透水性離岸堤受斜向波浪作用之波能消散研究

Wave Dissipation of a Porous Detached Breakwater under Oblique Wave Attack

主持人　：蘇青和
港灣技術研究所數學模式組
研究員兼組長

協同主持人：歐善惠
國立成功大學水利及海洋工程研究所
教授兼工學院院長

研究人員　：章梓雄
香港大學機械工程系
教授兼系主任

研究助理　：洪憲忠
港灣技術研究所海岸工程組
副研究員

：陳冠宇
港灣技術研究所數學模式組
助理研究員

補助機構　：行政院國家科學委員會
計畫編號　：NSC 82-0209-E-124-002

港灣技術研究所
中華民國八十二年八月

摘 要

本文理論探討不同波浪作用下透水性離岸堤之反射及透性特性。離岸堤之斷面可爲不規則形狀及(或)由數種不同透水性結構物組成。在引用線性波理論及類似聲學(電磁波)理論,並可解析包括斜向波浪作用於透水結構物之消波特性。爲建立較一般性之模式,本文引用邊界元素法解析此複雜邊界值問題,正向波浪作用下邊界值問題其基本解爲對數函數,斜向波浪作用之基本解則爲修正漢克函數。本文之模式與往昔之理論解比較皆得到合理之證明。

ABSTRACT

A theory is formulated to predict wave reflection an transmission at an infinite porous detached breakwater. The breakwater may be a multilayered structure with arbitray cross-section. The linear theory for water waves impinging obliquely on a porous structure is examed, and the plane-wave analysis has analogues in other fields of acoustic wave theory(electromagnetic wave theory). Boundary element method has been applied to solve the boundary value problem. The fundamental solution is natural logarithmic function for the case of normal inident wave , other is modified order Hankel function for the case of oblique wave attack . Comparison between numerical and theoretical results show reasonable agreement.

透水性離岸堤受斜向波浪作用之波能消散研究

目 錄

摘要 i
ABSRACT ii
目錄 iii
圖目錄 iv
符號說明 v
壹、前言 1
貳、理論解析 5
參、邊界元素法模式 22
肆、透水性離岸堤之波能消散 37
伍、討論及結論 45
參考文獻 46
誌謝 50

圖 目 錄

圖2-1透水性離岸堤側視示意圖 5
圖2-2透水性離岸堤上視示意圖 8
圖3-1梯形透水性離岸堤側視示意圖 22
圖3-2長方形透水性離岸堤區域分割結點編號示意圖 34
圖3-3正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)無因次波數k_0h與反射係數C_r之相關圖 . 35
圖3-4正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖 . 35
圖3-5斜向波浪作用下($\theta_0 = 20^0$)無因次波數k_0h與反射係數C_r之相關圖 36
圖3-6斜向波浪作用下($\theta_0 = 20^0$)無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖 36
圖4-1正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)不同斜度梯形斷面離岸堤無因次波數k_0h與反射係數C_r相關圖 38
圖4-2正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)不同斜度梯形斷面離岸堤無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖 38
圖4-3拋石堆透水性離岸堤側視示意圖 39
圖4-4拋石堆透水性離岸區域分割結點編號示意圖 39
圖4-5斜向波浪作用下($\theta_0 = 10^0$)雙層透水性離岸堤無之因次波數k_0h與反射係數C_r相關圖 44
圖4-6斜向波浪作用下($\theta_0 = 10^0$)雙層透水性離岸堤無之因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖 44

符 號 說 明

a	:	入射波振幅
A	:	入射波函數ϕ_0之振幅
A_m	:	均勻長方形透水性離岸堤內透過消散進行波函數振幅, m=1,2,3....
b	:	係數如(2.48)式
B_m	:	均勻長方形透水性離岸堤內反射消散進行波函數振幅, m=1,2,3....
C_M	:	附加質量係數
C_0	:	無因次波浪影響參數,$C_0 = g/\sigma^2 h$
C_f	:	亂流阻尼係數
C_{p1}	:	透水性離岸堤前水域之無因次波壓係數如(2.46b)式
C_{p2}	:	透水性離岸堤後水域之無因次波壓係數如(2.47b)式
C_r	:	透水性離岸堤前反射係數
C_t	:	透水性離岸堤後透射係數
d	:	均勻長方形透水性離岸堤厚度二分之一寬度
d^*	:	無因次透水性離岸堤厚度,$d^* = (2d/h)\overline{K}_1 h$
d_1	:	離岸堤址至原點距離
d_2	:	離岸堤址至堤面與平均水平面交界點距離
d_3	:	離岸堤背面堤與平均水平面交界點距離
d_4	:	離岸堤背面堤與平均水平面交界點至背面之堤址距離
D_1	:	離岸堤前水域之無因次振幅係數如(2.44b)式
D_2	:	離岸堤後水域之無因次振幅係數如(2.45b)式
$E_m^{\pm}$	:	係數如(2.33c)式
f	:	均勻長方形透水性離岸堤之摩擦係數
f_j	:	區域R_j之摩擦係數
g	:	重力加速度
$G^{(0)}(r)$	:	green函數如(2.49)式
$[G_e]$	:	區域R_j之$N_e \times N_e$係數矩陣如(3.2b)式
$[G_e]_{ij}$	:	係數矩陣$[G_e]$之元素, i,j = 1,2,...N_e
$[G_{ij}]$	:	邊界S_{ij}上$N_{ij} \times N_{ij}$係數矩陣
h	:	平均水深
$[H_e]$	:	區域R_j之$N_e \times N_e$係數矩陣如(3.2a)式

$[H_e]_{ij}$: 係數矩陣$[H_e]$之元素, i,j = 1,2,...N_e

$[H_{ij}]$: 邊界S_{ij}上$N_{ij} \times N_{ij}$係數矩陣

i : $\sqrt{-1}$

k_0 : 波數

$\overline{k}_0$: 修正波數,$\overline{k}_0 = k_0 \cos\theta_0$

k_n : 水域之特徵值n=1,2,3..

k'_n : 水域之特徵值n=1,2,3..

$\overline{k}_n$: 水域之特徵值n=1,2,3..

K_m : 均勻長方形透水性離岸堤之特徵值m=1,2,3...

$\overline{K}_m$: 均勻長方形透水性離岸堤之特徵值m=1,2,3...

K_{mr} : K_m之實部m=1,2,3...

K_{mi} : K_m之虛部m=1,2,3...

K_p : 透水性離岸堤之透水度

L_0 : 入射波波長

M_{mm} : 係數如(2.33b)式m=1,2,3...

n : 垂直邊界向外之單位向量;編號n=1,2,3.. ;
透水性離岸堤內分區總數

n_j : 區域R_j邊界向外之單位向量

N_{mm} : 係數如(2.33a)式m=1,2,3...

p_j : 區域R_j波壓$p_j(x,z)$

P_j : 區域R_j波壓$P_j(x,y,z,t)$

$\{P_e\}$: 區域R_j邊界上波函數法線分量之向量($N_e \times 1$)

$\{P_e\}_j$: 向量$\{P_e\}$之元素, j = 1,2,...N_e

$\{P_{jk}\}$: 邊界S_{jk}上波函數法線分量之向量($N_{jk} \times 1$)

$\{Q_e\}$: 區域R_j邊界上波函數之向量($N_e \times 1$)

$\{Q_e\}_j$: 向量$\{Q_e\}$之元素, j = 1,2,...N_e

$\{Q_{jk}\}$: 邊界S_{jk}上波函數之向量($N_{jk} \times 1$)

s : 均勻長方形透水性離岸堤之慣性係數

s_j : 區域R_j之慣性係數j=1,2...

S_j : 區域R_j之整個外圍邊界j=1,2..

S_{jk} : 區域R_j與區域$R_k(j \neq k)$之介面j,k=1,2..

S_{jj} : 區域R_j在不透水地面之邊界j=1,2..

S_{j0} : 區域R_j在自由表面之邊界j=1,2..

T : 週期(Period)

T_0 : 離岸堤後水域之透過波函數振幅如(2.23)式

T_{0i} : 係數T_0之虛部

T_{0r} : 係數T_0之實部

T_n : 離岸堤後水域之透過消散波函數振幅如(2.24)式 n=1,2,3...

$\vec{U}_{js}$: 區域R_j滲流速度j=1,2...

$\vec{U}_j$: 區域R_j速度$\vec{U}_j(\vec{U}_j = \varepsilon_j \vec{U}_{js})$ j=1,2..

x : x軸

$\overline{x}_0, \overline{x}$: 平面點$(x_0, y_0), (x, y)$

$\overline{x}_i$: 第i個節點(x_i, y_i)

$\overline{x}'_j$: 第j個元素上之任一點(x'_j, y'_j)

X_0 : 離岸堤前水域之反射波函數振幅如(2.19)式

X_{0i} : 係數X_0之虛部

X_{0r} : 係數X_0之實部

X_n : 離岸堤前水域之反射消散波函數振幅如(2.20)式 n=1,2,3...

y : y軸

z : z軸

β : 邊界之內角

γ : 阻抗係數(impedence),$\gamma = f + is$

γ_j : 區域R_j阻抗係數,$\gamma_j = f_j + is_j$ j=1,2..

δ_{ij} : 克郎克函數(Knonecker delta function)

ε : 均勻長方形透水性離岸堤之孔隙率

ε_j : 區域R_j孔隙率

η_0 : 入射波水位變化

η_j : 區域R_j水位變化j=1,2...

θ_0 : 入射波角度

$\Theta_0^{(1)}$: 修正第一類第零階漢克函數

κ_1 : 離岸堤前水位變化η_1與入射波相位差

κ_2 : 離岸堤後水位變化η_2與入射波相位差

κ_r : 離岸堤前反射波與入射波相位差

κ_t : 離岸堤後透射波與入射波相位差

ν : 流體運動滯性係數

ρ : 水密度

σ	:	入射波週頻率
ϕ_0	:	入射波波函數
ϕ_j	:	區域R_j波函數j=1,2...
ϕ_r	:	離岸堤前反射波函數
ϕ_{1s}	:	離岸堤前反射散射波
ϕ_t	:	離岸堤後透過波
$\phi_{n+4,s}$	:	離岸堤後透過散射波
ϕ_{3l}	:	離岸堤內向左之透過消散進行波
ϕ_{3r}	:	離岸堤內向右之透過消散進行波
Φ_0	:	入射波流速勢(velocity potential)
Φ_j	:	區域R_j流速勢j=1,2...
Φ_{10}	:	$\Phi_1 - \Phi_0$
Ω	:	多孔牆之可穿透度

壹、前 言

海岸工程常以透水結構物安置於港池內壁、防波堤、離岸堤、突堤，以減低港池、港口及海岸線受波浪之作用，在試驗室也利用透水結構物以消減不必要之反射波。一般透水結構物之波能消散、反射或穿透等特性，受水深、波浪之波高、週期、尖銳度、入射波方向等條件影響，而結構物之幾何形狀、孔隙率、穿透率、材料持性等也是重要因素。而這些因素也決定結構物本身所受波力、穩定度、波浪溯上、越波等物理特性。

Jarlan (1961，1965)可能爲最早探討多孔牆式防波堤引起波浪能量消散問題，其引用聲學原理解析固定式多孔牆消波，並配合實驗印證，發現反射係數之主要影響因素爲波浪尖銳度，而與水槽寬度及系統頻率關係不甚明顯。Richey及Sollitt (1970)則引用Jarlan之防波堤原理進一步深入探討其消波特性。Terrett et al. (1968)引用長波理論及試驗探討多孔牆之消波效果指出，消波室(由多孔牆與不透水直立壁組成)寬度等於波長四分之一加上半波長之倍數時，消波效果最佳，而在寬度爲半波長之倍數時完全失去消波作用。

Chwang (1983)探討薄均勻多孔板水平振動產生之重力自由波特性，考慮多孔板造波機放置於等水深無限長水槽中央之情況，解析結果指出，其波浪特性與Havelock (1929)，Biesel及Suquet (1951)，Ursell et al. (1960)等學者解析不透水造波板產生之波浪，不但在水位變化不同，板前波壓分佈狀況也不相似。多孔板之重要特性爲滿足達西定律(Darcy's law) (Taylor，1956)，通過多孔板之流速與薄板兩側壓力差成正比關係。Chwang及Li (1983)應用上述線性多孔板造波機理論，解析放置於半無限長水槽末端之活塞式多孔板造波機所產生之小振幅波特性，並提出波浪捕捉(wave-trapping)現象及描述多孔板特性之多孔影響參數G_0(porous-effect parameter)。Chwang及Dong (1984)進一步探討波浪捕捉現象，在考慮上述多孔板放置於半無限長水槽近末端處，他們發現在多孔板與槽端不透水直立壁間之距離等於四分之一波長加上半波長倍數時，板前反射係數最小，此時若多孔影響參數G_0等於1時，反射係數爲零，反射波完全消失，此研究顯示多孔板及直立壁形成之消波室具有消波特性。以上分析顯示Chwang (1983)之多孔板理論，在引用多孔影響參數G_0，可簡易清楚的描述其消波特性。

Twu及Lin (1991)引用Chwang (1983)之多孔板理論，解析多片孔隙板置

於半無限長等水深水槽，對線性波波形及波壓之影響。並以金屬網及海綿網作爲多孔板材料，在試驗室對反射係數之特性得到合理之印證，並進一步驗證多孔板之消波特性。有關多層多孔板之消波能力，Jamieson及Mansard (1987)利用一系列多孔板進行試驗，也證明可消滅大部分入射波波能，使反射係數達0.05以下。

Chwang et al. (1989)推廣消波室之消波功能，提出近似封閉式消波室之多孔岸壁(porous-wall)觀念，假設消波室爲靜水區(動壓力視爲零)，探討剛性水面型態多孔岸壁之波浪反射特性。他們發現在垂直入射波作用下，壁前之反射係數甚小，而與消波室寬度無關，僅與多孔影響參數G_0之值有關；當多孔影響參數G_0等於1，即入射波波速等於特徵波速時，反射波完全消失。在充滿水體之消波室內，因動壓遠小於靜水壓，而忽略動壓力，此簡化條件將可求得剛性水面型態多孔岸壁之簡易邊界條件，但也因此忽略水體之衝擊力(impact force)效應。蘇等(1992)進一步探討多孔岸壁在斜向波浪作用之反射及波壓特性，引用斜向多孔影響參數，更週延描述不同方向波浪作用下，剛性水面及自由水面兩種不同型態多孔岸壁之能量消散情形。其解析包括因平均水深不同，在消波室內產生剛性水面及自由水面兩種不同邊界效應；而在考慮減衰波組(evanescent mode)之條件下，發現剛性水面型態多孔岸壁之消波特性，與假設消波室爲靜水區之結果顯然有些差異。Chwang et al. (1993a)解析剛性表面及自由水面兩種不同型態多孔消波體在半無限長水槽及有限長水槽受波浪作用之波能消散特性及波壓分佈特性，並求得多孔岸壁置於有限長水槽，在活塞式造波機產生波浪作用下之反射特性差異。

以上之解析已甚完整探討由多孔板設計之多孔岸壁，在不同方向之波浪作用下，不同水深時之波能消散特性。然而Chwang (1983)提出之多孔板理論適合於多孔物體厚度遠小於波長之狀況，而且其理論因以零厚度處理多孔物體，在摩擦效應遠大於慣性效應之假設下，忽略慣性力之影響，理論簡易計算方便。但若在結構物之厚度與波長比較不甚小時，仍以多孔板觀念來處理多孔物體部分，則與實際不符，厚度及慣性力之影響應納入考慮才合理。

Huang (1991)引用簡化之Biot孔隙體理論，延伸Chwang (1983)之零厚度多孔板理論至有限厚度多孔介質，並將慣性效應納入考慮；當使用規則攝動展開法，並引用多孔雷諾數(porous Roynolds number)爲攝動參數，以解析有限

