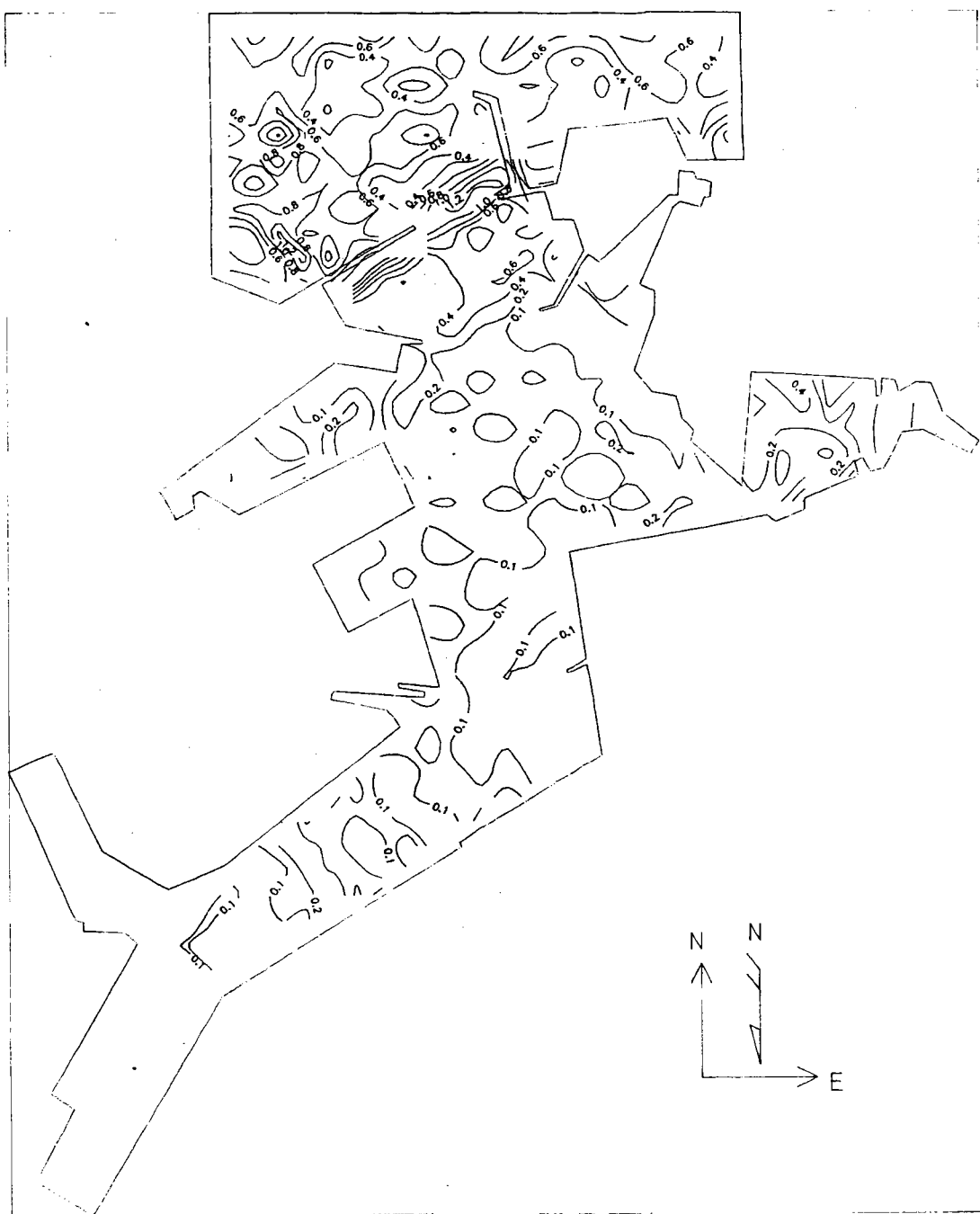


圖13 基隆港第三種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 11 sec , N Direction

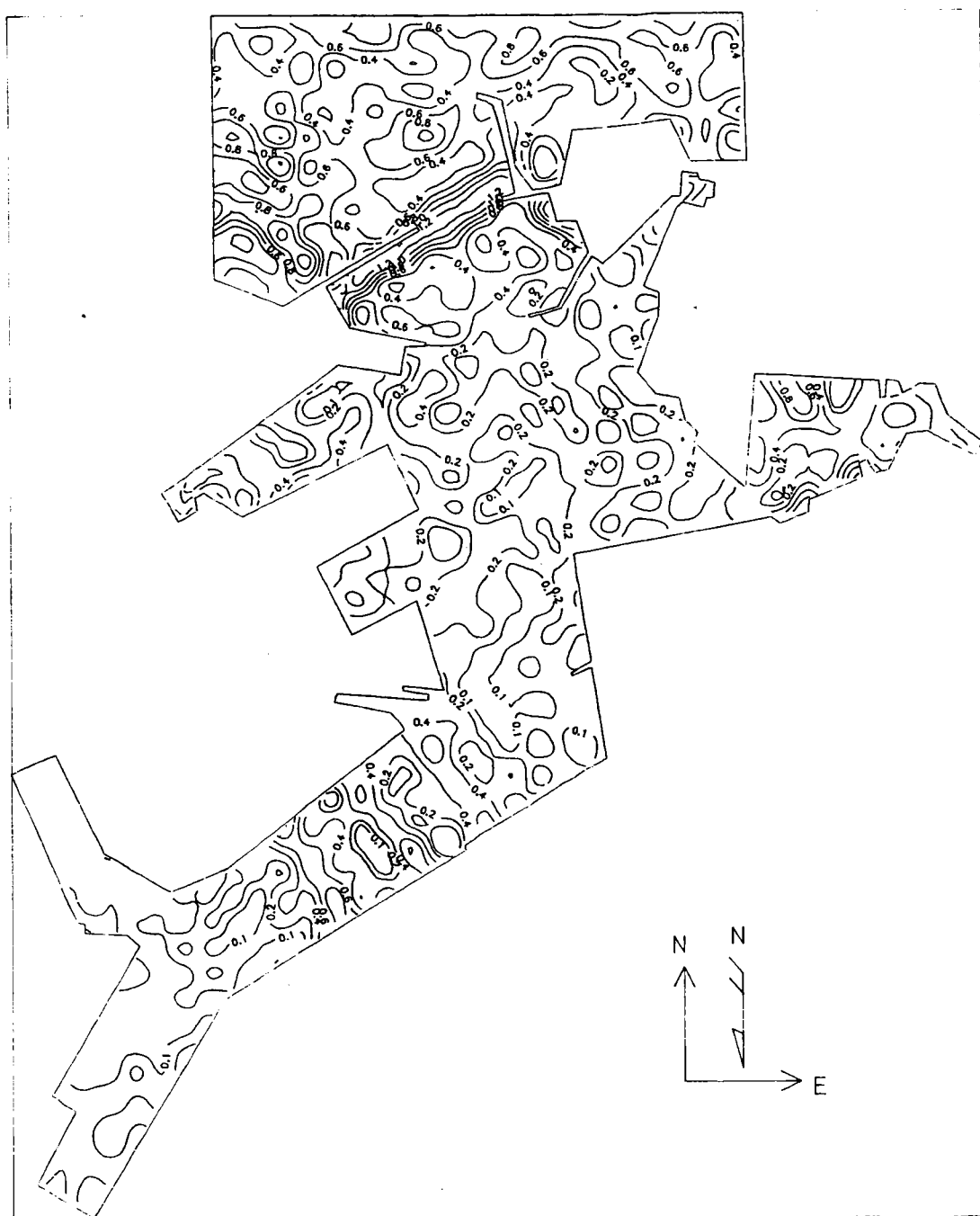


圖14 基隆港第四種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 11 sec , N Direction

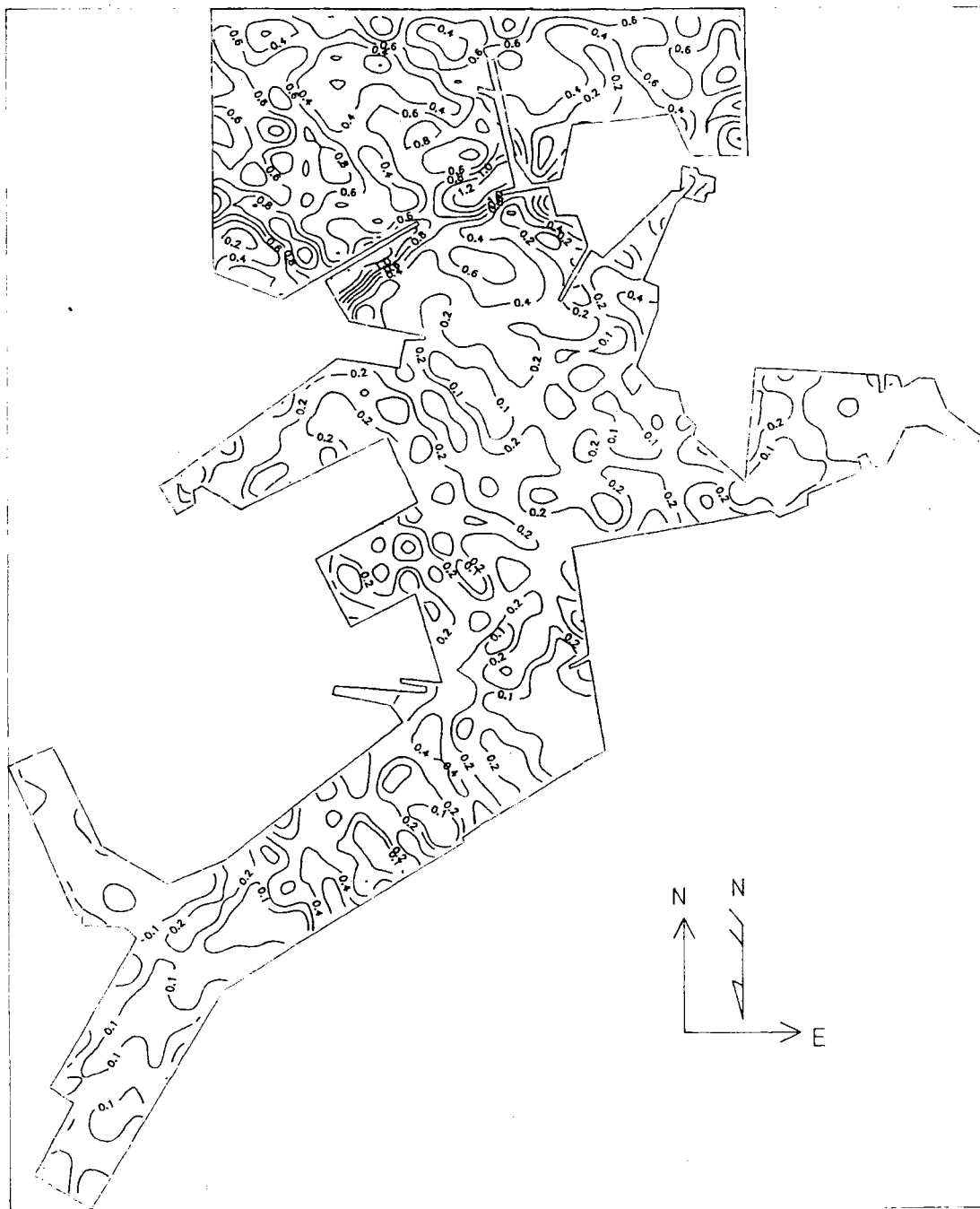


圖15 基隆港第五種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 11 sec , N Direction

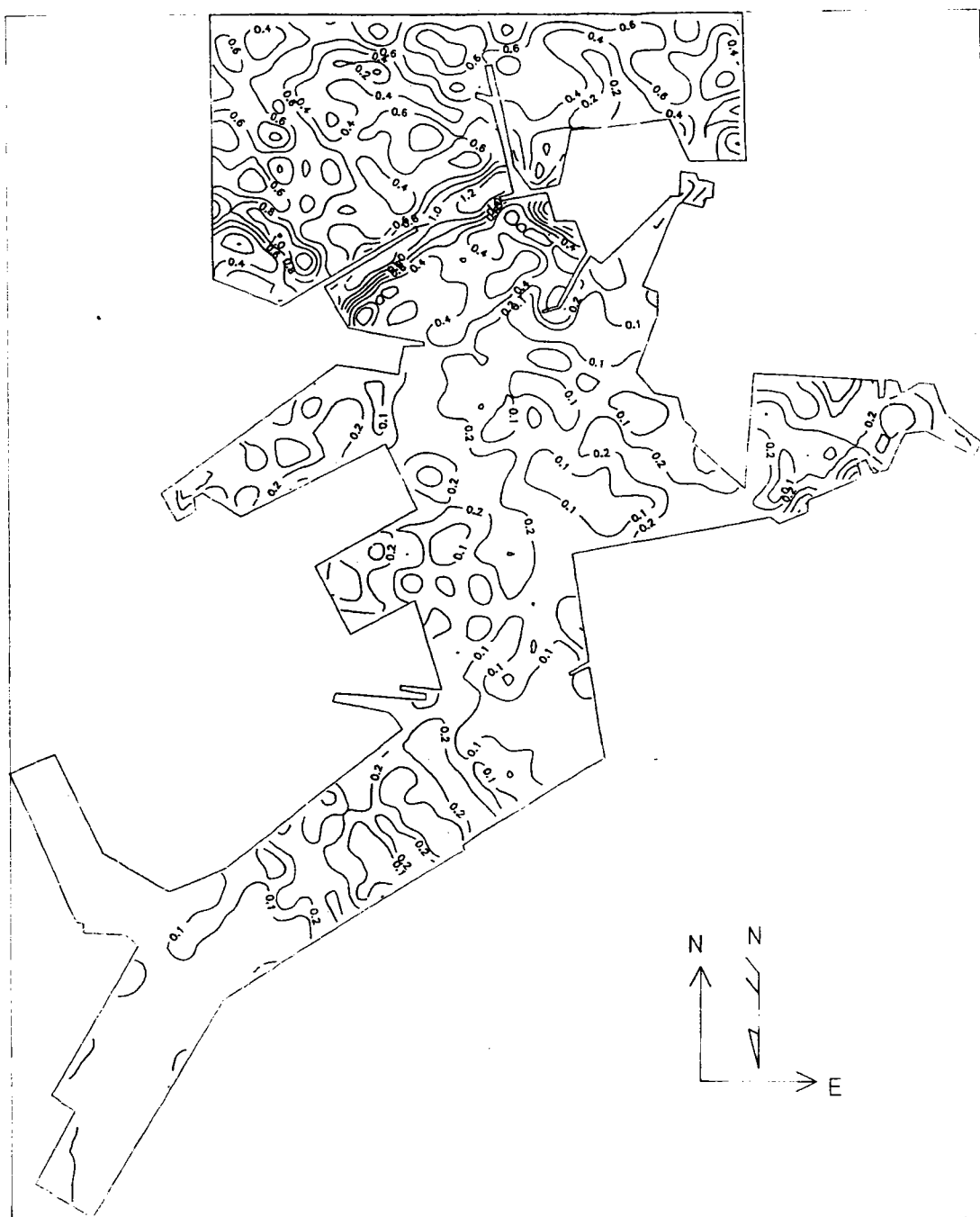


圖16 基隆港第六種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 11 sec , N Direction

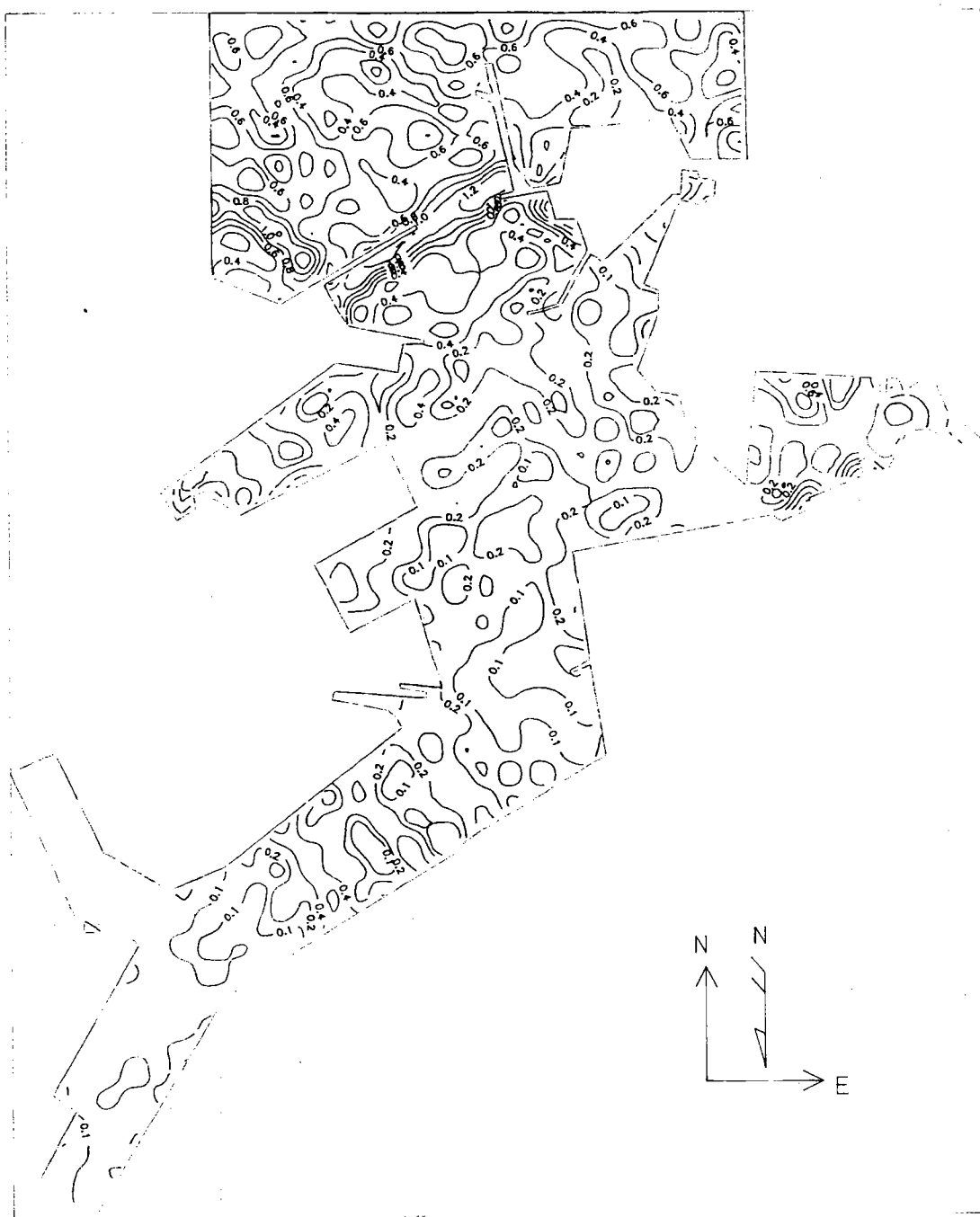


圖17 基隆港第七種配置方案，颱風波浪，N向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 11 sec , NNE Direction

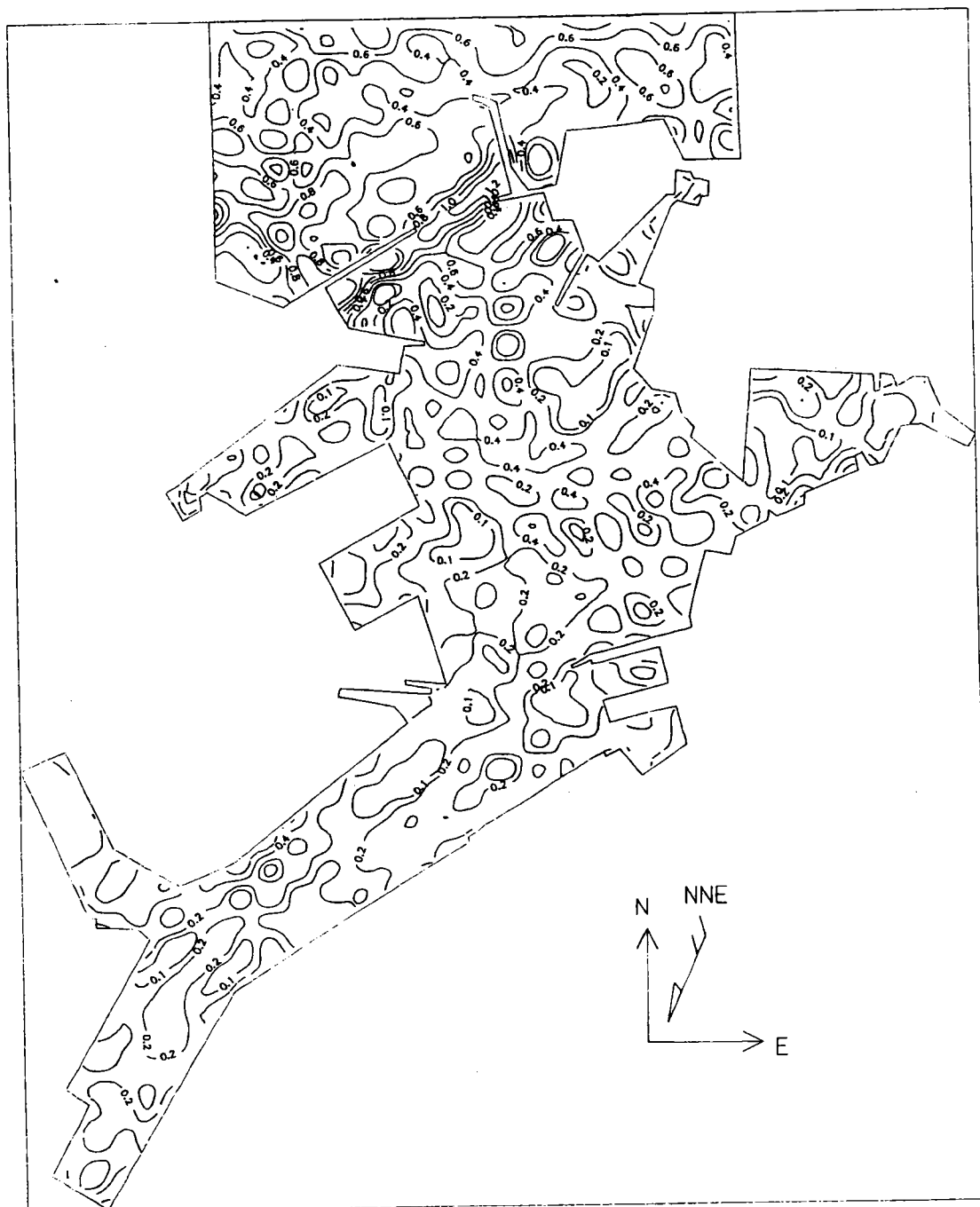


圖18 基隆港第一種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 11 sec , NNE Direction

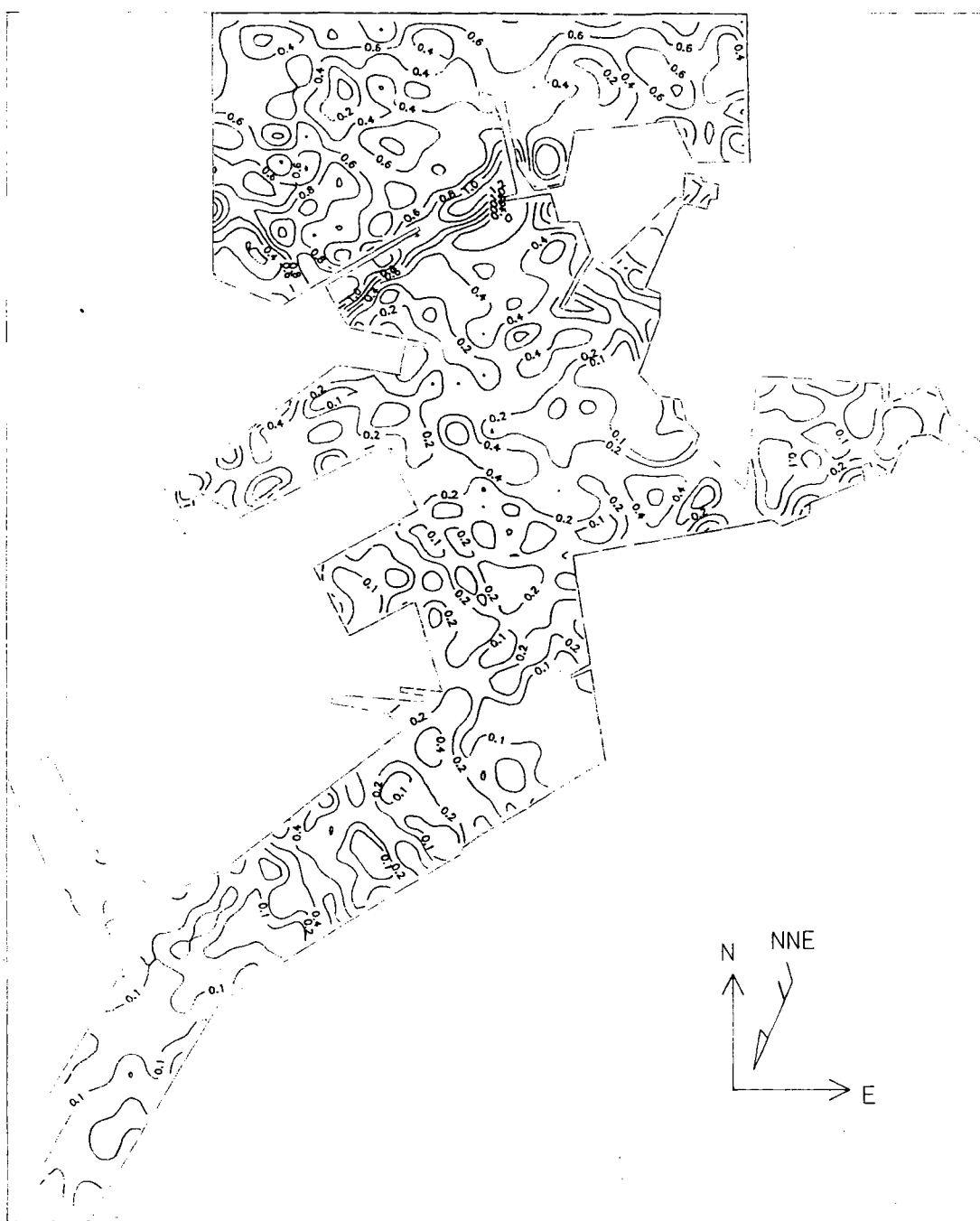


圖19 基隆港第二種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 11 sec , NNE Direction

