

摘 要

本文以理論方法探討多孔消波體受斜向波浪作用之波能消散特性，並由數值方法計算多孔消波岸壁港池之共振及波能消散變化，結果經模型實驗進一步驗證。

由理論探討高低水位時多孔消波體置於半無限長區域受斜向波浪作用之反射、透射及波能消散特性。多孔消波體由多孔牆(或多孔板)與不透水直立壁、上壁組成一近似封閉消波室之設計。多孔牆與波浪之相互作用，以理論完整描述多孔牆內之波動特性，而當多孔牆變為多孔板時，則引用較簡易理論來解析，以取代多孔牆較複雜之理論。而關於多孔牆與多孔板兩種不同理論解析原理，文中也進一步予以整合。斜向波浪作用下因水位高低不同，消波室將產生剛性表面與自由表面兩種不同邊界效應，文中探討入射波角度、波長、水位高度、消波室寬度、多孔板之多孔影響參數及多孔牆之特性參數等對波浪反射係數及透射係數之影響。對特定的波浪，適當的選擇消波室寬度及多孔牆(或多孔板)之相關參數，可有效減低波浪反射能量，達到較佳消波效果。當多孔消波體置於有限長水槽，受活塞式造波機產生之波浪作用時，本文也解析其波浪反射特性，以探討消波體於實驗室消波現象。

為解析多孔消波體應用於港池岸壁，受波浪作用引起之共振特性變化，本文分別引用邊界元素法及有限元素法，建立包括透水性岸壁及不規則形狀港池之等水深及不等水深兩種模式。等水深模式使用簡易方便，不等水深模式則較週延，適用範圍較廣。本文建立之數值模式在退化為不透水岸壁時，與往昔大部分學者之數值解、理論解比較，皆得到合理的印證。但與Lee(1969)數值計算之結果比較發現差異甚大，文中也深入檢視其正確性及產生誤差之原因。而在數值計算港池共振問題，有關輻射邊界條件之引用，文中也針對局部型式及標準型式以一實例比較；分析結果顯示，引用較簡易之局部輻射條件，若適

當的設定港外邊界，亦可得到標準輻射條件相近之計算結果。

關於港池共振現象，由多孔消波體設計之透水性港池與不透水直立壁港池比較，本文發現共振週期可能改變，透水性港池共振點之擴大率較不透水直立壁港池為小；而這些多孔消波岸壁港池之波能消散現象與港池形狀、水位高度、波浪週期、消波室寬度、多孔板之多孔影響參數及多孔牆特性參數等有關；不同的條件，對共振發生之週期或共振點擴大率之改變影響不同。對特定不規則形狀之港池，利用數值計算以選取較佳多孔消波體參數，將可改變原有共振發生之週期及有效減低共振之振幅。

最後，本文以模型試驗探討多孔板設計之消波體及矩形、圓形兩種簡單型態消波岸壁港池之消波特性的。針對消波體之反射係數，在斷面水槽試驗觀測結果顯示與理論解析結果尚稱吻合；另針對多孔消波體設計之圓形及矩形港池之共振特性，數值計算與試驗結果之共振週期均有平移現象。

ABSTRACT

The analytical results of wave energy dissipation by a porous wave-absorber under oblique wave attack are obtained. Numerical methods have been applied to solve the porous-wall harbor problems . Interesting results are obtained for harbor resonances and energy dissipation in porous-wall harbors. Comparisons between theoretical and experimental results show reasonable agreement.

Analytic solutions are presented to describe the results of wave reflection , wave transmission and energy dissipation by a porous wave-absorber which is placed at the end of a semi-infinitely long region , in different water elevations , under oblique wave attack. Porous wave-absorber is composed of a porous structure (or porous plate) together with solid walls . A complete description of the wave field inside a porous structure is presented . When a porous structure reduces to a porous plate , another simplified theory is considered. It is shown that two different approaches have the same formulas . The water surface in the wave chamber has two types : rigid lid and free surface. The reflection coefficient and the transmission coefficient are affected by the angle of wave incidence, wavelength, mean water level , width of the wave chamber, thickness of the porous structure , material properties of the porous structure , and the porous-effect parameter of the porous plate. By suitably selecting the width of a wave chamber and parameters of a porous structure (or porous plate) , considerable amount of wave energy can be dissipated. The effect of finite channel length on the energy dissipation is also investigated.

A finite element model and a boundary element model are developed to calculate wave induced oscillations in permeable harbors of arbitrary shapes in either variable depth or constant depth . Present numerical results have been proven to agree well with the theoretical , experimental and numerical results obtained by most previous studies. But there is still some disagreements with numerical results by Lee(1969). The present paper examined the computation procedures , and provided a reasonable explanation. Numerical results of applying local radiation condition to harbor resonance problem are also compared with

those of Sommerfeld radiation condition.

As compare to the conventional impermeable harbors, wave oscillations in porous-wall harbors of rectangular and circular shapes are investigated theoretically. In present numerical results for the both shapes of harbors, the amplification factor depends on the width of a wave chamber as well as material properties of porous structures (or porous plates). It is also found that the resonant periods and the amplification factors at those periods may change with different kinds of porous-walls.

Experimental results of wave dissipation by a porous wave-absorber and a porous-wall harbor are also investigated. Experimental results of the reflection coefficient by a porous wall are in accordance with the results obtained by the theoretical method. For a rectangular harbor and a circular porous-wall harbors, the numerical and experimental results of resonant period show the same phenomenon of shifting.

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	iii
目錄	v
圖目錄	viii
表目錄	xvii
照片目錄	xviii
符號說明	xix
第一章 緒論	1
1-1 研究目的	1
1-2 前人研究	2
1-3 本文組織	10
第二章 多孔消波體在半無限長區域之波能消散	11
2-1 控制方程式及邊界條件	11
2-2 自由水面型態多孔消波體之波能消散	20
2-2-1 波函數一般解	20
2-2-2 平面波一階解	28
2-2-3 波函數之複數特徵值及收斂性探討	35
2-2-4 自由水面型態多孔消波體之波能消散特性	39
2-2-5 消波室寬度為零之波函數解	46
2-2-6 消波室寬度無限長之波函數解	49
2-3 自由水面型態多孔岸壁之波能消散	54
2-3-1 波函數一般解	54
2-3-2 消波室寬度無限長之波函數解	64
2-4 剛性表面型態多孔消波體之波能消散	66
2-5 剛性表面型態多孔岸壁之波能消散	76
第三章 多孔消波體在有限長造波水槽之波能消散	83
3-1 控制方程式及邊界條件	83
3-2 自由水面型態多孔消波體之波能消散	84
3-2-1 波函數一般解	84
3-2-2 平面波一階解	89

3-2-3自由水面型態多孔消波體之反射特性	91
3-2-4消波室寬度為零之波函數解	96
3-3自由水面型態多孔岸壁之波能消散	98
3-4剛性水面型態多孔消波體之波能消散	102
3-5剛性表面型態多孔岸壁之波能消散	107
第四章 透水性型態港池波場計算數值模式	111
4-1等水深不規則形狀港池波場計算—邊界元素法模式	111
4-1-1基本方程式和邊界條件	111
4-1-2邊界元素數法	115
4-2不等水深不規則形狀港池波場計算—有限元素法模式	119
4-2-1基本方程式和邊界條件	119
4-2-2有限元素法	124
4-2-3局部型式及標準型式輻射邊界條件比較	130
4-3邊界元素法模式及有限元素法模式比較	132
4-3-1各種數值方法、理論解及試驗結果比較	132
4-3-2討論	133
第五章 多孔消波岸壁港池之波能消散現象	135
5-1多孔岸壁港池之岸壁邊界條件	135
5-2多孔消波體港池之岸壁邊界條件	137
5-3多孔岸壁港池之波能消散特性	139
5-3-1自由水面型態多孔岸壁港池	139
5-3-2剛性水面型態多孔岸壁港池	151
5-4多孔消波體港池之波能消散特性	155
5-4-1自由水面型態多孔消波體港池	155
5-4-2剛性水面型態多孔消波體港池	156
5-5討論	161
第六章試驗與理論比較	163
6-1試驗設備及方法	163
6-1-1試驗設備	163
6-1-2多孔板材料係數 b_0 測定	164
6-1-3多孔岸壁反射係數 C_r 測定	167

6-1-4 多孔岸壁港池內波高測定	167
6-2 試驗結果與數值計算比較	170
6-2-1 反射係數	171
6-2-2 多孔岸壁矩形港池及 10° 開口圓形港池	173
6-3 討論	179
第七章 結論及建議	181
7-1 結論	181
7-2 建議	184
參考文獻	185
簡歷	192
誌謝	196

圖 目 錄

圖 2-1-1 自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖	11
圖 2-1-2 多孔消波體設計上視示意圖	13
圖 2-1-3 剛性表面型態多孔消波體設計側視示意圖	14
圖 2-1-4 自由水面型態多孔岸壁設計側視示意圖	19
圖 2-1-5 剛性表面型態多孔岸壁設計側視示意圖	19
圖 2-2-1 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與消波室寬度 d/L 之 相關曲線圖	31
圖 2-2-2 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之 相關曲線圖	32
圖 2-2-3 $f=0.5$ 條件下 k_0, K_{1r}, K_{1i} 與 C_0 等參數之相關曲線圖	36
圖 2-2-4 $f=2$ 條件下 k_0, K_{1r}, K_{1i} 與 C_0 等參數之相關曲線圖	37
圖 2-2-5 $f=0.5$ 時, k_n 及 K_m 在複數平面之分佈狀況圖	38
圖 2-2-6 $f=2$ 時, k_n 及 K_m 在複數平面之分佈狀況圖	38
圖 2-2-7 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 不同階數 (n) 之 $ R_n $ 振幅值	39
圖 2-2-8 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	41
圖 2-2-9 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	41
圖 2-2-10 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用反射係數 C_r 與消波室 寬度 d/L 相關曲線圖	42
圖 2-2-11 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用透射係數 C_t 與消波室 寬度 d/L 相關曲線圖	42
圖 2-2-12 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆厚 度 $2b/h$ 相關曲線圖	43
圖 2-2-13 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆厚 度 $2b/h$ 相關曲線圖	43
圖 2-2-14 自由水面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	44
圖 2-2-15 自由水面多孔消波體 $C_0 = 2$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L	

平面上等反射係數 C_r 曲線圖	44
圖 2-2-16 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖 ..	45
圖 2-2-17 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖 ..	45
圖 2-2-18 消波室寬度為零之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖	46
圖 2-2-19 自由水面多孔消波體消波室寬度為零時各項係數 C_r, C_t, C'_{1r} 與多孔 牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	48
圖 2-2-20 消波室寬度為無限長之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖	49
圖 2-2-21 自由水面多孔消波體無消波室時各項係數 $C_r, C_t, C''_{1r}, C''_{1t}$ 與多孔牆 厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	52
圖 2-2-22 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 反射係 數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	53
圖 2-2-23 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 透射係 數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	53
圖 2-3-1 自由水面型態多孔岸壁當 $\bar{G}_0 = 0.5$ 係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/L 相 關曲線圖	57
圖 2-3-2 自由水面型態多孔消波體當 $\bar{G}_1 = 0.5$ 係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	57
圖 2-3-3 自由水面型態多孔岸壁在不同 \bar{G}_0 值反射係數 C_r 與無因次消波室寬 度 d/\bar{L} 相關曲線圖	58
圖 2-3-4 自由水面型態多孔消波體在不同 \bar{G}_1 值反射係數 C_r 與無因次消波室 寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖	58
圖 2-3-5 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 d/\bar{L} 值反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 相關曲線圖	60
圖 2-3-6 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 d/\bar{L} 值透射係數 C_t 與 \bar{G}_0 相關曲線圖	61
圖 2-3-7 自由水面型態多孔岸壁在不同 \bar{G}_0 值透射係數 C_t 與無因次消波室寬 度 d/\bar{L} 相關曲線圖	62
圖 2-3-8 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之反射係數 C_r 與 G_0 關係曲線圖	62
圖 2-3-9 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之透射係數 C_r 與 d/L 關係曲線圖	63

圖 2-3-10 波浪斜向作用於自由水面型態多孔岸壁不同 \bar{G}_0 值在水深方向板前 後壓力差分佈曲線圖	63
圖 2-3-11 自由水面型態多孔岸壁消波室寬度無限長之設計側視示意圖	64
圖 2-3-12 波浪作用於無限長水槽多孔板各項係數 C_r, C_t, C_e 與 \bar{G}_0 相關曲線圖	66
圖 2-4-1 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與 消波室寬度 d/h 相關曲線圖	71
圖 2-4-2 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	71
圖 2-4-3 剛性表面多孔消波體 $C = 0.5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與 多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	72
圖 2-4-4 剛性表面多孔消波體 $C = 5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多 孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	72
圖 2-4-5 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	73
圖 2-4-6 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 2$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	73
圖 2-4-7 剛性表面多孔消波體在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與波浪參 數 $1/C_0$ 相關曲線圖	74
圖 2-4-8 剛性表面多孔消波體在不同方向入射波作用反射係數 C_r 與多孔牆 厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	74
圖 2-4-9 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖	75
圖 2-4-10 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖 ..	75
圖 2-5-1 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 之 關係曲線圖	78
圖 2-5-2 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 之 關係曲線圖	78
圖 2-5-3 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 \bar{G}_0 值之反射係數 C_r 與 d/h 之 關係曲線圖	79
圖 2-5-4 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 \bar{G}_0 值之反射係數 C_r 與 d/h 之 關係曲線圖	79
圖 2-5-5 剛性表面多孔岸壁 ($\bar{G}_0 = 0.5$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 C_0 之	

關係曲線圖	80
圖 2-5-6 剛性表面多孔岸壁在不同入射波角度作用下在反射係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖 ($d/h=0.5$)	80
圖 2-5-7 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 \bar{G}_0 板前波壓力分佈圖	81
圖 2-5-8 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 \bar{G}_0 板後波壓力分佈圖	81
圖 3-1-1 自由水面型態多孔消波體安置於有限長水槽示意圖	83
圖 3-2-1 自由水面多孔消波體在水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 $C_r, C_t, C'_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖	92
圖 3-2-2 自由水面多孔消波體在水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	92
圖 3-2-3 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	93
圖 3-2-4 自由水面多孔消波體在不同水槽長度 D/h 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖	93
圖 3-2-5 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	94
圖 3-2-6 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	94
圖 3-2-7 自由水面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在 $2b/h$ 與 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	95
圖 3-2-8 自由水面多孔消波體 $C_0 = 2$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在 $2b/h$ 與 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	95
圖 3-2-9 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖	96
圖 3-2-10 自由水面多孔消波體消波室寬度為零時水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 C_r, C_t, C'_{1r} 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	98
圖 3-3-1 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 當 $G_0 = 0.5$ 係數 C_r, C_t, C'_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	100
圖 3-3-2 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 值反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/L 相關曲線圖	100
圖 3-3-3 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L	

反射係數 C_r 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖	101
圖 3-3-4 自由水面型態多孔岸壁在不同水槽長度 D/h 反射係數 C_r 與消波室 寬度 d/L 相關曲線圖	101
圖 3-4-1 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	105
圖 3-4-2 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	105
圖 3-4-3 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在 $2b/h$ 與 d/h 平面 上等反射係數 C_r 曲線圖	106
圖 3-4-4 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 2$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在 $2b/h$ 與 d/h 平面 上等反射係數 C_r 曲線圖	106
圖 3-4-5 剛性表面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反 射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖	107
圖 3-5-1 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 d/h 反射 係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖	108
圖 3-5-2 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 d/h 反射 係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖	109
圖 3-5-3 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射 係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖	109
圖 3-5-4 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射 係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖	110
圖 3-5-5 剛性表面多孔岸壁 $d/h = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射 係數 C_r 與 $1/C_0$ 之關係曲線圖	110
圖 4-1-1 不規則形狀港池平面示意圖	112
圖 4-1-2 邊界元素分割示意圖	116
圖 4-2-1 混合元素法區域分割示意圖	120
圖 4-2-2 矩形港池三角形元素分割示意圖	124
圖 4-2-3 矩形港池底端 A 點 ($k_0\ell = 1.3$) 局部輻射條件計算之擴大率值與 標準輻射條件計算之擴大率值誤差百分比對人為邊界半徑 R_a/L 分佈情形	131
圖 4-3-1 矩形港池底端 A 點處擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	134

圖 5-3-1 矩形港池平面圖	139
圖 5-3-2 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	140
圖 5-3-3 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在港池中央 B 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	141
圖 5-3-4 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在港池底端 A 點處在第一共振點處 $k_0 l = 1.3$ 處擴大率 R 與孔影響參數 G_0 相關曲線圖	142
圖 5-3-5 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在第一共振點處 $k_0 l = 1.3$ 處擴大率 R 沿港池縱深方向 (y) 分佈曲線圖	145
圖 5-3-6 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在第二共振點處 $k_0 l = 4.2$ 處擴大率 R 沿港池縱深方向 (y) 分佈曲線圖	145
圖 5-3-7 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.01$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	146
圖 5-3-8 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.01$ 在港池中央 B 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	146
圖 5-3-9 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.01$ 在港池底端 A 點處在無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 處擴大率 R 與孔影響參數 G_0 相關曲線圖	147
圖 5-3-10 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度為 d/L 相關曲線圖	147
圖 5-3-11 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當無因次波數 $k_0 l = 1.75$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	148
圖 5-3-12 10° 開口之自由水面多孔岸壁圓形港池消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在港池圓心 B 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次	

波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	148
圖 5-3-13 10° 開口之自由水面多孔岸壁圓形港池消波室寬度為 $d/L = 0.25$ 在港池點 C 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波 數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	149
圖 5-3-14 10° 開口之自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.01$ 在港池圓心 B 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次 波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	149
圖 5-3-15 10° 開口之自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度為 $d/L = 0.01$ 在港池點 C 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波 數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	150
圖 5-3-16 10° 開口之自由水面多孔岸壁圓形港池在港池圓心 B 處當無因次 波數 $k_0\ell = 0.38$ 消波室寬度分別為 $d/L = 0.25$ 及 $d/L = 0.01$ 之擴大 率 R 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖	150
圖 5-3-17 剛性表面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.1$ 在 港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因 次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	152
圖 5-3-18 剛性表面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.3$ 在 港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因 次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	152
圖 5-3-19 剛性表面型態多孔岸壁之矩形港池在港池底端 A 點處當無因次波 數 $k_0\ell = 1.3$ 消波室寬度分別為 $d/h = 0.1$ 及 $d/h = 0.3$ 之擴大率 R 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖	153
圖 5-3-20 剛性表面型態多孔岸壁之矩形港池在港池底端 A 點處當無因次波 數 $k_0\ell = 1.3$ 幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	153
圖 5-3-21 10° 開口之剛性表面型態多孔岸壁圓形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.1$ 在港池點 C 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	154
圖 5-3-22 10° 開口之剛性表面型態多孔岸壁圓形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.3$ 在港池點 C 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖	154

圖 5-4-1 自由水面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度為 $2b/h = 0.1$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度為 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	157
圖 5-4-2 自由水面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度為 $2b/h = 0.3$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度為 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	157
圖 5-4-3 10° 開口之自由水面多孔消波體圓形港池消波牆厚度為 $2b/h = 0.1$ 在港池點 C 處幾種不同消波室寬度 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	158
圖 5-4-4 10° 開口之自由水面多孔消波體圓形港池消波牆厚度為 $2b/h = 0.3$ 在港池點 C 處幾種不同消波室寬度 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	158
圖 5-4-5 剛性表面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度為 $2b/h = 0.01$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度 d/h 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	159
圖 5-4-6 剛性表面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度為 $2b/h = 0.03$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度 d/h 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	159
圖 5-4-7 10° 開口之剛性表面多孔消波體圓形港池消波牆厚度 $2b/h = 0.01$ 在港池點 C 處幾種不同消波室寬度 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	160
圖 5-4-8 10° 開口之剛性表面多孔消波體圓形港池消波牆厚度 $2b/h = 0.03$ 在港池點 C 處幾種不同消波室寬度 d/L 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖	160
圖 6-1 試驗水槽示意圖	164
圖 6-2 資料蒐集系統流程圖	165
圖 6-3 定水頭箱設計示意圖	166
圖 6-4 反射係數觀測點波高安置示意圖	168
圖 6-5 多孔岸壁矩形港池及 10° 開口圓形港池安置示意圖	170
圖 6-6 多孔岸壁消波室寬度 $d/h=1.25$ 時無因次波數 $k_0 d$ 與反射係數 C_r 理論相關曲線和試驗比較圖	172

圖 6-7 多孔岸壁消波室寬度 $d/h=0.25$ 時無因次波數 k_0d 與反射係數 C_r 理論 相關曲線和試驗比較圖	172
圖 6-8 多孔岸壁 ($R_e=0.532$) 在不同消波室寬度 d/h 之無因次波數 k_0d 與反射 係數 C_r 理論值相關曲線	174
圖 6-9 多孔岸壁消波室寬 $d/h=1.25$ 在不同多孔雷諾數 R_e 之無因次波數 k_0d 與 C_r 相關曲線理論值	174
圖 6-10 多孔岸壁矩形港池 (不透水直立壁港池) 底端中央點 A 之無因次 波數 k_0l 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	176
圖 6-11 多孔岸壁矩形港池 (不透水直立壁港池) 中部中央點 B 之無因次 波數 k_0l 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	176
圖 6-12 多孔岸壁矩形港池 (不透水直立壁港池) 開口中央點 C 之無因次 波數 k_0l 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	177
圖 6-13 多孔岸壁圓形港池 (不透水直立壁港池) 底端點 A 之無因次波數 k_0a 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	177
圖 6-14 多孔岸壁圓形港池 (不透水直立壁港池) 圓中心點 B 之無因次波數 k_0a 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	178
圖 6-15 多孔岸壁圓形港池 (不透水直立壁港池) 港口內側點 C 之無因次 波數 k_0a 與擴大率 R 數值相關曲線與試驗比較圖	178

表 目 錄

表6-1 多孔板特性係數表	171
表6-2 自由表面型態多孔岸壁分類表	171

照片目錄

照片1	多孔薄鋼板	165
照片2	多孔岸壁配置	168
照片3	矩形多孔岸壁港池配置	169
照片4	10° 開口圓形多孔岸壁港池配置	169

符 號 說 明

a	: 10° 開口圓形港池半徑
a'	: 造波板之水平移動振幅
a_0	: 入射波振幅
a_1	: 10° 開口不透水圓形港池半徑
a_2	: 10° 開口多孔岸壁圓形港池半徑
a_i	: 係數 $i=1,2,3$
a_{ij}	: 係數矩陣[A]之元素
A	: 入射波函數振幅(無限長區域)
A'	: 入射波函數振幅(有限長水槽)
A_m	: 多孔牆內透過消散進行波函數振幅, $m=1,2,3,\dots$
[A]	: $(N - M) \times (N - M)$ 係數矩陣
b	: 多孔牆厚度二分之一寬度
b^*	: 無因次多孔牆厚度, $b^* = 2b/h\bar{K}_1h$
b_0	: 多孔板特性常數(實數)
b'_0	: 多孔板特性常數(複數), $b'_0 = \frac{\mu}{2\rho\sigma\Delta b\gamma}$
b_1	: 矩形港池開口寬度
{ b }	: $n \times 1$ 向量
b_i	: 係數 $i=1,2,3$
B_m	: 多孔牆內反射消散進行波函數振幅, $m=1,2,3,\dots$
∂B_1	: 外海區邊界
∂B_2	: 港內區邊界
C_M	: 附加質量係數
C_0	: 無因次波浪影響參數, $C_0 = g/\sigma^2h$
C'_0	: 無因次波浪參數, $C'_0 = \sqrt{\frac{\tanh(k_0h)}{k_0h}}$
C_1	: 水域 I 波速
C_{1g}	: 水域 I 群波速
C_2	: 水域 II 波速
C_{2g}	: 水域 II 群波速
C_e	: 能量係數, $C_e = C_r^2 + C_t^2$

- C_f : 亂流阻尼係數
- C_{p1} : 水域 I 無因次波壓係數
- C_{p2} : 水域 II 無因次波壓係數
- C_{pd} : 作用於多孔板波壓差係數
- C_r : 多孔牆前反射係數
- C_R : 阻抗係數(impedence), $C_R = f + is$
- C_t : 消波室透射係數
- C'_i : 多孔牆前入射係數
- C'_{mr} : 多孔牆體內第 m 個反射係數 $m=1,2,3\dots$
- C'_{mt} : 多孔牆體內第 m 個透過係數 $m=1,2,3\dots$
- d : 消波室寬度
- d_1 : A 型多孔岸壁之消波室寬度 $d_1 = 50$ cm
- d_2 : B 型多孔岸壁之消波室寬度 $d_2 = 10$ cm
- Δd : 二支波高計間格
- D : 有限水槽長度
- D_1 : 水域 I 無因次振幅係數
- D_1 : 係數 D_1 之絕對值
- D_{1i} : 係數 D_1 之虛部
- D_{1r} : 係數 D_1 之實部
- D_2 : 水域 II 無因次振幅係數
- D_2 : 係數 D_2 之絕對值
- D_{2i} : 係數 D_2 之虛部
- D_{2r} : 係數 D_2 之實部
- D_n^\pm : 係數, $n=0,1,2\dots$
- E_m^\pm : 係數, $m=1,2,3\dots$
- f : 線性摩擦係數
- $f(x,y)$: 波函數(wave function)
- $f_0(x,y)$: 入射波波函數
- $f_r(x,y)$: 反射波波函數
- $f_s(x,y)$: 散射波波函數
- $f_t(x,y)$: 入射波與反射波波函數之和

- $f_1(x, y)$: 外海區波函數
 $f_2(x, y)$: 港內區波函數
 $\{F_1\}$: 外海邊界上波函數之 $M \times 1$ 向量
 $\{F_2\}$: 港內邊界上波函數之 $N \times 1$ 向量
 $\{F_s\}$: 港口上波函數之 $M \times 1$ 向量
 $\{F_t\}$: 入射波與反射波波函數和之 $M \times 1$ 向量
 f_1^i : 向量 $\{F_1\}$ 之元素, $i=1,2,..M$
 f_2^i : 向量 $\{F_2\}$ 之元素, $i=1,2,..N$
 f_s^i : 向量 $\{F_s\}$ 之元素, $i=1,2,..M$
 f_t^i : 向量 $\{F_t\}$ 之元素, $i=1,2,..M$
 g : 重力加速度
 g_1^{ij} : 係數矩陣 $[G_1]$ 之元素, $ij = 1,2,..N$
 g_2^{ij} : 係數矩陣 $[G_2]$ 之元素, $ij = 1,2,..M$
 G_0 : 多孔影響參數 (實數), $G_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0}$
 \bar{G}_0 : 斜向多孔影響參數 (實數), $\bar{G}_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0}$
 G_1 : 多孔影響參數 (複數)
 \bar{G}_1 : 斜向多孔影響參數 (複數), $\bar{G}_1 = 1 - \Omega$
 $[G_1]$: $N \times N$ 係數矩陣
 $[G_2]$: $M \times M$ 係數矩陣 $[G_2] = [G_2^0 \ G_2^x]$
 h : 平均水深
 h_1 : 水域 I 等水深
 h_2 : 水域 II 不等水深
 h_p : 消波室高度
 h_1^{ij} : 矩陣 $[H_1]$ 之元素, $ij=1,2,..M$
 h_2^{ij} : 矩陣 $[H_2]$ 之元素, $ij=1,2,..N$
 $[H_1]$: $M \times M$ 係數矩陣
 $[H_2]$: $N \times N$ 係數矩陣 $[H_2] = [H_2^0 \ H_2^x]$
 $H_0^{(1)}(kr)$: 第一類第零階漢克函數
 i : $\sqrt{-1}$
 I_m : 特徵值 (水域 II 或水域 III)
 \bar{I}_m : 特徵值 (水域 II 或水域 III)

$[I]$: 單位矩陣($N \times N$)
k	: 不等深水域 II 波數
k_0	: 波數
\bar{k}_0	: 修正波數, $\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$
k_n	: 特徵值(水域 I 或水域 II) $n=1,2,3..$
k'_n	: 特徵值 $n=0,1,2,3..$
\bar{k}_n	: 特徵值(水域 I 或水域 II) $n=1,2,3..$
K_m	: 特徵值(水域 III) $m=1,2,3..$
K_{mr}	: K_m 之實部 $m=1,2,3..$
K_{mi}	: K_m 之虛部 $m=1,2,3..$
\bar{K}_m	: 特徵值(水域 III) $m=1,2,3..$
K_p	: 透水度
ℓ	: 矩形港池縱深
ℓ_1	: 不透水矩形港池長度
ℓ_2	: 多孔岸壁矩形港池長度
L	: 入射波波長
\bar{L}	: 修正入射波波長, $\bar{L} = L / \cos \theta_0$
M	: 港外區邊界節點數
M_{mm}	: 係數 $m=1,2,3..$
M'_{mm}	: 係數 $m=1,2,3..$
n	: 垂直邊界向外之單位向量; 編號 $n=1,2,3..$
n_1	: 港外區邊界向外之單位向量
n_2	: 港內區邊界向外之單位向量
N	: 港內區邊界節點數
N_{nm}	: 係數 $n=0,1,2.. \quad m=1,2,3..$
N'_{nm}	: 係數 $n=0,1,2.. \quad m=1,2,3..$
ΔP	: 板兩側波壓差
ΔP_h	: 壓力水頭
p_1	: 水域 I 波壓 $p_1(x, z)$
p_2	: 水域 II 波壓 $p_2(x, z)$
p_3	: 水域 III 多孔波壓 $p_3(x, z)$

P_1	: 水域 I 波壓 $P_1(x, y, z, t)$
P_2	: 水域 II 波壓 $P_2(x, y, z, t)$
P_3	: 水域 III 多孔波壓 $P_3(x, y, z, t)$
$\{P_2\}$: 港內邊界上波函數法線分量 $N \times 1$ 向量
$\{P_s\}$: 港口上波函數法線分量 $M \times 1$ 向量
p_2^i	: 向量 $\{P_2\}$ 之元素, $i=1, 2, \dots, N$
p_s^i	: 向量 $\{P_s\}$ 之元素, $i=1, 2, \dots, M$
R	: 擴大率
R_0	: 水域 I 反射波函數振幅
R_{0i}	: 係數 R_0 之虛部
R_{0r}	: 係數 R_0 之實部
R_a	: 界面 ∂A 半圓之半徑
R_d	: 板之阻尼係數
R_e	: 多孔板雷諾數
R_n	: 水域 I 散射波函數振幅, $n=1, 2, 3, \dots$
s	: 慣性係數
s_0	: 造波板之移動位置
T	: 週期 (Period)
T_0	: 水域 II 駐波函數振幅
T_{0i}	: 係數 T_0 之虛部
T_{0r}	: 係數 T_0 之實部
T'_0	: 水域 I 入射波函數振幅
T_n	: 水域 II 散射駐波函數振幅 $n=1, 2, 3, \dots$
T'_n	: 水域 I 入射方向波函數振幅 $n=1, 2, 3, \dots$
\vec{U}_3	: 滲流速度
U	: 垂直通過多孔板之流體速度
U_3	: 通過板流速 \vec{U}_3 之垂直速度分量
W	: 水之單位重量
x	: x 軸
\bar{x}_0, \bar{x}	: 平面點 $(x_0, y_0), (x, y)$
\bar{x}_i	: 第 i 個節點 (x_i, y_i)

\bar{x}_j	: 第j個元素上之任一點(x'_j, y'_j)
Δx	: 多孔岸壁與最近波高計之距離
y	: y 軸
Y	: 沿矩形港池y 軸方向長度
Y_{nm}	: 係數 $n=0,1,2,\dots$ $m=1,2,3,\dots$
z	: z 軸
α	: 阻尼係數(impedence coefficient)
α_1	: 自由水面型態多孔岸壁阻尼係數
α_2	: 自由水面型態多孔岸壁阻尼係數
α_3	: 剛性水面型態多孔岸壁阻尼係數
α_4	: 自由水面型態多孔消波體阻尼係數
α_5	: 剛性水面型態多孔消波體阻尼係數
β	: 邊界之內角
γ	: 阻抗係數(impedence), $\gamma = f + is$
δ_{ij}	: 克郎克函數(Kronecker delta function)
Δ^e	: 元素e之面積
ε	: 孔隙率
ε_1	: 多孔牆前水位變化 η_1 與入射波相位差
ε_2	: 多孔牆後水位變化 η_2 與入射波相位差
ε_r	: 反射波與入射波相位差
ε_t	: 透射波與入射波相位差
η	: 水位變化
η_0	: 入射波水位變化
η_1	: 水域 I 水位變化
η_2	: 水域 II 水位變化
η_3	: 水域 III 多孔水位變化
θ_0	: 入射波角度
κ_1	: 係數, $\kappa_1 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k_0 h_1}{\sinh 2k_0 h_1} \right]$
κ_2	: 係數, $\kappa_2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k h_2}{\sinh 2k h_2} \right]$
λ_i^\pm	: 係數 $i=1,2,\dots,5$
μ	: 水動力滯性係數

ρ	: 水密度
σ	: 入射波週頻率
ϕ_0	: 入射波波函數
ϕ_1	: 水域 I 波函數
ϕ_2	: 水域 II 波函數
ϕ_3	: 水域 III 多孔波函數
ϕ_{1r}	: 水域 I 反射波函數
ϕ_{1s}	: 水域 I 散射波函數
ϕ_{2d}	: 水域 II 消波室內之駐波
ϕ_{2s}	: 水域 II 消波室內之散射駐波
ϕ_{3l}	: 多孔牆內向左之透過消散進行波
ϕ_{3r}	: 多孔牆內向右之透過消散進行波
Φ	: 流速勢函數 (velocity potential)
Φ_0	: 入射波流速勢
Φ_1	: 水域 I 流速勢
$\bar{\Phi}_1$: $\Phi_1 - \Phi_0$
Φ_2	: 水域 II 流速勢
Φ_3	: 水域 III 多孔流速勢
$\psi_i(\bar{x})$: 形狀函數 $i=1,2$
Ω	: 多孔牆之可穿透度
∇	: 二維梯度運算子

第一章 緒論

1-1 研究目的

直立式不透水結構物應用於港灣工程，雖然設計簡易方便，但受波浪作用時，幾乎全反射，水位增大，所承受重複波之波壓甚大，將影響結構物或港池之安定，因此工程上常利用消波異形塊放置於不透水結構物前，以減低波浪之反射效果。一般防波堤及海岸線附近之拋石或消波異形塊，即藉著部分能量消散、部分反射或部分穿透等消波功能，以減低波浪作用。目前有不少學者探討透水性之防波堤、離岸堤、潛堤等與波浪之交互作用特性，而利用透水性結構物設計於港池岸壁或胸牆，以降低港內波高，在工程上也有不少實例，其消波效果也經實際的驗證，但學術上目前尚少人探討透水性岸壁港池之共振週期及波能消散變化現象。

港池共振現象為港池對某些特定週期的波浪，產生數倍水位變化的一個現象。共振對港池船隻或貨物裝卸可能造成危險或不便。目前已有數值方法可計算不透水性岸壁及不規則形狀港池在等水深或緩變地形之共振週期及振幅大小。其結果也經過不同數值解、理論解及模型試驗比較印證。而部份學者也在假設港池邊界為不同反射係數值，估算共振曲線之波能消散變化現象，但其結果僅能定性觀察共振點之波能消滅變化，而無法實際瞭解複雜之共振現象。基於此本文引用一種多孔消波體設計，以理論解析方法探討消波體之穿透、反射、波能消散及波壓分佈等特性。其次將其安置於港池岸壁，希望這種透水性港池，能藉了解其共振週期及波能消散變化，提供一種降低港池共振振幅或改變其共振週期之可行途徑，而達到增加港池穩定度之效果。

基本上波浪與透水性結構物交互作用是一種甚為複雜的物理現象，包括波浪表面之非線性、在高雷諾數時透水體內之亂流、波浪破碎對結構物之衝擊力、流體與多孔體介面之不連續性、多孔介質之不規則排列、不等向性及不穩定慣性力或摩擦力等，皆增加解析之困難。而事實上要了解透水結構物受波浪作用時之反射、透過及能量消散，甚至結構物本身所受波力、穩定度及越波等特性，皆不易由理論解析求得。除非為規則等向性均勻透水結構物(例如 Sollitt 及 Cross(1972), Chwang (1983))，方能利用解析方法求解，否則對不規則形狀、不均勻、不等向性透水性結構物，或特殊複雜設計之消波結

構物，皆需仰賴試驗室或現場觀測相關之物理特性，而無法以簡易經驗公式或解析解求得。本文將利用孔隙牆(或孔隙板)之消波特性，提出一種由均勻多孔牆(porous structure)或多孔板(porous plate)與不透水直立壁及上下不透水平行壁所組成一近似封閉消波室之多孔消波體(porous wave absorber)設計。文中將以理論解析方法首先探討消波體放置於半無限長區域，分析斜向波浪作用下，其穿透、反射、波能消散及波壓分佈等特性。

Chwang(1983)，Sollitt及Cross(1972)分別提出解析波浪與零厚度多孔板及有厚度多孔牆交互作用之基本理論，其消波特性方面，在試驗室也得到合理驗證，往後學者也甚多分別沿用他們之理論，做更廣泛之解析。前者數學上以零厚度處理多孔板，並引用多孔影響參數描述板之特性，簡易方便；後者則引用多個參數，較週延描述波在多孔介質內之運動特性。表面上多孔牆與多孔板二者理論並不一致，本文將深入探討二者之理論，期將兩個理論做進一步之整合，使本文多孔消波體中之均勻多孔介質之解析更加的完整。

爲了解消波體在試驗室之消波特性，進一步利用理論方法解析消波體置於有限長水槽，在活塞式造波機產生波浪作用下之反射特性，此部分之研究結果將可提供消波體於水池消波設計使用。

以多孔消波體設計之不規則形狀港池，爲推算波浪作用下之港池波場分佈或共振特性，本文分別引用邊界元素法及有限元素法等二種數值方法，建立等水深及不等水深兩個波場推算模式。前者可解析等水深或水深效應不顯著之港池共振問題，後者可解析緩變地形港池問題。等水深模式使用簡易方便，不等水深模式則較週延，適用範圍較廣，實際應用時，兩種模式可依不同需求引用。

1-2 前人研究

1-2-1. 透水結構物之波能消散研究

海岸工程常以透水結構物安置於港池內壁、防波堤、離岸堤、突堤，以減低港池、港口及海岸線受波浪之作用，在試驗室也利用透水結構物以消滅不必要之反射波。一般透水結構物之波能消散、反射或穿透等特性，受水深

、波浪之波高、週期、尖銳度、入射波方向等條件影響，而結構物之幾何形狀、孔隙率、穿透率、材料特性等也是重要因素。而這些因素也決定結構物本身所受波力、穩定度、波浪溯上、越波等物理特性。基於波浪與透水結構物交互作用之解析困難性，一般常引用線性波解析規則形狀均勻結構物之物理特性(例如長方體透水結構物：Sollitt及Cross (1972)，Liu et al. (1986)，Huang (1991)；多孔板：Chwang (1983))。而不規則形狀或特殊複雜型態消波體之分析，則有賴模型試驗觀測，或引用經驗公式。

Jarlan (1961, 1965)可能為最早探討多孔牆式防波堤引起波浪能量消散問題，其引用聲學原理解析固定式多孔牆消波，並配合實驗印證，發現反射係數之主要影響因素為波浪尖銳度，而與水槽寬度及系統頻率關係不甚明顯。Richey及Sollitt (1970)則引用Jarlan之防波堤原理進一步深入探討其消波特性。Terrett et al. (1968)引用長波理論及試驗探討多孔牆之消波效果指出，消波室(由多孔牆與不透水直立壁組成)寬度等於波長四分之一加上半波長之倍數時，消波效果最佳，而在寬度為半波長之倍數時完全失去消波作用。

Chwang (1983)探討薄均勻多孔板水平振動產生之重力自由波特性的特性，考慮多孔板造波機放置於等水深無限長水槽中央之情況，解析結果指出，其波浪特性與Havelock (1929)，Biesel及Suquet (1951)，Ursell et al. (1960)等學者解析不透水造波板產生之波浪，不但在水位變化不同，板前波壓分佈狀況也不相似。多孔板之重要特性為滿足達西定律(Darcy's law) (Taylor, 1956)，通過多孔板之流速與薄板兩側壓力差成正比關係。Chwang及Li (1983)應用上述線性多孔板造波機理論，解析放置於半無限長水槽末端之活塞式多孔板造波機所產生之小振幅波特性的特性，並提出波浪捕捉(wave-trapping)現象及描述多孔板特性之多孔影響參數 G_0 (porous-effect parameter)。Chwang及Dong (1984)進一步探討波浪捕捉現象，在考慮上述多孔板放置於半無限長水槽近末端處，他們發現在多孔板與槽端不透水直立壁間之距離等於四分之一波長加上半波長倍數時，板前反射係數最小，此時若多孔影響參數 G_0 等於1時，反射係數為零，反射波完全消失，此研究顯示多孔板及直立壁形成之消波室具有消波特性。以上分析顯示Chwang (1983)之多孔板理論，在引用多孔影響參數 G_0 ，可簡易清楚的描述其消波特性。

Twu及Lin (1991)引用Chwang (1983)之多孔板理論，解析多片孔隙板置

於半無限長等水深水槽，對線性波波形及波壓之影響。並以金屬網及海綿網作為多孔板材料，在試驗室對反射係數之特性得到合理之印證，並進一步驗證多孔板之消波特性的。有關多層多孔板之消波能力，Jamieson及Mansard (1987)利用一系列多孔板進行試驗，也證明可消滅大部分入射波波能，使反射係數達0.05以下。

Chwang et al. (1989)推廣消波室之消波功能，提出近似封閉式消波室之多孔岸壁(porous-wall)觀念，假設消波室為靜水區(動壓力視為零)，探討剛性水面型態多孔岸壁之波浪反射特性。他們發現在垂直入射波作用下，壁前之反射係數甚小，而與消波室寬度無關，僅與多孔影響參數 G_0 之值有關；當多孔影響參數 G_0 等於1，即入射波波速等於特徵波速時，反射波完全消失。在充滿水體之消波室內，因動壓遠小於靜水壓，而忽略動壓力，此簡化條件將可求得剛性水面型態多孔岸壁之簡易邊界條件，但也因此忽略水體之衝擊力(impact force)效應。蘇等(1992)進一步探討多孔岸壁在斜向波浪作用之反射及波壓特性，引用斜向多孔影響參數，更週延描述不同方向波浪作用下，剛性水面及自由水面兩種不同型態多孔岸壁之能量消散情形。其解析包括因平均水深不同，在消波室內產生剛性水面及自由水面兩種不同邊界效應；而在考慮減衰波組(evanescent mode)之條件下，發現剛性水面型態多孔岸壁之消波特性的，與假設消波室為靜水區之結果顯然有些差異。Chwang et al. (1993a)解析剛性表面及自由水面兩種不同型態多孔消波體在半無限長水槽及有限長水槽受波浪作用之波能消散特性及波壓分佈特性，並求得多孔岸壁置於有限長水槽，在活塞式造波機產生波浪作用下之反射特性差異。

以上之解析已甚完整探討由多孔板設計之多孔岸壁，在不同方向之波浪作用下，不同水深時之波能消散特性。然而Chwang (1983)提出之多孔板理論適合於多孔物體厚度遠小於波長之狀況，而且其理論因以零厚度處理多孔物體，在摩擦效應遠大於慣性效應之假設下，忽略慣性力之影響，理論簡易計算方便。但若在結構物之厚度與波長比較不甚小時，仍以多孔板觀念來處理多孔物體部分，則與實際不符，厚度及慣性力之影響應納入考慮才合理。

Huang (1991)引用簡化之Biot孔隙體理論，延伸Chwang (1983)之零厚度多孔板理論至有限厚度多孔介質，並將慣性效應納入考慮；當使用規則攝動展開法，並引用多孔雷諾數(porous Reynolds number)為攝動參數，以解析有限

厚度多孔體之造波理論，其發現多孔雷諾數較大時，慣性效應遠較摩擦效應為重要。Huang及Chao (1992)探討有限厚度多孔牆放置於等水深無限長水槽受波浪作用之反射及透射特性，在以多孔雷諾數為攝動參數，求得攝動展開式，並引用變數分離法，利用正交函數之特性求得解析解。因其特徵值為實數，避開Sollitt及Cross (1972)複數特徵值之複雜性。他們發現當較大之多孔牆厚度、較小之多孔雷諾數及較短之波長時，反射係數增大，而透射係數減小。Huang et al. (1992)引用理論方法及邊界元素法，解析有限厚度多孔牆造波特性，在小厚度時其理論解及數值解甚為吻合，但較大厚度時與小厚度之數值計算結果，其特性相差甚大。Huang (1991)等之理論因攝動參數之特性，僅適用於小厚度之多孔牆問題，厚度較大時其理論則不適用。

Sollitt及Cross (1972)利用能量等功原理，提出線性摩擦係數描述多孔介質流體之能量消散特性，將摩擦力項線性化處理。並針對多孔介質存在孔隙率，提出多孔流速勢(pore velocity potential)描述多孔介質流體及波浪之運動。最後引用特徵函數展開法(eigenfunction expansions)，求得均勻直立式多孔牆受正向入射波作用之反射係數及透射係數，其基本理論含括厚度較大之多孔介質，目前仍為大多數學者所引用，並在實驗室得到合理之驗證。例如井島、佐木(1972)、Madsen (1974)、Madsen及White (1976)、涂及郭(1990)之理論皆與Sollitt及Cross (1972)甚為相似。根據Sollitt及Cross (1972)理論解析及試驗結果，在無限長水槽受波浪正向作用之多孔牆透射係數隨波長減小、孔隙率減小、穿透性減小、波高增大、牆厚度增大等因素而減小；反射係數則隨波長減小、孔隙率增大、穿透性增大、牆厚度減小等因素而減小。

Lee (1987)利用區域分割法，Sulisz (1985)利用邊界元素法，在引用Sollitt及Cross (1972)理論，解析較符合實際應用之梯形透過堤受正向波浪作用之反射及穿透特性，Lee (1987)並計算三種實際防波堤例子，且在實驗室進一部驗證，其方法更可解析均勻不等向之多孔介質問題。Dalrymple et al. (1991)則解析多孔牆受斜向入射波作用時多孔介質之反射及透射特性，並深入分析複數特徵值之重根解及完整性，其解析使Sollitt及Cross (1972)之基本理論更週延。李及藍(1992)引用Sollitt及Cross (1972)之基本原理，探討非線性波與透水結構物互相作用之二階解，說明二階非線性理論更能描述波浪與透水結構物相互作用現象。涂及劉(1992)則利用有限厚度多孔牆設置水槽內之造波板

前，引用 Sollitt 及 Cross (1972) 之基本理論解析造波水槽內反射波之消除問題。Sollitt 及 Cross (1972) 之理論一般應用於大厚度透水結構物，其理論較完整繁複，而 Chwang (1983) 之多孔板理論則應用於甚薄之孔隙物體，簡易方便，兩者有互補之效應，有必要作進一步之整合。

Liu et al. (1986) 利用解析方法探討長方體多孔介質內外之波場，其描述透水牆之波能消散，則引用緩坡方程式 (mild-slope equation) 及 Booij (1981) 之阻尼參數。方程式中能量消散率相當於波浪功率之消散，其理論則可應用於解析三維問題。在許多實際波浪與透水結構物作用之分析，利用數值分析求解特殊型態之結構物也是可行方法，例如 Hannoura 及 McCorquodale (1985)、Kobayashi 及 Jacobs (1985a, 1985b)、Kobayashi et al. (1987)。而針對複雜型態或不規則消波體，則有賴試驗室之觀測。阿部及鹿島 (1988) 則曾經收集以透水結構物設計 25 種防波堤及 20 種護岸結構物在試驗室或現場觀測，測得一些包括反射、透過、波力、安定性等重要物理特性。井島等 (1976, 1977) 也針對幾種複雜型態消波體進行模型試驗觀測。郭及黃 (1990) 利用規則波及不規則波波浪條件，針對半圓形開孔堤體之特殊設計，就其反射及透射之特性加以試驗研究，以驗證其消波效果。基本上試驗之結果，可容易的應用在實際現場，但欲較詳細的了解物理機構，則有賴理論之探討。

1-2-2. 港池共振之研究

對封閉式矩形港池長度 (ℓ) 遠大於寬度之自然共振週期 T 為有名 Merian's 公式 (Ippen, 1966): $T = \frac{2\ell}{n\sqrt{gh}}$ ，式中 $n=1,2,3\dots$ ， h 為水深， g 為重力常數。對開放式狹長一維矩形港池之自然共振週期 Merian's 修正公式 (Wilson, 1972) 可表為 $\frac{2\ell}{(2n+1)\sqrt{gh}}$ ，式中 $n=0,1,2,3\dots$ 。而封閉式圓形港池 (半徑 a) 之自然共振發生於滿足 $J'_n(k_{nm}a) = 0$ 之 $k_{nm}a$ 值， $n, m=0, 1, 2\dots$ ， k 為特徵值，其前四個振態 ($n=0, 1, 2, 3$)，最長週期 ($m=0$) 之值為 3.83, 1.84, 3.05, 4.20。而依據 Lee (1969) 解析 10° 度開口及 60° 度開口圓形港池由波浪引起之共振點前四個振態分別發生在 $ka=0.35, 1.989, 3.18, 3.87$ 及 $ka=0.46, 2.15, 3.38, 3.96$ 。以上公式其固定邊界 (港池內壁及海底底床) 均假設為不透水之全反射體，開口處產生共振之條件為駐波節點 (開口處水位為零)。McNown (1952) 探討小開口圓形港池，Kravtchenko 及 McNown (1955) 探討狹長形小開口之矩

形港池，皆引用上述的假設邊界條件，此種在開口處預作強迫式的邊界條件，與封閉式港池之自然共振現象完全相同。

Miles及Munk (1961)探討矩形港池開口連接外海，同時考慮由港口傳至外海之輻射效應，應用積分方程方法解析，其理論上可解任意形狀之港池，但積分方程以Green's函數表示，而Green's函數對不規則形狀港池甚難決定，其應用範圍僅討論矩形港池問題。其解析結果提出港池開口縮小反使港內共振情形加劇之港口矛盾論(Harbour paradox)。Ippen及Goda (1963)以富利葉轉換法及變數分離法分別處理矩形港池外海與港內之水位解，至於在港口處做二解之連續交接條件，其理論並與小型矩形港池模型試驗結果比較甚為吻合。林及王(1982)引用Ippen及Goda (1963)之方法探討矩形港池共振問題，並考慮堤頭的摩擦損失及港口處的水流因收縮及擴張作用而引起的水頭損失，由理論與實驗證明Miles及Munk (1961)提出之港口矛盾論，在某些情形並不成立。

Chen (1986)及Tsay et al. (1989)分別探討包括海底摩擦效應及岸壁為部份反射邊界之港池共振特性變化，因為其岸壁部份反射之條件僅以一反射係數計算，所以僅能定性觀察共振點之波能消滅變化，而無法實際瞭解透水性岸壁對共振之影響。Chwang et al. (1990)引用Chwang et al. (1989)剛性水面型態多孔岸壁之新觀念於港池內壁，分析比較多孔岸壁和一般不透水直立壁設計之矩形港池與圓形港池，因波浪引起之共振現象改變情形，在計算不同多孔影響參數 G_0 之共振曲線，他們發現共振點發生位置(共振週期)不因 G_0 值不同而有所改變，但 G_0 值之增加，共振點之擴大率快速的減小。此顯示剛性水面型態多孔岸壁設計之港池減振效果甚佳，而多孔影響參數為決定共振大小之參數。

歐等(1990)探討水深變化對剛性水面型態多孔岸壁港池之共振影響，其模式將水深變化因素納入考慮，其實用範圍更廣泛。蘇等(1992)探討自由水面型態多孔岸壁設計之港池波能消散特性，並比較自由水面型態多孔岸壁與剛性水面型態多孔岸壁之矩形港池共振特性。當多孔影響參數 G_0 改變時，剛性水面型態多孔岸壁港池，除共振點之擴大率快速的減小，共振週期改變並不明顯，而自由水面型態多孔岸壁港池，當消波室寬度不為四分之一波長時，考慮不同的多孔影響參數其共振週期改變則甚明顯，此現象表示多孔岸壁

港池不但減小共振之強度，而且可能改變共振之週期。Chwang et al. (1993b) 解析剛性表面及自由水面兩種多孔岸壁設計港池之波能消散及共振週期改變情形，並針對計算港池共振之數值方法做深入的探討。消波體中之孔隙介值若引用多孔板理論時，消波岸壁港池之共振特性變化，多孔影響參數為一重要參數，在不同水位時，消波室寬度也是一個重要決定因素。若消波體中之孔隙介值引用多孔牆理論時，消波岸壁港池之共振特性變化與多孔牆參數、消波室寬度之關係，也是值得深入探討之問題。

一般數學解析方法所能得到之共振正確解(exact solution)局限於某些特殊之港池，如矩形或圓形港池，但在探討港池共振現象，因港池形狀不規則，近岸通常有結構物存在，波浪繞射為一重要現象；如果地形又複雜變化，折射效亦為考慮因素之一。而海底摩擦效應、邊界透水性、堤頭之水頭能量損失及碎波之能量損失皆增加解析之複雜性，因此使用數值方法，以求解波場為必要之途徑。

在等水深或水深變化不明顯之港池或海域，考慮線性規則波浪條件，波浪繞射現象可以引用荷姆茲方程式(Helmholtz equation)描述。邊界元素法將二維區域問題，利用低維之邊界元素求解，對複雜之港池或海岸線，處理甚為方便。Hwang及Tuck (1970)、Ho及Bomze (1975)、Lee (1969, 1971)、Lee及Raichlen (1971, 1972)、Chwang et al. (1990)等引用邊界元素法(boundary element method)或稱積分方程法(integral equation method)，在利用Weber解，由荷姆茲方程式求得積分方程式，將邊界分割為有限個邊界元素，因而化積分方程式為一矩陣方程式以求得解。Lee (1969)探討狹長型矩形港池共振問題，發現在共振點之擴大率(測點波高比入射波高)，數值計算結果與其模型試驗結果甚為吻合，但其理論值則遠較數值結果為大，其認為其數值解較理論解正確。Chwang et al. (1990)引用類似Lee (1969)之數值計算方法，其模式則將Lee (1969)之不透性岸壁邊界條件推廣至透水性邊界條件。周宗仁等(1986, 1989, 1992a, 1992b)應用邊界元素法解析任意地形及水深之港池水面波動，並延伸至任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動問題，其引用之控制方程式，則為三維拉普拉氏方程式(Laplace equation)。

在地形變化不劇烈，即地形緩慢變化之海域或港池，Berkhoff (1972)首先提出緩坡方程式(mild-slope equation)，並引用有限元素法求解波浪之折繞

射共同效應，在外海邊界上則以邊界元素法處理。Chen及Mei (1974)，Chen (1986)發展一混合元素法(hybrid finite element method)，分別求解淺水波方程式及緩坡方程式。其作法為邊界內以一般有限元素法運算，而其港口外圍邊界則以解析解形式展開。Tsay及Liu (1983)、Tsay et al. (1989)、林及謝 (1985)、林及許(1985)與歐等(1990)使用與Chen及Mei (1974)類似原理，以求解緩坡方程式。Chen (1986)及Tsay et al. (1989)之數值模式則包括海底摩擦效應及岸壁部份反射邊界及碎波之能量消散效應。歐等(1990)之數值模式則考慮多孔岸壁之透水性岸壁。

上述港池共振問題，Tsay及Liu (1983)、歐等(1990)在考慮不透水岸壁矩形港池時，其第一共振點擴大率之數值計算結果，較Lee (1969)之數值結果為大，而與Lee (1969)之理論值相近，但Lee (1969)之數值結果則與實驗值較為接近。Tsay et al. (1989)將不透水邊界及底部邊界納入部分能量損失效應，在適當的取用底部摩擦效應參數可得到與Lee (1969)試驗相近之結果；如果其數值計算正確，則Lee (1969)不透水岸壁港池之實驗結果，可能存在部份波能之損失。Mattioli及Tinti (1979)認為Lee (1969)處理代表Green函數之Hankel函數在元素分割化時，在元素上假設為常數不合理。針對上述數值方法、理論解及模型試驗在港池共振計算之差異，蘇等(1991)檢視不同方法計算流程，做一個深入探討。他們認為不同數值方法及理論解在港池共振計算應是一致的，Lee (1969)數值方法因計算過程假設不甚合理造成較大誤差，而在不透水岸壁港池之理論(數值方法)值與模型試驗值間之誤差，則為實驗部份之能量損失。

有關水波數值模擬問題，理論上在外海邊界無窮遠處應滿足Sommerfeld輻射邊界條件，即與港池或結構物作用產生之波浪，在無窮遠之外海處應僅有向外之消散進行波(out-going progressive wave)存在。而為滿足此項邊界條件，各種數值方法計算之海域，常分割為有限港池區及半無限外海區二個區域，而且外圍區域必假設為等水深區(Chen及Mei (1974)、Tsay及Liu (1983)、歐等(1990))。但在沿岸地區，除非擴大數值計算區域，否則外圍鮮少為固定水深，因此實際計算非常不方便。陳及蔡(1990)在有限海域外圍設定局部型式之輻射條件，以取代原來標準型式之無窮遠處輻射條件，並探討二者應用於計算圓形島之折繞射造成之差異。他們發現在考慮地形及波長等因素，

適當設置外圍邊界，局部輻射邊界也可得到相近結果。局部型式輻射條件之優點為可避免外圍等水深之不方便假設。蘇等(1991)探討局部型式輻射條件及原來標準型式輻射條件，應用在港池共振計算之差異。

1-3 本文組織

本文首先以理論解析方法探討多孔消波體放置於半無限長區域，分析不同波浪作用下，其穿透、反射、波能消散及波壓分佈等特性。第二章將解析斜向波浪作用下，剛性表面與自由表面兩種不同消波體，波浪反射係數及透射係數之特性。分析之結果將引用於第四、五章多孔消波體設計港池之重要邊界條件。本章對多孔牆與多孔板兩種不同理論解析原理，也進一步整合。

第三章以理論解析方法探討消波體放置於有限長斷面水槽，受平推式造波機作用下，其穿透、反射、波能消散等特性。分析之結果或可提供多孔消波體於實驗室消波應用。

第四章分別引用邊界元素法及有限元素法，建立計算波浪引起港池共振之兩種不同數值模式，並探討幾種數值計算結果與理論解及模型試驗結果間差異之原因，及對局部型式及標準型式輻射兩種邊界條件計算結果進一步比較。

第五章將探討自由水面型態及剛性水面型態多孔消波岸壁港池，因波浪引起的共振及能量消散情形，並進一步與不透水直立壁港池比較其能量消散型態之差異。

第六章將探討在實驗室內自由水面型態多孔消波體放置於斷面水槽之反射特性，及自由水面型態多孔消波體設計之矩形港池、圓形港池，因波浪引起的共振及能量消散情形，並與數值計算結果做一比較印證。