厚度多孔體之造波理論，其發現多孔雷諾數較大時，慣性效應遠較摩擦效應爲重要。Huang及Chao (1992)探討有限厚度多孔牆放置於等水深無限長水槽受波浪作用之反射及透射特性，在以多孔雷諾數爲攝動參數，求得攝動展開式，並引用變數分離法，利用正交函數之特性求得解析解。因其特徵值爲實數，避開Sollitt及Cross (1972)複數特徵值之複雜性。他們發現當較大之多孔牆厚厚度、較小之多孔雷諾數及較短之波長時，反射係數增大，而透射係數減小。Huang et al. (1992)引用理論方法及邊界元素法，解析有限厚度多孔牆造波特性，在小厚度時其理論解及數值解甚爲吻合，但較大厚度時與小厚度之數值計算結果，其特性相差甚大。Huang (1991)等之理論因攝動參數之特性，僅適用於小厚度之多孔牆問題，厚度較大時其理論則不適用。

Sollitt及Cross (1972)利用能量等功原理，提出線性摩擦係數描述多孔介質流體之能量消散特性，將摩擦力項線性化處理。並針對多孔介質存在孔隙率，提出多孔流速勢(pore velocity potential)描述多孔介質流體及波浪之運動。最後引用特徵函數展開法(eigenfunction expansions)，求得均勻直立式多孔牆受正向入射波作用之反射係數及透射係數，其基本理論含括厚度較大之多孔介質，目前仍爲大多數學者所引用，並在實驗室得到合理之驗證。例如井島、佐木(1972)、Madsen (1974)、Madsen及White (1976)、涂及郭(1990)之理論皆與Sollitt及Cross (1972)甚爲相似。根據Sollitt及Cross (1972)理論解析及試驗結果，在無限長水槽受波浪正向作用之多孔牆透射係數隨波長減小、孔隙率減小、穿透性減小、波高增大、牆厚度增大等因素而減小;反射係數則隨波長減小、孔隙率增大、穿透性增大、牆厚度減小等因素而減小。

Lee (1987)利用區域分割法，Sulisz (1985)利用邊界元素法，在引用Sollitt及Cross (1972)理論，解析較符合實際應用之梯形透過堤受正向波浪作用之反射及穿透特性，Lee (1987)並計算三種實際防波堤例子，且在實驗室進一部驗證，其方法更可解析均勻不等向之多孔介質問題。Dalrymple et al. (1991)則解析多孔牆受斜向入射波作用時多孔介質之反射及透射特性，並深入分析複數特徵值之重根解及完整性，其解析使Sollitt及Cross (1972)之基本理論更週延。李及藍(1992)引用Sollitt及Cross (1972)之基本原理，探討非線性波與透水結構物互相作用之二階解，說明二階非線性理論更能描述波浪與透水結構物相互作用現象。涂及劉(1992)則利用有限厚度多孔牆設置水槽內之造波板

前，引用Sollitt及Cross (1972)之基本理論解析造波水槽內反射波之消除問題。Sollitt及Cross (1972)之理論一般應用於大厚度透水結構物，其理論較完整繁複，而Chwang (1983)之多孔板理論則應用於甚薄之孔隙物體，簡易方便，兩者有互補之效應，蘇(1993)則作進一步之整合。

Liu et al. (1986)利用解析方法探討長方體多孔介質內外之波場，其描述透水牆之波能消散，則引用緩坡方程式(mild-slope equation)及Booij (1981)之阻尼參數。方程式中能量消散率相當於波浪功率之消散，其理論則可應用於解析三維問題。在許多實際波浪與透水結構物作用之分析，利用數值分析求解特殊型態之結構物也是可行方法，例如Hannoura及McCorquodale (1985)、Kobayashi及Jarcobs (1985a，1985b)、Kobayashi et al. (1987)。而針對複雜型態或不規則消波體，則有賴試驗室之觀測。阿部及鹿島(1988)則曾經收集以透水結構物設計25種防波堤及20種護岸結構物在試驗室或現場觀測，測得一些包括反射、透過、波力、安定性等重要物理特性。井島等(1976，1977)也針對幾種複雜型態消波體進行模型試驗觀測。郭及黃(1990)利用規則波及不規則波波浪條件，針對半圓形開孔堤體之特殊設計，就其反射及透射之特性加以試驗研究，以驗證其消波效果。基本上試驗之結果，可容易的應用在實際現場，但欲較詳細的了解物理機構，則有賴理論之探討。

本文將引用邊界元素法原理，探討透水性孔隙體應用於不規則形狀之離岸堤，受斜向波浪作用時之能量消散反射及透射特性，而本研究結果將提供未來探討透水性離岸堤群遮蔽效應之重要邊界。

貳、理論解析

一、控制方程式及邊界條件

考慮不規則表面之無限長透水性離岸堤(porous detached breakwater)，放置位於x-軸及y-軸方向皆爲無限長之等水深區域，堤身與x-軸垂直,如側視圖2-1所示,平均水深爲h。離岸堤部份可由不同孔隙特性之介質組成，並分爲n個區域(稱區域$R_3, R_4 ... R_{n+1}, R_{n+2}$)，每個區域內爲等向性、均勻透水結構物，而堤面可爲不規則形狀。座標定義如示意圖2-1，xy平面置於平均海平面上，軸原點置於堤之適當位置處，正x軸與入射波傳播方向相同，且波向線與正x-軸成θ_0角，y軸方向爲無限長,離岸堤並有相同截面，其垂直進入書面爲正，z軸向上爲正。水域部份分四個區域(如圖2-1)：離岸堤址前水域(稱水域R_1，$x \leq -d_1$)，離岸堤址($x = -d_1$)至堤面與平均水平面交界點($x = -d_2$)間之水域(稱水域R_2)，離岸堤背面堤與平均水平面交界點($x = d_3$)至背面之堤址($x = d_4$)間之水域(稱水域R_{n+3})，及離岸堤背面之堤址以後水域(稱水域R_{n+4}，$d_4 \leq x$)。

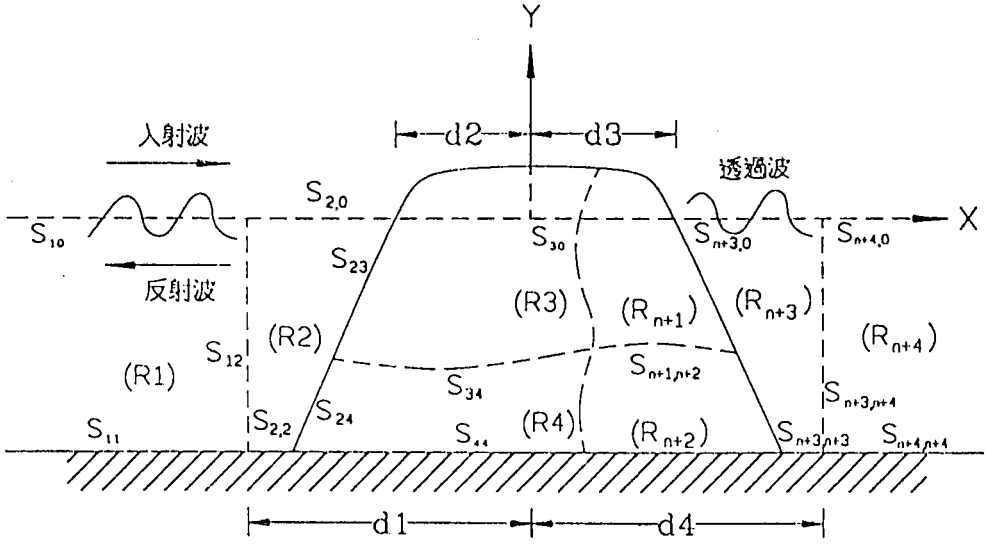

圖2-1透水性離岸堤側視示意圖

水域之流體運動，假設滿足不可壓縮、無黏性及非旋流之條件，因此存在流速勢(velocity potential) $\Phi_j(x,y,z,t)$分別滿足拉普拉氏方程式(Laplace equation)：

$$\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial z^2}=0, \qquad j=1,2,n+3,n+4 \tag{2.1}$$

式中$\Phi_1,\Phi_2,\Phi_{n+3},\Phi_{n+4}$分別表示在水域$R_1$, R_2,R_{n+3},R_{n+4}內之流速勢。

水域內之壓力P_j在小振幅波之條件下滿足線性伯努力方程式(Bernoulli equation)：

$$\frac{\partial\Phi_j}{\partial t}+\frac{P_j}{\rho}+gz=0, \qquad -h\le z\le 0, \qquad j=1,2,n+3,n+4 \tag{2.2}$$

式中ρ爲水之密度，g爲重力加速度。

關於孔隙體內流體運動及波動之現象，引用Sollitt及Cross(1972)之孔隙介質流體運動理論，假設在多孔牆內介質爲剛體結構，流體在孔隙內之運動爲不可壓縮，非旋轉流,每個區域R_j存在多孔流速勢Φ_j (pore velocity potential)與滲流速度$\vec{U}_{js}$ (seepage velocity)之關係爲$\nabla\Phi_j=\vec{U}_{js}$，j=3,4.. ,n,n+1,n+2 ,因此拉普拉氏方程式同樣表示爲：

$$\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial z^2}=0, \qquad j=3,4..,n,n+1,n+2 \tag{2.3}$$

根據線性Lorentz's等功原理(Lorentz's condition of equivalent work) (Sollitt及Cross 1972)，即在一週期內以線性機構取代非線性機構,並確定兩者具有相等能量條件下，在多孔介質內之波動頻率與作用於介質外之波浪頻率σ相同，並引用無因次摩擦係數f_j (dimensionless friction coefficient)及慣性係數s_j (inertial coefficient)兩個參數，描述流體在孔隙體內之阻尼效應，得到多孔介質流體伯努力方程式:

$$s_j\frac{\partial\Phi_j}{\partial t}+\frac{P_j}{\rho}+gz+f_j\sigma\Phi_j=0, \qquad j=3,4..,n,n+1,n+2 \tag{2.4}$$

式中P_j爲波浪引起之孔隙壓力(pore pressure)，σ爲波浪週頻率,慣性係數s_j(Sollitt及Cross, 1972)定義爲

$$s_j = 1 + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} C_M, \qquad j = 3,4..,n,n+1,n+2 \tag{2.5a}$$

式中ε_j爲孔隙率,C_M爲透水結構物產生之附加質量係數,需由試驗決定。s_j之值理論上取決於孔隙率ε_j及多孔結構物之孔隙形狀，一般實際計算取1，例如Sollitt及cross (1972),Madsen (1974), Dalrymple et al. (1991)等，而Le Méhaute (1957)及Sulisz(1985)由實驗探討拋石堆結構體(rubble-mound porous structure)，則認爲s_j值較接近於2。s_j值有待進一步探討,本文僅以理論值$s_j = 1$從事計算。摩擦係數f_j與作用波浪之特性、介質內流體之水量流速(discharge velocity) $\vec{U}_j(\vec{U}_j = \varepsilon_j \vec{U}_{js})$、流體運動滯性係數$\nu$及透水結構物之孔隙率$\varepsilon_j$、透水度$K_p$(intrinsic permeability)、亂流阻尼係數C_f(turbulent resistance coefficient)等有關,在線性理論中不易決定，一般由孔隙體參數$(\varepsilon_j, K_p, C_f)$及流體參數$(\nu, \vec{U}_j)$,在體積V取週期T平均,由以下表示式計算(Sollitt及Cross, 1972)

$$f_j = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_V dV \int_t^{t+T} (\frac{\nu|\vec{U}_j|^2}{K_p} + \frac{C_f \varepsilon_j}{K_p}|\vec{U}_j|^3) dt}{\int_V dV \int_t^{t+T} \varepsilon_j |\vec{U}_j|^2 dt} \qquad j = 3,4..,n,n+1,n+2 \tag{2.5b}$$

摩擦係數f_j值在實際應用需經多次複雜疊代計算決定，此處在考慮每一個均勻透水結構物區域(j=3,4.. n,n+1,n+2)爲簡化計算則取常數。f_j值理論上可由零至無限大，一般多孔型態防波堤之數量級爲O(1)。假設多孔牆之流體運動爲無阻泥($f_j = 0$)及無虛擬質量影響($s_j = 1$)則多孔介質流體伯努力方程式(2.4)可退化爲線性波伯努力方程式(2.2)。

若入射波波向線與正x軸成θ_0角度(如圖2-2)，水位變化η_0複數表示式爲

$$\eta_0(x,y,t) = ae^{i[\sigma t - k_0(x+d_1)\cos\theta_0 - k_0 y \sin\theta_0]} \tag{2.6}$$

式中a爲振幅(wave ampltitude), $i = \sqrt{-1}$

k_0爲波數(wave number), $k_0 = 2\pi/L_0$, L_0爲波長(wave length)

σ爲週頻率(radian frequency)，$\sigma = 2\pi/T$, T爲波浪週期(wave period)。

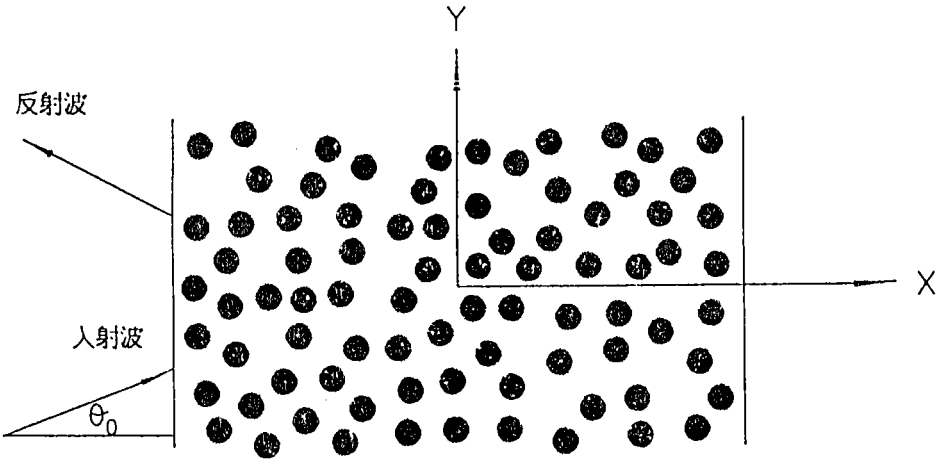

圖 2-2透水性離岸堤上視示意圖

類似聲波在穿過不同介值傳播(Morse及Ingard ,1968)或電磁波通過導引介面(Yeh ,1988)之穿透和反射特性，我們假設線性入射波在多孔牆體內，或通過多孔牆進入消波室，其穿透波進行之週期不改變及y軸方向波長不改變(Snell's law)(Dalrymple et al. , 1991)，則各個區域$R_j, j = 1, 2...n+3, n+4$流速勢Φ_j可表示爲:

$$\Phi_j(x, y, z, t) = \phi_j(x, z)e^{i(\sigma t - k_0 y sin\theta_0)} \qquad j = 1, 2, 3 \tag{2.7}$$

式中$\phi_j(x, z)$稱波函數(wave function)。

將(2.7)式代入(2.1)或(2.3)式化簡可得

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} - k_0^2 sin^2\theta_0 \phi_j = 0, \qquad j = 1, 2..n+3, n+4 \tag{2.8}$$

水域$R_1, R_2, R_{n+3}, R_{n+4}$分別滿足線性自由動力邊界(DBC)及運動邊界條件(KBC):

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + g\eta_j = 0, \qquad z = 0, \qquad j = 1, 2, n+3, n+4 \tag{2.9a}$$

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \qquad z = 0, \qquad j = 1, 2, n+3, n+4 \tag{2.9b}$$