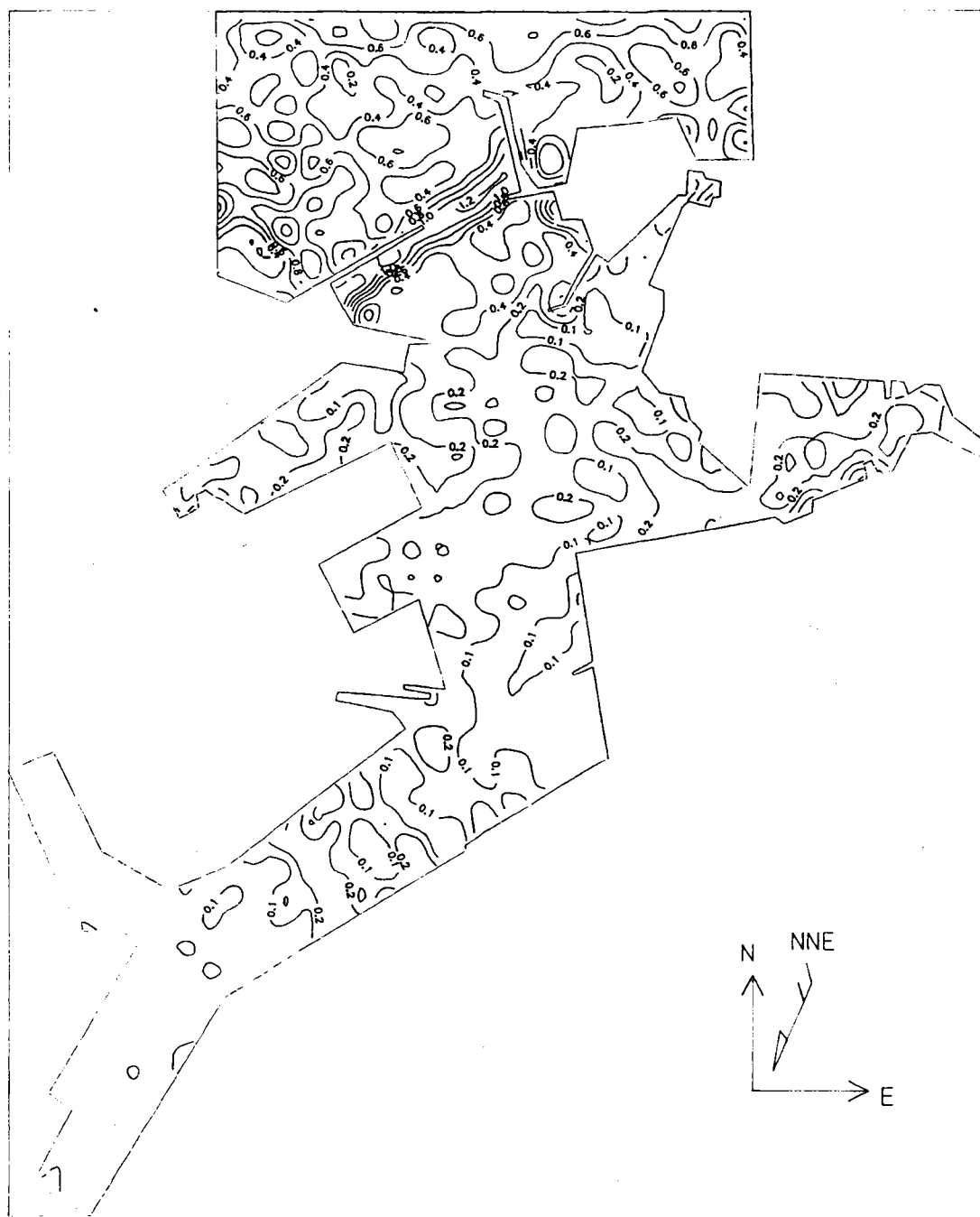


圖20 基隆港第三種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 11 sec , NNE Direction

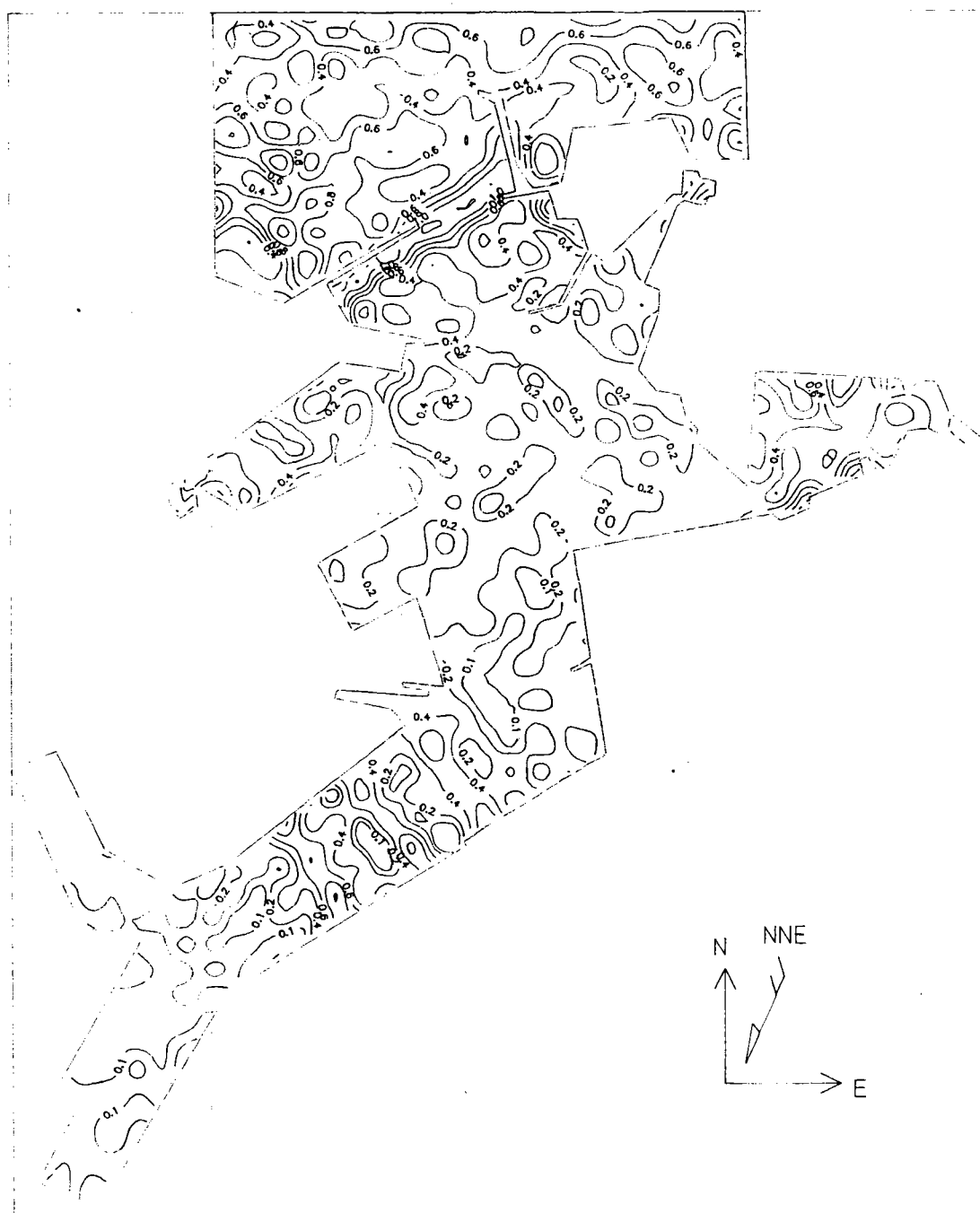


圖21 基隆港第四種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 11 sec , NNE Direction

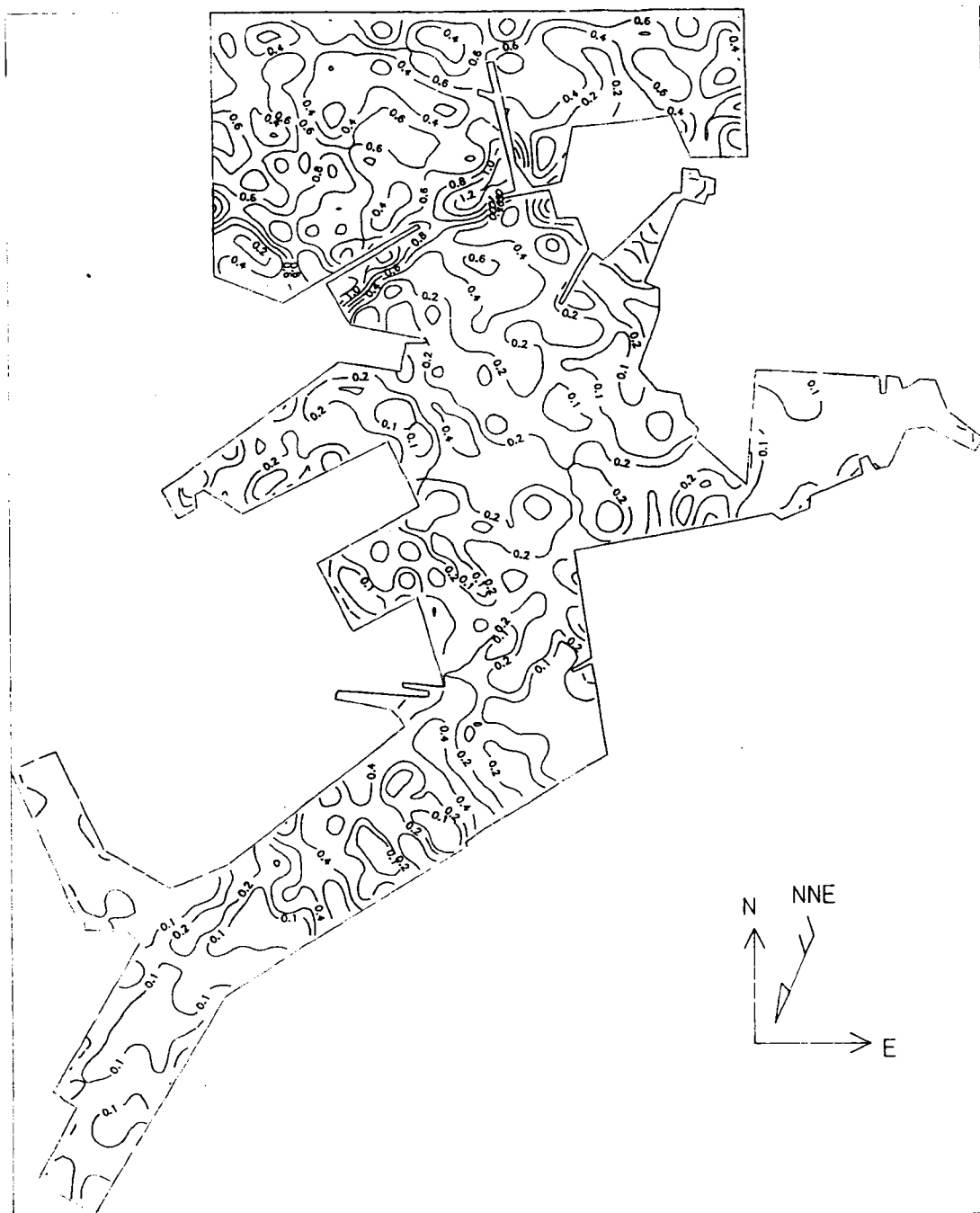


圖22 基隆港第五種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 11 sec , NNE Direction

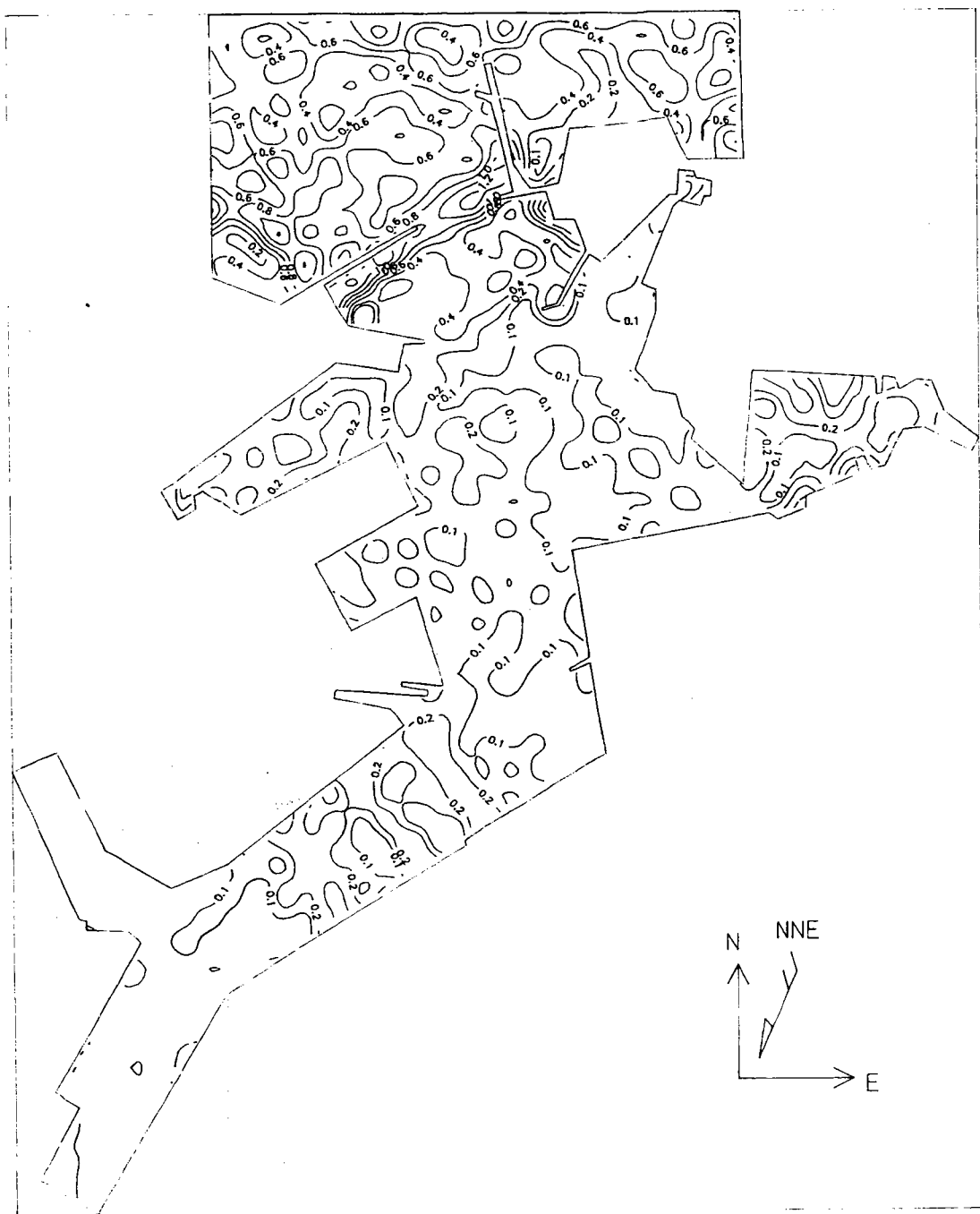


圖23 基隆港第六種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 11 sec , NNE Direction

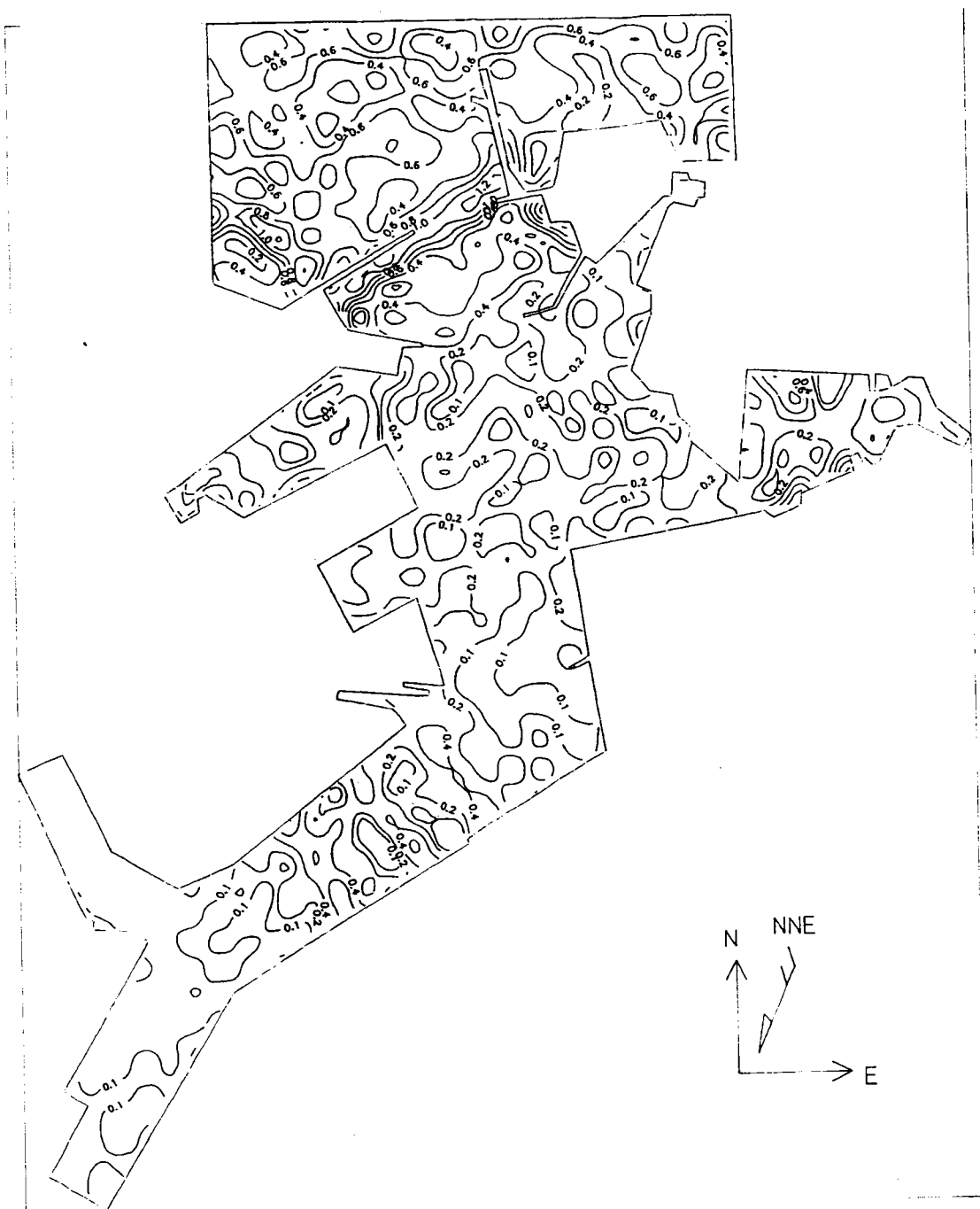


圖24 基隆港第七種配置方案，颱風波浪，NNE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 11 sec , NE Direction

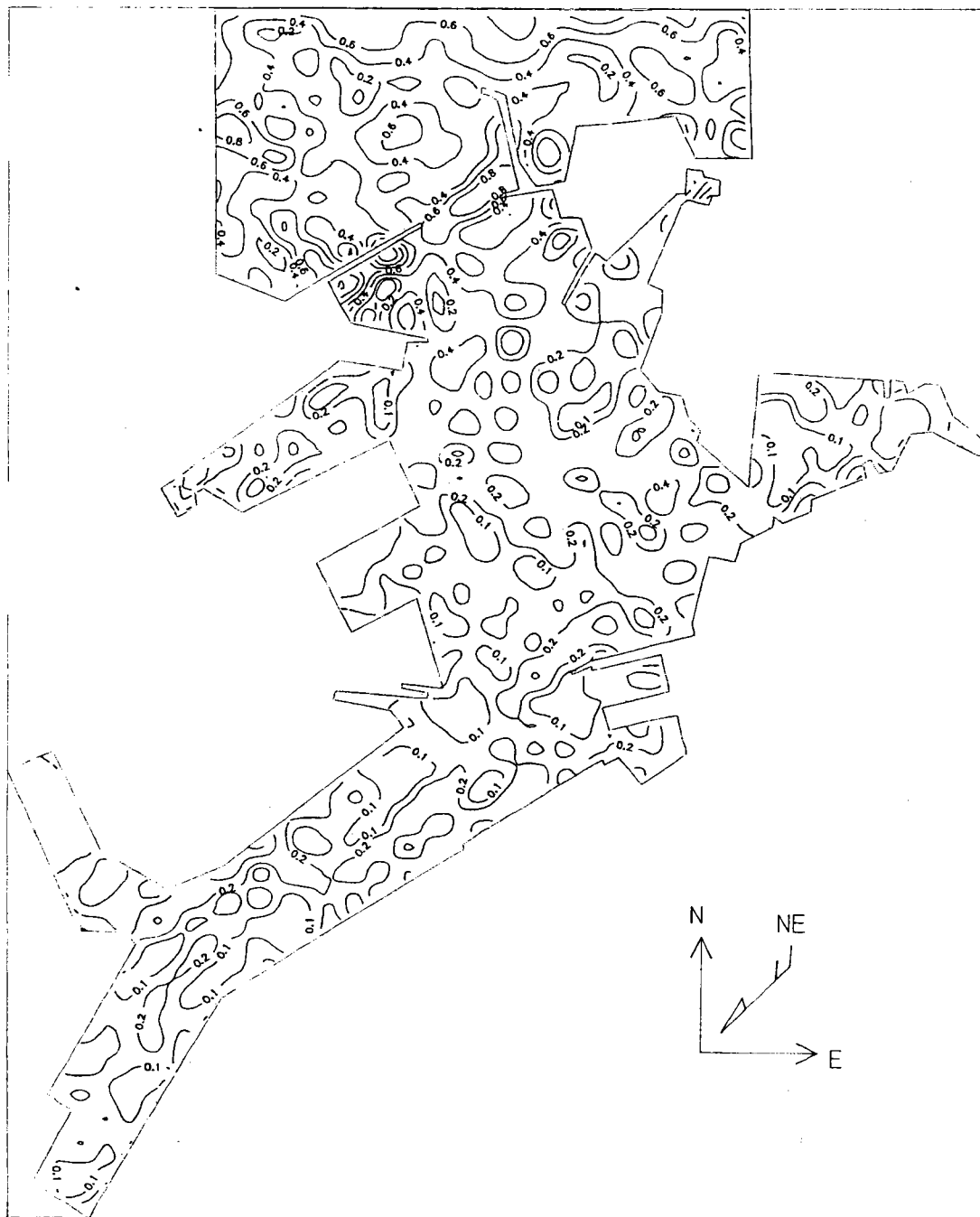


圖25 基隆港第一種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 11 sec , NE Direction

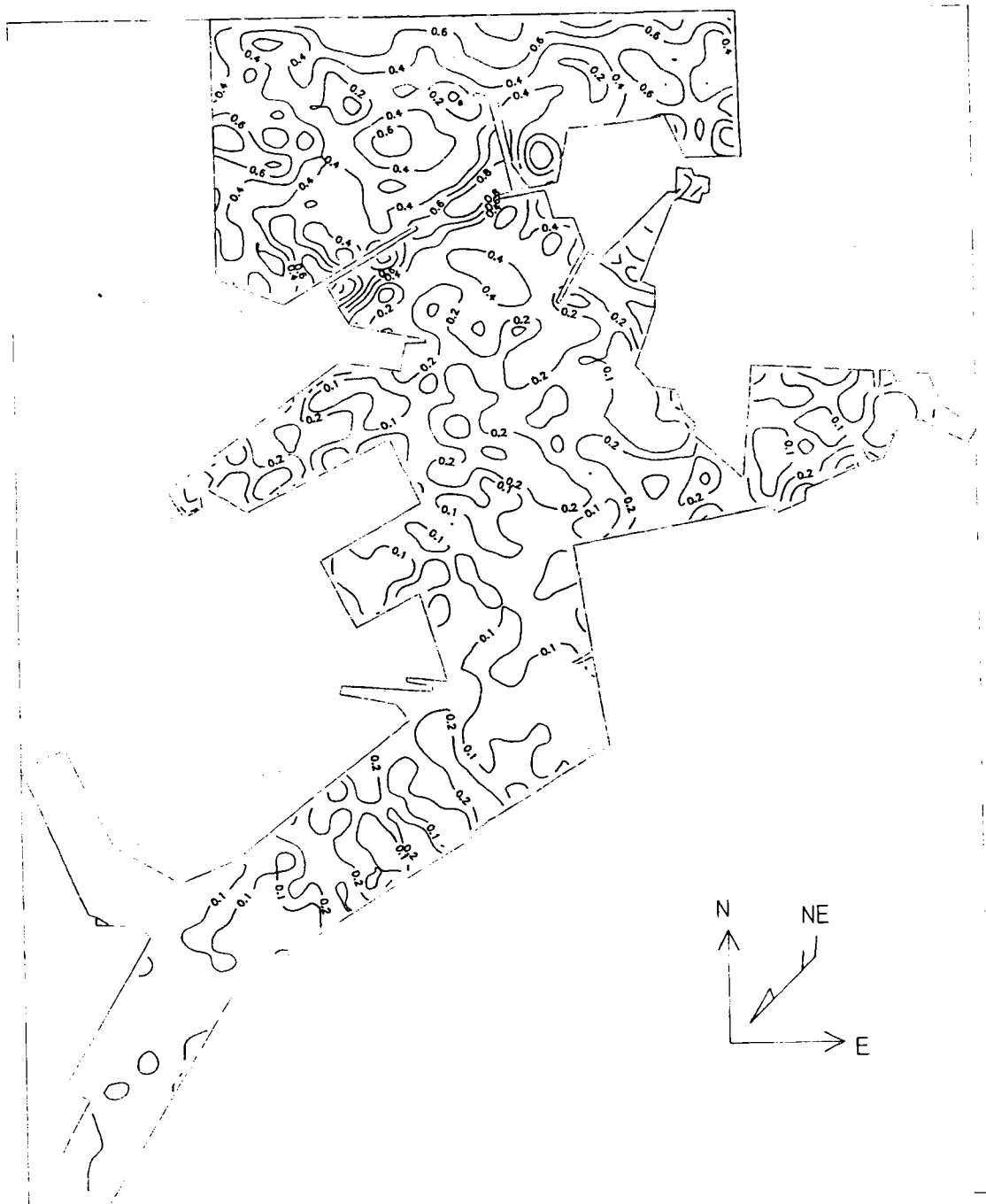


圖26 基隆港第二種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 11 sec , NE Direction