第七章則為本文之結論及建議。

第二章 多孔消波體在半無限長區域之波能消散

2-1 控制方程式及邊界條件

考慮多孔消波體 (porous wave absorber) 位於 x - 軸方向為半無限長之等水深區域, 如圖 2-1-1 所示, 多孔消波體為由厚度 $2b$ 之垂直多孔牆 (porous structure)

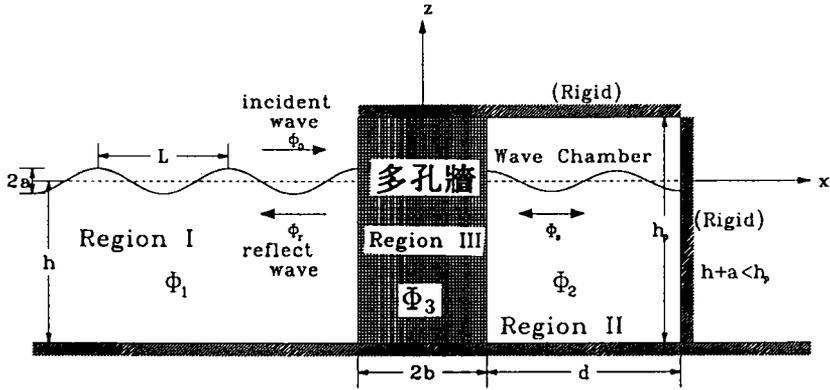


圖 2-1-1 自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

(其中心面置於 $x=0$ 平面上), 不透水直立壁 (與多孔牆水平距離 d), 及上下為不透水平行壁 (高度為 h_p) 所組成一近似封閉消波室之設計。座標定義如示意圖, xy 平面置於平均海平面上, 軸原點置於多孔牆中央處, 正 x 軸與入射波傳播方向相同, 且波向線與正 x - 軸成 θ_0 角, y 軸方向為無限長, 垂直進入書面為正, z 軸向上為正, h 為平均水深, 多孔牆前水域 (稱水域 I, $x \leq -b$) 及消波室內水域 (稱水域 II, $b \leq x \leq b+d$) 之流體運動, 假設滿足不可壓縮、無黏性及非旋流之條件, 因此存在流速勢 (velocity potential) $\Phi_j(x, y, z, t), j = 1, 2$ 分別滿足拉普拉氏方程式 (Laplace equation):

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.1)$$

Φ_1, Φ_2 分別表示在水域 I 及水域 II 內之流速勢, 水域 I 及水域 II 內之壓力 P_j 在小振幅波之條件下滿足線性伯努力方程式 (Bernoulli equation):

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + \frac{P_j}{\rho} + gz = 0, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.2)$$

式中 ρ 為水之密度， g 為重力加速度。

關於多孔牆體內流體運動及波動之現象，引用 Sollitt 及 Cross(1972) 孔隙介質流體運動理論，假設在多孔牆內介質為剛體結構，流體在孔隙內之運動為不可壓縮，非旋轉流，存在多孔流速勢 Φ_3 (pore velocity potential) 與滲流速度 \vec{U}_{3s} (seepage velocity) 之關係為 $\nabla\Phi_3 = \vec{U}_{3s}$ ，因此拉普拉氏方程式同樣表示為：

$$\frac{\partial^2\Phi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi_3}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1.3)$$

根據線性 Lorentz's 等功原理 (Lorentz's condition of equivalent work) (Sollitt 及 Cross 1972)，即在一週期內以線性機構取代非線性機構，並確定兩者具有相等能量條件下，在多孔介質內之波動頻率與作用於介質外之波浪頻率 σ 相同，並引用無因次摩擦係數 f (dimensionless friction coefficient) 及慣性係數 s (inertial coefficient) 兩個參數，描述流體在多孔牆內之阻尼效應，得到多孔介質流體伯努力方程式：

$$s \frac{\partial\Phi_3}{\partial t} + \frac{P_3}{\rho} + gz + f\sigma\Phi_3 = 0, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.1.4)$$

式中 P_3 為波浪引起之孔隙壓力 (pore pressure)， σ 為波浪週頻率，慣性係數 s (Sollitt 及 Cross, 1972) 定義為

$$s = 1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} C_M \quad (2.1.5a)$$

式中 ε 為孔隙率， C_M 為透水結構物產生之附加質量係數，需由試驗決定。 s 之值理論上取決於孔隙率 ε 及多孔結構物之孔隙形狀，一般實際計算取 1，例如 Sollitt 及 cross (1972), Madsen (1974), Dalrymple et al. (1991) 等，而 Le Méhauté (1957) 及 Sulisz(1985) 由實驗探討拋石堆結構體 (rubble-mound porous structure)，則認為 s 值較接近於 2。 s 值有待進一步探討，本文僅以理論值 $s=1$ 從事計算。摩擦係數 f 與作用波浪之特性、介質內流體之水量流速 (discharge velocity) \vec{U}_3 ($\vec{U}_3 = \varepsilon \vec{U}_{3s}$)、流體運動滯性係數 ν 及透水結構物之孔隙率 ε 、透水性 K_p (intrinsic permeability)、亂流阻尼係數 C_f (turbulent resistance coefficient) 等有關，在線性理論中不易決定，一般由多孔體參數 (ε, K_p, C_f) 及流體參數

(ν, \vec{U}_3) , 在一多孔體積 V 內一週期平均以下列表示式計算而得 (Sollitt 及 Cross, 1972)

$$f = \frac{\frac{1}{\sigma} \int_V dV \int_t^{t+T} \left(\frac{\nu |\vec{U}_3|^2}{K_p} + \frac{C_f \epsilon}{K_p} |\vec{U}_3|^3 \right) dt}{\int_V dV \int_t^{t+T} \epsilon |\vec{U}_3|^2 dt} \quad (2.1.5b)$$

摩擦係數 f 值在實際應用需經多次複雜疊代計算決定，此處在考慮均勻透水結構物，為簡化計算則取常數。 f 值理論上可由零至無限大，一般多孔型態防波堤之數量級為 $O(1)$ 。假設多孔牆之流體運動為無阻泥 ($f=0$) 及無虛擬質量影響 ($s=1$) 則多孔介質流體伯努力方程式 (2.1.4) 可退化為線性波伯努力方程式 (2.1.2)。

若入射波波向線與正 x 軸成 θ_0 角度 (如圖 2-1-2)，水位變化 η_0 之複數表示式為

$$\eta_0(x, y, t) = a_0 e^{i[\sigma t - k_0(x+b) \cos \theta_0 - k_0 y \sin \theta_0]} \quad (2.1.6)$$

式中 a_0 為振幅 (wave amplitude), $i = \sqrt{-1}$

k_0 為波數 (wave number), $k_0 = 2\pi/L$, L 為波長 (wave length)

σ 為週頻率 (radian frequency), $\sigma = 2\pi/T$, T 為波浪週期 (wave period)。

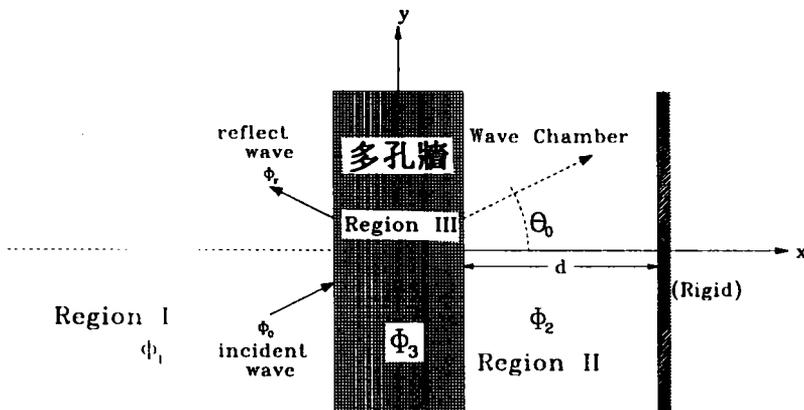


圖 2-1-2 多孔消波體設計上視示意圖

類似聲波在穿過不同介值傳播 (Morse 及 Ingard, 1968) 或電磁波通過導引介面 (Yeh, 1988) 之穿透和反射特性，我們假設線性入射波在多孔牆體內，或

通過多孔牆進入消波室，其穿透波進行之週期不改變及 y 軸方向波長不改變 (Snell's law)(Dalrymple et al. , 1991)，則在區域 I、II 及 III 之流速勢 Φ_j 可表示為：

$$\Phi_j(x, y, z, t) = \phi_j(x, z)e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.1.7)$$

將(2.1.7)式代入(2.1.1)或(2.1.3)式化簡可得

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} - k_0^2 \sin^2 \theta_0 \phi_j = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.1.8)$$

此處高水位時，平均水位 h 等於消波室高 h_p ，室內完全由水填滿 (如圖 2-1-3)，無自由水面波動存在；而在低水位時，平均水位 h 與振幅 (a) 之和小於消波室高 h_p ，室內水表面上為空氣層 (如圖 2-1-1)，二者上層邊界條件不同，前者為剛性表面 (rigid lid)，後者為自由表面 (free surface)，因此我們將分自由表面與剛性表面二種情形予以解析。

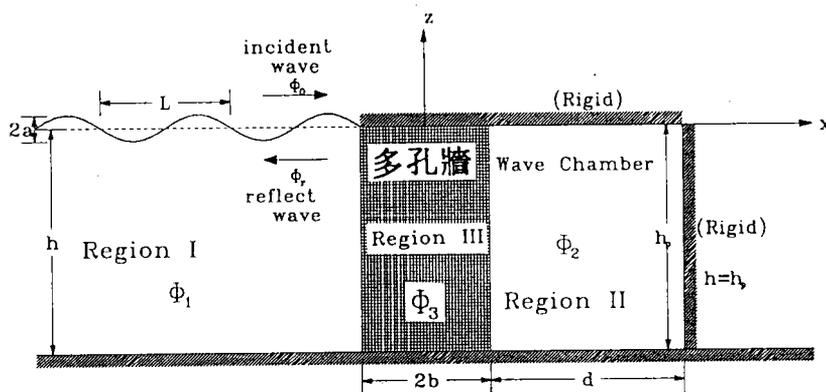


圖 2-1-3 剛性表面型態多孔消波體設計側視示意圖

低水位時，水域 I 及室內水域 II 分別滿足線性自由動力邊界 (DBC) 及運動邊界條件 (KBC):

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + g\eta_j = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.9a)$$

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.9b)$$

上二式可合併為

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1.9c)$$

式中 $\eta_1(x, y, t)$, $\eta_2(x, y, t)$ 分別表示水域 I 及水域 II 之水位變化。

當入射波斜向作用於消波體，波浪與結構物交互作用產生之成份波 $\bar{\Phi}_1$ ，定義為 $\bar{\Phi}_1 = \Phi_1 - \Phi_0$ ，其中 Φ_0 為入射波， $\bar{\Phi}_1$ 在無窮遠處 ($x \rightarrow -\infty$)，應滿足下列輻射條件 (radiation condition)：

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}_1}{\partial x} - ik_0 \bar{\Phi}_1 \right) = 0 \quad (2.1.10)$$

即 $\bar{\Phi}_1$ 為向外傳遞波 (out-going wave)。

在多孔牆內 (區域 III) 之假想自由表面 $\eta_3(x, y, t)$ ，滿足線性動力邊界條件及運動邊界條件：

$$s \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} + g \eta_3 + f \sigma \Phi_3 = 0, \quad z = 0 \quad (2.1.11a)$$

$$\frac{\partial \eta_3}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (2.1.11b)$$

同樣二式可合併為

$$s \frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} + f \sigma \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} = 0, \quad z = 0 \quad (2.1.11c)$$

而不透水海底邊界條件為

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = -h, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.1.12)$$

室內不透水直立壁也滿足

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = 0, \quad x = b + d \quad (2.1.13)$$

在高水位時 ($h = h_p$)，水域 I 仍滿足 (2.1.9) 式之自由表面邊界條件

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (2.1.14a)$$

但消波室內 (水域 II) 及多孔牆體內 (區域 III)，上層壁改為不透水邊界條件：

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 2, 3 \quad (2.1.14b)$$

基於入射波條件及線性理論，我們可知波壓皆為週期性函數表示為

$$P_j(x, y, z, t) = p_j(x, z) e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.1.15)$$

在多孔牆左側 ($x = -b$) 及右側 ($x = +b$) 分別為區域 I 與區域 III，區域 II 與區域 III 之界面處，必滿足壓力連續條件：

$$\Phi_1 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = -b \quad (2.1.16a)$$

$$\Phi_2 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = +b \quad (2.1.16b)$$

及流體質量連續條件：

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}, \quad x = -b \quad (2.1.16c)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}, \quad x = +b \quad (2.1.16d)$$

式中 ε 為孔隙率 (porosity)，表示多孔體孔隙所佔全體積之比率， $\gamma = f + is$ 為阻抗係數 (impedence)。

若多孔牆之厚度極薄 ($b = \Delta b \rightarrow 0$)，多孔牆退化為多孔板 (porous plate)，根據方程式 (2.1.16) 之壓力連續條件仍然滿足

$$\Phi_1 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = -\Delta b \quad (2.1.17a)$$

$$\Phi_2 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = +\Delta b \quad (2.1.17b)$$

及流體質量連續條件：

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}, \quad x = -\Delta b \quad (2.1.17c)$$

$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}, \quad x = +\Delta b \quad (2.1.17d)$$

方程式(2.1.17)顯示只要多孔板厚度不為零，基本上不管板厚度如何的薄，板左右兩側之壓力及流速並不一定相同。但若左右兩側孔隙率 ε 相同，則因滿足勢能流(potential flow)之流量守衡原理，板左右兩側流速應相等，但兩側壓力不相等。

Chwang (1983)認為多孔板(數學上以零厚度處理，即 $\Delta b = 0$)滿足線性達西定律，即通過板之流體垂直速度 U 與板兩側壓力差成正比關係，且因板之存在，其兩側流體質量應滿足連續條件，但兩側則應存在壓力差表示為

$$U = \frac{b_0}{\mu}(P_1 - P_2), \quad x = 0^\pm \quad (2.1.18a)$$

$$U = \frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial x}, \quad x = 0^\pm \quad (2.1.18b)$$

式中 μ 為流體動力滯性係數， b_0 為波浪作用下之多孔板特性係數(為長度單位)，應理解為在固定板厚度及固定入射波頻率下之常數。

比較 Sollitt 及 Cross (1972)有厚度多孔牆退化之多孔板介面條件(2.1.17)及 Chwang (1983)之多孔板介面條件(2.1.18)兩者之形式及表示物理意義並不完全相同，我們將深入比較二者之關係。

將方程式(2.1.4)兩邊取 $\frac{\partial}{\partial x}$ 可得到

$$\frac{s}{\varepsilon} \frac{\partial U_3}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_3}{\partial x} + \frac{f}{\varepsilon} \sigma U_3 = 0, \quad (2.1.19)$$

式中 $U_3 = \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}$ 為通過板流速 \vec{U}_3 之垂直速度分量。

考慮到 $U_3 = u_3 e^{i\sigma t}$, 方程式(2.1.19)可化為:

$$U_3 = \frac{-\varepsilon}{\rho \sigma \gamma} \frac{\partial P_3}{\partial x}, \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.1.20)$$

當 $b = \Delta b$ 很小時, 可以認為在 $-\Delta b < x < \Delta b$ 範圍 $\frac{\partial P_3}{\partial x}$ 用以下差分式近似

$$\frac{\partial P_3}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta b} (P_2 - P_1), \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.1.21)$$

因此

$$U_3 = \frac{b'_0}{\mu} (P_1 - P_2), \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.1.22a)$$

且

$$U_3 = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \Big|_{x=-\Delta b} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \Big|_{x=\Delta b}, \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.1.22b)$$

式中 $b'_0 = \frac{\varepsilon \mu}{2\rho \sigma \Delta b \gamma}$ 為波浪做用下之多孔板特性係數(為長度單位), 與孔隙率 ε 、阻抗係數 γ (包括慣性係數 s 及摩擦係數 f) 有關, 同樣應理解為在固定板厚度及固定入射波頻率下之常數, b'_0 為複數。

比較由多孔牆退化之多孔板介面條件(2.1.22)式及 Chwang(1983)之多孔板介面條件(2.1.18)兩者之形式相似, 但二者之多孔板特性係數 b_0 及 b'_0 表達之物理特性不同, b_0 為實數(阻抗係數 γ 僅有摩擦阻力之影響), b'_0 為複數(阻抗係數 γ 包括摩擦阻力及慣性力效應)。在多孔板相對波長甚薄時, 板兩側之相位差不明顯, 慣性力效應不顯著, 摩擦阻力之影響遠大於慣性力(此乃達西定理之條件)即 $f \gg s$, 則介面條件(2.1.22)式退化為 Chwang(1983)之多孔板介面條件(2.1.18)式。此則顯示 Sollitt 及 Cross (1972)之原理與 Chwang(1983)是相通一致的。Chwang(1983)引用多孔板特性係數 b_0 及 μ , 而多孔牆之特性係數有牆厚度 $2b$ 、孔隙率 ε 、慣性係數 s 及摩擦係數 f 等, 基本上多孔板之理論是多孔牆原理之簡易退化型態。多孔牆理論較週延, 多孔板則使用簡易方便, 後者分析之結果可非常清楚看出一些基本特性, 有其實用上價值。Chwang(1983)提出之多孔

板特性表示式(2.1.18), 一般由多孔板引用為界面邊界條件, 其原理滿足基本物理特性, 數學上板以零厚度處理, 簡易方便。而多孔牆甚薄時與多孔板理論之相似性, 第2-3節探討消波體之波能消散時, 將做詳細之比較。

本文除引用多孔牆較完整之理論於消波體設計, 同時也解析多孔板之較簡易理論。多孔消波體中之多孔牆如以多孔板取代, 我們稱之為多孔岸壁 (porous wall), 其自由水面型態多孔岸壁設計如示意圖 2-1-4, 剛性表面型態多孔岸壁設計如示意圖 2-1-5, 本文之多孔消波體之名稱含蓋不同厚度之多孔牆 (包括多孔板), 而多孔岸壁之名稱則僅針對 Chwang(1983) 提出之多孔板組合之消波體而言。

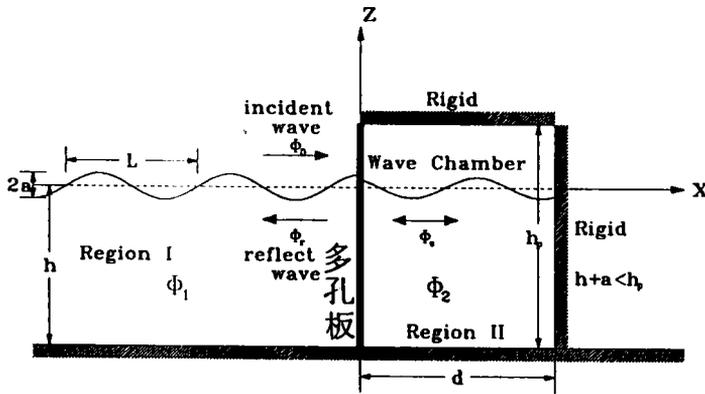


圖 2-1-4 自由水面型態多孔岸壁設計側視示意圖

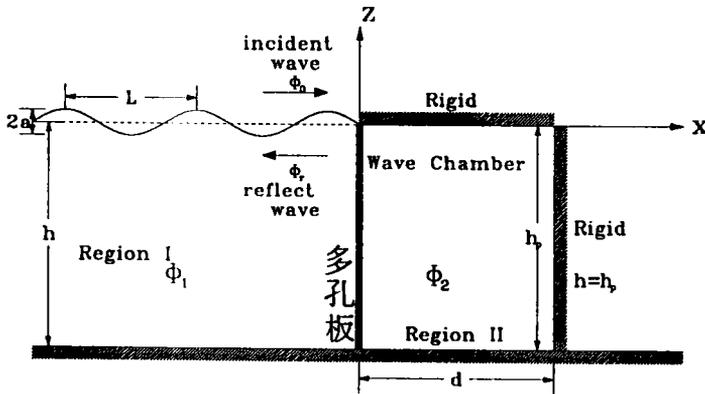


圖 2-1-5 剛性表面型態多孔岸壁設計側視示意圖

2-2 自由水面型態多孔消波體之波能消散

2-2-1. 波函數一般解

低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔牆前水域，牆體內水域及消波室內水域皆存在自由水面波動。由控制方程式(2.1.8)及入射波條件(2.1.6)式，邊界條件(2.1.9)、(2.1.10)、(2.1.11)、(2.1.12)、(2.1.13)式及週期函數特性條件(2.1.7)，區域 I, II 及 III 之波函數 ϕ_j (wave function) 可分別表示為：

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) = & A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} + R_0 A \cosh[k_0(h+z)]e^{i\bar{k}_0(x+b)} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} R_n A \cos[k'_n(h+z)]e^{\bar{k}'_n(x+b)} \\ & x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z) = & T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cos[k'_n(h+z)] \cosh[\bar{k}'_n(x-b-d)] \\ & b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} \{ A_m A \cosh[K_m(h+z)]e^{-i\bar{K}_m(x+b)} \\ & + B_m A \cosh[K_m(h+z)]e^{i\bar{K}_m(x-b)} \} \\ & -b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

表示式(2.2.1)等號右邊第一項 ϕ_0 為區域 I 入射波：

$$\phi_0 = A \cosh[k_0(z+h)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} \quad (2.2.4a)$$

其中常數 A 定義為

$$A = \frac{iga}{\sigma \cosh(k_0 h)} \quad (2.2.4b)$$

\bar{k}_0 稱為修正波數

$$\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0 \quad (2.2.4c)$$

k_0 並滿足下列分散關係式 (dispersion relation)

$$\sigma^2 = g k_0 \tanh(k_0 h), \quad k_0 > 0 \quad (2.2.5a)$$

或

$$\frac{1}{C_0} = k_0 h \tanh(k_0 h), \quad k_0 > 0 \quad (2.2.5b)$$

其中 $C_0 = g/\sigma^2 h$ 稱為無因次波浪影響參數 (dimensionless wave-effect parameter)

(2.2.1) 式等號右邊第二項 ϕ_{1r} 為區域 I 反射波 (reflected wave) :

$$\phi_{1r} = R_0 A \cosh[k_0(z+h)] e^{i\bar{k}_0(x+b)} \quad (2.2.6)$$

式中 R_0 為未定係數。

(2.2.1) 式等號右邊第三項 ϕ_{1s} 為區域 I 之衰減波 (evanescent waves) :

$$\phi_{1s} = \sum_{n=1}^{\infty} R_n A \cos[k'_n(h+z)] e^{\bar{k}'_n(x+b)} \quad (2.2.7)$$

式中 R_n 為未定係數, $n=1, 2, 3, \dots$, k_n 滿足下列特徵方程式

$$\sigma^2 = -g k'_n \tan(k'_n h), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.8a)$$

或

$$\frac{-1}{C_0} = k'_n h \tan(k'_n h) \quad (2.2.8b)$$

且

$$\bar{k}'_n = \sqrt{k_n'^2 + k_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (2.2.9)$$

ϕ_{1s} 之振幅隨水平距離增加呈指數遞減, 在無窮遠處, 應滿足下列條件

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi_{1s} = 0 \quad (2.2.10)$$

表示式(2.2.2)等號右邊第一項 ϕ_{2d} 為消波室內之駐波 (standing wave) :

$$\phi_{2d} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \quad (2.2.11a)$$

T_0 為未定係數。

(2.2.2)式等號右邊第二項 ϕ_{2s} 為消波室內之消散駐波 (evanescent standing waves)

:

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cos[k'_n(h+z)] \cosh[\bar{k}'_n(x-b-d)] \quad (2.2.11b)$$

T_n 為未定係數, ϕ_{2s} 其特性水深方面為週期振盪, 水平方向則呈指數遞減。

表示式(2.2.3)等號右邊第一項 ϕ_{3r} 定義為

$$\phi_{3r} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m A \cosh[K_m(h+z)] e^{-i\bar{K}_m(x+b)} \quad (2.2.12a)$$

此項成份波代表在多孔牆內向右進行並呈指數消散之透過消散進行波 (exponentially damped sinusoidal propagating waves)。

(2.2.3)式等號右邊第二項 ϕ_{3l} 定義為

$$\phi_{3l} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m A \cosh[K_m(h+z)] e^{i\bar{K}_m(x-b)} \quad (2.2.12b)$$

則代表在多孔牆內向左進行並呈指數消散之反射消散進行波。所謂消散進行波, 表示波浪為進行波, 但其振幅則隨水平距離之增加呈指數衰減。一般 m 愈大之成份波振幅愈小, 衰減愈快。而複數特徵值 K_m 為下列特徵方程式之根

$$-i\sigma^2\gamma = gK_m \tanh(K_m h) \quad , m = 1, 2, 3... \quad (2.2.13a)$$

或

$$\frac{-i\gamma}{C_0} = K_m h \tanh(K_m h) \quad (2.2.13b)$$

K_m 為複數, K_m 之實部 $K_{mr} \geq 0$, 虛部 $K_{mi} \leq 0$, 根據 Dalrymple et al. (1991) 之解析, 一般在阻尼係數 f 不大 (小於 1.2 以下), 或波長較長時皆為一個

特徵值 K_m 對應式 (2.2.3) 中一個特徵函數，但在一些特別情形時，如阻尼係數 f 較大，且波長較短時一個特徵值可能對應式 (2.2.3) 中兩個以上之特徵函數，此時表示式則為不完全解，需另行處理，本文主要探討之問題範圍皆滿足完整性。

$$\bar{K}_m = \sqrt{K_m^2 - k_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (2.2.14)$$

\bar{K}_m 為複數， \bar{K}_m 之實部 $\bar{K}_{mr} \geq 0$ ，虛部 $\bar{K}_{mi} \leq 0$ 。

為方便 k_0 , k'_n 及 K_m 等符號統一，定義 $k_n = -ik'_n$ 及 $\bar{k}'_n = -i\bar{k}_n$, $n=1,2,3,\dots$ ，則有 $\cosh(k_n z) = \cos(k'_n z)$, $\tanh(k_n z) = -\tan(k'_n z)$ 之關係式存在。

在低水位時，使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n=0,1,2,3,\dots$ 及 $\cosh[K_m(h+z)]$, $m=1,2,3,\dots$ 在水深區 $(-h,0)$ 之正交性，將表示式 (2.2.1)、(2.2.2) 及 (2.2.3) 代入界面連續條件 (2.1.16a)、(2.1.16b)、(2.1.16c) 及 (2.1.16d)，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh K_m(z+h) dz$ ，則分別可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.15a)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} \cos(k_n d) T_n = (s - if) M_{mm} E_m^- A_m + (s - if) M_{mm} B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.15b)$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \varepsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.15c)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} i \bar{k}_n N_{nm} \sin(\bar{k}_n d) T_n = -\bar{K}_m \varepsilon M_{mm} E_m^- A_m + \varepsilon \bar{K}_m M_{mm} B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.15d)$$

式中

$$\begin{aligned}
 N_{nm} &= \int_{-h}^0 \cosh[k_n(h+z)] \cosh[K_m(h+z)] dz \\
 &= \frac{1}{k_n^2 - K_m^2} [k_n \sinh(k_n h) \cosh(K_m h) - K_m \sinh(K_m h) \cosh(k_n h)] \\
 &\quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2.2.16a}$$

$$\begin{aligned}
 M_{mm} &= \int_{-h}^0 \cosh^2[K_m(h+z)] dz = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2K_m h)}{4K_m h} \right] \\
 &\quad m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2.2.16b}$$

$$E_m^\pm = e^{\pm i 2b \bar{K}_m}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \tag{2.2.16c}$$

首先分別由式(2.2.15a)、(2.2.15b)消去 A_m 、 B_m 係數及由式(2.2.15c)、(2.2.15d)消去 A_m 、 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n 、 T_n 之方程組：

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=0}^{\infty} E_m^- \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [-i \bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d) - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \cos(\bar{k}_n d)] T_n \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n = (\bar{k}_0 - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2.2.17a}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=0}^{\infty} E_m^+ \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [-i \bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d) + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \cos(\bar{k}_n d)] T_n \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n = (\bar{k}_0 + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2.2.17b}$$

而分別由式(2.2.15a)、(2.2.15c)消去 B_m 係數及由式(2.2.15b)、(2.2.15d)消去 A_m 係數可得下列包含未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$\begin{aligned}
 A_m &= \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if) \bar{k}_n / \bar{K}_m] R_n + N_{0m} [\varepsilon + \bar{k}_0 (s - if) / \bar{K}_m] \right\} \\
 &\quad m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{2.2.18a}$$

$$B_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon \cos(\bar{k}_n d) + i(s - if)\bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d)/\bar{K}_m] T_n$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.18b)$$

多孔牆前反射係數定義為

$$C_r = |R_0| \quad (2.2.19)$$

表示多孔牆前 ($x=-b$) 反射波振幅與入射波振幅比值。

消波室透射係數定義為

$$C_t = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)| \quad (2.2.20)$$

表示透過駐波在消波室內右側不透水直立壁前 ($x=+b$) 之振幅與入射波振幅比值。

在多孔牆體內第 m 個透過係數 C'_{mt} 與第 m 個反射係數 C'_{mr} ，我們分別定義為

$$C'_{mt} = |(s - if)A_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (2.2.21a)$$

$$C'_{mr} = |(s - if)B_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (2.2.21b)$$

C'_{mt} 及 C'_{mr} 分別表示在多孔牆體內，多孔牆前端 ($x=-b$) 處第 m 個透過消散波振幅與入射波振幅比值，及在多孔牆後端 ($x=b$) 處第 m 個反射消散波振幅與入射波振幅比值。

波函數無窮級數 (2.2.1)、(2.2.2) 及 (2.2.3) 為收斂級數，在實際計算，可依收斂之速度取有限項， $m=1, 2, 3, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ 。

在多孔牆前 (水域 I) 及多孔牆後 (水域 II) 之水位變化 η_1, η_2 可由線性自由動力邊界之表示式 (2.1.9a) 及週期函數特性條件 (2.1.7) 式求得

$$\eta_j(x, y, t) = \frac{-i\sigma}{g} \Phi_j, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.2.22)$$

在多孔牆前 ($x=-b$) 之水位變化 η_1 則可表示為

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad (2.2.23a)$$

式中無因次振幅係數 D_1 為

$$D_1 = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (2.2.23b)$$

在多孔牆後 ($x=+b$) 之水位變化 η_2 可表示為

$$\frac{\eta_2(+b, y, t)}{a} = D_2 e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad (2.2.24a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 為

$$D_2 = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (2.2.24b)$$

若入射波之水位變化取複數入射波表示式 (2.1.6) 之實數部分, 則可表示為

$$\eta_0(x, y, t) = a \cos[\sigma t - k_0 \cos \theta_0 (x + b) - k_0 \sin \theta_0 y] \quad (2.2.25)$$

在多孔牆前 ($x=-b$) 水位變化 η_1 可由表示式 (2.2.23) 取實數部分求得

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1) \quad (2.2.26a)$$

式中無因次振幅係數 D_1 及相位差 ε_1 分別為

$$D_1 = \left| 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad \varepsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{D_{1i}}{D_{1r}} \right) \quad (2.2.26b)$$

其中 D_{1r} 及 D_{1i} 分別為 D_1 之實部及虛部。

在多孔牆後 ($x=+b$) 之水位變化 η_2 可由表示式 (2.2.24) 取實數部分求得

$$\frac{\eta_2(+b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (2.2.27a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 及相位差 ε_2 分別為

$$D_2 = \left| \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{D_{2i}}{D_{2r}} \right) \quad (2.2.27b)$$

其中 D_{2r} 及 D_{2i} 分別為 D_2 之實部及虛部。

在多孔牆內(區域 III)之假想自由表面 $\eta_3(x, y, t)$ ，可由線性動力邊界條件(2.1.11a)及週期函數特性條件(2.1.7)式求得

$$\eta_3(x, y, t) = \frac{\sigma}{g} \gamma \Phi_3, \quad -b \leq x \leq b, \quad z = 0 \quad (2.2.28)$$

在多孔牆前(水域 I)及多孔牆後(水域 II)之動壓力 P_1 及 P_2 ，可由線性伯努力方程式(2.1.2)及週期函數特性條件(2.1.7),(2.1.15)求得

$$P_j(x, y, z, t) = -i\sigma\rho\Phi_j, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.2.29a)$$

或

$$p_j(x, z) = -i\sigma\rho\phi_j, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.2.29b)$$

在多孔牆前($x=-b$)之動壓力 P_1 可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} e^{i(\sigma t - k_0 y \sin\theta_0)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.30a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.30b)$$

在多孔牆後($x=+b$)之動壓力 P_2 可表示為

$$\frac{P_2(+b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} e^{i(\sigma t - k_0 y \sin\theta_0)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.31a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.31b)$$

若入射波之水位變化取複數入射波表示式(2.1.6)之實數部分,如(2.2.25)式,作用在多孔牆前($x=-b$)之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.32a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = \left| 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right| \quad (2.2.32b)$$

作用在多孔牆後 ($x=b$) 之波壓分部可表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.33a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = \left| \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.33b)$$

在多孔牆內 (區域 III) 之動壓力 P_3 , 可由線性多孔介質流體伯努力方程式 (2.1.4) 及週期函數特性條件 (2.1.7), (2.1.15) 式求得

$$P_3(x, y, z, t) = \sigma \rho \gamma \Phi_3, \quad -b \leq x \leq b \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.34a)$$

或

$$p_3(x, z) = \sigma \rho \gamma \phi_3, \quad -b \leq x \leq b \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.34b)$$

各區域之波函數皆為無窮級數, 雖然可依收斂之速度取必要的項階求解, 但仍是一個甚為複雜之聯立方程組求解矩陣問題。在未以一般解探討受不同型態波浪作用下之波能消散特性之前, 擬於下節先觀察一些較簡易問題, 對多孔消波體之反射特性及波壓分佈狀況做初步的了解。

2-2-2. 平面波一階解

假如多孔牆內摩擦係數 f 較小, 慣性係數 s 接近理論值 1, 多孔介質流體伯努力方程式 (2.1.4) 與線性伯努力方程式 (2.1.2) 相差不大, 則預期衰減波成份相對

甚小，所有區域內之波浪僅考慮平面波（包括行進波及駐波），因此 $N=1, M=1$ ，則式(2.2.1)、(2.2.2)、(2.2.3)化簡為：

$$\phi_1(x, z) = A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} + R_0 A \cosh[k_0(h+z)]e^{i\bar{k}_0(x+b)}$$

$$x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.35)$$

$$\phi_2(x, z) = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)]$$

$$b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.36)$$

$$\phi_3(x, z) = A_1 A \cosh[K_1(h+z)]e^{-i\bar{K}_1(x+b)} + B_1 A \cosh[K_1(h+z)]e^{i\bar{K}_1(x-b)}$$

$$-b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.37)$$

未知變數 R_0, T_0, A_1 及 B_1 可由方程組(2.2.15)式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^-}{\lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^-} \quad (2.2.38a)$$

$$T_0 = \frac{\lambda_1^+ (\lambda_2^- - R_0 \lambda_2^+)}{\lambda_3^-} \quad (2.2.38b)$$

$$A_1 = \frac{N_{01}(\Omega - 1)R_0 + N_{01}(\Omega + 1)}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (2.2.38c)$$

$$B_1 = \frac{N_{01}[\Omega \cos(\bar{k}_0 d) + i \sin(\bar{k}_0 d)]T_0}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (2.2.38d)$$

式中

$$N_{01} = \frac{h}{(k_0 h)^2 - (K_1 h)^2} [k_0 h \sinh(k_0 h) \cosh(K_1 h) - K_1 h \sinh(K_1 h) \cosh(k_0 h)] \quad (2.2.39a)$$

$$M_{11} = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2\bar{K}_1 h)}{4\bar{K}_1 h} \right] \quad (2.2.39b)$$

$$\Omega = \frac{\varepsilon \bar{K}_1 h}{\bar{k}_0 h (s - if)} \quad (2.2.40a)$$

$$b^* = 2b/h\bar{K}_1 h \quad (2.2.40b)$$

$$\lambda_1^\pm = E_1^\pm = e^{\pm ib^*} \quad (2.2.40c)$$

$$\lambda_2^\pm = 1 \pm \Omega \quad (2.2.40d)$$

$$\lambda_3^\pm = -i \sin(\bar{k}_0 d) \pm \Omega \cos(\bar{k}_0 d) \quad (2.2.40e)$$

從 R_0, T_0, A_1 及 B_1 各係數表示式(2.2.38) · (2.2.39) 及 (2.2.40) 可明顯看出各係數與 $\theta_0, 2b/h(b^*), \bar{k}_0 d(d/\bar{L}), \varepsilon, s-if(\gamma), C_0(\bar{k}_0 h), \bar{K}_1 h$ 等參數有關。而且反射係數 R_0 與透射係數 T_0 為 Ω, b^* 及 $\bar{k}_0 d$ 三個參數之函數, Ω 稱多孔牆之可穿透度 (admittance of the porous structure), 其物理意義表示作用於多孔牆上之正向流速與壓力比值, 為描述多孔牆特性參數, 並且與入射波角度有關。 b^* 為一無因次多孔牆厚度 (dimensionless width of the structure) 為牆之厚度與多孔牆內特性波長之比值。 $\bar{k}_0 d$ 為一無因次消波室寬度 (dimensionless width of wave chamber), 物理上為消波室寬度與入射波修正波長之比值。當 $\Omega = 1$ 時, 反射係數 R_0 為最小值, 即作用於多孔牆之正向流速與壓力相等。首先將探討平面波條件下, 多孔消波體前反射係數 C_r , 消波室內之透過係數 C_t 及多孔牆內一階透過係數 C'_{1t} , 一階反射係數 C'_{1r} 等與消波室寬度 d/L , 多孔牆厚度 $2b/h$, 入射波參數 C_0 等無因次物理量之關係。為簡化數值計算, 多孔牆之慣性係數 s , 摩擦係數 f 及孔隙率 ε 等參數皆假設為常數, 並取 $\varepsilon = 0.4, s = 1, f = 0.5$ (低摩擦係數) 做為計算值。

圖 2-2-1 為 C_r, C_t, C'_{1r} 及 C'_{1t} 等係數, 在入射波參數 $C_0 = 0.5$, 正向作用 ($\theta_0 = 0, L = \bar{L}$), 多孔牆厚度 $2b/h = 0.5$ 之條件下, 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖。

各係數隨 d/L 呈週期變化，週期為 $0.5 d/L$ 。當消波室寬度為 $(0.45+0.5n)$ 波長時，其中 $n=0,1,2..$ 反射係數 C_r 最小，其值 $C_r = 0.05$ ，此時其他係數 C_t, C'_{1r}, C'_{1t} 則相對較大。因此適當的選取消波室寬度將可達到降低反射波效果，但在此條件下，消波室內及多孔牆內之 C_t, C'_{1r}, C'_{1t} 值皆甚大， C_t 甚至大於 2 而為 2.14，消波室能量仍然甚大，表示能量達到轉移效果，但能量消散並不大。消波室寬度

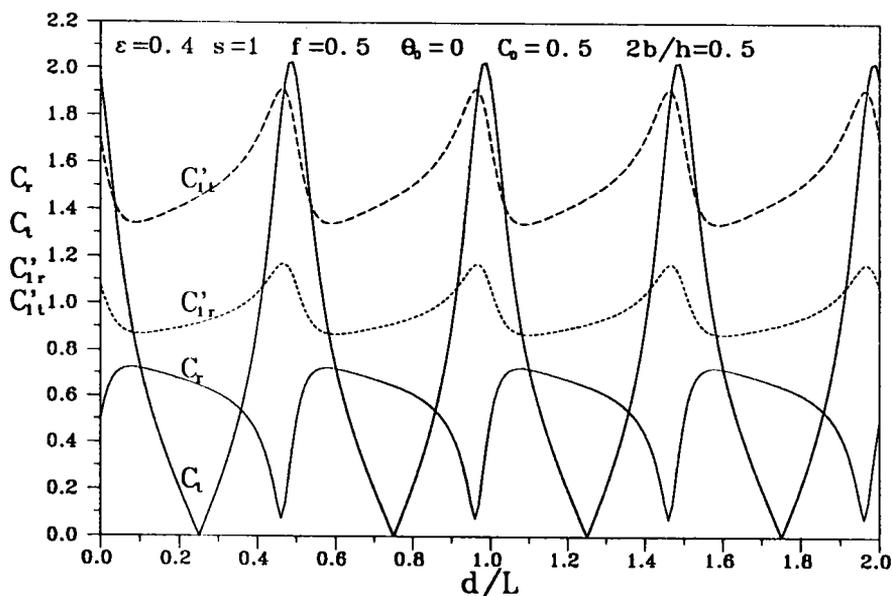


圖 2-2-1 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖

為 $(0.57+0.5n)$ 波長時反射係數最大 $C_r = 0.76$ ，其他係數則較小，能量大量轉移至多孔牆前水域。以上分析顯示，對特定的波浪，適當的選擇消波室寬度或多孔牆厚度，將可達到較佳消波效果。在消波室寬度為 0.45 波長，其他上述參數不變之條件下，再探討多孔牆厚度之影響，圖 2-2-2 為波浪參數 $C_0 = 0.5$ 時，反射係數 C_r 最小值發生在多孔牆厚度為 $0.43 h$ 時 ($C_r = 0.03$)，厚度再增加時反射係數反而增大，而厚度增大至 3 倍水深以後，反射係數趨於定值 $C_r = 0.45$ 。消波室透過係數 C_t 最大值發生在多孔牆厚度為 $0.23h$ 時 ($C_t = 2.26$)，隨厚度增加時透過係數減小，而厚度增大至 5 倍水深以後，透過係數已趨近於 0。多孔牆體內向左傳遞之消散進行波則隨牆厚度增大而減小，但厚度增大至 5 倍水深時， C'_t 已趨近於 0。多孔牆內向右方向進行之消散進行波，極大值發生點與牆前反射波極小值發生點相近，最後隨厚度增大 C'_t 同樣趨向於定值。

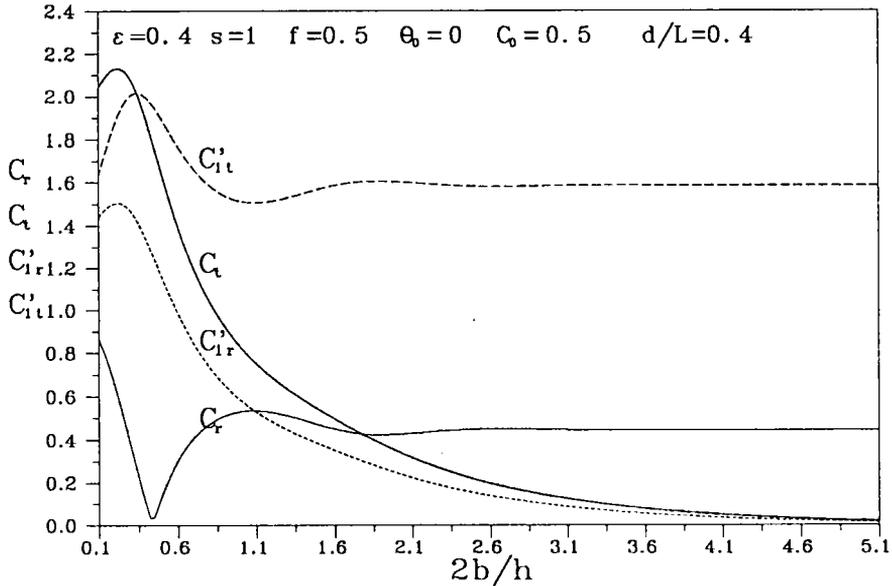


圖 2-2-2 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

若入射波之水位變化取複數入射波表示式(2.1.6)之實數部分如(2.2.25)式, 則區域 I 之波函數 ϕ_1 表示式(2.2.35)等號右邊第二項為區域 I 反射波 ϕ_{1r} 之水位變化 η_r 可由(2.2.35)代入(2.2.22)式取實數部分第二項求得

$$\eta_r(x, y, t) = a|R_0| \cos[\sigma t + k_0 \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r], \quad (2.2.41a)$$

$$|R_0| = \sqrt{R_{0r}^2 + R_{0i}^2}, \quad \varepsilon_r = \tan^{-1} \left(\frac{R_{0i}}{R_{0r}} \right) \quad (2.2.41b)$$

式中 R_{0r} 及 R_{0i} 分別為 R_0 之實部及虛部。

區域 I 之水位變化 η_1 可表示為

$$\eta_1 = \eta_0 + \eta_r \quad (2.2.42)$$

因此在多孔牆前 ($x=-b$) 之水位變化可表示為

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1) \quad (2.2.43)$$

式中無因次振幅係數 D_1 及相位差 ε_1 分別為

$$D_1 = \sqrt{1 + |R_0|^2 + 2|R_0| \cos \varepsilon_r} \quad (2.2.44a)$$

$$\varepsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{|R_0| \sin \varepsilon_r}{1 + |R_0| \cos \varepsilon_r} \right) \quad (2.2.44b)$$

區域 II 之波函數 ϕ_2 為消波室內之駐波其水位變化 η_2 可由 (2.2.36) 代入 (2.2.22) 式取實數部分求得

$$\eta_2(x, y, t) = a|T_0| \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x - b - d)], \quad (2.2.45a)$$

$$|T_0| = \sqrt{T_{0r}^2 + T_{0i}^2}, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (2.2.45b)$$

式中 T_{0r} 及 T_{0i} 分別為 T_0 之實部及虛部

在多孔牆後 ($x = b$) 之水位變化可表示為

$$\frac{\eta_2(b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (2.2.46a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 及相位差 ε_2 分別為

$$D_2 = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)|, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (2.2.46b)$$

在多孔牆內 (區域 III) 之假想自由表面水位變化 $\eta_3(x, y, t)$ ，可由 (2.2.37) 代入 (2.2.28) 式取實數部分求得

$$\begin{aligned} \eta_3(x, y, t) = & |A_1(s - if) \cosh(K_1 h)| a \frac{e^{K_{1i}(x+b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_a) \\ & + |B_1(s - if) \cosh(K_1 h)| a \frac{e^{-K_{1i}(x-b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t + K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_b) \\ & -b \leq x \leq b \end{aligned} \quad (2.2.47)$$

式中 ε_a 及 ε_b 分別為相位差。

區域 I 之波壓分佈可由波函數 ϕ_1 表示式 (2.2.35) 代入 (2.2.29a) 式取實數部分求得

$$P_1(x, y, z, t) = \rho g a \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} [\cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y) + |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r)], \quad x \leq -b, -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.48)$$

作用在多孔牆前 ($x=-b$) 之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.49a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \sqrt{1 + |R_0|^2 + 2|R_0| \cos \varepsilon_r} \quad (2.2.49b)$$

同理區域 II 之波壓分佈可由波函數 ϕ_2 表示式 (2.2.36) 代入 (2.2.29a) 式取實數部分求得

$$P_2(x, y, z, t) = \rho g a |T_0| \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \quad x \geq b, -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.50)$$

作用在多孔牆後 ($x=b$) 之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.51a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)| \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.51b)$$

在多孔牆內 (區域 III) 之多孔波壓分佈 $P_3(x, y, z, t)$ ，可由 (2.2.37) 代入 (2.2.34a) 式取實數部分求得

$$P_3(x, y, z, t) = \rho g a \left[|A_1(s-if) \cosh[K_1(z+h)]| \frac{e^{K_{1i}(x+b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - K_{1r} \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_a) + |B_1(s-if) \cosh[K_1(z+h)]| \frac{e^{-K_{1i}(x-b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t + K_{1r} \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_b) \right]$$

$$-b \leq x \leq b \quad (2.2.52)$$

式中 ϵ_a 及 ϵ_b 分別為相位差。

在平面波之假設條件下，複雜之矩陣問題，簡化為反射係數、透過係數及多孔牆前或後之波壓分佈等皆可以 (2.2.38a)、(2.2.38b)、(2.2.49a) 及 (2.2.51b) 等解析表示式，在實際應用時甚為方便。至於在何種條件時，可正確引用，或產生之誤差不甚大，則與特徵值 K_m 之特性有關，下一小節將做簡略分析。

2-2-3. 波函數之複數特徵值及收斂性探討

根據方程式 (2.2.8) 及 (2.2.13) 我們定義下列函數

$$g(x) = s - if - C_0 x \tanh(x) \quad (2.2.53)$$

當 $s=1$ $f=0$ 滿足 $g(x)=0$ 之根，即為 $k_n h$, $n=0,1,2,3,\dots$ ，而當 $s=1$, $f > 0$ 滿足 $g(x)=0$ 之根即為 $K_m h$, $m=1,2,3,\dots$ ，以 $g(K_m)$ 表示，即

$$g(K_m) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.2.54)$$

假設 f 值甚小， $f \ll 1$ ，式 (2.2.54) 以 k_n 值 ($f=0$) 泰勒極數展開為

$$g(K_{m+1}) = g(k_m) + g'(k_m)(K_{m+1} - k_m) + g''(k_m)\left(\frac{K_{m+1} - k_m}{2}\right)^2 + \dots \quad (2.2.55)$$

式 g' , g'' 分別代表 g 對 k_n 一次及二次微分，若取到一階項，則式 (2.2.55) 可簡化為

$$K_{m+1} = k_m - \frac{g(k_m)}{g'(k_m)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2.56a)$$

式中

$$g(k_m) = if/C_0 \cosh(k_m h) \quad (2.2.56b)$$

$$g'(k_m) = h[\sinh(k_m h) + k_m h \operatorname{sech}(k_m h)] \quad (2.2.56c)$$

因為 k_0 為正實數， k_n , $n \geq 1$ 為純虛數，從 (2.2.56) 式顯示， f 值影響波浪消散，將改變 K_1 之虛部及改變 K_m , $m > 1$ 之實部。而 K_1 之實部與 k_0 相近， K_m 之虛部與 k_{m-1} 相近。

特徵方程式(2.2.13)為複數方程式,可將複數特徵值 $K_m = K_{mr} + iK_{mi}$ 代入(2.2.13)分取實部及虛部求得下列二個方程式

$$s = C_0 \tanh(K_{mr}h) \left[\frac{K_{mr}h - K_{mi}h \frac{\sin(2K_{mi}h)}{\sinh(2K_{mr}h)}}{1 - \frac{\sin^2(K_{mi}h)}{\cosh^2(K_{mr}h)}} \right] \quad (2.2.57a)$$

$$\frac{f}{s} = \frac{K_{mi}h + \frac{\sin(2K_{mi}h)}{\sinh(2K_{mr}h)}}{K_{mr}h - K_{mi}h \frac{\sin(2K_{mi}h)}{\sinh(2K_{mr}h)}} \quad (2.2.57b)$$

利用 Newton-Raphson 法即可求得 $K_{mr}h, K_{mi}h, m = 1, 2, 3, \dots$ 。

首先探討 $k_0, k_n, K_m, n, m = 1, 2, 3, \dots$ 等特徵值與無因次波浪參數 C_0 及摩擦係數 f 關係。圖 2-2-3 為小摩擦係數, $f=0.5$ 條件下 C_0 與 $k_0h, K_{1r}h, K_{1i}h$ 等參數之相關曲線圖, 入射波波數 k_0h 愈小(波長愈大), 對應波浪參數 C_0 值也愈大。因 k_0h 及 $K_{1r}h$ 值甚為相近, 表示摩擦係數 f 小時, 多孔牆內第一成份波之波長與入射波相近。而 $K_{1i}h$ 絕對值大小代表第一階消散進行波隨距離增大消散速度之快慢。因此圖中顯示 C_0 值愈小時, $K_{1i}h$ 之負值愈小, $K_{1i}h$ 之絕對值愈大, 表示入射波之波長愈短, 在多孔牆內之第一階消散進行波, 消散速度愈大。

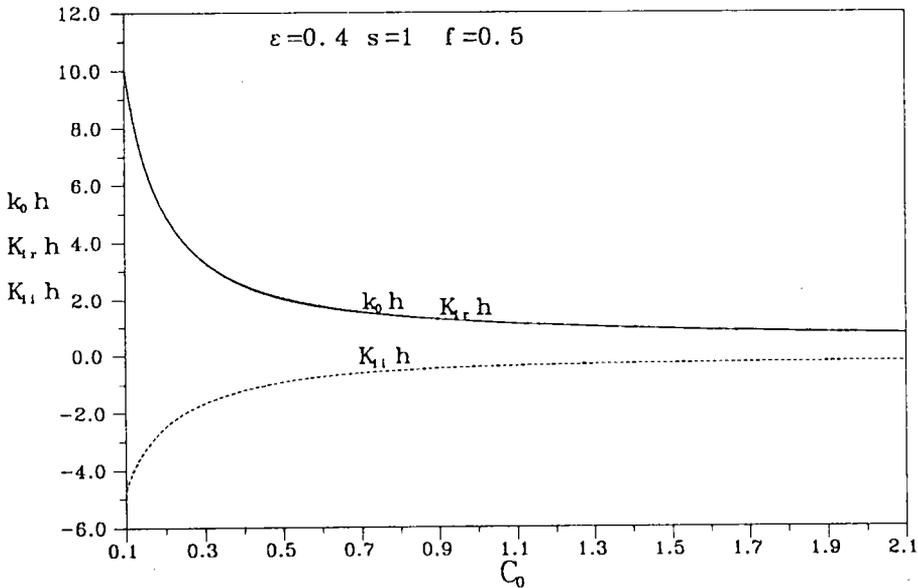


圖 2-2-3 $f=0.5$ 條件下 $k_0h, K_{1r}h, K_{1i}h$ 與 C_0 等參數之相關曲線圖

當摩擦係數較大時，如 $f=2.0$ ，多孔牆內第一階消散進行波之波長將略為增大，圖(2-2-4) $K_{1r}h$ 值小於 k_0h 值，顯示較大的摩擦效應將使消散進行波之波長變長，但消散速度愈快，即 $K_{1i}h$ 負值愈小。

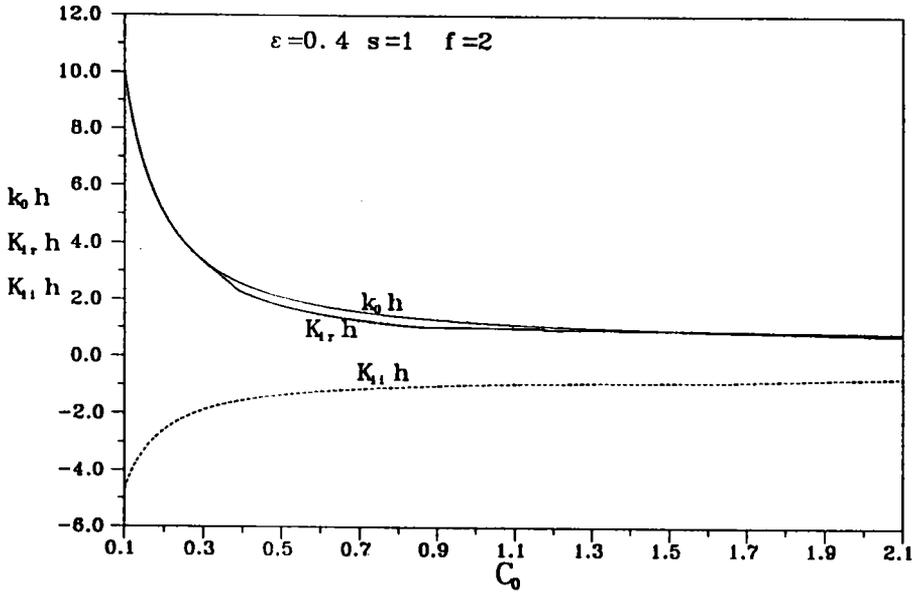


圖 2-2-4 $f=2$ 條件下 $k_0h, K_{1r}h, K_{1i}h$ 與 C_0 等參數之相關曲線圖

其次探討較高階特徵值 k_nh 與 K_mh 之特性，圖 2-2-5 為 $f = 0.5$ 時， k_nh 及 K_mh 在複數平面 (x 軸為 k_nh 或 K_mh 實部，y 軸為 k_nh 或 K_mh 虛部) 之分佈狀況。圓圈為 $k_nh, n = 0, 1, 2, \dots, 5$ 值，打叉為 $K_mh, m = 1, 2, \dots, 6$ 值。 k_0h 與 $K_{1i}h$ 水平相差不大，表示週期 (波長) 相近，與 $x=0$ 垂直距離差距，則表示 $K_{1i}h$ 成份波之消散大小， k_0h 為純進行波 (振幅不消散)。 $k_nh, n \geq 1$ 以後純為消散波，(k_nh 為純虛數)， n 值愈大， k_nh 負值愈小， k_nh 絕對值愈大，表示消散速度愈快。 $K_mh, m \geq 2$ 以後 K_mh 實部 $K_{mr}h$ 愈小，隨 m 增大，波長增大 ($K_{mr}h$ 減小)，顯示多孔牆內愈高階之消散進行波，波長愈長，消散速度愈快 ($K_{mi}h$ 絕對值愈大)。若摩擦係數 f 較大時，如 $f = 2.0$ (圖 2-2-6) 則顯示多孔牆內之第二階成份波波長反而減小 ($K_{2r}h$ 值最大)，第三階成份波以後之波長再增長 ($K_{3r}h, K_{4r}h, K_{5r}h$ 值遞減)。 f 大小影響多孔牆內各成份波之波長變化，基本上 $K_{mr}h$ 值在 f 值較小時，波數 $K_{mr}h$ 很快的趨近於定值，表示波函數達到收斂的項數較少，而 f 較大時， $K_{mr}h$ 之收斂速度較慢，則顯示 f 較大時，波函數達到收斂項數較多。以 $s=1, \epsilon = 0.4, C_0 = 0.5, d/L=0.4, 2b/h=0.5$ 之條件下，比較 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 時 $|R_n|, n = 0, 1, 2$ 振幅，顯示