上二式可合併爲

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2} + g\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \qquad z = 0, \qquad j = 1, 2, n+3, n+4 \tag{2.9c}$$

式中$\eta_j(x, y, t), j = 1, 2, n+3, n+4$分別表示水域$R_1, R_2, R_{n+3}, R_{n+4}$之水位變化。

當入射波斜向作用於離岸堤，波浪與透水結構物交互作用產生之成份波Φ_{10}，定義爲$\Phi_{10} = \Phi_1 - \Phi_0$，其中$\Phi_0$爲入射波，$\Phi_{10}$在無窮遠處$(x \to -\infty)$，應滿足下列輻射條件(radiation condition)：

$$\lim_{x \to -\infty} (\frac{\partial \Phi_{10}}{\partial x} - ik_0 \Phi_{10}) = 0 \tag{2.10a}$$

即Φ_{10}爲向負無限遠方向之傳遞波(out-going wave)。

同樣當波浪穿透離岸堤，波浪與透水結構物交互作用產生之成份波Φ_{n+4}，在無窮遠處$(x \to +\infty)$，應滿足下列輻射條件(radiation condition)：

$$\lim_{x \to +\infty} (\frac{\partial \Phi_{n+4}}{\partial x} + ik_0 \Phi_{n+4}) = 0 \tag{2.10b}$$

即Φ_{n+4}爲向正無限遠方向之傳遞波(out-going wave)。

在多孔牆內與平均水面交界之假想自由表面$\eta_j(x, y, t)$，滿足線性動力邊界條件及運動邊界條件：

$$s_j \frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + g\eta_j + f_j \sigma \Phi_j = 0, \qquad z = 0, \quad j = 3, 4.., n, n+1, n+2 \tag{2.11a}$$

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \qquad z = 0, \quad j = 3, 4.., n, n+1, n+2 \tag{2.11b}$$

同樣二式可合併爲

$$s_j\frac{\partial^2\Phi_j}{\partial t^2}+g\frac{\partial\Phi_j}{\partial z}+f_j\sigma\frac{\partial\Phi_j}{\partial t}=0, \qquad z=0, \quad j=3,4..,n,n+1,n+2 \quad (2.11c)$$

而不透水海底邊界條件爲

$$\frac{\partial\Phi_j}{\partial z}=0, \qquad z=-h, \quad j=1,2,3..,n+2,n+3 \qquad (2.12)$$

基於入射波條件及線性理論，我們可知波壓皆爲週期性函數表示爲

$$P_j(x,y,z,t)=p_j(x,z)e^{i(\sigma t-k_0 y sin\theta_0)}, \qquad j=1,2,n+3,n+4 \qquad (2.13)$$

在任何相鄰R_j及R_k兩個區域$(j\neq k)$之界面處S_{jk}之界面處，必滿足壓力連續條件：

$$-i\gamma_j\Phi_j=-i\gamma_k\Phi_k, \qquad at \quad S_{jk}, \quad j\neq k \qquad (2.14a)$$

及流體質量連續條件:

$$\varepsilon_j\frac{\partial\Phi_j}{\partial n_j}=-\varepsilon_k\frac{\partial\Phi_k}{\partial n_k}, \qquad at \quad S_{jk}, \quad j\neq k \qquad (2.14b)$$

式中$\varepsilon_j,\varepsilon_k$分別爲區域$R_j,R_k$之孔隙率(porosity),表示多孔體孔隙所佔全體積之比率，$\gamma_j=f_j+is_j$及$\gamma_k=f_k+is_k$爲分別爲區域R_j及R_k之阻抗係數(impedence)。在水域區域R_j,j=1,2,n+3,n+4則$\varepsilon_j=1$，且$\gamma_j=i$ $(s_j=1,f_j=0)$,；在透水結構物區域R_j,j=3,4.. n+1,n+2則$\varepsilon_j<1$，且γ_j爲包括實部及虛部之複數。$\overline{n}_j$及$\overline{n}_k$分別表示區域R_j及區域R_k在各自封閉面S_j及S_k上向外法線方向之單位向量,$\overline{n}_j=-\overline{n}_k$。

二、波函數解析解

由控制方程式(2.8)及入射波條件(2.6)式，邊界條件(2.9)、(2.10)、(2.11)、(2.12)等式及週期函數特性條件(2.7)，區域R_1及區域R_{n+4}之波函數ϕ_1及ϕ_{n+4}可分別表示爲：

$$\phi_1(x,z) = A\cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x+d_1)} + X_0 A\cosh[k_0(h+z)]e^{i\overline{k}_0(x+d_1)} + \sum_{r=1}^{\infty} X_r A\cos[k_r'(h+z)]e^{\overline{k}_r'(x+d_1)}$$
$$x \le -d_1, \quad -h \le z \le 0 \tag{2.15}$$

$$\phi_{n+4}(x,z) = T_0 A\cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x-d_4)} + \sum_{r=0}^{\infty} T_r A\cos[k_r(h+z)]e^{-\overline{k}_r'(x-d_4)}$$
$$d_4 \le x, \quad -h \le z \le 0 \tag{2.16}$$

表示式(2.15)等號右邊第一項ϕ_0爲區域R_1入射波:

$$\phi_0 = A\cosh[k_0(z+h)]e^{-i\overline{k}_0(x+d_1)} \tag{2.17a}$$

其中常數A定義爲

$$A = \frac{iga_0}{\sigma\cosh(k_0 h)} \tag{2.17b}$$

$\overline{k}_0$稱爲修正波數

$$\overline{k}_0 = k_0\cos\theta_0 \tag{2.17c}$$

k_0並滿足下列分散關係式(dispersion relation)

$$\sigma^2 = gk_0\tanh(k_0 h), \qquad k_0 > 0 \tag{2.18a}$$

或

$$\frac{1}{C_0} = k_0 h \tanh(k_0 h), \qquad k_0 > 0 \tag{2.18b}$$

其中$C_0 = g/\sigma^2 h$稱爲無因次波浪影響參數(dimensionless wave-effect parameter)。

(2.15)式等號右邊第二項ϕ_r爲區域R_1反射波(reflected wave)：

$$\phi_r = X_0 A \cosh[k_0(z+h)] e^{i\overline{k}_0(x+d_1)} \tag{2.19}$$

式中X_0爲未定係數。

(2.15)式等號右邊第三項ϕ_{1s}爲區域R_1之衰減波(evanescent waves)：

$$\phi_{1s} = \sum_{r=1}^{\infty} X_r A \cos[k'_r(h+z)] e^{\overline{k}'_r(x+d_1)} \tag{2.20}$$

式中X_r爲未定係數,r=1,2,3...，k'_r滿足下列特徵方程式

$$\sigma^2 = -g k'_r \tan(k'_r h), \qquad r = 1,2,3... \tag{2.21a}$$

或

$$\frac{-1}{C_0} = k'_r h \tan(k'_r h) \tag{2.21b}$$

且

$$\overline{k}'_r = \sqrt{k'^2_r + k_0^2 \sin^2\theta_0} \tag{2.21c}$$

ϕ_{1s}之振幅特性水深方面爲週期振盪，水平方向則呈指數遞減，在無窮遠處,應滿足下列條件

$$\lim_{x \to -\infty} \phi_{1s} = 0 \tag{2.22}$$

表示式(2.16)等號右邊第一項ϕ_t爲區域R_{n+4}內之透過波(transmmision wave)：

$$\phi_t = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] e^{-i\overline{k}_0(x-d_4)} \tag{2.23}$$

T_0爲未定係數。

(2.16)式等號右邊第二項$\phi_{n+4,s}$爲區域R_{n+4}內消散波(evanescent waves)：

$$\phi_{n+4,s}=\sum_{r=1}^{\infty}T_rA\cos[k_r'(h+z)]e^{-\overline{k}_r'(x-d_4)} \tag{2.24a}$$

T_r爲未定係數$\phi_{n+4,s}$之振幅特性水深方面爲週期振盪，水平方向則呈指數遞減，在無窮遠處,應滿足下列條件

$$\lim_{x\to+\infty}\phi_{n+4,s}=0 \tag{2.24b}$$

假設離岸堤爲等向性、均勻之長方形透水結構物(阻抗係數$\gamma_3=s_3+if_3$),並且令$\gamma=\gamma_3$,$s=s_3$和$f=f_3$,[因此僅考慮一個透水結構物區域R_3 (n=1),則區域R_2及區域R_{n+3}不考慮,即$d_1=d_2$及$d_3=d_4$,其透水結構物內之波函數根據蘇等(1993)可表示爲:

$$\begin{aligned}\phi_3(x,z)=\sum_{m=1}^{\infty}\{&A_mA\cosh[K_m(h+z)]e^{-i\overline{K}_m(x+d_1)}\\&+B_mA\cosh[K_m(h+z)]e^{i\overline{K}_m(x-d_4)}\}\\&-d_1\le x\le+d_4,\quad -h\le z\le 0\end{aligned} \tag{2.25}$$

表示式(2.25)等號右邊第一項ϕ_{3r}定義爲

$$\phi_{3r}=\sum_{m=1}^{\infty}A_mA\cosh[K_m(h+z)]e^{-i\overline{K}_m(x+d_1)} \tag{2.26a}$$

此項成份波代表在多孔牆內向右進行並呈指數消散之透過消散進行波(exponentially damped sinusoidal propagating waves)。

(2.25)式等號右邊第二項ϕ_{3l}定義爲

$$\phi_{3l}=\sum_{m=1}^{\infty}B_mA\cosh[K_m(h+z)]e^{i\overline{K}_m(x-d_4)} \tag{2.26b}$$

則代表在多孔牆內向左進行並呈指數消散之反射消散進行波。所謂消散進行波,表示波浪爲進行波,但其振幅則隨水平距離之增加呈指數衰減。一般m愈大之成份波振幅愈小,衰減愈快。而複數特微值K_m爲下列特徵方程式之根

$$-i\sigma^2\gamma = gK_m \tanh(K_m h) \qquad ,m=1,2,3... \tag{2.27a}$$

或

$$\frac{-i\gamma}{C_0} = K_m h \tanh(K_m h) \tag{2.27b}$$

K_m 爲複數,K_m 之實部 $K_{mr} \geq 0$ ，虛部 $K_{mi} \leq 0$ ，根據 Dalrymple et al. (1991)之解析,一般在阻尼係數f不大(小於1.2以下),或波長較長時皆爲一個特徵值 K_m 對應式(2.7)中一個特徵函數,但在一些特別情形時,如阻尼係數f較大,且波長較短時一個特徵值可能對應式(2.3)中兩個以上之特徵函數,此時表示式則爲不完全解,需另行處理,本文主要探討之問題範圍皆滿足完整性。

$$\overline{K}_m = \sqrt{K_m^2 - k_0^2 \sin^2\theta_0} \tag{2.28}$$

$\overline{K}_m$ 爲複數,$\overline{K}_m$ 之實部 $\overline{K}_{mr} \geq 0$ ，虛部 $\overline{K}_{mi} \leq 0$ 。

爲方便 k_0, k_r' 及 K_m 等符號統一,定義 $k_r = -ik_r'$ 及 $\overline{k}_r' = -i\overline{k}_r$,r=1,2,3...,則有 $\cosh(k_r z) = \cos(k_r' z)$, $\tanh(k_r z) = -\tan(k_r' z)$ 之關係式存在。並令 $d = d_1 = d_2 = d_3 = d_4$,因此式(2.15)及(2.16)可改寫爲

$$\phi_1(x,z) = A\cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x+d)} + \sum_{r=0}^{\infty} X_r A\cosh[k_r(h+z)]e^{i\overline{k}_r(x+d)}$$

$$x \leq -d, \quad -h \leq z \leq 0 \tag{2.29}$$

$$\phi_3(x,z) = \sum_{m=1}^{\infty}\{A_m A\cosh[K_m(h+z)]e^{-i\overline{K}_m(x+d)}$$

$$+B_m A\cosh[K_m(h+z)]e^{i\overline{K}_m(x-d)}\}$$

$$-d \leq x \leq +d, \quad -h \leq z \leq 0 \tag{2.30}$$

$$\phi_5(x,z) = \sum_{r=0}^{\infty} T_r A\cosh[k_r(h+z)]e^{-i\overline{k}_r(x-d)}$$

$$d \le x, \quad -h \le z \le 0 \tag{2.31}$$

引用正交序列$\cosh[k_r(h+z)], r=0,1,2,3...$及$\cosh[K_m(h+z)], m=1,2,3...$在水深區(-h,0)之正交性，將表示式(2.30)、(2.31)及(2.25)分別在界面$x=-d$及$x=d$處引用界面連續條件(2.14a)、(2.14b)，每個項分別做積分運算$\int_{-h}^{0}(\ )\cosh K_m(z+h)dz$，則分別可得

$$N_{0m}+\sum_{r=0}^{\infty}N_{rm}X_r=(s-if)M_{mm}A_m+(s-if)M_{mm}E_m^-B_m \tag{2.32a}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty}N_{rm}T_r=(s-if)M_{mm}E_m^-A_m+(s-if)M_{mm}B_m \tag{2.32b}$$

$$-\overline{k}_0N_{0m}+\sum_{r=0}^{\infty}\overline{k}_rN_{rm}X_r=-\varepsilon\overline{K}_mM_{mm}A_m+\varepsilon\overline{K}_mM_{mm}E_m^-B_m \tag{2.32c}$$

$$-\sum_{r=0}^{\infty}N_{rm}\overline{k}_rT_r=-\varepsilon\overline{K}_mM_{mm}E_m^-A_m+\varepsilon\overline{K}_mM_{mm}B_m \tag{2.32d}$$

式中

$$N_{rm}=\int_{-h}^{0}\cosh[k_r(h+z)]\cosh[K_m(h+z)]dz$$

$$=\frac{1}{k_r^2-K_m^2}[k_r\sinh(k_rh)\cosh(K_mh)-K_m\sinh(K_mh)\cosh(k_rh)]$$

$$r=0,1,2,3... \qquad m=1,2,3... \tag{2.33a}$$

$$M_{mm}=\int_{-h}^{0}\cosh^2[K_m(h+z)]dz=h[\frac{1}{2}+\frac{\sinh(2K_mh)}{4K_mh}]$$

$$m=1,2,3... \tag{2.33b}$$

$$E_m^{\pm}=e^{\pm i2b\overline{K}_m}, \qquad m=1,2,3... \tag{2.33c}$$

經消去A_m及B_m係數可得下列包含未知變數X_r，T_r之方程組：

$$\sum_{r=0}^{\infty}\frac{N_{rm}}{N_{0m}}(\overline{k}_r+\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m)X_r+\sum_{r=0}^{\infty}E_m^-\frac{N_{rm}}{N_{0m}}[\overline{k}_r-\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m]T_r$$

$$=(\overline{k}_0-\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m),\qquad m=1,2.,3... \tag{2.34a}$$

$$\sum_{r=0}^{\infty}\frac{N_{rm}}{N_{0m}}(\overline{k}_r-\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m)X_r+\sum_{r=0}^{\infty}E_m^+\frac{N_{rm}}{N_{0m}}[\overline{k}_r+\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m]T_r$$

$$=(\overline{k}_0+\frac{\varepsilon}{s-if}\overline{K}_m),\qquad m=1,2.,3... \tag{2.34b}$$