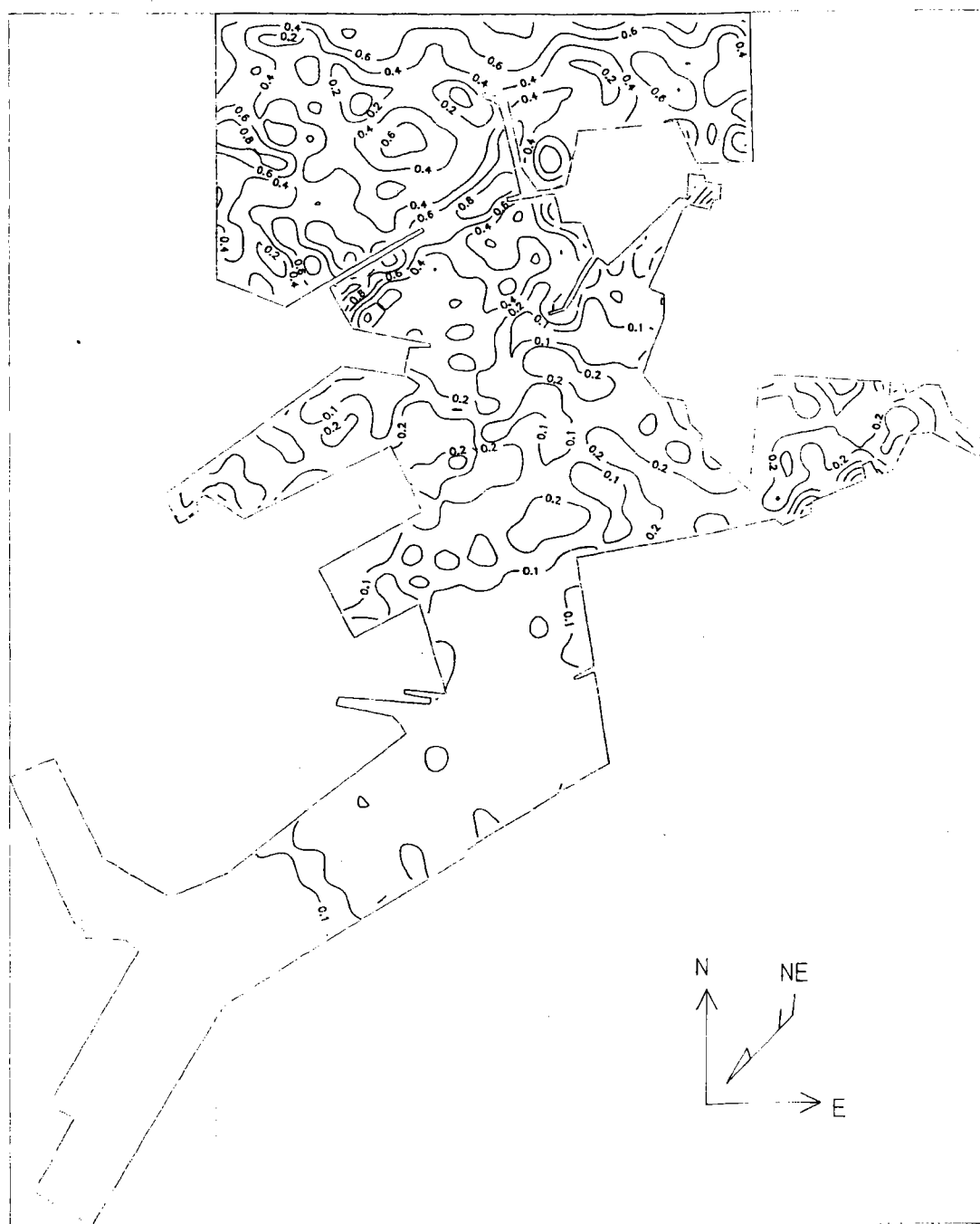


圖27 基隆港第三種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 11 sec , NE Direction

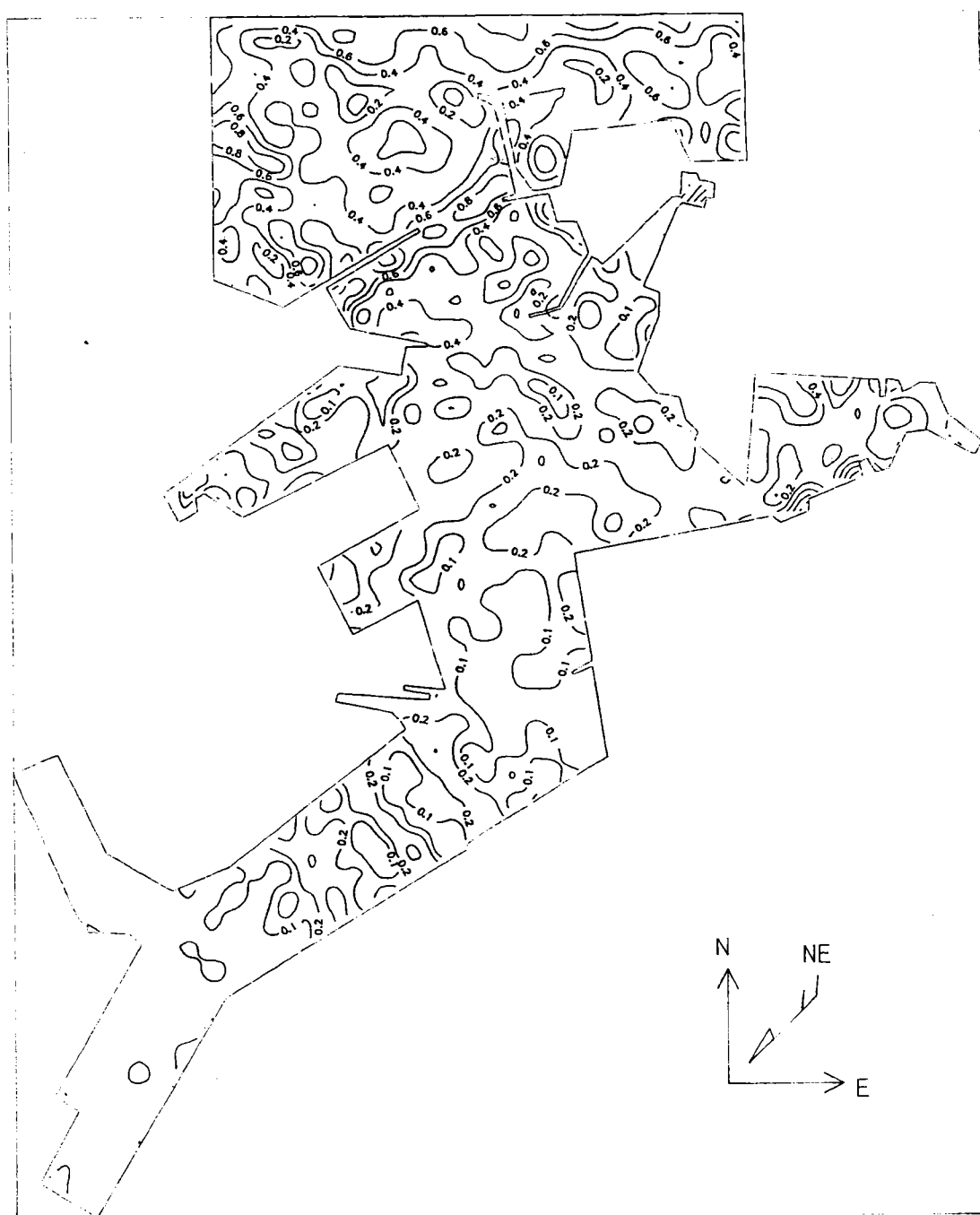


圖28 基隆港第四種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 11 sec , NE Direction

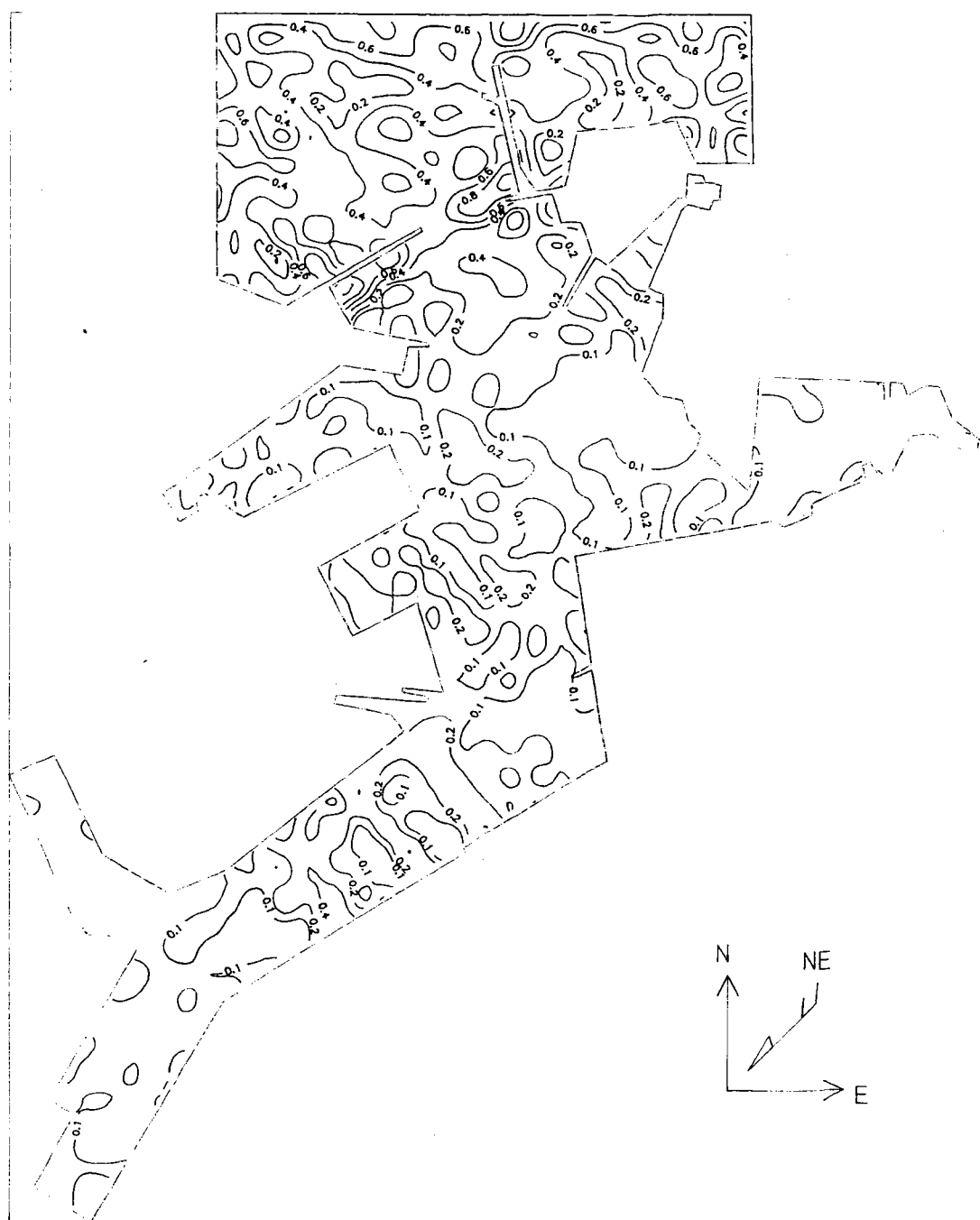


圖29 基隆港第五種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 11 sec , NE Direction

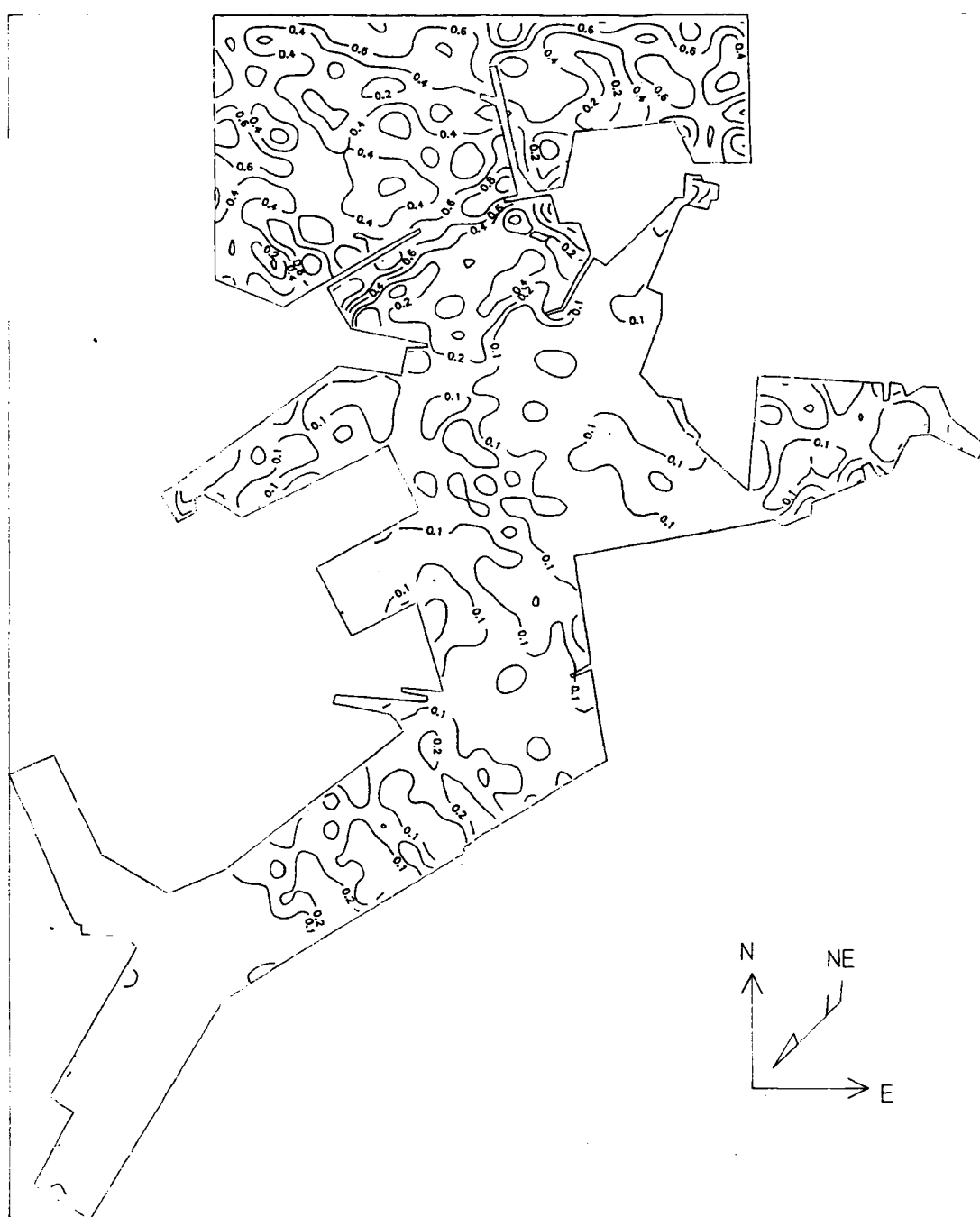


圖30 基隆港第六種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 11 sec , NE Direction

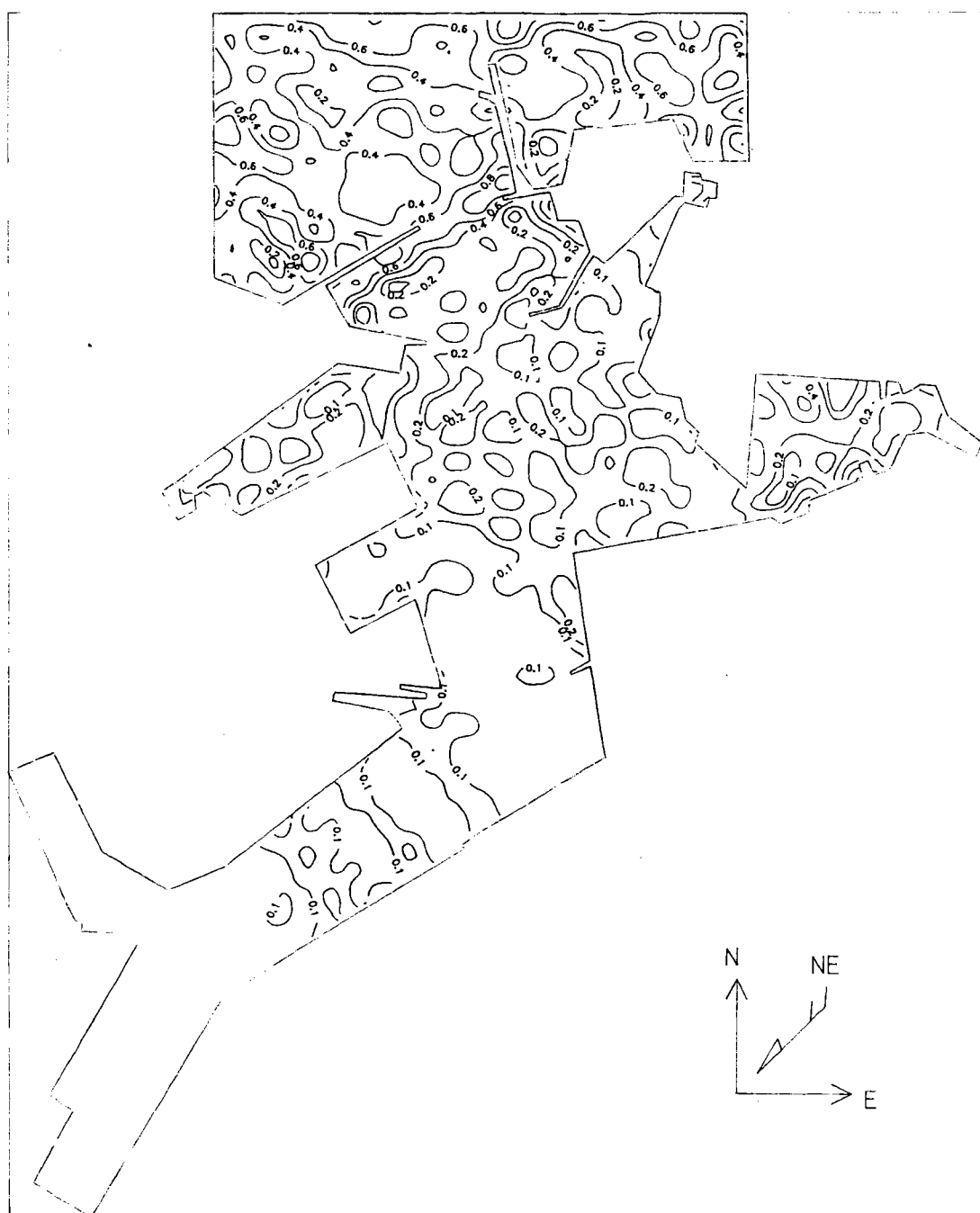


圖31 基隆港第七種配置方案，颱風波浪，NE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 11 sec , ENE Direction

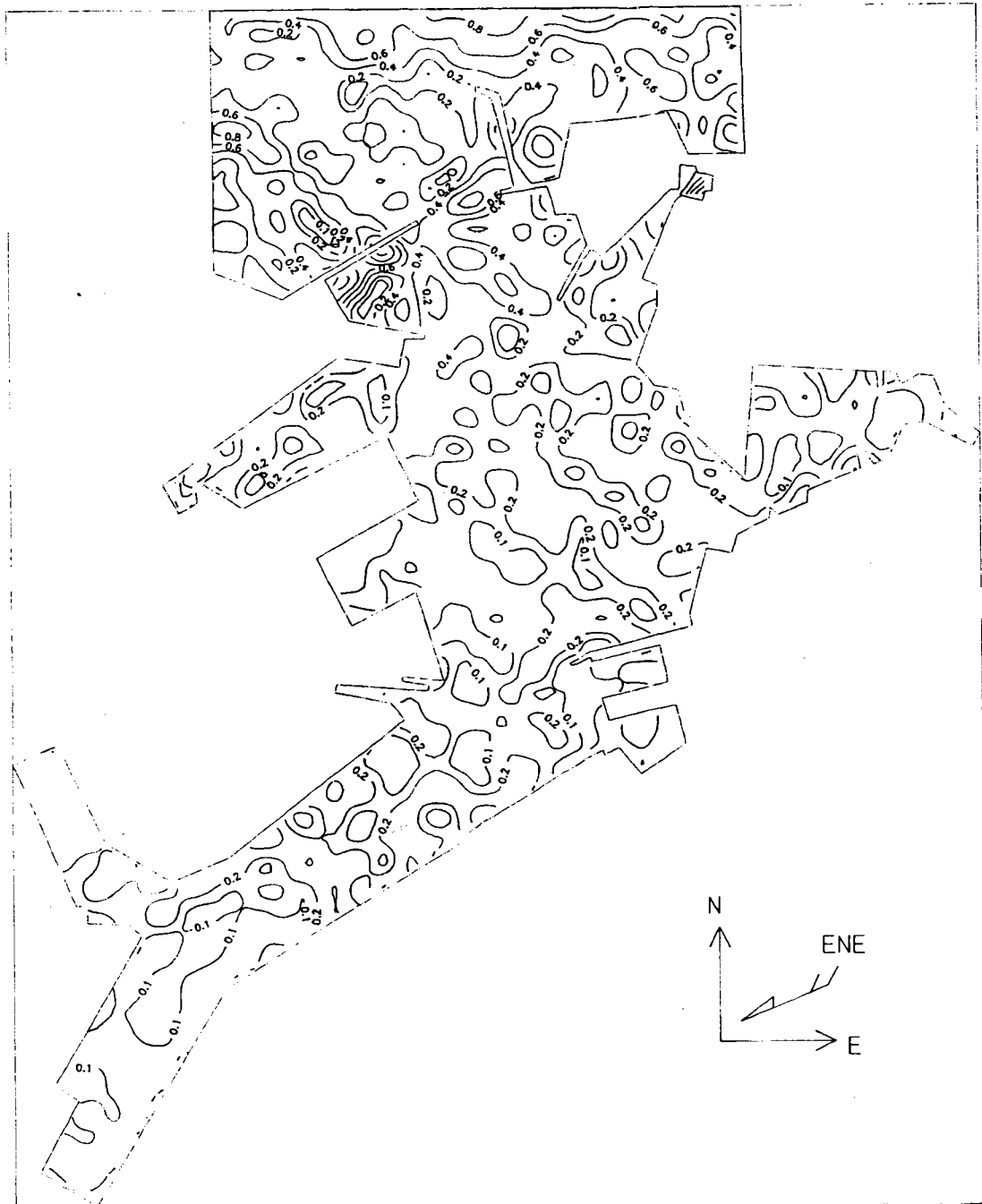


圖32 基隆港第一種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 11 sec , ENE Direction

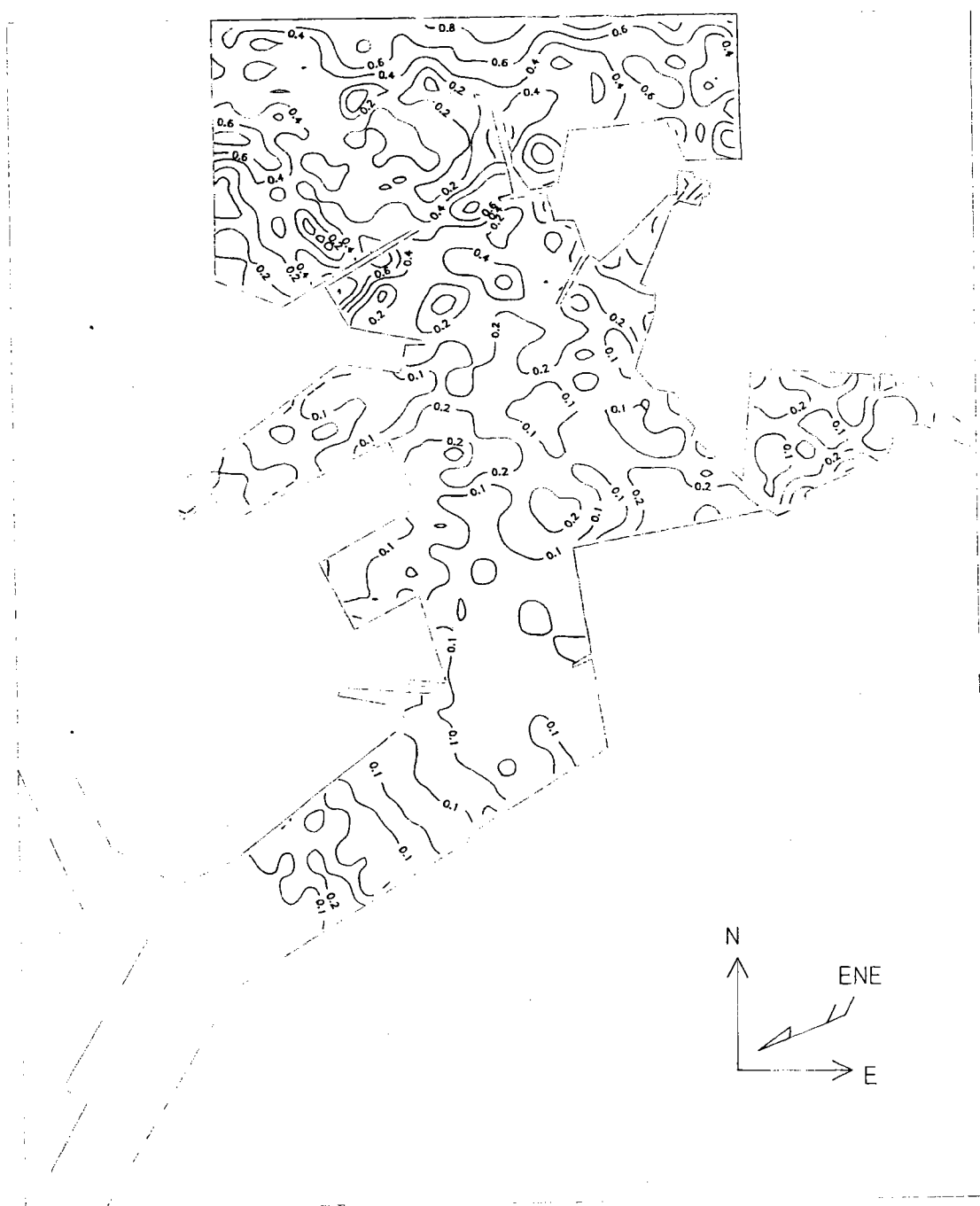


圖33 基隆港第二種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 11 sec , ENE Direction