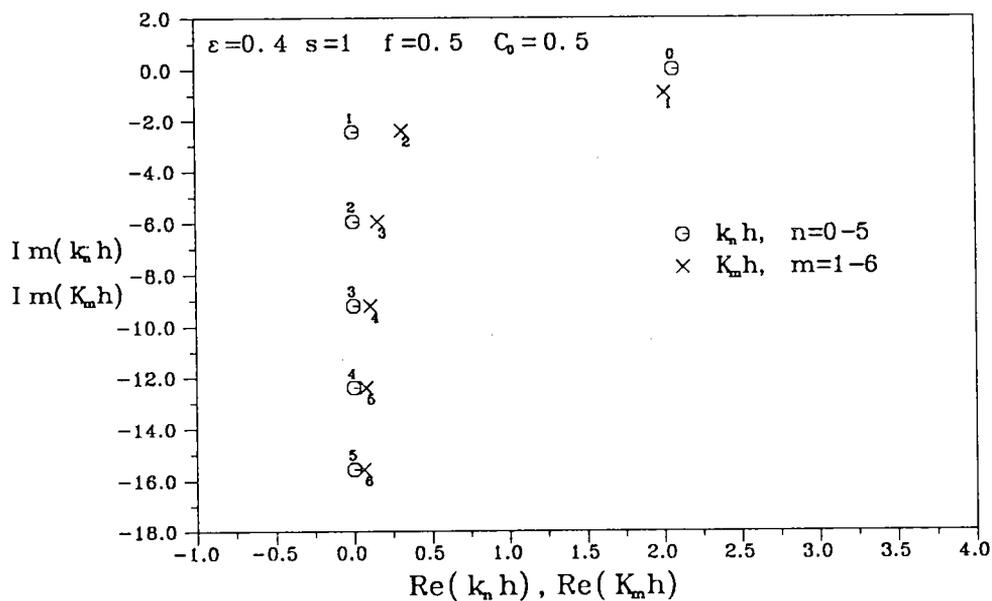


圖 2-2-5 $f = 0.5$ 時, $k_n h$ 及 $K_m h$ 在複數平面之分佈狀況圖

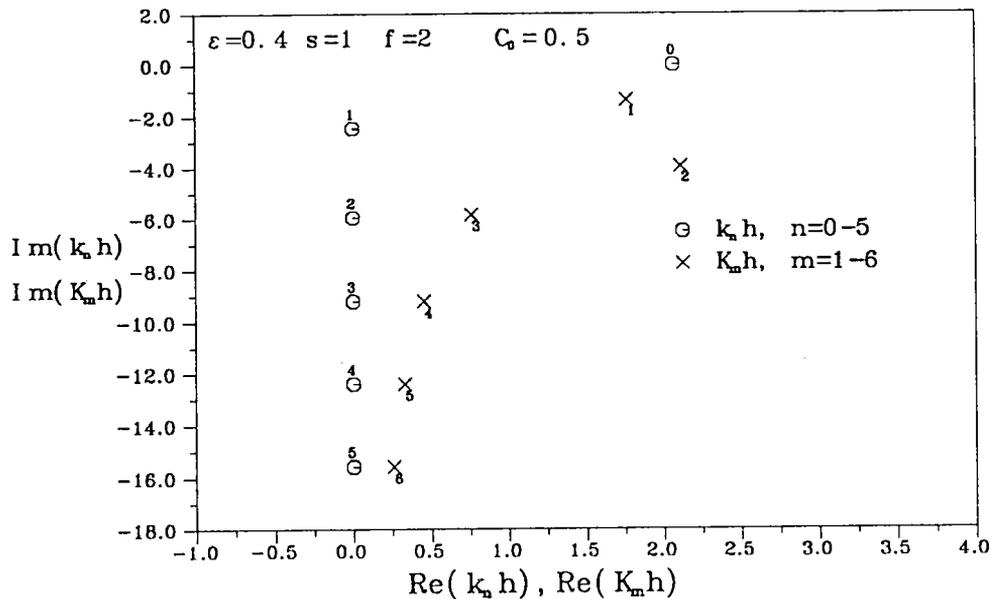


圖 2-2-6 $f = 2$ 時, $k_n h$ 及 $K_m h$ 在複數平面之分佈狀況圖

$f=0.5$ 時高階成份波 $|R_n|$ 振幅甚快速的減小(圖2-2-7),第二階($n=1$)振幅其實已甚小,但 $f=2.0$ 時高階成份波 $|R_n|$ 振幅仍佔相當分量的值。

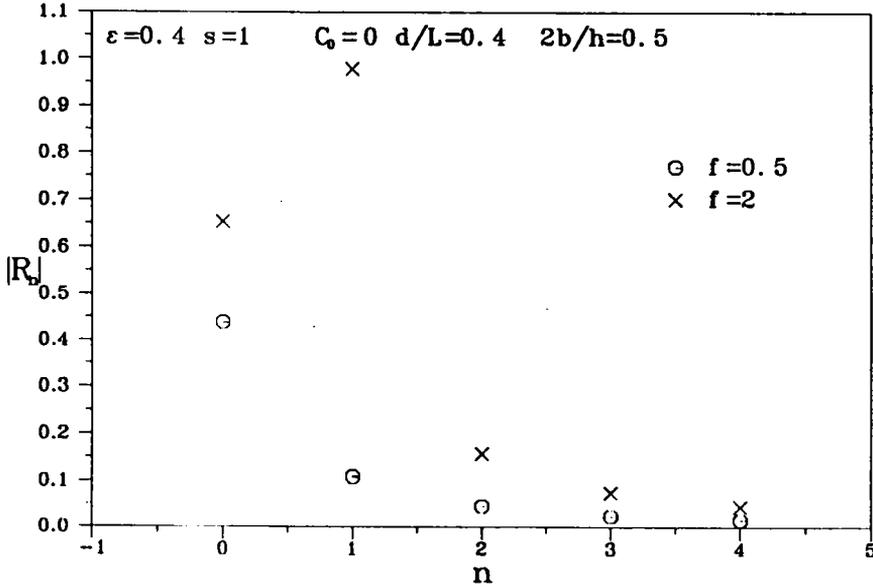


圖2-2-7 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 不同階數(n)之 $|R_n|$ 振幅值

以上分析顯示小摩擦係數 f 時多孔牆前之反射係數 C_r 及消波室內之透過係數 C_t 之物理特性,基本上可以一階解分析求得即可。但較大 f 值時如僅以平面波理論計算,即將產生較大誤差。

2-2-4. 自由水面型態多孔消波體之波能消散特性

多孔消波體可引用做消波設施,其反射特性決定消波效果,消波室內透射波大小及消波體之波壓分佈大小影響結構物安定等皆為重要之考慮因素,本節將詳細分析多孔消波體之牆前反射,消波室內透射及牆前後波壓分佈。在比較不同的波浪參數 C_0 值,圖2-2-8顯示,入射角 $\theta_0 = 15^\circ$ 時,不同 C_0 值, C_r 與 d/L 相關曲線週期性不變,週期長度相同(皆為 $d/L=0.5$),但波長較長時(如 $C_0 = 5$),比較波長較短時(如 $C_0 = 0.5$), C_r 極大值與極小值皆增大,但極點位置隨 C_0 增大,明顯向左平移,顯示產生反射係數極小值之無因次消波寬度並非定值,而與入射波之(波長)週期有關。

其次觀察在消波室之透過係數 C_t 特性,不同 C_0 值, C_t 與 d/L 仍然成週期變化

,且週期長度並不因 C_0 值不同改變(圖2-2-9),透過駐波之結點發生在 $0.25+0.5n$ 倍波長處。 C_t 之極大值隨 C_0 值減小則有增大的現象($C_0 = 0.5$ 例外,其極大值為最小),此時消波室透過係數最大,而反射係數 C_r 為最小值,顯示此時能量集中於室內,反射波能甚小幾乎消散。

改變不同入射波角度(θ_0),相當於改變入射波波長($\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$),圖2-2-10及圖2-2-11分別為 $C_0 = 1, 2b/h = 0.5$ 之條件下, C_r 與 d/L 相關曲線及 C_t 與 d/L 相關曲線。顯示改變入射波方向,將改變極點位置、大小及極點間格,入射角度愈大, C_r 及 C_t 之極大值增加,極小值增加,極點二者間格拉長。

對同一入射波作用,例如取 $C_0 = 0.5$ 或 $C_0 = 5$,入射角 $\theta_0 = 15^\circ$,且固定消波室寬度 $d/L = 0.4$,則增大多孔牆厚度,並不一定可減低反射係數 C_r ,而是存在一最佳厚度(如圖2-2-12)。消波室內透水係數 C_t ,則隨牆厚度之增大而減小,最後消失(圖2-2-13),不過 C_t 最大值,並非在 $2b/h = 0$ 處(不透水牆完全反射),而是發生在牆為有限厚度,此厚度與 C_0 值有關,隨 C_0 增大其發生處之厚度相對愈厚。當入射波長較長時,例如 $C_0 = 2$ 或 $C_0 = 5$,極小值點數增多,反射波消滅之較佳多孔牆厚度則可能有多次發生(如圖2-2-12),而使透過波完全消散之多孔牆厚度相對必需增大(圖2-2-13)。

整合 d/L 及 $2b/h$ 二個參數特性,圖2-2-14及圖2-2-15分別為在 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2$ 時,消波室寬度 d/L 與多孔牆厚度 $2b/h$ 平面之 C_r 等值線。圖中顯示對特定的波浪,選擇適當的 d/L 及 $2b/h$ 將可有效減低反射波。

多孔牆前水動壓力分佈,在表面處最大,波長較短之波浪隨深度之增大,快速的衰減(如圖2-2-16),但波長愈長,表面與海底壓力差遞減率縮小,而水表面之波壓振幅與水位振幅成正比關係。多孔牆後之波壓也有相同之現象(如圖2-2-17)。

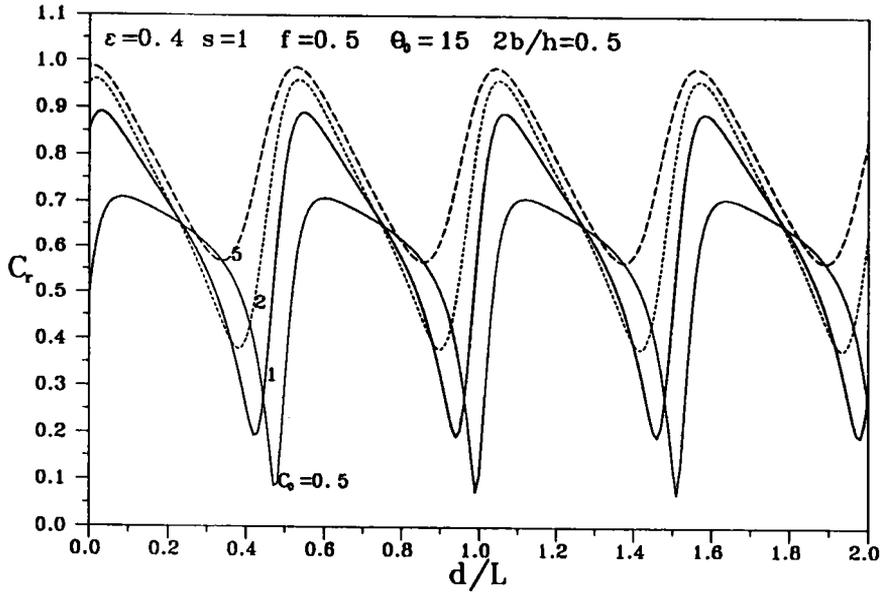


圖2-2-8自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0
反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

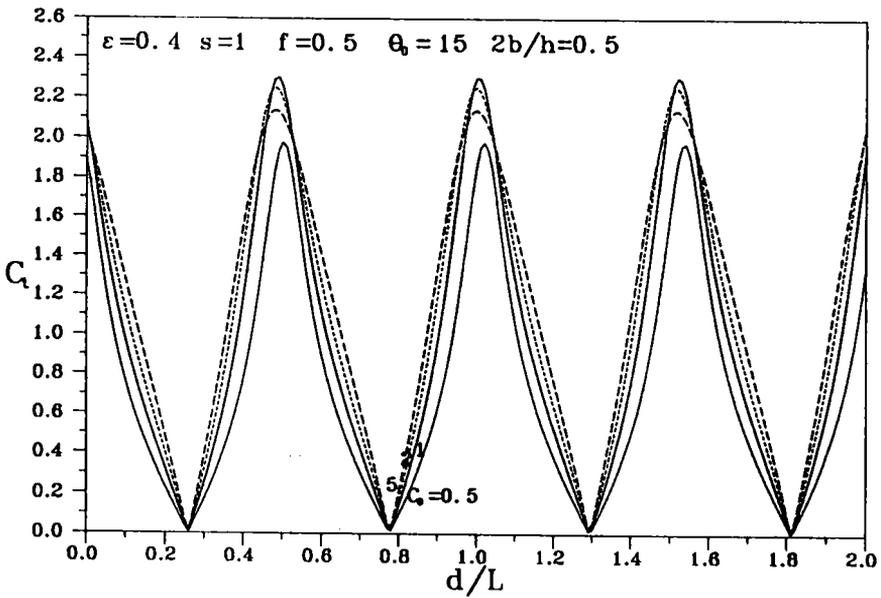


圖2-2-9自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0
透射係數 C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

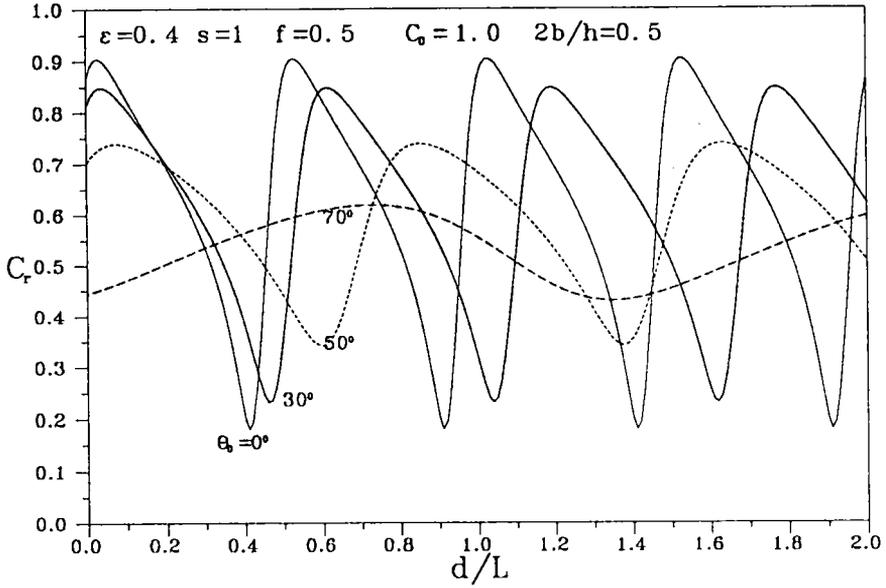


圖 2-2-10 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用
反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

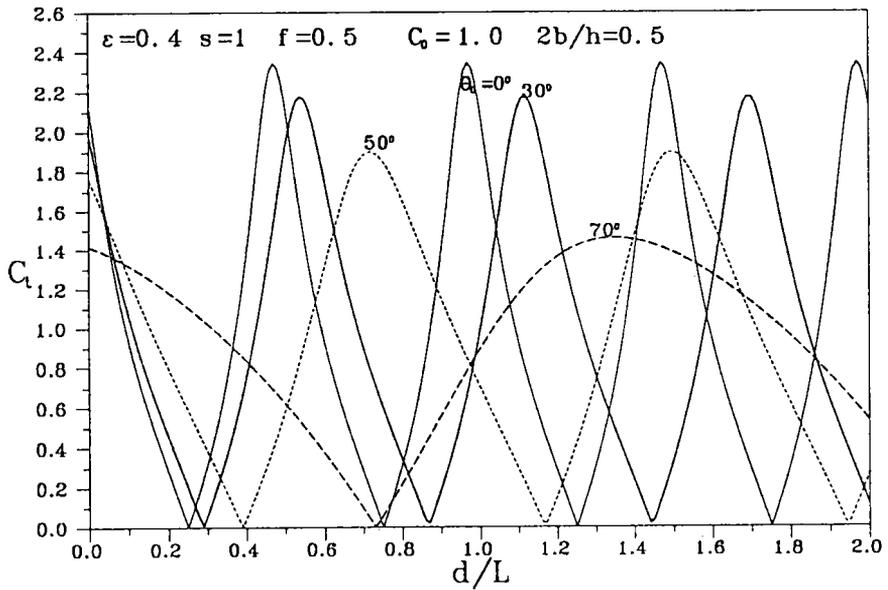


圖 2-2-11 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用
透射係數 C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

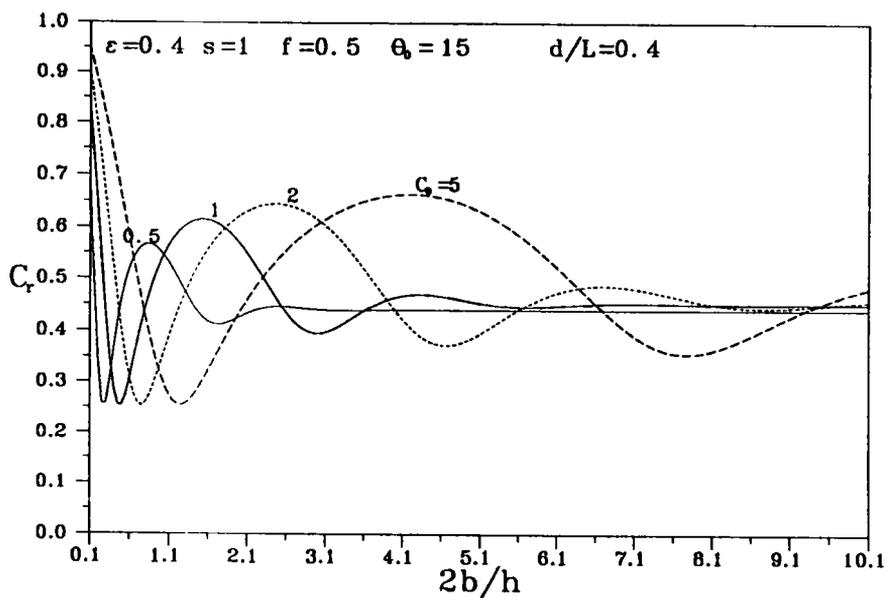


圖2-2-12自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

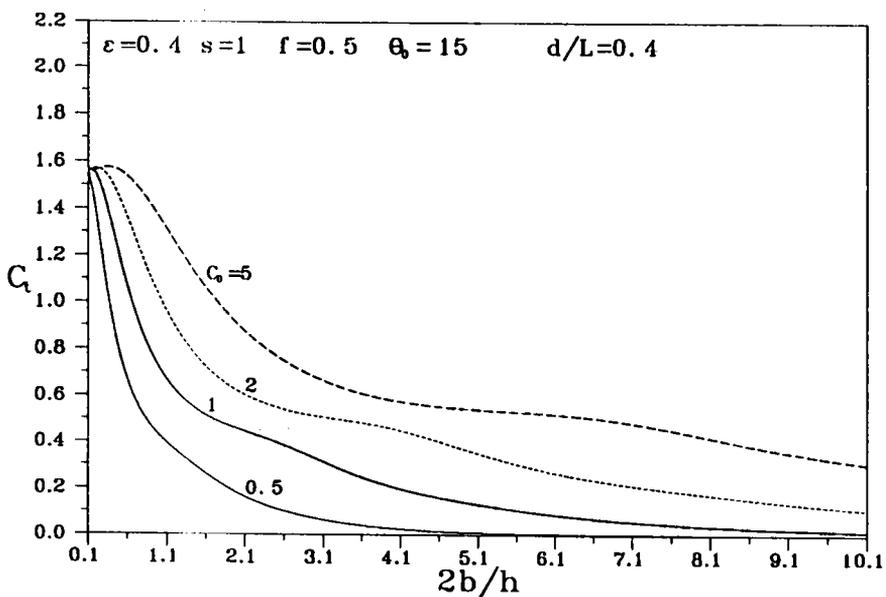


圖2-2-13自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 0.5$$

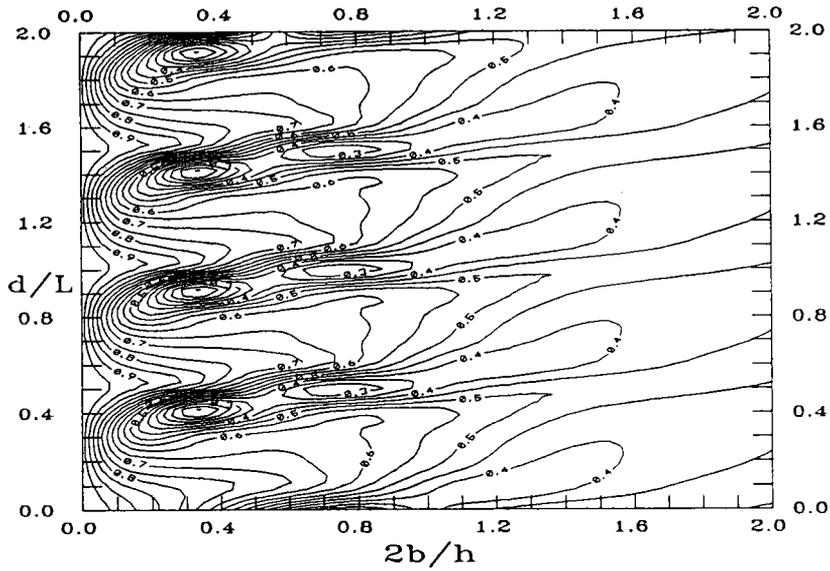


圖2-2-14自由水面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 2$$

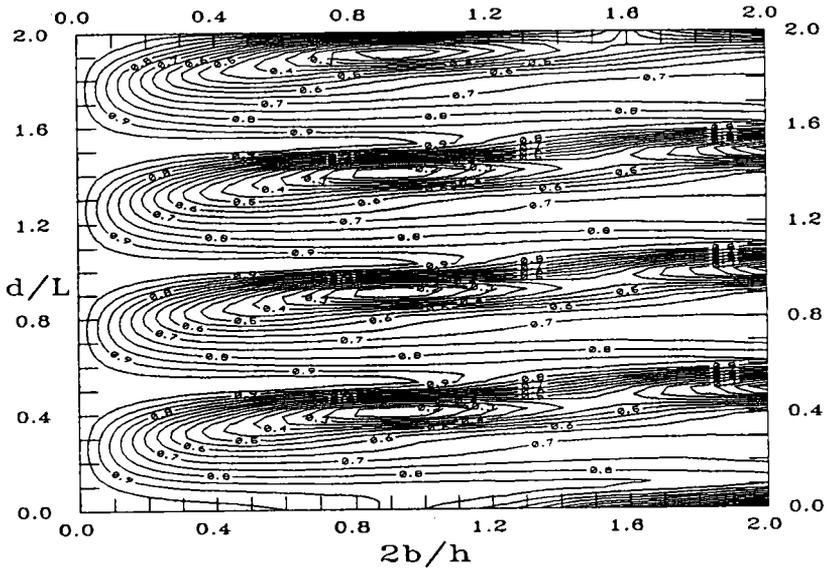


圖2-2-15自由水面多孔消波體 $C_0 = 2$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

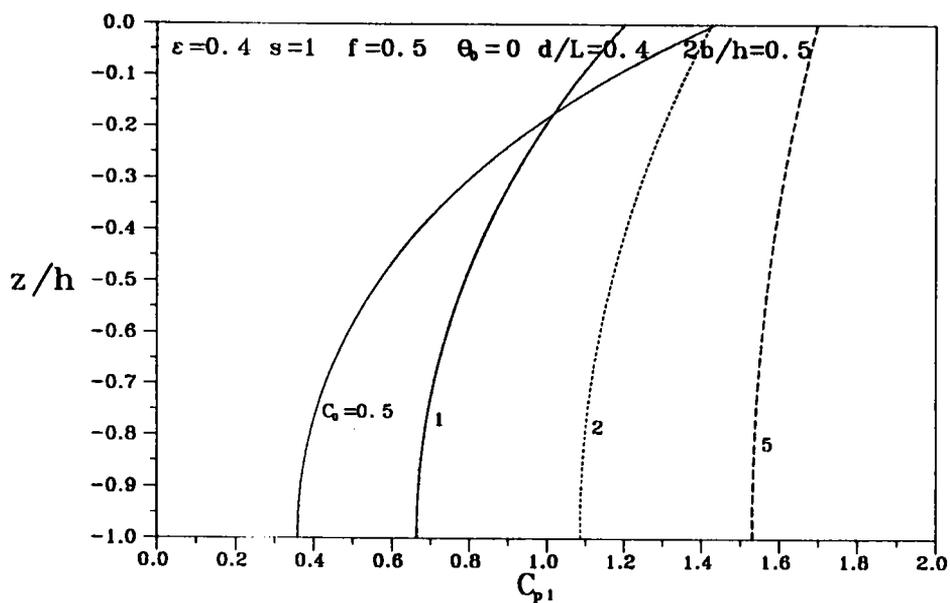


圖 2-2-16 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖

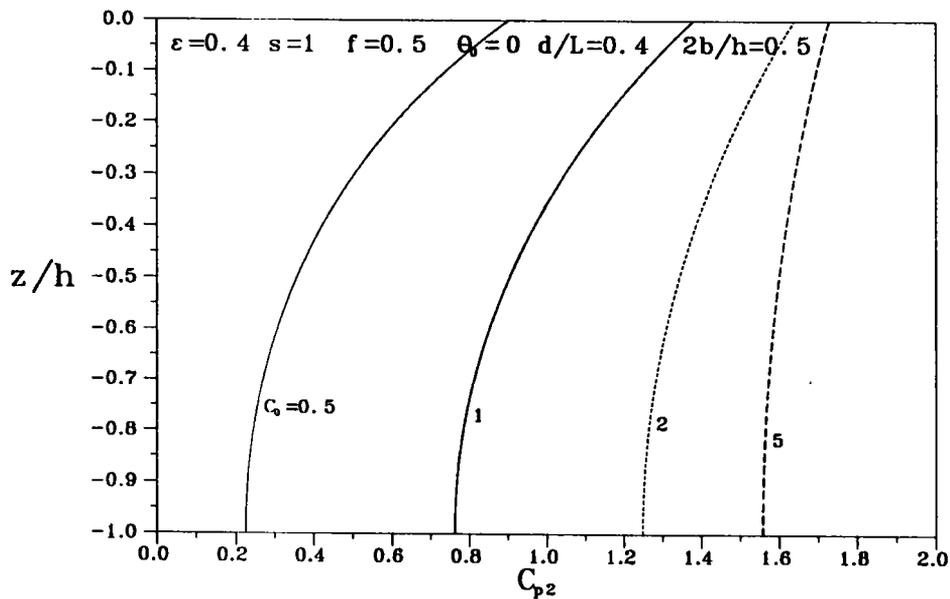


圖 2-2-17 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖

2-2-5. 消波室寬度為零之一般解

考慮垂直不透水壁緊貼放置於多孔牆後(相當於 $d=0, \phi_2 = 0$, 如圖 2-2-18)

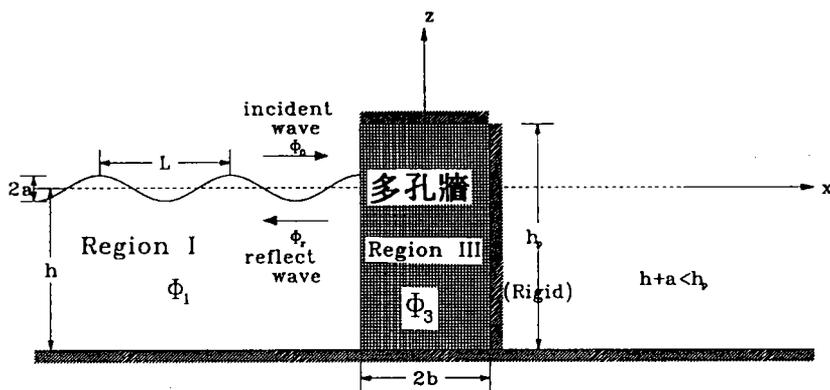


圖 2-2-18 消波室寬度為零之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

· 解析受入射波作用，自由水面孔消波體之波能消散之特性，水域 I 及水域 III 之波函數我們引用式 (2.2.1)、(2.2.3)，但水域 II 之波函數式 (2.2.2) 之 ϕ_2 改為

$$\phi_2 = 0 \quad (2.2.58)$$

區域 I 與區域 II 介面 ($x=-b$) 連續條件 (2.1.16a)、(2.1.16c) 不改變，但在介面 $x=b$ 之連續條件 (2.1.16b) 及 (2.1.16d) 改為：

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial x} = 0, \quad x = b \quad (2.2.59)$$

同理使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 及正交序列 $\cosh[K_m(h+z)]$, $m = 1, 2, 3, \dots$ 在水深區 $(-h, 0)$ 之正交性，將波函數 ϕ_j , $j = 1, 2, 3$ 之表示式 (2.2.1)、(2.2.58) 及 (2.2.3) 代入界面連續條件 (2.1.16a)、(2.1.16c) 及邊界條件 (2.2.59)，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh K_m(z+h) dz$ ，則可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.60a)$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \varepsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2.. \quad (2.2.60b)$$

$$B_m = E_m^- A_m, \quad m = 1, 2.. \quad (2.2.60c)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n 之方程組：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [\bar{k}_n (E_m^+ + E_m^-) + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m (E_m^+ - E_m^-)] R_n \\ & = [\bar{k}_0 (E_m^+ + E_m^-) - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m (E_m^+ - E_m^-)] \\ & \quad m = 1, 2, 3... \end{aligned} \quad (2.2.61)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$A_m = \frac{E_m^+}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if)M_{mm}} (N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm}R_n), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.62a)$$

$$B_m = \frac{1}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if)M_{mm}} (N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm}R_n), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2.62b)$$

假設所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小之假設條件下，我們引用式(2.2.35)、(2.2.37)及(2.2.58)代入區域 I 與區域 II 介面($x=-b$)連續條件(2.1.16a)、(2.1.16c)及邊界條件(2.2.59)式，引用上述正交關係可得 R_0

$$R_0 = \frac{\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)}{\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)} \quad (2.2.63)$$

式中 λ_1^\pm, Ω 定義如(2.2.40)。

反射係數為

$$C_r = \left| \frac{\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)}{(\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-))} \right| \quad (2.2.64)$$

在多孔牆前($x=-b$)之水位變化可表示為如(2.2.43)式，作用在多孔牆前($x=-b$)之波壓分佈可表示如(2.2.49)式，式中之 R_0 定義如(2.2.63)。

若考慮正向作用($\theta_0 = 0$)之線性長波式(2.2.5)及式(2.2.13)分別可簡化為：

$$\sigma^2 = gk_0^2 h \quad \text{and} \quad \bar{k}_0 = k_0 \quad (2.2.65)$$

$$\sigma^2(s - if) = gK_1^2 h \quad \text{and} \quad \bar{K}_1 = K_1 \quad (2.2.66)$$

引用式(2.2.65),(2.2.66)之條件，式(2.2.64)可簡化為和Madsen(1983)相同之一階解表示式：

$$C_r = \left| \frac{(1 - \Omega)\lambda_1^+ + (1 + \Omega)\lambda_1^-}{(1 + \Omega)\lambda_1^+ + (1 - \Omega)\lambda_1^-} \right| \quad (2.2.67a)$$

式中多孔牆穿透度簡化為

$$\Omega = \frac{\varepsilon}{\sqrt{s - if}} \quad (2.2.67b)$$

消波室寬度為零時，消波室之能量轉移功能消失，欲達到消波功能，僅有藉改變多孔牆本身特性參數(s, f, ε)，多孔牆厚度，因此消波效果可能會打折扣。一般在不透水防波堤前拋石之消波功能即是類似本節理論探討之一種應用。不過此種設計施工方便，有其實用價值。圖2-2-19消波室寬度為零時與圖2-2-1消波室寬度為 $d/L = 0.45$ 之結果顯然有些差異存在，有消波室之狀況消波較佳，此種消波特性和詳細可參考Madsen (1983)。

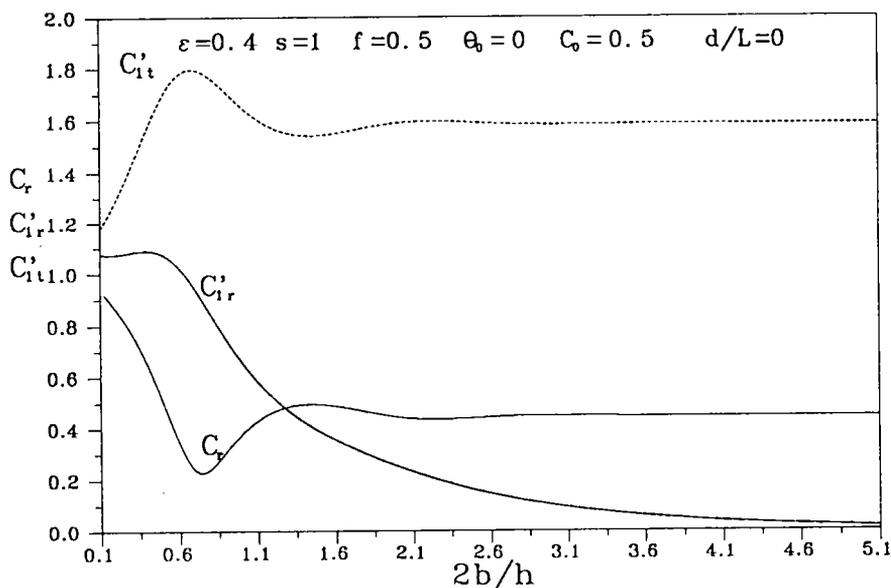


圖2-2-19自由水面多孔消波體消波室寬度為零時各項係數
 C_r, C_t, C'_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

2-2-6. 消波室寬度無限長之波函數解

假設消波室寬度無限長，或消波室右側不透水直立壁不存在(如示意圖 2-2-20)，則原室內不透水直立壁邊界條件改為下列幅射條件：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} + ik_0 \Phi_2 \right) = 0 \quad (2.2.68)$$

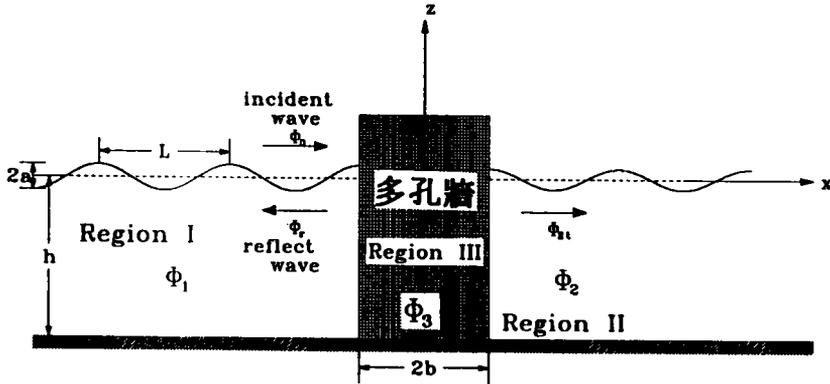


圖 2-2-20 消波室寬度為無限長之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

且消波體右側之波函數 ϕ_2 表示式改為：

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n(x-b)} \quad (2.2.69)$$

$$b \leq x, \quad -h \leq z \leq 0$$

(2.2.69) 式等號右邊第一項當 $n=0$ 為多孔牆右側之透過進行波 ϕ_{2t} ：

$$\phi_{2t} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] e^{-i\bar{k}_0(x-b)} \quad (2.2.70a)$$

T_0 為未定係數。

(2.2.69) 式等號右邊第一項當 $n \geq 1$ 為多孔牆右側之透過消散波 ϕ_{2s} ：

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n(x-b)} \quad (2.2.70b)$$

同理將表示式 (2.2.1)、(2.2.69) 及 (2.2.3) 代入界面連續條件 (2.1.16) 式，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh K_m(z+h) dz$ ，則可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m \quad (2.2.71a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} N_{nm} T_n = (s - if) M_{mm} E_m^- A_m + (s - if) M_{mm} B_m \quad (2.2.71b)$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \varepsilon \bar{K}_m M_{mm} E_m^- B_m \quad (2.2.71c)$$

$$-\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} \bar{k}_n T_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} E_m^- A_m + \varepsilon \bar{K}_m M_{mm} B_m \quad (2.2.71d)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T_n 之方程組 :

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right) R_n + \sum_{n=0}^{\infty} E_m^- \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left[\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right] T_n \\ = \left(\bar{k}_0 - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right), \quad m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.2.72a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right) R_n + \sum_{n=0}^{\infty} E_m^+ \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left[\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right] T_n \\ = \left(\bar{k}_0 + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \right), \quad m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.2.72b)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下:

$$A_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if)\bar{k}_n/\bar{K}_m] R_n + N_{0m} [\varepsilon + \bar{k}_0(s - if)/\bar{K}_m] \right\} \quad (2.2.73a)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$

$$B_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if)\bar{k}_n/\bar{K}_m] T_n \quad (2.2.73b)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$

假設多孔牆內摩擦係數 f 較小，且所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小，取 $N=1, M=1$ ，則波函數 ϕ_1 表示式 (2.2.1) 及波函數 ϕ_3 表示式 (2.2.3) 分別化簡為式 (2.2.35) 及 (2.2.37)，而波函數 ϕ_2 表示式 (2.2.69) 僅含式 (2.2.70a) 透過進行波 ϕ_{2t} 項。

未知變數 R_0, T_0, A_1 及 B_1 可由方程組 (2.2.71) 式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{i(1 - \Omega^2) \sin(2\bar{K}_1 b)}{2\Omega \cos(2\bar{K}_1 b) + (1 + \Omega^2)i \sin(2\bar{K}_1 b)} \quad (2.2.74a)$$

$$T_0 = \frac{2\Omega \cos(2\bar{K}_1 b) E_1^+}{2\Omega \cos(2\bar{K}_1 b) + (1 + \Omega^2)i \sin(2\bar{K}_1 b)} \quad (2.2.74b)$$

$$A_1 = \frac{N_{01}[(\Omega - 1)R_0 + \Omega + 1]}{2\Omega(s - if)M_{11}} \quad (2.2.74c)$$

$$B_1 = \frac{N_{01}(\Omega - 1)T_0}{2\Omega(s - if)M_{11}} \quad (2.2.74d)$$

式 (2.2.74a) 顯示當多孔牆穿透係數 $\Omega = 1$ 時，反射係數 $R_0 = 0$ ，反射波完全消散，多孔牆達到最佳消波能力。同理在多孔牆前 ($x = -b$) 之水位變化可表示為 (2.2.43) 式，式中之 R_0 定義如 (2.2.74a)。但在多孔牆後 ($x = b$) 之水位變化表示為

$$\frac{\eta_2(b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (2.2.75a)$$

$$D_2 = |T_0|, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (2.2.75b)$$

作用在多孔牆前 ($x = -b$) 之波壓分佈可表示如 (2.2.49) 式，式中之 R_0 定義如 (2.2.74a)。但在多孔牆後 ($x = b$) 之波壓分佈表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.76a)$$

式中

$$C_{p2} = |T_0| \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.2.76b)$$

，式中之 T_0 定義如 (2.2.74b)。

,式中之 T_0 定義如(2.2.74b)。

無消波室時,多孔牆後為一寬擴的水域,波浪透過多孔牆後無阻礙的進行,一般透水性離岸堤可當做此種狀況之一種應用,其作用乃希望透過波愈小,以達到消波效用,但也不希望堤前反射波太大,像不透水堤於堤前產生全反射波造成堤址嚴重冲刷現象,因此適當的比例減低反射波及透過波為一個重要的原則。圖2-2-21,取 $C_0 = 0.5$ 時,顯示反射波隨厚度增加而增大,在厚度為2倍水深時達到定數,透過波則因厚度之增大而減小,最後消失。與有限長消波室一樣,對同一入射波作用,例如取 $C_0 = 0.5$ 或 $C_0 = 5$,且固定消波室寬度 $d/L = 0.4$,則增大多孔牆厚度,並不一定可減低反射係數 C_r ,而是存在一最佳厚度(如圖2-2-22)。消波室內透水係數 C_t ,則隨牆厚度之增大而減小,最後消失(圖2-2-23),而且波長越短(C_0 值較小),衰減越快。消波室寬度無限長之消波特性,在正向作用部份可參考Sollitt及Cross(1972),在斜向作用部份可參考Dalrymple et al. (1991)。

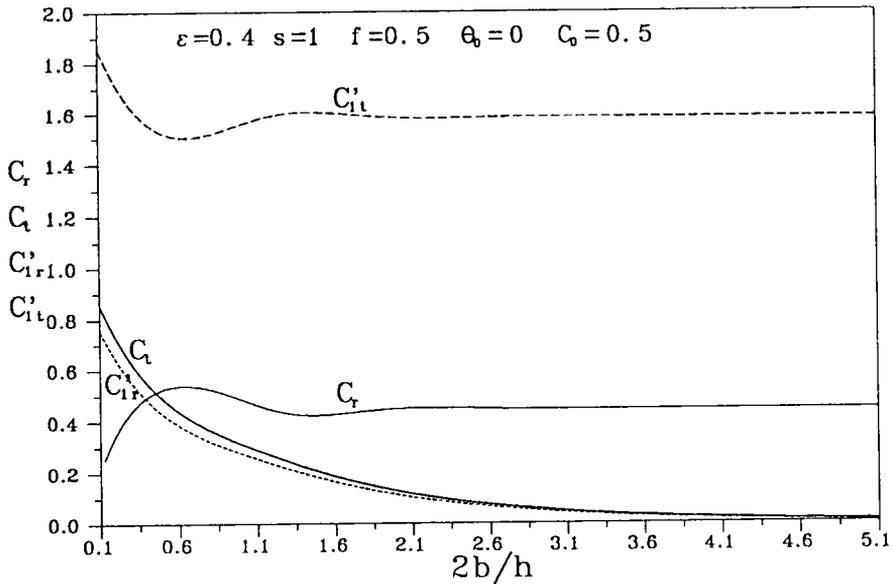


圖2-2-21 自由水面多孔消波體無消波室時各項係數 C_r, C_t, C'_r, C'_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

2

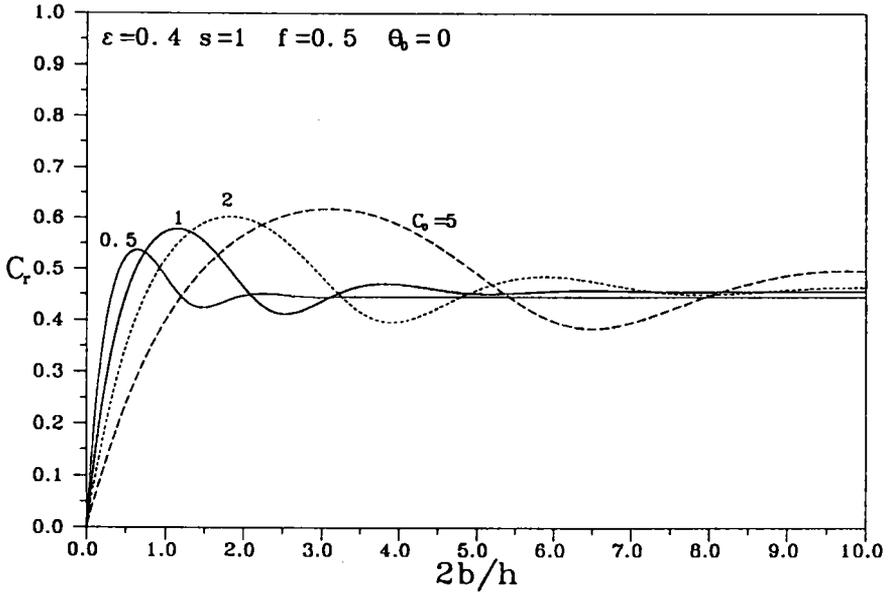


圖 2-2-22 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

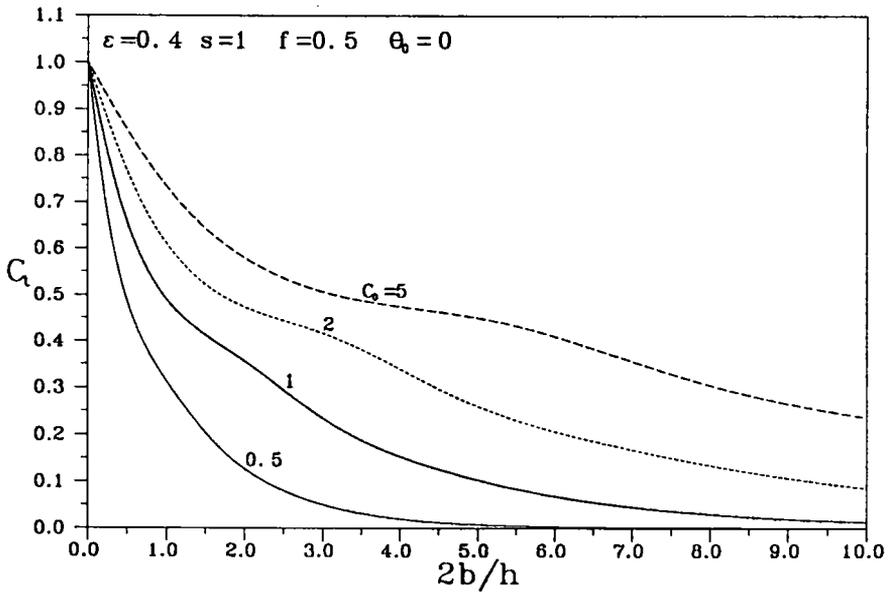


圖 2-2-23 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

2-3 自由水面型態多孔岸壁之波能消散

2-3-1. 波函數一般解

當多孔牆退化為多孔板，多孔消波體簡稱為多孔岸壁，低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔板前水域及消波室內水域皆存在自由水面波動（如示意圖 2-1-5）。同樣由控制方程式 (2.1.8) 及入射波條件 (2.1.6) 式，邊界條件 (2.1.9)、(2.1.10)、(2.1.12)、(2.1.13) 式及週期函數特性條件 (2.1.7)，區域 I 及 II 之波函數 ϕ_1, ϕ_2 可分別表示類似 (2.2.1) 式及 (2.2.2) 式如下，而 ϕ_3 不予考慮。

$$\phi_1(x, z) = A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0x} + \sum_{n=0}^{\infty} AR_n \cosh[k_n(h+z)]e^{i\bar{k}_n x}$$

$$x \leq 0^-, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.3.1)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} AT_n \cosh[k_n(h+z)] \cos[\bar{k}_n(x-d)]$$

$$0^+ \leq x \leq d, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.3.2)$$

將波函數 ϕ_1 表示式 (2.3.1) 及波函數 ϕ_2 表示式 (2.3.2)，代入界面邊界條件 (2.1.18) 式，並使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 在水深區 $(-h, 0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh k_n(z+h) dz$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ，則可求得：

$$iR_0 - \sin(k_0d)T_0 = i \quad (2.3.3a)$$

$$k_0(1 + G_0)R_0 - k_0G_0 \cos(k_0d)T_0 = k_0(1 - G_0) \quad (2.3.3b)$$

由上述方程組可簡易求得每個係數如下：

$$R_0 = \frac{\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 - \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)}{\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 + \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)} \quad (2.3.4a)$$

$$T_0 = \frac{(\bar{G}_0 - 1) \sin(\bar{k}_0d) + i[\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) - 1]}{\sin(\bar{k}_0d)[\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 + \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)]} \quad (2.3.4b)$$

$$R_n = T_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3.4c)$$

式中

$$\bar{G}_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu \bar{k}_0} \quad (2.3.5a)$$

\bar{G}_0 稱為斜向多孔影響參數 (inclined porous-effect parameter), 或可表示為:

$$\bar{G}_0 = \frac{G_0}{\cos \theta_0} \quad (2.3.5b)$$

其中

$$G_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0} \quad (2.3.6a)$$

G_0 稱為多孔影響參數 (porous-effect parameter) (Chwang 及 Dong, 1984), (Chwang et al., 1989) 或可表示為 $G_0 = C/U_c$ (Chwang et al., 1989), 其中 $C = \sigma/k_0$ 為波速, $U_c = \mu/\rho b_0$ 稱特徵波速 (characteristic wave velocity)。

多孔影響參數 G_0 又可表示為

$$G_0 = R_e \cdot C'_0 \quad (2.3.7a)$$

式中 R_e 稱無因次多孔雷諾數 (dimensionless porous Reynolds number) 與波浪條件無關表示為

$$R_e = \frac{\rho b_0 \sqrt{gh}}{\mu} \quad (2.3.7b)$$

C'_0 為無因次波浪影響參數, 表示為

$$C'_0 = \sqrt{\frac{\tanh(k_0 h)}{k_0 h}} \quad (2.3.7c)$$

斜向多孔影響參數 \bar{G}_0 又可表示為 $\bar{G}_0 = \bar{C}/U_c$, 而 $\bar{C} = \sigma/\bar{k}_0$ 稱為修正波速。而 (2.3.4c) 式 $R_n = T_n = 0$ 表示在低水位時, 水域 I 散射波 ϕ_1 , 及室內水域 II 散射駐波 ϕ_2 , 皆不存在。反射係數 C_r 為

$$C_r = |R_0| = \frac{\sqrt{[\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 - \bar{G}_0^2)]^2 + 4 \tan^2(\bar{k}_0 d) \bar{G}_0^4}}{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 + \bar{G}_0)^2} \quad (2.3.8)$$

消波室透射係數 C_t 定義為

$$C_t = |T_0| = \frac{\sqrt{4\bar{G}_0^4 + 4 \tan^2(\bar{k}_0 d) \bar{G}_0^2 (1 + \bar{G}_0)^2}}{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d) (1 + \bar{G}_0)^2} \quad (2.3.9)$$

本節多孔板引用 Chwang(1983)之原理,根據第一節之分析,顯示與 Sollitt 及 Cross (1972)之原理是相通一致的。以下將比較多孔牆甚薄時 $b \ll 1 (b \neq 0)$, 反射係數及透射係數與 Chwang(1983) 多孔板之計算結果。在多孔板理論,高階係數 R_n, T_n 皆為零,此處也在平面波的假設條件下處理多孔牆問題。假設 $b \ll 1 (b \neq 0)$, 則係數 R_0, T_0 表示式,(2.2.38a) 及 (2.2.38b) 中 $\lambda_1^\pm \approx 1$,

因此, R_0 及 T_0 可分別表示為

$$R_0 = \frac{(1 - \bar{G}_1)[\cos(\bar{k}_0 d) + i \sin(\bar{k}_0 d)]}{(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) - i \sin(\bar{k}_0 d)} \quad (2.3.10a)$$

$$T_0 = \frac{\bar{G}_1[(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) - i \sin(\bar{k}_0 d)]}{\sin^2(\bar{k}_0 d) - (1 - \bar{G}_1)^2 \cos^2(\bar{k}_0 d)} - \frac{(2 - \bar{G}_1)[(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) + i(1 - \bar{G}_1) \sin(\bar{k}_0 d)]}{\sin^2(\bar{k}_0 d) - (1 - \bar{G}_1)^2 \cos^2(\bar{k}_0 d)} \quad (2.3.10b)$$

式中 $\bar{G}_1 = 1 - \Omega$ 為複數,但虛部遠較實部為小,物理意義相當於上述 \bar{G}_0 值。
 (2.3.10a) 及 (2.3.10b) 兩式結果與 Chwang(1983) 多孔板理論計算結果表示式 (2.3.9a) 及 (2.3.9b) 比較顯然相似,但不完全相同。圖 2-3-1 及圖 2-3-2 分別為多孔板理論及多孔牆理論 ($0 < b \ll 1$), 分別在 $\bar{G}_0 = 0.5$ 及 $\bar{G}_1 = 0.5$ 時, 反射係數 C_r (透射係數 C_t) 與 d/\bar{L} 相關曲線圖。比較二圖顯示雖然大小不完全相同, 但二者趨勢一致。在比較不同 \bar{G}_1 或 \bar{G}_0 參數下, C_r 與 d/\bar{L} 相關曲線, 如圖 2-3-3 及圖 2-3-4, 顯然二者也有相似, 即在 $d/\bar{L} = 0.25 + 0.5n, n=0,1,2..$ 時, C_r 最小, 而在 $d/\bar{L} = 0.5n$ 時 C_r 最大。此結果顯示多孔牆厚度甚薄時, 其所得之物理現象與多孔板理論相似。

在多孔板前(水域 I) 及多孔板後(水域 II) 之水位變化 η_1, η_2 可由波函數 ϕ_1, ϕ_2 表示式(2.3.1),(2.3.2) 分別代入線性自由動力邊界之表示式(2.1.9a) 取實數部分求得

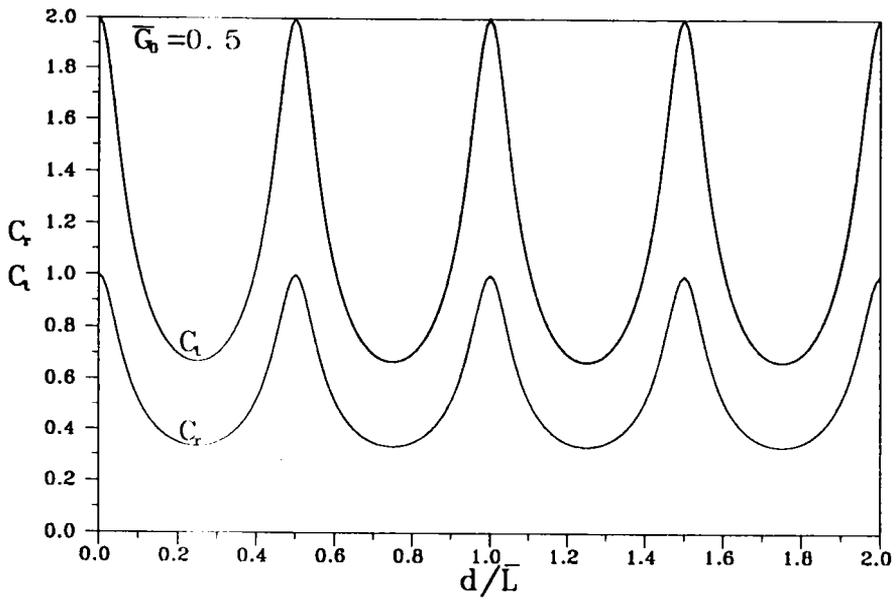


圖2-3-1自由水面型態多孔岸壁當 $\bar{G}_0 = 0.5$
係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖

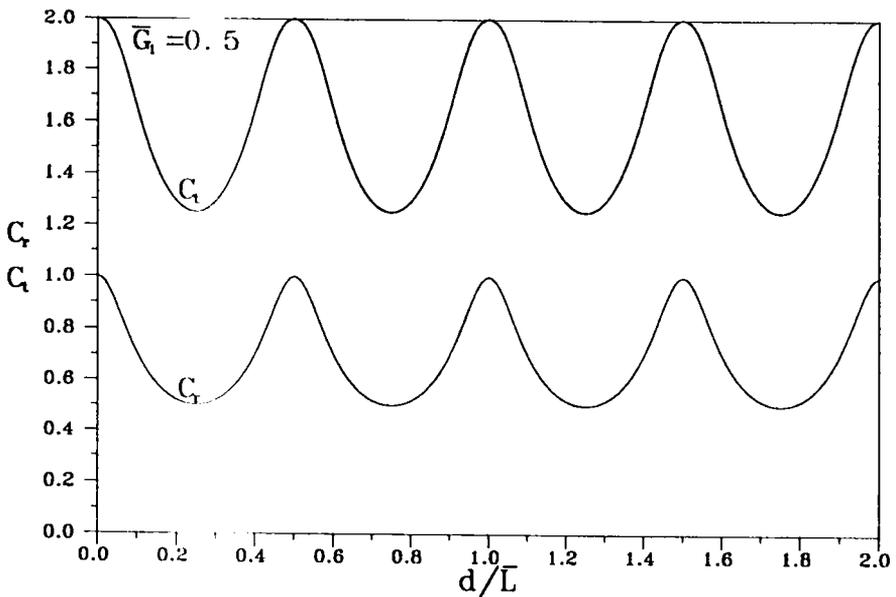


圖2-3-2自由水面型態多孔消波體當 $\bar{G}_1 = 0.5$
係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖

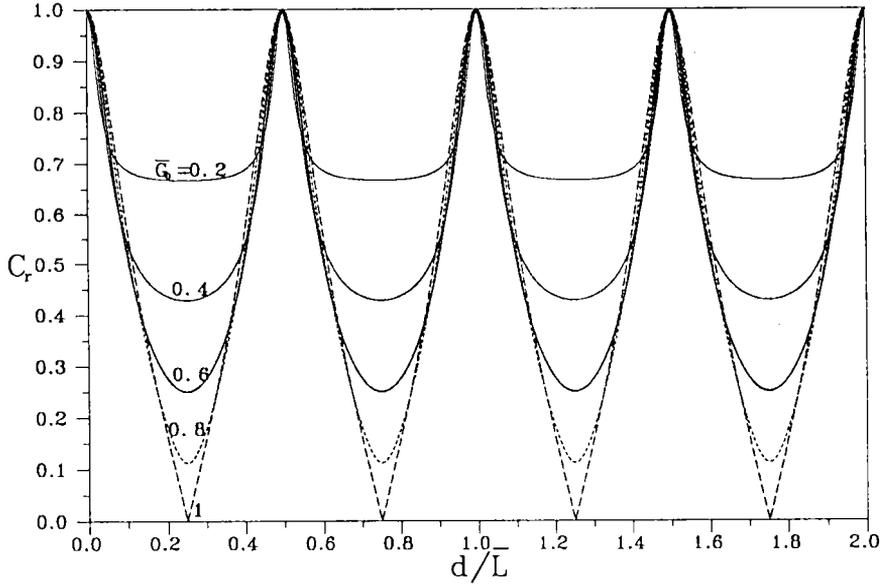


圖 2-3-3 自由水面型態多孔岸壁在不同 \bar{G}_0 值
反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖

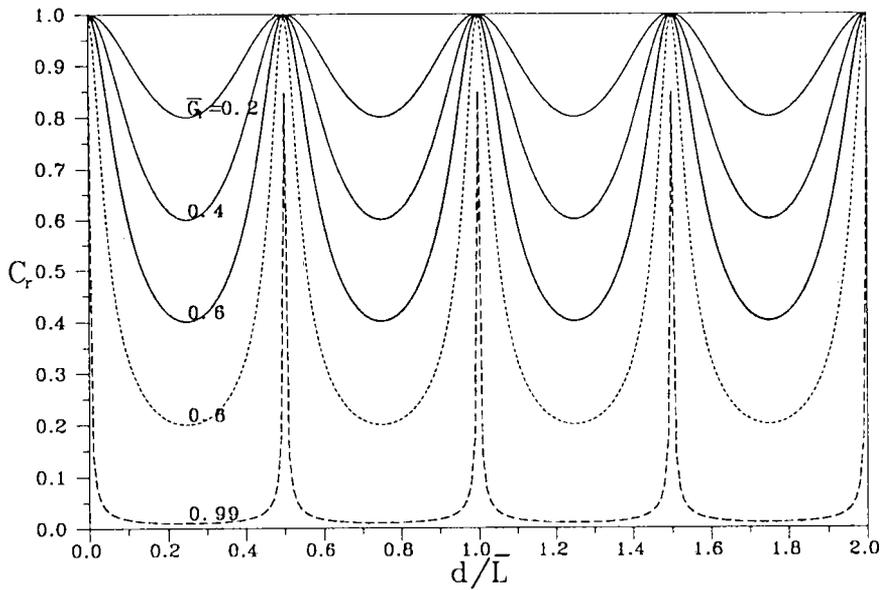


圖 2-3-4 自由水面型態多孔消波體在不同 \bar{G}_1 值
反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖

$$\begin{aligned}\eta_1(x, y, t) &= \frac{-1}{g} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ &= a \cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y) \\ &\quad + a |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r) \\ &\quad, x \leq 0^-, \quad z = 0\end{aligned}\quad (2.3.11a)$$

$$|R_0| = \sqrt{R_{0r}^2 + R_{0i}^2}, \quad \varepsilon_r = \tan^{-1} \left(\frac{R_{0i}}{R_{0r}} \right) \quad (2.3.11b)$$