而進一步求得未知變數A_m及B_m如下:

$$A_m=\frac{1}{2\varepsilon(s-if)M_{mm}}\{\sum_{r=0}^{\infty}N_{rm}[\varepsilon-(s-if)\overline{k}_r/\overline{K}_m]X_r+N_{0m}[\varepsilon+\overline{k}_0(s-if)/\overline{K}_m]\}$$

$$m=1,2,3..... \tag{2.35a}$$

$$B_m=\frac{1}{2\varepsilon(s-if)M_{mm}}\sum_{r=0}^{\infty}N_{rm}[\varepsilon-(s-if)\overline{k}_r/\overline{K}_m]T_r$$

$$m=1,2,3..... \tag{2.35b}$$

假設多孔牆內摩擦係數f較小，且所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小，取r=1,M=1，則波函數ϕ_1表示式(2.15)、ϕ_2表示式(2.16)及波函數ϕ_3表示式(2.25)分別化簡爲

$$\phi_1(x,z)=A\cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x+d)}+X_0A\cosh[k_0(h+z)]e^{i\overline{k}_0(x+d)}$$

$$x\le -d,\quad -h\le z\le 0 \tag{2.36}$$

$$\phi_3(x,z)=A_1A\cosh[K_1(h+z)]e^{-i\overline{K}_1(x+d)}$$

$$+B_1 A\cosh[K_1(h+z)]e^{i\overline{K}_1(x-d)}$$

$$-d \le x \le +d, \quad -h \le z \le 0 \tag{2.37}$$

$$\phi_5(x,z) = T_0 A\cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x-d)}$$

$$d \le x, \quad -h \le z \le 0 \tag{2.38}$$

未知變數X_0, T_0, A_1及B_1可由方程組(2.32)式之簡化求得如下:

$$X_0 = \frac{i(1-\Omega^2)\sin(2\overline{K}_1 d)}{2\Omega\cos(2\overline{K}_1 d)+(1+\Omega^2)i\sin(2\overline{K}_1 d)} \tag{2.39a}$$

$$T_0 = \frac{2\Omega\cos(2\overline{K}_1 d)E_1^+}{2\Omega\cos(2\overline{K}_1 d)+(1+\Omega^2)i\sin(2\overline{K}_1 d)} \tag{2.39b}$$

$$A_1 = \frac{N_{01}[(\Omega-1)X_0+\Omega+1]}{2\Omega(s-if)M_{11}} \tag{2.39c}$$

$$B_1 = \frac{N_{01}(\Omega-1)T_0}{2\Omega(s-if)M_{11}} \tag{2.39d}$$

式中

$$N_{01} = \frac{h}{(k_0h)^2-(K_1h)^2}[k_0h\sinh(k_0h)\cosh(K_1h)-K_1h\sinh(K_1h)\cosh(k_0h)] \tag{2.40a}$$

$$M_{11} = h[\frac{1}{2}+\frac{\sinh(2K_1h)}{4K_1h}] \tag{2.40b}$$

$$\Omega = \frac{\varepsilon\overline{K}_1 h}{\overline{k}_0 h(s-if)} \tag{2.40c}$$

$$d^* = (2d/h)\overline{K}_1 h \tag{2.40d}$$

$$E_1^+ = e^{\pm id^*} \tag{2.40e}$$

式(2.39a)顯示當離岸堤穿透係數$\Omega = 1$時，反射係數X_0=0，反射波完全消散，多孔牆達到最佳消波能力。

若入射波之水位變化取複數入射波表示式(2.6)之實數部分如下

$$\eta_0(x,y,t) = a_0 \cos[\sigma t - k_0 \cos\theta_0(x+d) - k_0 \sin\theta_0 y] \tag{2.41}$$

則區域R_1之波函數ϕ_1表示式(2.2.15)等號右邊第二項爲反射波水位變化複數入射波表示式爲

$$\eta_r(x,y,t) = a_0 X_0 e^{i[\sigma t + k_0(x+d)\cos\theta_0 + k_0 y \sin\theta_0]} \tag{2.42a}$$

取複數反射波表示式(2.42)之實數部分可表示如下

$$\eta_r(x,y,t) = a|X_0| \cos[\sigma t + k_0 \cos\theta_0(x+d) - k_0 \sin\theta_0 y + \kappa_r], \tag{2.43a}$$

$$|X_0| = \sqrt{X_{0r}^2 + X_{0i}^2}, \qquad \kappa_r = \tan^{-1}\left(\frac{X_{0i}}{X_{0r}}\right) \tag{2.43b}$$

式中X_{or}及X_{0i}分別爲X_0之實部及虛部。

因此在離岸堤前(x=-d)之水位變化可表示爲

$$\frac{\eta_1(-d,y,t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin\theta_0 y + \kappa_1) \tag{2.44a}$$

式中無因次振幅係數D_1及相位差κ_1分別爲

$$D_1 = \sqrt{1 + |X_0|^2 + 2|X_0| \cos\kappa_r} \tag{2.44b}$$

$$\kappa_1 = \tan^{-1}\left(\frac{|X_0|\sin\kappa_r}{1+|X_0|\cos\kappa_r}\right) \tag{2.44c}$$

離岸堤後(x= d)之水位變化表示爲

$$\frac{\eta_2(d,y,t)}{a} = D_2\cos(\sigma t - k_0\sin\theta_0 y + \kappa_2) \tag{2.45a}$$

$$D_2 = |T_0|, \qquad \kappa_2 = \tan^{-1}\left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}}\right) \tag{2.45b}$$

作用在離岸堤前(x=-d)之波壓分佈可表示爲

$$\frac{P_1(-d,y,z,t)}{\rho g a} = C_{p1}\cos(\sigma t - k_0\sin\theta_0 y + \kappa_1), \qquad -h \le z \le 0 \tag{2.46a}$$

式中無因次波壓係數C_{p1}爲

$$C_{p1} = \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}\sqrt{1+|X_0|^2+2|X_0|\cos\kappa_r} \tag{2.46b}$$

離岸堤後(x= d)之波壓分佈表示爲

$$\frac{P_2(d,y,z,t)}{\rho g a} = C_{p2}\cos(\sigma t - k_0\sin\theta_0 y + \kappa_2), \qquad -h \le z \le 0 \tag{2.47a}$$

式中

$$C_{p2} = |T_0|\frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}, \qquad -h \le z \le 0 \tag{2.47b}$$

三、積分方程式

當離岸堤爲不規則形狀，由不同孔隙介質組成，並分爲 n 個區域（區域 $R_3, R_4 ... R_{n+1}, R_{n+2}$）每個區域內爲等向性、均勻透水結構物，而堤面可爲不規則形狀，則控制方程式(2.8)之 Weber 解在區域 R_j,j=2,4.. n+2,n+3 之波函數 ϕ_j 可表示爲下列積分方程(Baker 及 Copson ,1950):

$$\phi_j(\overline{x}) = b \int_{S_j} \left[\phi_j(\overline{x}_0) \frac{\partial G^{(0)}(r)}{\partial n_j} - G^{(0)}(r) \frac{\partial \phi_j(\overline{x}_0)}{\partial n_j} \right] ds$$
$$j = 2, 3, 4.., n+2, n+3, \qquad \overline{x} \in R_j \quad or \quad \overline{x} \in S_j \tag{2.48}$$

式中 S_j 爲區域 R_j 之封閉邊界。

$b = \frac{-i}{4}$ ，當 $\overline{x}$ 在區域 R_j 內部。

$b = \frac{-i}{2}$ ，當 $\overline{x}$ 在平滑區域邊界 S_j 上。

$b = \frac{-i\pi}{2\beta}$，當 $\overline{x}$ 在內角爲 β 之邊界 S_j 上。

$G^{(0)}(r)$ 爲 green 函數或稱基本解(fundamental solution)定義爲

$$G^{(0)}(r) = \Theta_0^{(1)}(\sin\theta_0 k_0 r) \qquad if \quad \theta_0 \neq 0 \tag{2.49a}$$

式中 $\Theta_0^{(1)}(\sin\theta_0 k_0 r)$ 爲修正第一類零階漢克函數(modified first kind zeroth order Hankel function)。$r = |\overline{x}_0 - \overline{x}|$, $\overline{x}_0$ 爲邊界上之點，$\overline{x}$ 爲邊界上或區域內任一點。

$$G^{(0)}(r) = ln(r), \qquad if \quad \theta_0 = 0 \tag{2.49b}$$

式中 $G^{(0)} = ln(r)$ 爲自然對數函數(natural logarithmic function)。

而在水域 R_1 及水域 R_{n+4} 之波函數 ϕ_1 及 ϕ_{n+4} 可分別以特徵函數表示爲式(2.15)及式(2.16)。

有關邊界條件，區域 R_j 之整個外圍邊界以 S_j 表示，區域 R_j 與區域 $R_k (j \neq k)$ 之介面以 S_{jk} 或 S_{kj} 表示，S_{jk} 屬於邊界 S_j 之一部份，S_{kj} 屬於邊界 S_k 之一部份；

在任何相鄰R_j及R_k兩個區域$(j \neq k)$之界面處S_{jk}或S_{kj}之界面處，必滿足壓力連續條件(2.14a)及流體質量連續條件(2.14b)。區域R_j在自由表面之邊界以S_{j0}表示，區域R_j在不透水地面之邊界以S_{jj}表示。任何水域R_j之自由表面之界面處S_{j0}，滿足自由表面邊界條件(2.9)；任何透水結構物區域R_j之自由表面之界面處S_{j0}，滿足假想自由表面邊界條件(2.11)；任何區域R_j之不透水地面之界面處S_{jj}，則滿不透水邊界條件(2.12)。

積分方程式(2.48)與表示式(2.15)及(2.16)對不規則形狀之離岸堤不易求得完整解析解，下節我們將利用邊界元素法求解波場。

參、邊界元素法模式

一、邊界元素法

基本上邊界元素法可求解任何不規則形狀之透水性離岸堤，但此處爲方便其原理之說明，本節將僅考慮梯形透水性離岸堤(porous detached breakwater)，其放置位於x-軸及y-軸方向皆爲無限長之等水深區域，堤身與x-軸垂直，如側視圖3-1所示，平均水深爲h。離岸堤部份(稱區域R_3)爲等向性、均勻透水結構物孔隙介質組成(摩擦係數f，慣性係數s，孔隙率ε_j)，而堤面爲梯形。座標定義如示意圖，xy平面置於平均海平面上，軸原點置於堤上方中心位置處，正x軸與入射波傳播方向相同，且波向線與正x-軸成θ_0角，y軸方向爲無限長，離岸堤並有相同截面，其垂直進入書面爲正，z軸向上爲正。同樣水域部份分四個區域(如圖2-1)：離岸堤址前水域(稱水域R_1，$x \leq -d_1$)，離岸堤址至堤面與平均水平面交界點間之水域(稱水域R_2)，離岸堤背面堤與平均水平面交界點至背面之堤址間之水域(稱水域R_4)，及離岸堤背面之堤址後水域(稱水域R_5，$d_4 \leq x$)。

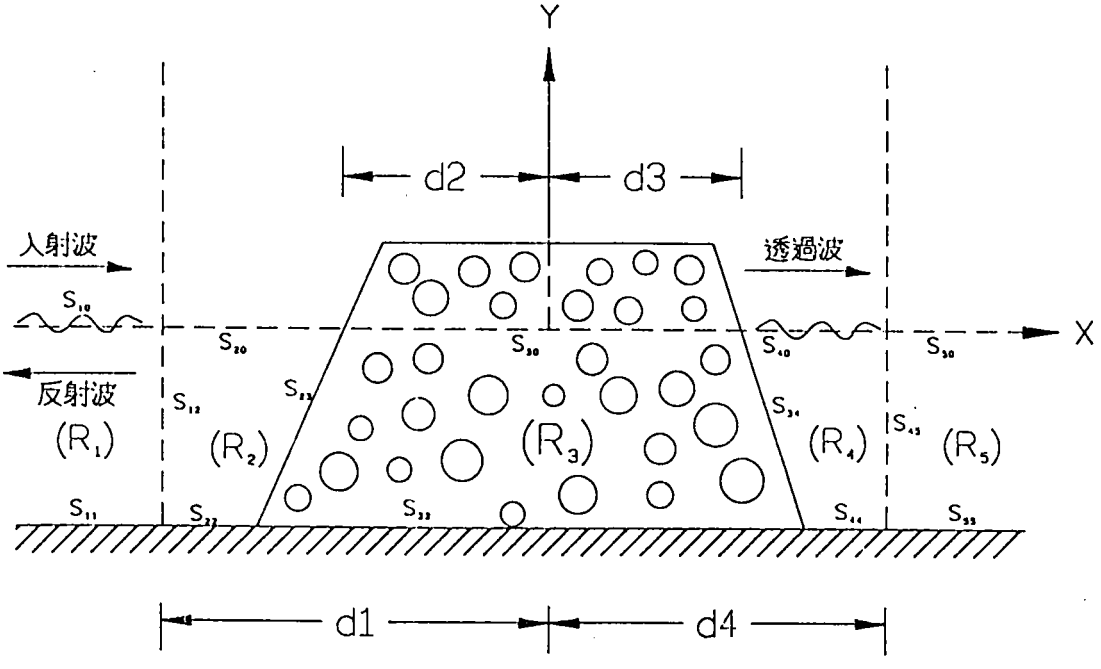

圖3-1梯形透水性離岸堤側視示意圖

本文將引用邊界元素法，將區域R_e，e=2,3,4之邊界S_e分別切割爲N_e個線段，N_e個中結點(mid-node)，每個線段代表一個元素，並引用常數元素，假設每一個線段上每個點之ϕ_e及$\frac{\partial \phi_e}{\partial n}$皆爲定值，而以線段中結點值代表元素值，元素上$G_0^{(0)}$，$\frac{\partial G_0^{(0)}}{\partial n}$之值將引用高斯積分法直接計算，而$N_e$個結點編號一般以逆時鐘方向編排。區域$R_2$及區域$R_3$之界面$S_{23}$(或$S_{32}$)相鄰之結點數爲$N_{23}$(或$N_{32}$)，而區域$R_3$及區域$R_4$之界面$S_{34}$(或$S_{43}$)相鄰之結點數爲$N_{34}$(或$N_{43}$)。

假設方程式(2-41)中之$\bar{x}$點爲邊界上結點，則可化爲下列矩陣方程式

$$[G_e]\{P_e\} = [H_e]\{Q_e\}, \qquad e = 2,3,4 \tag{3.1}$$

式中$[H_e]$,$[G_e]$皆爲$N_e \times N_e$矩陣，其矩陣元素$[H_e]_{jk}$,$[G_e]_{jk}$分別定義爲下列線積分(line integral)表示式

$$[H_e]_{jk} = b\int_{\Gamma_k} \frac{\partial G_0^{(0)}(r)}{\partial n_e} d\ell_k - \delta_{jk}, \qquad e = 2,3,4, \quad j,k = 1,2,3...N_e \tag{3.2a}$$

$$[G_e]_{jk} = b\int_{\Gamma_k} G_0^{(0)}(r) d\ell_k, \qquad e = 2,3,4, \quad j,k = 1,2,3...N_e \tag{3.2b}$$

式中Γ_k爲第k個元素，$r = |\bar{x}_j - \bar{x}|$，$\bar{x}_j$爲區域$R_e$之邊界$S_e$上元素之結點，j=1,2,3....$N_e$，$\bar{x}$爲第k個元素$\Gamma_k$上任一點，$\delta_{jk}$爲克郎克函數(Knonecker delta function)，$G^{(0)}(r)$爲green函數，而$\{Q_e\}$及$\{P_e\}$爲$N_e \times 1$向量，其向量元素分別定義爲

$$\{Q_e\}_j = \phi_e(\bar{x}_j), \qquad e = 2,3,4 \quad j = 1,2...N_e \tag{3.3a}$$

$$\{P_e\}_j = \frac{\partial \phi_e(\bar{x}_j)}{\partial n_e}, \qquad e = 2,3,4 \quad j = 1,2...N_i \tag{3.3b}$$

在區域R_2及區域R_3之界面S_{23}(或S_{32})相鄰之結點滿足

$$\{Q_{23}\}_j = -i\gamma\{Q_{32}\}_j, \qquad j = 1,2...N_{23} \quad at \quad S_{23}(S_{32}) \tag{3.4a}$$

$$\{P_{23}\}_j = \varepsilon\{P_{32}\}_j, \qquad j = 1,2...N_{23} \quad at \quad S_{23}(S_{32}) \tag{3.4b}$$