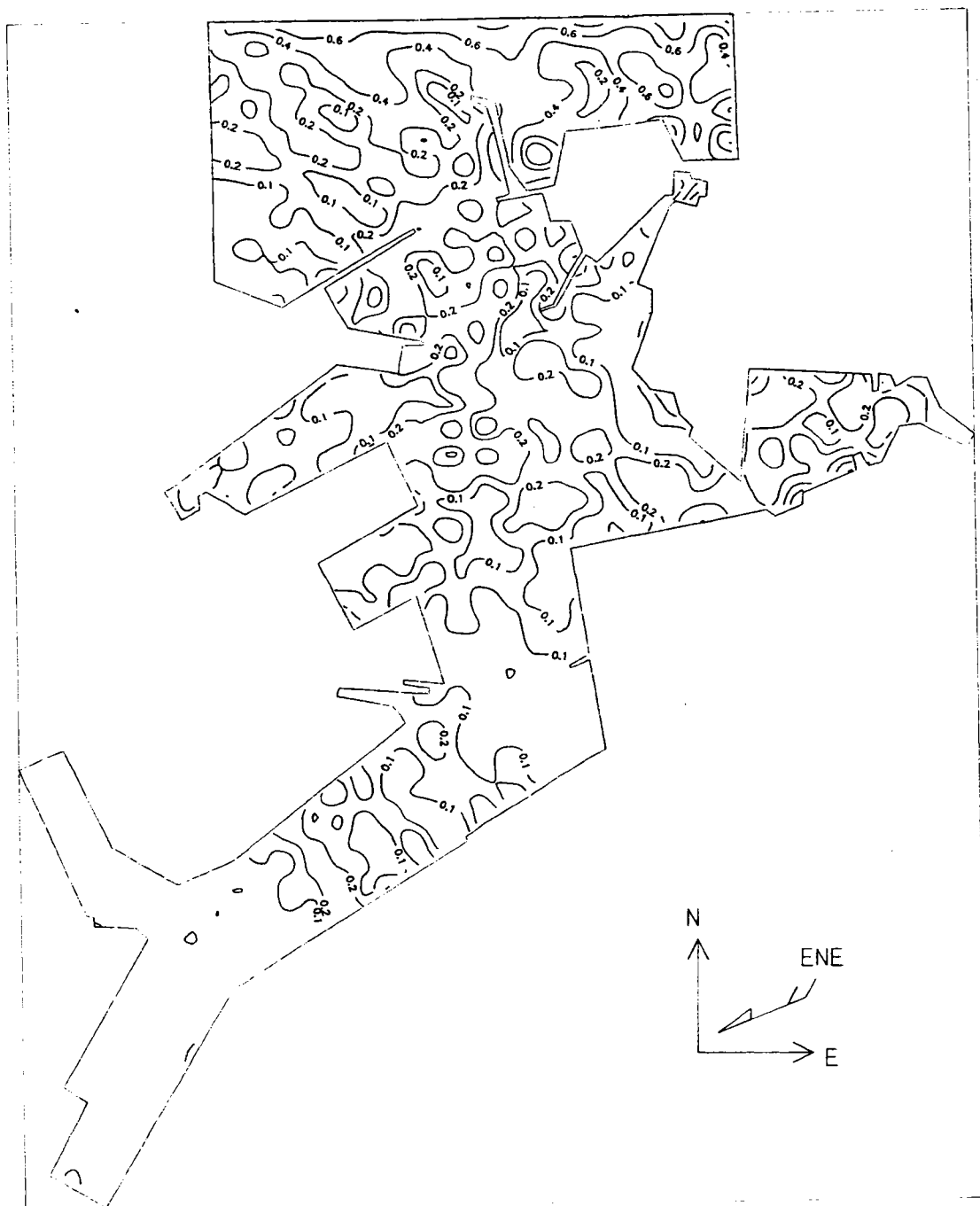


圖34 基隆港第三種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 11 sec , ENE Direction

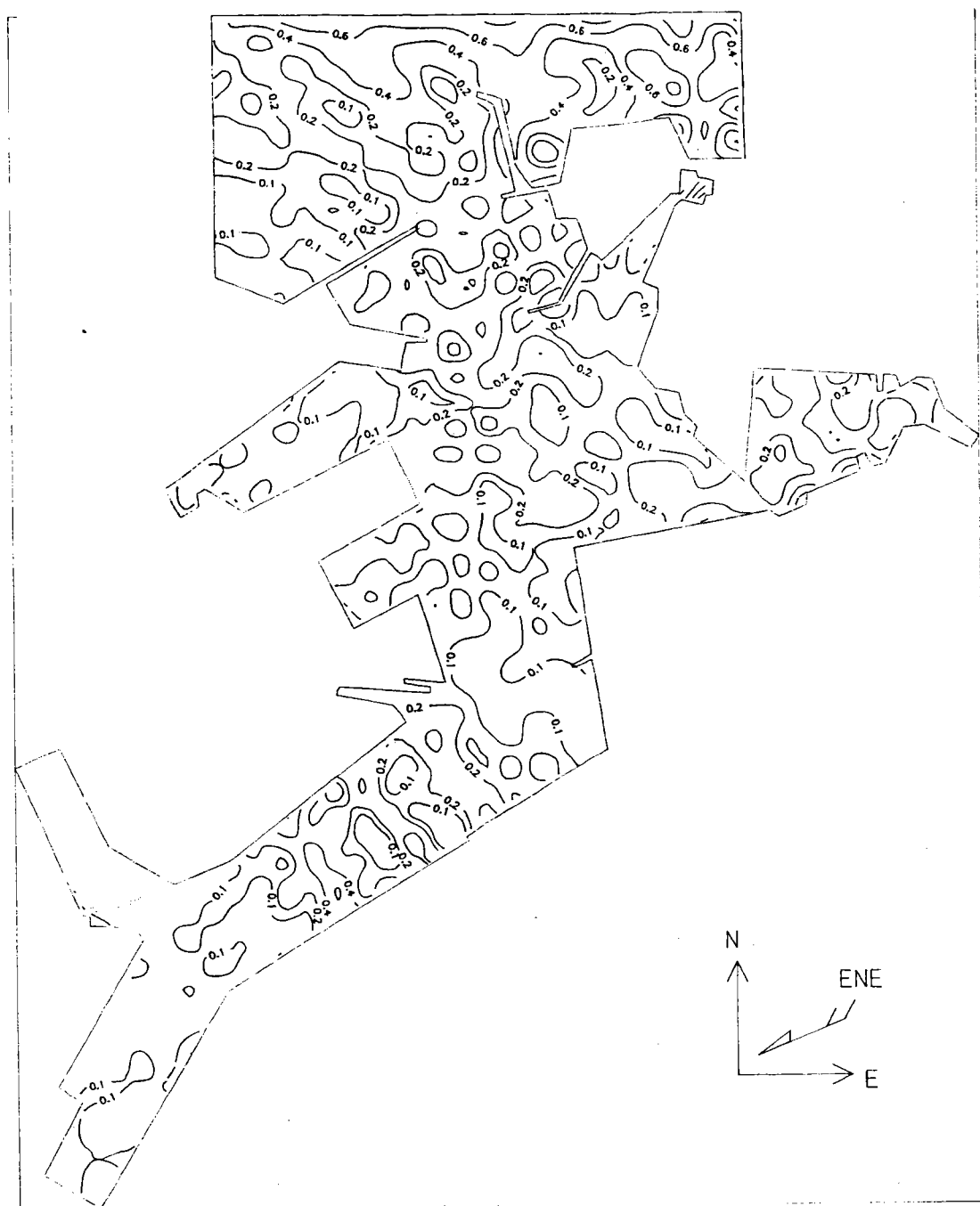


圖35 基隆港第四種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 11 sec , ENE Direction

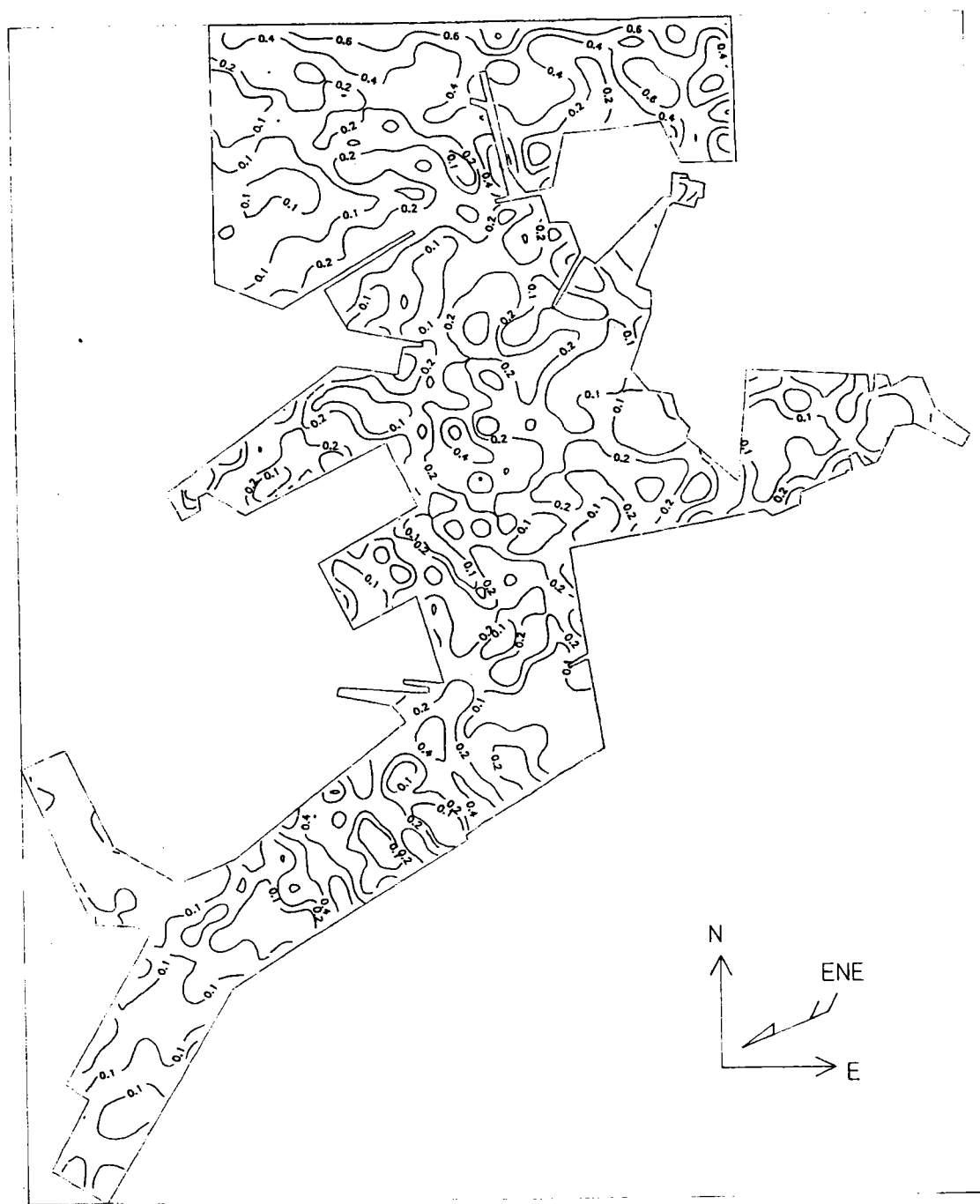


圖36 基隆港第五種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 11 sec , ENE Direction

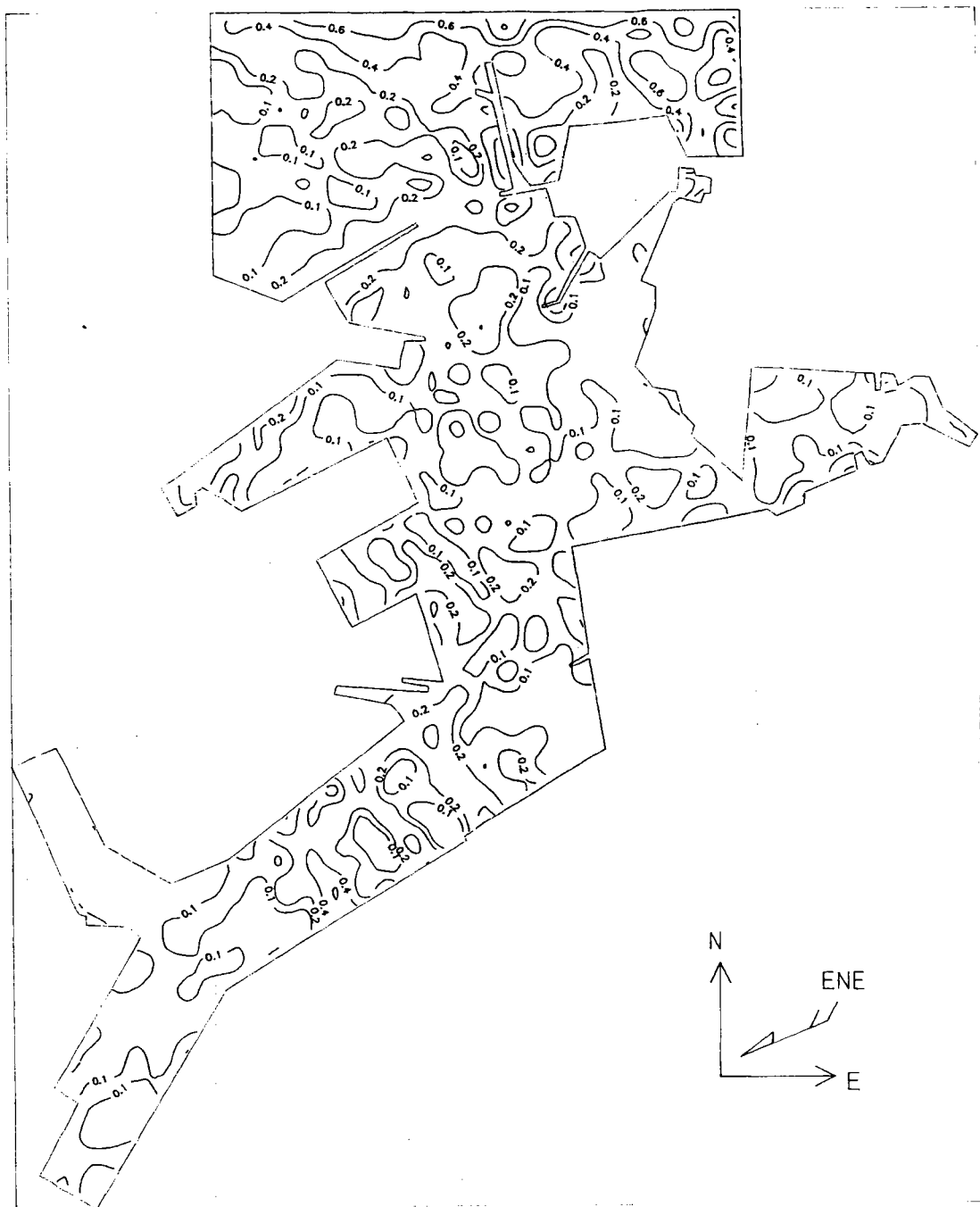


圖37 基隆港第六種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 11 sec , ENE Direction

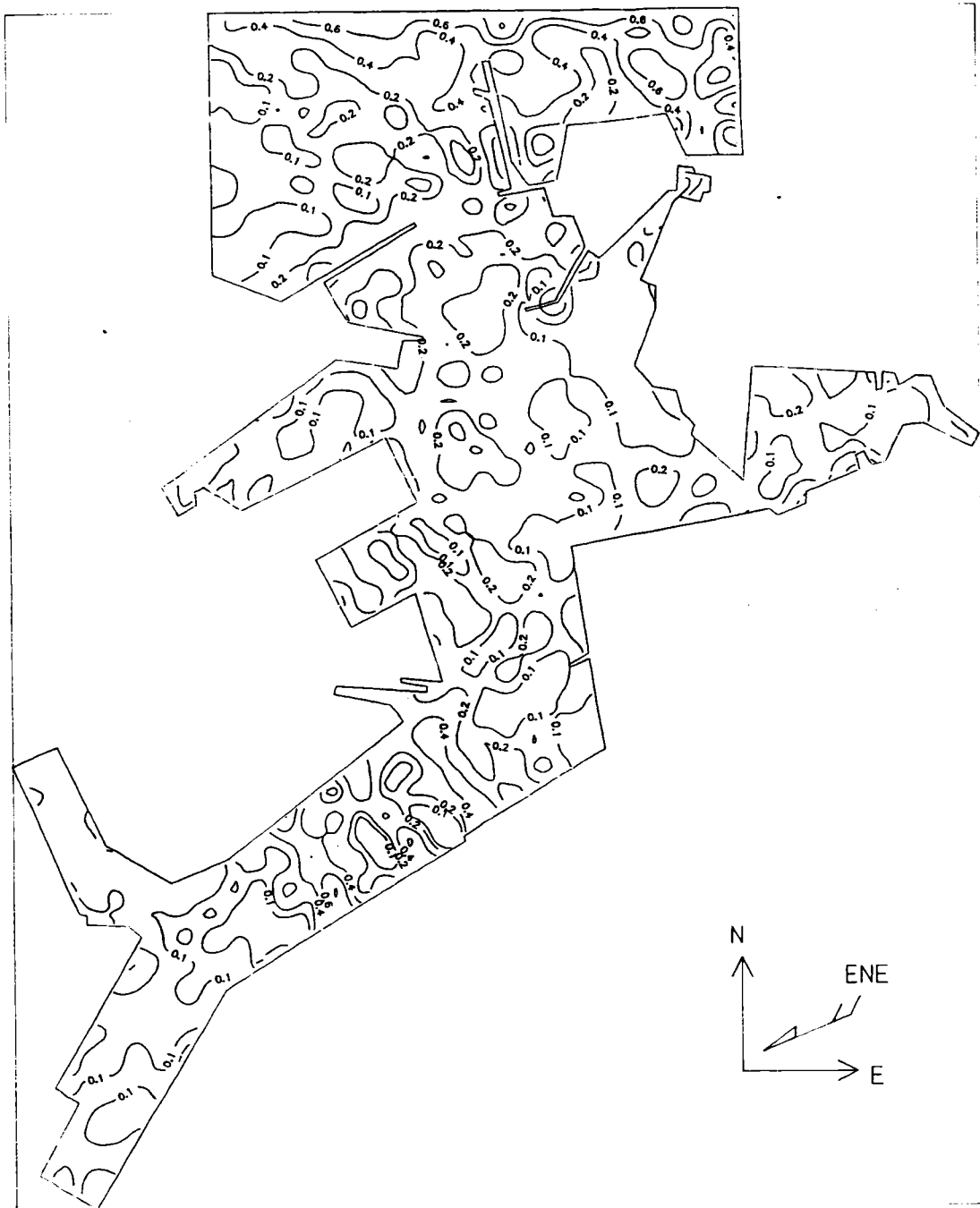


圖38 基隆港第七種配置方案，颱風波浪，ENE向，週期11秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 10.5sec , N Direction

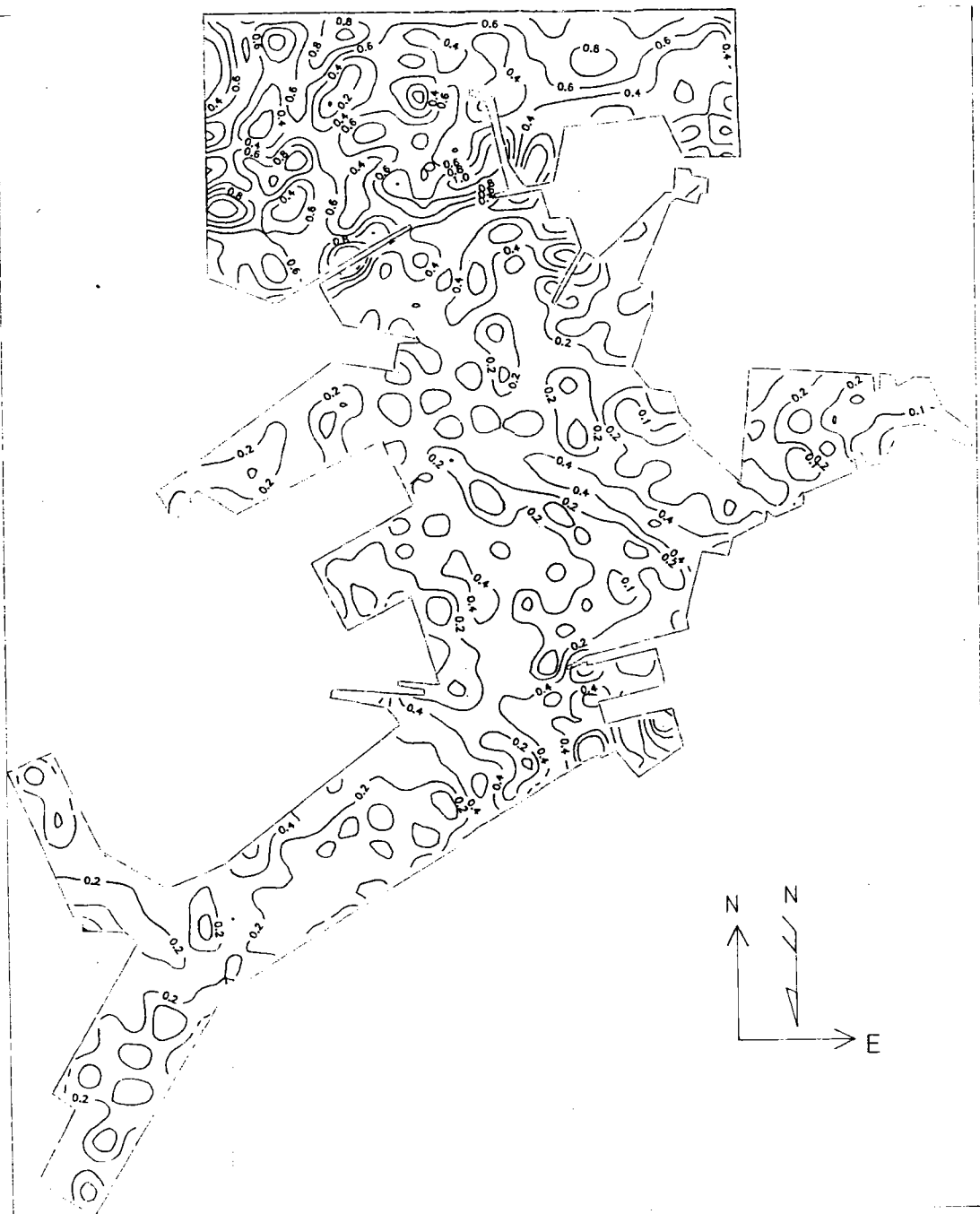


圖39 基隆港第一種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 10.5sec , N Direction