式中 R_{0r} 及 R_{0i} 分別為 R_0 之實部及虛部。

$$\begin{aligned}\eta_2(x, y, t) &= \frac{-1}{g} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\ &= a |T_0| \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x - d)] \\ &\quad, x \geq 0^+, \quad z = 0\end{aligned}\quad (2.3.12a)$$

$$|T_0| = \sqrt{T_{0r}^2 + T_{0i}^2}, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (2.3.12b)$$

式中 T_{0r} 及 T_{0i} 分別為 T_0 之實部及虛部。

在多孔板前 (水域 I) 及多孔板後 (水域 II) 之動壓力 p_1 及 p_2 , 可由波函數 ϕ_1, ϕ_2 表示式 (2.3.1), (2.3.2) 分別代入線性伯努力方程式 (2.1.2) 取實數部分求得

$$\begin{aligned}P_1(x, y, z, t) &= -\rho \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ &= \rho g a \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)} [\cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y) \\ &\quad + |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r)] \\ &\quad, x \leq 0^-, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (2.3.13)$$

$$\begin{aligned}P_2(x, y, z, t) &= -\rho \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\ &= \rho g a |T_0| \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x - d)] \\ &\quad, x \geq 0^+, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (2.3.14)$$

因此作用於多孔板 ($x = 0^\pm$) 之波壓差 ΔP 為

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P(0, y, z, t)}{\rho g a} &= P_1(0^-, y, z, t) - P_2(0^+, y, z, t) \\ &= C_{pd} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_{pd})\end{aligned}$$

$$x = 0^{\pm}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.3.15a)$$

式中無因次波壓係數 C_{pd} 及相位差 ε_{pd} 分別為

$$C_{pd} = \frac{2|\tan(\bar{k}_0 d)| \cosh[k_0(z+h)]}{\sqrt{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1+\bar{G})^2} \cosh(k_0 h)} \quad (2.3.15b)$$

$$\varepsilon_{pd} = \tan^{-1}[\tan(\bar{K}_0 d)(1+\bar{G}_0^{-1})] \quad (2.3.15c)$$

低水位時，消波室高度大於平均水深加上振幅，室內水表面上為空氣層。假設波浪斜向作用於多孔岸壁，圖 2-3-5 說明不同消波室寬度參數 d/\bar{L} 時，反射係數 C_r 與參數 \bar{G}_0 之關係曲線。當 $d/\bar{L} = 0$ ，多孔板與不透水直立壁重合， $C_r = 1$ ；在固定 d/\bar{L} 值時，反射係數 C_r 隨 \bar{G}_0 之值增大而減小， C_r 達到極小值後，隨 \bar{G}_0 之增加 C_r 反而增大，而在 $\bar{G}_0 \rightarrow \infty$ ，相當於多孔板不存在，完全由不透牆產生全反射，因此 $C_r = 1$ 。當 $d/\bar{L} = 0.25 + n/2$ ， $n=0,1,2,\dots$ ，反射係數最小，此時在 $\bar{G}_0 = 1$ (修正波速等於特徵波速)，多孔牆能量消散達到最大值，反射波完全消失；因此適當取用多孔板之孔隙特性或控制消波室寬度，將可大幅減低反射波能量。

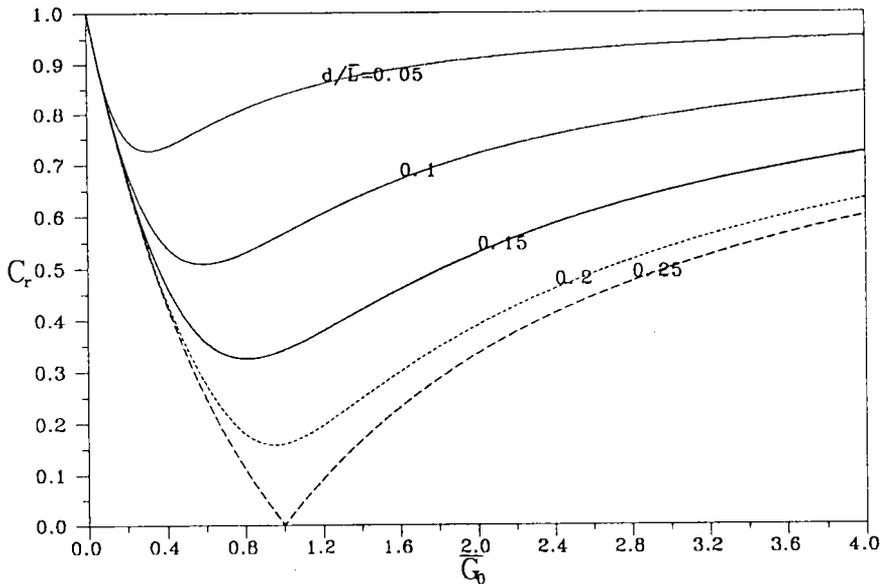


圖 2-3-5 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 d/\bar{L} 值
反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 相關曲線圖

多孔板消波室內之透過係數 C_t 與 \bar{G}_0 相關曲線 (圖 2-3-6)，則顯示隨 \bar{G}_0 值增大，透過係數 C_t 增大， $d/\bar{L} = 0.25 + n/2$ 時 C_t 值與 C_r 相同仍為最小值，因此在

消波室寬度為 $1/4$ 修正波長($1/4\bar{L}$)時能量消散最大,反射波及透過波皆為最小。圖2-3-3及圖2-3-7則明白顯示反射係數 C_r ,透過係數 C_t 與消波室寬度 d/\bar{L} 之週期性現象,週期為 $0.5d/\bar{L}$ 。

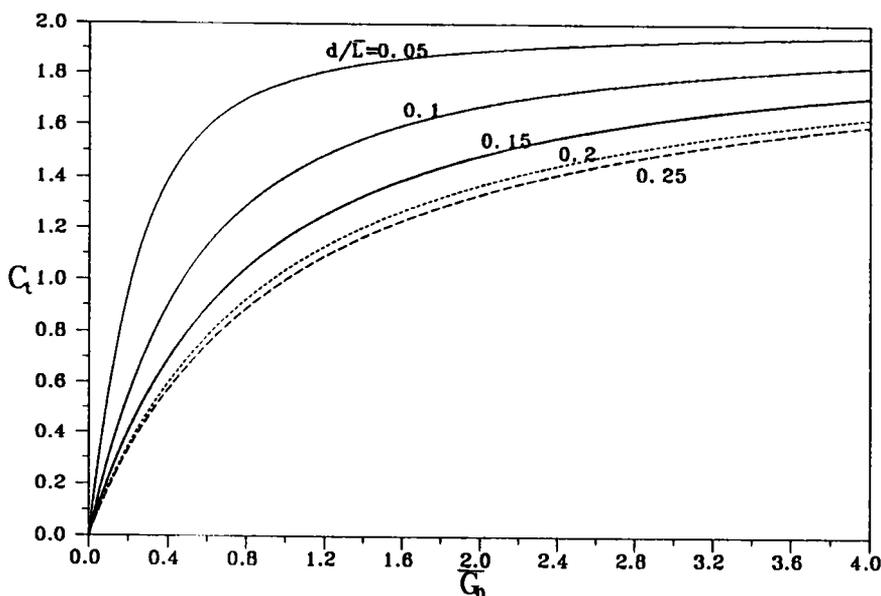


圖2-3-6自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 d/\bar{L} 值透射係數 C_t 與 \bar{G}_0 相關曲線圖

正向波浪($\theta_0 = 0$),多孔影響參數 $G_0 = 1$,反射波最小,而在消波室寬度為 $1/4$ 波長時完全消散(圖2-3-3),但此時隨入射波角度之增大, C_r 之極小值在 G_0 軸上有向左平移之趨向,且極小值增大(圖2-3-8)。同樣 C_r 值在 d/L 軸上向右平移,且極小值增大,極值間之間格拉長(圖2-3-9),因此當波浪斜向作用於多孔岸壁時,在 $d/L = 0.25$, $G_0 = 1$ 時不再是反射波完全消散之條件,而是發生在斜向多孔影響參數 $\bar{G}_0 = 1$ 及修正消波室寬度 $d/\bar{L} = 0.25$ 時反射波完全消散。

作用於多孔板之板前後波壓差 $\Delta P/\rho g a$,在 $d/\bar{L} = 0.2$, $h/\bar{L} = 0.2$ ($\bar{k}_0 h = 0.4\pi$)時不同 \bar{G}_0 值分佈圖2-3-10,顯示壓力差為正值,且隨著 \bar{G}_0 值增大,壓力差減小,表面與海底之壓力差也縮小。(2.3.15b)式中表示 $\tan(\bar{k}_0 d)$ 為負值時,壓力差即為負值,因此 d/\bar{L} 介於 $0 \sim 1/4$ 時板前波壓大於板後波壓, d/\bar{L} 介於 $1/4 \sim 1/2$ 時板後波壓大於板前波壓。

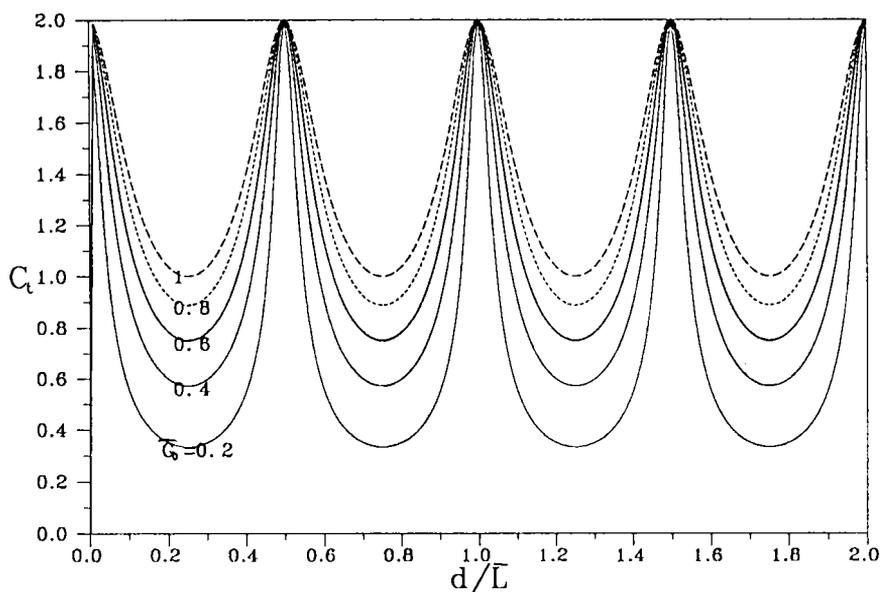


圖 2-3-7 自由水面型態多孔岸壁在不同 \bar{G}_0 值透射係數 C_t 與無因次消波室寬度 d/\bar{L} 相關曲線圖

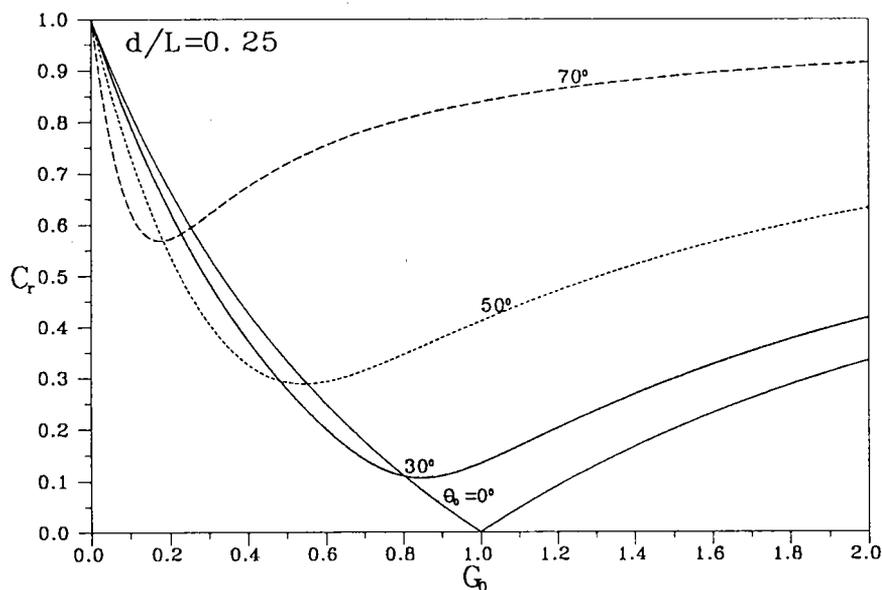


圖 2-3-8 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之反射係數 C_r 與 G_0 關係曲線圖

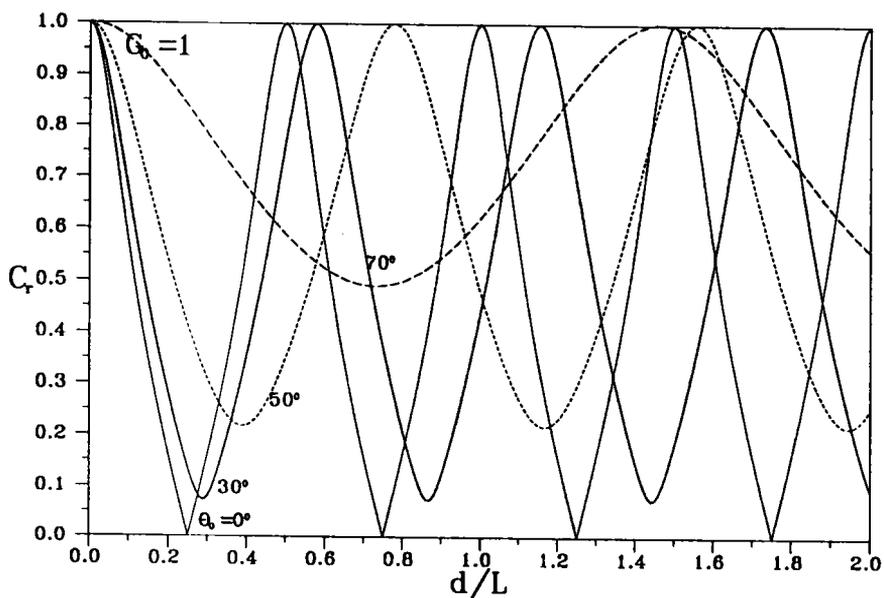


圖2-3-9自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之透射係數 C_r 與 d/L 關係曲線圖

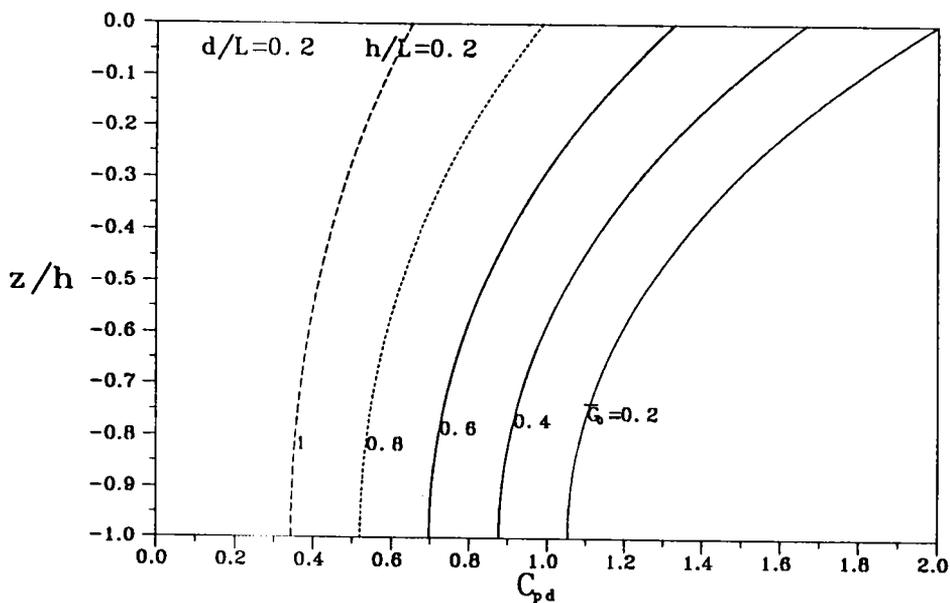


圖2-3-10波浪斜向作用於自由水面型態多孔岸壁不同 G_0 值在水深方向 z/h 板前後壓力差 $C_{p,d}$ 分佈曲線圖

2-3-2 消波室寬度無限長之波函數解

在低水位時，假設消波室寬度無限長，或消波室右側不透水直立壁不存在(如示意圖2-3-11)，則區域 II 水域波函數表示為

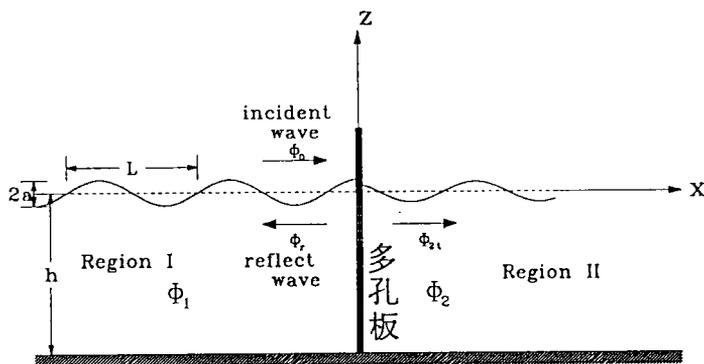


圖 2-3-11 自由水面型態多孔岸壁消波室寬度無限長之設計側視示意圖

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n x}, \quad 0 \leq x, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.3.16)$$

(2.3.16) 式等號右邊第一項當 $n=0$ 為多孔板右側之透過進行波 ϕ_{2t} :

$$\phi_{2t} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] e^{-i\bar{k}_0 x} \quad (2.3.17)$$

T_0 為未定係數。

(2.3.16) 式等號右邊第一項當 $n \geq 1$ 為多孔板右側之透過消散波 ϕ_{2s} :

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n x} \quad (2.3.18)$$

原室內不透水直立壁邊界條件改為幅射條件(2.2.68)。

同理將波函數 ϕ_1 表示式(2.3.1)及波函數 ϕ_2 表示式(2.3.16), 代入界面邊界條件(2.1.18)式, 則可求得每個係數如下:

$$R_0 = \frac{1}{1 + 2\bar{G}_0} \quad (2.3.19a)$$

$$T_0 = \frac{2\bar{G}_0}{1 + 2\bar{G}_0} \quad (2.3.19b)$$

$$R_n = T_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.3.19c)$$

反射係數 C_r 為

$$C_r = |R_0| = \frac{1}{1 + 2\bar{G}_0} \quad (2.3.20)$$

消波室透射係數 C_t 為

$$C_t = |T_0| = \frac{2\bar{G}_0}{1 + 2\bar{G}_0} \quad (2.3.21)$$

能量係數 (energy coefficient) 定義為

$$C_e = C_r^2 + C_t^2 \quad (2.3.22)$$

C_e 表示反射波與透過波之能量和, $C_e = 1$ 表示能量未消散, 反之 $C_e < 1$ 表示部份能量消散。

同理在多孔板前 ($x = 0^-$) 之水位變化可表示為 (2.2.43) 式, 式中之 R_0 定義如 (2.3.19a)。在多孔板後 ($x = 0^+$) 之水位變化表示為 (2.2.75) 式, 式中之 T_0 定義如 (2.3.19b)。作用在多孔板前 ($x = 0^-$) 之波壓分佈可表示如 (2.2.49) 式, 式中之 R_0 定義如 (2.3.19a)。在多孔板後 ($x = 0^+$) 之波壓分佈可表示如 (2.2.76) 式, 式中之 T_0 定義如 (2.3.19b) 而作用於多孔板 ($x = 0^\pm$) 之波壓差 ΔP 可表示為

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P(0, y, z, t)}{\rho g a} &= P_1(0^-, y, z, t) - P_2(0^+, y, z, t) \\ &= C_{pd} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y) \end{aligned}$$

$$x = 0^\pm, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.3.23a)$$

式中無因次波壓係數 C_{pd} 為

$$C_{pd} = \frac{2 \cosh[k_0(z + h)]}{(1 + 2\bar{G}_0) \cosh(k_0 h)} \quad (2.3.23b)$$

無消波室時, 板後為一寬擴海域, 多孔板之波浪捕捉 (wave trapping) (即波能消散), 在斜向多孔影響參數 $\bar{G}_0 = 0.5$ 最佳, 即波能係數 C_e 最小 (圖 2-3-12)。

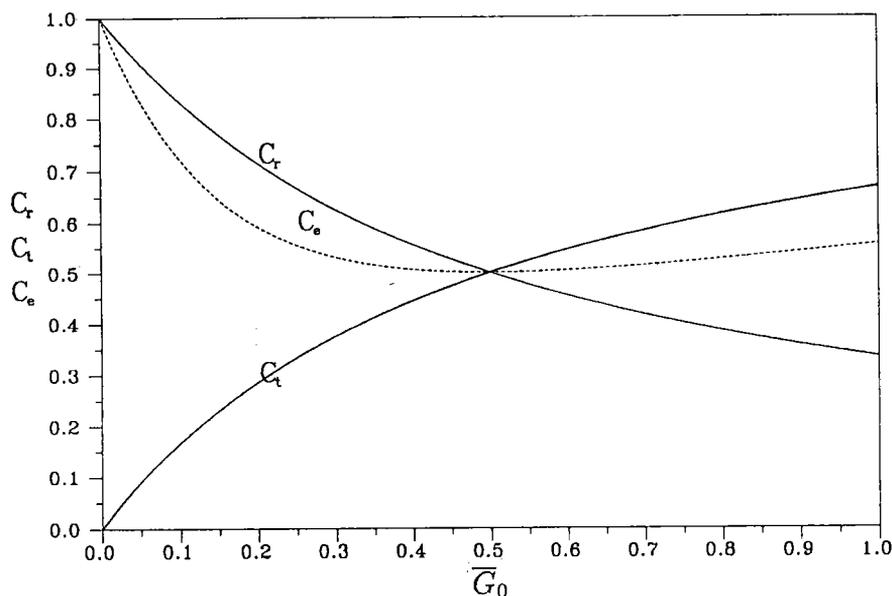


圖 2-3-12 波浪作用於無限長水槽之多孔板各項係數 C_r, C_t, C_e 與 \bar{G}_0 相關曲線圖

2-4 剛性水面型態多孔消波體之波能消散

高水位時平均水位與消波室高度相同，在入射波作用下，多孔牆前水域仍為自由水面區，但消波室內(包括多孔牆)水域因上面不透水層阻絕，在水體充滿之室內，並無水位之變化(如示意圖 2-1-3)，而且預期進入室內之能量，較低平均水位時為小。我們將探討其波能消散之特性，並與低水位時之狀況做一比較。

在高水位時($h = h_p$)，區域 I 之波函數 ϕ_1 與表示式 (2.2.1) 完全相同，但消波室(區域 II)及多孔牆體內(區域 III)，因上面不透水層影響波浪進行，並無自由表面波存在，因此波函數 ϕ_2 及 ϕ_3 ，根據控制方程式 (2.1.8)，入射波條件 (2.1.6) 式，在滿足邊界條件 (2.1.12)、(2.1.13)、(2.1.14) 式及週期特性條件 (2.1.7) 式分別可表示為

$$\phi_2(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m A \cos(I_m z) \cosh[\bar{I}_m(x - b - d)]$$

$$b \leq x \leq b + d \quad (2.4.1)$$

$$\phi_3(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} [A_m A \cos(I_m z) \cosh(\bar{I}_m x) + B_m A \cos(I_m z) \sinh(\bar{I}_m x)]$$

$$-b \leq x \leq b \quad (2.4.2)$$

式中特徵值

$$I_m = \frac{m\pi}{h}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.4.3a)$$

且

$$\bar{I}_m = \sqrt{I_m^2 + k_0^2 \sin^2 \theta_0}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.4.3b)$$

表示式(2.4.1)、(2.4.2)顯示於消波室及多孔牆內之波函數，在水深方面為週期振盪，水平方向則包括遞增或遞減變化。

將波函數(2.2.1)式、(2.4.1)式及(2.4.2)式代入界面連續條件(2.1.16)式，並且使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 及正交序列 $\cos(I_m z)$, $m = 1, 2, 3, \dots$ ，在水深區間 $(-h, 0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cos(I_m z) dz$ ，則可得

$$N'_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} R_n = (s - if) M'_{mm} \cosh(\bar{I}_m b) A_m - (s - if) M'_{mm} \sinh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.4a)$$

$$\cosh(\bar{I}_m d) T_m = (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) A_m + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.4b)$$

$$-i\bar{k}_0 N'_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} i\bar{k}_n N'_{nm} R_n = -\varepsilon \bar{I}_m M'_{mm} \sinh(\bar{I}_m b) A_m + \varepsilon \bar{I}_m M'_{mm} \cosh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.4c)$$

$$\sinh(\bar{I}_m d) T_m = -\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) A_m - \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.4d)$$

式中

$$N'_{nm} = \int_{-h}^0 \cos[k_n(h+z)] \cosh[I_m(h+z)] dz = \frac{k_n \sinh(k_n h)}{k_n^2 + I_m^2}$$

$$m = 1, 2, \dots, n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.5a)$$

$$M'_{mm} = \int_{-h}^0 \cosh^2[I_m(h+z)] dz$$

$$= 0.5h, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.5b)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T_m 之方程組 :

$$\sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [\bar{I}_m \varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_n (s - if) \cosh(\bar{I}_m b)] R_n$$

$$+ M'_{mm} \bar{I}_m [\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] T_m$$

$$= N'_{0m} [-\bar{I}_m \varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_0 (s - if) \cosh(\bar{I}_m b)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.6a)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [\bar{I}_m \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_n (s - if) \sinh(\bar{I}_m b)] R_n$$

$$- M'_{mm} \bar{I}_m [\varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] T_m$$

$$= N'_{0m} [-\bar{I}_m \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_0 (s - if) \sinh(\bar{I}_m b)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.6b)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下 :

$$A_m = \frac{T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.7a)$$

$$B_m = \frac{-T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.7b)$$

同理多孔牆前反射係數定義為

$$C_r = |R_0| \quad (2.4.8)$$

表示多孔牆前 ($x = -b$) 反射波振幅與入射波振幅比值。

消波室內之透射係數，多孔牆體內之透過係數與反射係數，則因消波室及多孔牆體內無自由水位之變化，並不存在，因此不予定義。同樣無窮級數 (2.2.1)、(2.4.1) 及 (2.4.2) 為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

假設各區域之波函數表示式僅取一階，即 $N=1, M=1$ 則未知變數 R_0, T_1, A_1 及 B_1 可由方程組 (2.4.5) 式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{\lambda_4^- \lambda_7 - \lambda_6^- \lambda_5}{\lambda_4^+ \lambda_7 - \lambda_6^+ \lambda_5} \quad (2.4.9a)$$

$$T_1 = \frac{\lambda_4^- \lambda_6^+ - \lambda_6^- \lambda_4^+}{\lambda_5 \lambda_6^+ - \lambda_7 \lambda_4^+} \quad (2.4.9b)$$

$$A_1 = \frac{-T_1 \lambda_7}{\epsilon \bar{I}_1 M'_{11}(s - if)} \quad (2.4.9c)$$

$$B_1 = \frac{-T_1 \lambda_5}{\epsilon \bar{I}_1 M'_{11}(s - if)} \quad (2.4.9d)$$

式中。

$$\lambda_4^\pm = N'_{01} [\pm \bar{I}_1 \epsilon \sinh(\bar{I}_1 b) + i \bar{k}_0 (s - if) \cosh(\bar{I}_1 b)] \quad (2.4.10a)$$

$$\lambda_5 = M'_{11} \bar{I}_1 [\epsilon \sinh(\bar{I}_1 b) \cosh(\bar{I}_1 d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_1 b) \sinh(\bar{I}_1 d)] \quad (2.4.10b)$$

$$\lambda_6^\pm = N'_{01} [\pm \bar{I}_1 \epsilon \cosh(\bar{I}_1 b) + i \bar{k}_0 (s - if) \sinh(\bar{I}_1 b)] \quad (2.4.10c)$$

$$\lambda_7 = -M'_{11} \bar{I}_1 [\epsilon \cosh(\bar{I}_1 b) \cosh(\bar{I}_1 d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_1 b) \sinh(\bar{I}_1 d)] \quad (2.4.10d)$$

作用在多孔牆前 ($x=-b$) 之波壓分佈可表示如 (2.2.49) 式，式中之 R_0 由 (2.4.6) 式求得。但在多孔牆後 ($x=b$) 之波壓分佈表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \epsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.4.11a)$$

式中

$$C_{p2} = \left| \sum_{m=1}^{\infty} T_m \cosh(\bar{I}_m d) \frac{\cos(I_m z)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.4.11b)$$

式中相位差 ε_2 可表示如(2.2.27b)式。

在多孔牆特性參數取與低水位時相同,即 $s=1$ $f=0.5$ $\varepsilon=0.4$,我們將探討不同波浪作用下剛性表面多孔消波體之反射特性。

圖2-4-1在 $C_0 = 1$ 時正向波浪作用,不同多孔牆厚度 $2b/h$ 之條件下,反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線顯示,對不同 $2b/h$ 值,消波室寬度 d/h 為零時,反射係數 C_r 最小,而隨 d/h 些微之增大, C_r 值些微增大,但很快的趨於定值;而且不同曲線顯示 $2b/h$ 值愈大, C_r 值愈小。但圖2-4-2為在 $C_0 = 0.5$ 時不同 $2b/h$ 值, C_r 與 d/h 相關曲線卻表現不同結果,即 $d/h=0$ 時, C_r 值最大,隨 d/h 之增大, C_r 值反而減小;同樣 $2b/h$ 值愈大,反射係數 C_r 也愈小。在與自由表面消波體相較,剛性水面多孔消波體之消波(反射波)效果,平均而言顯然較差。

當 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 5.0$ 時,圖2-4-3及圖2-4-4分別顯示不同 d/h 值下,反射係數 C_r 與 $2b/h$ 相關曲線,圖中也明顯比較出厚度大小 d/h 與 C_r 並無絕對正比或反比關係。

圖2-4-5及圖2-4-6則為分別給定 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2.0$ 這兩種不同波浪條件下,在厚度 $2b/h$ 與寬度 d/h 平面上之等反射係數曲線圖。圖中也同樣顯示與自由表面消波體相同的特性,即在給定的波浪條件 C_0 值,適當的選取 d/h 或 $2b/h$ 將可降低反射波能量。圖2-4-7則為 $d/h = 0$ 時在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 條件下, C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線,也顯示波長之長或短與 C_r 並不成絕對的線性關係。當改變不同的入射波角度 (θ_0),相當於改變入射波長 ($\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$),圖2-4-8為在不同入射方向波浪作用下, C_r 與 $2b/h$ 之相關曲線。

消波室內因為充滿水,並無自由表面存在,從牆前波壓分佈圖(圖2-4-9)及室內波壓分佈(圖2-4-10)顯示二者型態完全不同。室內之波壓分佈在 $1/2$ 水深處為零波壓結點,並以此點上下對稱,表面及海底為最大波壓發生點;此與一般自由表面波壓水面最大,海底最小型態不同。而波壓大小,平均而言,牆前遠大於室內在牆後波壓,顯示能量傳遞入室內遠較自由表面多孔消波體之情況為小。

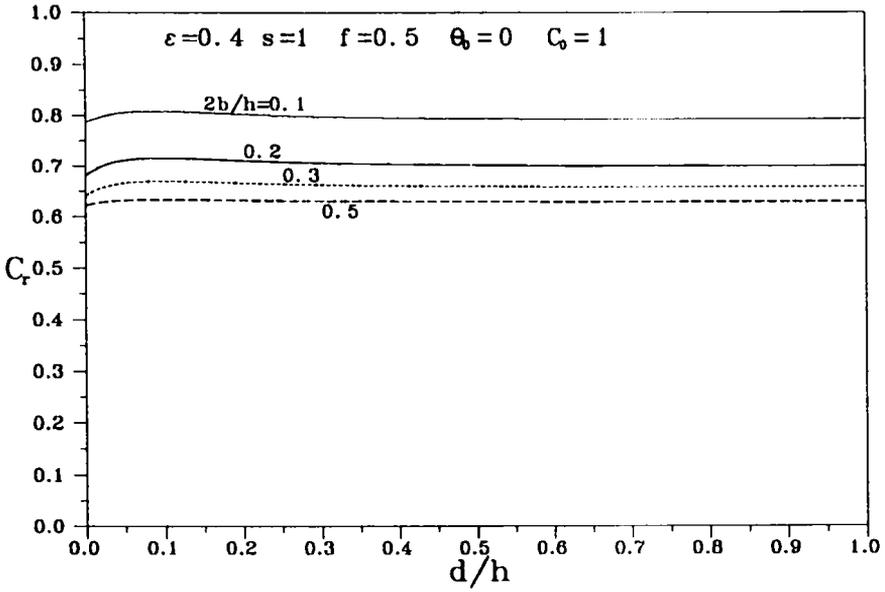


圖 2-4-1 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

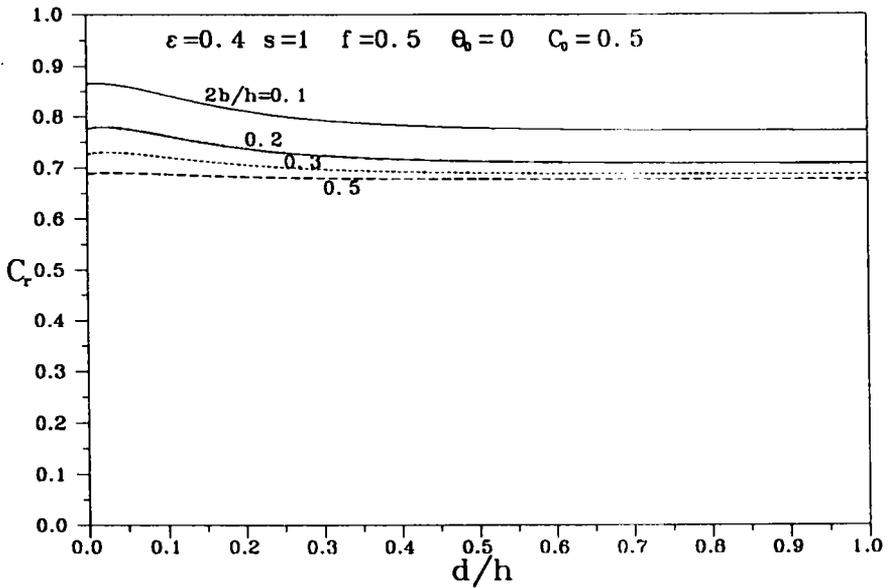


圖 2-4-2 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

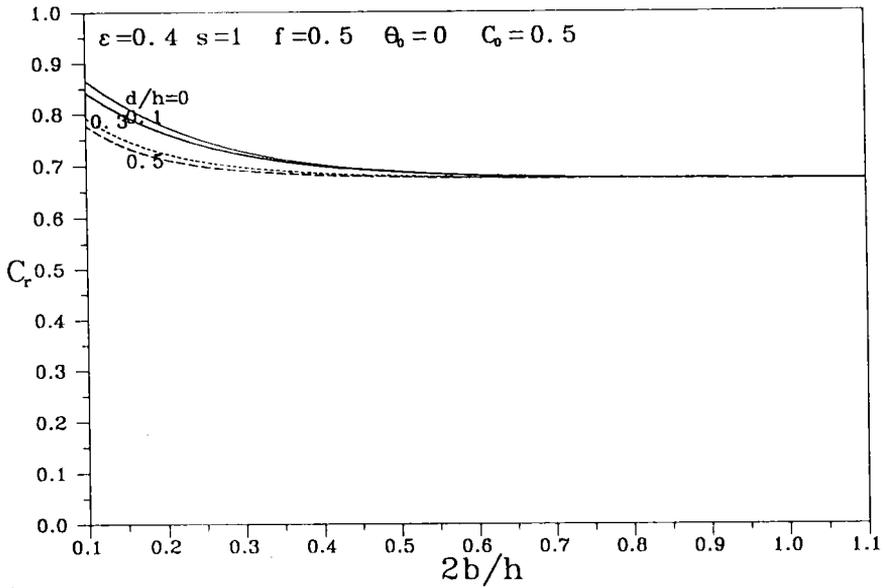


圖 2-4-3 刚性表面多孔消波體 $C = 0.5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

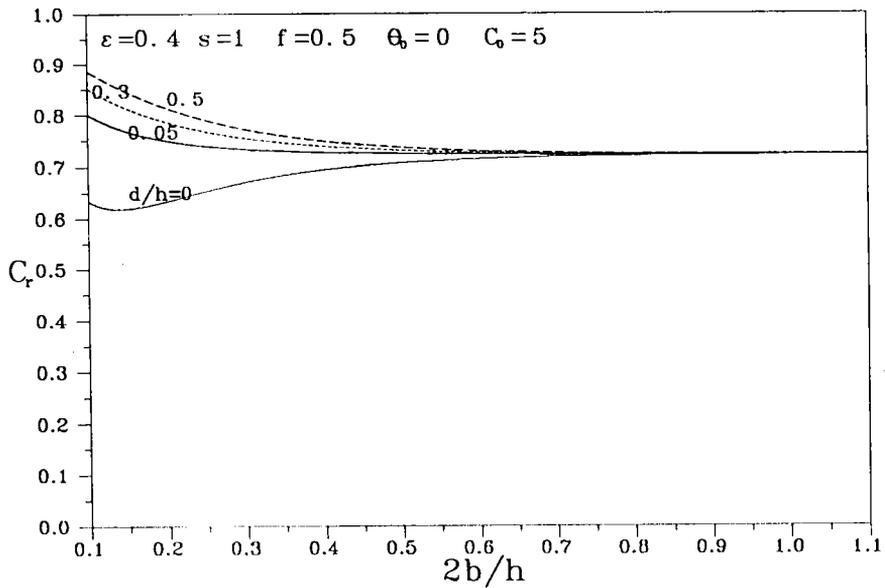


圖 2-4-4 刚性表面多孔消波體 $C = 5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 0.5$$

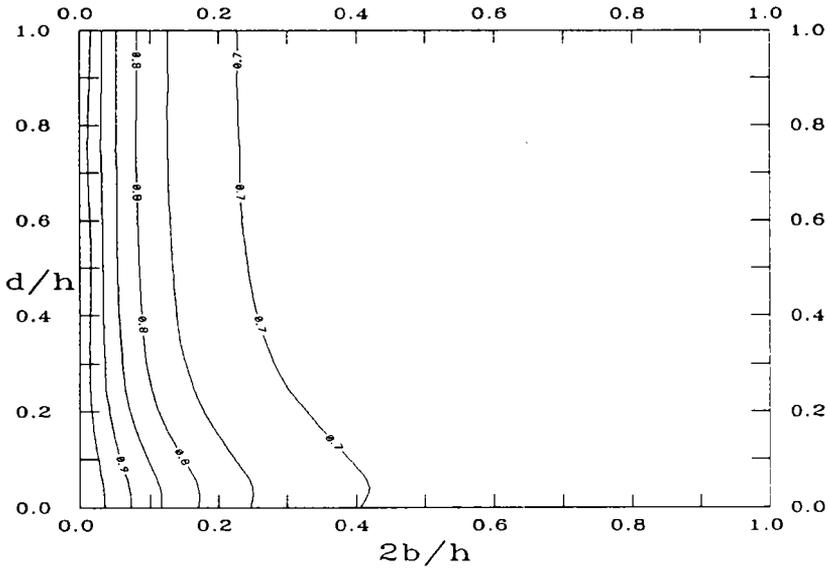


圖 2-4-5 刚性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 2$$

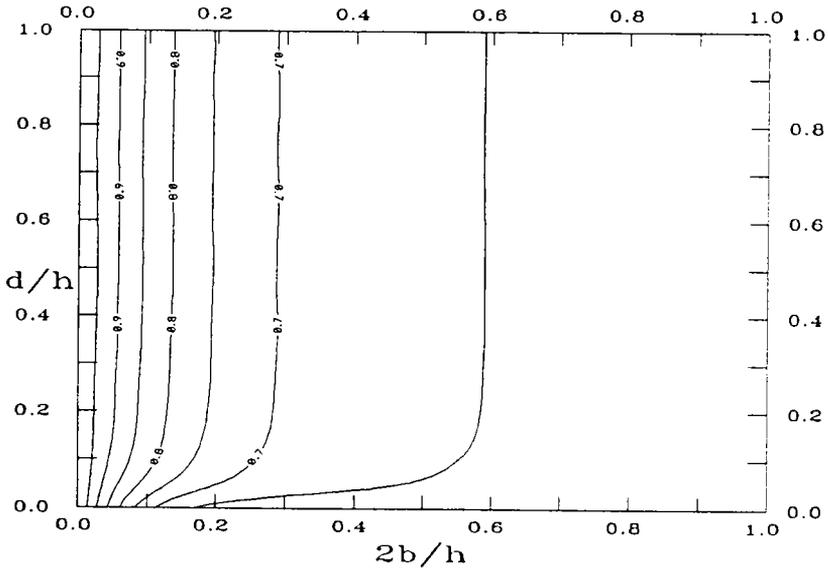


圖 2-4-6 刚性表面多孔消波體 $C_0 = 2$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

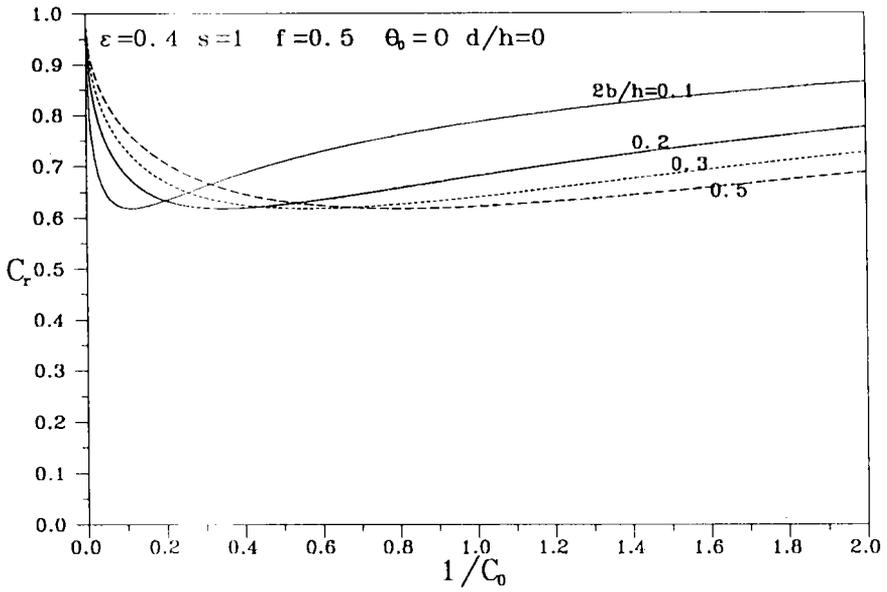


圖 2-4-7 刚性表面多孔消波體在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖

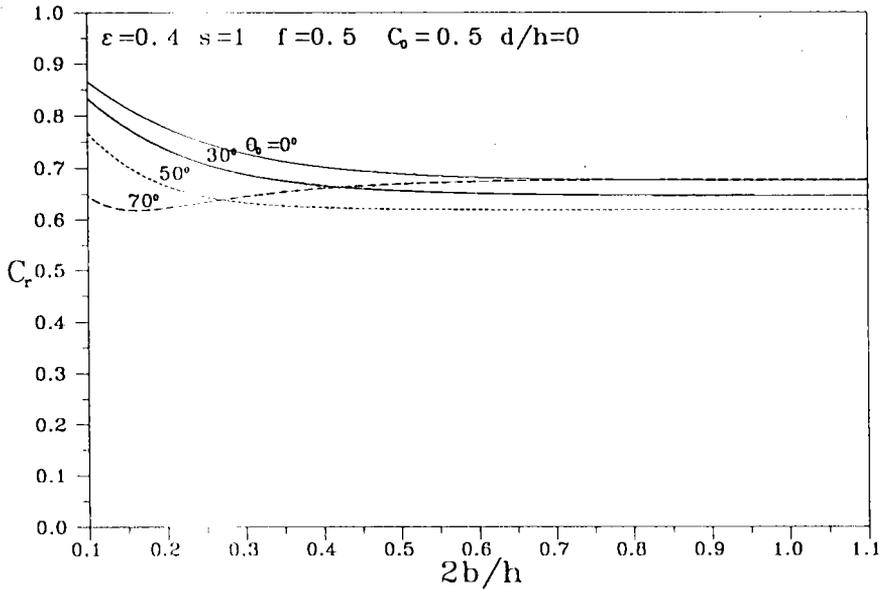


圖 2-4-8 刚性表面多孔消波體在不同方向入射波作用 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

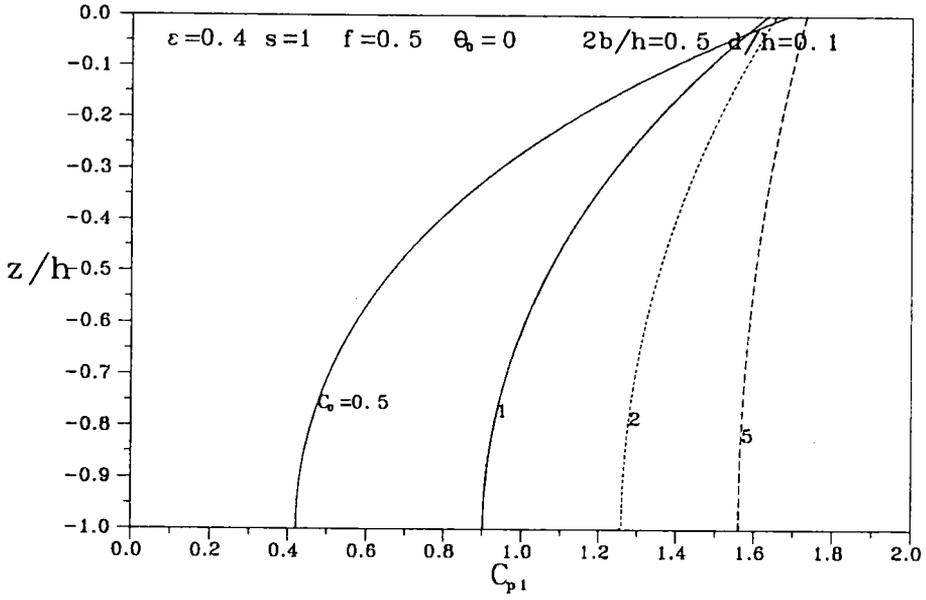


圖 2-4-9 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖

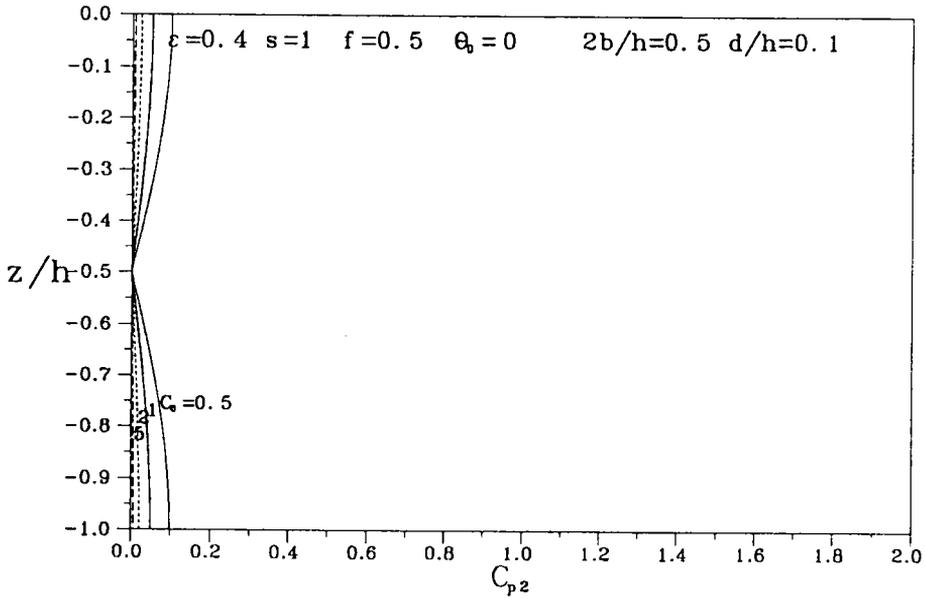


圖 2-4-10 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖

2-5 剛性表面型態多孔岸壁之波能消散

在高水位時($h = h_p$)，將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式(2.3.1)及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式(2.4.1)代入流速與壓力差關係條件(2.1.18)式，並利用正交序列函數 $\cos(I_m z)$, $m = 1, 2, 3, \dots$ 在 $z = (-h, 0)$ 區間內之正交特性，可得下列方程式

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\bar{k}_n + \bar{k}_0 G_0) N'_{nm} R_n - \bar{k}_0 G_0 \cosh(\bar{I}_m d) M'_{mm} T_m = (1 - G_0) \bar{k}_0 N'_{0m} \quad (2.5.1a)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

同理將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式(2.4.1)及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式(2.4.2)代入流速連續條件(2.1.18b)式，並利用正交序列函數 $\cosh[k_n(z+h)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 在 $z = (-h, 0)$ 區間內之正交特性，可得下列方程組

$$i\bar{k}_0 Y_{00} R_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{I}_m \sinh(\bar{I}_m d) N'_{0m} T_m = i\bar{k}_0 Y_{00} \quad (2.5.1b)$$

$$i\bar{k}_n Y_{nn} R_n + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{I}_m \sinh(\bar{I}_m d) N'_{nm} T_m = 0 \quad (2.5.1c)$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

式中

$$Y_{nn} = \int_{-h}^0 \cosh^2[k_n(h+z)] dz = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2k_n h)}{4k_n h} \right] \quad (2.5.2)$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

同樣各區域波函數表示式無窮級數(2.4.1)及(2.4.2)為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

假設各區域之波函數表示式僅取一階，即 $N=1$ ， $M=1$ 則未知變數 R_0 及 T_0 可由方程組(2.5.1)式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{(1 - \bar{G}_0) N'_{01} \bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d) N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00} \bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d) M'_{11}}{(1 + \bar{G}_0) N'_{01} \bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d) N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00} \bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d) M'_{11}} \quad (2.5.3a)$$

$$T_1 = \frac{2i\bar{k}_0 Y_{00} \bar{G}_0 N'_{01}}{(1 + \bar{G}_0) N'_{01} \bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d) N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00} \bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d) M'_{11}} \quad (2.5.3b)$$

高水位時，消波室高度等於平均水深，消波室內完全充滿水，因此無自由波存在。在假設入射波斜向作用於多孔岸壁之條件下，針對參數 $C_0 = 0.2$ 及 $C_0 = 0.6$ 二種不同條件，反射係數 C_r 隨參數 \bar{G}_0 之變化曲線 ($d/h=0.1 \sim 0.5$)，如圖 2-5-1 及圖 2-5-2。當 $C_0 = 0.2$ 時 (圖 2-5-1)，對不同之 d/L 值，反射係數 C_r 在 $\bar{G}_0=0$ 時為等於 1，隨 \bar{G}_0 值之增加 C_r 值減小， C_r 達到極小值後，因消波室後面不透水牆影響，隨 \bar{G}_0 值之增加 C_r 反而增大；當 $\bar{G}_0 \leftarrow \infty$ 時， $C_r = 1$ ，則因為多孔板不存在，不透水牆完全反射；此處因無透射波存在，因此反射係數之極小值遠較低水位 (自由水面型態多孔消岸壁) 之條件時為大 (圖 2-3-5)。圖 2-5-1 同時顯示隨 d/h 值愈大， C_r 極小值減小，而極小值位置 \bar{G}_0 值有向右移動之趨勢；當 d/h 值大於 0.5 以後 C_r 與 d/h 之關係曲線 (任何 G 值) 趨近於水平 (如圖 2-5-3 及圖 2-5-4)，顯示消波室寬度在大於 1/2 水深後，反射係數改變甚小；此現象與在低水位時， C_r 與 d/L 之關係曲線 (在不同 \bar{G}_0 值) 為週期變化不同 (如圖 2-3-3)。當無因次波數 C_0 值較大，波長相對增大，例如比較 $C_0 = 0.2$ 及 $C_0 = 0.6$ (圖 2-5-1) 及 (圖 2-5-2)， C_r 與 \bar{G}_0 之關係曲線，指出 C_r 極小值增大，對應 \bar{G}_0 位置右移；顯示受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時之狀況為大。

在改變不同入射波角度之條件下，反射係數極小值隨角度增大而減小 (圖 2-5-6)，與低水位之狀況 (圖 2-3-8) 不同。此因低水位時受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時為小，反之高水位時受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時為大，其二者對波長之長短消波能力不同之故。高水位時多孔岸壁消波室內無透射波存在，與防波堤消波異形塊效應相同，對波長較短時消波能力較佳，但低水位時多孔岸壁消波室內存在透射波，因而形成不同效應。

同剛性水面型態多孔消波體一樣，因消波室內因為充滿水，並無自由表面存在，從板前波壓分佈圖 (圖 2-5-7) 及板後波壓分佈 (圖 2-5-8) 顯示二者型態完全不同。而波壓大小，平均而言，板前遠大於板後波壓，顯示能量傳遞入室內遠較自由表面多孔岸壁之情況為小。且在改變不同之 \bar{G}_0 值，板前之波壓分佈變化不明顯。

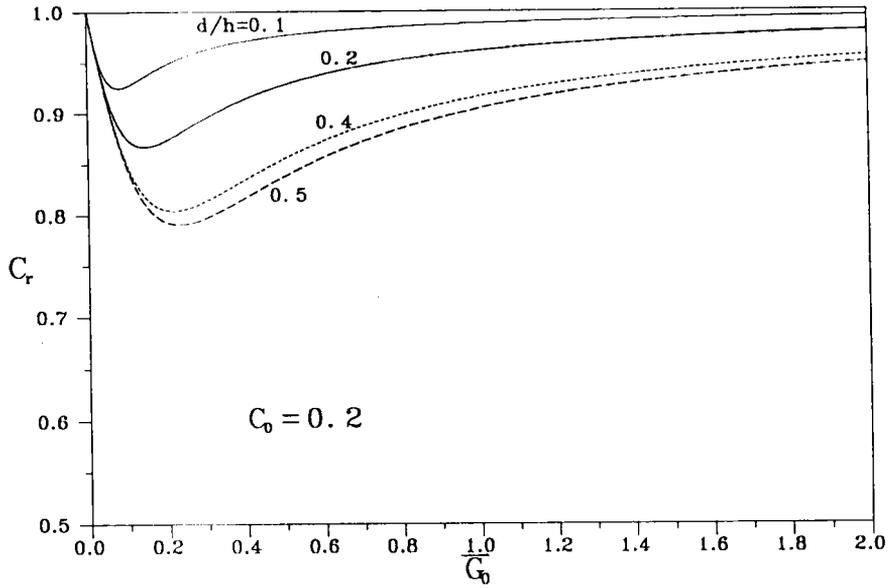


圖2-5-1 刚性表面多孔岸壁($C_0 = 0.2$)在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 之關係曲線圖

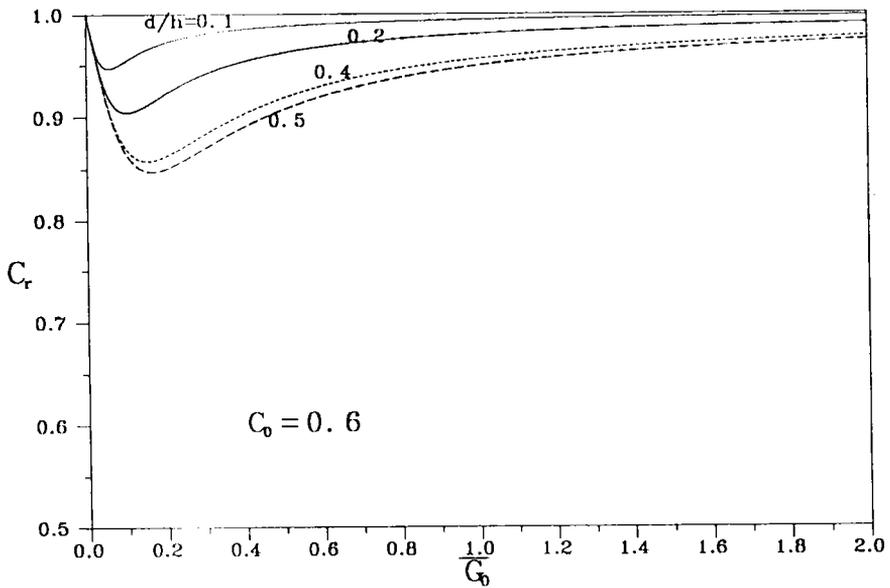


圖2-5-2 刚性表面多孔岸壁($C_0 = 0.6$)在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 之關係曲線圖

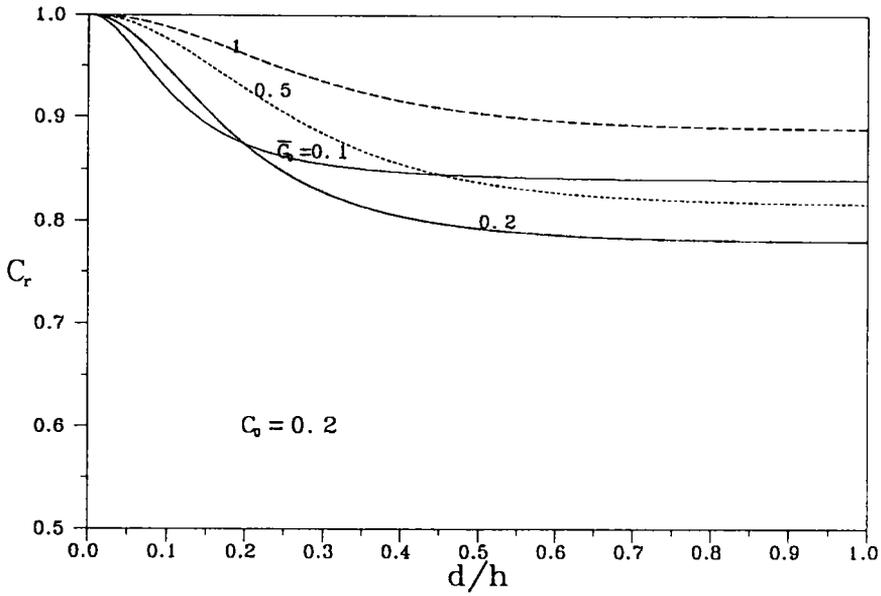


圖 2-5-3 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 \bar{G}_0 值
反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