式中$\{Q_{23}\}_j = \phi_2(\overline{x}_j)$, $\{P_{23}\}_j = \frac{\partial\phi_2(\overline{x}_j)}{\partial n_2}$爲屬區域$R_2$在界面$S_{23}$之值,而$\{Q_{32}\}_j = \phi_3(\overline{x}_j)$, $\{P_{32}\}_j = \frac{\partial\phi_3(\overline{x}_j)}{\partial n_3}$爲屬區域$R_3$在界面$S_{32}$之值。

同理在區域R_3及區域R_4之界面S_{34}(或S_{43})相鄰之結點滿足

$$\{Q_{43}\}_j = -i\gamma\{Q_{34}\}_j, \qquad j = 1,2...N_{34} \quad at \quad S_{34}(S_{43}) \tag{3.5a}$$

$$\{P_{43}\}_j = \varepsilon\{P_{34}\}_j, \qquad j = 1,2...N_{34} \quad at \quad S_{34}(S_{43}) \tag{3.5b}$$

式中$\{Q_{34}\}_j = \phi_3(\overline{x}_j)$, $\{P_{34}\}_j = \frac{\partial\phi_3(\overline{x}_j)}{\partial n_3}$爲屬區域$R_3$在界面$S_{34}$之值,而$\{Q_{43}\}_j = \phi_4(\overline{x}_j)$, $\{P_{43}\}_j = \frac{\partial\phi_4(\overline{x}_j)}{\partial n_4}$爲屬區域$R_4$在界面$S_{43}$之值。

在區域R_2, R_3及區域R_4之自由表面邊界面S_{20}, S_{30}及S_{40}處應滿足自由表面邊界條件(2.11),可表示爲

$$\phi_e = \frac{g}{\sigma^2(s_e - if_e)}\frac{\partial\phi_e}{\partial z}, \qquad e = 2,3,4 \quad at \quad S_{e0} \tag{3.6}$$

式中$s_2 = s_4 = 1, s_3 = s$, $f_2 = f_4 = 0, f_3 = f$,若以矩陣方程式表示則爲

$$\{Q_{e0}\} = C_{e0}\{P_{e0}\}, \qquad e = 2,3,4 \quad at \quad S_{e0} \tag{3.7a}$$

或

$$\{Q_{e0}\}_j = C_{e0}\{P_{e0}\}_j, \qquad e = 2,3,4 \quad at \quad S_{e0} \quad , j = 1,2..N_{e0} \tag{3.7b}$$

式中係數$C_{e0} = \frac{g}{i\sigma^2\gamma_e}$，$e = 2,3,4$，$\{Q_{e0}\}_j = \phi_e(\overline{x}_j)$，$\{P_{e0}\}_j = \frac{\partial\phi_e(\overline{x}_j)}{\partial n_e}$，$\gamma_2 = \gamma_4 = -i$, $\gamma_3 = \gamma = f + is$, N_{e0}爲區域R_e之自由表面邊界面S_{e0}處之結點數。

在區域R_2, R_3及區域R_4之地表面邊界面S_{22}, S_{33}及S_{44}處應滿足不透水邊界條件(2.12),或可表示爲

$$\{P_{ee}\}_j = \frac{\partial \phi_e(\overline{x}_j)}{\partial n_e} = 0, \qquad e = 2,3,4 \quad , j = 1,2..N_{ee} \quad at \quad S_{e0} \tag{3.8}$$

式中 $N_{ee}, e = 2,3,4$ 爲區域 R_e 之地表面邊界面 S_{ee} 處之結點數。

最後將求得在反射界面 S_{12} 及透過界面 S_{45} 邊界條件之表示式。

由區域 R_1 及區域 R_5 波函數之表示式(2.29)及(2.31)取其對x之微分量可得

$$\frac{\partial \phi_1(x,z)}{\partial x} = -i\overline{k}_0 A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\overline{k}_0(x+d_1)} + \sum_{r=0}^{\infty} i\overline{k}_r X_r A \cosh[k_r(h+z)]e^{i\overline{k}_r(x+d_1)}$$
$$x \le -d_1, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial \phi_5(x,z)}{\partial x} = \sum_{r=0}^{\infty} -i\overline{k}_r T_r A \cosh[k_r(h+z)]e^{-i\overline{k}_r(x-d_4)}$$
$$d_4 \le x, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.10}$$

區域 R_1 在界面 S_{12} 及區域 R_5 在界面 S_{45} 邊界處之波函數表示式爲

$$\phi_1(-d_1,z) = A\cosh[k_0(h+z)] + \sum_{r=0}^{\infty} X_r A \cosh[k_r(h+z)]$$
$$x = -d_1, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.11}$$

$$\phi_5(d_4,z) = -\sum_{r=0}^{\infty} T_r A \cosh[k_r(h+z)]$$
$$x = d_4, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial \phi_1(-d_1,z)}{\partial x} = -i\overline{k}_0 A\cosh[k_0(h+z)] + \sum_{r=0}^{\infty} i\overline{k}_r X_r A \cosh[k_r(h+z)]$$
$$x = -d_1, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial \phi_5(d_4,z)}{\partial x} = \sum_{r=0}^{\infty} -i\overline{k}_r T_r A \cosh[k_r(h+z)]$$
$$x = d_4, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.14}$$

使用正交序列$\cosh[k_r(h+z)], r=0,1,2,3...$在水深區(-h,0)之正交性，將表示式(3.13)及(3.14)，每個項分別做積分運算$\int_{-h}^{0}(\,)\cosh k_r(z+h)dz, r=0,1,2..$,則分別可得

$$\int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_1(-d_1,z)}{\partial x} \cosh[k_0(h+z)]dz = -i\overline{k}_0 A(1-X_0)Y_{00}, \qquad r=0 \tag{3.15a}$$

$$\int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_1(-d_1,z)}{\partial x} \cosh[k_r(h+z)]dz = i\overline{k}_r A X_r Y_{rr}, \qquad r=1,2,3... \tag{3.15b}$$

$$\int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_5(d_4,z)}{\partial x} \cosh[k_r(h+z)]dz = -i\overline{k}_r A T_r Y_{rr}, \qquad r=0,1,2,3... \tag{3.16}$$

式中

$$Y_{rr} = \int_{-h}^{0} \cosh^2[k_r(h+z)]dz = h[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2k_r h)}{4k_r h}]$$
$$r=0,1,2,3... \tag{3.17}$$

因此X_r, T_r,r=0,1,2,...可表示爲

$$X_0 = 1 + \frac{1}{i\overline{k}_0 A Y_{00}} \int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_1(-d_1,z)}{\partial x} \cosh[k_0(h+z)]dz \tag{3.18a}$$

$$X_r = \frac{1}{i\overline{k}_r A Y_{rr}} \int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_1(-d_1,z)}{\partial x} \cosh[k_r(h+z)]dz, \qquad r=1,2,3... \tag{3.18b}$$

$$T_r = \frac{1}{i\bar{k}_r A Y_{rr}} \int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_5(d_4, z)}{\partial x} \cosh[k_r(h+z)]dz, \qquad r = 0, 1, 2, 3... \tag{3.19}$$

將(3.18)式及(3.19)式分別帶入(3.11)式及(3.12)式,可求得在界面S_{12}及界面S_{45}之值爲

$$\phi_1(-d_1, z) = 2A\cosh[k_0(h+z)]$$
$$+\sum_{r=0}^{\infty} \frac{A\cosh[k_r(h+z)]}{i\bar{k}_r A Y_{rr}} \int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_1(-d_1, z')}{\partial x} \cosh[k_r(h+z')]dz'$$
$$r = 0, 1, 2, 3... \quad at \qquad S_{12}, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.20}$$

$$\phi_5(d_4, z) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{A\cosh[k_r(h+z)]}{i\bar{k}_r A Y_{rr}} \int_{-h}^{0} \frac{\partial \phi_5(d_4, z')}{\partial x} \cosh[k_r(h+z')]dz'$$

$$r = 0, 1, 2, 3... \quad at \qquad S_{45}, \quad -h \le z \le 0 \tag{3.21}$$

若界面S_{12}及S_{45}分割常數元數之結點數分別爲N_{12}及N_{45},則(3.20)式及(3.21)式之右邊積分形式可簡化爲離散形式如下

$$\phi_1(-d_1, z_j) = 2A\cosh[k_0(h+z_j)]$$
$$+\sum_{k=1}^{N_{12}} \frac{\partial \phi_1(-d_1, z_k)}{\partial x} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{A}{i\bar{k}_r Y_{rr}} \cosh[k_r(h+z_j)]\cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$
$$r = 0, 1, 2, 3..., \quad at \quad S_{12}, \quad j = 1, 2...N_{12} \tag{3.22}$$

$$\phi_5(d_4, z_j) = \sum_{k=1}^{N_{45}} \frac{\partial \phi_5(d_4, z_k)}{\partial x} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{A}{i\bar{k}_r Y_{rr}} \cosh[k_r(h+z_j)]\cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$

$$r=0,1,2,3..., \quad on \quad S_{45}, \quad j=1,2...N_{45} \tag{3.23}$$

因界面S_{12}及S_{45}與z軸平行(垂直邊界之分量與x軸平行),對區域R_1在邊界S_{12}之$\overline{n}_1$與x軸同向,對區域R_2在邊界S_{21}之$\overline{n}_2$與x軸反向,對區域R_4在邊界S_{45}之$\overline{n}_4$與x軸同向,對區域R_5在邊界S_{54}之$\overline{n}_5$與x軸反向,因此在界面S_{12}上滿足$\phi_1(-d_1,z_j)=\phi_2(-d_1,z_j)$, $\frac{\partial\phi_1(-d_1,z_j)}{\partial n_1}=-\frac{\partial\phi_2(-d_1,z_j)}{\partial n_2}$並且在界面$S_{45}$上滿足, $\phi_4(-d_1,z_j)=\phi_5(-d_1,z_j)$, $\frac{\partial\phi_4(d_4,z_j)}{\partial n_4}=-\frac{\partial\phi_5(d_4,z_j)}{\partial n_5}$,則式(3.22)及式(3.24)可表示爲

$$\phi_2(-d_1,z_j)=2A\cosh[k_0(h+z_j)]$$
$$-\sum_{k=1}^{N_{12}}\frac{\partial\phi_2(-d_1,z_k)}{\partial n_2}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{A}{i\overline{k}_rY_{rr}}\cosh[k_r(h+z_j)]\cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$
$$r=0,1,2,3..., \quad on \quad S_{12}, \quad j=1,2...N_{12} \tag{3.24}$$

$$\phi_4(d_4,z_j)=\sum_{k=1}^{N_{45}}\frac{\partial\phi_4(d_4,z_k)}{\partial n_4}\sum_{r=0}^{\infty}\frac{A}{i\overline{k}_rY_{rr}}\cosh[k_r(h+z_j)]\cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$

$$r=0,1,2,3..., \quad on \quad S_{45}, \quad j=1,2...N_{45} \tag{3.25}$$

或表示爲下列矩陣方程式

$$\{Q_{21}\}=\{C_{21}\}+[D_{21}]\{P_{21}\}, \qquad on \quad S_{12} \tag{3.26}$$

$$\{Q_{45}\}=[D_{45}]\{P_{45}\}, \qquad on \quad S_{54} \tag{3.27}$$

式中而$\{Q_{21}\}$及$\{P_{21}\}$爲$N_{12}\times 1$向量,其向量元素分別定義爲

$$\{Q_{21}\}_j = \phi_2(\overline{x}_j), \qquad on \quad S_{12} \quad j = 1,2...N_{12} \tag{3.28a}$$

$$\{P_{21}\}_j = \frac{\partial \phi_2(\overline{x}_j)}{\partial n_2}, \qquad on \quad S_{12} \quad j = 1,2...N_{12} \tag{3.28b}$$

係數向量$\{C_{21}\}$及矩陣$[D_{21}]$分別定義爲

$$\{C_{21}\}_j = 2A\cosh[k_0(h+z_j)], \qquad on \quad S_{12} \quad j = 1,2...N_{12} \tag{3.29a}$$

$$[D_{21}]_{jk} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{-A}{i\overline{k}_r Y_{rr}} \cosh[k_r(h+z_j)] \cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$
$$on \quad S_{12} \quad j,k = 1,2...N_{12} \tag{3.29b}$$

同樣$\{Q_{45}\}$及$\{P_{45}\}$爲$N_{45} \times 1$向量,其向量元素分別定義爲

$$\{Q_{45}\}_j = \phi_4(\overline{x}_j), \qquad on \quad S_{45} \quad j = 1,2...N_{45} \tag{3.30a}$$

$$\{P_{45}\}_j = \frac{\partial \phi_4(\overline{x}_j)}{\partial n_4}, \qquad on \quad S_{45} \quad j = 1,2...N_{45} \tag{3.30b}$$

係數矩陣$[D_{45}]$分別定義爲

$$[D_{45}]_{jk} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{A}{i\overline{k}_r Y_{rr}} \cosh[k_r(h+z_j)] \cosh[k_r(h+z_k)]\Delta z_k$$
$$on \quad S_{45} \quad j,k = 1,2...N_{45} \tag{3.31}$$

爲引用界面處S_{23}(或S_{32})及S_{34}(或S_{43})之連續條件,將區域R_2之邊界$S_2 = S_{12} + S_{20} + S_{23} + S_{22}$,分爲$S_{2t}$及$S_{23}$兩部分,其中$S_{2t} = S_{12} + S_{20} + S_{22}$爲邊界$S_2$除$S_{23}$以外之其他邊界。其邊界上之結點數$N_2 = N_{12} + N_{20} + N_{23} + N_{22}$,也分爲$N_{2t}$及$N_{23}$兩部分。同樣將區域$R_3$之邊界$S_3 = S_{32} + S_{30} + S_{34} + S_{33}$,分爲

S_{32}, S_{34}及S_{3t}三部分,其中$S_{3t}=S_{30}+S_{33}$爲邊界S_3除S_{32}及S_{34}以外之其他邊界。其邊界上之結點數$N_3=N_{32}+N_{30}+N_{34}+N_{33}$,也分爲$N_{32}$,$N_{34}$及$N_{3t}$三部分。其次將區域$R_4$之邊界$S_4=S_{43}+S_{40}+S_{45}+S_{44}$,分爲$S_{4t}$及$S_{43}$兩部分,其中$S_{4t}=S_{40}+S_{45}+S_{44}$爲邊界$S_4$除$S_{43}$以外之其他邊界。其邊界上之結點數$N_4=N_{43}+N_{40}+N_{45}+N_{44}$,也分爲$N_{4t}$及$N_{43}$兩部分。

因此各向量$\{P_i\}$及$\{Q_i\}$,i=2,3,4可分別定義如下

$$\{P_2\}=\begin{Bmatrix}P_{2t}\\P_{23}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_2\}=\begin{Bmatrix}Q_{2t}\\Q_{23}\end{Bmatrix} \tag{3.32a}$$

$$\{P_3\}=\begin{Bmatrix}P_{3t}\\P_{32}\\P_{34}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_3\}=\begin{Bmatrix}Q_{3t}\\Q_{32}\\Q_{34}\end{Bmatrix} \tag{3.32b}$$

$$\{P_4\}=\begin{Bmatrix}P_{4t}\\P_{43}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_4\}=\begin{Bmatrix}Q_{4t}\\Q_{43}\end{Bmatrix} \tag{3.32c}$$