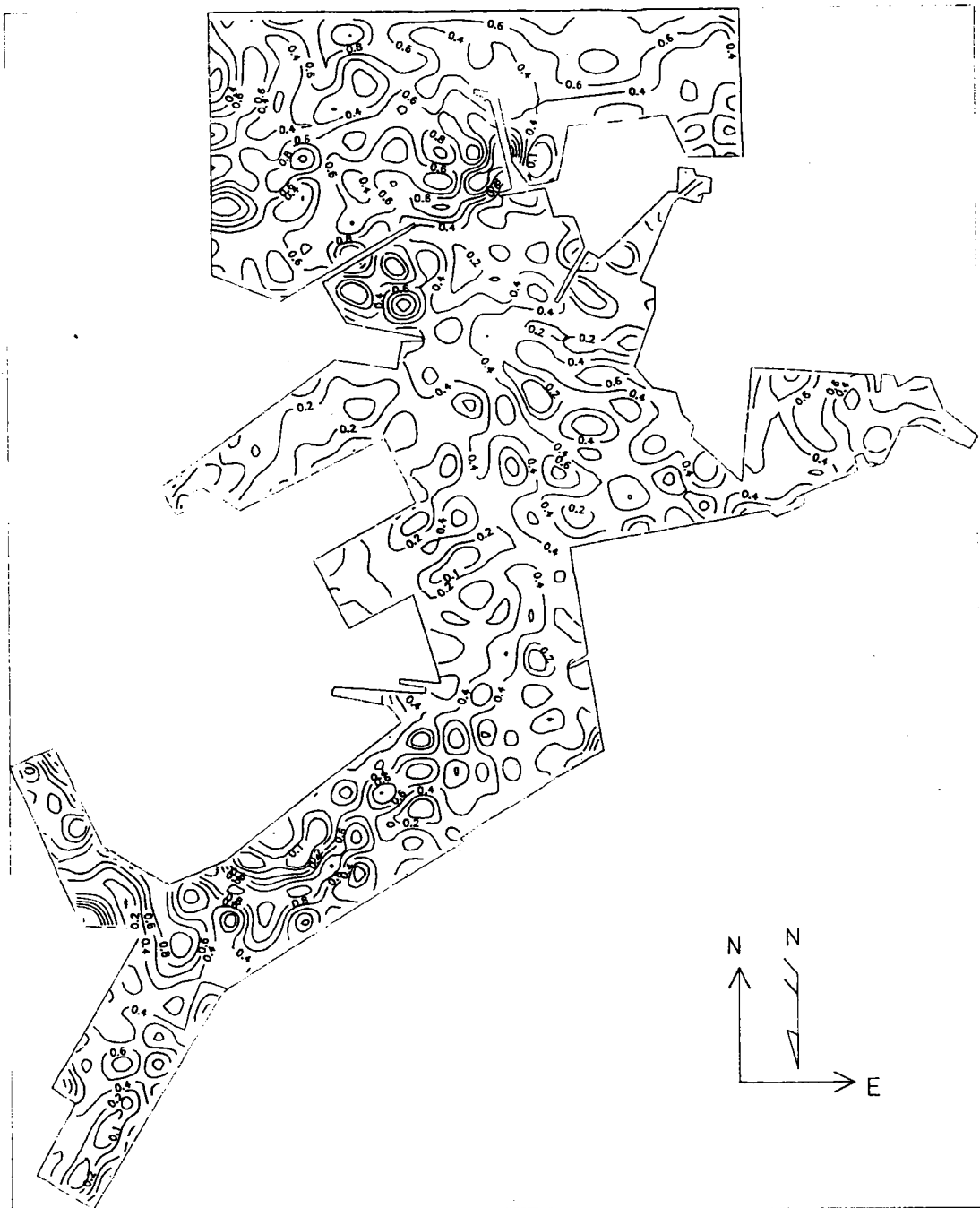


圖40 基隆港第二種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 10.5sec , N Direction

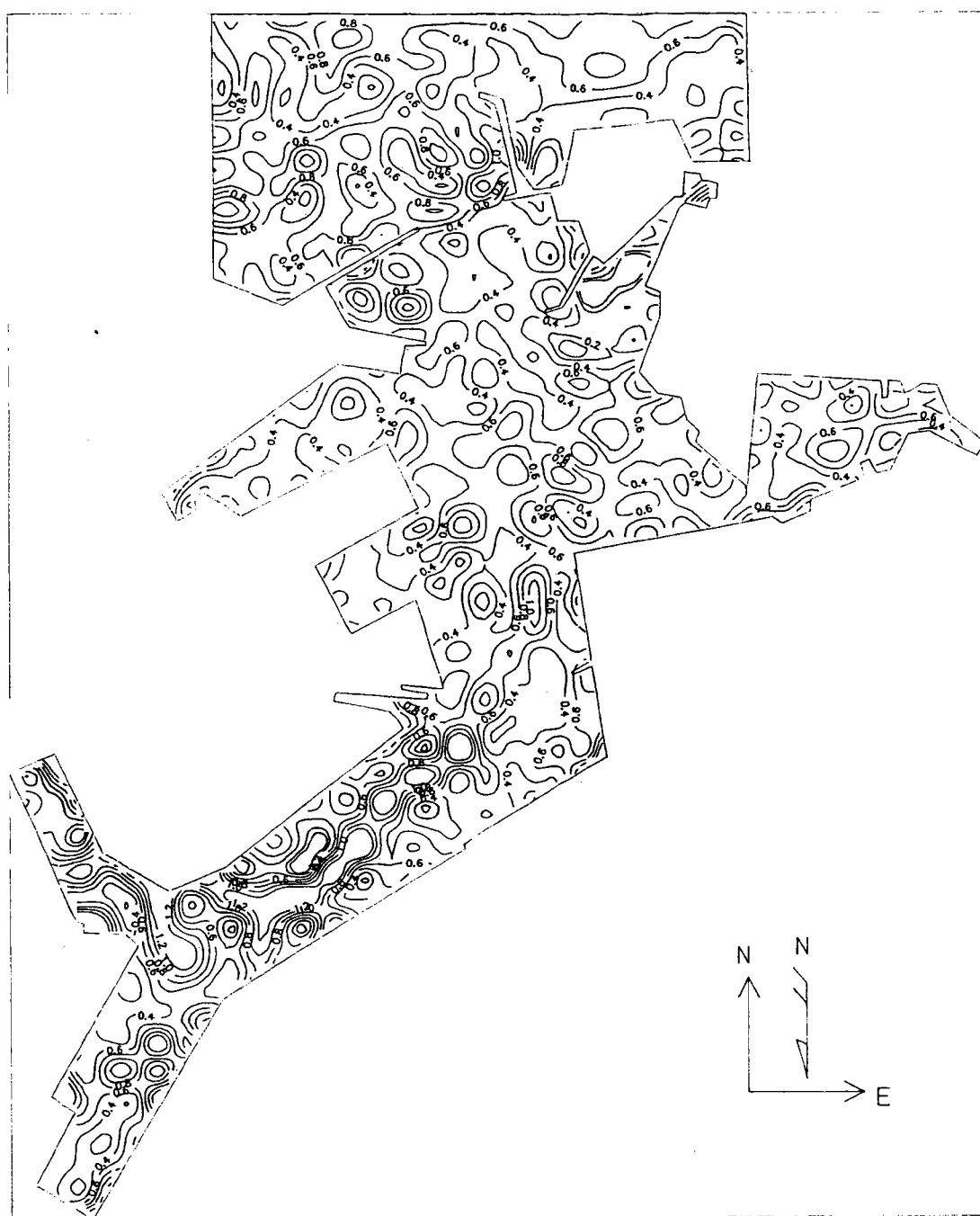


圖41 基隆港第三種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 10.5sec , N Direction

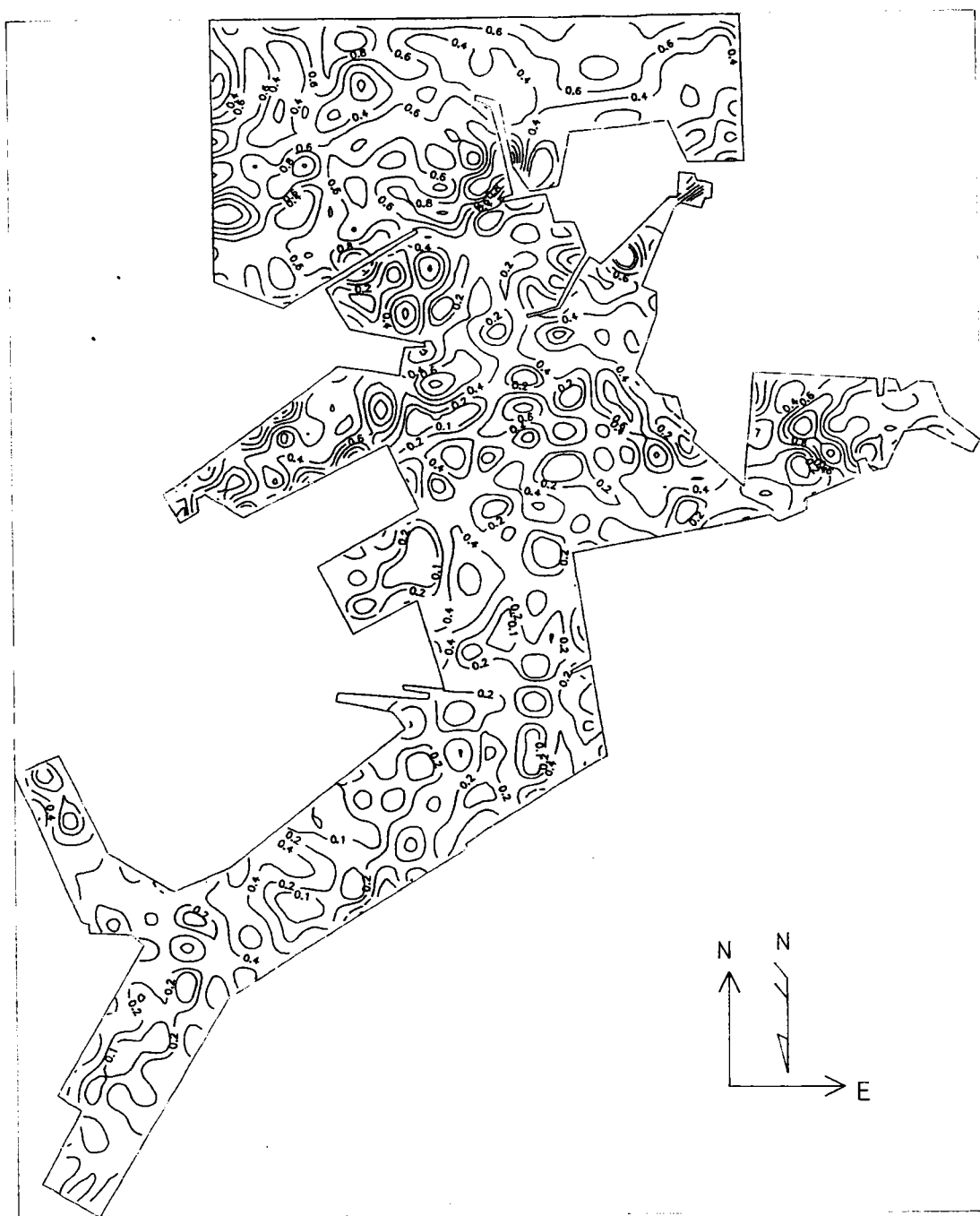


圖42 基隆港第四種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 10.5sec , N Direction

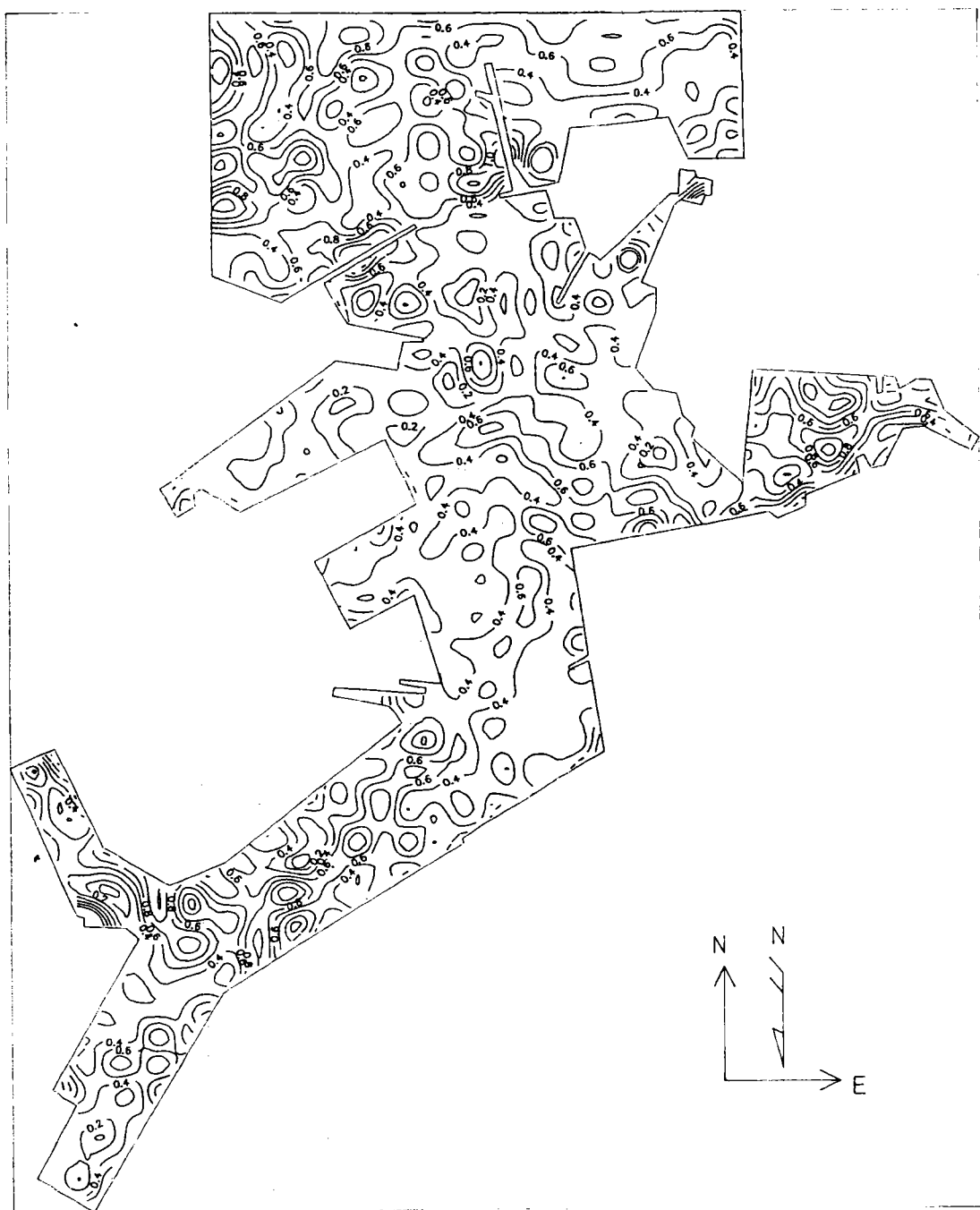


圖43 基隆港第五種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 10.5sec , N Direction

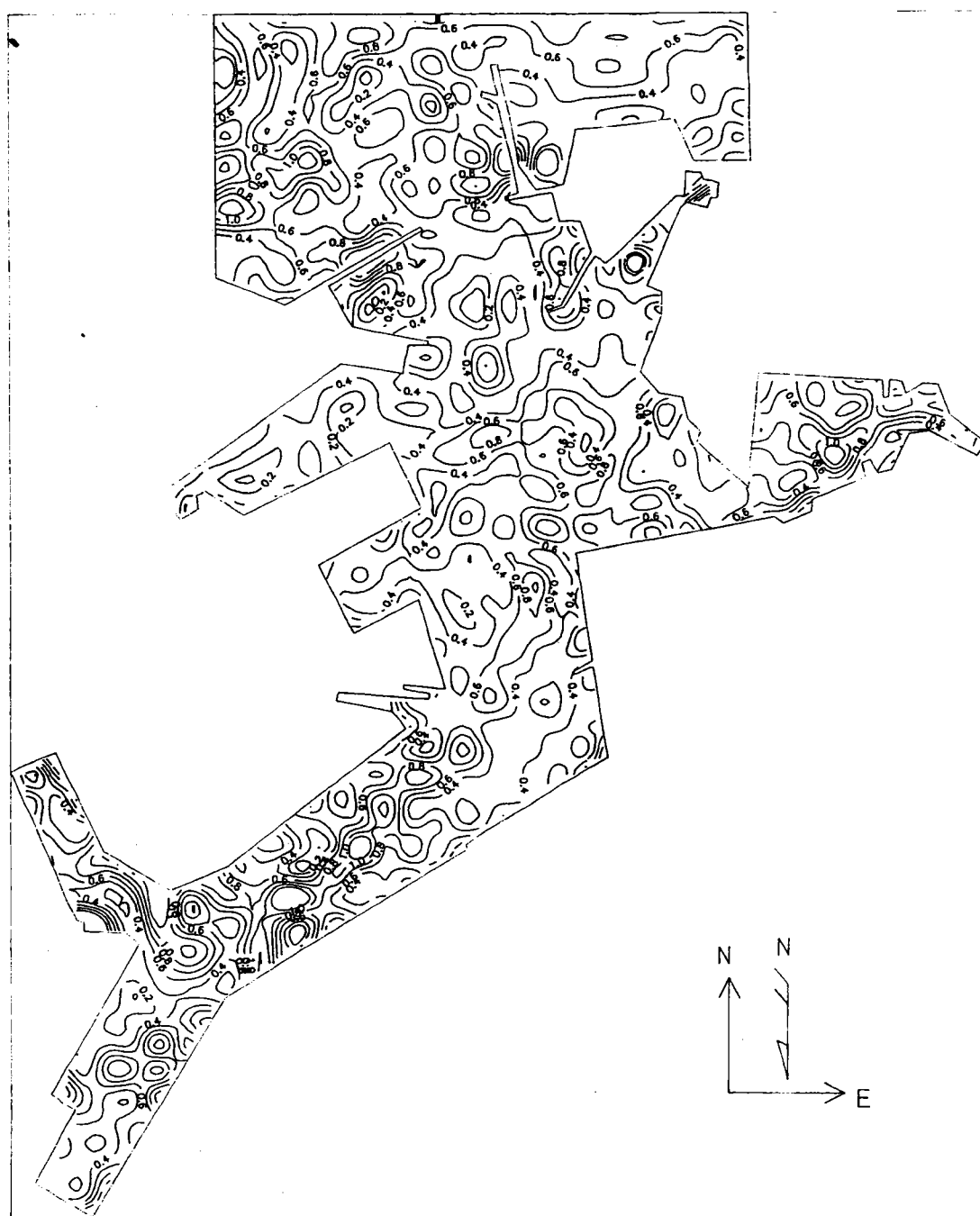


圖44 基隆港第六種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 10.5sec , N Direction

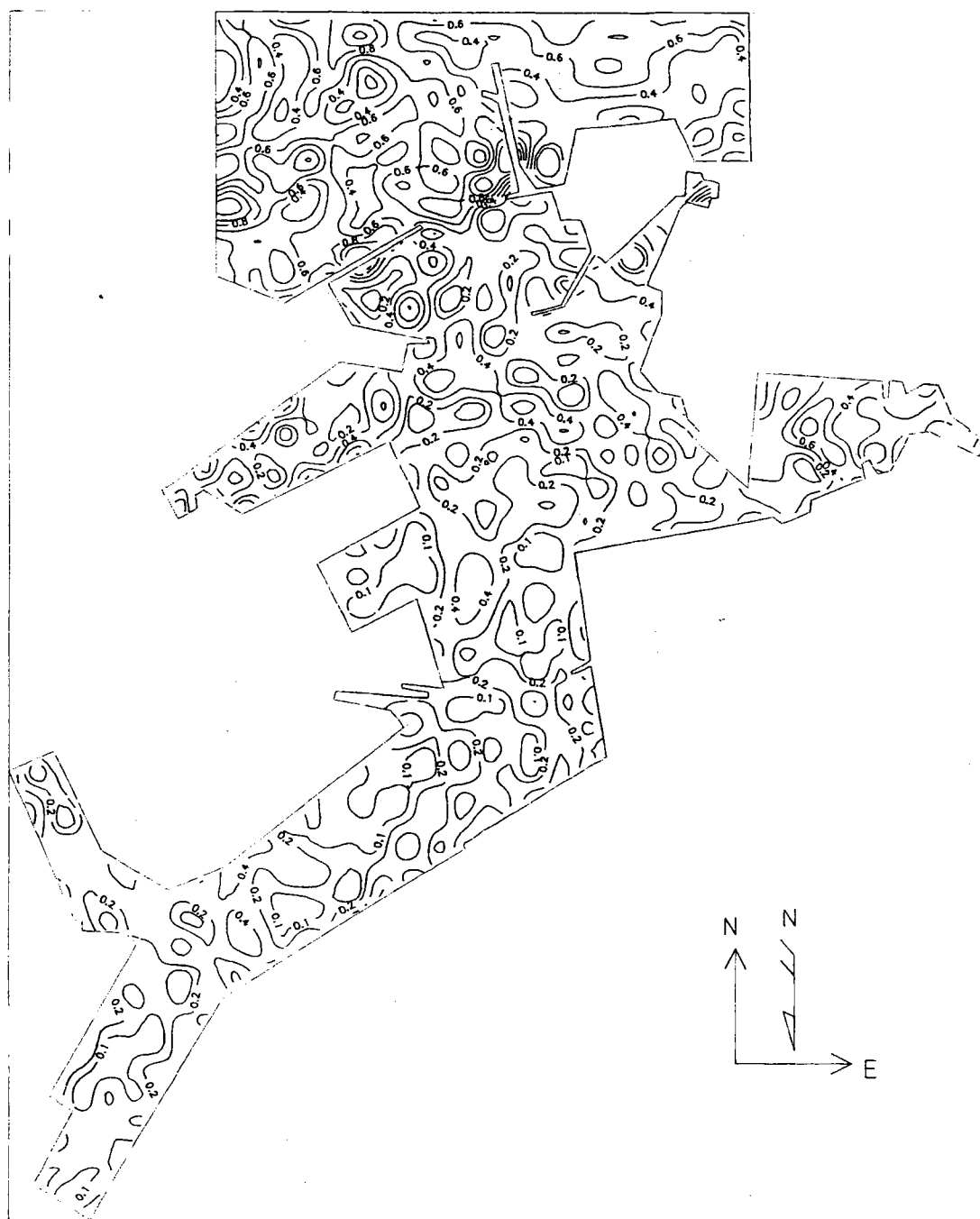


圖45 基隆港第七種配置方案，季風波浪，N向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 10.5sec , NNE Direction

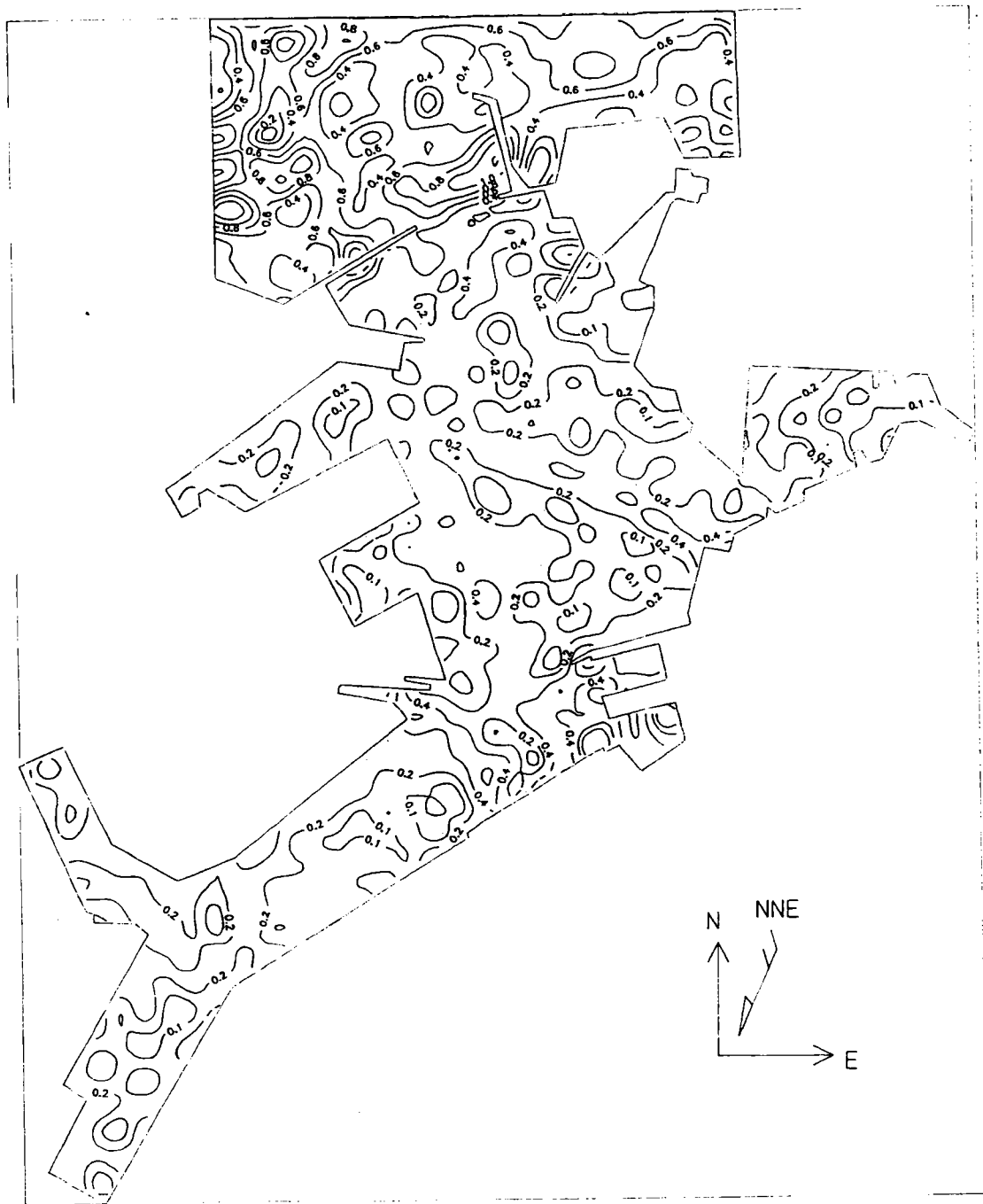


圖46 基隆港第一種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 10.5sec , NNE Direction