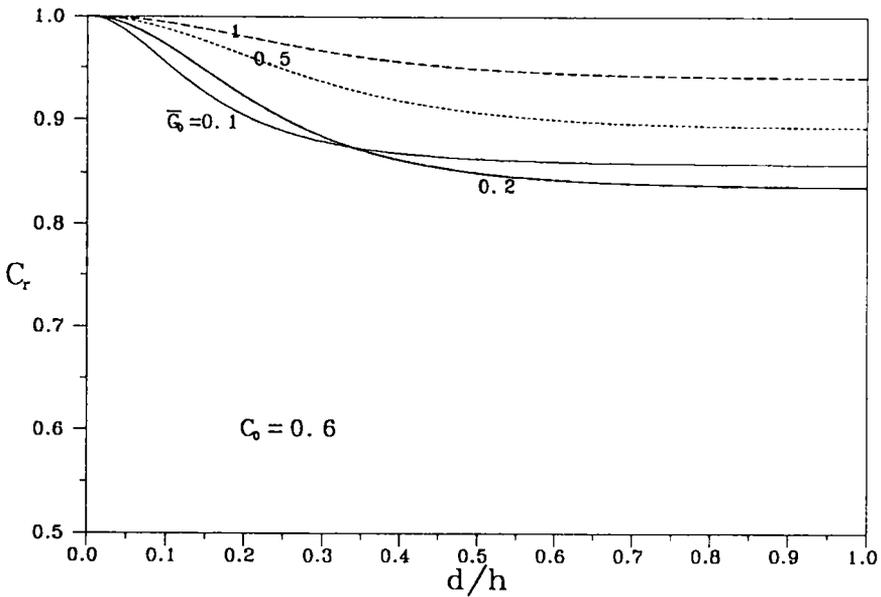


圖 2-5-4 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 \bar{G}_0 值
反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

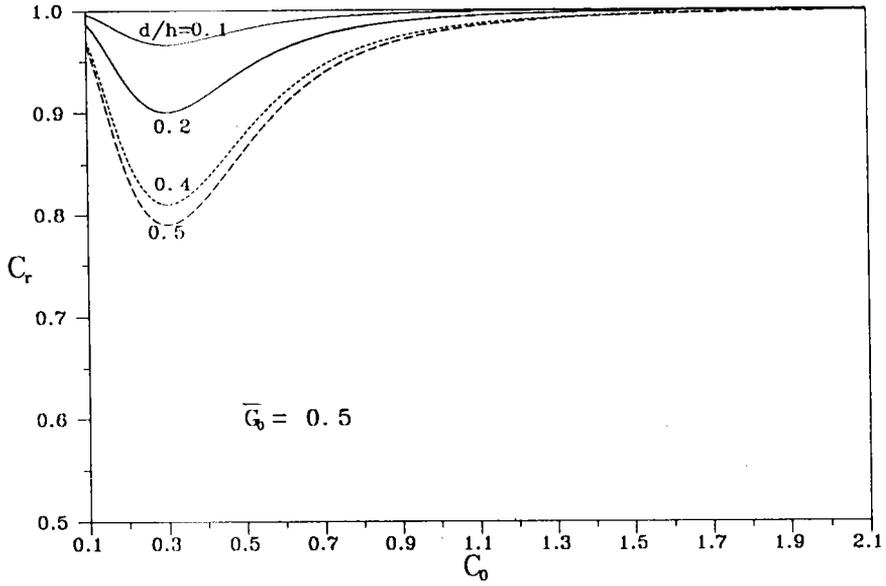


圖 2-5-5 剛性表面多孔岸壁 ($\bar{G}_0 = 0.5$) 在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 C_0 之關係曲線圖

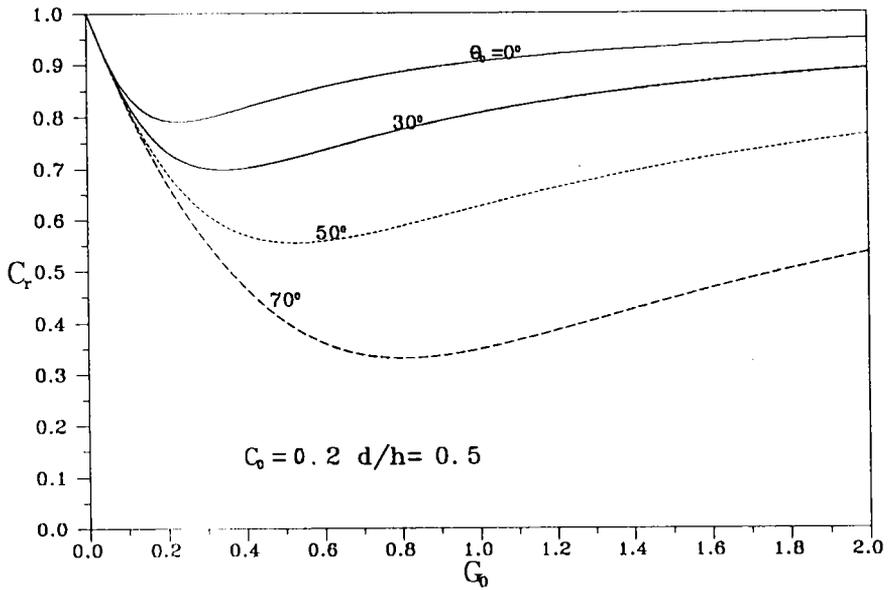


圖 2-5-6 剛性表面多孔岸壁在不同入射波角度作用下
反射係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖 ($d/h = 0.5$)

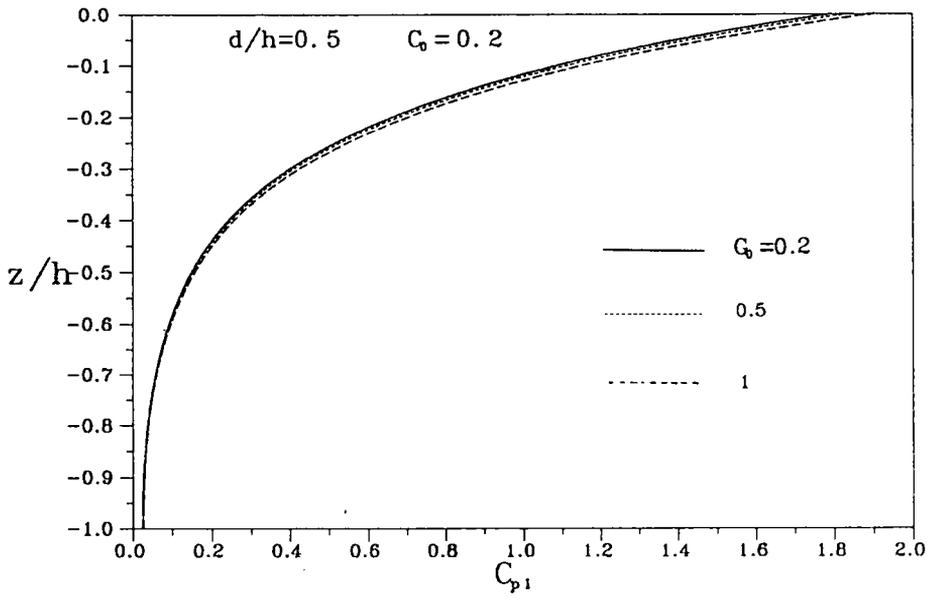


圖 2-5-7 刚性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 G_0 板前波壓力分佈圖

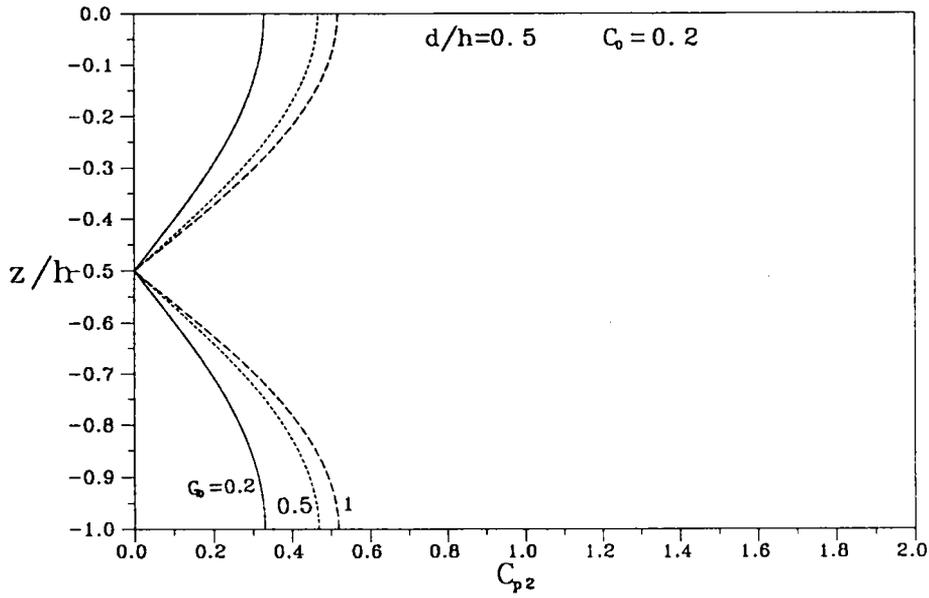


圖 2-5-8 刚性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 G_0 板後波壓力分佈圖

第三章 多孔消波體在有限長造波水槽之波能消散

3-1 控制方程式及邊界條件

考慮上述多孔消波體中心點置於有限長等水深 h 之水槽 $x=0$ 處，如圖 3-1-1 所示，入射波由垂直板活塞式造波機產生 ($x=-D-b$ 處)，且為微小振動，即造波板之水平移動振幅 a' 遠小於水深 h ，造波機與多孔消波體距離為 D ，垂直多孔牆厚度為 $2b$ ，消波室寬為 d ，消波室高度為 h_p 。坐標軸原點置於多孔牆頂部中央處， x 軸為入射波傳播方向， y 軸方向為無限長， z 軸向上為正， h 為平均水深，多孔牆前水域 (稱水域 I， $-D-b \leq x \leq -b$) 及消波室內水域 (稱水域 II， $b \leq x \leq b+d$) 之流體運動，及孔牆體內 (區域 III， $-b \leq x \leq +b$) 之流體運動及波動現象，分別存在流速勢 (velocity potential) $\Phi_1(x, z, t)$ ， $\Phi_2(x, z, t)$ ，及多孔流速勢 $\Phi_3(x, z, t)$ (pore velocity potential) 滿足拉普拉氏方程式 (Laplace equation) (2.1.1) 式及 (2.1.3) 式，而水域 I 及水域 II 滿足線性伯努力方程式 (Bernoulli equation) (2.1.2) 式，多孔介質流體伯努力方程式則為 (2.1.4) 式。

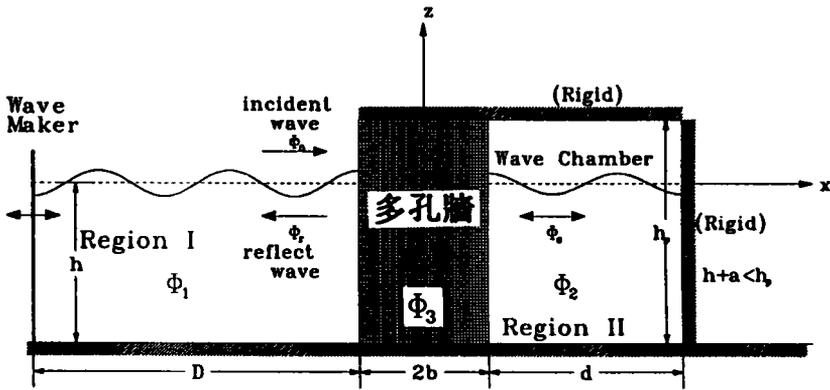


圖 3-1-1 自由水面型態多孔消波體安置於有限長水槽示意圖

假設造波板之位移 s_0 表示式 (如圖 3-1-1) 為：

$$s_0 = -D - b + a' e^{i\sigma t}, \quad (a' \ll h), \quad x = -D - b \quad (3.1.1)$$

式中 a' 為造波板之水平移動振幅，遠小於水深 h ，對應之水平速度 u_0 則為

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = u_0 = i\sigma a' e^{i\sigma t}, \quad x = -D - b \quad (3.1.2)$$

基於入射波條件及線性理論，我們可知 Φ_j 及波壓 P_j 皆為週期性函數表示為：

$$\Phi_j(x, z, t) = \phi_j(x, z) e^{i\sigma t}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.1.3)$$

$$P_j(x, z, t) = p_j(x, z) e^{i\sigma t}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.1.4)$$

將(3.1.3)式代入(2.1.1)式化簡可得

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.1.5)$$

式(3.1.5)為主要控制方程式，同樣我們將分自由表面多孔消波體與剛性表面多孔消波體二種情形予以解析。

3-2 自由水面型態多孔消波體之波能消散

3-2-1 波函數一般解

低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔牆前水域，牆體內水域及消波室內水域皆存在自由水面波動。由控制方程式(3.1.5)及造波機條件(3.1.2)式，邊界條件(2.1.9)(2.1.11)(2.1.12)(2.1.13)式及週期函數特性條件(3.1.3)，區域 I，II 及 III 之波函數 ϕ_1 ， ϕ_2 及 ϕ_3 可分別表示為

$$\phi_1(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} R_n A' \cosh[k_n(h+z)] e^{ik_n(x+b)} + \sum_{n=0}^{\infty} T_n' A' \cosh[k_n(h+z)] e^{-ik_n(x+b)} \quad (3.2.1)$$

$$x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A' \cosh[k_n(h+z)] \cos[k_n(x-b-d)] \quad (3.2.2)$$

$$b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} \{ A_m A' \cosh[K_m(h+z)] e^{-iK_m(x+b)} \\ & + B_m A' \cosh[K_m(h+z)] e^{i\bar{K}_m(x-b)} \} \\ & -b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

式中造波機條件(3.1.2)式相當於受正向波作用, 因此

$$\bar{k}_n = k_n, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.4a)$$

$$\bar{K}_m = K_m, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.4b)$$

k_0 為正實數, $k_n, n \geq 1$ 為純虛數, 滿足特徵方程式(2.2.8)式。 $K_m, m \geq 1$ 為複數, 滿足特徵方程式(2.2.13)式。

其中常數 A' 定義為

$$A' = \frac{iga'}{\sigma \cosh(k_0 h)} \quad (3.2.5)$$

(3.2.1)式等號右邊第一項包括區域 I 之反射波 $\phi_{1r}(n=0)$ 及向負 x 軸方向之消散波 $\phi_{1s}(n \geq 1)$, 與前述半無限長水槽相同, 而第二項當 $n=0$ 則為向正 x 軸方向之進行波 ϕ_{1t}

$$\phi_{1t} = T'_0 A' \cosh[k_0(h+z)] e^{-ik_0(x+b)} \quad (3.2.6a)$$

T'_0 為未定係數。

而第二項當 $n \geq 1$ 則為向正 x 軸方向之消散波 ϕ_{1t}

$$\phi_{1t} = \sum_{n=1}^{\infty} T'_n A' \cosh[k_n(h+z)] e^{-ik_n(x+b)} \quad (3.2.6b)$$

T'_n 為未定係數, $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

將波函數表示式(3.2.1)、(3.2.2)及(3.2.3)代入界面連續條件(2.1.16)式, 每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh K_m(z+h) dz$, 則可得

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{nm}(R_n + T'_n) = & (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m \\ & m = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.2.7a)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} \cos(k_n d) T_n = (s - if) M_{mm} E_m^- A_m + (s - if) M_{mm} B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.7b)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_n N_{nm} (R_n - T'_n) = -\epsilon K_m M_{mm} A_m + \epsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.7c)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} i k_n N_{nm} \sin(k_n d) T_n = -K_m \epsilon M_{mm} E_m^- A_m + \epsilon K_m M_{mm} B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.7d)$$

將波函數表示式(3.2.1)代入造波機條件(3.1.2)式，式中每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh k_n(z+h) dz$ ，則可得

$$k_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T'_n) A' = \sigma a' \sinh(k_n h) / k_n$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.7e)$$

式中 N_{nm} , M_{mm} 及 E_m^\pm 定義如(2.2.16)式, Y_{nn} 定義如(2.5.2)式, 且

$$D_n^\pm = e^{\pm i k_n D}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.8)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T'_n 及 T_n 之方程組：

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(k_n + \frac{\epsilon}{s - if} K_m \right) R_n + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(-k_n + \frac{\epsilon}{s - if} K_m \right) T'_n$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} E_m^- \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left[-i k_n \sin(k_n d) - \frac{\epsilon}{s - if} K_m \cos(k_n d) \right] T_n = 0$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.9a)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(k_n - \frac{\varepsilon}{s - if} K_m \right) R_n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left(k_n + \frac{\varepsilon}{s - if} K_m \right) T'_n + \sum_{n=0}^{\infty} E_m^+ \frac{N_{nm}}{N_{0m}} \left[-ik_n \sin(k_n d) + \frac{\varepsilon}{s - if} K_m \cos(k_n d) \right] T_n = 0$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.9b)$$

$$k_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T'_n) = \frac{k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h)}{ik_n}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.9c)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$A_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if)k_n / K_m] R_n + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon + (s - if)k_n / K_m] T'_n \right\}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.10a)$$

$$B_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon \cos(k_n d) + i(s - if)k_n \sin(k_n d) / K_m] T_n$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.10b)$$

無窮級數(3.2.1)、(3.2.2)及(3.2.3)為收斂級數，在實際計算，可依收斂之速度取有限項， $m=1, 2, 3, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ 。

多孔牆前入射係數定義為

$$C_i = |T'_0| \quad (3.2.11)$$

表示在多孔牆前($x=-b$)向正 x 軸方向之進行波振幅與造波板之水平移動振幅比值。

多孔牆前反射係數定義為

$$C_r = |R_0| \quad (3.2.12)$$

表示多孔牆前($x=-b$)反射波振幅與造波板之水平移動振幅比值。

消波室透射係數定義為

$$C_t = |T_0 \cos(k_0 d)| \quad (3.2.13)$$

表示透過駐波在消波室內右側不透水直立壁前($x=+b$)之振幅與造波板之水平移動振幅比值。

在多孔牆體內第 m 個透過係數 C'_{mt} 與第 m 個反射係數 C'_{mr} ，我們分別定義為

$$C'_{mt} = |(s - if)A_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (3.2.14a)$$

$$C'_{mr} = |(s - if)B_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (3.2.14b)$$

C'_{mt} 及 C'_{mr} 分別表示在多孔牆體內，多孔牆前端($x=-b$)處第 m 個透過消散波振幅與造波板之水平移動振幅比值，及在多孔牆後端($x=+b$)處第 m 個反射消散波振幅與造波板之水平移動振幅比值。

同理多孔牆前($x=-b$)及多孔牆後($x=+b$)之水位變化 η_1, η_2 ，則可分別表示為

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a'} = D_1 e^{i\sigma t} \quad (3.2.15a)$$

$$\frac{\eta_2(+b, y, t)}{a'} = D_2 e^{i\sigma t} \quad (3.2.15b)$$

式中無因次振幅係數 D_1 及 D_2 分別為

$$D_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (R_n + T'_n) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (3.2.15c)$$

$$D_2 = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(k_n d) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (3.2.15d)$$

在多孔牆前($x=-b$)及多孔牆後($x=+b$)之動壓力 P_1 及 P_2 ，可分別表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a'} = C_{p1} e^{i\sigma t}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.2.16a)$$

$$\frac{P_2(+b, y, z, t)}{\rho g a'} = C_{p2} e^{i\sigma t}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.2.16b)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 及 C_{p2} 分別為

$$C_{p1} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (T'_n + R_n) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right\}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.2.16c)$$

$$C_{p2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ T_n \cos(k_n d) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right\}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.2.16d)$$

3-2-2 平面波一階解

假設多孔牆內摩擦係數 f 較小，且所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小，取 $N=1, M=1$ ，則式(3.2.1)、(3.2.2)及(3.2.3)化簡為

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) &= R_0 A' \cosh[k_0(h+z)] e^{ik_0(x+b)} + T'_0 A' \cosh[k_0(h+z)] e^{-ik_0(x+b)} \\ & \quad x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z) &= T_0 A' \cosh[k_0(h+z)] \cos[k_0(x-b-d)] \\ & \quad b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.2.18)$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) &= A_1 A' \cosh[K_1(h+z)] e^{-iK_1(x+b)} + B_1 A' \cosh[K_1(h+z)] e^{iK_1(x-b)} \\ & \quad -b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0 \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

經消去 A_1 及 B_1 係數可由下列之簡化方程組求得下列包含未知變數 R_0 , T'_0 及 T_0 :

$$\lambda_2^+ R_0 - \lambda_2^- T'_0 + \lambda_1^- \lambda_3^- T_0 = 0 \quad (3.2.20a)$$

$$\lambda_2^- R_0 - \lambda_2^+ T'_0 + \lambda_1^+ \lambda_3^+ T_0 = 0 \quad (3.2.20b)$$

$$D_0^- R_0 - D_0^+ T'_0 = \lambda_8 \quad (3.2.20c)$$

式中 $\lambda_1^\pm, \lambda_2^\pm, \lambda_3^\pm$ 分別定義如式(2.2.40), 且

$$\lambda_8 = \frac{\sinh(k_0 h) \sinh(k_1 h)}{i k_0 Y_{00}} \quad (3.2.21)$$

而進一步求得未知變數 R_0, T_0, T'_0, A_1 及 B_1 如下:

$$R_0 = \frac{\lambda_8(\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^-)}{D_0^- (\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^-) + D_0^+ (\lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^- - \lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+)} \quad (3.2.22a)$$

$$T'_0 = \frac{\lambda_8(\lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^-)}{D_0^- (\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^-) + D_0^+ (\lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^- - \lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+)} \quad (3.2.22b)$$

$$T_0 = \frac{\lambda_2^- T'_0 - \lambda_2^+ R_0}{\lambda_1^- \lambda_3^-} \quad (3.2.22c)$$

$$A_1 = \frac{N_{01}(\Omega - 1)R_0 + N_{01}(\Omega + 1)T'_0}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (3.2.22d)$$

$$B_1 = \frac{N_{01}[\Omega \cos(k_0 d) + i \sin(k_0 d)]T_0}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (3.2.22e)$$

式中 Ω 定義如式(2.2.40a)。

3-2-3 自由水面型態多孔消波體之反射特性

從一階解各係數表示式(3.2.22)可看出係數除與 $2b/h$, d/L , ϵ , s -if, C_0 等參數有關,並與水槽長度 D/h 相關。本節想探討的是多孔消波體放置於有限長水槽,在垂直板活塞式造波機產生波浪下之消波特性。此處多孔將特性常數也取常數 $\epsilon = 0.4$, $s = 1$, $f = 0.5$ 做為分析計算值。

在假設水槽長為10倍水深 $D/h=10$ 時,圖3-2-1及圖3-2-2分別為各係數與消波室寬度 d/L ,及各係數與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線,分別與半無限水槽之情形比較,可發現曲線型態圖3-2-1與圖2-2-6相似,圖3-2-2與圖2-2-7也甚為相似。而且反射係數 C_r 極小值發生位置並未改變,為 $d/L=0.45+0.5n$ 及 $2b/h=0.43$ 。 C_r 極小與 C_r' 極大發生位置相同,表示使反射波最小之時,造波機所產生之前進波振幅相對於造波板水平移動振幅為最大,此時造波功能最佳,而且多孔牆所產生之反射波最小。進一步分析不同波浪參數 C_0 ,反射係數 C_r 與 d/L 相關曲線,圖3-2-3顯示水槽長 $D/h=10$ 時,在 C_0 不同,使 C_r 值最小之 d/L 值會改變。 $C_0 = 1$ 時, C_r 最大值與最小值相差甚大,最大值也遠大於其他 C_0 值,可能在此條件因水槽長度與波長剛好發生較強烈的共振現象。進一步探討在不同水槽長度 D/h ,當 $d/h=0.5$, $2b/h=0.1$ 時,反射係數 C_r 與 $1/C_0$ 之相關曲線(圖3-2-4),圖中隨水槽長度增大($D/h=10, 20, 30$),極點數增多,表示水槽長度較長時,使反射波能量減低之可能波數 C_0 發生點較多,但極值大小在不同 D/h 之間相差並不明顯。

當波浪參數為 $C_0 = 0.5$,水槽長度 $D/h=10$,圖3-2-5同樣顯示隨多孔牆厚度 $2b/h$ 增大,反射係數 C_r 為 d/L 之相關曲線變化幅度有減小之現象。但 $C_0 = 0.5$ 時,不同消波室寬度 d/L ,使 C_r 值最小之厚度 $2b/h$ 也不相同(圖3-2-6),因此牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L ,兩個參數皆為影響反射係數之重要因子。在給定水槽長度如 $D/h=10$,造波機產生波浪參數分別為 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2$ 時,圖3-2-7及圖3-2-8分別為 $2b/h$ 與 d/L 平面上等 C_r 值曲線,同樣告訴我們適當的選取 d/L 或 $2b/h$ 將可有效降低反射波之能量。

其次在不同 d/L 值, C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線(圖3-2-9),顯示每個曲線(固定 d/L 值)皆有可能發生數個極小點,此與半無限長水槽, C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線(圖2-2-9)僅有一個極小點不同。

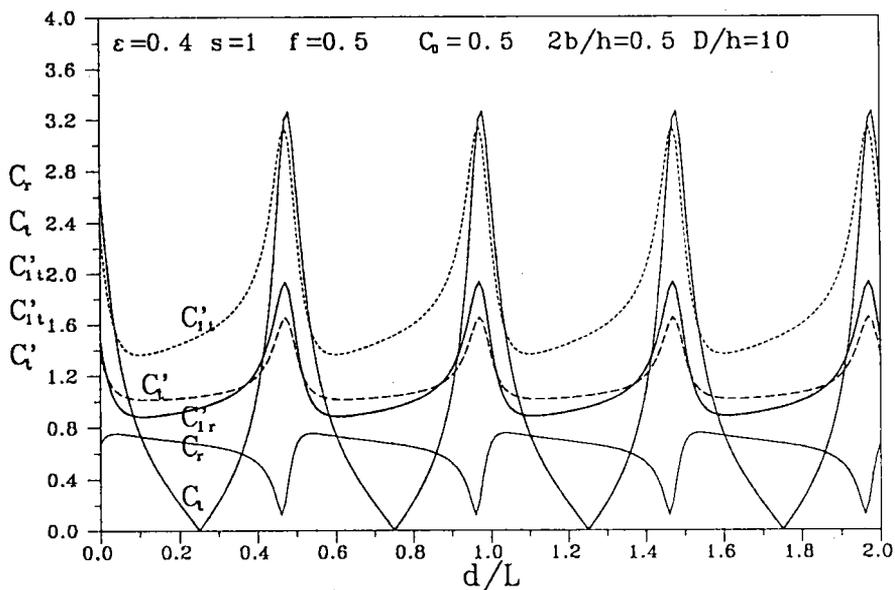


圖 3-2-1 自由水面多孔消波體在水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 $C_r, C_t, C'_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖

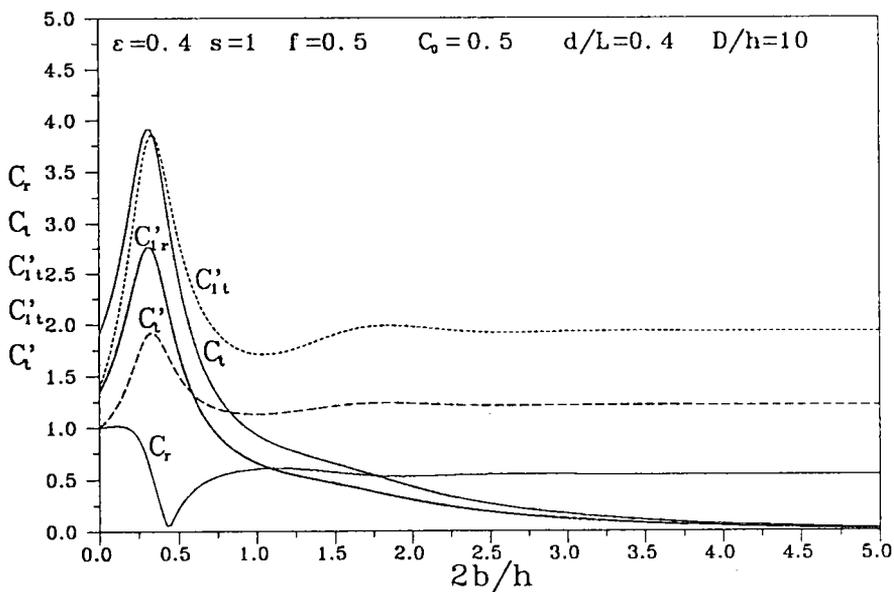


圖 3-2-2 自由水面多孔消波體在水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

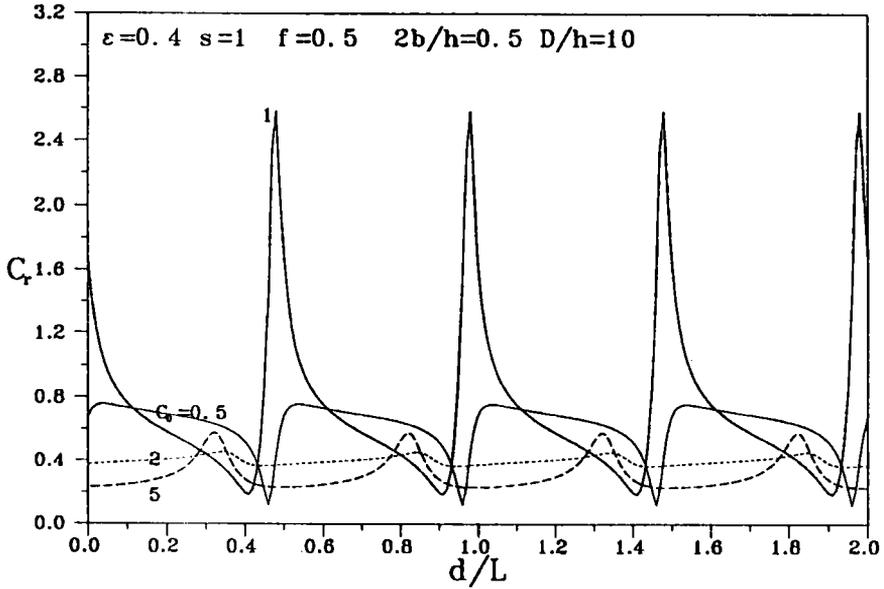


圖3-2-3自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

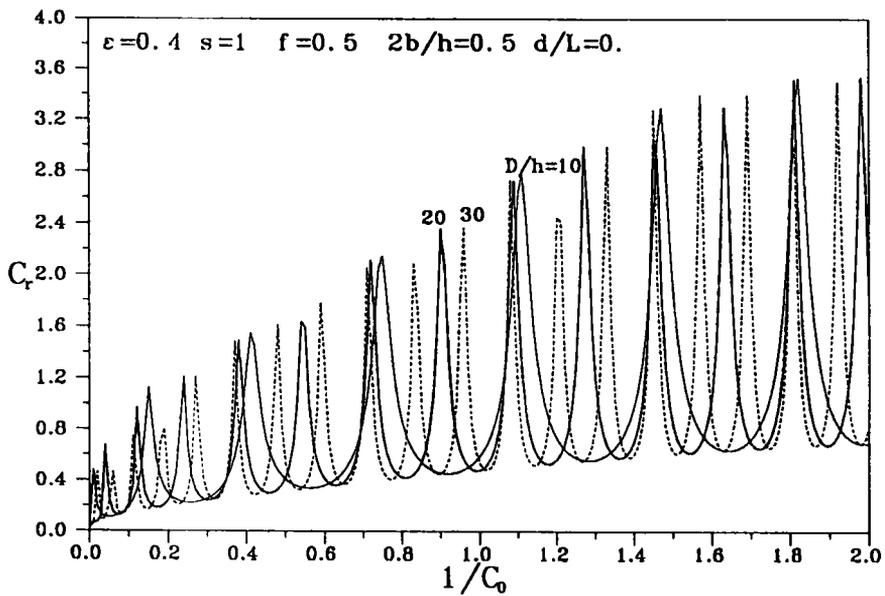


圖3-2-4自由水面多孔消波體在不同水槽長度 D/h 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖

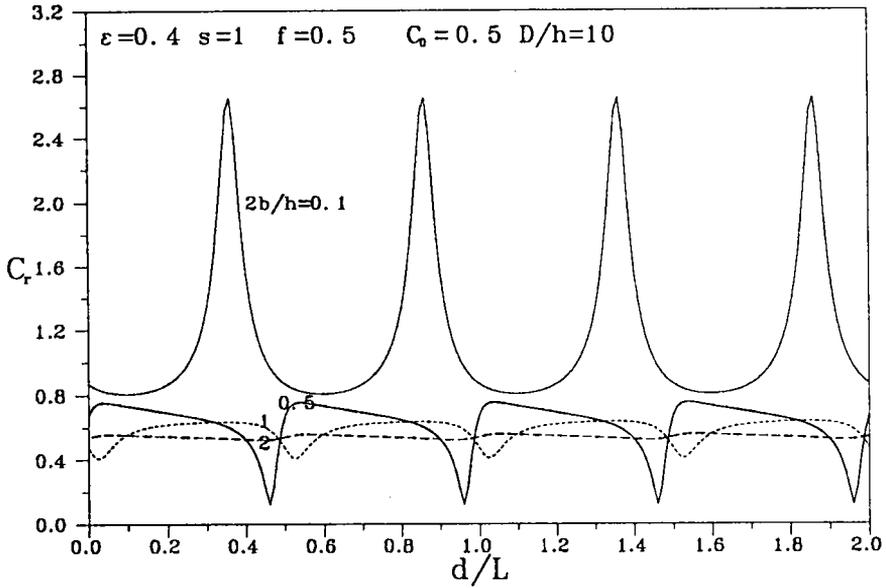


圖 3-2-5 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

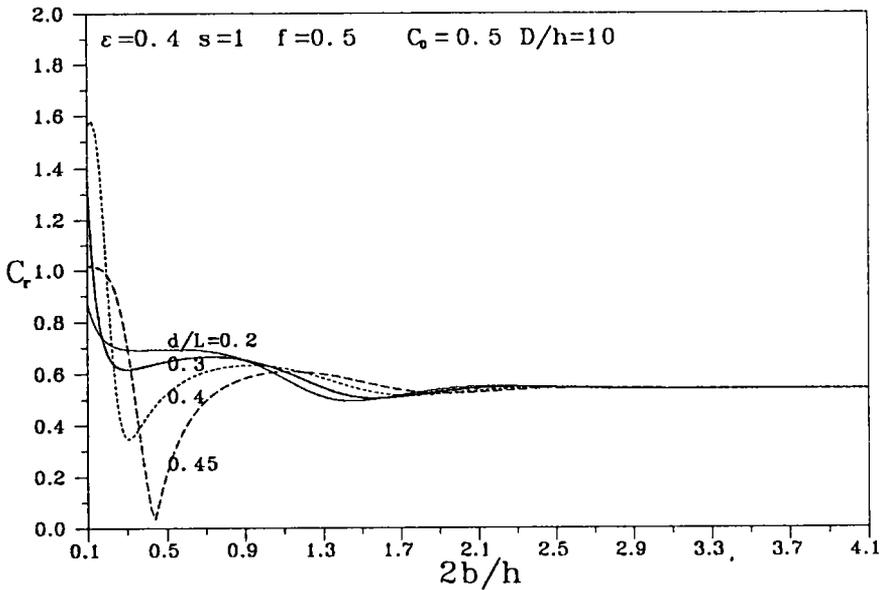


圖 3-2-6 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 0.5 \quad D/h = 10$$

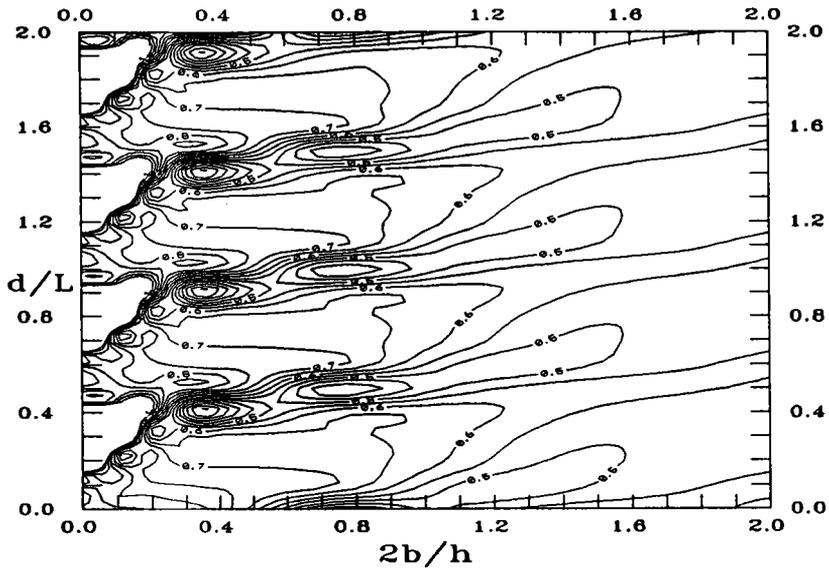


圖3-2-7自由水面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$
在 $2b/h$ 與 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 2 \quad D/h = 10$$

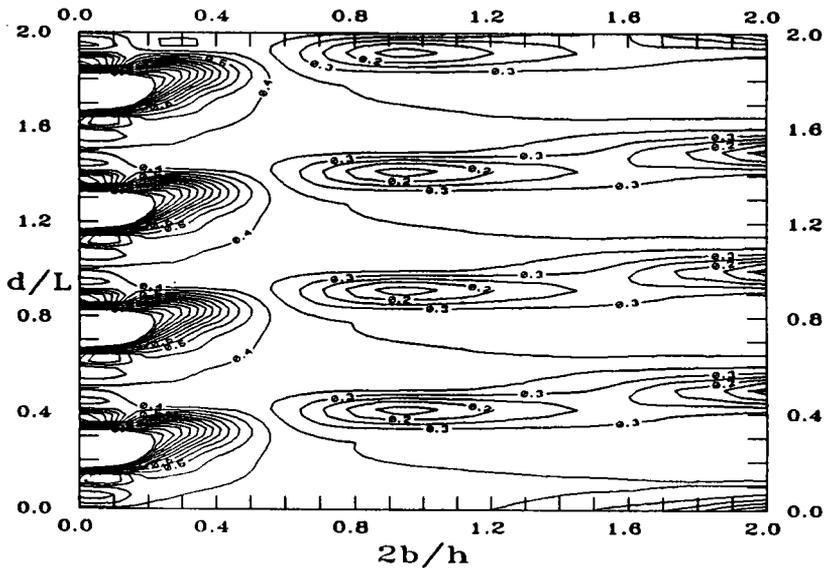


圖3-2-8自由水面多孔消波體 $C_0 = 2$ 水槽長度 $D/h = 10$
在 $2b/h$ 與 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

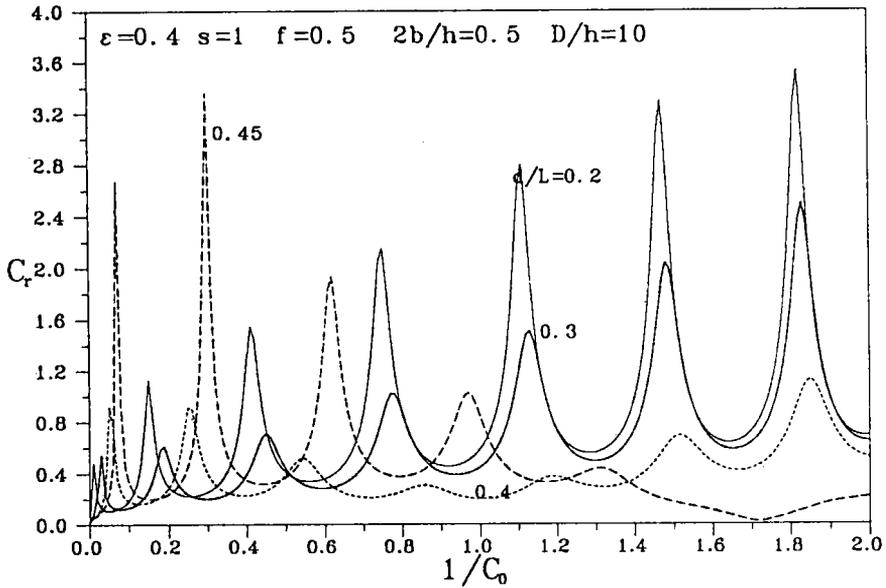


圖 3-2-9 自由水面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖

3-2-4 消波室寬度為零之波函數解

考慮垂直不透水壁緊貼放置於多孔牆後 (相當於 $d=0, \phi_2 = 0$)，解析受入射波作用，自由水面孔消波體之波能消散特性，水域 I、水域 II 及水域 III 之波函數我們分別引用式 (3.2.1)、(2.2.58) 及式 (3.2.3)，將波函數 ϕ_j 代入界面連續條件 (2.1.16a)、(2.1.16c)，及邊界條件 (2.2.59) 式，並使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 及正交序列 $\cosh[K_m(h+z)]$, $m = 1, 2, 3, \dots$ 在水深區 $(-h, 0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh K_m(z+h) dz$ ，則可得

$$\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm}(R_n + T'_n) = (s - if)M_{mm}A_m + (s - if)M_{mm}E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2.23a)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_n N_{nm}(R_n - T'_n) = -\varepsilon K_m M_{mm} A_m + \varepsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, \dots \quad (3.2.23b)$$

$$B_m = E_m^- A_m, \quad m = 1, 2.. \quad (3.2.23c)$$

將波函數表示式(3.2.1)代入造波機條件(3.1.2)式，式中每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh k_n(z+h) dz$ ，則可得

$$k_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T_n') A' = \sigma a' \sinh(k_n h) / k_n, \quad n = 0, 1, 2, 3.. \quad (3.2.23d)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n 及 T_n' 之方程組：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [k_n (E_m^+ + E_m^-) + \frac{\epsilon}{s - if} K_m (E_m^+ - E_m^-)] R_n \\ & - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [k_0 (E_m^+ + E_m^-) - \frac{\epsilon}{s - if} K_m (E_m^+ - E_m^-)] T_n' = 0 \\ & m = 1, 2, 3.. \end{aligned} \quad (3.2.24a)$$

$$\begin{aligned} k_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T_n') &= \frac{k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h)}{i k_n} \\ n &= 0, 1, 2, 3.. \end{aligned} \quad (3.2.24b)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$\begin{aligned} A_m &= \frac{E_m^+}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if) M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} (T_n' + R_n) \\ m &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.2.25a)$$

$$\begin{aligned} B_m &= \frac{1}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if) M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} (T_n' + R_n) \\ m &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.2.25b)$$

假設所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小之假設條件下，我們引用式(3.2.17)、(2.2.58)及(3.2.19)代入區域 I 與區域 II 介面 ($x=-b$) 連續條件(2.1.16a)、(2.1.16c)，邊界條件(2.2.59)式，及造波機條件(3.1.2)式，引用上述正交關係可得 R_0 及 T_0'

$$R_0 = \frac{\lambda_8 [\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)]}{D_0^- [\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)] - D_0^+ [\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)]} \quad (3.2.26a)$$

$$T'_0 = \frac{\lambda_8[\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)]}{D_0^-[\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)] - D_0^+[\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)]} \quad (3.2.26b)$$

在消波室寬度 $d/L=0$ 時，圖 3-2-10 為各係數與牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線，因無消波室之波能轉移效應，僅利用調整多孔牆厚度來有效減低反射波。

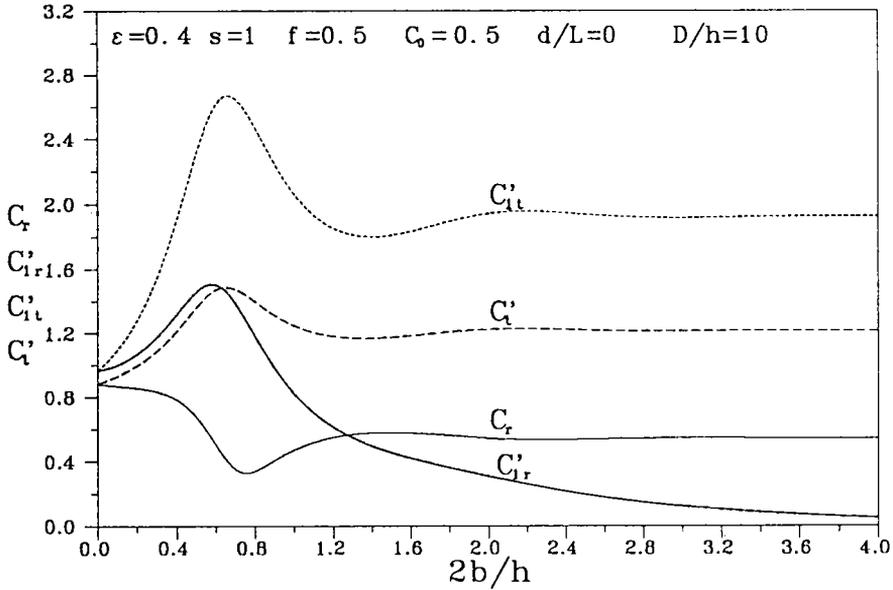


圖 3-2-10 自由水面多孔消波體消波室寬度為零時水槽長度 $D/h = 10$ 各項係數 C_r, C_t, C'_{1r} 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

3-3 自由水面型態多孔岸壁之波能消散

低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔板前水域及消波室內水域皆存在自由水面波動。同樣由控制方程式 (2.1.8) 及入射波條件 (2.1.6) 式，邊界條件 (2.1.9)(2.1.12)(2.1.13) 式及週期函數特性條件 (2.1.7)，區域 I 及 II 之波函數 ϕ_1, ϕ_2 可分別表示為 (3.2.1) 式及 (3.2.2) 式，而 ϕ_3 不予考慮。

將波函數 ϕ_1 表示式 (3.2.1) 及波函數 ϕ_2 表示式 (3.2.2)，代入界面邊界條件 (2.1.18) 式及造波機條件 (3.1.2) 式，並使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n =$

0, 1, 2, 3... 在水深區 (-h, 0) 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh k_n(z+h) dz, n = 0, 1, 2, 3...$ ，則可求得下列方程組：

$$iR_n - iT'_n = \sin(k_n d) T_n, \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad (3.3.1a)$$

$$k_n(R_n - T'_n) = k_0 G_0 [T_n \cos(k_n d) - R_n - T'_n] \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad (3.3.1b)$$

$$ik_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T'_n) = k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h) / k_n, \quad n = 0, 1, 2, 3... \quad (3.3.1c)$$

式中 Y_{nn} 定義如式(2.5.2)，從式(3.3.1)可容易求得 R_n, T'_n 及 T_n 係數如下：

$$R_n = \frac{\lambda_{8n} \lambda_{9n}^-}{D_n^- \lambda_{9n}^- - D_n^+ \lambda_{9n}^+}, \quad n = 0, 1, 2... \quad (3.3.2a)$$

$$T'_n = \frac{\lambda_{8n} \lambda_{9n}^+}{D_n^- \lambda_{9n}^- - D_n^+ \lambda_{9n}^+}, \quad n = 0, 1, 2... \quad (3.3.2b)$$

$$T_n = \frac{i \lambda_{8n} (\lambda_{9n}^- - \lambda_{9n}^+)}{\sin(k_n d) (D_n^- \lambda_{9n}^- - D_n^+ \lambda_{9n}^+)}, \quad n = 0, 1, 2... \quad (3.3.2c)$$

式中

$$\lambda_{8n} = \frac{k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h)}{ik_n^2 Y_{nn}} \quad (3.3.3a)$$

$$\lambda_{9n}^\pm = G_0 + i(1 \pm G_0) \tan(k_n d) \quad (3.3.3b)$$

考慮波浪參數 $C_0 = 0.5$ ，水槽長度 $D/h=10$ ，多孔影響參數 $G_0 = 0.5$ ，各係數與消波室寬度 d/L 相關曲線如圖 3-3-1，與自由表面型態多孔消波體相似，產生較大前進波之時， C'_i 最大，反射波也是最小， C_r 最小，這時前進波之振幅相對反射波之振幅最大。同樣考慮不同 G_0, C_r 與 d/L 相關曲線圖(圖 3-3-2)，也顯示 $d/L=0.25+0.5n$ 時，反射係數 C_r 最小，並在 $G_0 = 1$ 時，反射波完全消失 $C_r = 0$ 。當給定消波室寬度 d/L ，圖 3-3-3 也顯示存在一個最佳多孔影響參數 G_0 值，使反射係數 C_r 最小，而選取較佳之 d/L ，可使 C_r 值減小。圖中也顯示發生極小值之 G_0 位置，隨 d/L 不同而改變。水槽長度也是影響 C_r 參數之一，圖 3-3-4 為 $G_0 = 1, C_0 = 0.5$ 時，比較不同 D/h 下， C_r 與 d/L 之相關曲線，當 $D/h=20$ 時，反射係數 C_r 極大值落在 $d/L=0.45$ 之值甚大，顯然有共振發生，應避免。

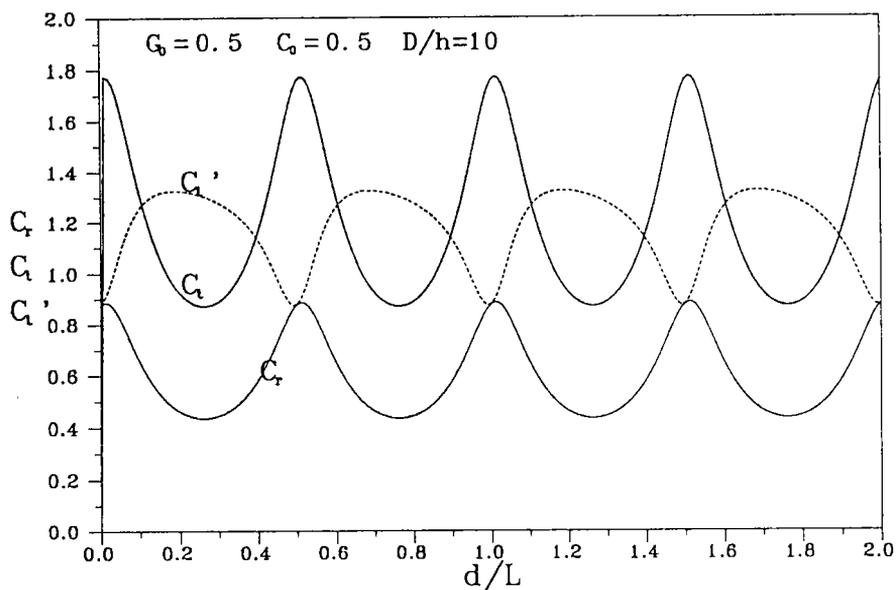


圖 3-3-1 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 當 $G_0 = 0.5$ 係數 C_r, C_t, C_t' 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

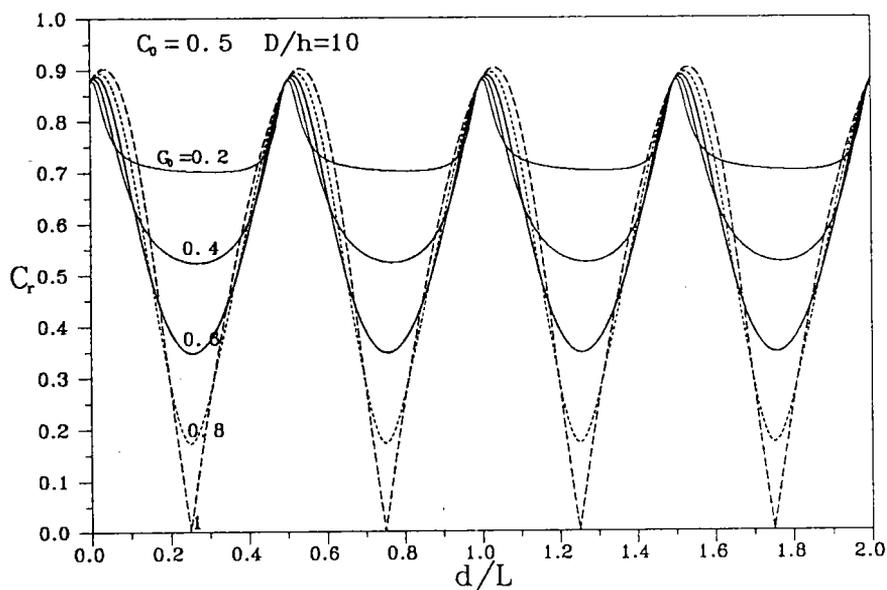


圖 3-3-2 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 值 反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/L 相關曲線圖

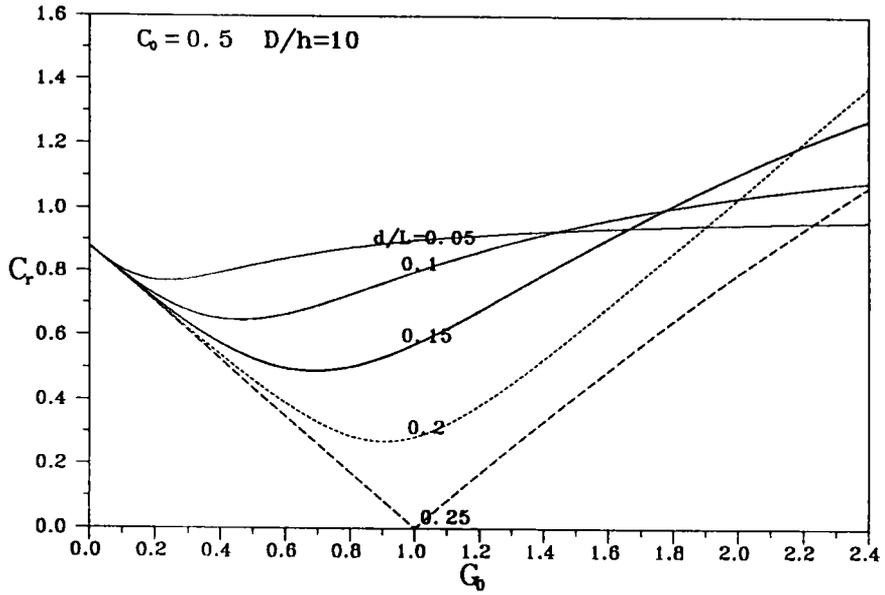


圖 3-3-3 自由水面型態多孔岸壁水槽長度 $D/h = 10$ 在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖

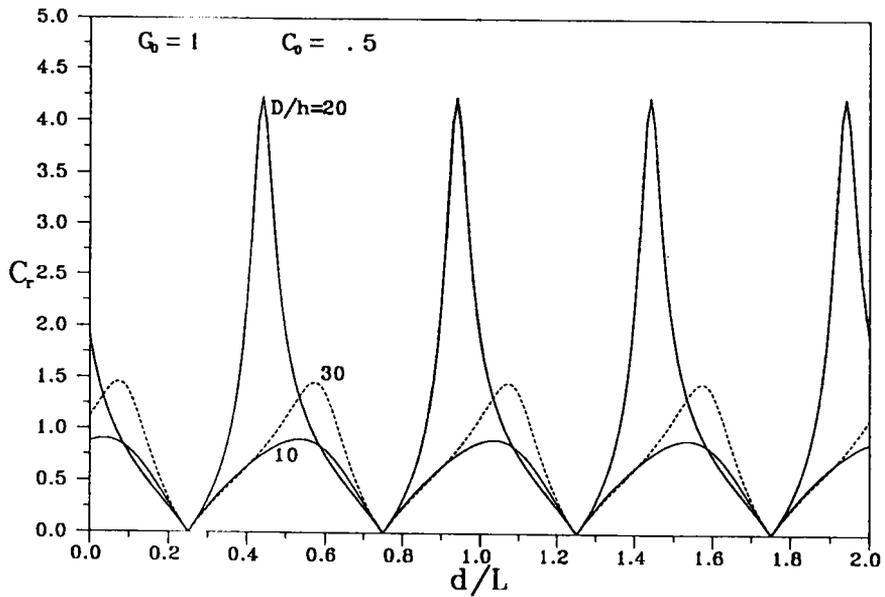


圖 3-3-4 自由水面型態多孔岸壁在不同水槽長度 D/h 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

3-4 剛性水面型態多孔消波體之波能消散

在高水位時 ($h = h_p$)，區域 I 之波函數 ϕ_1 表示式 (3.2.1)，消波室 (區域 II) 及多孔牆體內 (區域 III)，因上面不透水層影響波浪進行，並無自由表面波存在，因此波函數 ϕ_2, ϕ_3 分別表示為

$$\phi_2(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m A' \cos(I_m z) \cosh[\bar{I}_m(x - b - d)]$$

$$b \leq x \leq b + d \quad (3.4.1)$$

$$\phi_3(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} [A_m A \cos(I_m z) \cosh(\bar{I}_m x) + B_m A \cos(I_m z) \sinh(\bar{I}_m x)]$$

$$-b \leq x \leq b \quad (3.4.2)$$

式中特徵值 I_m 定義如式 (2.4.3a)。

同理將各波函數 $\phi_j, j=1, 2, 3$ 代入多孔牆界面連續條件 (2.1.16) 式，並且使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)], n=0, 1, 2, 3, \dots$ 及 $\cosh(I_m z), m=1, 2, \dots$ ，在水深區間 $(-h, 0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh(I_m z) dz$ ，則可得

$$\sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} (R_n + T'_n) = (s - if) M'_{mm} A_m \cosh(I_m b) - (s - if) M'_{mm} \sinh(I_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.3a)$$

$$\cosh(I_m d) T_m = (s - if) \cosh(I_m b) A_m + (s - if) \sinh(I_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.3b)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} i k_n N'_{nm} (R_n - T'_n) = -\varepsilon I_m M'_{mm} \sinh(I_m b) A_m + \varepsilon I_m M'_{mm} \cosh(I_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.3c)$$

$$\sinh(I_m b) T_m = -\varepsilon \sinh(I_m b) A_m - \varepsilon \cosh(I_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.3d)$$

將波函數表示式(3.2.1)代入造波機條件(3.1.2)式，式中每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh k_n(z+h) dz$ ，則可得

$$k_n Y_{nn} (D_n^- R_n - D_n^+ T_n') A' = \sigma a' \sinh(k_n h) / k_n$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.3e)$$