且各對應矩陣$[G_i]$及$[H_i]$,i=2,3,4可分別定義如下

$$[G_2]=[G_{2t}\ \ G_{23}],\qquad [H_2]=[H_{2t}\ \ H_{23}] \tag{3.33a}$$

$$[G_3]=[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}],\qquad [H_3]=[H_{3t}\ \ H_{32}\ \ H_{34}] \tag{3.33b}$$

$$[G_4]=[G_{4t}\ \ G_{43}],\qquad [H_4]=[H_{4t}\ \ H_{43}] \tag{3.33c}$$

則表示式(3.1),當e=2, $[G_2]\{P_2\}=[H_2]\{Q_2\}$可化爲

$$[G_{2t}\ \ G_{23}]\begin{Bmatrix}P_{2t}\\P_{23}\end{Bmatrix}=[H_{2t}\ \ H_{23}]\begin{Bmatrix}Q_{2t}\\Q_{23}\end{Bmatrix} \tag{3.34a}$$

同樣$[G_3]\{P_3\}=[H_3]\{Q_3\}$化爲

$$[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}]\ \ \begin{Bmatrix} P_{3t} \\ P_{32} \\ P_{34} \end{Bmatrix} = [H_{3t}\ \ H_{32}\ \ H_{34}] \begin{Bmatrix} Q_{3t} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \end{Bmatrix} \tag{3.34b}$$

$[G_4]\{P_4\} = [H_4]\{Q_4\}$化爲

$$[G_{4t}\ \ G_{43}]\ \ \begin{Bmatrix} P_{4t} \\ P_{43} \end{Bmatrix} = [H_{4t}\ \ H_{43}]\ \ \begin{Bmatrix} Q_{4t} \\ Q_{43} \end{Bmatrix} \tag{3.34c}$$

在界面處S_{23}

$$\{P_{23}\} = -\varepsilon\{P_{32}\}, \qquad on \quad S_{23} \tag{3.35a}$$

$$\{Q_{23}\} = -i\gamma\{Q_{32}\}, \qquad on \quad S_{23} \tag{3.35b}$$

在界面處S_{34}

$$\{P_{43}\} = -\varepsilon\{P_{34}\}, \qquad on \quad S_{34} \tag{3.36a}$$

$$\{Q_{43}\} = -i\gamma\{Q_{34}\}, \qquad on \quad S_{34} \tag{3.36b}$$

因此式(3.34a)、(3.34b)、(3.34c)化爲

$$[G_{2t}\ \ G_{23}\ \ -H_{23}]\ \ \begin{Bmatrix} P_{2t} \\ P_{23} \\ Q_{23} \end{Bmatrix} = [H_{2t}]\{Q_{2t}\} \tag{3.37a}$$

$$[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}\ \ -H_{32}\ \ -H_{34}]\ \ \begin{Bmatrix} P_{3t} \\ P_{32} \\ P_{34} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \end{Bmatrix} = [H_{3t}]\{Q_{3t}\} \tag{3.37b}$$

$$[G_{4t}\ \ G_{43}\ \ -H_{43}]\ \ \begin{Bmatrix} P_{4t} \\ P_{43} \\ Q_{43} \end{Bmatrix} = [H_{4t}]\{Q_{4t}\} \tag{3.37c}$$

式(3.37a)、(3.37b)及(3.37c)可組成

$$\begin{bmatrix} G_{2t} & 0 & 0 & -\varepsilon G_{23} & 0 & i\gamma H_{23} & 0 \\ 0 & G_{3t} & 0 & G_{32} & G_{34} & -H_{32} & -H_{34} \\ 0 & 0 & G_{4t} & 0 & -\varepsilon G_{43} & 0 & i\gamma H_{43} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{2t} \\ P_{3t} \\ P_{4t} \\ P_{32} \\ P_{34} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} H_{2t} & 0 & 0 \\ 0 & H_{3t} & 0 \\ 0 & 0 & H_{4t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{2t} \\ Q_{3t} \\ Q_{4t} \end{Bmatrix} \tag{3.38}$$

不失一般性，在邊界S_{et},e=2,3,4上之ϕ值假射爲已知(詳細原理將於下說明)，即式(3.38)右邊之$\{Q_{et}\}$,e=2,3,4皆爲已知，因此可利用高斯消去法求解在邊界S_{et},e=2,3,4上之$\{P_{et}\}$,e=2,3,4，及在界面S_{23}及界面S_{34}上之$\{P_{23}\}$,$\{P_{34}\}$ $\{Q_{23}\}$及$\{Q_{34}\}$等未知變數。

以下將說明此一般性假設之理由；根據數值分析理論，在區域邊界上，一般有三種邊界條件，第一種爲必要邊界條件(essential boundary condition)，即求解之變數爲已知，例如ϕ值已知。第二種爲自然邊界條件(natural boundary condition)，即求解變數之微分量爲已知，例如$\frac{\partial \phi}{\partial n}$爲已知。第三種爲混合型邊界(mixed boundary condition)，即變數與變數微分量間爲線性關係，例如$\phi = a_0' \frac{\partial \phi}{\partial n} + a_1'$，式中$a_0'$及$a_1'$爲常數。此處海底不透水界面$S_{22}, S_{33}, S_{44}$屬自然邊界條件；反射面$S_{21}$，透水面$S_{45}$及自由表面$S_{20}, S_{30}, S_{40}$屬混合型邊界條件。

以下我們說明將三種邊界應用在求解(3.38)式問題之法則如下：

(1.) 若邊界上第j點爲自然邊界條件時，即$\{P_{et}\}_j$已知，而$\{Q_{et}\}_j$爲未知，則將其對應之矩陣$[G_{et}]_{jk}$與$[Q_{et}]_{jk}$ $k = 1, 2, N_e$互調，同時$\{P_{et}\}_j$與$\{Q_{et}\}_j$兩變數對應點也互調，此時方程式右邊皆爲爲已知值。

(2.) 若邊界點爲混合邊界條件時，例如滿足$\{Q_{et}\} = [D_{et}]\{P_{et}\} + \{C_{et}\}$關係數時，則將係數$\{D_{et}\}\{P_{et}\}$移到方程式左邊，係數$\{C_{et}\}$獨立分離留置於方程式右邊，此時方程式右邊也皆爲已知值。

(3.) 若邊界點滿足必要邊界條件時，即符合我們一般性之假設，不另行處理。

及 $\frac{\partial\phi_e}{\partial n_e}$ 值皆可求得。假設方程式(2-41)中之 $\overline{x}_j^e$ 點爲區域 R_e,e=2,3,4 內(不包括邊界 S_e)任一點,則可由下列表示式求得 ϕ 值

$$\phi(\overline{x}_j^e) = \sum_{k=1}^{N_e} b[\phi_e(\overline{x}) \int_{\Gamma_k} \frac{\partial G_0^{(0)}(r)}{\partial n_e} d\ell_k + \frac{\partial \phi(\overline{x})}{\partial n_e} \int_{\Gamma_k} G_0^{(0)}(r) d\ell_k]$$
$$e = 2,3,4, \quad j = 1,2,3... \tag{3.40}$$

式中 Γ_k 爲第k個元素, $r = |\overline{x}_j^e - \overline{x}|$, $\overline{x}_j^e$ 爲區域 R_e 內(不包括邊界 S_e)任一點, j=1,2,3.... N_e ,$\overline{x}$ 爲第k個元素 Γ_k 上任一點。

離岸堤前之反射係數定義爲

$$C_r = |X_0| \tag{3.41a}$$

表示離岸堤前($x = -d_1$)反射波振幅與入射波振幅比值。

離岸堤之透射係數定義爲

$$C_t = |T_0| \tag{3.41a}$$

表示透過波在離岸堤後($x = d_4$)之振幅與入射波振幅比值。

其中 X_0 及 T_0 可由式(3.18a)及式(3.19)化簡之下列離散式求得

$$X_0 = 1 + \frac{1}{i\overline{k}_0 A Y_{00}} \sum_{k=1}^{N_{12}} \{P_{21}\}_k \cosh[k_0(h+z_k)] \Delta z_k \tag{3.42a}$$

$$T_0 = \frac{-1}{i\overline{k}_0 A Y_{00}} \sum_{k=1}^{N_{45}} \{P_{45}\}_k \cosh[k_0(h+z_k)] \Delta z_k \tag{3.42b}$$

二、數值解與理論解比較

本節將取長方形、等向性、均勻透水結構物(阻抗係數$\gamma = s + if$)之離岸堤爲例子,以理論解印証數值解之結果。假設平均水深h=20米,堤寬2b=20米,透水離岸堤(區域R_3)之計算區域範圍爲-10m ≦ x ≦ 10m, -20m ≦ z ≦ 0m;堤前之水域(區域R_2),取-30m ≦ x ≦ 10m, -20m ≦ z ≦ 0;堤後之水域(區域R_4),則取10m ≦ x ≦ 130m, -20m ≦ z ≦ 0,三個區域之邊界元素分割及結點編號如圖3-2,每個區域邊界之寬與高皆分割爲10元素個數(元素長度爲2米)。圖3-3爲正向波浪作用下($\theta_0 = 0$),離岸堤之孔隙率$\varepsilon = 0.4$,阻抗係數$\gamma = 1 + 0.4i$,無因次波數k_0h與反射係數C_r,圖3-4爲無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖。直線部分爲理論解,實心圓點爲邊界元素數值計算結果。圖中顯示數值計算與理論解之結果,甚爲一致。若考慮斜向波浪之作用,則圖3-5及圖3-6爲入射角$\theta_0 = 20$度,在其他參數不變,數值計算與理論解之比較圖,同樣顯示數值結果與理論之一致性。