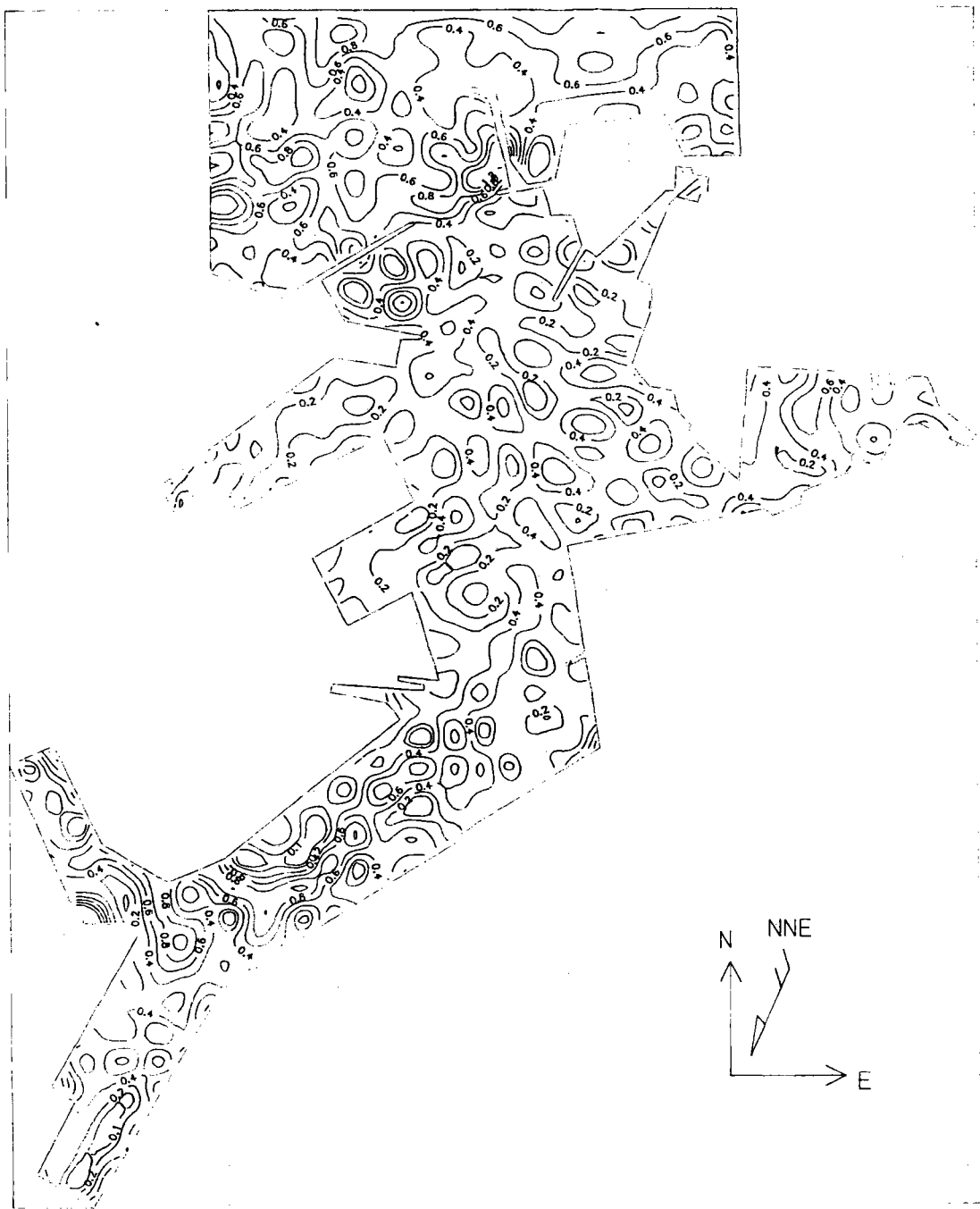


圖47 基隆港第二種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 10.5sec , NNE Direction

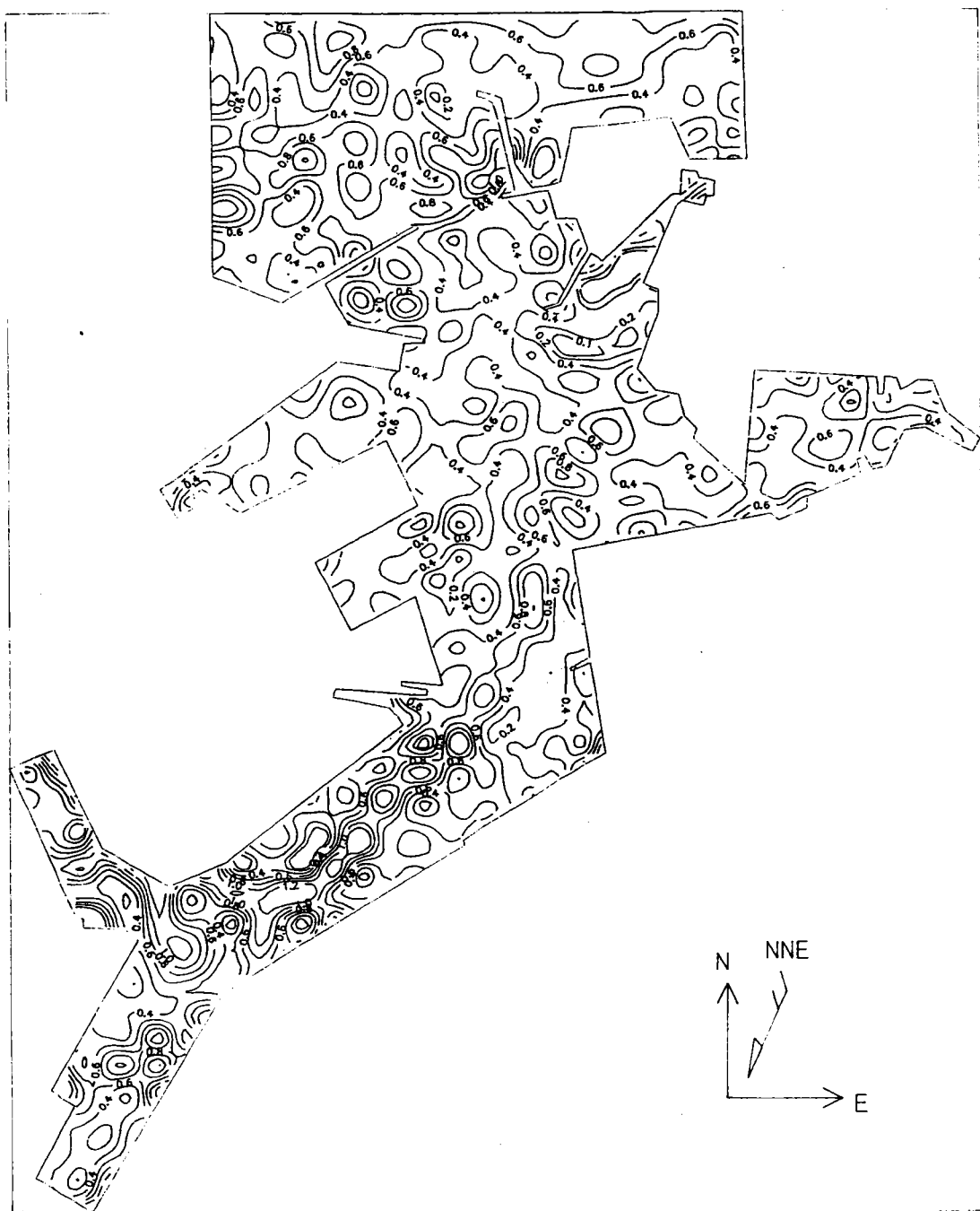


圖48 基隆港第三種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 10.5sec , NNE Direction

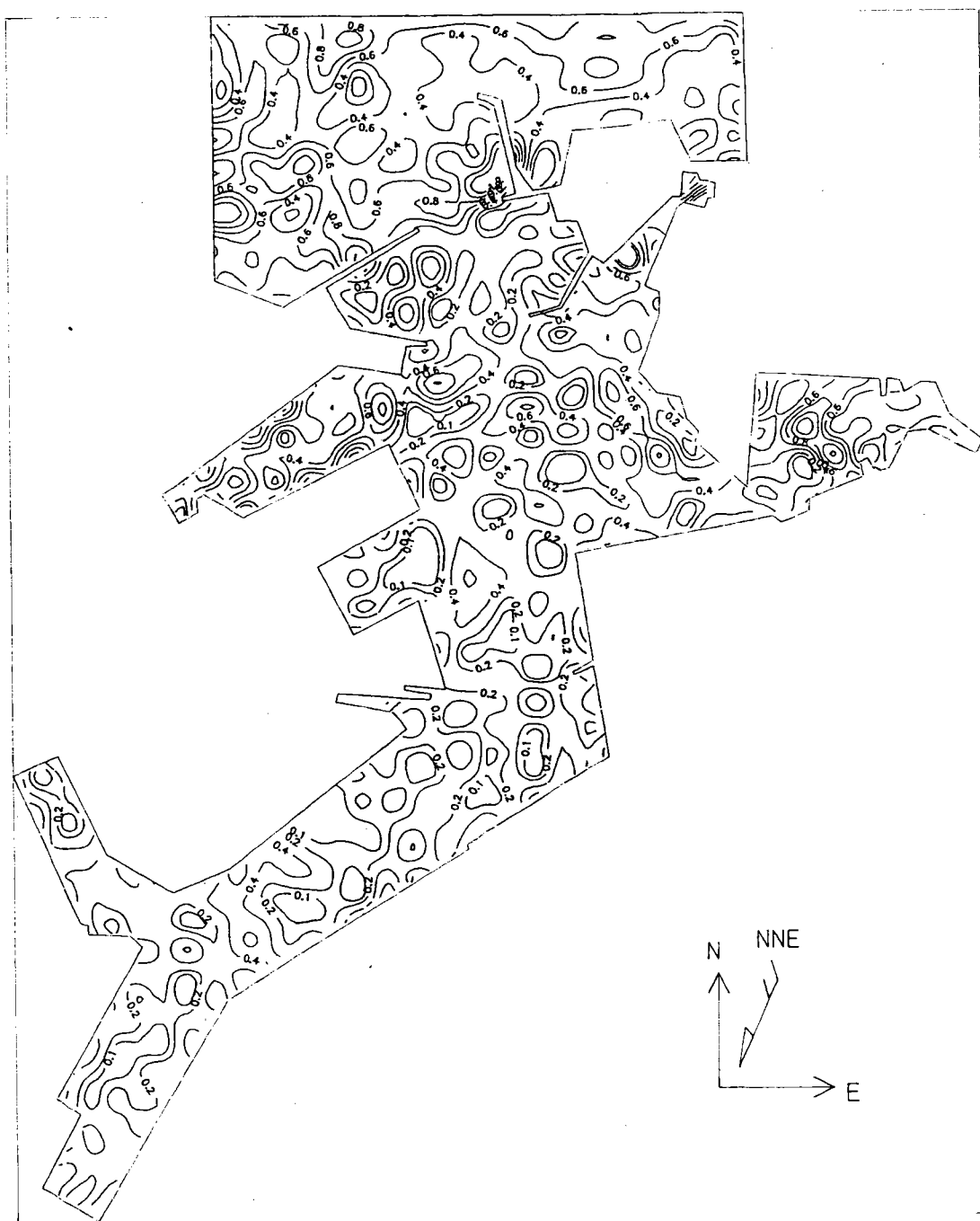


圖49 基隆港第四種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 10.5sec , NNE Direction

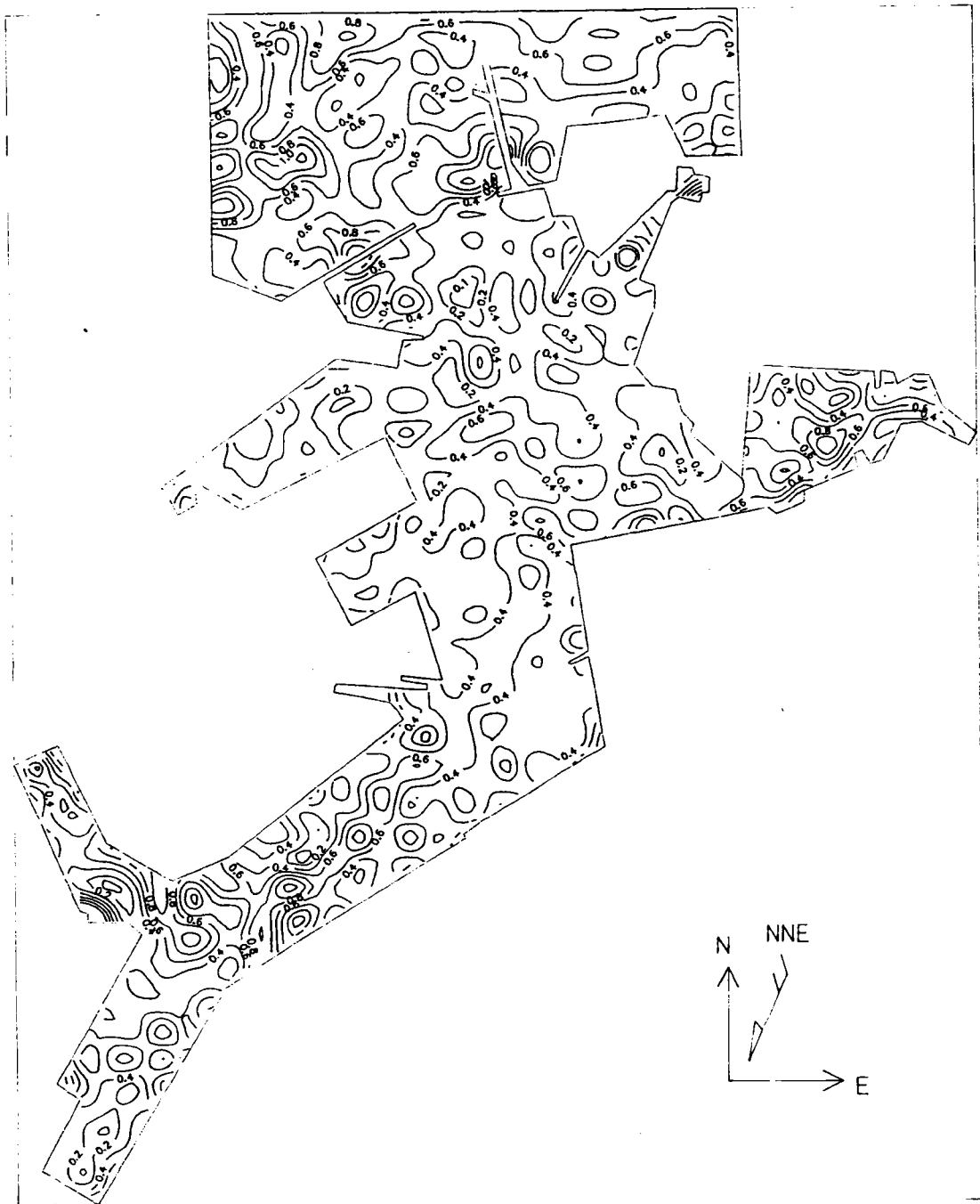


圖50 基隆港第五種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 10.5sec , NNE Direction

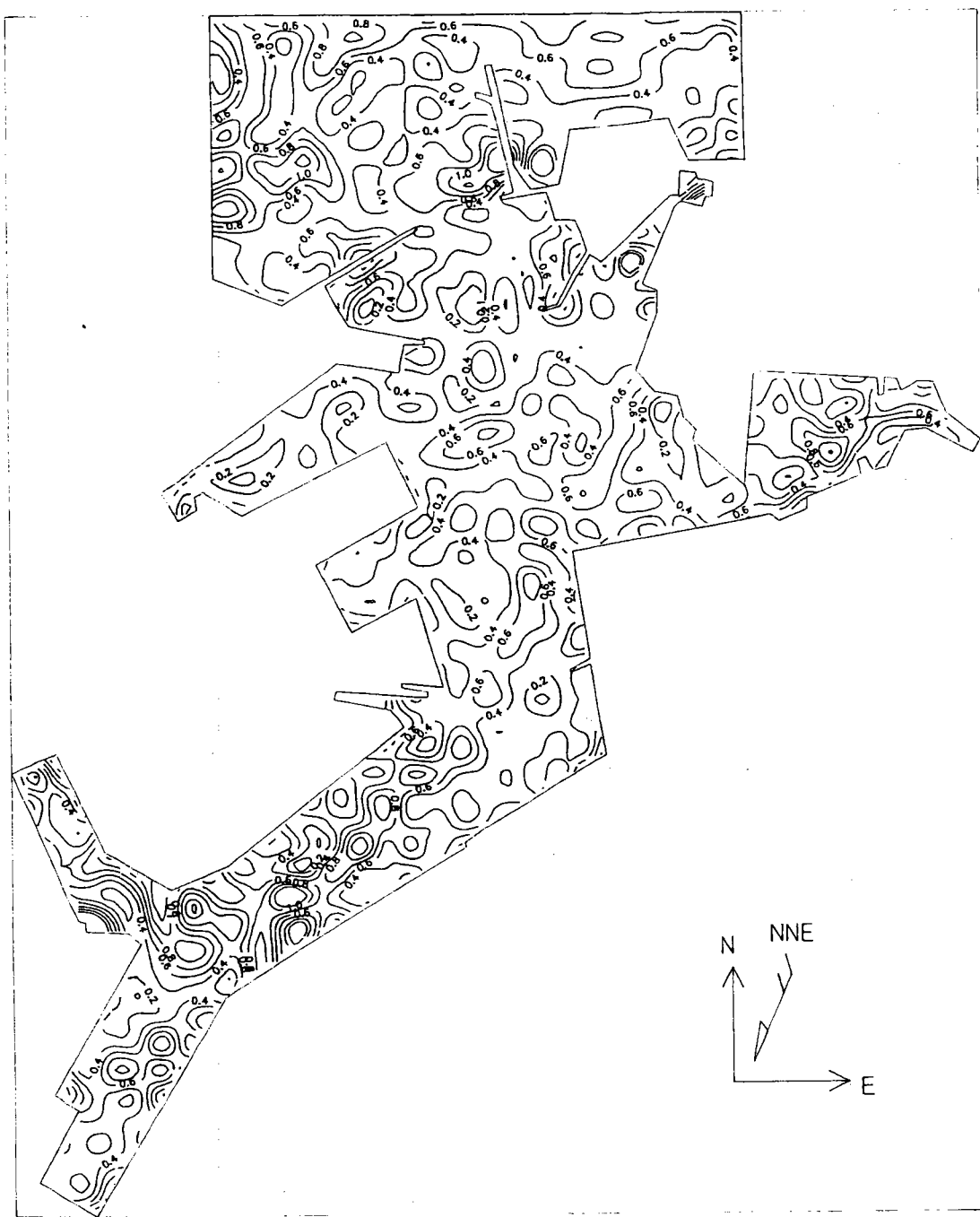


圖51 基隆港第六種配置方案, 季風波浪, NNE向, 週期10.5秒, 港區等波高係數圖

Type-7 , 10.5sec , NNE Direction

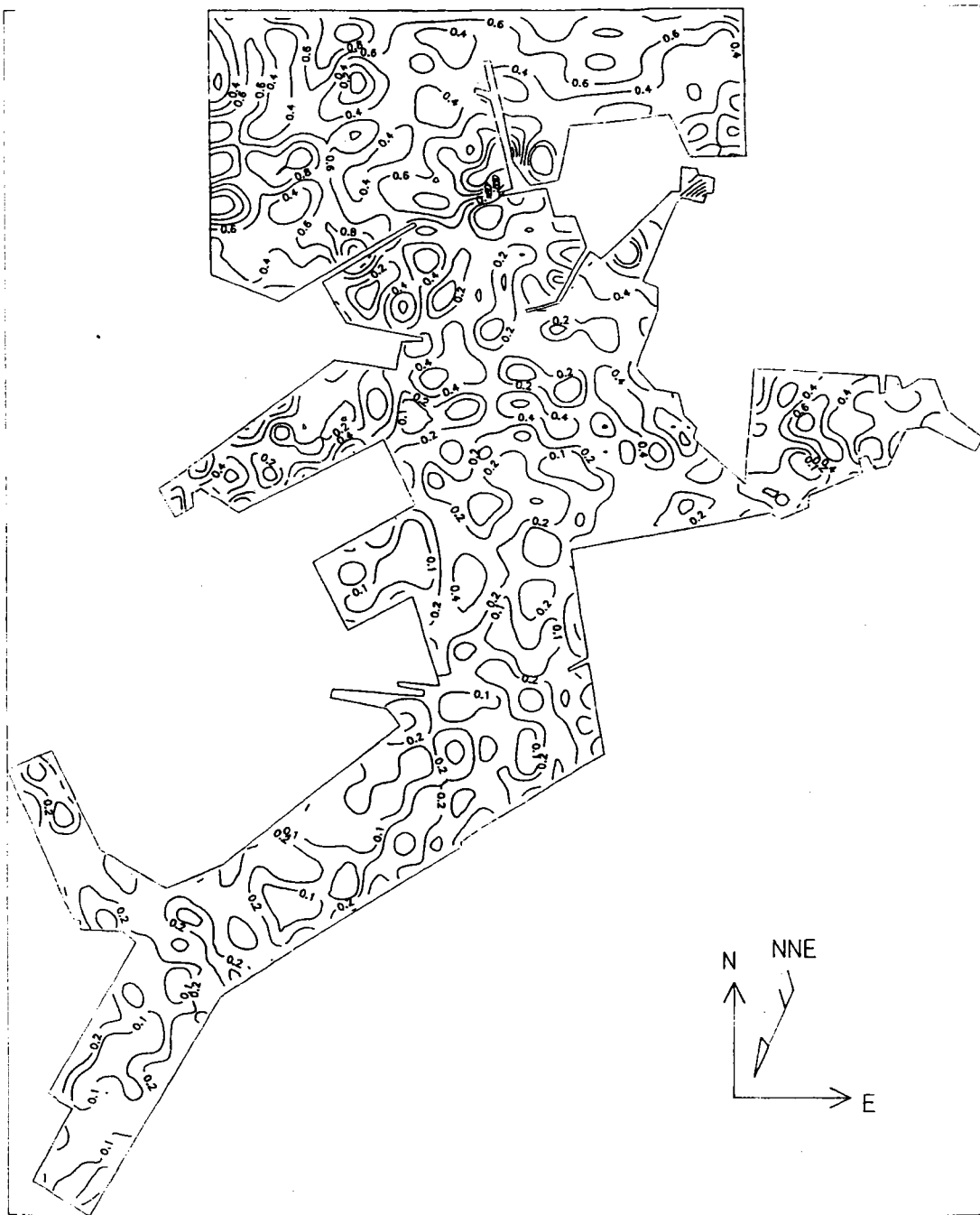


圖52 基隆港第七種配置方案，季風波浪，NNE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 10.5sec , NE Direction

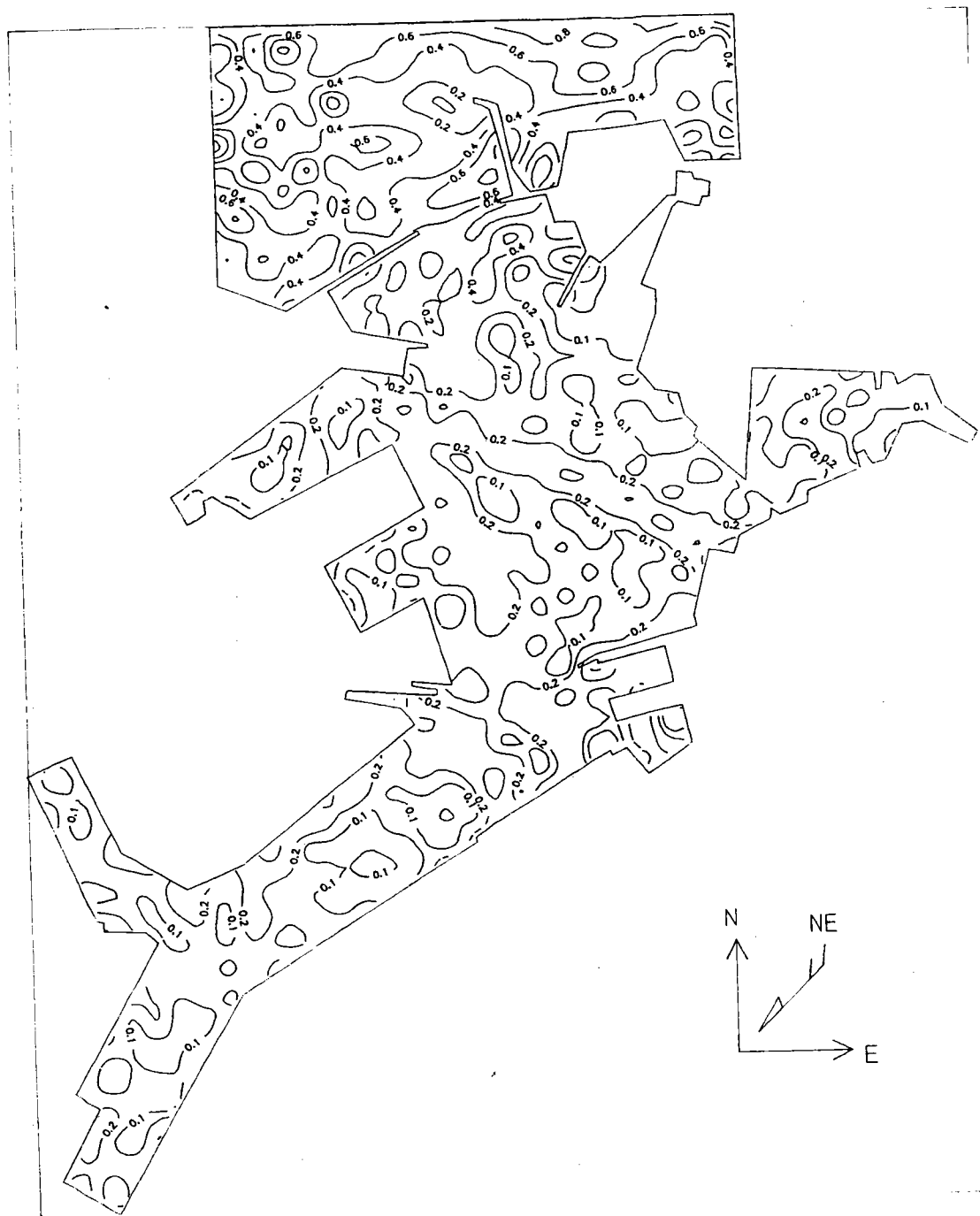


圖53 基隆港第一種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 10.5sec , NE Direction