式中 N'_{nm} , M'_{mm} 定義如(2.4.5)式, N_{nm} 定義如(2.2.16)式, 經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T_n' 及 T_n 之方程組：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [I_m \varepsilon \sinh(I_m b) + i k_n (s - i f) \cosh(I_m b)] R_n \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [I_m \varepsilon \sinh(I_m b) - i k_n (s - i f) \cosh(I_m b)] T_n' \\ & + M'_{mm} I_m [\varepsilon \sinh(I_m b) \cosh(I_m d) + (s - i f) \cosh(I_m b) \sinh(I_m d)] T_m = 0 \end{aligned}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.4a)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [I_m \varepsilon \cosh(I_m b) + i k_n (s - i f) \sinh(I_m b)] R_n \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [I_m \varepsilon \cosh(I_m b) - i k_n (s - i f) \sinh(I_m b)] T_n' \\ & - M'_{mm} I_m [\varepsilon \cosh(I_m b) \cosh(I_m d) + (s - i f) \sinh(I_m b) \sinh(I_m d)] T_m = 0 \end{aligned}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.4b)$$

$$k_n Y_{nn}(D_n^- R_n - D_n^+ T_n') = \frac{k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h) / k_n}{i k_n}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.4c)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$A_m = \frac{T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \cosh(I_m b) \cosh(I_m d) + (s - if) \sinh(I_m b) \sinh(I_m d)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.5a)$$

$$B_m = \frac{-T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \sinh(I_m b) \cosh(I_m d) + (s - if) \cosh(I_m b) \sinh(I_m d)]$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.4.5b)$$

同樣無窮級數 (3.2.1)、(3.4.1) 及 (3.4.2) 為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

在多孔牆特性參數取與低水位時相同，即 $s=1$ $f=0.5$ $\varepsilon=0.4$ ，我們將探討不同波浪作用下剛性表面多孔消波體在有限長水槽之反射特性。

圖 3-4-1 在 $C_0 = 1$ 時正向波浪作用，不同多孔牆厚度 $2b/h$ 之條件下，反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線顯示，對不同 $2b/h$ 值，消波室寬度 d/h 為零時，反射係數 C_r 最大，而隨 d/h 些微之增大， C_r 值些微增大，但很快的趨於定值；而且不同曲線顯示 $2b/h$ 值愈大， C_r 值愈小。此現相與半無限長水槽之情況不同 (圖 2-4-1)，其原因乃受水槽長度之影響。圖 3-4-2 為在 $C_0 = 0.5$ 時不同 $2b/h$ 值， C_r 與 d/h 相關曲線也表現不同結果，即 $d/h=0$ 時， C_r 值最大，隨 d/h 之增大， C_r 值反而減小；同樣 $2b/h$ 值愈大，反射係數 C_r 也愈小。在與自由表面消波體相較，剛性水面多孔消波體之消波效果，平均而言顯然較差。

圖 3-4-3 及圖 3-4-4 則為分別給定 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2.0$ 這兩種不同波浪條件下，在厚度 $2b/h$ 與寬度 d/h 平面上之等反射係數曲線圖。圖中也同樣顯示與自由表面消波體相同的特性，即在給定的波浪條件 C_0 值，適當的選取 d/h 或 $2b/h$ 將可有效降低反射波能量。

圖 3-4-5 則為 $d/h = 0.5$ 時在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 條件下， C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線，又顯示在某種厚度下，不少之波長可能產生較大之反射波，這是在試驗室應避免的。

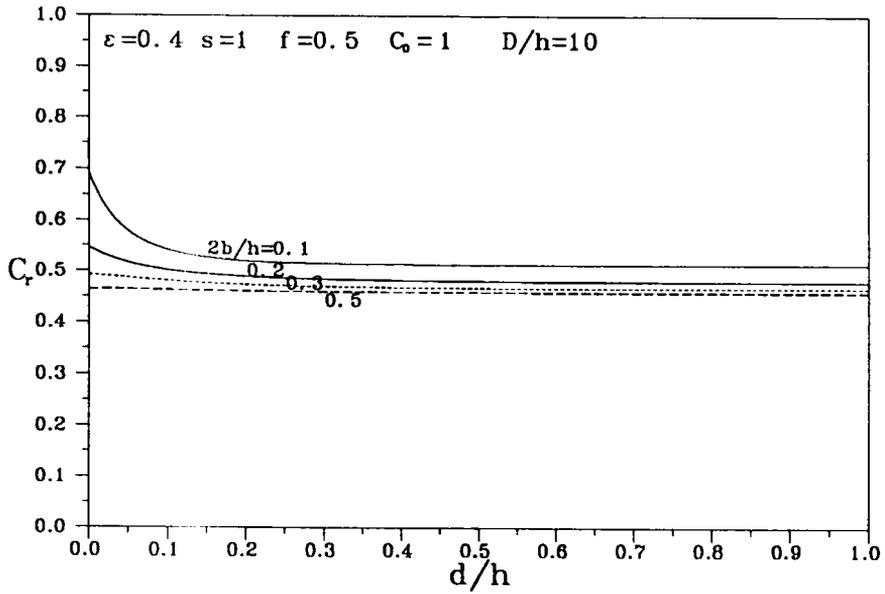


圖3-4-1剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

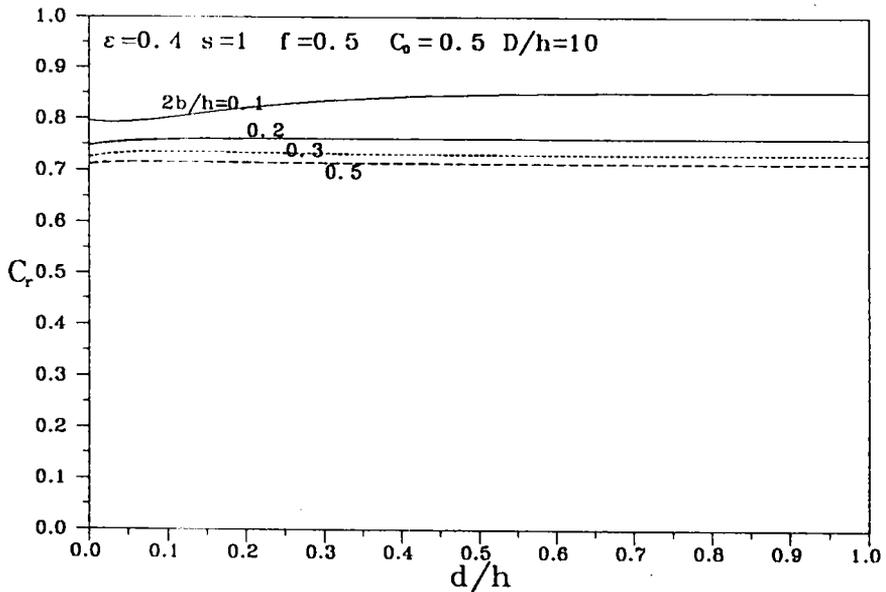


圖3-4-2剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 0.5 \quad D/h = 10$$

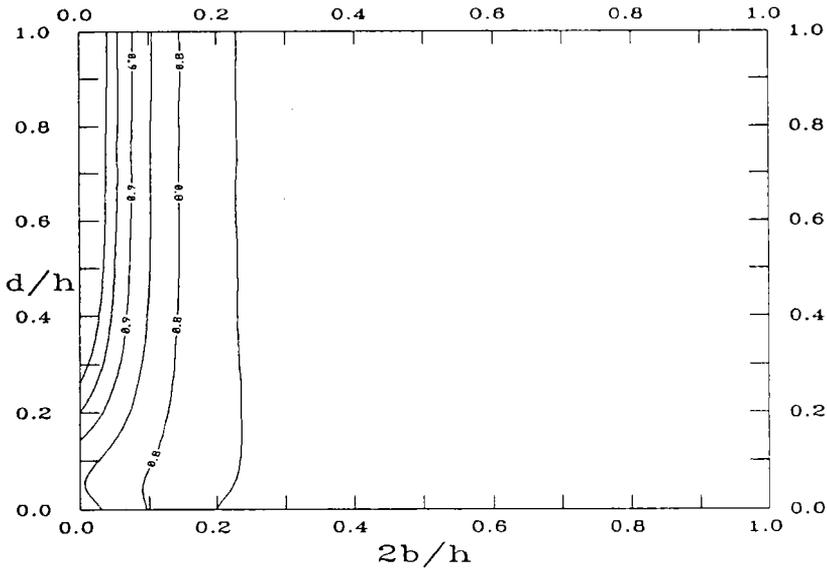


圖3-4-3剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$
在 $2b/h$ 與 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

$$\varepsilon = 0.4 \quad s = 1 \quad f = 0.5 \quad \theta_0 = 0 \quad C_0 = 2 \quad D/h = 10$$

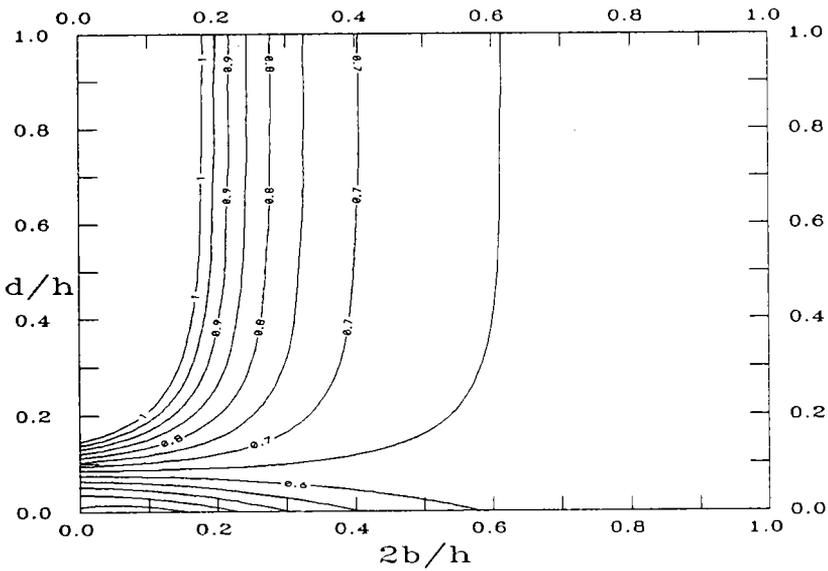


圖3-4-4剛性表面多孔消波體 $C_0 = 2$ 水槽長度 $D/h = 10$
在 $2b/h$ 與 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

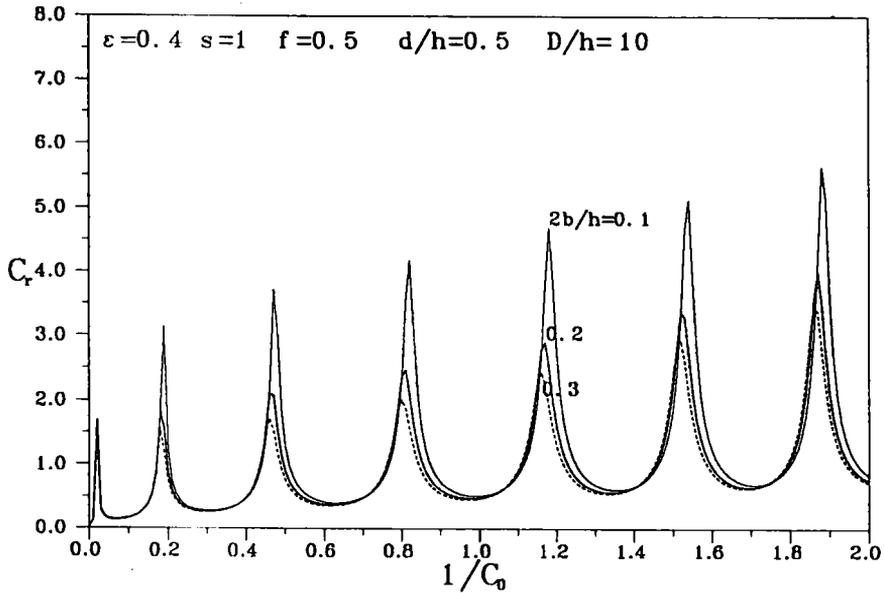


圖 3-4-5 剛性表面多孔消波體水槽長度 $D/h = 10$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖

3-5 剛性表面型態多孔岸壁之波能消散

在高水位時 ($h = h_p$)，將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式 (3.2.1) 及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式 (3.4.1) 代入流速與壓力差關係條件 (2.1.18a) 式，並利用正交序列函數 $\cos(I_m z)$, $m = 1, 2, 3, \dots$ 在 $z = (-h, 0)$ 區間內之正交特性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh(I_m z) dz$ ，則可得下列方程組

$$\sum_{n=0}^{\infty} (k_n + k_0 G_0) N'_{nm} R_n - \sum_{n=0}^{\infty} (k_n - k_0 G_0) N'_{nm} T'_n - k_0 G_0 \cosh(I_m d) M'_{mm} T_m = 0$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.5.1a)$$

同理將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式 (3.2.1) 及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式 (3.4.1) 代入流速連續條件 (2.1.18b) 式及造波機條件 (3.1.2) 式，並利用正交序列函數 $\cosh[k_n(z+h)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 在 $z = (-h, 0)$ 區間內之正交特性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh[k_n(z+h)] dz$ ，則可得下列方程組

$$ik_n Y_{nn} R_n - ik_n Y_{nn} T'_n + \sum_{m=1}^{\infty} I_m \sinh(I_m d) N'_{nm} T_m = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.5.1b)$$

$$D_n^- R_n - D_n^+ T'_n = \frac{k_0 \sinh(k_0 h) \sinh(k_n h)}{ik_n^2 Y_{nn}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.5.1c)$$

同樣各區域波函數表示式無窮級數(3.2.1)及(3.4.1)為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

高水位時，消波室高度等於平均水深，消波室內完全充滿水，因此無自由波存在。同樣針對參數 $C_0 = 0.2$ 及 $C_0 = 0.6$ 二種不同條件，反射係數 C_r 隨參數 G_0 之變化曲線 ($d/h=0.1 \sim 0.5$)，如圖 3-5-1 及圖 3-5-2。圖 3-5-1 同時顯示隨 d/h 值愈大， C_r 極小值減小，而極小值位置 G_0 值有向右移動之趨勢；當 d/h 值大於 0.5 以後 C_r 與 d/h 之關係曲線 (任何 G_0 值) 趨近於水平 (如圖 3-5-3 及圖 3-5-4)，顯示消波室寬度在大於 1/2 水深後，反射係數改變甚小。

圖 3-5-5 則為 $d/h = 0.5$ 時在不同多孔影響參數 G_0 條件下， C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線，又顯示在某種厚度下，不少之波長可能產生較大之反射波 (呈週期變化)，共振甚為強烈，這也是在試驗室應避免的。

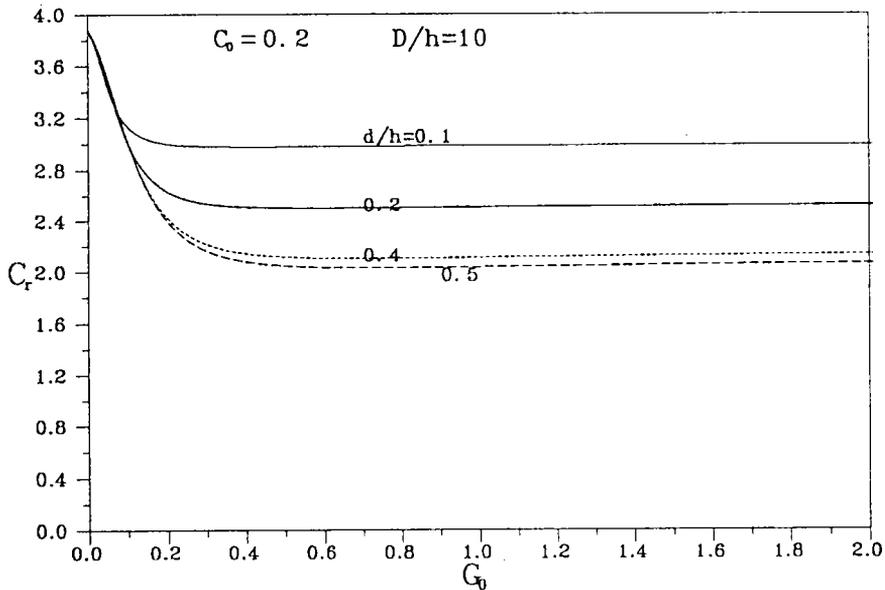


圖 3-5-1 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 d/h 反射係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖

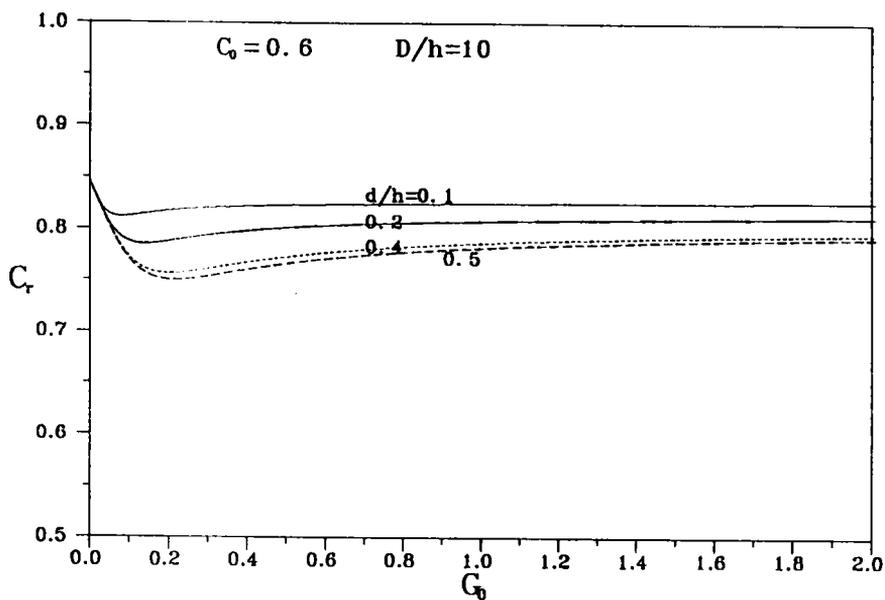


圖 3-5-2 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 d/h 反射係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖

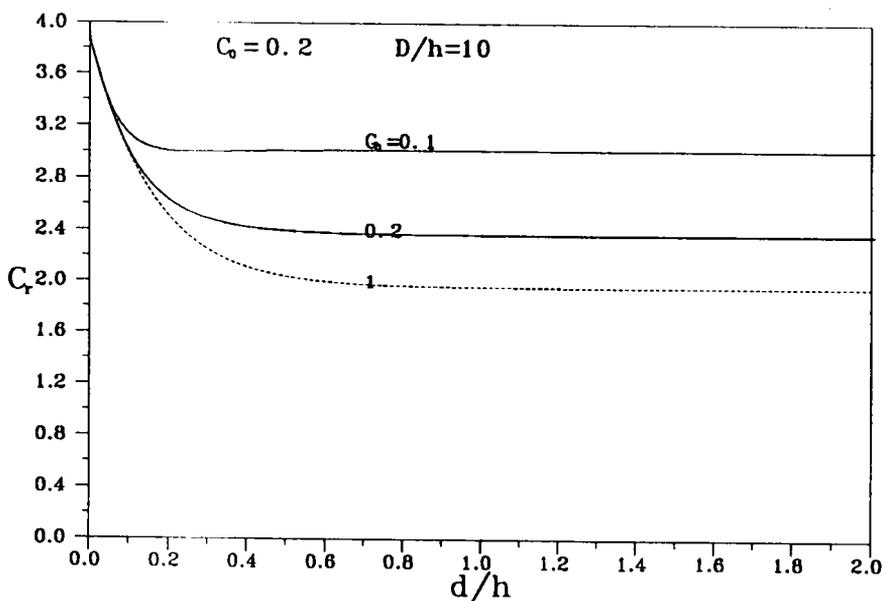


圖 3-5-3 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

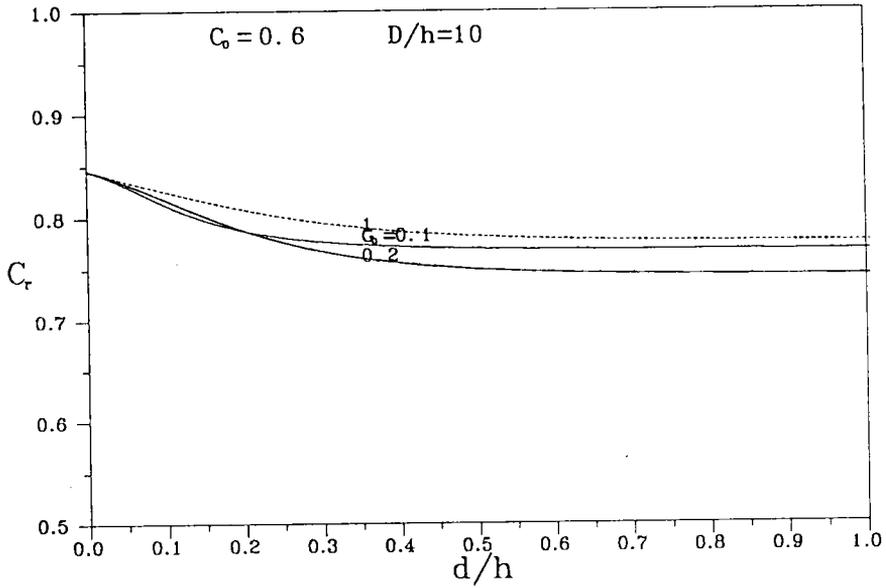


圖 3-5-4 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

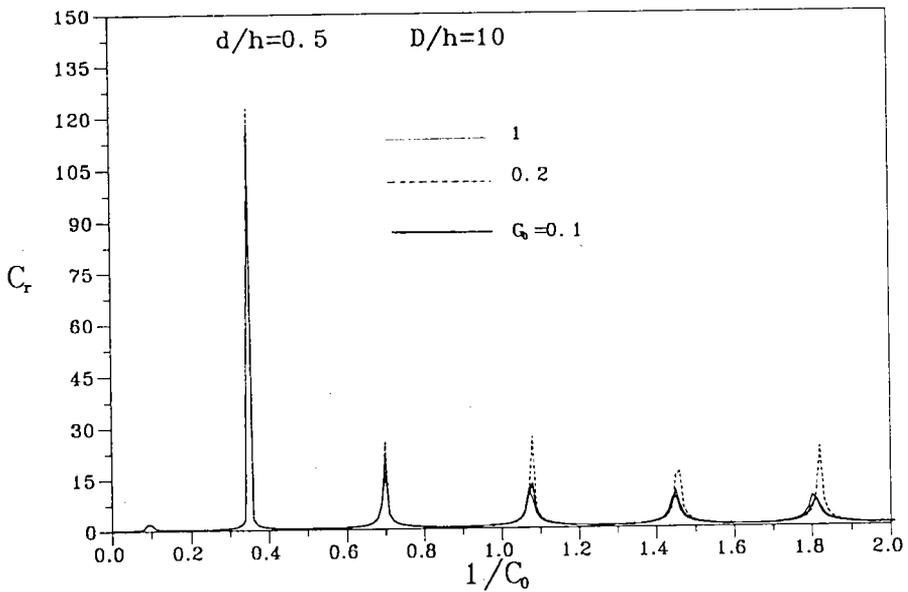


圖 3-5-5 刚性表面多孔岸壁 $d/h = 0.5$ 水槽長度 $D/h = 10$ 在不同 G_0 反射係數 C_r 與 $1/C_0$ 之關係曲線圖

第四章 透水性岸壁港池波場計算數值模式

4-1 等水深不規則形狀港池波場計算—邊界元素法模式

在探討港池波場數值推算，一般港池形狀皆為不規則，而港池地形水深有些雖變化甚明顯，但若地形變化與水深度相較，地形變化產生之折射及淺化效應並不顯著，此時為簡化物理問題之複雜性，常以等水深近似條件，來推算港池共振現象。一般邊界元素法處理之物理空間可較有限元素法，節省一個維度，即有限元法需解析二維平面問題時（二維元素），邊界元素法即可以一維元素來處理，因此基本上邊界元素法使用較簡易。在不規則幾何形狀方面，邊界元素法及有限元素法處理不規則形狀港池皆甚為方便。等水深波浪問題，控制方程式為荷姆茲方程式，其基本解（fundamental solution）為漢克函數（Hankel function），而能求得基本解為引用邊界元素法之要件，本節將引用此數值方法，建立包括多孔消波體透水性邊界之波場推算模式。

4-1-1 基本方程式和邊界條件

考慮以透水性物體設計之不規則形狀港池，如附圖 4-1-1，假設海岸線平直兩邊延 x 軸無限延伸， y 軸向外海為正，原點在港口中心點， z 軸向上為正，外海海域及港區假設皆為等水深 h 。假設流體為無黏性，不可壓縮及非旋性流，因此存在流速勢（velocity potential） Φ 滿足下列拉普拉氏方程式（Laplace equation）

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1.1)$$

假設入射波之波向線與正 x 軸成 θ_0 角度進行（如圖 4.1），其波形複數表示式為

$$\eta_0(x, y, t) = f_0(x, y)e^{i\sigma t} \quad (4.1.2a)$$

式中 $f_0(x, y)$ 為入射波波函數，可表示為

$$f_0(x, y) = a_0 e^{-i(k_0 x \cos \theta_0 - k_0 y \sin \theta_0)} \quad (4.1.2b)$$

其中 a_0 為振幅

輻射條件 (radiation condition)

$$\lim_{k_0 r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial f_s}{\partial r} + ik_0 f_s \right) = 0$$

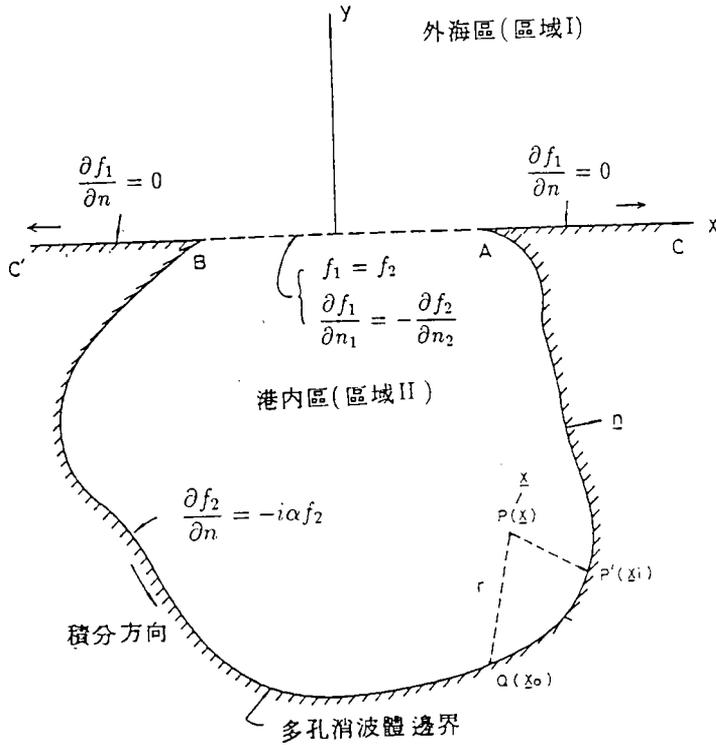


圖 4-1-1 不規則形狀港池平面示意圖

根據線性波浪理論自由表面運動邊界條件及動力邊界條件分別如下

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (4.1.3a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = 0, \quad z = 0 \quad (4.1.3b)$$

式中 $\eta(x, y, t)$ 為水面波形, g 為重力常數

上二式可合併為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (4.1.3c)$$

在等水深不透水海底則滿足

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = -h \quad (4.1.4)$$

根據線性波理論，外海海域及港區之波形皆可表示為

$$\eta(x, y, t) = f(x, y)e^{i\sigma t} \quad (4.1.5)$$

式中 $f(x, y)$ 為波函數 (wave function)。

滿足方程式 (4.1.1), 自由表面邊界條件 (4.1.3), 海底不透水邊界條件 (4.1.4), 及波形 (4.1.5) 式之一般解 Φ 可表示為

$$\Phi(x, y, z, t) = A \cosh[k_0(h + z)]f(x, y)e^{i\sigma t} \quad (4.1.6a)$$

其中常數 A 定義為

$$A = \frac{ig}{\sigma \cosh(k_0 h)} \quad (4.1.6b)$$

式中波函數 $f(x, y)$ 滿足下列荷姆茲方程式 (Helmholtz equation)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + k_0^2 f = 0 \quad (4.1.7)$$

且波數 k_0 滿足分散關係式 (dispersion relation)

$$\sigma^2 = g k_0 \tanh(k_0 h) \quad (4.1.8)$$

波浪在外海無窮遠處，應滿足下列輻射條件 (radiation condition)

$$\lim_{k_0 r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial f_s}{\partial r} + i k_0 f_s \right) = 0 \quad (4.1.9)$$

式中 f_s 為散射波 (scattering wave)

為方便滿足輻射邊界條件，一般解析時常將計算區域分為外海區 (區域 I) 及港內區 (區域 II)，並以港口 \overline{AB} 為介面 (如附圖 4.1)，我們將以 f_1 及 f_2 分別表示外海區及港內區之波函數。假設外海海岸線為不透水直立壁，則滿足

$$\frac{\partial f_1}{\partial n} = 0, \quad \text{on } \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC} \quad (4.1.10)$$

在線性波假設，海岸線為不透水直立壁平直且無限延伸，因此我們可將外海區域分為入射波 f_0 ，反射波 f_r 及散射波 f_s 三種線性波之組成

$$f_1 = f_0 + f_r + f_s \quad (4.1.11)$$

其中散射波 f_s 滿足幅射條件(4.1.9)式，入射波函數 f_0 表示為(4.1.2b)，而反射波函數 f_r 表示為

$$f_r(x, y) = a_0 e^{-i(k_0 x \cos \theta_0 + k_0 y \sin \theta_0)} \quad (4.1.12)$$

假設港池以多孔消波體設計為內壁，則其邊界上應滿足多孔邊界條件

$$\frac{\partial f_2}{\partial n} = -i\alpha f_2 \quad (4.1.13)$$

式中 α 為阻尼係數(impedance coefficient)， α 為複數或實數，下一章將詳細討論。

在外海區與港內區之介面港口處應滿足水位連續及速度連續條件

$$f_1 = f_2, \quad \overline{AB} \quad (4.1.14a)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial n_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial n_2}, \quad \overline{AB} \quad (4.1.14b)$$

式中 n_1 及 n_2 分別表示區域 I 及區域 II 在界面向外法線方向之單位向量， $n_1 = -n_2$ 。

荷姆茲方程式(4.1.7)之 Weber 解在區域 I 散射波 f_s 及區域 II 波函數 f_2 分別可表示為下列積分方程(Baker 及 Copson, 1950):

$$f_s(\bar{x}) = b' \int_{\partial B_1} \left[f_s(\bar{x}_0) \frac{\partial H_0^{(1)}(k_0 r)}{\partial n_1} - H_0^{(1)}(k_0 r) \frac{\partial f_s(\bar{x}_0)}{\partial n_1} \right] ds \quad (4.1.15)$$

$$f_2(\bar{x}) = b' \int_{\partial B_2} \left[f_2(\bar{x}_0) \frac{\partial H_0^{(1)}(k_0 r)}{\partial n_2} - H_0^{(1)}(k_0 r) \frac{\partial f_2(\bar{x}_0)}{\partial n_2} \right] ds \quad (4.1.16)$$

式中 ∂B_1 及 ∂B_2 分別為外海區之無限長海岸線及港內區之封閉邊界 $b' = \frac{-i}{4}$ ，當 \bar{x} 在區域內部。

$b' = \frac{-i}{2}$ ，當 \bar{x} 在平滑區域邊界上。

$b' = \frac{-i\pi}{2\beta}$ ，當 \bar{x} 在內角為 β 之邊界點上。

$H_0^{(1)}(k_0r)$ 為第一類零階漢克函數 (first kind zeroth order Hankel function)

$r = |\bar{x}_0 - \bar{x}|$ ， \bar{x}_0 為邊界上之點， \bar{x} 為邊界上或區域內任一點。

積分方程式(4.1.15)及(4.1.16)式對不規則形狀之港池不易求得完整解析解，下節我們將利用邊界元素法求解波場。

4-1-2 邊界元素法

我們將引用邊界元素法做數值方法之計算，將港內區域II邊界 ∂B_2 ，切割為N個線段，N個中結點 (mid-node) (附圖4-1-2)，每個線段代表一個元素，我們將引用常數元素，假設每一個線段上每個點之 f_2 及 $\frac{\partial f_2}{\partial n}$ 皆為定值，而以線段中結點之值代表元素值，而元素上 $H_0^{(1)}$ ， $\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 之值將引用高斯積分法，直接計算，而結點 $i=1,2,3\dots N$ 編號一般以逆時鐘方向編排 (如圖4-1-2)。假設方程式(4.1.16)中之 \bar{x} 點為邊界上結點，則可化為下列矩陣方程式

$$[H_2]\{F_2\} = [G_2]\{P_2\} \quad (4.1.17)$$

式中 $[H_2]$ ， $[G_2]$ 皆為 $N \times N$ 矩陣，其矩陣元素 h_2^{ij} ， g_2^{ij} 分別定義為下列線積分 (line integral) 表示式

$$h_2^{ij} = b' \int_{\Gamma_j} \frac{\partial H_0^{(1)}(k_0r)}{\partial n_2} dS_j - \delta_{ij} \quad (4.1.18a)$$

$$g_2^{ij} = b' \int_{\Gamma_j} H_0^{(1)}(k_0r) dS_j \quad (4.1.18b)$$

式中 Γ_j 為第j個元素， $r = |\bar{x}_i - \bar{x}'_j|$ ， \bar{x}_i 為區域II邊界 ∂B_2 上元素之結點， $i=1,2,3\dots N$ ， \bar{x}'_j 為 Γ_j 元素上任一點， δ_{ij} 為克郎克函數 (Kronecker delta function)，而 $\{F_2\}$ 及 $\{P_2\}$ 為 $N \times 1$ 向量，其向量元素 f_2^i, p_2^i 分別定義為

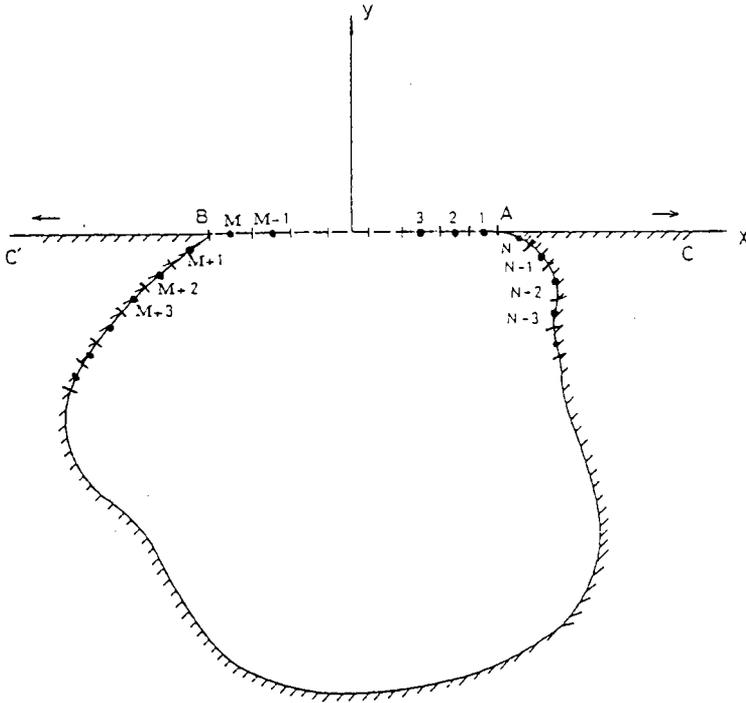


圖 4-1-2 邊界元素分割示意圖

$$f_2^i = f_2(\bar{x}_i) \quad (4.1.19)$$

$$p_2^i = \frac{\partial f_2(\bar{x}_i)}{\partial n_2} \quad (4.1.20)$$

對區域 I 之邊界 ∂B_1 而言, 即 X 軸上之平直海岸線, 邊界上 \bar{n}_1 之方向與正 Y 軸相同, 當方程式(4.1.15)之 \bar{x} 為 X 軸上之點, 則 r 方向與 X 軸平行, 且與 \bar{n}_1 (Y 軸) 垂直, 因此滿足

$$\frac{\partial H_0^{(1)}(k_0 r)}{\partial n_1} = 0 \quad (4.1.21)$$

式中 $r = |\bar{x}_i - \bar{x}'_j|$, \bar{x}_i 為 X 軸上任一結點, \bar{x}'_j 為 Γ_j 元素上任一點。

我們假設海岸線為不透水直立壁因此滿足

$$\frac{\partial f_s(\bar{x})}{\partial n_1} = 0, \quad \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC} \quad (4.1.22)$$

同理利用邊界元素分離化原理，將港口 \overline{AB} 切割為 M 個元素(附圖4-1-2)，並對應區域II相鄰邊界之結點， $i = 1, 2, \dots, M, M < N$ 。假設(4.1.15)式中 \bar{x} 點為邊界 \overline{AB} 上任一結點，則積分方程(4.1.16)可化為下列矩陣方程式

$$\{F_s\} = -[G_1]\{P_s\} \quad (4.1.23a)$$

式中 $[G_1]$ 皆為 $M \times M$ 矩陣，其矩陣元素 g_1^{ij} 定義同上為

$$g_1^{ij} = b' \int_{\Gamma_j} H_0^{(1)}(k_0 r) dS_j \quad (4.1.23b)$$

式中 $r = |\bar{x}_i - \bar{x}_j|$ ， \bar{x}_i 為 \overline{AB} 上之結點 $i=1, 2, 3, \dots, M$ ， \bar{x}_j 為 Γ_j 元素上任一點。 $\{F_s\}$ 及 $\{P_s\}$ 為 $M \times 1$ 向量，其向量元素 f_s^i, p_s^i 分別定義為

$$f_s^i = f_s(\bar{x}_i) \quad (4.1.24)$$

$$p_s^i = \frac{\partial f_s(\bar{x}_i)}{\partial n_1} \quad (4.1.25)$$

根據港內與外海二區界面連續條件(4.1.14a)及(4.1.14b)分別可表示為矩陣表示式

$$\{F_2^x\} = \{F_1\} + \{F_s\} \quad (4.1.26a)$$

及

$$\{P_2^x\} = -\{P_s\} \quad (4.1.26b)$$

式中向量 $\{F_1\}$ 為入射波及反射波波函數之和， $\{F_2^x\}$ 及 $\{P_2^x\}$ 上標為 x ，表示由區域II邊界在港口介面處 \overline{AB} 之結點所形成 $M \times 1$ 向量，又定義 $[G_2^0], [H_2^0], \{F_2^0\}$ 及 $\{P_2^0\}$ 上標為 0 ，表示在區域II邊界上除港口 \overline{AB} 處結點以外所形成 $N \times (N - M)$ 矩陣或 $(N - M) \times 1$ 向量，因此可定義：

$$[G_2] = [G_2^0 \ G_2^x], \quad [H_2] = [H_2^0 \ H_2^x] \quad (4.1.27a)$$

$$\{P_2\} = \begin{Bmatrix} P_2^0 \\ P_2^x \end{Bmatrix}, \quad \{F_2\} = \begin{Bmatrix} F_2^0 \\ F_2^x \end{Bmatrix} \quad (4.1.27b)$$

假設港池以多孔消波體設計做為港池內壁，則應滿足下列關係式

$$\{P_2^0\} = [A]\{F_2^0\} \quad (4.1.28a)$$

式中矩陣[A]之元素 a_{ij} 定義為

$$a_{ij} = \alpha^j \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \dots N - M \quad (4.1.28b)$$

α^j 為第j個元素上消波岸壁之阻尼係數。

由式(4.1.17) (4.1.23)及(4.1.26)可組合為：

$$\begin{bmatrix} Q_2^0 & H_2^x & G_2^x \\ 0 & I & G_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2^0 \\ F_2^x \\ -P_2^x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_t \end{Bmatrix} \quad (4.1.29)$$

式中I為單位矩陣，且

$$[Q_2^0] = [H_2^0] - [G_2^0][A] \quad (4.1.30)$$

矩陣方程式(4.1.29)計有N+M個方程式，港內邊界上波函數 f_2 有N個未知量及港口處 $\frac{\partial f_2}{\partial n_2}$ 有M個未知量，可利用高斯消去法求解。而港內任一點之波函數 $f_2(\bar{x})$ 可由表示式(4.1.16)求得，同理外海任一點之波函數 $f_1(\bar{x})$ 可由表示式(4.1.15)先求得散射波 $f_s(\bar{x})$ 。

港池擴大率R我們定義為港內任意點 \bar{x} 之振幅對港口處之入射波與反射波和之振幅(假設港口為封閉)的比值，表示如下：

$$R(\bar{x}) = \left| \frac{f_2(\bar{x})}{f_0(\bar{x}_0) + f_r(\bar{x}_0)} \right| \quad (4.1.31)$$

式中 \bar{x} 港內任一點， \bar{x}_0 為港口 \overline{AB} 中點。

4-2 不等水深不規則形狀港池波場計算—有限元素法模式

在緩變地形之港池波浪推算,如果地形變化甚為重要,為求得正確港內波高分佈,上節所介紹之等水深模式則不足以描述真正的物理現象。因此本節擬介紹以緩坡方程式為控制方程式之不等水波場推算模式。緩坡方程式數學上因為不能以解析法求得一簡易基本解,因此未能引用邊界元素法。本節將引用有限元素法之數值方法,以建立包括多孔消波體透水性邊界之港池波場推算。基本上本節之不等水模式將較上節之等水深模式適用範圍為廣,但等水深模式則較簡易方便。

4-2-1 基本方程式和邊界條件

考慮任意不規則形狀多孔岸壁港池,如圖4-2-1平面示意圖, x 軸置於海岸線上,原點為港口中心點,正 y 軸向外海方向。有限港池區(包括港內與港口處半徑 R_a 半圓區)稱區域 II,水深 $h_2(x, y)$ 為緩慢變化之不等水深區;港外區(稱區域 I)為外海無限範圍,為等水深區(水深 h_1),區域 I 與區域 II 之相連邊界為 ∂A 。假設滿足不可壓縮、無黏性及非旋流之條件因此存在流速勢(velocity potential) $\Phi_j(x, y, z, t)$, $j = 1, 2$ 分別滿足三維拉普拉氏方程式(Laplace equation)

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (4.2.1)$$

Φ_1, Φ_2 分別表示在區域 I 及區域 II 之流速勢。假設入射波 η 波向線與正 x 軸成 θ_0 角度(如圖4-2-1),其複數表示式為:

$$\eta_0(x, y, t) = a_0 e^{-i[k(x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) - \sigma t]} \quad (4.2.2a)$$

或

$$\eta_0(r, \theta, t) = a_0 e^{-i[kr \cos(\theta - \theta_0) - \sigma t]} \quad (4.2.2b)$$

式中 a_0 為波浪振幅(wave amplitude), $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, i = \sqrt{-1}$

k_0 為週波數(radian wave number), $k_0 = 2\pi/L, L$ 為波長(wave length)

σ 為週頻率(radian frequency), $\sigma = 2\pi/T, T$ 為波浪週期(wave period)

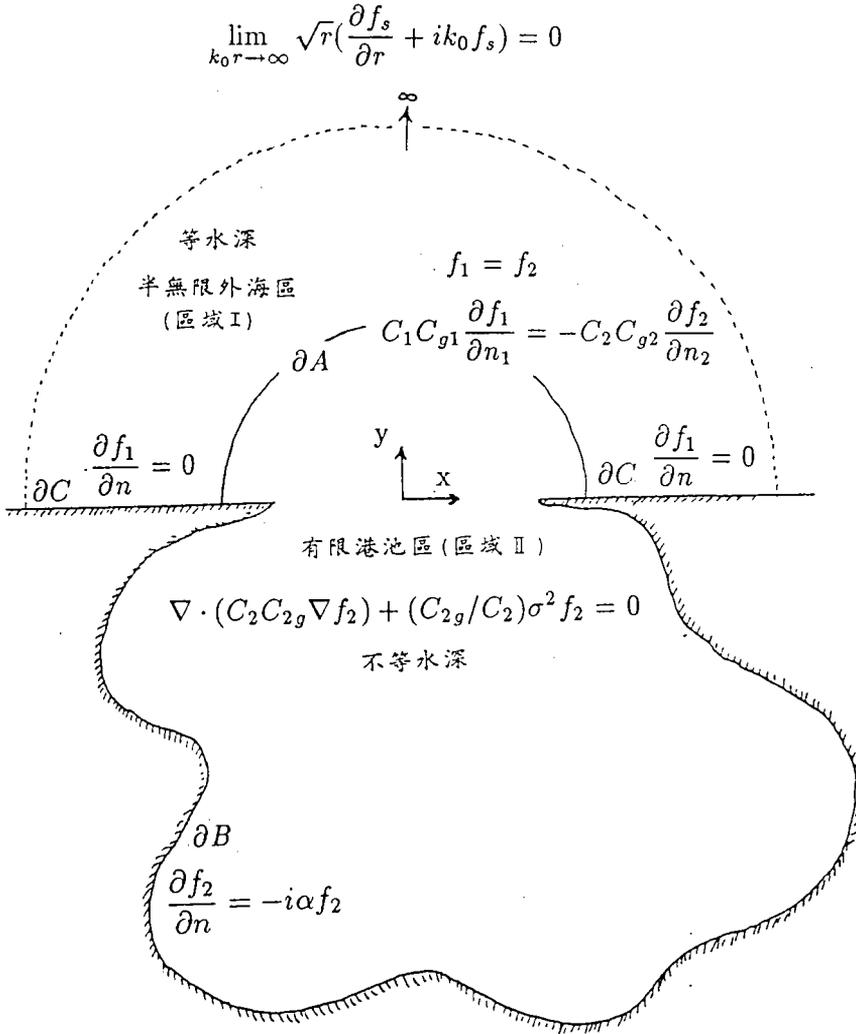


圖 4-2-1 混合元素法區域分割示意圖

區域 I 及區域 II 皆分別滿足線性自由表面動力邊界條件及運動邊界條件，
即

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad j = 1, 2, \quad z = 0 \quad (4.2.3a)$$

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + g \eta_j = 0, \quad j = 1, 2, \quad z = 0 \quad (4.2.3b)$$

式中 $\eta_1(x, y, t)$, $\eta_2(x, y, t)$ 分別表示在區域 I 及區域 II 之水位變化， g 為重力加速度。

上二式可合併為

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad j = 1, 2, \quad z = 0 \quad (4.2.3c)$$

基於入射波條件及線性理論，我們可假設水位變化 η_j 為週期性函數，可表示為

$$\eta_j(x, y, t) = f_j(x, y)e^{i\sigma t}, \quad j = 1, 2 \quad (4.2.4)$$

式中 f_1, f_2 分別稱為區域I及區域II之波函數(wave function)。

在外海區(區域I)為等水深區，假設海底不透水，則滿足

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = 0, \quad z = -h_1 \quad (4.2.5)$$

在有限港池區(區域II)為不等深區，同理假設海底不透水，則滿足

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \frac{\partial h_2}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \frac{\partial h_2}{\partial y} = 0, \quad z = -h_2(x, y) \quad (4.2.6)$$

在外海區(區域I)，根據控制方程式(4.2.1)，入射波條件(4.2.2)式，邊界條件(4.2.5)式及水位變化週期性條件(4.2.4)式，則流速勢 $\Phi_1(x, y, z, t)$ 可表示為：

$$\Phi_1(x, y, z, t) = A \cosh[k_0(h_1 + z)]f_1(x, y)e^{i\sigma t} \quad (4.2.7)$$

其中常數A定義為

$$A = \frac{ig}{\sigma \cosh(k_0 h_1)} \quad (4.2.8)$$

式中波函數 $f_1(x, y)$ 滿足下列荷姆茲方程式(Helmholtz equation)

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k_0^2 f_1 = 0 \quad (4.2.9)$$

且波數 k_0 滿足分散關係式(dispersion relation)

$$\sigma^2 = gk_0 \tanh(k_0 h_1) \quad (4.2.10)$$

在外海區(區域I)之波速為 $C_1 = L/T$, 群波速(group velocity)為 $C_{1g} = \kappa_1 C_1$
 式中

$$\kappa_1 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2k_0 h_1}{\sinh 2k_0 h_1} \right] \quad (4.2.11)$$

在有限港池區(區域II), 假設深度為緩慢變化, 流速勢 $\Phi_2(x, y, z, t)$ 表示為:

$$\Phi_2(x, y, z, t) = A\phi_2(x, y, z)e^{i\sigma t} \quad (4.2.12)$$

式中 ϕ_2 為波函數。

我們引用 Berkhoff(1974) 提出之一階緩坡方程式(mild slope equation):

$$\nabla \cdot (C_2 C_{2g} \nabla f_2) + (C_{2g}/C_2)\sigma^2 f_2 = 0 \quad (4.2.13a)$$

式中 $\cosh[k(h_2 + z)]f_2(x, y)$ 為波函數 $\phi_2(x, y, z)$ 之一階項。

$\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y})$ 二維梯度運算子, $C_2 = L/T$ 為波速, $C_{2g} = \kappa_2 C_2$ 為群波速(group velocity)。

$$\kappa_2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kh_2}{\sinh 2kh_2} \right] \quad (4.2.13b)$$

在淺水波(shallow water wave), $kh_2 \ll 1$, $C_2 = \sqrt{gh_2}$, $C_{2g} = C_2$, 則方程式(4.2.13)可簡化為

$$\nabla \cdot (h_2 \nabla f_2) + (\sigma^2/g)f_2 = 0 \quad (4.2.14)$$

在深水波(deep water wave), $kh_2 \gg 1$, $C_2 = g/\sigma$, $C_{2g} = 0.5C_2$, 則方程式(4.2.13)可簡化為荷姆茲方程式

$$\frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial y^2} + k^2 f = 0 \quad (4.2.15)$$

因此方程式(4.2.9)及方程式(4.2.13)分別為港外區及有限港池區之主要控制方程式。

假設外海岸線 ∂C 為直立不可穿透, 則 f_1 在海岸線垂直分量滿足

$$\frac{\partial f_1}{\partial n} = 0, \quad \partial C \quad (4.2.16)$$

外海地區之波函數 f_1 , 除包括入射波 f_0 及受海岸線反射之反射波 f_r , 還包括港內由港口向外散射之散射波 f_s , 表示為

$$f_1 = f_0 + f_r + f_s \quad (4.2.17)$$

散射波在無窮遠處, 滿足輻射條件 (Sommerfeld radiation condition)(4.1.9)

假設港池以多孔消波體設計為內壁, 則其邊界上 ∂B_1 應滿足多孔邊界條件(4.1.14)式。

在區域 I 及區域 II 之界面處 ∂A , 應分別滿足波函數及波函數之法線方向導數連續條件:

$$f_1 = f_2, \quad \partial A \quad (4.2.18a)$$

$$C_1 C_{g1} \frac{\partial f_1}{\partial n_1} = -C_2 C_{g2} \frac{\partial f_2}{\partial n_2}, \quad \partial A \quad (4.2.18b)$$

式中 \bar{n}_1 及 \bar{n}_2 分別表示區域 I 及區域 II 在界面向外法線方向之單位向量, $\bar{n}_1 = -\bar{n}_2$ 。

4-2-2 有限元素法

本節將使用混合有限元素法 (hybrid finite element method) (Chen 及 Mei, 1974), (Tsay 及 Liu, 1983) 以求解上述複雜邊界值問題。有限港池區域 II 為有限範圍, 切割為有限個三角形元素, 元素切割及編號, 例如圖 4-2-2 之矩形港池, 以求解結點上之未知波函數, 外海區域 I 為無限範圍, 我們則應用特徵函數 (eigenfunctions) 表示法 (Tsay 及 Liu, 1983), 將波函數 f_1 之各成份波 f_0 、 f_r 、 f_s 分別表示如下:

$$\begin{aligned}
 f_0(r, \theta) &= a_0 e^{-ik_0 r \cos(\theta - \theta_0)} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (-i)^n J_n(k_0 r) \cos[n(\theta - \theta_0)] \quad (4.2.19a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_r(r, \theta) &= a_0 e^{-ik_0 r \cos(\theta + \theta_0)} \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n (-i)^n J_n(k_0 r) \cos[n(\theta + \theta_0)] \quad (4.2.19b)
 \end{aligned}$$

$$f_s(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n H_n^{(1)}(k_0 r) \cos(n\theta) \quad (4.2.19c)$$

式中 $J_n(k_0 r)$ 為第一類 n 階貝索函數 (first kind n -th order Bessel function), μ_n 為未知係數。且

$$\epsilon = \begin{cases} 2, & n=0 \\ 1, & n=1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

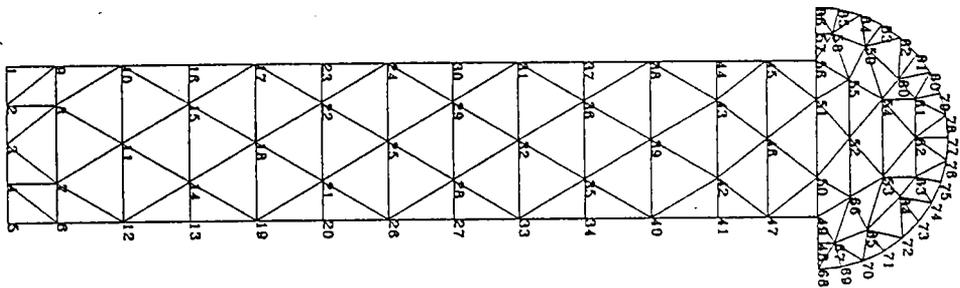


圖 4-2-2 矩形港池三角形元素分割示意圖

上述無窮級式收斂甚快,實際計算可取有限項。表示式(4.2.19a)、(4.2.19b)(4.2.19c)分別自動滿足海岸線不透水邊界條件(4.2.16)式及散射波邊界條件(4.1.9)式。根據變分法(calculus of variation)之極小化原理,上述控制方程式,邊界條件及區域分割原理(包括邊界連續條件),可得下列定態泛函數(stationary functional) J^s :

$$\begin{aligned}
 J^s(f_2, f_s) = & \int \int_{B_1} \frac{1}{2} [C_2 C_{2g} (\nabla f_2)^2 - (C_{2g}/C_2) f_2^2] dA \\
 & + \int_{\partial A} \frac{1}{2} C_2 C_{2g} f_s \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl \\
 & + \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_2 \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl \\
 & - \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_2 \frac{\partial f_0}{\partial n_2} dl \\
 & + \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_0 \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl \\
 & + \int_{\partial B_1} \frac{1}{2} \alpha C_2 C_{2g} f_2^2 dl
 \end{aligned} \tag{4.2.20}$$

利用有限元素法原理,將港池區域 II 之值域分割為 N 個三角形元素,每個元素之邊長以不超過 $1/10$ 波長為原則,並用一組線性形狀函數(shape function) $\Psi_i^e, i=1,2,3$ 表示元素 e 之波函數 f_2^e , 波速 C_2^e 及群波速 C_{2g}^e 如下:

$$f_2^e = \sum_{i=1}^3 \Psi_i^e f_{2i}^e, \quad e = 1, 2, 3 \dots N \tag{4.2.21a}$$

$$C_2^e = \sum_{i=1}^3 \Psi_i^e C_{2i}^e, \quad e = 1, 2, 3 \dots N \tag{4.2.21b}$$

$$C_{2g}^e = \sum_{i=1}^3 \Psi_i^e C_{gi}^e, \quad e = 1, 2, 3 \dots N \tag{4.2.21c}$$

式中 C_{2i}^e 及 C_{gi}^e 為元素 e , 結點 i 之已知波速及群波速值, f_{2i}^e 為元素 e , 結點 i 之未知波函數 f_2 值。將區域 I 波函數 f_0, f_r 及 f_s 之表示式(4.2.19)及區域 II 之每一局部元素波函數 f_2^e , 波速 C_2^e 及群波速 C_{2g}^e 值表示式(4.2.21), 代入泛函數

(4.2.20)式,整理可得下列全區域之矩陣方程式

$$\begin{aligned}
 J^o(f_2, \mu) &= \frac{1}{2} \{f_2\}_{1 \times N}^t [K_1]_{N \times N} \{f_2\}_{N \times 1} \\
 &+ \frac{1}{2} \{\mu\}_{1 \times q}^t [K_2]_{q \times q} \{\mu\}_{q \times 1} \\
 &+ \{f_2^*\}_{1 \times p}^t [K_3]_{p \times q} \{\mu\}_{q \times 1} \\
 &+ \{K_4\}_{1 \times p}^t \{f_2^*\}_{p \times 1} \\
 &+ \{K_5\}_{1 \times q}^t \{f_2^*\}_{p \times 1} \\
 &+ \frac{1}{2} \{f_2^\#\}_{1 \times M}^t [K_6]_{M \times M} \{f_2^\#\}_{M \times 1}
 \end{aligned} \tag{4.2.22}$$

式中第一項已知勁度矩陣 $[K_1]$ 及未知波函數向量 $\{f_2\}$, 由有限港池區 (區域 II) 所有三角元素之區域性矩陣 $[K_1^e]$ 及向量 $\{f_2^e\}$, $e=1, 2, \dots, N$ 所組成

$$\begin{aligned}
 I_1^e &= \frac{1}{2} \int \int_{B_1^e} [C_2^e C_{2g}^e (\nabla f_2^e)^2 - (C_{2g}^e / C_2^e) f_2^e] dA \\
 &= \frac{1}{2} \{f_2^e\}_{1 \times 3}^t [K_1^e]_{3 \times 3} \{f_2^e\}_{3 \times 1}, \quad e = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \tag{4.2.23}$$

式中 $\{f_2^e\}^t$ 為 $\{f_2^e\}$ 之轉置矩陣

$$\begin{aligned}
 [K_1^e]_{ms} &= \frac{1}{4\Delta^e} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{1}{12 - \delta_{ij}} \cdot C_{2i}^e C_{2gi}^e (b_m b_s + c_m c_s) \\
 &- \frac{\sigma^2 \Delta^e}{60} \lambda_{ms} \sum_{k=1}^3 \kappa_{2k} (1 + \delta_{mk} + \delta_{sk}), \quad m, s = 1, 2, 3
 \end{aligned} \tag{4.2.24}$$

其中 Δ^e 為元素 e 之面積

δ_{ij} 為克朗乃克函數 (Kronecker delta function).