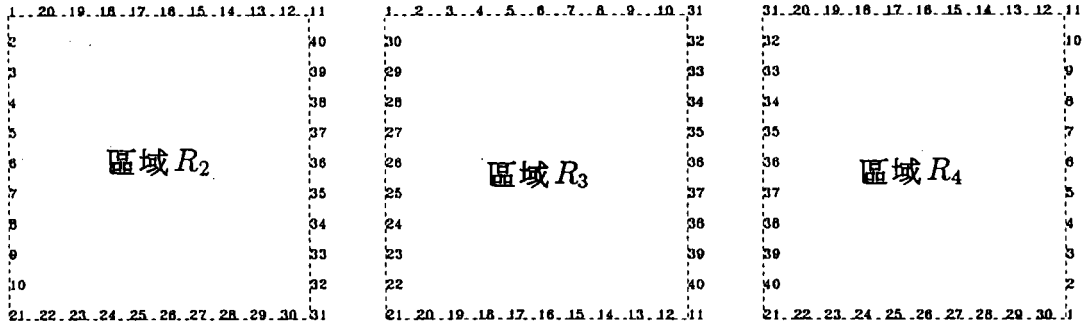

圖3-2長方形透水性離岸堤區域分割結點編號示意圖

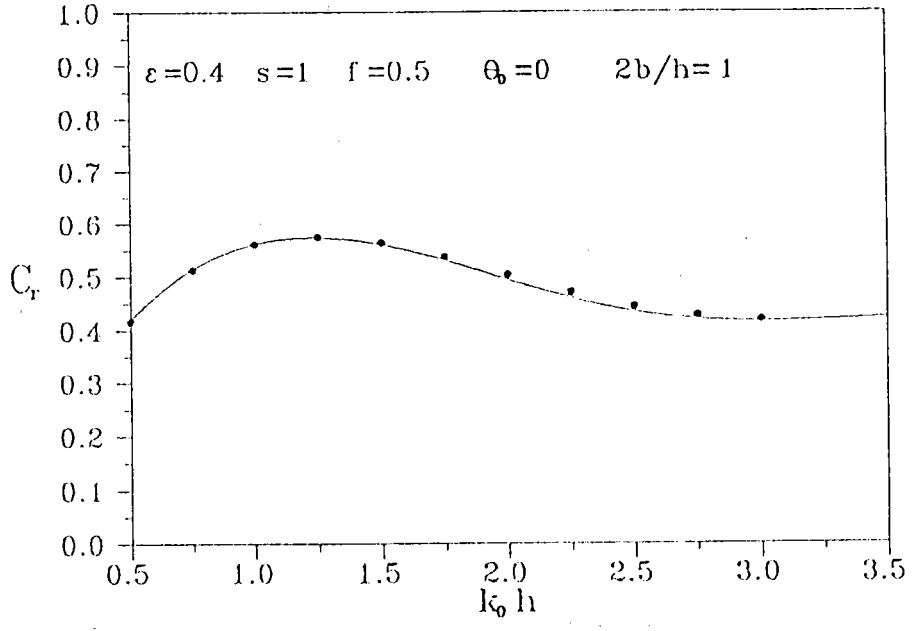

圖3-3正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)無因次波數k_0h與反射係數C_r之相關圖

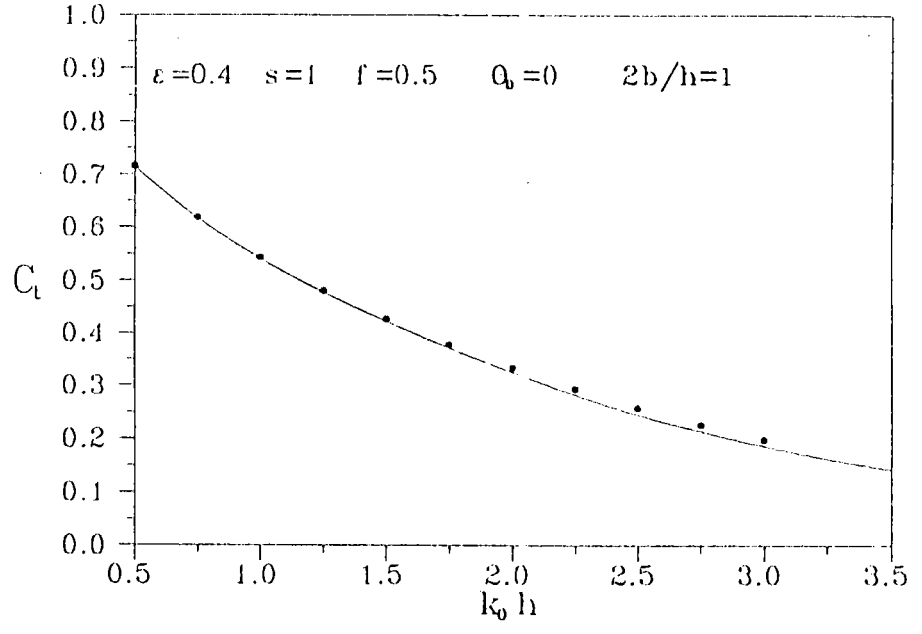

圖3-4正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖

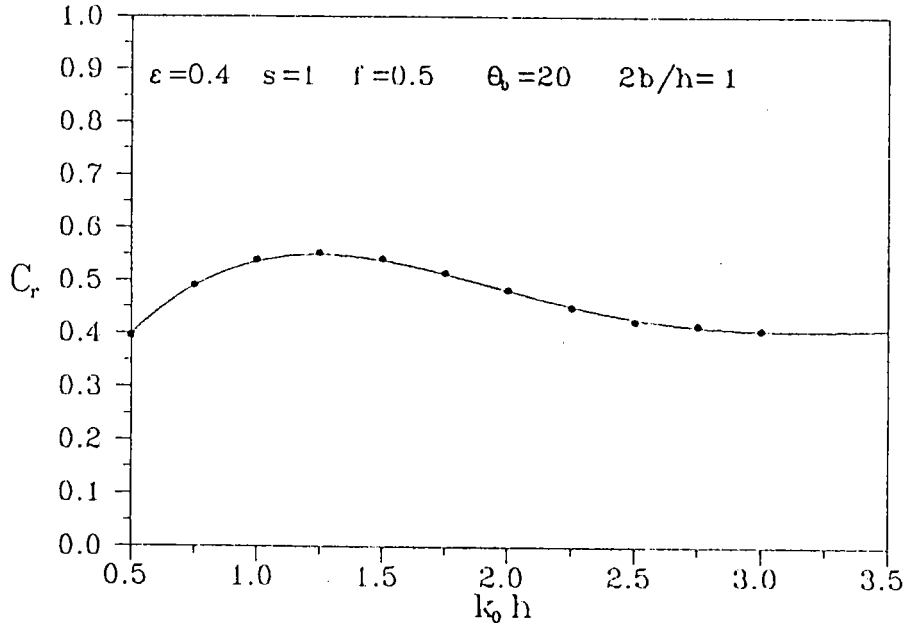

圖3-5斜向波浪作用下($\theta_0 = 20^0$)無因次波數k_0h與反射係數C_r之相關圖

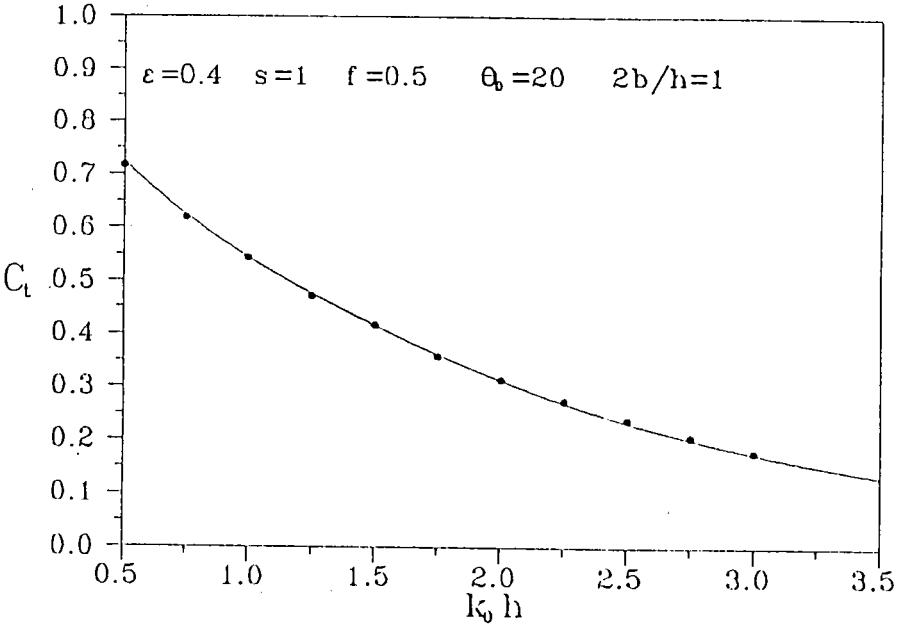

圖3-6斜向波浪作用下($\theta_0 = 20^0$)無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖

肆、透水性離岸堤之波能消散

離岸堤之斷面一般爲近似梯形，而長方體透水結構物，並不適用於離岸堤設計。蘇(1993), Dalrymple et al. (1991), Sollitt and Cross (1972)等之理論解析，僅適用於長方體透水結構物，並不適用於斷面爲其複雜形狀之問題，雖然Sollitt and Corss(1972)曾將梯形斷面以等面積原理轉換爲長方形斷面，而利用解析法求解其消波特性，但因波浪在水深方向影響不同，此近似法之誤差似不能避免，如以類似Sulisz(1985)、Lee(1987)或本文之數值方法計算，應較合理。

此處將探討等面積但兩腰不同斜度之梯形均勻透水性離岸堤之消波特性。在利用數值方法計算，以比較不同斜度之等腰梯形離岸堤，與等面積長方形斷面之離岸堤反射係數及透性係數之差異，圖4-1爲寬及高爲30m × 20m之離岸堤與不同斜度之等面積梯形斷面離岸堤之反射係數與無因次波數k_0h之相關曲線比較圖，圖中顯示不同斜度之等腰梯形離岸堤，反射係數之特性並不相同，隨斜度之增大，反射係數有減少之趨勢，顯示坡度較大之離岸堤消波特性較佳，圖4-2則爲透過係數C_t與無因次波次k_0h相關曲線比較圖，也顯示不同斜度之離岸堤特性相異。

實際之拋石堆離岸堤(rubble-mound breakwater)(如圖4-3)，常由不同大小之石頭或碎石組成，核心材料(core material)通常由較小之碎石組成，而上層(armor layer)則由較大之石塊堆砌而成。此處將解析此種離岸堤之消波特性。

將計算區域分割如圖4-4，區域R_1, R_2, R_4, R_5爲水域，離岸堤分R_3, R_6兩個區域，並假設每個區域爲等向，均勻介質。在引用前述之邊界元素法原理及元素分割方法。同樣可將各區域之波函數向量$\{Q_i\}$及波函數法線分量向量$\{P_i\}$，若方程式(2-41)中之$\bar{x}$點爲邊界上結點，則可化爲下列矩陣方程式

$$[G_e]\{P_e\} = [H_e]\{Q_e\}, \qquad e = 2,3,4,6 \tag{4.1}$$

同樣各向量$\{P_i\}$及$\{Q_i\}$,i=2,3,4,6可分別定義如下

$$\{P_2\} = \begin{Bmatrix} P_{2t} \\ P_{23} \end{Bmatrix}, \qquad \{Q_2\} = \begin{Bmatrix} Q_{2t} \\ Q_{23} \end{Bmatrix} \tag{4.2a}$$

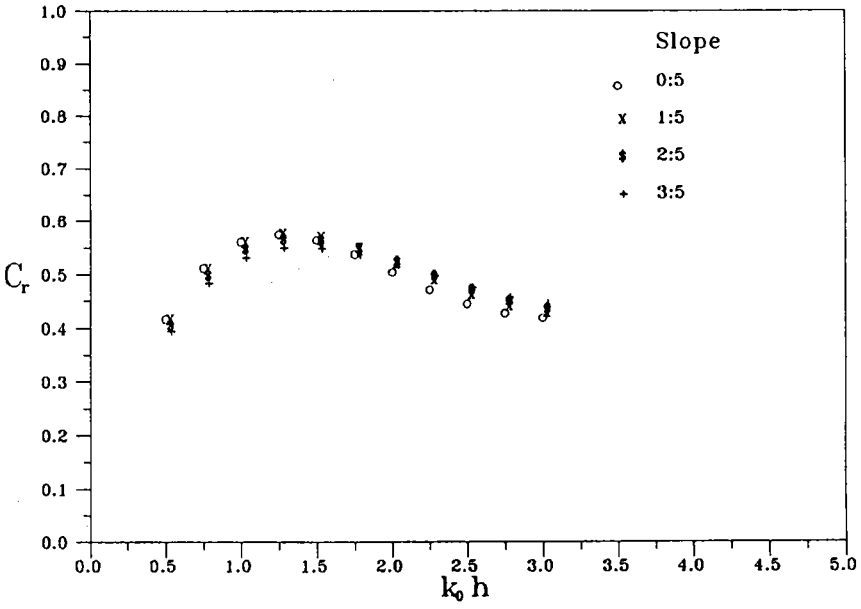

圖4-1正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)不同斜度梯形斷面離岸堤無因次波數$k_0 h$與反射係數C_r相關圖

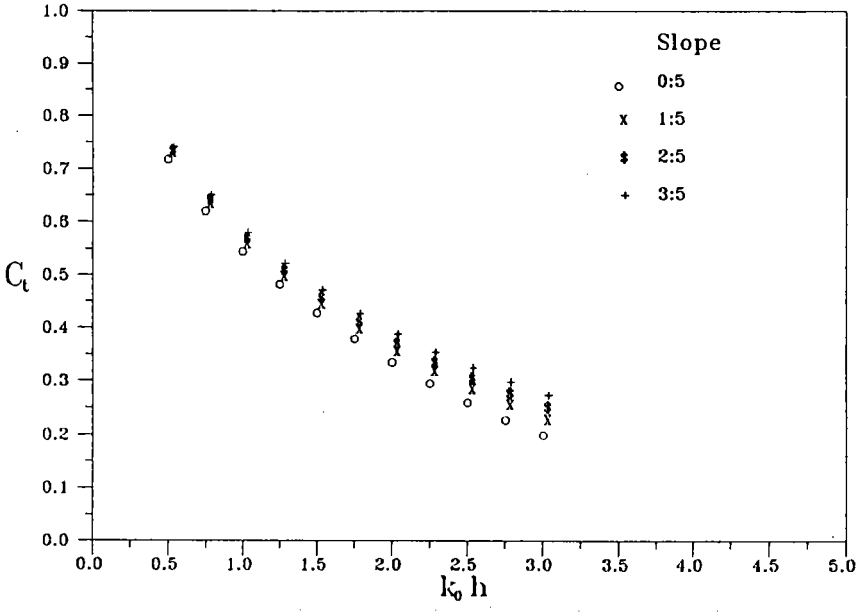

圖4-2正向波浪作用下($\theta_0 = 0$)不同斜度梯形斷面離岸堤無因次波數$k_0 h$與透射係數C_t之相關圖

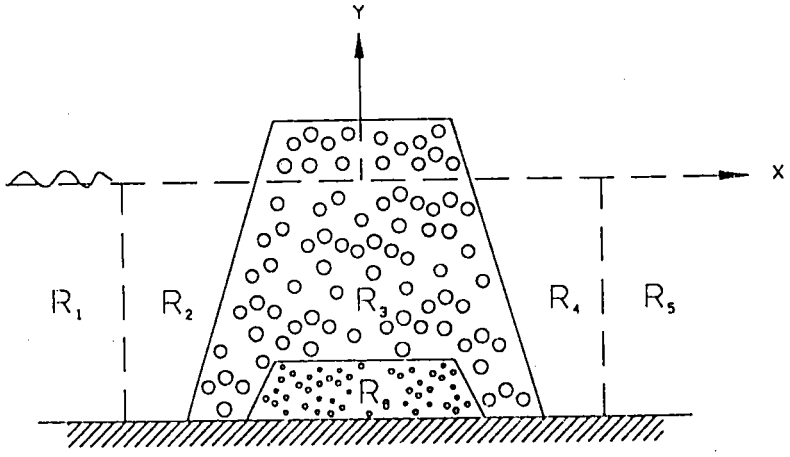

圖4-3拋石堆透水性離岸堤側視示意圖

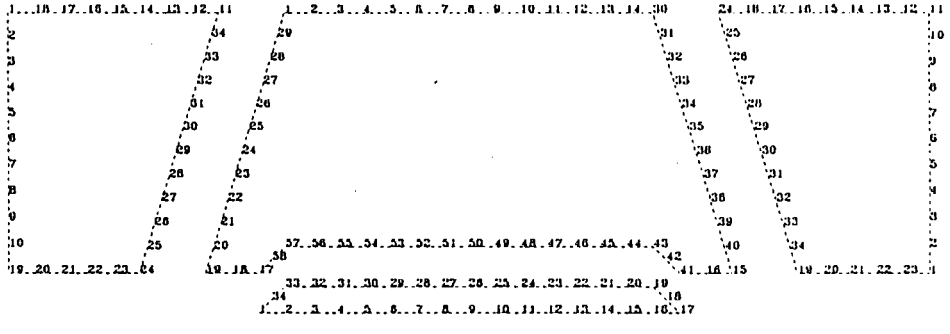

圖4-4拋石堆透水性離岸區域分割結點編號示意圖

$$\{P_3\}=\begin{Bmatrix}P_{3t}\\P_{32}\\P_{34}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_3\}=\begin{Bmatrix}Q_{3t}\\Q_{32}\\Q_{34}\end{Bmatrix} \tag{4.2b}$$

$$\{P_4\}=\begin{Bmatrix}P_{4t}\\P_{43}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_4\}=\begin{Bmatrix}Q_{4t}\\Q_{43}\end{Bmatrix} \tag{4.2c}$$

$$\{P_6\}=\begin{Bmatrix}P_{6t}\\P_{63}\end{Bmatrix},\qquad \{Q_6\}=\begin{Bmatrix}Q_{6t}\\Q_{63}\end{Bmatrix} \tag{4.2d}$$

且各對應矩陣$[G_i]$及$[H_i]$,i=2,3,4,6可分別定義如下

$$[G_2]=[G_{2t}\ \ G_{23}],\qquad [H_2]=[H_{2t}\ \ H_{23}] \tag{4.3a}$$

$$[G_3]=[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}\ \ G_{36}],\qquad [H_3]=[H_{3t}\ \ H_{32}\ \ H_{34}\ \ H_{36}] \tag{4.3b}$$

$$[G_4]=[G_{4t}\ \ G_{43}],\qquad [H_4]=[H_{4t}\ \ H_{43}] \tag{4.3c}$$

$$[G_6]=[G_{6t}\ \ G_{63}],\qquad [H_6]=[H_{6t}\ \ H_{63}] \tag{4.3d}$$

$[G_2]\{P_2\}=[H_2]\{Q_2\}$可化爲

$$[G_{2t}\ \ G_{23}]\ \begin{Bmatrix}P_{2t}\\P_{23}\end{Bmatrix}=[H_{2t}\ \ H_{23}]\ \begin{Bmatrix}Q_{2t}\\Q_{23}\end{Bmatrix} \tag{4.4a}$$

同樣$[G_3]\{P_3\}=[H_3]\{Q_3\}$化爲

$$[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}\ \ G_{36}]\ \begin{Bmatrix}P_{3t}\\P_{32}\\P_{34}\\P_{36}\end{Bmatrix}=[H_{3t}\ \ H_{32}\ \ H_{34}\ \ H_{36}]\begin{Bmatrix}Q_{3t}\\Q_{32}\\Q_{34}\\Q_{36}\end{Bmatrix} \tag{4.4b}$$

$[G_4]\{P_4\} = [H_4]\{Q_4\}$化爲

$$[G_{4t} \;\; G_{43}] \begin{Bmatrix} P_{4t} \\ P_{43} \end{Bmatrix} = [H_{4t} \;\; H_{43}] \begin{Bmatrix} Q_{4t} \\ Q_{43} \end{Bmatrix} \tag{4.4c}$$

$[G_6]\{P_6\} = [H_6]\{Q_6\}$化爲

$$[G_{6t} \;\; G_{63}] \begin{Bmatrix} P_{6t} \\ P_{63} \end{Bmatrix} = [H_{6t} \;\; H_{63}] \begin{Bmatrix} Q_{6t} \\ Q_{63} \end{Bmatrix} \tag{4.4d}$$

在界面處S_{23}

$$\{P_{23}\} = -\varepsilon_3\{P_{32}\}, \qquad on \quad S_{23} \tag{4.5a}$$

$$\{Q_{23}\} = -i\gamma_3\{Q_{32}\}, \qquad on \quad S_{23} \tag{4.5b}$$

在界面處S_{34}

$$\{P_{43}\} = -\varepsilon_3\{P_{34}\}, \qquad on \quad S_{34} \tag{4.6a}$$

$$\{Q_{43}\} = -i\gamma_3\{Q_{34}\}, \qquad on \quad S_{34} \tag{4.6b}$$

在界面處S_{36}

$$\varepsilon_6\{P_{63}\} = -\varepsilon_3\{P_{36}\}, \qquad on \quad S_{36} \tag{4.7a}$$

$$-i\gamma_6\{Q_{63}\} = -i\gamma_3\{Q_{36}\}, \qquad on \quad S_{36} \tag{4.7b}$$