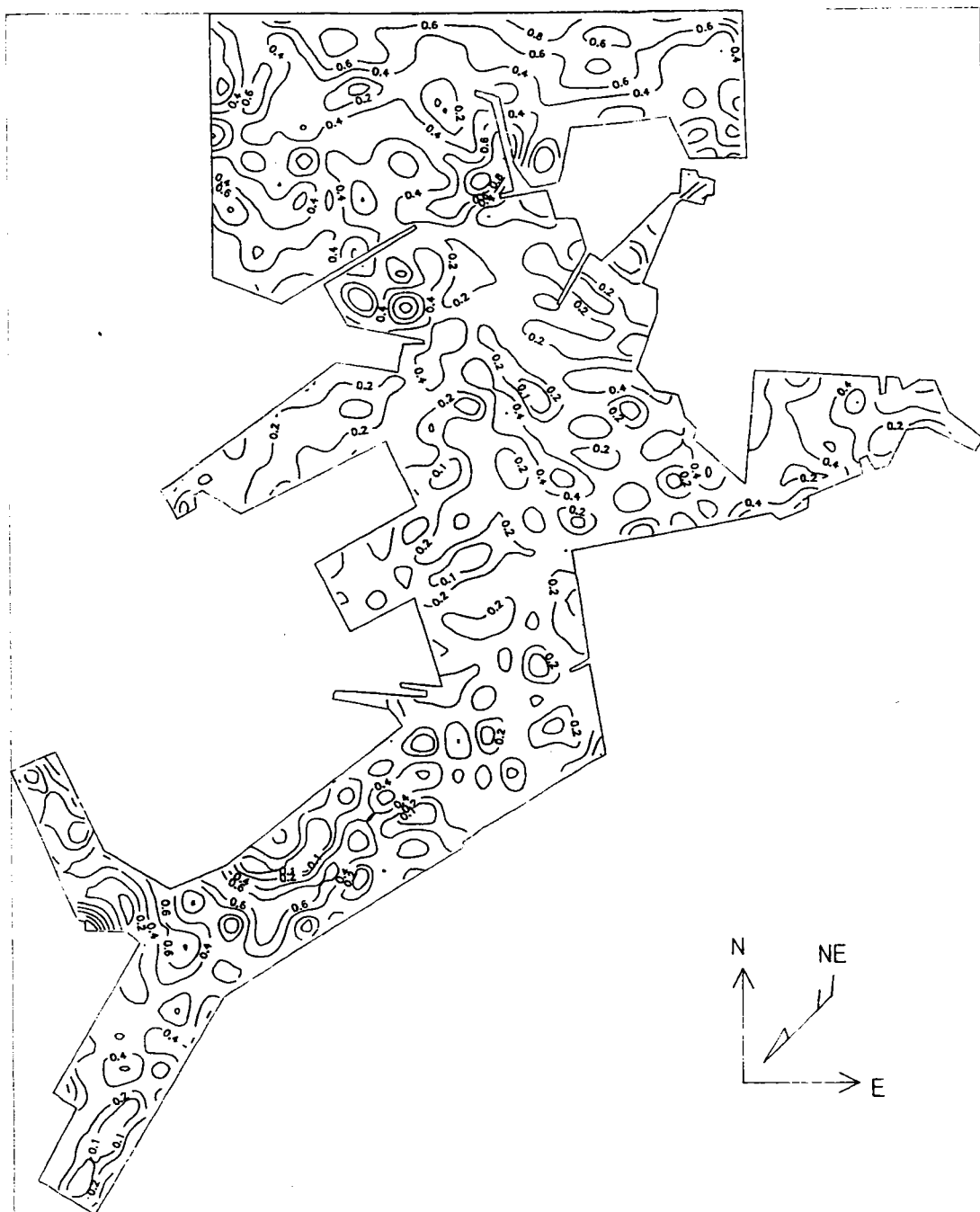


圖54 基隆港第二種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 10.5sec , NE Direction

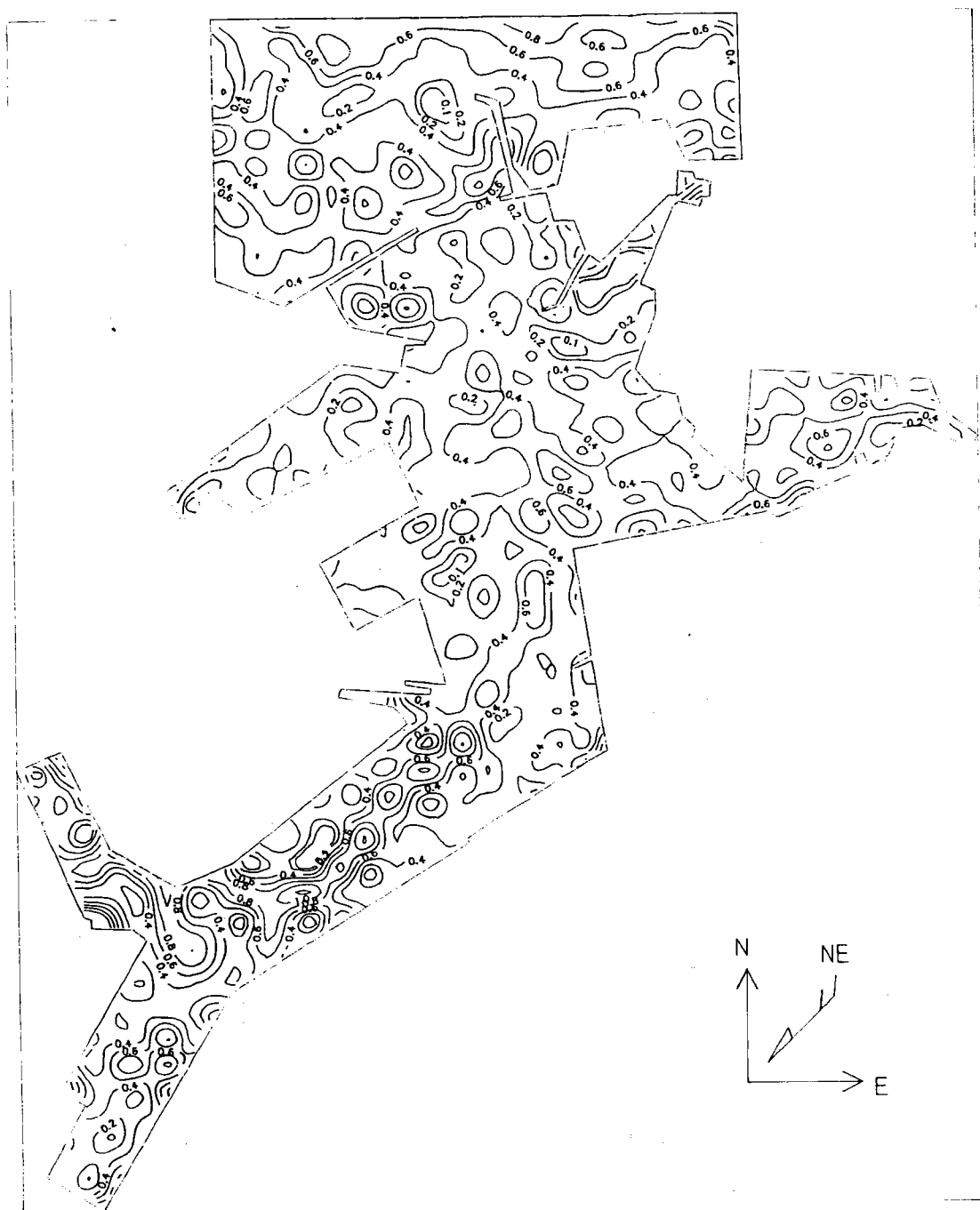


圖55 基隆港第三種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 10.5sec , NE Direction

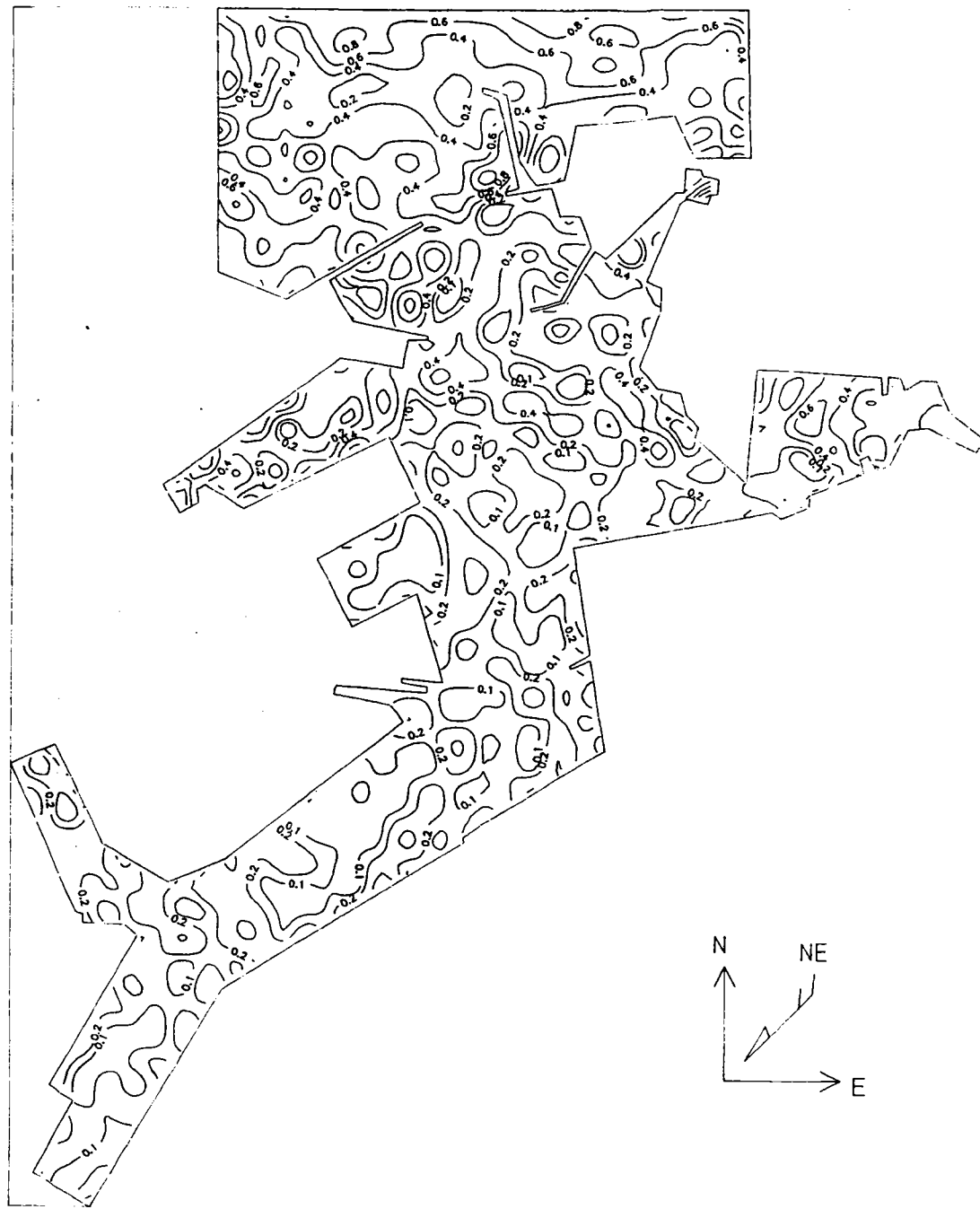


圖56 基隆港第四種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 10.5sec , NE Direction

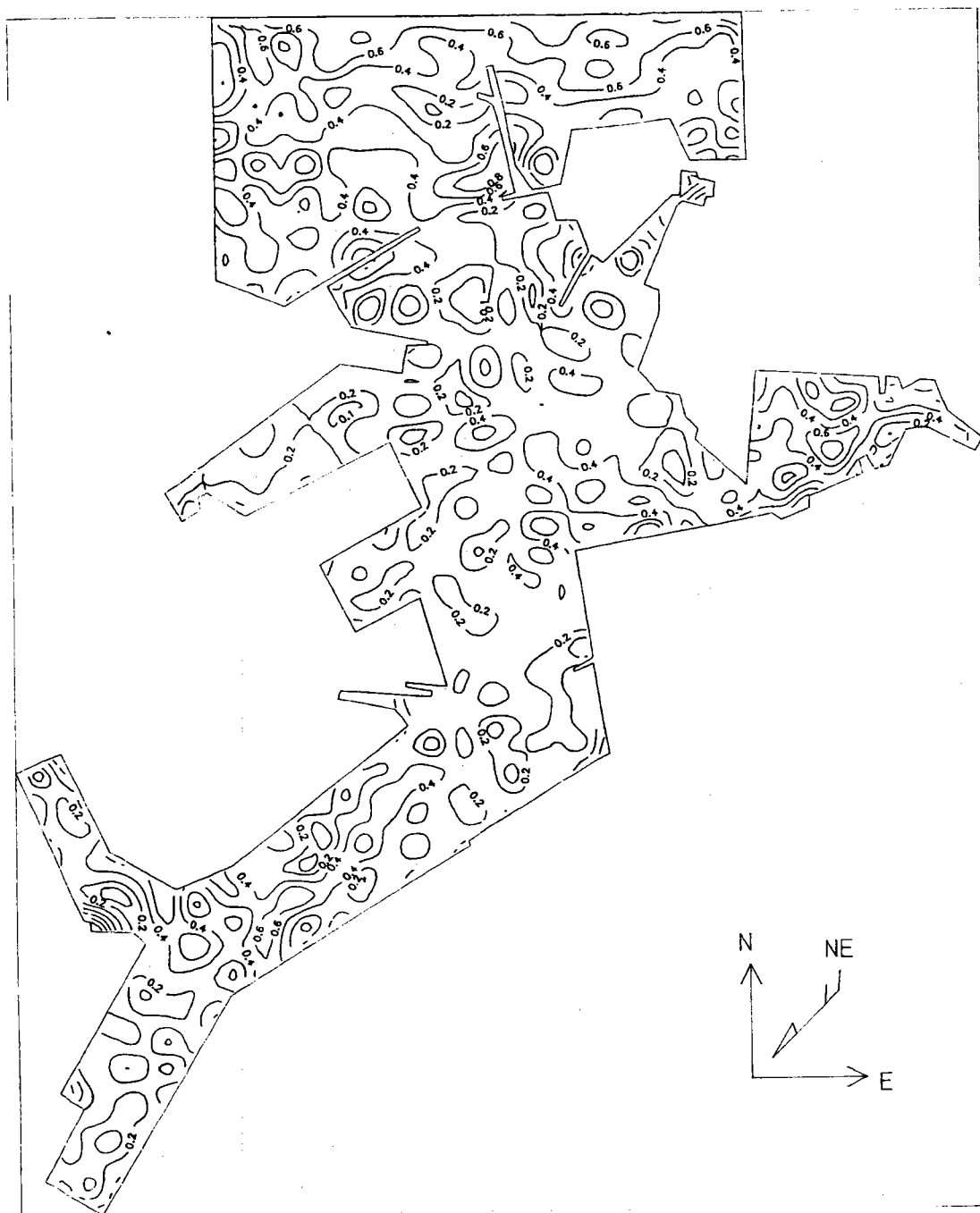


圖57 基隆港第五種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-6 , 10.5sec , NE Direction

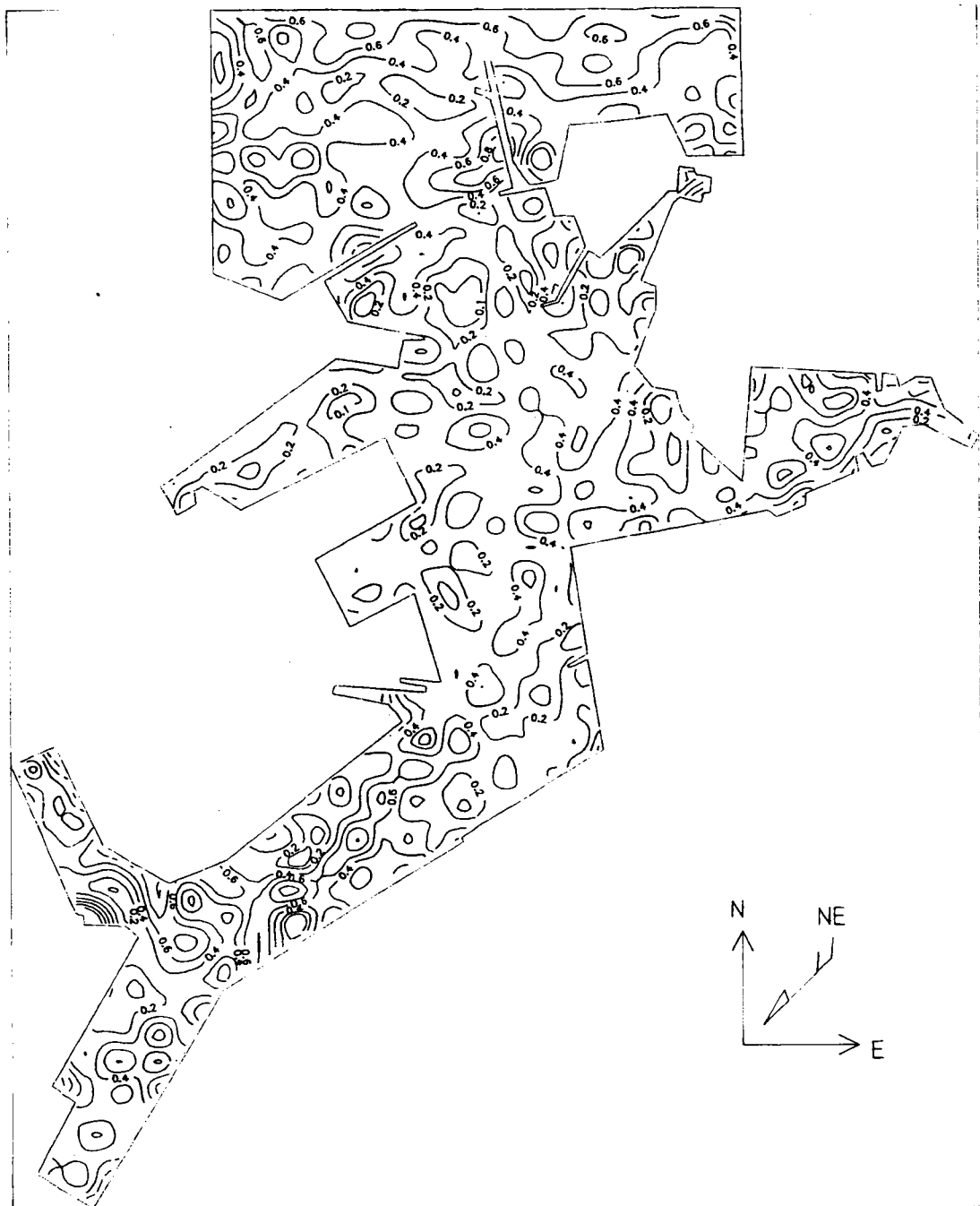


圖58 基隆港第六種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 10.5sec , NE Direction

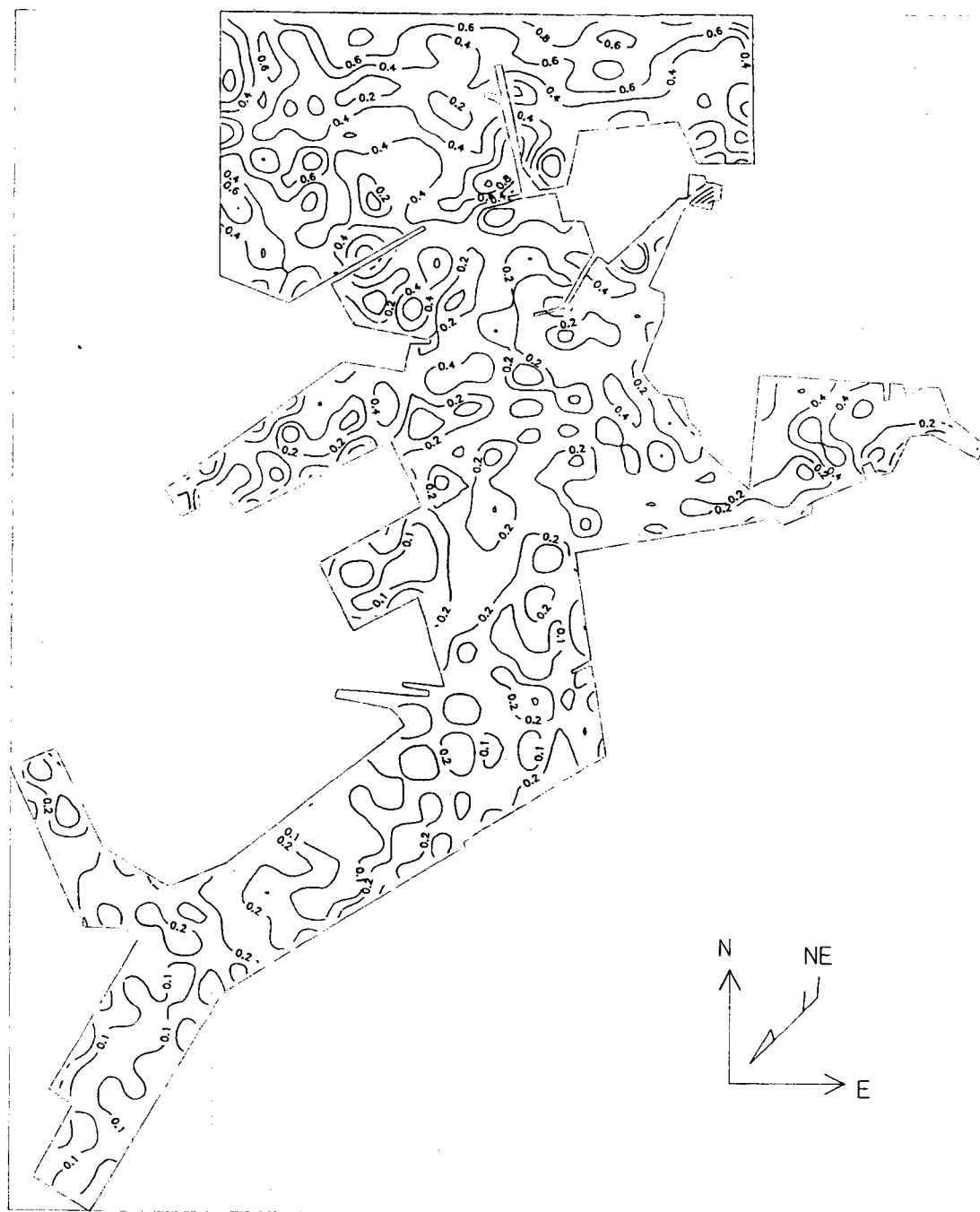


圖59 基隆港第七種配置方案，季風波浪，NE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-1 , 10.5sec , ENE Direction

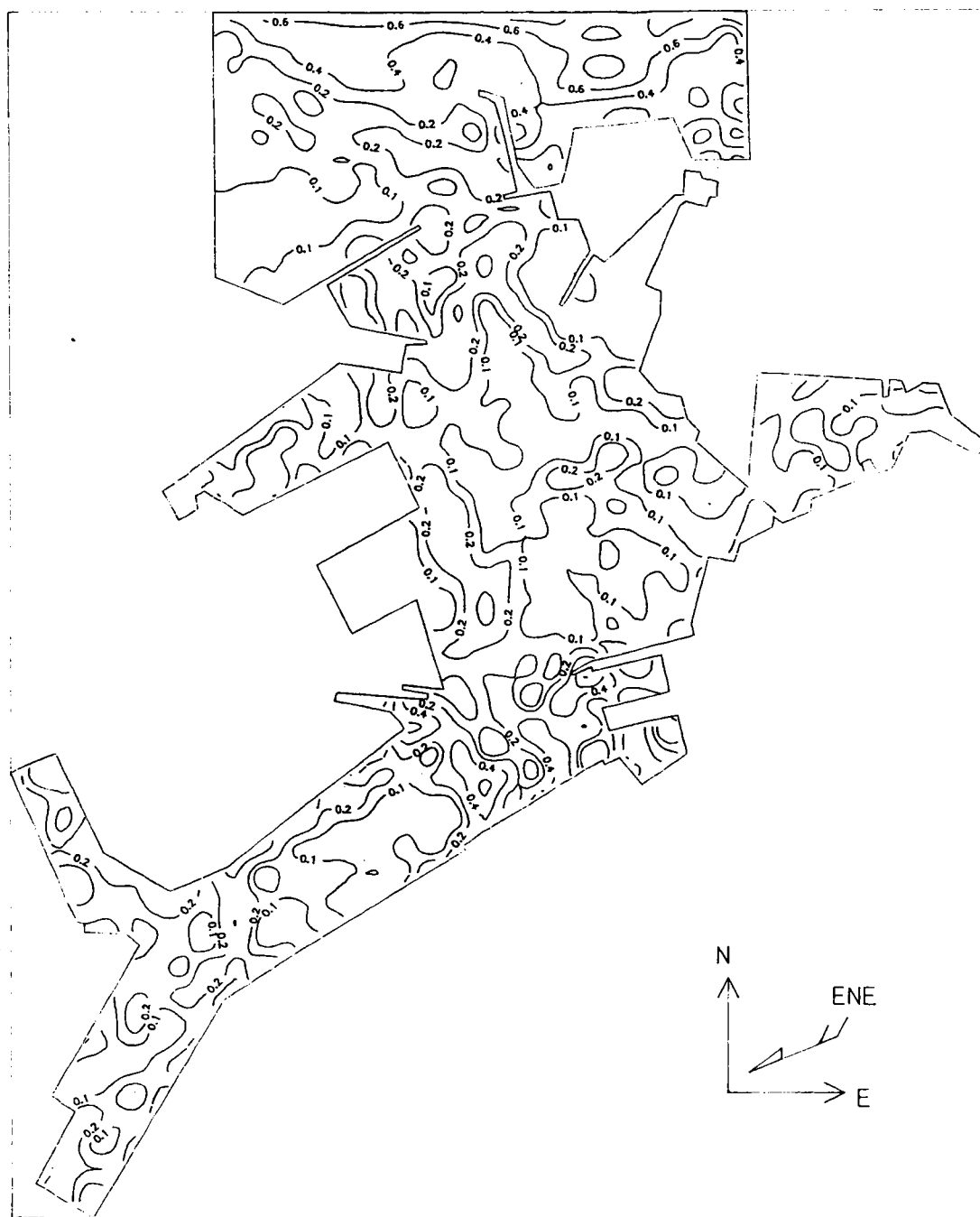


圖60 基隆港第一種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-2 , 10.5sec , ENE Direction