$\kappa_{2i} = C_{2gi} / C_{2i}, i = 1, 2, 3$

$a_i, b_i, c_i, i = 1, 2, 3$ 為 e 元素線性形狀函數 ψ_i^e 之係數, 其定義為

$$\psi_i^e(x, y) = (a_i + b_i x + c_i y) / 2\Delta^e, \quad i = 1, 2, 3 \tag{4.2.25}$$

其中 (x_i, y_i) 為元素 e 之第 i 結點, $i=1, 2, 3$ 或以 i, j, k 表示任意三點

$$a_i = x_j y_k - y_j x_k \quad (4.2.26a)$$

$$b_i = y_j - y_k \quad (4.2.26b)$$

$$c_i = x_k - x_j \quad (4.2.26c)$$

式中第二項已知勁度矩陣 $[K_2]$ 及未知散射波函數向量 $\{\mu\}$ ，由下式定義

$$I_2 = \int_{\partial A} \frac{1}{2} C_2 C_{2g} f_s \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl + \frac{1}{2} \{\mu\}_{1 \times q}^t [K_2]_{q \times q} \{\mu\}_{q \times 1} \quad (4.2.27)$$

其中 q 為散射波漢克函數展開之項數， R_a 為界面 ∂A 半圓之半徑， H'_j 為 $H_j^{(1)}$ 之微分， $j=0,1,2,\dots,q-1$ 。

勁度矩陣 $[K_2]$ 為

$$[K_2]_{ms} = \pi R_a k_0 C_2 C_{2g} 0.5 H'_{m-1} H_{m-1}^{(1)} \epsilon_i \delta_{ms} \quad (4.2.28)$$

式中第三項已知勁度短矩 $[K_3]$ 及邊界 ∂A 上未知波函數向量 $\{f_2^*\}$ 則由下列表示式定義

$$I_3 = + \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_2 \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl = \{f_2^*\}_{1 \times p}^t [K_3]_{p \times q} \{\mu\}_{q \times 1} \quad (4.2.29a)$$

式中

$$\begin{aligned} [K_3]_{ms} &= -k_0 L_a C_2 C_{2g} H'_s [\cos(s-1)\theta_{m-2} + \cos(s-1)\theta_{m-1}], \quad 2 \leq m \leq p-1, 2 \leq s \leq q \\ &= -k_0 L_a C_2 C_{2g} H'_0, \quad 2 \leq m \leq p-1, \quad s=1 \\ &= -0.5k_0 L_a C_2 C_{2g} H'_s \cos(s-1)\theta_m, \quad m=1, p \quad 2 \leq s \leq q \\ &= -0.5k_0 L_a C_2 C_{2g} H'_0, \quad m=1, p \quad s=1 \end{aligned} \quad (4.2.29b)$$

其中

$L_a = \frac{\pi R_a}{p-1}$, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{p-1}$ 為界面 ∂A 半圓上 $p-1$ 個結點之角度。

式中第四項已知向量 $\{K_4\}$ 則由下列表示式定義：

$$\begin{aligned} I_4 &= - \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_2 \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl \\ &= \{K_4\}_{1 \times p}^t \{f_2^*\}_{p \times 1} \end{aligned} \quad (4.2.30a)$$

式中

$$\begin{aligned} \{K_4\}_m &= -0.5k_0 L_a C_2 C_{2g} (u_{m-1} + u_m), \quad 2 \leq m \leq p-1 \\ &= u_1, \quad m = 1 \\ &= u_{p-1}, \quad m = p \end{aligned} \quad (4.2.31a)$$

$$\begin{aligned} u_m &= i \cos(\theta_m - \theta_0) e^{ik_0 R_a \cos(\theta_m - \theta_0)} \\ &+ i \cos(\theta_m + \theta_0) e^{ik_0 R_a \cos(\theta_m + \theta_0)}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, p-1 \end{aligned} \quad (4.2.31b)$$

式中第五項已知向量 $\{K_5\}$ 則由下列表示式定義：

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_{\partial A} C_2 C_{2g} f_0 \frac{\partial f_s}{\partial n_2} dl \\ &= \{K_5\}_{1 \times q}^t \{\mu\}_{q \times 1} \end{aligned} \quad (4.2.32a)$$

式中

$$\begin{aligned} \{K_5\}_m &= 2\pi k_0 R_a C_2 C_{2g} i^{m-1} J_{m-1} H'_{m-1} \cos[(m-1)\theta_0], \quad 2 \leq m \leq p \\ &= 2\pi k_0 R_a C_2 C_{2g} J_0 H'_0, \quad m = 1 \\ & \quad m = 1, 2, 3, \dots, p-1 \end{aligned} \quad (4.2.32b)$$

式中最後項已知勁度矩陣 $[k_6]$ 及邊界 ∂B_1 上未知波函數向量 $\{f_2^\#\}$ ，則由邊界 ∂B_1 上之 s 個線性元素 $e=1, 2, 3, \dots, s$ 區域性矩陣 $[K_6^e]$ 及 $\{f_2^{\#e}\}$ 所組成：

$$\begin{aligned} I_6 &= + \int_{\partial B_1^e} \frac{1}{2} \alpha C_2 C_{2g} f_2^2 dl \\ &+ \frac{1}{2} \{f_2^{\#e}\}_{1 \times 2}^t [K_6^e]_{2 \times 2} \{f_2^{\#2}\}_{2 \times 1} \end{aligned} \quad (4.2.33)$$

式中

$$\begin{aligned}
 [K_6^e]_{11} &= \alpha L_b^e \left(\frac{1}{5} C_{21}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{20} C_{21}^e C_{2g2}^e + \frac{1}{20} C_{22}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{30} C_{22}^e C_{2g2}^e \right) \\
 [K_6^e]_{22} &= \alpha L_b^e \left(\frac{1}{30} C_{21}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{20} C_{21}^e C_{2g2}^e + \frac{1}{20} C_{22}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{5} C_{22}^e C_{2g2}^e \right) \\
 [K_6^e]_{12} &= \alpha L_b^e \left(\frac{1}{20} C_{21}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{30} C_{21}^e C_{2g2}^e + \frac{1}{30} C_{22}^e C_{2g1}^e + \frac{1}{20} C_{22}^e C_{2g2}^e \right) \\
 [K_6^e]_{21} &= [K_6^e]_{12}
 \end{aligned} \tag{4.2.34}$$

其中 L_b^e 為線性元素 e 之長度

C_{2i} 及 C_{2gi} , $i = 1, 2$ 分別為線性元素 e 兩端結點之值, 而線性元素 e 之形狀函數 ψ_i^e , $i = 1, 2$ 定義為

$$\psi_1(\bar{x}) = 1 - \bar{x}/L_b \tag{4.2.35a}$$

$$\psi_2(\bar{x}) = \bar{x}/L_b \tag{4.2.35b}$$

\bar{x} 為線性元素 e 上任一點

最後為簡化矩陣方程式我們將未知向量 $\{f_2\}_{1 \times N}$ 與 $\{\mu\}_{1 \times q}$ 合併為 $\{x\}_{1 \times n}$:

$$\{x\}_{1 \times n} = [\{f_2\}_{1 \times N} \{\mu\}_{1 \times q}] \tag{4.2.36}$$

其中 $n = N + q$

將已知勁度矩陣 $[K_1], [K_2], [K_3]$ 及 $[K_6]$ 依結點位置合併為大勁度矩陣 $[K]$ 示意如下

$$[k]_{n \times n} = \begin{bmatrix} & & 0 \\ K_1 & (K_6) & \\ 0 & K_3 & K_2 \end{bmatrix} \tag{4.2.37}$$

最後將已知向量 $\{K_4\}^t$ 及 $\{K_5\}^t$ 合併為向量 $\{b\}^t$

$$\{b\}_{1 \times n} = [\{0\}_{1 \times (n-p)} \{K_4\}_{1 \times p} \{K_5\}_{1 \times q}] \tag{4.2.38}$$

因此矩陣方程式(4.2.22)可簡化為

$$J^s(x) = \frac{1}{2} \{x\}_{1 \times n}^t [K]_{n \times n} + \{b\}_{1 \times n}^t \{x\}_{n \times 1} + constant \quad (4.2.39)$$

而定態泛函數 J^s 極小化產生於：

$$\frac{\partial J^s}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \dots n \quad (4.2.40)$$

式中 $x_i, i = 1, 2, 3 \dots n$ 為有限港池區域 II 之結點

將(4.2.39)代入(4.2.40)可得

$$[K]_{n \times n} \{x\}_{n \times 1} = \{b\}_{n \times 1} \quad (4.2.41)$$

這是一個包括 n 個未知數, n 個方程式之矩陣方程式, 可由高斯消去法 (Gaussian elimination) 求解。

4-2-3 局部型式及標準型式輻射邊界條件比較

在港池波場計算, 為引用 Sommerfed 輻射條件於海域無窮遠邊界上, 數值計算時常將計算區域分割為有限港池區及外海區, 例如 Tsay 及 Liu(1983), 歐等 (1990), 而且外海區必需限定為等水深區。區域分割使計算過程複雜化, 外海等水深假設, 則常造成實際應用時, 計算區域必需擴大, 或無法引用之情形發生。為克服此些難題, 我們引用類似陳和蔡 (1990) 局部型式輻射條件, 以取代原來標準型式輻射條件 (4.1.9) 式。局部型式輻射條件為適當設定外海邊界 ∂A 使邊界上點滿足正交方向與散射波傳輸之方向相同, 即在邊界 ∂A 上散射波 ϕ_s 滿足下列局部型式輻射邊界條件：

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial n} + ik_0 \phi_s = 0, \quad on \quad \partial A \quad (4.2.42)$$

因此計算海域僅為單一區域 (區域 II), 其波函數 ϕ_1 可分為入射波 (反射波) 及散射等二個成份波。此法將簡化及縮小勁度矩陣大小, 但基於選取邊界須符合正交方向與散射傳播方向相同之條件不易, 人為邊界 ∂A 之選定甚為重要。根據 Tsay 及 Liu(1983) 混合元素法原理, 顯示在引用原來標準型式輻射條件下, 滿足邊界外海等水深假設即可, 以上述等深矩形港池為例, 人為邊界 A 半

徑之大小設定差異並不明顯。但局部輻射邊界條件將原來無窮遠輻射條件，內移到有限區域外圍，基本上是不可能造成誤差的，我們將探討在引用局部輻射條件下，人為邊界之半徑大小對數值計算之影響。圖4-2-3為在縱深 $l=12.25$ 英吋，寬 $b_1=2.48$ 英吋，等水深 $h=10.128$ 英吋之矩形不透水港池底端A點，第一共振點位置($kl=1.3$)，局部輻射條件計算之擴大率值與標準輻射條件計算之擴大率值誤差百分比對人為邊界半徑 R_a/L 分佈情形，顯示兩者關係近似線性變化，而在根據外插原理， R_a/L 接近0.2時與標準輻射條件計算結果誤差不明顯。

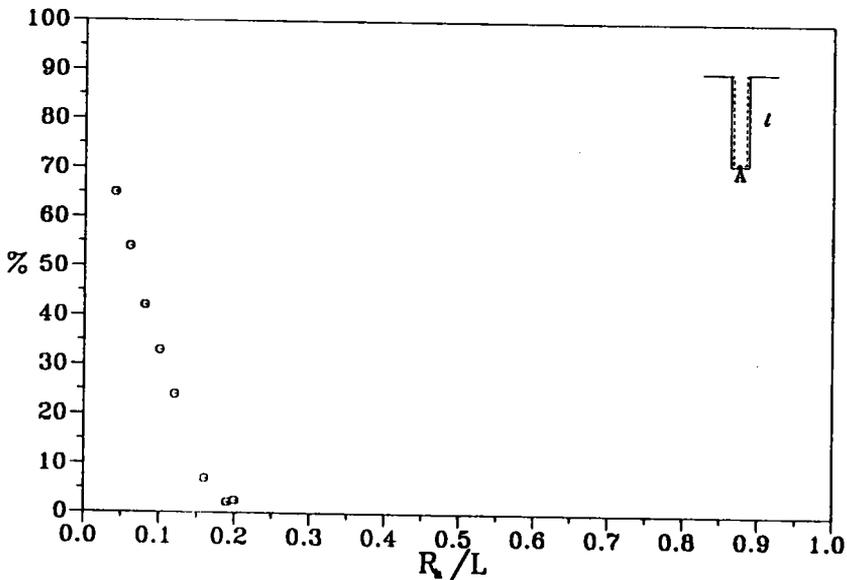


圖4-2-3矩形港池底端A點($k_0l=1.3$)局部輻射條件計算之擴大率值與標準輻射條件計算之擴大率值誤差百分比對人為邊界半徑 R_a/L 分佈情形

陳及蔡(1990)應用局部輻射條件探討圓島折繞射問題(水深呈拋物線分佈)，他們發現外圍人為局部輻射邊界半徑為0.2波長時，數值計算與原本標準輻射條件結果比較誤差甚大，而在半徑為一波長時，誤差在4%以內。

局部輻射邊界條件之收斂性，應用在上述港池共振及結構物折繞射二個例子，顯然不相同。矩形港池共振問題在離1/5波長處，即近於滿足輻射條件，但結構物問題則在離一波長處，才近於滿足輻射條件。基本上滿足輻射條件位置應與相對波長、水深分佈、港池或結構物尺度大小等有關。而在較複雜不規則港池或地形，其收斂性於實際應用時得需再作進一步的探討。

4-3 邊界元素法模式與有限元素法模式比較

我們將取用縱深 12.25 英吋, 寬 2.48 英吋, 等水深 10.128 英吋之矩形不透水港池, 針對本文之邊界元素法數值解, Lee(1969)之理論解及其邊界元素法數值解, Tsay 及 Liu(1983)有限元素法數值解(本文之有限元素法數值解), 做深入的檢驗因波浪引起港池共振之差異處。

圖 4-3-1 為在港池底端點處無因次波數 kl 與擴大率 R , 在不同數值解, 理論解及實驗值分佈情形, 在第一共振點位置 ($kl=1.3$) 之擴大率值, Lee (1969) 之數值解與 Lee (1969) 實驗值或 Ippen 及 Goda(1963) 甚為吻合, 但遠較 Lee(1969) 之理論值為小, Tsay 及 Liu(1983) 之數值解、Lee(1969) 理論解、Mattioli 及 Tinti(1979)、本文之邊界元素法數值解, 卻甚為相近。為何會造成這些差異呢? 我們將依序介紹各種方法之計算過程, 找出原因之所在。

4-3-1 各種數值方法、理論解及試驗結果比較

Lee(1969) 之理論解, 針對簡單矩形港池引用變數分離法 (separation of variables) 代入 Laplace 方程式直接求解。計算過程使用的唯一簡化條件為假設矩形開口處之 $\phi, \frac{\partial\phi}{\partial n}$ 為常數。在前述小開口矩形港池, 從各種方法計算結果顯示, 此假設基本上是合理的, 誤差應不明顯, Lee(1969) 則認為此項假設為造成其數值解與理論解差異所在, 我們於下將做進一步的探討。

Lee(1969) 引用邊界元素法解析, 元素分離化過程, 邊界分割為有限個線段(元素), 每個線段上, 假設 $\phi, \frac{\partial\phi}{\partial n}, H_0^{(1)}, \frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 皆為常數, 而以線段中點代表其值。最後化積分方程式 (5) 為二個矩陣方程式, 再利用介面連續條件 (6) 式, 即可求得波場, 當 $x_0 \rightarrow x$ 時, $r \rightarrow 0$, 函數 $H_0^{(1)}(k_0 r)$ 為奇異點, 以解析解特別處理。基本上 Lee (1969) 雖然使用類似常數元素觀念, 但事實上一般邊界元素法如 Brebbia (1984), Brebbia et al. (1984), 在引用常數元素時, 僅假設未知數 $\phi, \frac{\partial\phi}{\partial n}$ 在常數元素上為常數, 而 Green 函數基本解 $H_0^{(1)}, \frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$, 因函數特性變化較複雜而不假設為常數, 直接可由數值計算而得。以下我們將指出 Lee(1969) 數值解較理論解為小之原因。

本文引用邊界元素法, 使用常數元素, 即假設未知數 ϕ 及 $\frac{\partial\phi}{\partial n}$, 在每個元素上為常數。 $H_0^{(1)}$ 及 $\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 在局部元素之積分則由高斯積分法 (Brebbia, 1984) 直接

計算。本法數值計算結果如圖3,第一共振點之擴大率與Lee(1969)之理論值, Tsay及Liu(1983)及Mottioli及Tinti(1979)數值計算值甚為相近。基於以上分析顯示Lee(1969)之數值計算結果,雖然與實驗值最為接近。但為常數元素上取用 $H_0^{(1)}$ 及 $\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 為定值所造成誤差,而非Lee(1969)所言,其解析理論解過程因假設港口處 ϕ 及 $\frac{\partial \phi}{\partial n}$,為定值所致。

Chen及Mei(1974)、Tsay及Liu(1983)、歐等(1990)使用混合元素法,在有限元素部分採用線性三角形元素,邊界入射波及反射波由Bessel函數展開,散射波由Hankel函數展開,基本上數值原理與邊界元素法相似,計算結果相近甚為合理。

4-3-2 討論

Lee(1969)、Ippen及Goda(1963)針對上述狹小型矩形港池分別做波浪引起之港池共振試驗,由圖4-3-1顯示二者之趨勢一致,在第一及第二共振點之擴大率亦相近。第一共振點擴大率試驗值約為6.2,遠較理論值或數值計算值7.9為小。本文認為造成此差異可能原因有二:一為模型試驗系統內為實際流體,難免有黏滯性效應及港口水頭之能量損失情形發生, Tsay et al. (1989)在考慮能量消散效應,在適當取用摩擦係數,可得到與試驗相近之計結果,不過其真正之能量消散誤差雖然不大,但顯然不易估計。另一個誤差則因為試驗值在第一個共振點處,有明顯之雙尖峰存在,原因可能為波浪之非線性效應(nonlinear effects)。由以上之比較分析,本文相信以各種數值方法,除Lee(1969)數值方法,因在常數元素假設Green函數 $H_0^{(1)}$, $\frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 為常數不合理造成較大誤差外,其他應用於計算港池共振問題是可以接受的。

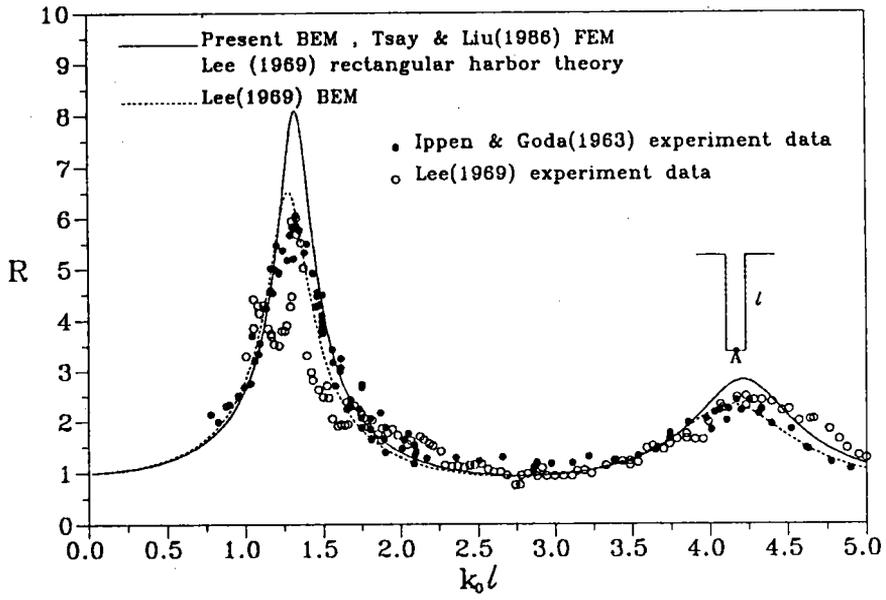


圖4-3-1矩形港池底端A點處擴大率R與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

第五章 多孔消波岸壁港池之波能消散現象

此章本文將應用上述之多孔消波體設計於港池岸壁，並引用上一章介紹之等水深數值模式，及第二章多孔消波體之解析結果做為消波體岸壁邊界條件，以探討多孔岸壁港池或多孔消波體港池之波能消散情形，並且與不透水岸壁港池作一比較。

5-1 多孔岸壁港池之岸壁邊界條件

根據第二章自由表面多孔岸壁在半無限長區域，受斜向波浪作用（入射角 θ_0 ）之壁前波函數式(2.3.1)可表示為

$$\phi_1(0^-, z) = (1 + R_0)A \cosh[k_0(h + z)] \quad (5.1.1)$$

式中常數 A 定義如(2.2.4b)，h 為水深， k_0 為入射波波數， R_0 定義如(2.3.4a)式。且由(2.3.1)可得

$$\frac{\partial \phi_1(0^-, z)}{\partial x} = -i\bar{k}_0(1 - R_0)A \cosh[k_0(h + z)] \quad (5.1.2)$$

因此壁前之邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = -i\bar{k}_0 \frac{1 - R_0}{1 + R_0} \phi_1, \quad x = 0^- \quad (5.1.3)$$

或可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \nabla \phi_1 \cdot \vec{n} = -i\alpha_1 \phi_1, \quad x = 0^- \quad (5.1.4)$$

式中

$$\alpha_1 = \bar{k}_0 \frac{R_0 - 1}{R_0 + 1} = \frac{-\bar{k}_0 \bar{G}_0 \tan(\bar{k}_0 d)}{\tan(\bar{k}_0 d) - i\bar{G}_0} \quad (5.1.5)$$

其中 α_1 稱阻尼係數 (impedance coefficient)， α_1 一般為複數； $\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$ 為入射波修正波數，d 為消波室寬度， \vec{n} 為垂直多孔岸壁向外方向之單位向量（與正 x 軸反相）， \bar{G}_0 為斜向多孔影響參數 (inclined porous-effect parameter)，定義如(2.3.5)式。

假設消波室寬度 $\bar{k}_0 d = \pi/2 + n\pi, n = 0, 1, 2, \dots$ ，反射波最小，則(5.1.4)式可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -i\alpha_2 \phi_1, \quad x = 0^- \quad (5.1.6)$$

式中

$$\alpha_2 = -\bar{k}_0 \bar{G}_0 \quad (5.1.7)$$

此處阻尼係數 α_2 為實數，而 α_1 一般為複數（包括實部及虛部）。假如(5.1.5)式中阻尼係數 α_1 之分母虛部 \bar{G}_0 遠大於實部 $|\tan(\bar{k}_0 d)|$ ，則 α_1 可化為純虛數。

同樣根據第二章剛性表面多孔岸壁在半無限長區域，受斜向波浪作用，假設各區域之波函數表示式僅取一階，即 $N=1, M=1$ 則根據消波體前之波函數表示式(2.3.1)，壁前之邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -i\alpha_3 \phi_1, \quad x = -b \quad (5.1.8)$$

式中阻尼係數 α_3 為

$$\alpha_3 = \frac{-\bar{k}_0 \bar{G}_0 N'_{01} N'_{01} \bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d)}{N'_{01} N'_{01} \bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d) + iY_{00} \bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d) M'_{11}} \quad (5.1.9)$$

其中斜向多孔影響參數 \bar{G}_0 、特徵值 \bar{I}_1 、 N'_{01} 、 M'_{11} 及 Y_{00} 分別定義如(2.3.5)、(2.4.3a)、(2.4.5a)、(2.4.5b)及(2.5.2)式。假如(5.1.9)式中阻尼係數 α_3 之分母虛部絕對值遠大於實部，則 α_3 變為純虛數。反之 α_3 之分母實部絕對值遠大於虛部，則 α_3 變為實數。

在剛性表面多孔岸壁，Chwang et al. (1990) 假設消波室內動壓力為零，則其邊界條件表示式可表示如同(5.1.6)式。

邊界條件表示(5.1.4)、(5.1.6)及(5.1.8)為本章擬探討多孔岸壁港池之重要邊界。 α_1 為自由表面多孔岸壁港池邊界之阻尼係數，消波室寬度不為四分之一波長時， α_1 為包括實部及虛部之複數。消波室寬度為四分之一波長時，阻尼係數 α_2 則為實數。 α_3 則為剛性表面多孔岸壁港池邊界之阻尼係數，一般情形也為複數。

5-2 多孔消波體港池岸壁之邊界條件

同樣自由表面多孔消波體放置於半無限長區域，受波浪正向作用時，如第二章若在平面波之假設條件下，消波體前之波函數式(2.2.35)可表示為

$$\phi_1(-b, z) = (1 + R_0)A \cosh[k_0(h + z)] \quad (5.2.1)$$

式中 R_0 定義如(2.2.38a)式。且

$$\frac{\partial \phi_1(-b, z)}{\partial x} = -i\bar{k}_0(1 - R_0)A \cosh[k_0(h + z)] \quad (5.2.2)$$

因此消波體前之邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -i\alpha_4 \phi_1, \quad x = -b \quad (5.2.3)$$

式中阻尼係數 α_4 為

$$\alpha_4 = \frac{\bar{k}_0(\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^- - \lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ + \lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^-)}{\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^- + \lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^-} \quad (5.2.4)$$

其中 $\lambda_1^\pm, \lambda_2^\pm, \lambda_3^\pm$ 定義如(2.2.40c), (2.2.40d), (2.2.40e)式。

剛性表面多孔消波體放置於半無限長區域受波浪作用時，如第二章假設各區域之波函數表示式僅取一階，即 $N=1, M=1$ 則跟據消波體前之波函數表示式(2.2.35)，壁前之邊界條件可表示為

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial n} = -i\alpha_5 \phi_1, \quad x = -b \quad (5.2.5)$$

式中阻尼係數 α_5 為

$$\alpha_5 = \frac{\bar{k}_0(\lambda_4^- \lambda_7 - \lambda_6^- \lambda_5 - \lambda_4^+ \lambda_7 + \lambda_6^+ \lambda_5)}{\lambda_4^- \lambda_7 - \lambda_6^- \lambda_5 + \lambda_4^+ \lambda_7 - \lambda_6^+ \lambda_5} \quad (5.2.6)$$

其中 $\lambda_4^\pm, \lambda_5, \lambda_6^\pm, \lambda_7$ 定義如(2.4.10)式。

邊界條件表示(5.2.3)及(5.2.5)為本章擬探討多孔消波體港池之重要邊界。 α_4 為自由表面多孔消波體港池邊界之阻尼係數， α_5 為剛性表面多孔消波體港池邊界之阻尼係數，一般皆為複數。

阻尼係數 (impedence coefficient) α , 與入射波作用於消波岸壁之角度, 入射波與反射波間之相位差, 壁前反射係數等有關, 其物理上表示在消波岸壁邊界上波能轉換及消滅之特性。 α 為複數, 可表示為 $\alpha = Re(\alpha) + iIm(\alpha)$, $Re(\alpha)$ 為實部, 而 $Im(\alpha)$ 為虛部。假設入射波斜向作用於消波岸壁 (入射角 θ_0), 其水位變化如 (2.2.25) 式, 反射波之水位變化如 (2.2.41) 式, 入射波與反射波差相差為 ϵ_r , 反射係數 (反射波高與入射波高比值) 為 C_r , 則阻尼係數 α 之實部 $Re(\alpha)$ 及虛部 $Im(\alpha)$ 可分別表示為

$$Re(\alpha) = -\frac{(1 - C_r^2)k_0 \cos \theta_0}{1 + C_r^2 + 2C_r \cos \epsilon_r} \quad (5.2.7a)$$

$$Im(\alpha) = -\frac{2C_r k_0 \sin \epsilon_r \cos \theta_0}{1 + C_r^2 + 2C_r \cos \epsilon_r} \quad (5.2.7b)$$

表示式 (5.2.7) 顯示, 若入射波與反射波無相位差存在 ($\epsilon_r = 0$), 則 $Im(\alpha) = 0$, α 為實數, 因此阻尼係數之虛部主要決定相位差是否存在, 若有相位差存在, 則 $Im(\alpha)$ 必不為零; 此時若反射係數 $C_r = 1$ (即不透水直立壁), 則 $\alpha = 0$; 若反射係數 $C_r = 0$ (完全吸收壁), 則 $\alpha = -k_0 \cos \theta_0$, 阻尼係數之實部主要為影響波能消散之大小。

Tsay et al. (1989) 及 Chen (1986), 在假設無相位差 ($\epsilon_r = 0$) 及正向波作用 ($\theta_0 = 0$) 之條件下, 阻尼係數為實數可表示為

$$\alpha = -k_0 \frac{1 - C_r}{1 + C_r}, \quad 0 \leq C_r \leq 1 \quad (5.2.8)$$

表示式 (5.2.8) 中之阻尼係數 α 僅與反射係數 C_r 、波數 k_0 有關。

對上述之邊界條件應用於不規則形狀消波體港池, 有二個基本假設條件, 在此做說明。第一為平面波條件或僅取第一階之簡化條件, 對自由表面型態多孔岸壁, 基本上已理論證明符合平面波之假設; 自由表面型態多孔消波體, 在摩擦係數 f 不大之條件, 也能符合此條件, 但 f 較大時, 平面波之假設, 則可能產生較大之誤差。剛性表面型態多孔消波體或剛性表面型態多孔岸壁, 為求得邊界條件之解析解表示式, 本文僅取至第一階表示式, 而忽略高階項。其次假設波浪皆正向作用於港池消波體岸壁, 根據第二章之解析結果, 波浪作用於多孔消波體之波向為一個影響因素。但因為波浪進入港池內後, 因繞射或折射

之影響，波浪作用於岸壁之方向甚為困難求得，事實上如港池形狀為不規則，波浪在港內將可能發生多次反射，此情形則將無法求得，因此為簡化數值計算，僅取用正向作用之條件。

5-3 多孔岸壁港池能量消散特性

5-3-1 自由水面型態多孔岸壁港池

為方便與 Lee(1969)、Tsay 及 Liu (1983) 等學者之不透水岸壁港池之結果比較，考慮縱深 $l=12.25$ 英吋，寬 $b_1=2.48$ 英吋，等水深 $h=10.128$ 英吋全開口矩形港池(示意圖如圖 5-3-1)，假設外海之海岸線為不透水直立壁，向 x 軸兩側平直延伸，港池內壁則採用自由水面型態多孔岸壁設計。本文將探討從外海遠處垂直海岸線入射之不同週期波浪作用下，不同型態港壁設計之港池共振曲線變化，以了解此種多孔岸壁港池之波能消散變化。

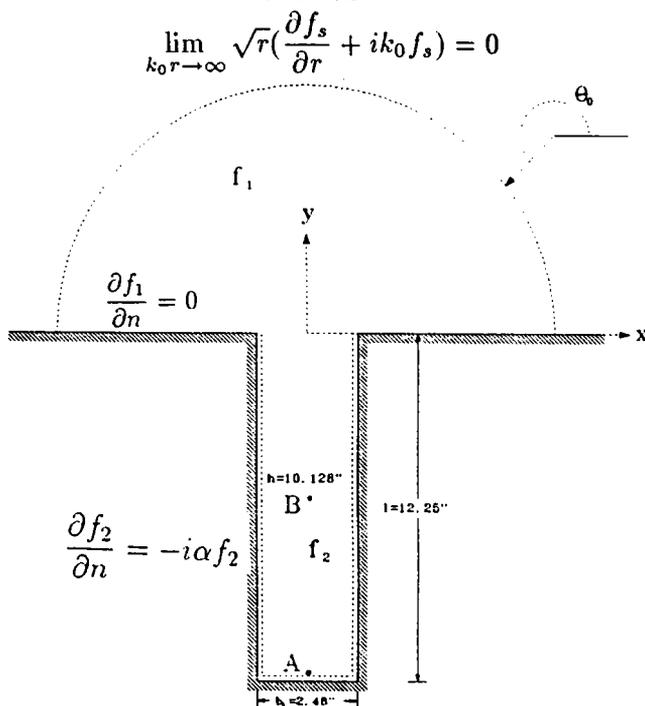


圖 5-3-1 矩形港池平面圖

此處將取矩形港池底端中點 A 及港池中央 B 點二點(如附圖 5-3-1)做為共振曲線變化之觀測點。圖 5-3-2 為幾種不同多孔影響參數 G_0 當 $d/L=0.25$ 時自由水

面型態多孔岸壁港池在港池底部 A 點處擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 之相關曲線； $d/L=0.25$ 時，段面水槽之自由水面型態多孔岸壁前反射波最小，阻尼係數 α 為實數，其表示式如(5.1.7)；當 $G_0=0$ ($C_r = 1, \alpha = 0$) 時之曲線相當於不透水直立壁港池；當於 $G_0=0$ 時，在第一共振點 $k_0 l=1.32$ 處，擴大率 R 為 8.1，根據 Lee(1969) 之模型試驗值約為 6.3 (圓點為 Lee(1969) 之試驗值)，而有關數值之計算精確驗證於第四章已說明甚詳細。當 $G_0 \neq 0$ 港壁變為具有消滅波能之部份反射體。在 $G_0=0.01$ ($C_r = 0.98, \alpha = -0.01k_0$) 港池底端 A 點其第一共振點擴大率 R 減為 5.1，共振週期不變；當 $G_0=0.03$ ($C_r = 0.90, \alpha = -0.03k_0$)，共振點在 $k_0 l=1.31$ ，擴大率 R 再減為 2.9，而當 G_0 值再增大為 $G_0=0.3$ ($C_r = 0.70, \alpha = -0.3k_0$) 共振點已不存在，擴大率之值小於 1，而在 $G_0=1$ ($C_r = 0, \alpha = -k_0$) 時擴大率已甚小，波能幾乎已完全消散。其次在第二共振點 $k_0 l=4.2$ 處，不透水直立壁港池 ($G_0 = 0, C_r = 1$)，擴大率 R 值為 2.80，Lee(1969) 之試驗值約為 2.3。而 G_0 值增大為 $G_0=0.01$ ($C_r=0.98$) 時 A 點之擴大率 R 減為 2.32，但在 $G_0=0.03$ ($C_r=0.90$) 時第二共振點並無偏移現象，擴大率 R 減為 1.71，同樣 $G_0=0.30$ ($C_r=0.70$) 時共振點不存在，而在 $G_0=1.0$ 時對任何 $k_0 l$ ，波能幾乎完全消散。

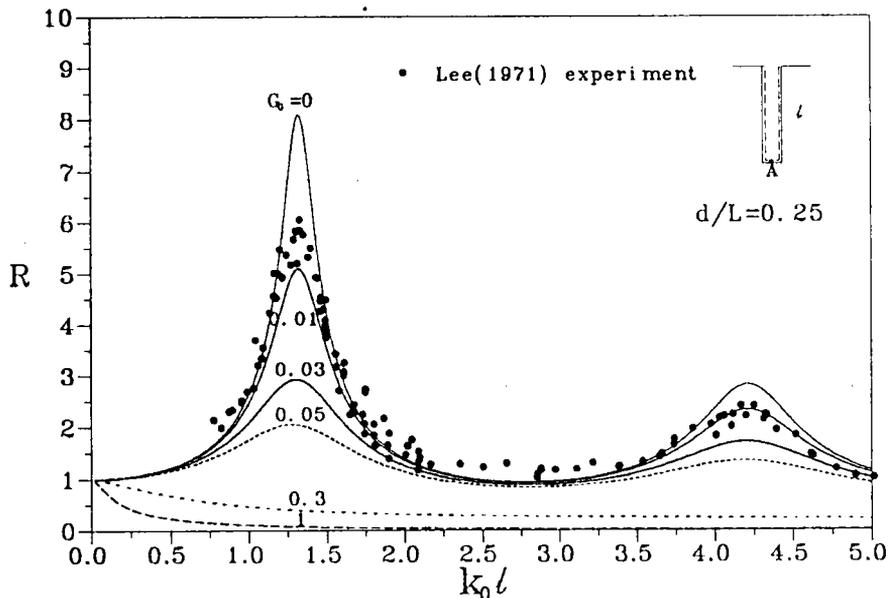


圖 5-3-2 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.25$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

圖 5-3-3 則為幾種不同多孔影響參數 G_0 當 $d/L=0.25$ 時自由水面型態多孔岸壁港池在港池中央 B 點處擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 之相關曲線，同樣與上述 A 點之第一共振點位置相同，落在 $k_0\ell=1.32$ 處，不透水直壁港 $G_0=0$ ($C_r=1$) 擴大率為 6.38，而 $G_0=0.01$ ($C_r=0.98$) 時 A 點之第一共振點些微左移在 $k_0\ell=1.30$ ，擴大率為 4.03，當 $G_0=0.03$ ($C_r=0.90$) 第一共振點又左移些在 $k_0\ell=1.25$ ，擴大率減為 2.34，同樣 $G_0=0.3$ ($C_r=0.70$) 共振點不存在，擴大率小於 1，而當 $G_0=1$ 時波能幾乎完全消散。港池中央 B 點之第二共振點因擴大率之值又較底部 A 點第二共振點之處之值為小，因此隨 G_0 之增加擴大率迅速的減小。當 $k_0\ell=3.2$ 時，不透水直立壁港池中央為靜水位節點處，但隨 G_0 值之增大，節點現象消失愈明顯，而在較 G_0 大值時，節點效應完全消失。

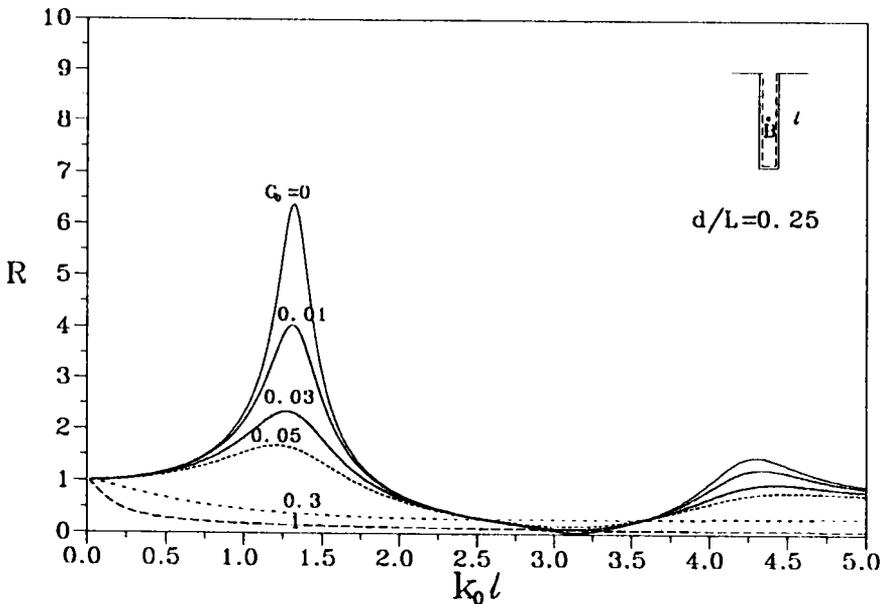


圖 5-3-3 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.25$ 在港池中央 B 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 相關曲線圖

從以上分析顯示隨 G_0 之些微增加，阻尼係數 $\alpha = -G_0k_0$ 之絕對值也隨其增大，因此共振點之擴大率快速的減小，但共振點隨 G_0 之增大，雖然有小的左移，但並不很明顯，其原因則為阻尼係數之虛部為零，相位影響不明顯。圖 5-3-4 為在港池底部 A 點第一共振點處 $k_0\ell=1.32$ ，擴大率 R 與 G_0 值相關曲線圖，圖中曲線顯示隨 G_0 值之增大， R 值很快速的減小；港池中心 B 點也有相同結果。

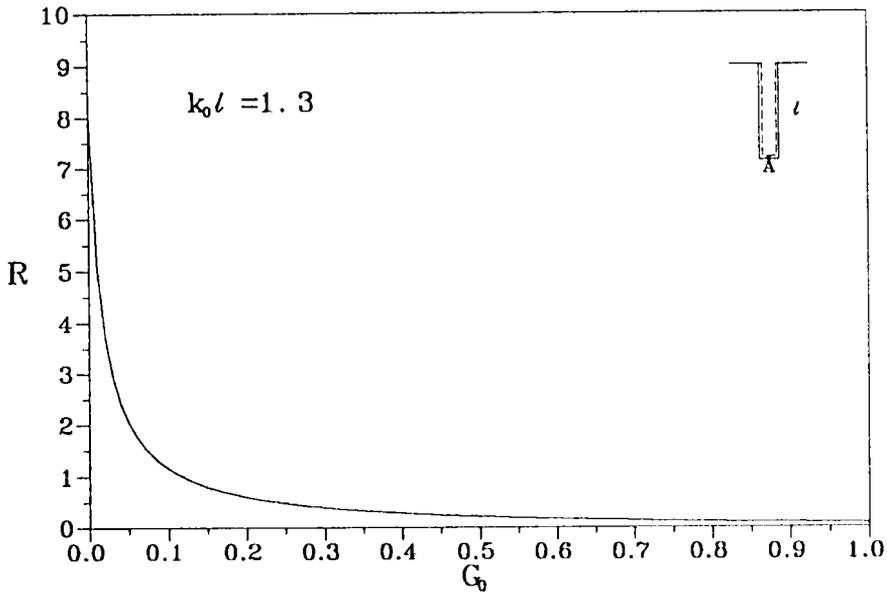


圖5-3-4 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.25$ 在港池底端A點處在第一共振點處 $k_0 l = 1.3$ 處 擴大率 R 與孔影響參數 G_0 相關曲線圖

因為矩形港池寬度甚為窄小，在寬度方向 R 值相等，圖5-3-5則為幾種不同 G_0 值在 $k_0 l = 1.3$ 時沿著港池縱深方向 (Y) 之擴大率 R 分佈曲線，圖中顯示擴大率 R 最大值落在港池底端處；而隨 G_0 值之增大分佈曲線也快速的減小。圖5-3-6則為第二共振點 $k_0 l = 4.2$ 時幾種不同 G_0 值沿港池 y 方向之擴大率 R 分佈曲線，同樣顯示隨 G_0 值增大， R 值快速減小，而此時港池中間附近在不透水岸壁 ($G_0 = 0$) 時存在一結點，但此結點也隨差 G_0 值之增大，明顯的消失。

本文將進一步再探討在不同之消波室寬度 d/L 時，自由表面型態多孔岸壁港池之波能消散現象， $d/L \neq 0.25$ 時，阻尼係數 α 為複數，其表示式如 (5.1.5)。圖5-3-7為幾種不同多孔影響參數 G_0 當 $d/L = 0.01$ 時自由水面多孔岸壁港池在底部A點處擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 之相關曲線圖。當 $G_0 = 0$ ($\alpha = 0$) 時之曲線相當於不透水直立壁港池，圖中顯示在 $G_0 = 0.01$ ($\alpha = -0.012 + i0.002$)，第一共振點些微右移在 $k_0 l = 1.35$ (共振週期減短)，擴大率減為 5.13，此時阻尼係數之實部及虛部皆不為零，其絕對值也不大，虛部為正值，為減短第一共振週期之因素，實部絕對值些微之加大，則為擴大率減小之因素。當 G_0 值增大

為 $G_0=0.05(\alpha = -0.039 + i0.031)$, , 共振點明顯較 $G_0=0.01$ 時向右移, 而落在 $k_0\ell=1.50$, 擴大率且較減小為 3.48; 此則因阻尼係數之實部及虛部其絕對值皆較 $G_0=0.01$ 時為大, 虛部正值之增大, 為再度減短第一共振週期之原因, 同樣實部絕對值些微之加大, 則為擴大率減小之因素。而當 G_0 值再增大 $G_0=0.30$ ($\alpha = -0.016 + i0.077$), 共振點位置又右移在 $k_0\ell=1.60$, 擴大率反而增大為 5.77, 此則因阻尼係數之虛部增大, 虛部正值之增大再減短第一共振週期, 而實部絕對值因些微之減小, 擴大率反而增大。當 $G_0=1.0(\alpha = -0.005 + i0.080)$, 共振點位置不再右移, 但擴大率繼續增大為 7.05, 則因為阻尼係數之虛部增加不大, 而實部絕對值減小, 擴大率反而增大。第二共振點處 $k_0\ell=4.19$ 隨 G_0 值之改變也有類似之現象, 只是其擴大率較小, 變化較不顯著。比較圖 5-3-2 與圖 5-3-7, 分別為 $d/L=0.25$ 及 $d/L=0.01$ 兩種自由水面多孔岸壁港池 A 點之結果, 顯示二者之波能消散現象不同。前者隨 G_0 值之增大, 共振點之擴大率快速減小, 共振週期改變不明顯。但後者隨 G_0 之增大, 擴大率減小或增大, 共振週期之改變現象則甚為明顯。阻尼係數 α 在 $d/L=0.25$ 之情況為實數如 (5.1.7) 式, 在 $d/L=0.01$ 時為包括實部及虛部之複數如 (5.1.5) 式, 因此前者僅改變擴大率之大小值, 但不改變共振週期, 但後者不但影響擴大率之值, 而且改變其共振週期。

而關於自由水面多孔岸壁港池中央 B 點處之共振點變化, 共振週期改變之現象更明顯 (圖 5-3-8), 節點位置之改變也甚為顯著, 由 $k_0\ell=3.2$ 處左移至 $k_0\ell=3.6$, 再次顯示自由水面多孔岸壁港池共振週期之大幅度變化。

其次分析在 $k_0\ell=1.3$ 時擴大率 R 與多孔影響參數 G_0 之關係, 圖 5-3-9 顯示隨 G_0 之些微增大, R 快速的減小, 而在 G_0 大於 0.1 以便趨近於定值 2.0, 此現象與上述 $d/L=0.25$ (圖 5-3-4) 之情形不同。考慮幾種不同 G_0 值圖 5-3-10 為當 $k_0\ell=1.3$ 時 R 與 d/L 之相關曲線, 圖中顯示, R 隨 d/L 之增大而減小, 並且隨 G_0 之增大而減小。但在另一點 $k_0\ell=1.75$ 時 R 與 d/L 之相關曲線 (圖 5-3-11), 則顯示 R 最大值並非發生在 $d/L=0$ 處, 而是在某一特定的消波室寬度, 此現象也顯示共振週期隨 G_0 或 d/L 之改變有偏移的現象。基於以上分析, 本文發現矩形港池之共振週期及其擴大率之大小, 與多孔影響參數 G_0 及消波室寬度 d/L 有關, 而主要的決定因素則為阻尼係數。

再其次考慮, 半徑 0.75 英呎, 水深 1 英呎之 10° 開口圓形港池。圓心 B 及點 C ($0.7, 45^\circ$) 為主要二個觀察點。圖 5-3-12 及圖 5-3-13 分別為 $d/L=0.25$ 時考

慮幾種不同多孔影響參數 G_0 在圓心 B 及 C 點二處之擴大率 R 與無因次波數 k_0a 曲線。從二圖可發現不管在圓心 B 或 C 點, 前 5 個共振點皆分別落在 $k_0a=0.38, 1.99, 3.18, 3.87$ 及 4.33 。同樣當 $G_0 = 0$ 代表不透水岸壁港池之共振曲線, 其共振週期與 Lee(1969) 之試驗結果甚為吻合, 但共振點之擴大率大於試驗值。因為多孔岸壁之波能消散特性, 隨 G_0 之增大, 圖中也顯示共振點之擴大率 R 迅速的減小。

再探討消波室寬度 $d/L = 0.01$ 時, 圖 5-3-14 及圖 5-3-15 為 $d/L = 0.01$ 並考慮幾種不同 G_0 值分別在圓心 B 及 C 點二處之擴大率 R 與無因次波數 k_0a 相關曲線, 圖中同樣顯示 $G_0 = 0.3$ 和 $G_0 = 1$ 與不透水 10° 開口圓形港池或其他不同 G_0 值比較時共振週期有明顯的改變。且當 $d/L = 0.01$, 在 $k_0a = 0.38$ 時共振點之擴大率並非如 $d/L = 0.25$ 時, 隨 G_0 之增大而快速減小(圖 5-3-16), 而是在一某特定的 G_0 存在極小值, 此現象也顯示多孔岸壁之無因次消波室寬度 d/L 與多孔影響參數 G_0 將改變港池共振週期及其擴大率。而主要的決定因素則為阻尼係數, 阻尼係數之虛部增大, 將減短原有不透水岸壁港池之共振週期, 而阻尼係數之實部絕對值增大, 將減低共振之振幅。

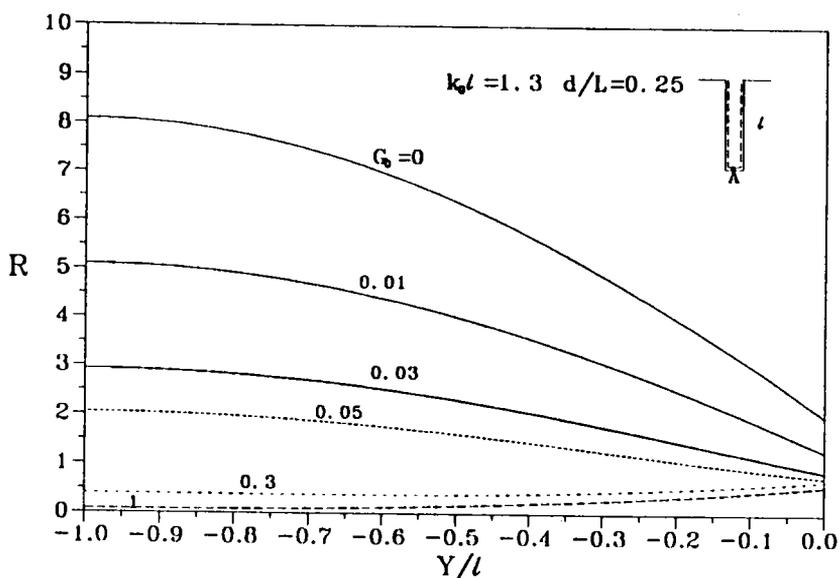


圖5-3-5 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室
寬度 $d/L = 0.25$ 在第一共振點處 $k_0 l = 1.3$ 處
擴大率 R 沿港池縱深方向 (Y/l) 分佈曲線圖

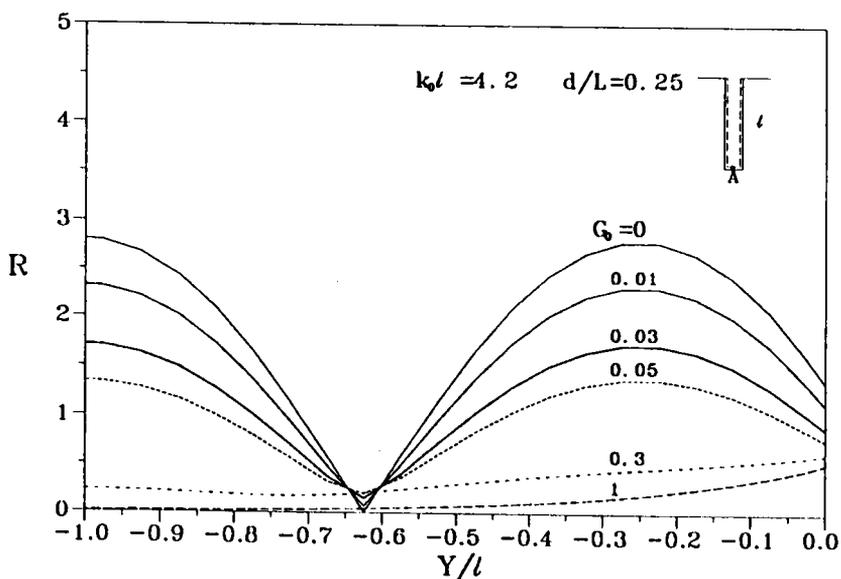


圖5-3-6 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室
寬度 $d/L = 0.25$ 在第二共振點處 $k_0 l = 4.2$ 處
擴大率 R 沿港池縱深方向 (Y/l) 分佈曲線圖

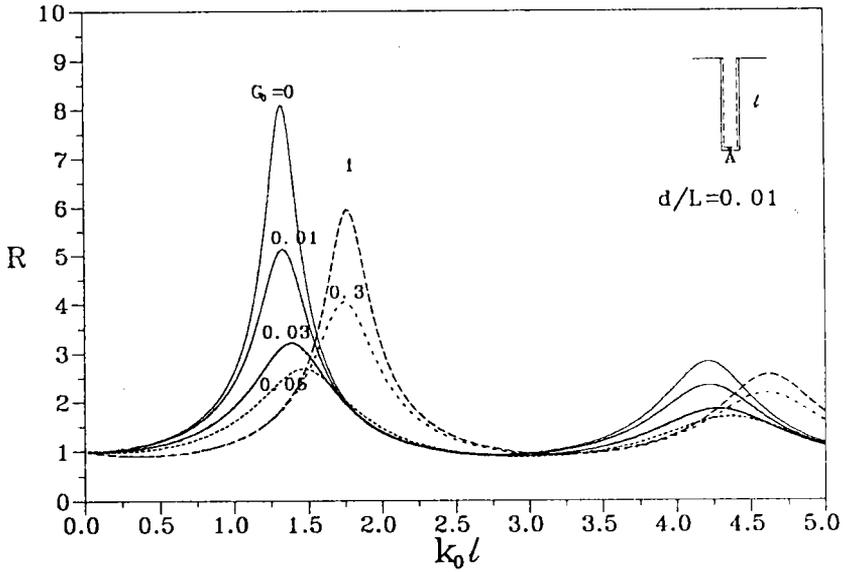


圖 5-3-7 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.01$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

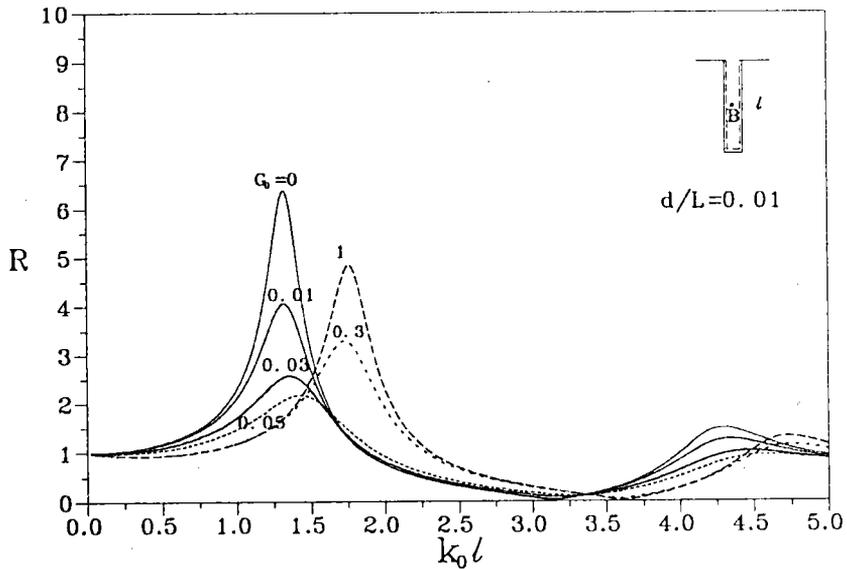


圖 5-3-8 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.01$ 在港池中央幾種不同 B 點處多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

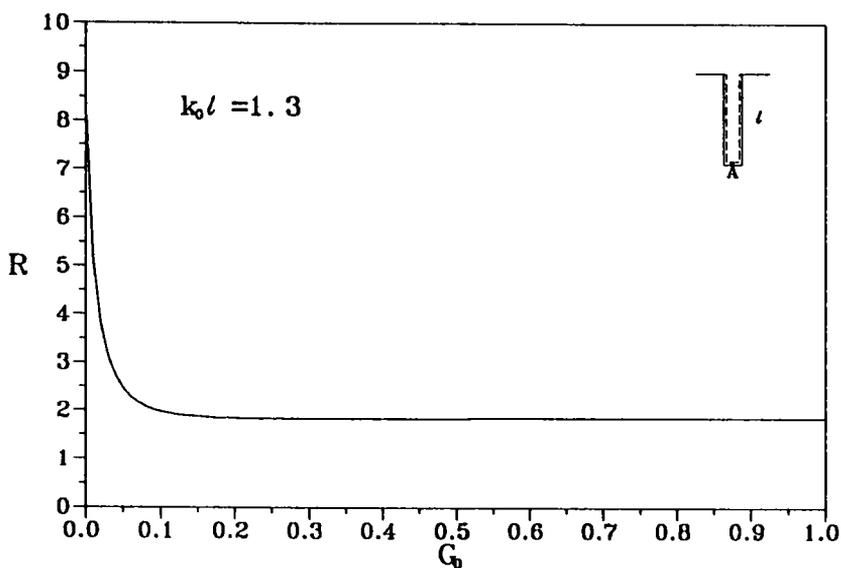


圖 5-3-9 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/L = 0.01$ 在港池底端 A 點處在無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 處擴大率 R 與孔影響參數 G_0 相關曲線圖

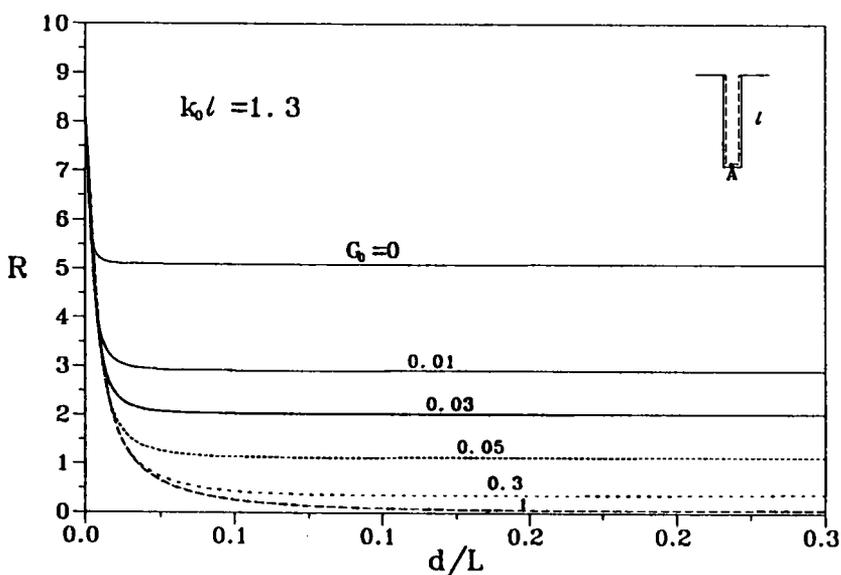


圖 5-3-10 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 在港池底端 A 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度為 d/L 相關曲線圖

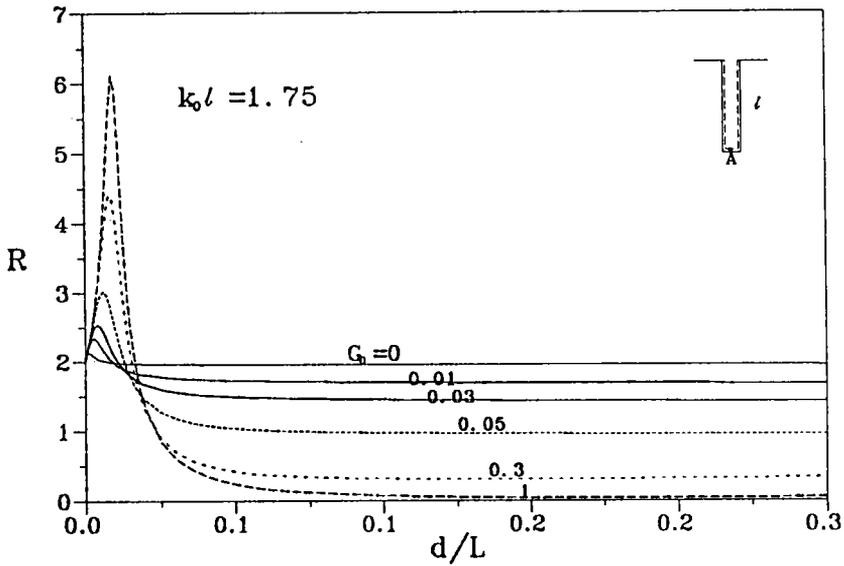


圖5-3-11 自由水面型態多孔岸壁之矩形港池當無因次波數 $k_0 l = 1.75$ 在港池底端A點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度為 d/L 相關曲線圖