因此式(4.3a)、(4.3b)、(4.3c)、(4.3d)化爲

$$[G_{2t} \;\; G_{23} \;\; -H_{23}] \begin{Bmatrix} P_{2t} \\ P_{23} \\ Q_{23} \end{Bmatrix} = [H_{2t}]\{Q_{2t}\} \tag{4.8a}$$

$$[G_{3t}\ \ G_{32}\ \ G_{34}\ \ G_{36}\ \ -H_{32}\ \ -H_{34}\ \ -H_{36}]\ \begin{Bmatrix} P_{3t} \\ P_{32} \\ P_{34} \\ P_{36} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \\ Q_{36} \end{Bmatrix} = [H_{3t}]\{Q_{3t}\} \quad (4.8b)$$

$$[G_{4t}\ \ G_{43}\ \ -H_{43}]\ \begin{Bmatrix} P_{4t} \\ P_{43} \\ Q_{43} \end{Bmatrix} = [H_{4t}]\{Q_{4t}\} \quad (4.8c)$$

$$[G_{6t}\ \ G_{63}\ \ -H_{63}]\ \begin{Bmatrix} P_{6t} \\ P_{63} \\ Q_{63} \end{Bmatrix} = [H_{6t}]\{Q_{6t}\} \quad (4.8d)$$

式(4.8a)、(4.8b)、(4.8c)及(4.8d)可組成

$$\begin{bmatrix} G_{2t} & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 G_{23} & 0 & 0 & i\gamma_3 H_{23} & 0 & 0 \\ 0 & G_{3t} & 0 & 0 & G_{32} & G_{34} & G_{36} & -H_{32} & -H_{34} & -H_{36} \\ 0 & 0 & G_{4t} & 0 & 0 & -\varepsilon_3 G_{43} & 0 & 0 & i\gamma_3 H_{43} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{6t} & 0 & 0 & -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_6} G_{63} & 0 & 0 & -\frac{\gamma_3}{\gamma_6} H_{63} \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} P_{2t} \\ P_{3t} \\ P_{4t} \\ P_{6t} \\ P_{32} \\ P_{34} \\ P_{36} \\ Q_{32} \\ Q_{34} \\ Q_{36} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{2t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{3t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H_{4t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{6t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{2t} \\ Q_{3t} \\ Q_{4t} \\ Q_{6t} \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

離岸堤前之反射係數C_r及透射係數C_t分別定義爲(3.41a)及(4.41b)，其中係數X_0及T_0可由式(3.42a)及式(3.42b)求得。

此處將分析一雙層透水性離岸堤在不同波浪作用下之反射及透性特性，假設離岸堤斷面外圍爲一等腰梯形(下底寬40米，高25米，在高20米之上底寬28米)，堤內層不同透水性結構物之斷面亦爲一等腰梯形(上底寬28米，下底寬32

米，高2米）。離岸堤內層之孔隙率爲0.5，阻抗係數爲$\gamma = 0.7 + i$，而堤上層之孔隙率爲0.7，阻抗係數爲$\gamma = 0.7 + i$。圖4-5及圖4-6分別爲10度斜向波浪作用下無因次波數$k_0 h$與反射係數C_r及透性係數C_t之相關曲線圖。圖中顯示反射係數C_r及透射係數C_t在不同週期作用下，消波之效率差異甚大。因此對一不規則形狀及不同透水性（包括阻抗係數，孔隙率），在不同方向及週期之波浪作用下，引用本文之模式將可得到任何形態透水性離岸堤之反射及透射特性。

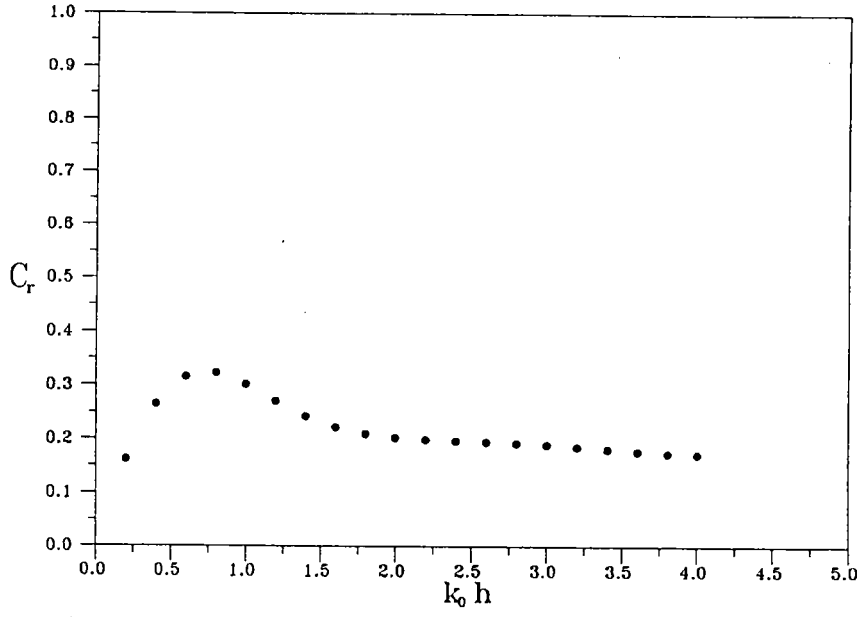

圖4-5斜向波浪作用下($\theta_0 = 10^0$)雙層透省水性離岸堤
無因次波數k_0h與反射係數C_r相關圖

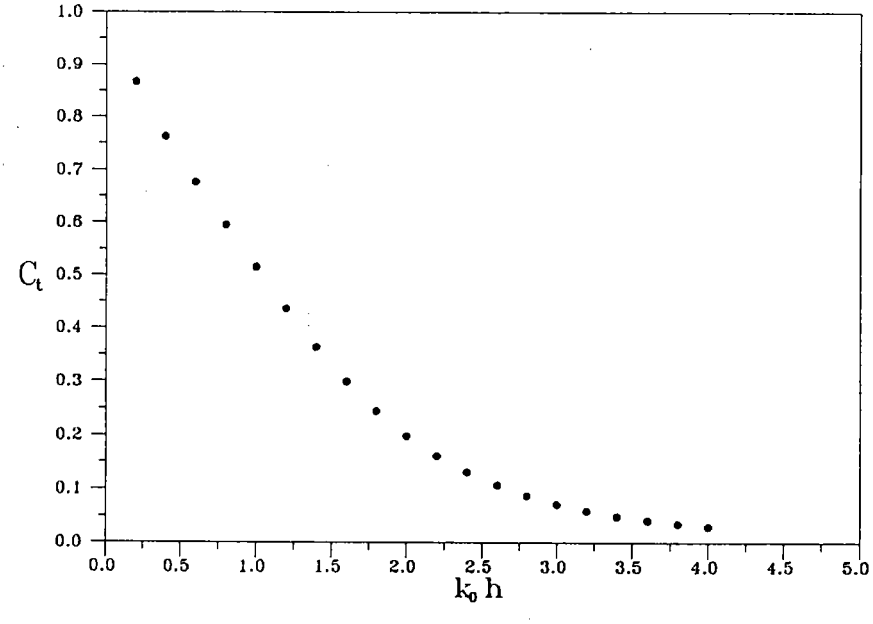

圖4-6斜向波浪作用下($\theta_0 = 10^0$)雙層透省水性離岸堤
無因次波數k_0h與透射係數C_t之相關圖

伍、討論及結論

1. 本文以理論探討透水性離岸堤受斜向波浪作用之反射及透射特性。解析之範圍已包括往昔學者解析正向波作用於不規則形狀,及多種不同透水性結構物組成之離岸堤。

2. 本文引用邊界元素法,解析斜向波浪作用於透水性離岸堤部份,將可解析不規則形狀斷面,及多層透水結構物之離岸堤問題。正向波浪作用於透水性離岸堤之邊界值問題基本解自然對數函數,而斜向波浪作用於離岸堤之邊界值問題基本解爲修正第一類漢克函數。

3. 本文邊界元素法模式之邊界條件形式,計有自然邊界(natural B. C.),及混合邊界(mixed B.C.)。反射介面、透過介面及自由表面則屬混合邊界,不透水海底屬自然邊界條件,不同區域(包括不同透水結構物或水域)間則引用水位與壓力連續條件。

4. 本文之數值解析結果與規則均勻透水結構物之理論解比較,不管在正向波浪作用或斜向波浪作用之條件,皆得到合理之印證。本模式將可應用於解析任何不規則形狀斷面及多層透水結構物之離岸堤消波問題。

參考文獻

1. Baker, B. B. and E. T. Copson ,"The Mathematical Theory of Huygen's Principle",Oxford Universiyty Press, London, (1950).

2. Biesel F. and F. Suquet , "Les Appareils Generateurs de Houle Enlaboratoire" . La Houille Branche PP. 147-165,475-496,723-737 (1951).

3. Booij, N. ,"Gravit Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current ", thesis present to the Technical University of Delft , The Netherlands, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (1981).

4. Chwang, A. T., "A Porous-Wavemaker Theory ", J. Fluid Mech., Vol.132, pp. 395 ~ 406 (1983).

5. Chwang, A.T. and W. Li , "A Piston-Type Porous Wave-Maker Theory", J. Eng. Math., Vol.17 , pp. 301 ~ 313 (1983).

6. Chwang, A. T. and Z. Dong ,"Wave-Trapping Due to a Prous Plate", Proc. 15th ONR Sym. on Naval Hydrodyn., Hamburg, Germany, pp. 407 ~ 417 (1984).

7. Chwang, A.T., S. H. Ou and C.H. Su , "Dissipation of Wave Energy by a Porous Wall ", CKHORT-89-005 ,Dept. of Hydraulics and Ocean Eng., National Cheng Kung Univ. ,Taiwan, R.O.C. (1989).

8. Dalrymple, R. A. , M. A. Losada and P. A. Martin ," Reflection and Transmission from Porous Structures under Oblique Wave Attack ", J. Fluid Mech., Vol.224, pp. 625 ~ 644 (1991).

9. Hannoura, A. A. and J. A. McCorquodale , " Rubble Mounds : Numerical Modeling of Wave Motion ", J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE ,Vol. 111, No. 3 ,pp. 552-566.

10. Havelock T. H. , "Forced Surface-Waves on Water ", Phil. Mag. Vol.8, pp. 569-576 (1929).

11. Huang, L. H. ,"The Inertial Effect of a Finite Thickness Porous Wavemaker.", J. Hydr. Res. ,29(3), pp. 417～432 (1991).

12. Huang, L. H. and H. I. Chao ,"Reffection and Transmission of Water Wave by Porous Breakwater", J. Wtrwys. , Har. Coast. Div., ASCE, 100(4), pp. 437～452 (1992).

13. Huang, L. H. , P. C. Hsieh and G. Z. Chang ,"The Interaction of Water Wave and Porous Breakwater " ,Paper Submitted to J. Wtrwys., Har. Coast. Div., ASCE (1992).

14. Jamieson, W.W. and E.P.D. Mansard , "An Efficient Upright Wave Absorber ",Porc. of Coast. Hydro. dyna. Conf. ,pp. 124～139 (1987).

15. Jarlan, G.L.E., " A Perforated Vertical Wall Breakwater", The Dock and Harbour Authority, Vol. 41, pp.394～398 (1961).

16. Jarlan, G. L. E. , " The Application of Acoustic Theory to the Reflective Properties of Coastal Engineering Structures " , National Research Council of Canada, Rep. No. DME/NAE pp. 23～63 (1965).

17. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs., "Riprap Stability Under Wave Action," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE , Vol. 111, No. 3, pp.552-566 (1985a).

18. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs. , "Stability of Armor Units on Composite Slopes," J. of Waterway, Port, coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 111, No.5, pp.880-894 (1985b).

19. Kobayashi, N., A.K. Otta, and I. Roy. ,"Wave REflection and Run-up on Rough Slopes," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 113, No.3, pp.282-298 (1987).

20. Lee,C. P.," Wave Interaction with Permeable Structures", Ph.D. Dissertation, Ocean Engineering Program, Department of Civil Engineering , Oregon State University, Corvallis, Oregon , U.S.A. (1987).

21. Le Méhaute, B. ," Perméabilité des Digues en Enrochements aux Ondes de Gravité périodiques ", Bouille Blanche , Vol. 6, pp. 903 ~ 919 (1957).

22. Liu , P. L. -F. , S. B. Yoon and R.A. Dalrymple , "Wave Reflection from Energy Dissipation Region : ,J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng . , ASCE Vol. 112, pp. 632 ~ 644(1986).

23. Madsen, O.S. ," Wave Transmission through Porous Structures ", J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE Vol. 100, pp. 169 ~ 188(1974).

24. Madsen ,O.S. and S.M. White," Wave Transmission through Trapezoidal Breakwaters " , Proc. 15th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Honolulu, Hawaii, pp.2662 ~ 2676 (1976).

25. Madsen, P.A.," Wave Reflection from a Vertical Permeable Wave Absorber", Coastal Eng. ,Vol.7,pp. 381 ~ 396 (1983).

26. Morse, P.M. and K.U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, Princeton Univ. Press, U.S.A. (1968).

27. Richey E.P. and C.K. Sollitt, "Wave Attenuation by Porous Walled Breakerwater " , J. Water. Har. and Coast. Eng. Div., ASCE, Vol. 96, pp. 643 ~ 663 (1970).

28. Sollitt, C.K. and R.H. Cross, "Wave Transmission through Permeable Breakwaters" ,Proc. 13th Conf. on Coastal Eng. ASCE, Vancouver, Canada, pp.1827 ~ 1846 (1972).

29. Sulisz, W. ," Wave Reflection and Transmission at Permeable Breakwaters of Arbitrary Cross Section " , Coastal Eng. , Vol. 9 , pp. 371 ~ 386 (1985).

30. Taylor, G.I. , "Fluid Flow in Regions Bounded by Porous Surfaces". Proc. Roy. Soc. London, A 234 , pp.456 ~ 475 (1956).

31. Terrett, F.L., J.D.C. Osorio and G.H. Lean , "Model Studies of a Perforated Breakwater", Proc. 11th Conf. on Coastal Eng.,Ch. 70 : pp. 1104 ~ 1120 (1968).

32. Twu S.W. and D. T. Lin , "On a Highly Effective Wave Absorber " , Coast. Eng. ,Vol. 15 , pp. 389～405 (1991).

33. Ursell F. ,R. G. Dean and Y.S. Yu ," Forced Small-Amplitude Water waves : A Comparison of Theory and Experiment", J. Fluid Mech. ,Vol. 7, pp. 33-52 (1960).

34. Yeh, P., *Optical Waves in Layered Media*, John Wiley & Sone, New York, U.S.A. (1988).

35. 李兆芳、藍元志，「波浪與透水結構物互相作用之二階解」，中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集，第316～329頁(1992).

36. 涂盛文、郭仲仁，「有限厚度孔隙牆消除特性之研究」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，第544～558頁(1990).

37. 涂盛文、劉正棋，「利用有限厚度孔隙牆消除造波水槽之再反射」，中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集，第299～315頁(1992).

38. 郭金棟、黃貴麟，「半圓形開孔堤體反射透射特之試驗研究」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，第502～523頁(1990).

39. 蘇青和、章梓雄、歐善惠，「多孔岸壁受斜向波浪作用之反射及波壓特性」，力學期刊，第八卷,第67～76頁(1992)。

40. 阿部宣行、鹿島遼一，「防波堤、護岸の構造型式調查」,日本電力中央研究所研究報告,調查報告U88012, pp. 1～96 (1988).

41. 井島武士、佐タ木富雄、湯村やす,「游水部なもつ直立消防波波護岸の研究」,九州大學工學部水工土木學教室海岸研究室,pp. 1～49 (1972).

42. 井島武士、奥圖英明、湯村やす、牛房幸光,「直立消防波波護岸における透過壁と遊水部の機能」,日本第23回海岸工程演講會論文集,pp. 85-88 (1976).

43. 井島武士、奥圖英明、牛房幸光,「直立消防波波護岸の構造と周波數特性について」,日本第24回海岸工程演講會論文集,pp. 255-259 (1977).

誌 謝

本計畫承國家科學委員會補助,計畫編號：NSC-82-0209-E-124-002,謹此誌謝,承數學模式組同仁陳毓清小姐之論文繕打,併於此致謝。