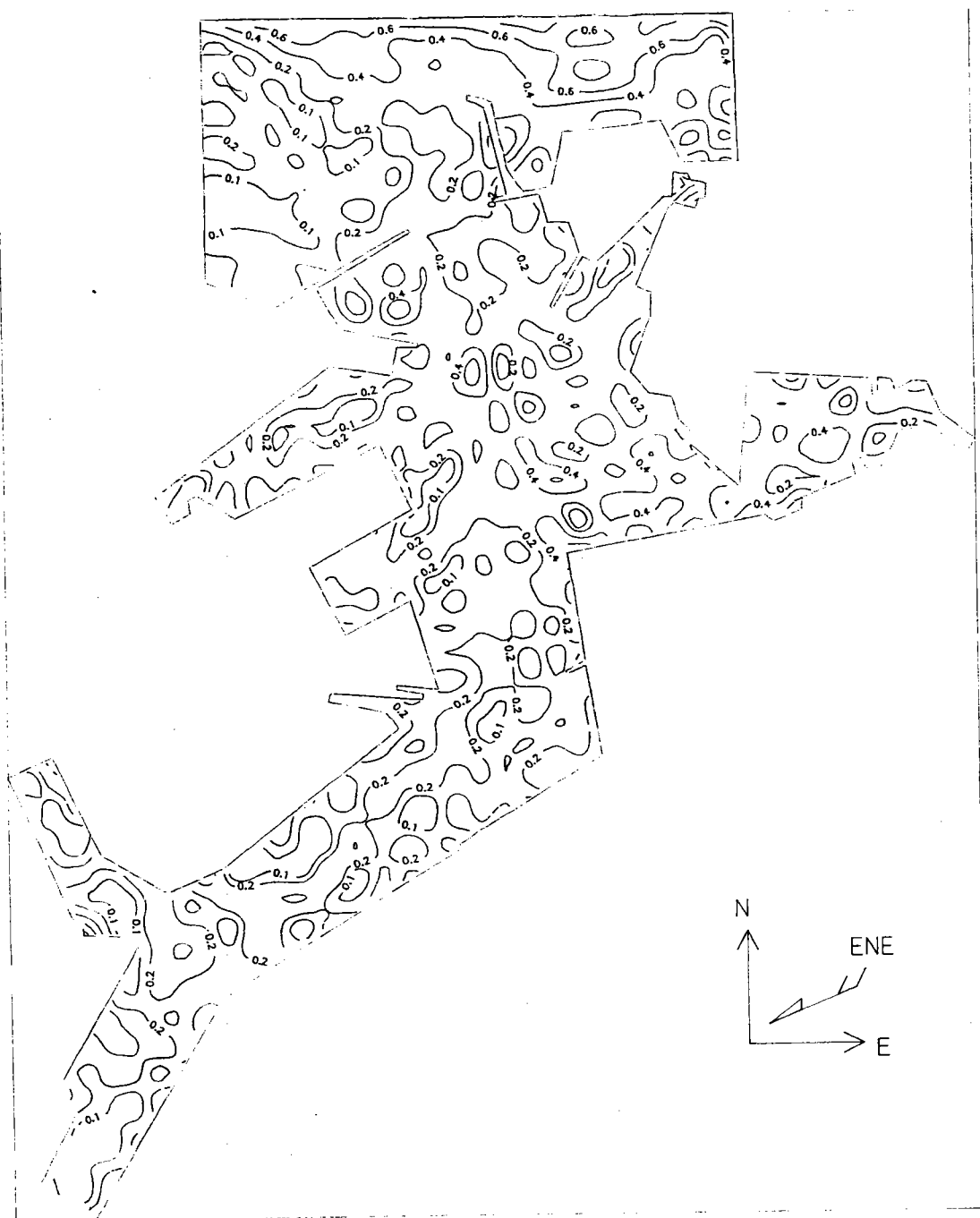


圖61 基隆港第二種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-3 , 10.5sec , ENE Direction

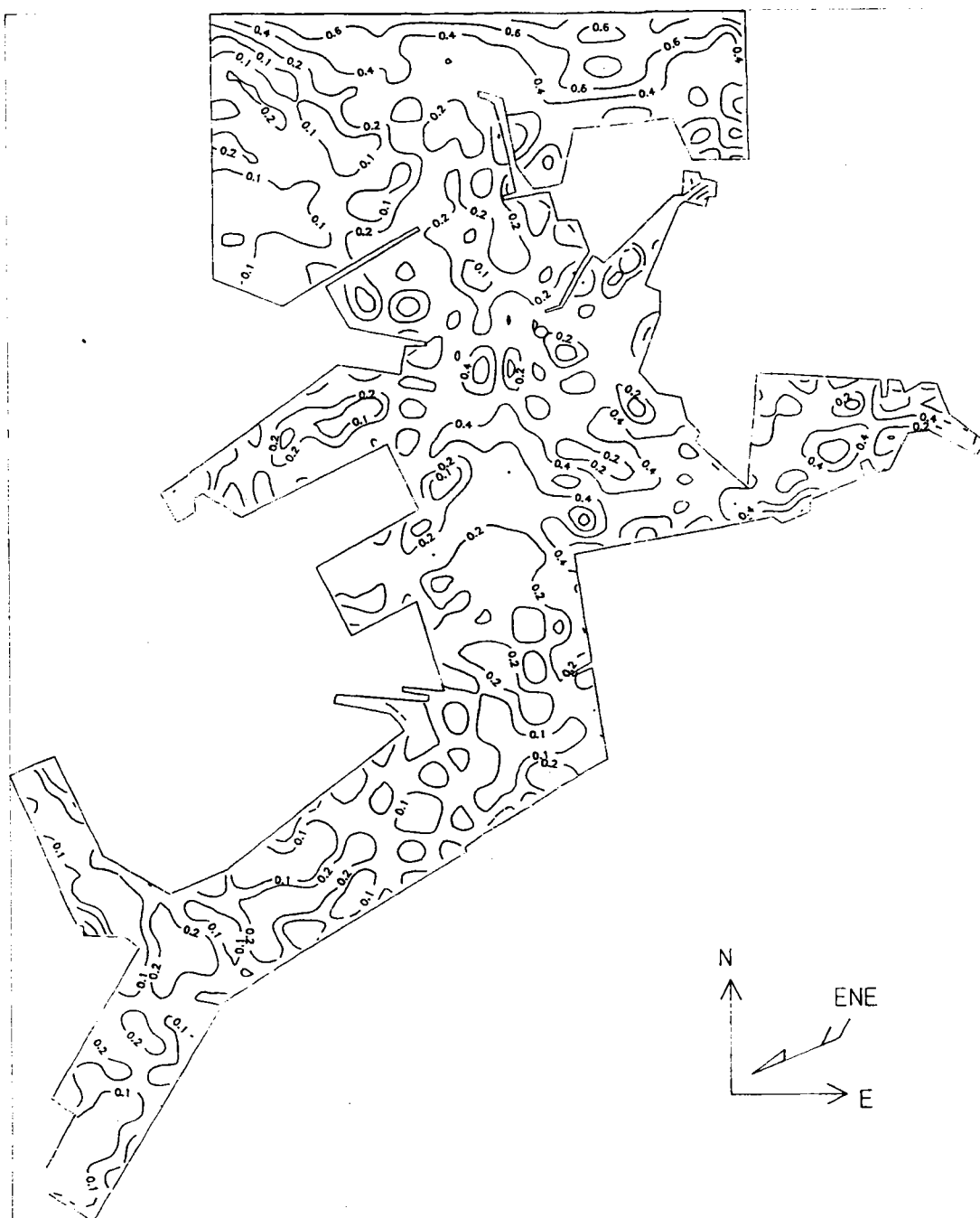


圖62 基隆港第三種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-4 , 10.5sec , ENE Direction

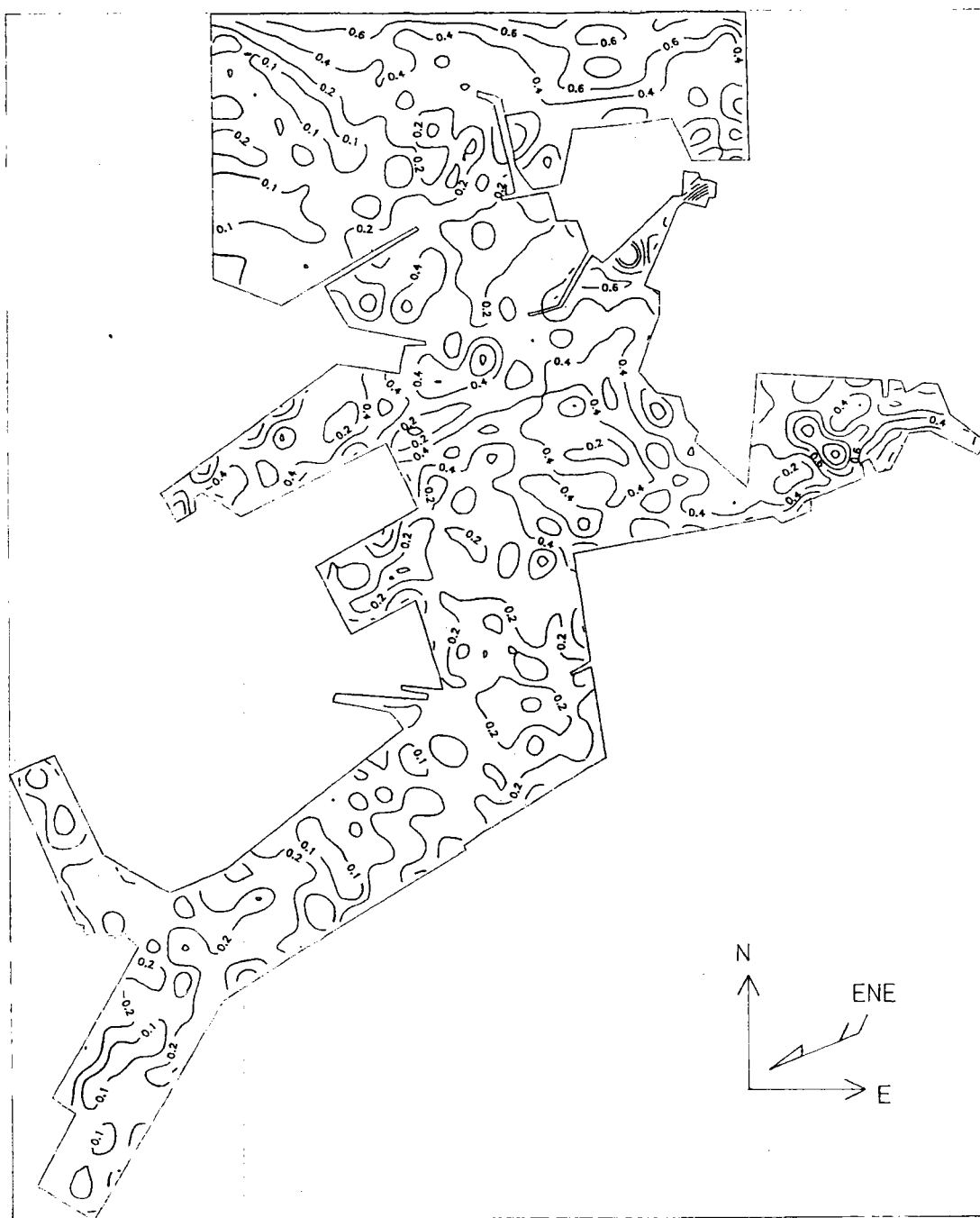


圖63 基隆港第四種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-5 , 10.5sec , ENE Direction

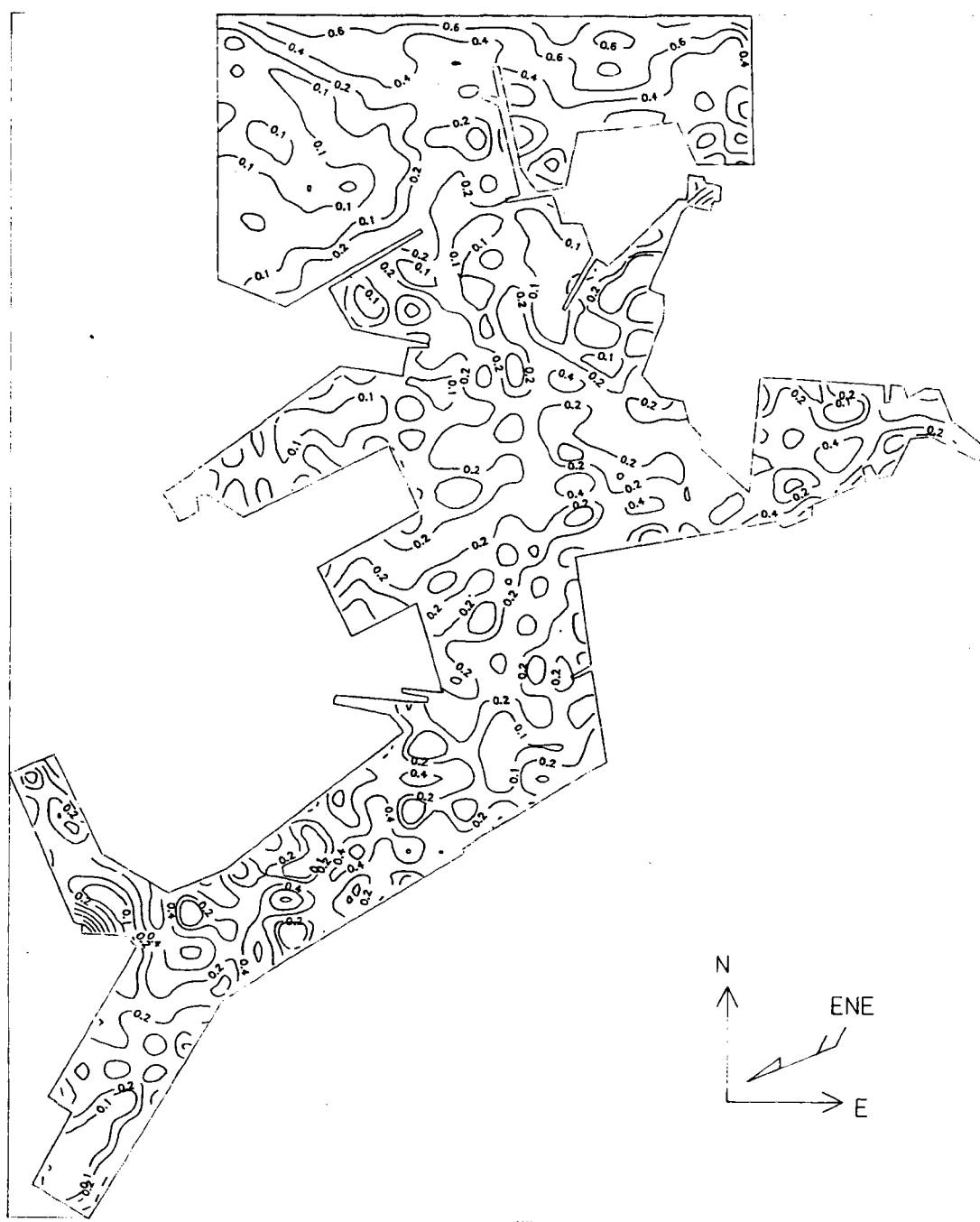


圖64 基隆港第五種配置方案, 季風波浪, ENE向, 週期10.5秒, 港區等波高係數圖

Type-6 , 10.5sec , ENE Direction

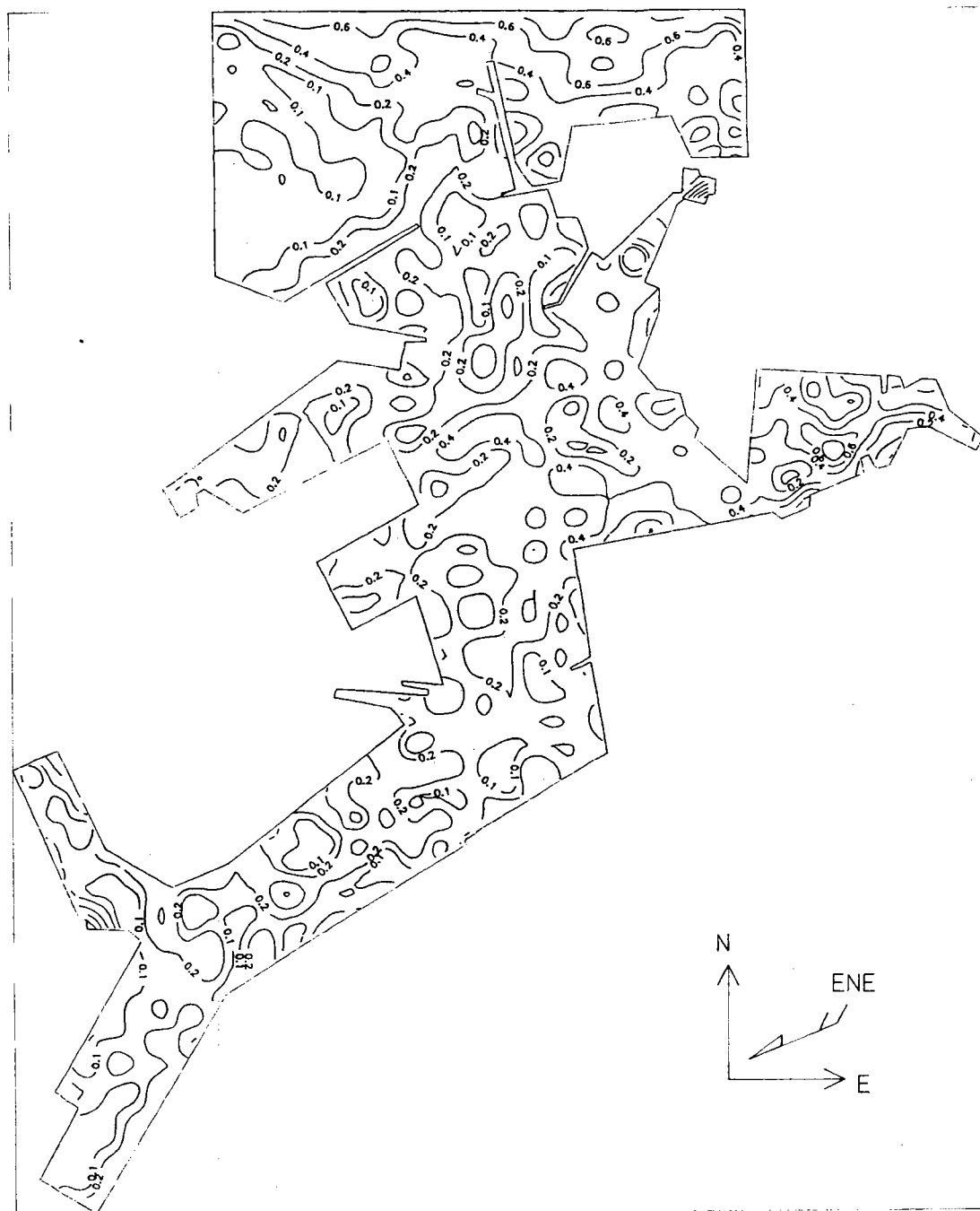


圖65 基隆港第六種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

Type-7 , 10.5sec , ENE Direction

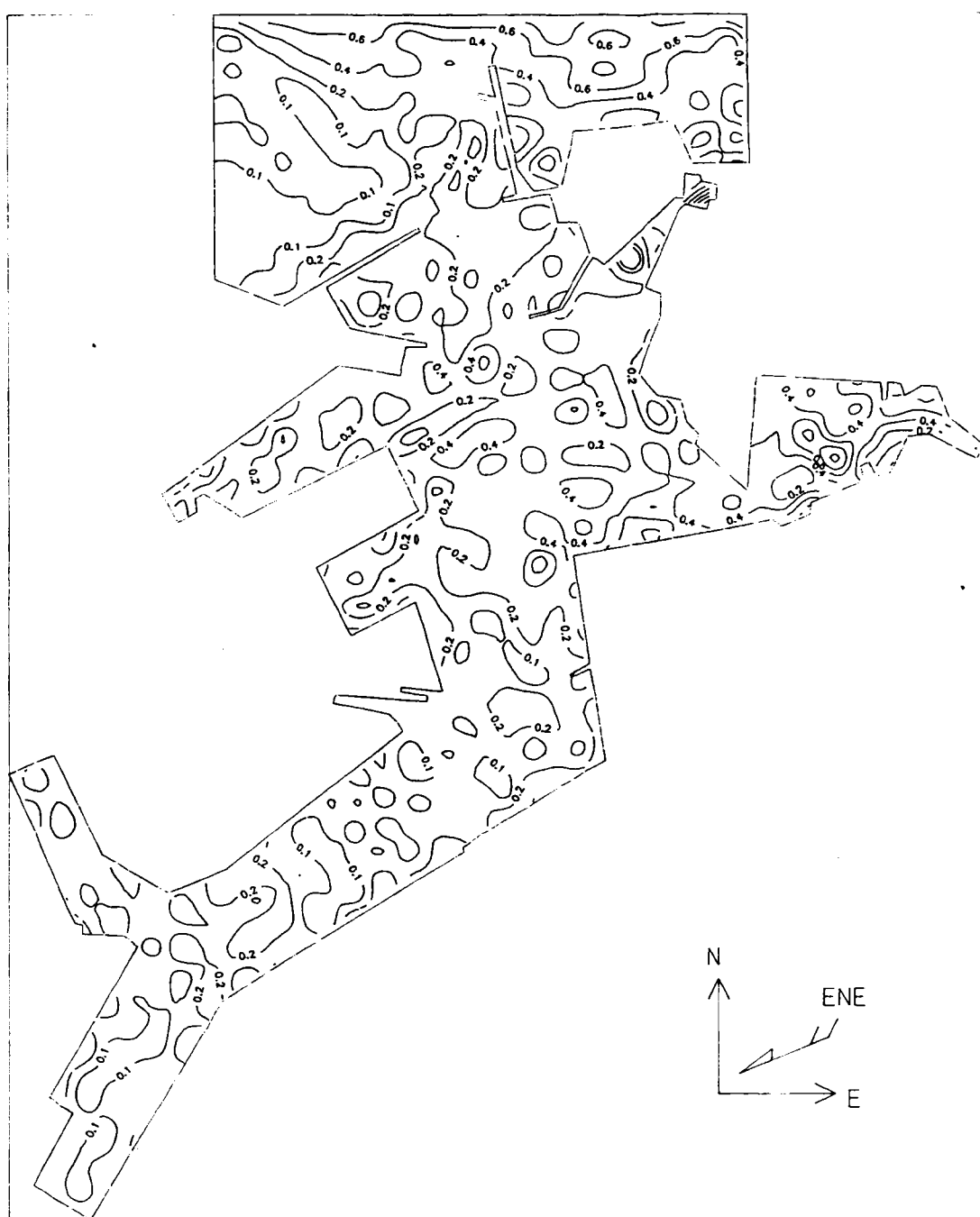


圖66 基隆港第七種配置方案，季風波浪，ENE向，週期10.5秒，港區等波高係數圖

符 號 說 明

a	入射波振幅(amplitude)
a_i	形狀函數 N_i^e 之係數
b_i	形狀函數 N_i^e 之係數
c_i	形狀函數 N_i^e 之係數
c	波速(wave velocity)
C_i^e	e 元素 i 結點之速度, $e=1,2,\dots,n$, $i=1,2,3$
C_g	群速(group velocity)
C_{gi}^e	e 元素 i 結點之群速, $e=1,2,\dots,n$, $i=1,2,3$
$f(x,y)$	波函數(wave function)
$f_o(x,y)$	入射波波函數
$f_r(x,y)$	反射波波函數
$f_s(x,y)$	散射波波函數
$f_t(x,y)$	入射波與反射波波函數之和
$f^e(x,y)$	元素 e 之波函數 $e=1,2,\dots,n$,
$\{f\}_{1 \times n}$	波函數向量
g	重力常數
$h(x,y)$	水深
h_o	等水深
i	$\sqrt{-1}$
I_i	$i=1,2,3,4$ 積分表示式
$J(f)$	泛函數(functional)
k	波數(wave number)
k_o	等水深之波數
K_d	波高係數

$[K_1]_{n \times n}$	係數矩陣
$[K_2]_{m \times m}$	係數矩陣
$[K]_{n \times n}$	係數矩陣
L	波長 (wave length)
Δl_j	人為邊界 ∂A 上元素 j 之長度
m	人為邊界 ∂A 上結點數
N_i^e	元素 e 之形狀, $e=1,2,\dots,n$, $i=1,2,3$
n	計算區總結點數或垂直邊界向外之單位向量
N^i	$C_{\theta i}^e / C_i^e$, $i=1,2,3$
$\{Q_1\}_{m \times 1}$	係數矩陣
$\{Q_2\}_{m \times 1}$	係數矩陣
R	數值計算區域
R_a	人為邊界至原點距離
T	週期 (period)
n_o	入射波水位變化
n	計算區水位變化
σ	週頻率 (radian frequency)
θ_o	入射波角度
θ'_j	人為邊界上 j 結點之角度
Φ	流速勢 (velocity potential)
∂A	人為邊界
∂B	不透水邊界
∂C	無窮遠邊界
Δ^e	元素 e 之面積, $e=1,2,\dots,n$
X_i^e, Y_i^e	元素 e 之座標, $i=1,2,3$, $e=1,2,\dots,n$
δ_{ij}	克郎克函數 (Kronecker delta function)