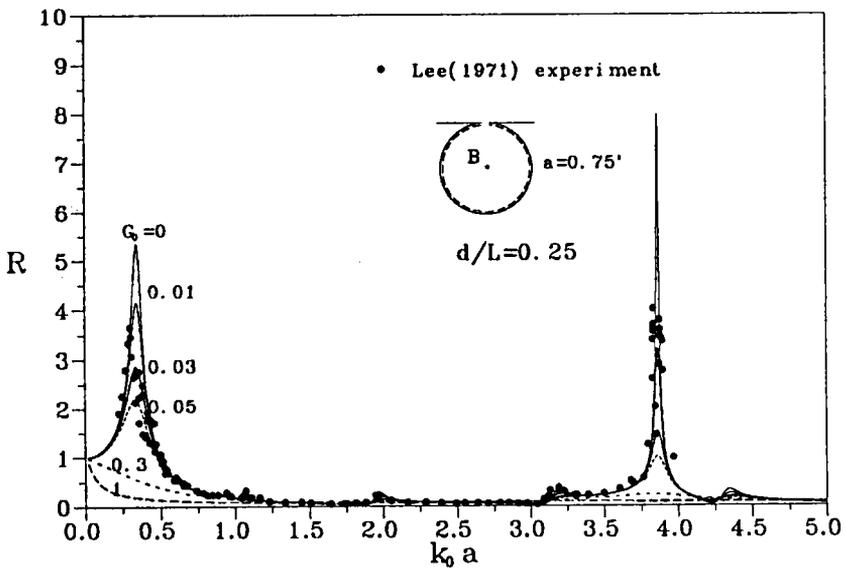


圖5-3-12 10° 開口自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度 $d/L = 0.25$ 在港池圓心B處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

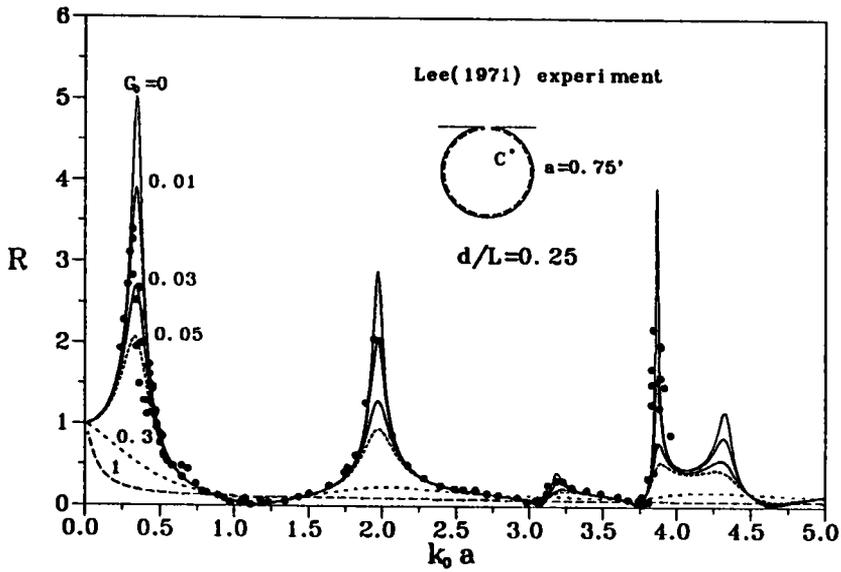


圖 5-3-13 10° 開口自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度 $d/L = 0.25$ 在港池 C 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

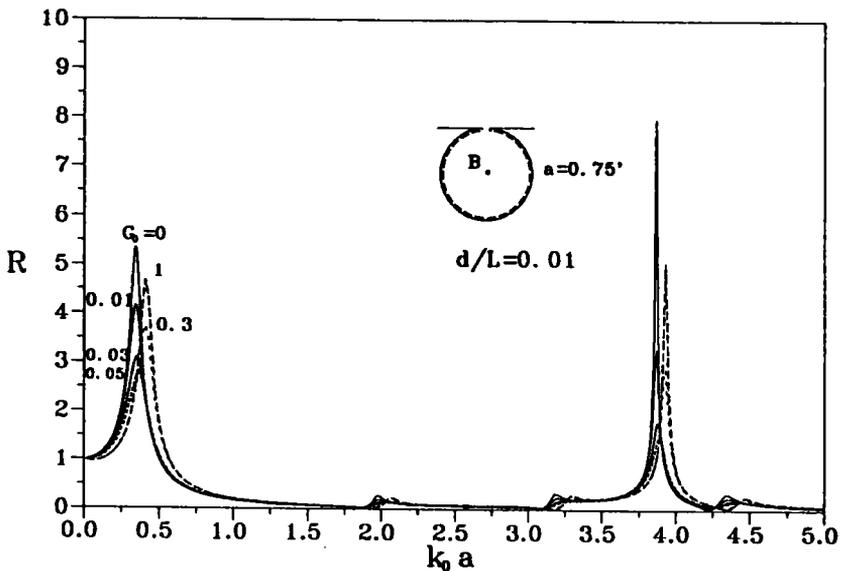


圖 5-3-14 10° 開口自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度 $d/L = 0.01$ 在港池圓心 B 處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

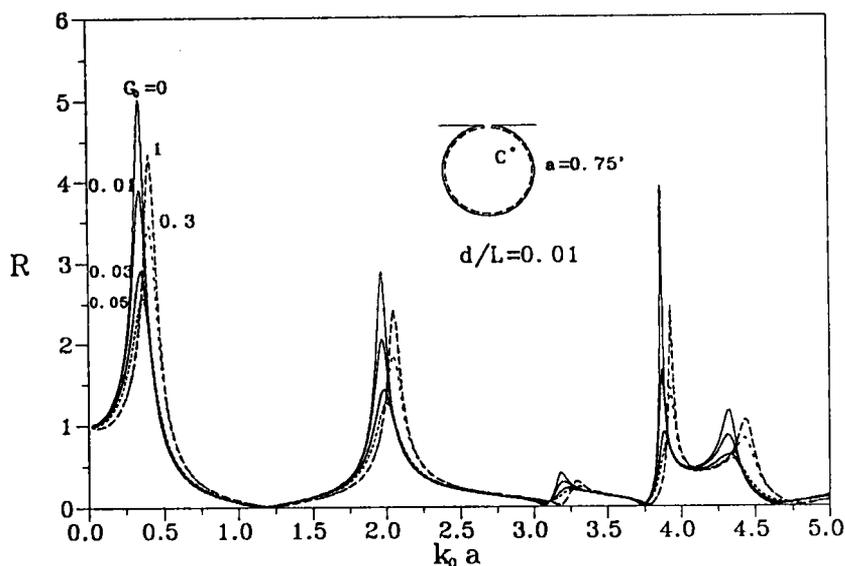


圖5-3-15 10° 開口自由水面多孔岸壁圓形港池當消波室寬度 $d/L = 0.01$ 在港池C點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 \ell$ 相關曲線圖

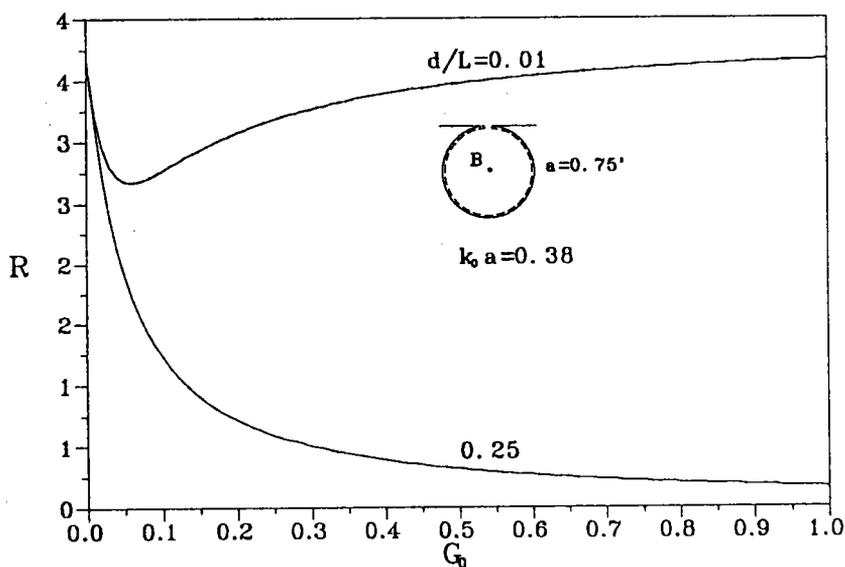


圖5-3-16 10° 開口自由水面多孔岸壁圓形港池在港池圓心B處當無因次波數 $k_0 \ell = 0.38$ 消波室寬度分別為 $d/L = 0.25$ 及 $d/L = 0.01$ 之擴大率 R 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖

5-3-2 剛性表面型態多孔岸壁港池

當港池之內壁引用剛性表面型態多孔岸壁設計，則其港池邊界阻尼係數 α 為複數，其表示式如 (5.1.9)。若假設此時消波室動壓力為零，則其邊界阻尼係數 α 為實數，如 (5.1.6)，因此其各種特性與前節自由表面型態多孔岸壁港池之消波室寬 $d/L = 0.25$ 完全相同。同樣考慮前述之矩形港池，圖 5-3-17 及圖 5-3-18 分別為消波室寬度 $d/h = 0.1$ 及 $d/h = 0.3$ 兩種條件下，幾種不同多孔影響參數 G_0 在 A 點之擴大率 R 與無因次波數 $k_0\ell$ 之相關曲線，從二圖中顯示， $G_0 = 0.01$ ($\alpha = -0.01 - i0.005$) 時，第一共振點些微左移在 $k_0\ell = 1.28$ (共振週期增長)，擴大率減為 5.9，此時阻尼係數之實部及虛部皆不為零，但其絕對值也不大，虛部為負值，為增長第一共振週期之因素，實部絕對值些微之加大，則為擴大率減小之因素。當 G_0 值增大為 $G_0 = 0.03$ ($\alpha = -0.01 - i0.017$)，第一共振點明顯較 $G_0 = 0.01$ 時向左移，而落在 $k_0\ell = 1.22$ ，擴大率則不改變；此因為阻尼係數之虛部絕對值皆較 $G_0 = 0.01$ 時為大，虛部負值，再度增長第一共振週期，而實部與 $G_0 = 0.01$ 時相同。而在 $G_0 = 0.05$ ($\alpha = -0.008 - i0.022$)、 $G_0 = 0.3$ ($\alpha = -0.002 - i0.024$)、 $G_0 = 1.0$ ($\alpha = -0.0005 - i0.024$) 時，因其虛部三者甚為接近，第一共振點之位置不再明顯平移，只是共振點之擴大率隨阻尼係數之實部絕對值減小而增大。共振點左移現象 (共振週期增大)，與前節圖 5.3.7 當 $d/L = 0.01$ 時，自由表面型態多孔岸壁港池之共振點右移現象 (共振週期減小)，顯然不相同，此結果也表示不同類型多孔岸壁港池可能增大或減小共振週期。

圖 5-3-19 及圖 5-3-20 則為在港池底端 A 點， $k_0\ell = 1.3$ 時，分別為擴大率 R 與 G_0 相關曲線及擴大率 R 與 d/h 相關曲線，圖中也說明擴大率與多孔影響參數 G_0 及無因次消波室寬度 d/h 之關係。而圖 5-3-21 及圖 5-3-22 為 10° 開口圓形港池，在 C 點 ($0.7, 45^\circ$) 處，分別當 $d/h = 0.1$ 及 $d/h = 0.3$ 時，考慮幾種不同 G_0 值， R 與 k_0a 之相關曲線圖。兩圖中除第一共振點隨 G_0 之改變，共振週期及其擴大率皆不改變外 (因阻尼係數在不同 G_0 值皆為 $-0.001i$)，其他共振點之週期及擴大率皆與不透水直立壁港池之共振特性不同 (阻尼係數之虛部為負數時共振點左移)。此現象說明不同的共振點，因 G_0 之改變，並不一定有相同的共振變化。由上述矩形港池在相同的參數條件，並無類似圓形港池第一共振點完全不受 G_0 值影響之現象，此結果又說明港池幾何形狀也是影響共振曲線變化一個重要因素。

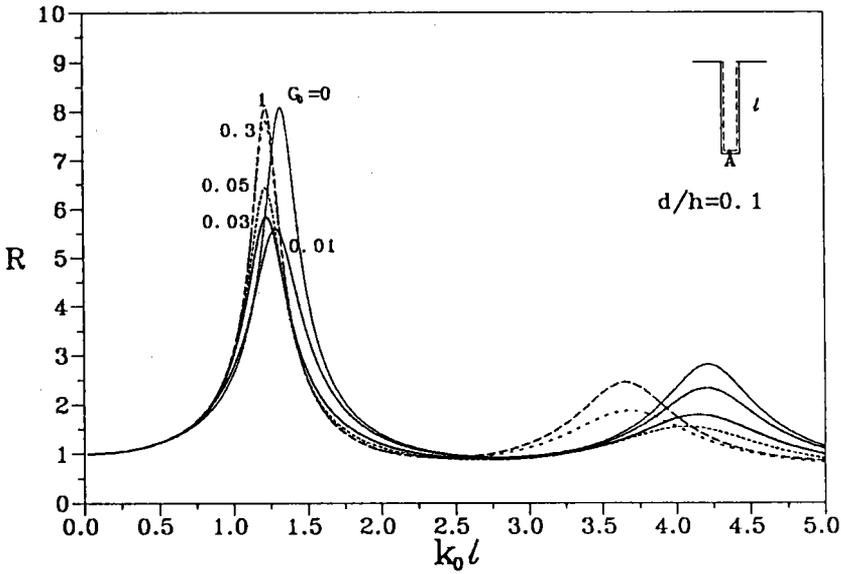


圖5-3-17 刚性表面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.1$ 在港池底端A點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

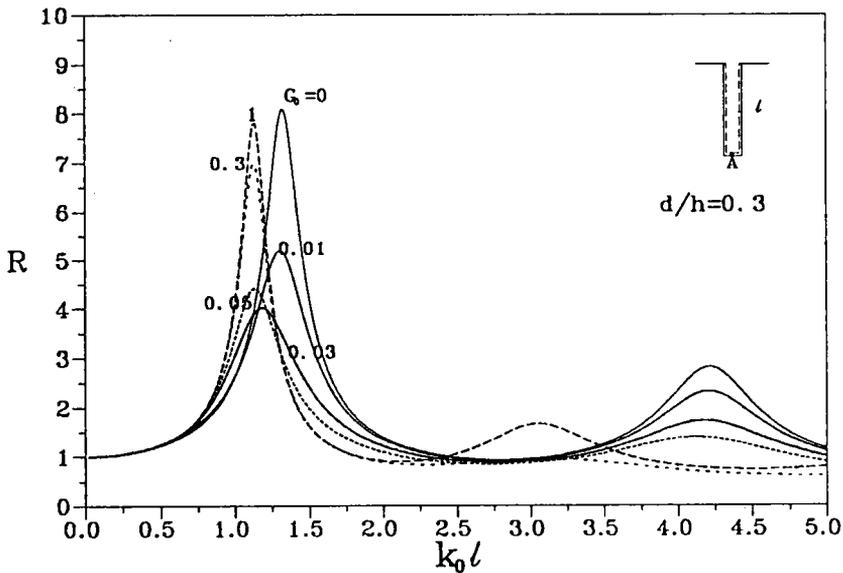


圖5-3-18 刚性表面型態多孔岸壁之矩形港池當消波室寬度 $d/h = 0.3$ 在港池底端A點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

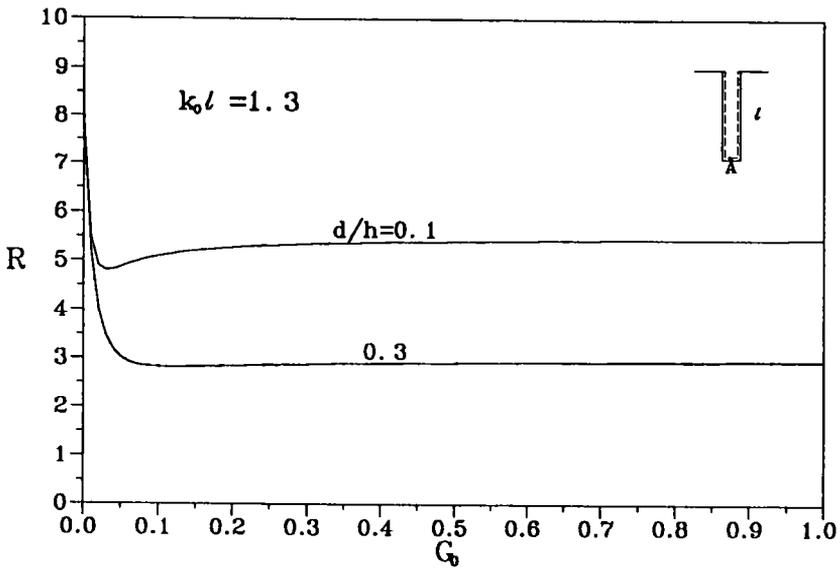


圖 5-3-19 刚性表面型態多孔岸壁之矩形港池在港池底端 A 點處當無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 消波室寬度分別為 $d/h = 0.1$ 及 $d/h = 0.3$ 之擴大率 R 與多孔影響參數 G_0 相關曲線圖

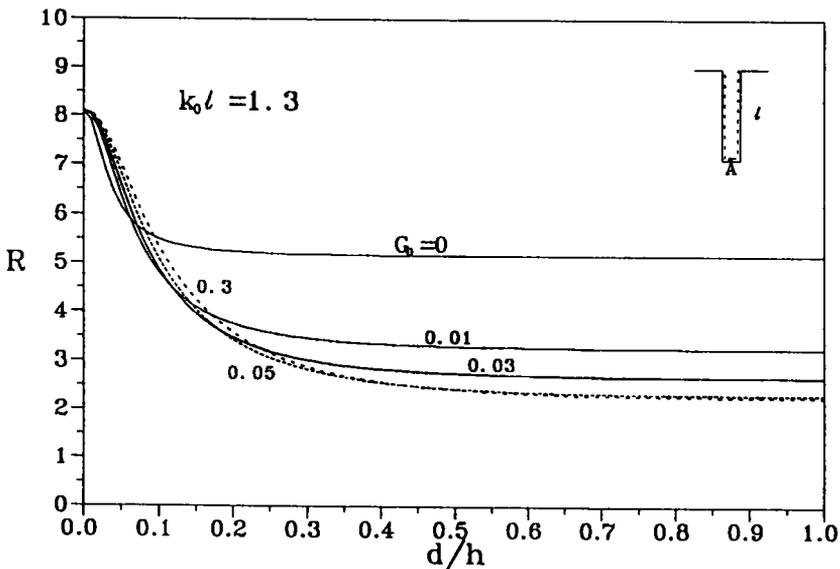


圖 5-3-20 刚性表面型態多孔岸壁之矩形港池在港池底端 A 點處當無因次波數 $k_0 l = 1.3$ 幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與消波室寬度分別為 d/h 相關曲線圖

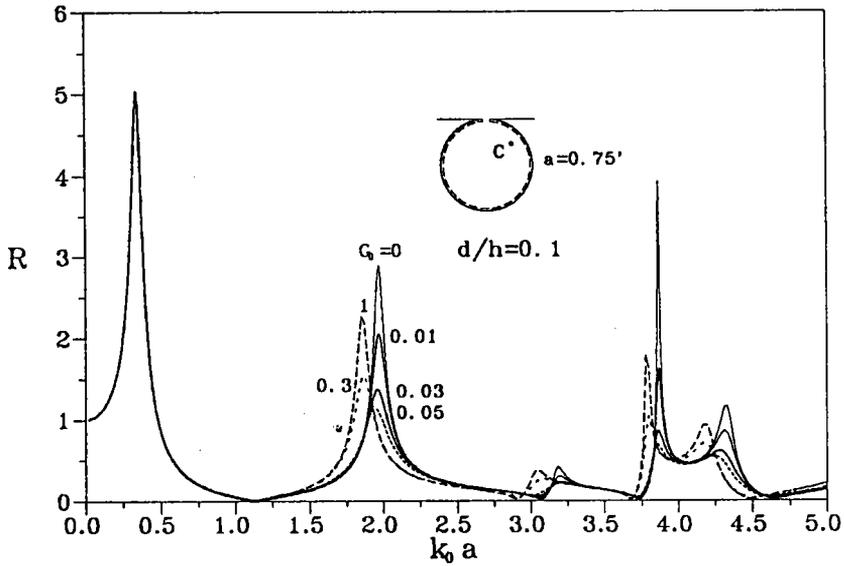


圖 5-3-21 10° 開口剛性表面型態多孔岸壁圓形港池當消波室寬度 $d/h = 0.1$ 在港池 C 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 \ell$ 相關曲線圖

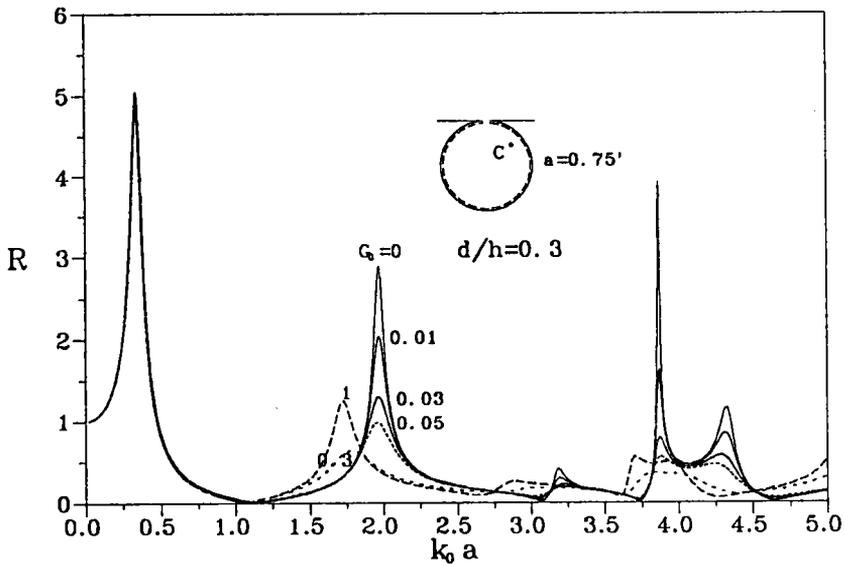


圖 5-3-22 10° 開口剛性表面型態多孔岸壁圓形港池當消波室寬度為 $d/h = 0.3$ 在港池 C 點處幾種不同多孔影響參數 G_0 值之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 \ell$ 相關曲線圖

5-4 多孔消波體港池能量消散特性

自由表面型態多孔消波體及剛性表面型態多孔消波體兩種類型之港池，邊界阻尼係數分別如(5.2.4)及(5.2.5)。二者阻尼係數皆為複數，由 $\lambda_1 \sim \lambda_8$ 等參數定義如式(2.2.40)及(2.4.10)可明顯看出阻尼係數除與波數 k_0 ，多孔牆之孔隙率 ϵ ，慣性係數 s ，摩擦係數 f ，牆厚度 $2b/h$ 有關，前者與無因次消波室寬度 d/L 相關，而後者與無因次消波室寬度 d/h 相關。與前幾章分析之方法相同。本文僅取多孔牆特性參數為 $\epsilon = 0.4$, $f=0.5$, $s=1$ ，以探討不同消波室寬度 d/L (或 d/h)及不同多孔牆厚度 $2b/h$ 對港池共振曲線之影響。

5-4-1 自由水面型態多孔消波體港池

首先探討不同自由表面型態多孔消波體設計之前述矩型港池之共振曲線變化情形，圖5-4-1為多孔牆厚度 $2b/h = 0.1$ ，考慮幾種不同消波室寬度 d/L ，在矩形港池底端A點之擴大率 R 與 $k_0\ell$ 相關曲線圖。不透水港池之第一共振點如前所述落在 $k_0\ell=1.3$ 。當 $d/L = 0.01$ 時第一共振點左移到 $k_0\ell = 1.2$ ，擴大率減為6.3，隨著 d/L 值之增大，如 $d/L = 0.03, 0.05$ ，第一共振點位置愈左移(共振週期增長)，但擴大率反而有增大現象，當 $d/L = 0.3$ 時，已無共振現象發生，在任何 $k_0\ell$ 值，波能幾乎完全消散。而當 $d/L = 0.5$ 時，第一共振點位置卻移到右側(共振週期減短)，這些現象也顯示共振週期及其擴大率大小之變化劇烈。第二共振點也有相似之現象。當增大多孔牆厚度為 $2b/h = 0.3$ 時， R 與 $k_0\ell$ 之曲線變化(如圖5-4-2)與如圖5-4-1有相似的現象。僅因多孔牆厚度增大，波能消散增大，共振點處之擴大率有明顯減小的趨向。

進一步分析上述 10° 開口圓形港池並觀察點C($0.75, 45^\circ$)，分別在 $d/h=0.1$ 及 $d/h=0.3$ 時幾種不同 d/L 值之擴大率 R 與 k_0a 相關曲線如圖5-4-3及圖5-4-4。一般而言，其現象與矩形港池結果相似，各圖顯示第一共振週期隨不同 d/L 值改變甚大，而在 $d/L = 0.3$ 時，已無共振現象發生，且任何 k_0a 條件下所有的波能幾乎完全被消散。這個結果顯示，適當的選取消波室寬度 d/L 將可較有效的減低波能，而對某些 d/L 而言，因阻尼係數 α 虛部值大於實部值，僅能改變共振週期，但對共振點之擴大率減小並不明顯。

5-4-2 剛性表面型態多孔消波體港池

接著將探討剛性表面多孔消波體港池之共振曲線變化, 多孔牆特性參數同取 $\varepsilon = 0.4, f=0.5, s=1$ 。圖 5-4-5 為上述矩形港池取多孔牆厚度為 $2b/h = 0.01$, 考慮幾種不同消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與 $k_0\ell$ 相關曲線。圖中顯示在 $d/h = 0.0$ 時之曲線, 仍有 2 個共振點存在, 而且很明顯的左移甚多, 第一共振點之帶寬甚大, 對應的擴大率減低甚多, 但相對第二共振點之擴大率減低較少。另外在 $d/h = 0.1$ 時之曲線卻甚特殊, 在週期 $k_0\ell < 1.5$ 時擴大率皆甚大, 但 $k_0\ell$ 大於 1.5 以後快速的減小, 顯然共振曲線型態已完全不同。其他 d/h 值之曲線則明顯的僅存第二共振點, 第一共振點不明顯, 且因 G_0 值增大第二共振點之擴大率快速的減小而不明顯。

若與自由表面型態多孔消波體港池比較(如圖 5-4-1), 平均而言, 圖 5-4-5 共振點之擴大率顯然較小。若增加多孔牆厚度為 $d/h = 0.03$, 圖 5-4-6 幾種不同 d/h 值下之 R 與 $k_0\ell$ 相關曲線, 也顯示類似現象, 只因為消波室寬度增大, 擴大率有較明顯的減小。

再針對上述 10° 及開口圓形港池, 同樣觀察點 $C(0.75, 45^\circ)$, 且分別取 $2b/h = 0.01$ 及 $2b/h = 0.03$ 兩種多孔牆厚度, 而在考慮幾種消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與無因次波數 k_0a 之相關曲線如圖 5-4-7 及圖 5-4-8, 一樣的顯示改變共振週期及共振大小之多變化特性, 而與多孔牆厚度 $2b/h$ 及消波室寬度 d/h 兩個參數有關; 兩圖中第一共振週期隨 G_0 值之改變, 擴大率 R 快速的減小, 共振點明顯的消失, 其他共振週期隨 G_0 值之改變, 擴大率改變並不如第一共振點強烈, 僅共振週期隨 G_0 值之改變較明顯。

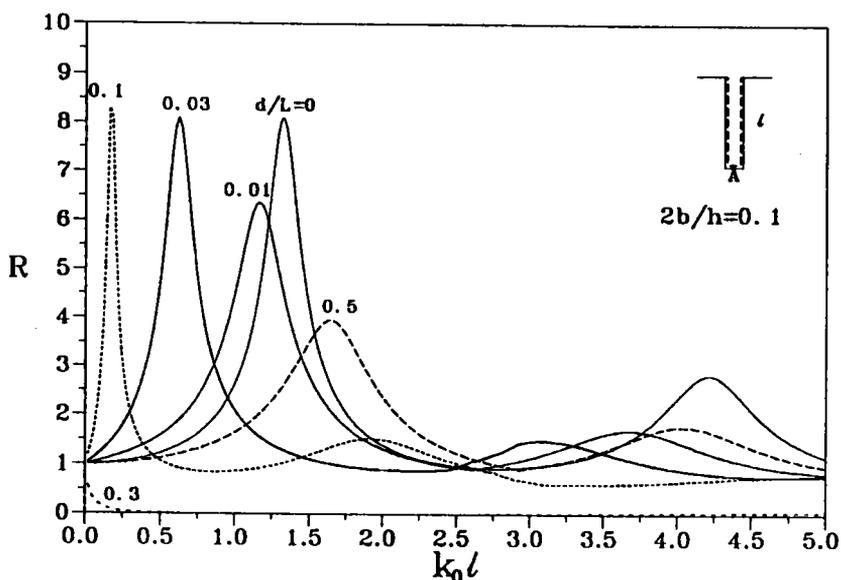


圖5-4-1 自由水面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.1$ 在港池底端A點處幾種不同消波室寬度 d/L 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

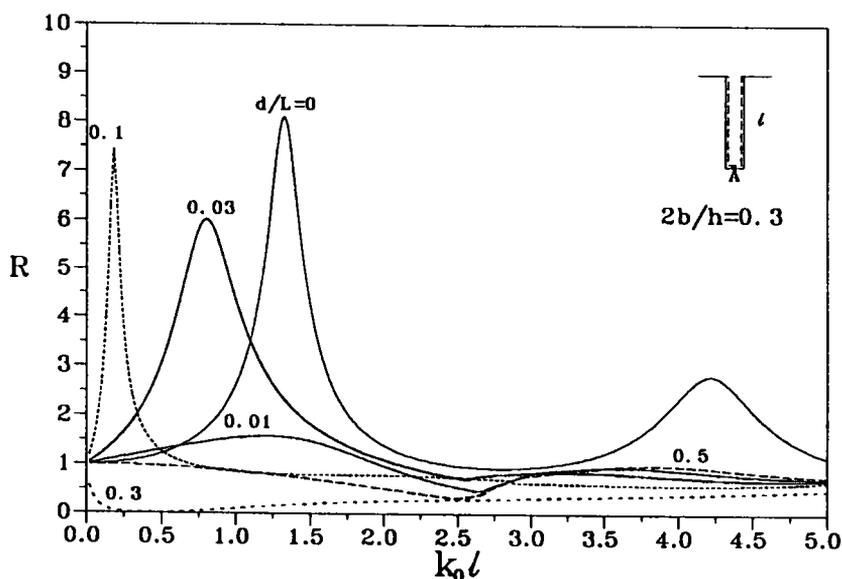


圖5-4-2 自由水面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.3$ 在港池底端A點處幾種不同消波室寬度 d/L 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

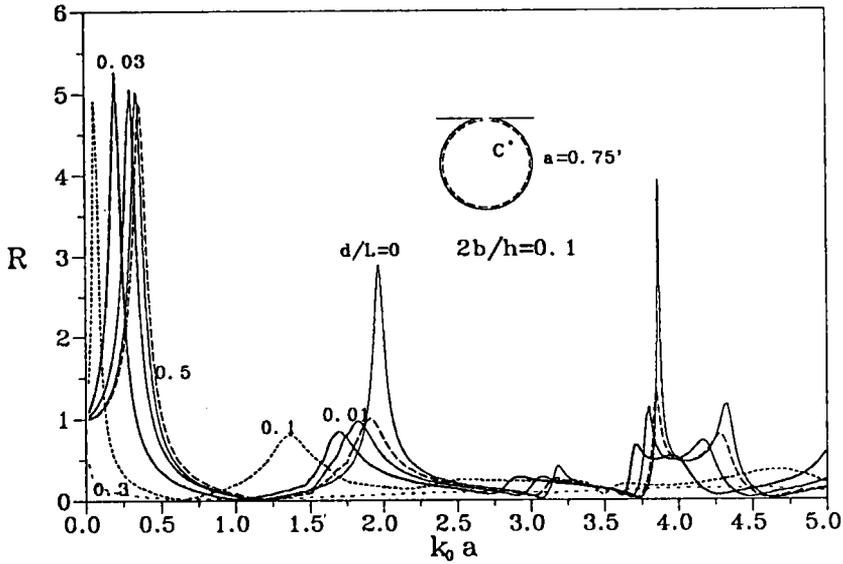


圖5-4-3 10° 開口自由水面多孔消波體圓形港池當消波牆厚度 $2b/h=0.1$ 在港池C點處幾種不同消波室寬度 d/L 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 a$ 相關曲線圖

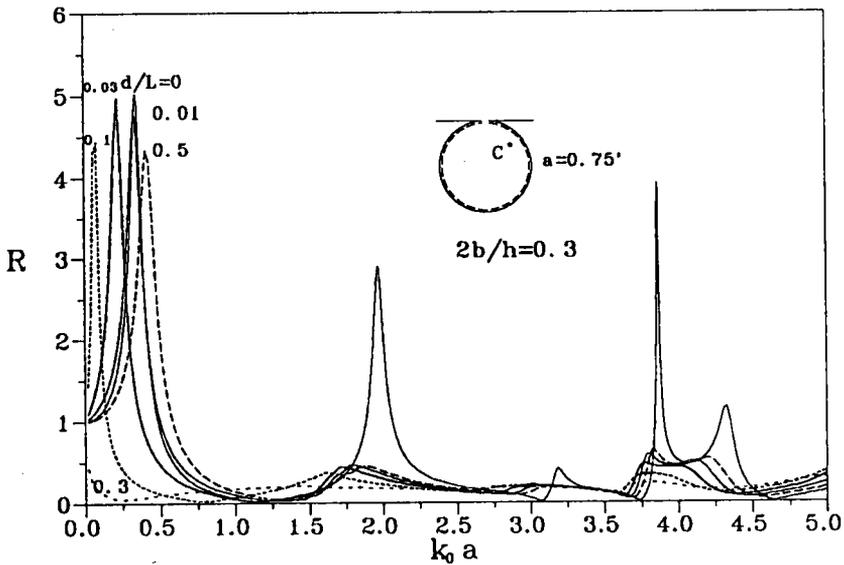


圖5-4-4 10° 開口自由水面多孔消波體圓形港池當消波牆厚度 $2b/h=0.3$ 在港池C點處幾種不同消波室寬度 d/L 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 a$ 相關曲線圖

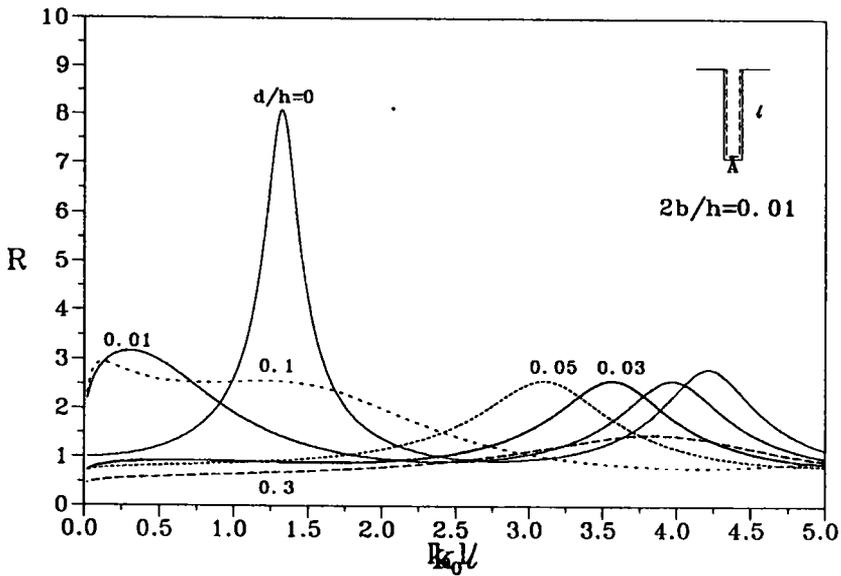


圖 5-4-5 刚性表面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.01$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

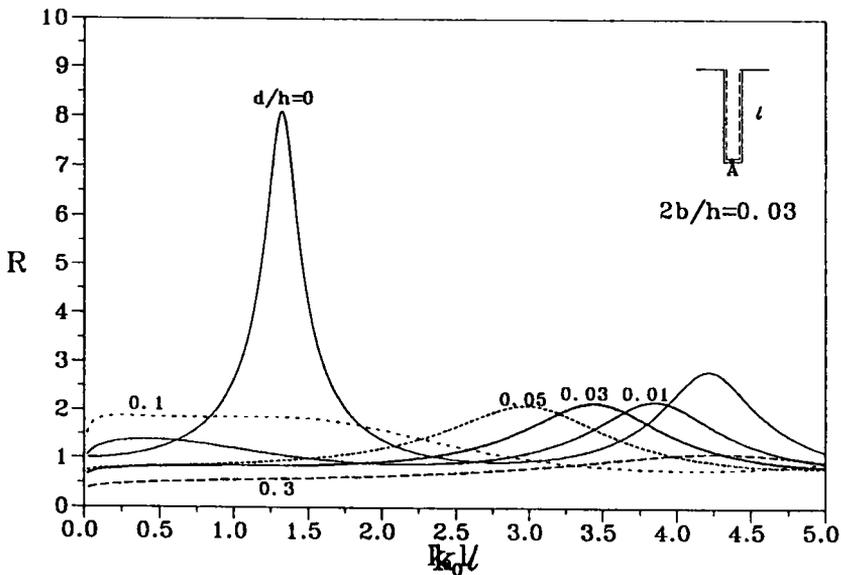


圖 5-4-6 刚性表面型態多孔消波體之矩形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.03$ 在港池底端 A 點處幾種不同消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 l$ 相關曲線圖

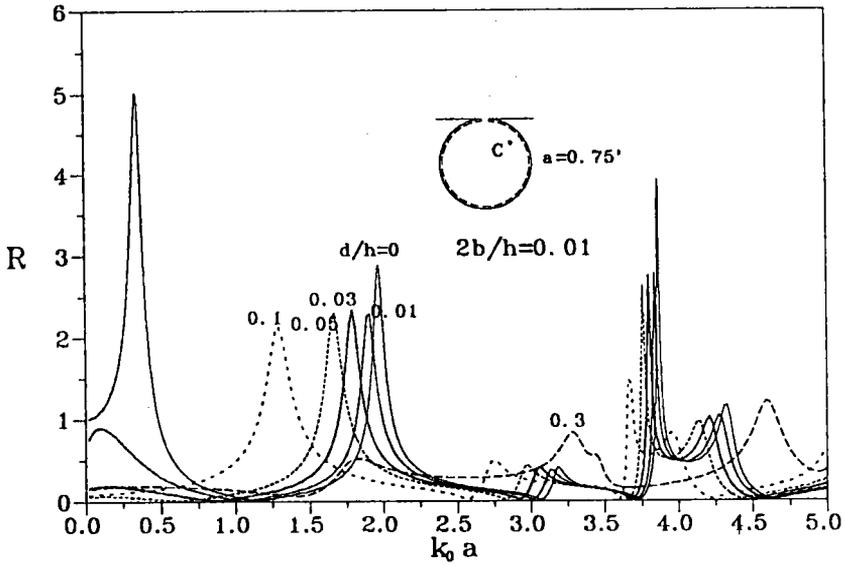


圖5-4-7 10° 開口剛性表面多孔消波體圓形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.01$ 在港池 C 點處幾種不同消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 \ell$ 相關曲線圖

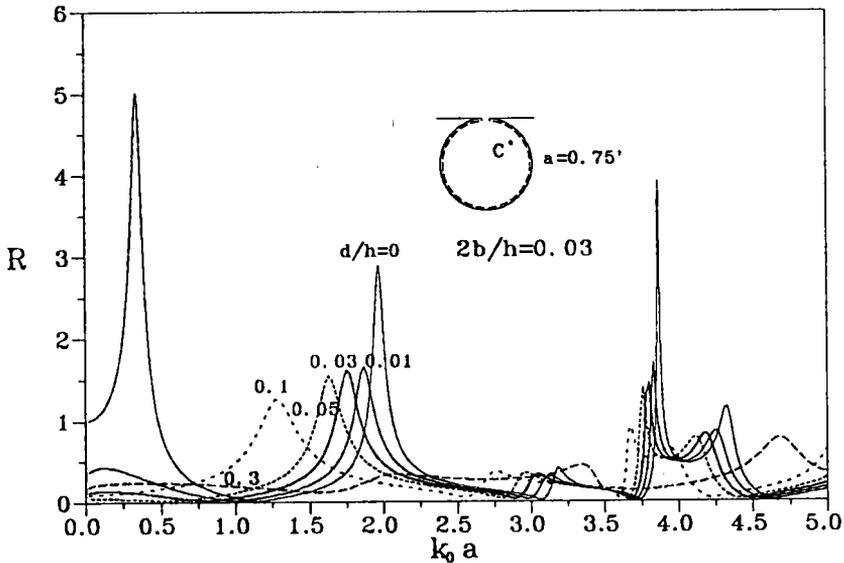


圖5-4-8 10° 開口剛性表面多孔消波體圓形港池當消波牆厚度 $2b/h = 0.03$ 在港池 C 點處幾種不同消波室寬度 d/h 之擴大率 R 與無因次波數 $k_0 \ell$ 相關曲線圖

5-5 討論

多孔消波岸壁港池之共振曲線變化,由以上之分析顯示與港池形狀、共振週期大小($k_0 l$ 或 $k_0 a$)、平均水位、消波室寬度等因素有關。因水位高低不同及引用多孔牆或多孔板參數不同,本文分四種不同型態消波岸壁港池以方便解析,但事實上消波岸壁主要由阻尼係數(impedence) α 決定其物理特性,阻尼係數 α 為一複數,其實部之物理意義相當於電學之電阻(resistance)、或前章節所述之摩擦係數 f ; 其虛部則相當於電學之電抗(reactance)、或前章節所述之慣性係數 s 。若 α 為實部及虛部皆不為零之複數,則預期港池共振週期及其擴大率皆可能改變, α 之虛部主要影響共振週期之變化,其值為負數時,將增長原有共振週期,其絕對值愈大改變愈大,反之其值為正數時,將減短原有共振週期,其絕對值愈大改變也愈大;實部則影響振幅大小,其絕對值愈大能量消散也愈大。

消波岸壁之阻尼係數 α (impedence),事實上與第二章描述多孔牆之阻抗係數(impedence) $\gamma = f + is$ 有關, γ 為決定 α 值之一個重要因素。以功能而言, γ 為描述多孔牆內波動之一個重要參數,而 α 為描述以消波體設計之消波岸壁一重要參數。在本文之解析過程,這兩個參數描述波能消散之特性,皆甚為重要。

在自由表面型態多孔岸壁港池,若消波室寬度為四分之一波長時, α 為實數,此條件下可預期各共振週期改變並不明顯,僅減低共振點之擴大率值,其反射係數 C_r 與阻尼係數 α 之關係如(5.2.8)式,這也是一般學者(如 Tsay et al. (1989), Bettess 及 Zienkiewicz (1977))引用之表示式。

以上分析顯示,阻尼係數 α 為決定共振變化特性之參數,在實際應用時,因地形及港池形狀之不規則性,對任何一現有港池,如欲引用消波岸壁改變某個共振週期,或有效減低可能發生共振之擴大率,除引用數值方法計算外,以理論解析則甚為困難。

第六章 試驗與理論比較

本文提出之多孔消孔體設計,其中多孔牆(或多孔板)之均勻透水性結構物為一個重要主體,如何測量一些描述透水性結構物之重要物理參數,為理論印證重要過程。Sollitt及Cross(1972)描素多孔牆部分參數如孔隙率 ϵ 、透水性 K_p 、亂流阻尼係數 C_f 、附加質量係數 C_M 等可由試驗室量測求得,慣性係數 s 由觀測孔隙率 ϵ 及附加質量係數 C_M 以式(2.1.5a)計算而得,而部分參數如摩擦係數 f ,則需由觀測係數經式(2.1.5b)複雜疊代計算而得。有關多孔牆理論試驗印證方面,Sollitt及Cross(1972)在其文中曾以二種不同型態透水結構於試驗室印證,其中一種為以碎石填充於儲存箱並用網帶固定之透水結構物,另一種則為斜面多層消波堤設計。當安置在無限長斷面水槽,受波浪作用下,反射係數、透射係數觀測值與理論比較,得到合理之印證。Sulisz(1985)取用較符合實際應用之梯形透過堤,及Lee(1986)引用三種實際防波堤例子,在實驗室量測反射及穿透特性,也得到合理之驗證。Chwang(1983)描述多孔板物理參數之中,多孔板材料係數 b_0 可直接測量而得,而多孔影響參數 G_0 及多孔雷諾數 R_e ,可由材料係數及相關波浪資料以式(2.3.7a)、(2.3.7b)計算其值。多孔板試驗方面,Twu及Lin(1991)引用多片孔隙板置於試驗室半無限長等水深水槽,試驗結果合理印証Chwang(1983)多孔板之反射特性,其使用之孔隙板為金屬網及海綿網材料。

本章將進一步在試驗室印証多孔消波體設計港池之波能消散特性。試驗室為了港池設計安置方便,將引用薄鋼板為多孔板材料,首先在斷面水槽量測其重要參數,並驗證消波體之反射特性;最後再進一步觀測以消波體體設計港池之港內波高分佈及共振曲線,詳細分述如后。

6-1 試驗設備及方法

6-1-1 試驗設備

本試驗在港灣技術研究所第一試驗場棚之小型試驗水池及斷面水槽進行(示意圖如附圖6-1),小型試驗水池長37.5米,寬10米、深1米,斷面水槽長28米,寬1米,深1米,水槽之一側置透明玻璃觀測段,以利試驗中各種現象觀測,水槽與小型水池共同使用一部30Hp翼板式造波機,藉調整變速齒輪及偏心距,可以

產生各種週期及波高之規則波。本試驗皆在等水深之條件進行，水池及水槽底部及側面皆以水泥抹面，尚稱平滑，海底及邊界摩擦之影響忽略不計。

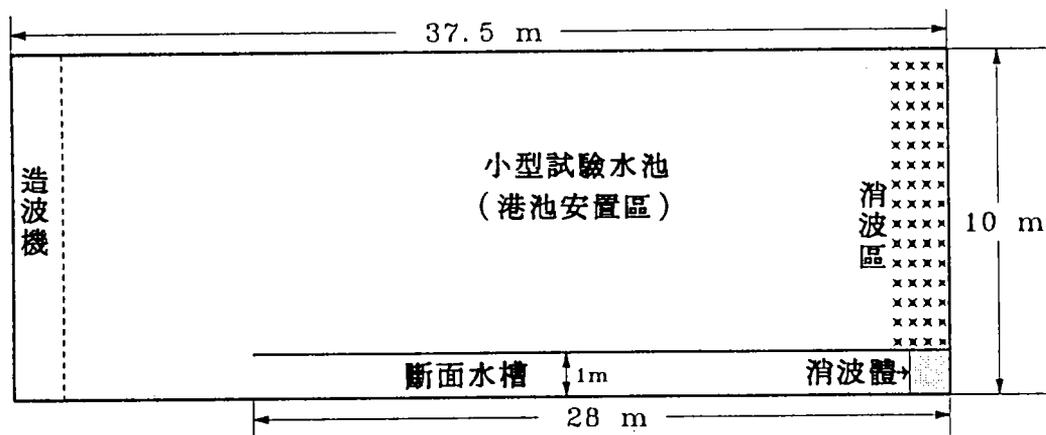


圖 6-1 試驗水槽示意圖

量測儀器包括日製 KENEK CH-306 型之容量型波高計。試驗水池各測點水位變化，經由波高計感應，輸入增幅器轉成電壓後傳入個人電腦(PC-AT)，再由個人電腦內之類比/數位轉換器(analog-digital converter)，轉換成數位訊號，儲存於個人電腦記憶體或硬碟，再做進一步之資料處理，詳細資料蒐集系統如圖 6-2 流程圖。試驗室之資料蒐集系統，由港灣技術研究所設計，已使用多年，有關儀器之濾定、檢驗、校正、觀測、詰取等皆有一定步驟，此處不再詳述。

6-1-2 多孔板材料係數 b_0 測定

本試驗多孔板採用均勻孔隙率(孔隙率約為 0.44)之薄鋼板(厚度約 0.18 cm，孔隙半徑為 0.6 cm，孔距為 0.4 cm，如照片 1)，材料係數 b_0 為首先要量測之項目，在一定水頭箱中進行(上視及側視，如示意圖 6-3)。

根據達西定律(2.1.18a)式，兩邊同時除以水之單位重量 W 可得

$$\frac{U}{W} = \frac{b_0 \Delta P}{\mu W} \quad (6.1)$$

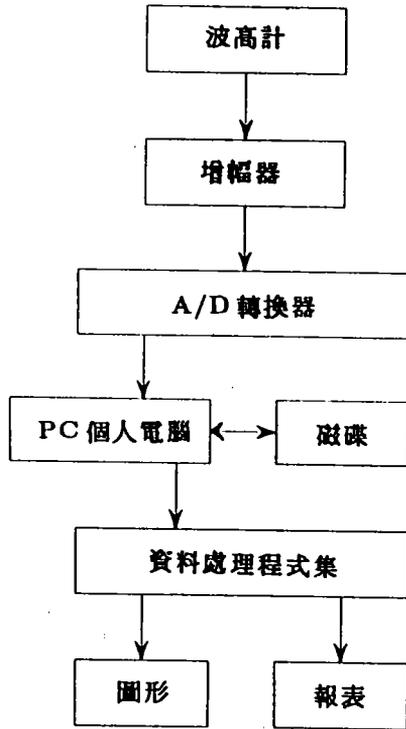
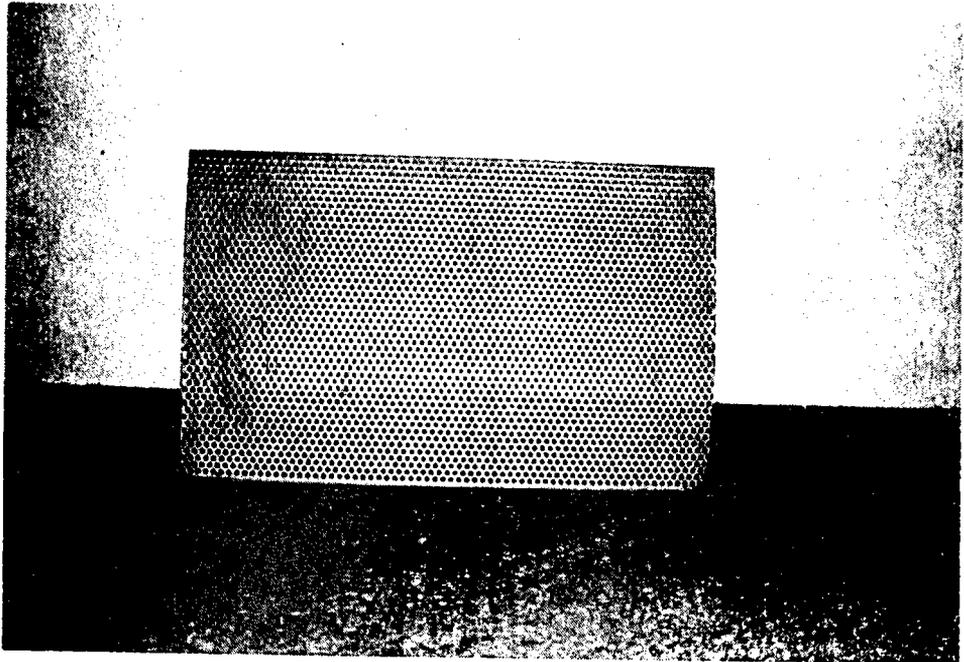


圖6-2資料蒐集系統流程圖



照片1多孔薄鋼板

或

$$b_0 = \frac{U\mu}{W\Delta P_h} \quad (6.2)$$

式中 μ 為流體動力滯性係數， b_0 為波浪做用下之多孔板特性係數(為長度單位)， U 為出水口處平均流速， ΔP 為板兩側波壓差， $\Delta P_h = \Delta P/W$ 為壓力水頭。

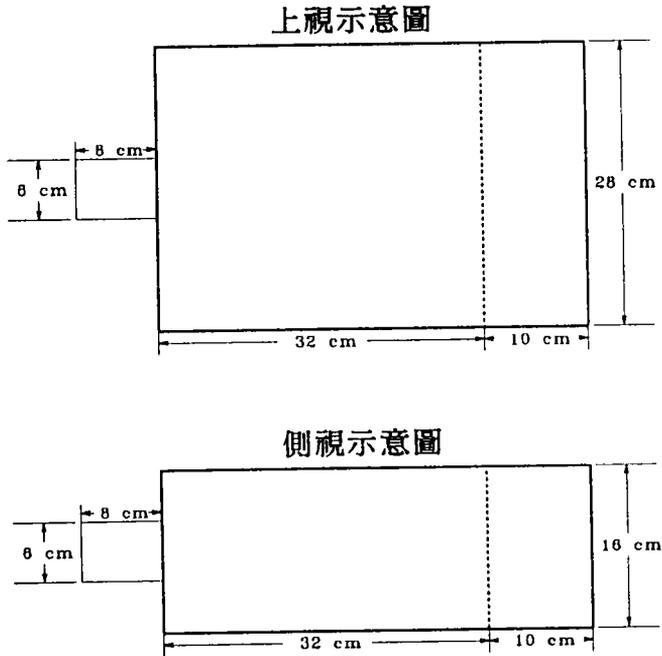


圖 6-3 定水頭箱設計示意圖

假設忽略水箱中水頭損失，則 ΔP 即為定水頭箱中之水頭差。方程式(6.1)式又可表示為

$$U = \frac{\Delta P}{R_d} \quad (6.3)$$

式中 R_d 為一阻尼係數，與材料係數成反比關係，而與水滯性係數 μ 成正比，表示為

$$R_d = \frac{\mu}{b_0} \quad (6.4)$$

材料係數 b_0 與多孔板之材料特性，孔隙率大小相關，由(6.4)式顯示 b_0 愈大，阻尼係數 R_d 愈小，透水性愈佳。

材料係數 b_0 測定之步驟如下,將多孔板固定在出水口外側,待水箱溢流,測定出水量,再轉換成平均流速 U ,水之相關物理量 μ, W 在物理環境已知條件下,可獲知其標準值, ΔP 則表示定水頭箱之水頭差。由上述所測得之資料代入(6.2)式,即可求得多孔板材料係數 b_0 。

多孔岸壁之多孔雷諾數 Re ,在已知水深 h 的條件下,可由(2.3.7b)式求得,而多孔影響參數 G_0 值,在已知入射波波數 k_0 及週頻率 σ 作用下,同時由(2.3.7a)式可求得其值。

6-1-3 多孔岸壁反射係數 C_r 測定

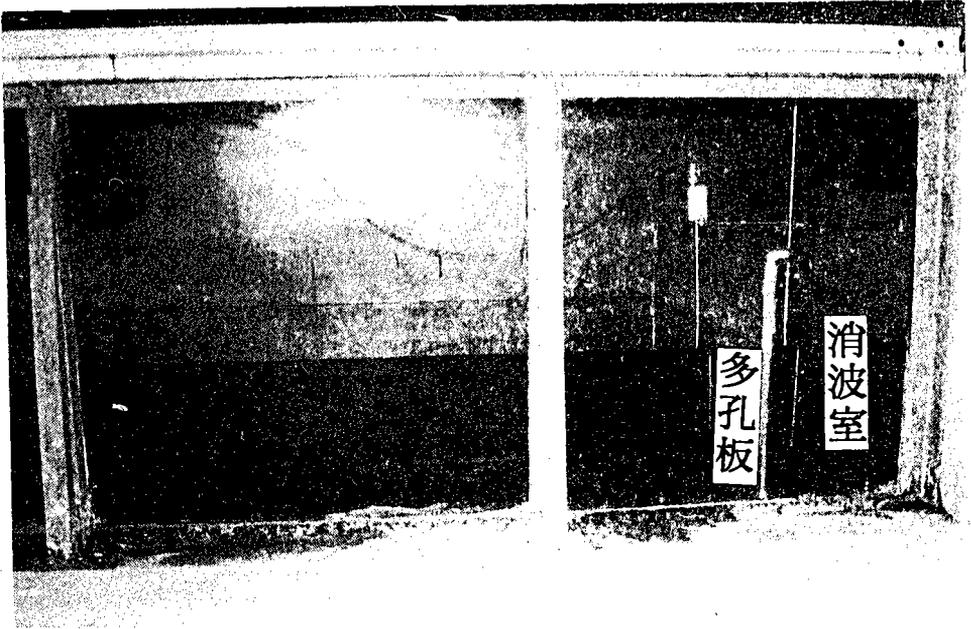
反射係數測定採用Goda(1976)提出之反射波分離推定法,此方法之優點為不須移動波高計以求量得最大波高,僅須將使用二支波高計間格 Δd 及多孔岸壁與較近波高計之距離 Δx 安置於適當位置即可,Goda(1976)反射波分離推定法詳細理論,本文不再敘述。

多孔岸壁安置於斷面水槽底端,如示意圖6-4及照片2,我們取用孔隙半徑為0.6 cm,孔距為0.4 cm,孔隙率 ϵ 為0.44之均勻孔隙率多孔板,多孔岸壁之消波室寬度 d 則取寬為0.1米(稱A型多孔岸壁)及0.5米(稱B型多孔岸壁)二種配置條件,消波室高約0.6米,此處將觀測自由水面型態多孔岸壁之反射係數,而試驗水位平均水深約0.4米,週期範圍1秒至4秒,波長範圍約1米~7米,入射波波高限制於10 cm以下。

入射波高由接近造波板之波高計測定,在波形穩定後電腦開始存取水位資料,放置於觀測多孔岸壁反射係數之二支波高計間格 Δd ,根據Goda(1976)建議應避免為二分之一波長之整數倍。反射係數則由此二支波高計之水位記錄推算,分析水位記錄資料,在反射波到達造波板所造成之再反射波送達記錄波高計後之水位記錄,即不可採用,可由觀測水位曲線圖中剷除。

6-1-4 多孔岸壁港池內波高測定

以薄剛板設計長1.2米,寬0.3米,高0.6米之多孔岸壁矩形港池(如照片3)及半徑為0.6米之 10° 開口圓形多孔岸壁港池(如照片4),其岸壁則取用B型多孔岸壁(消波室寬為0.1米),安置如示意圖6-5。



照片2 多孔岸壁配置

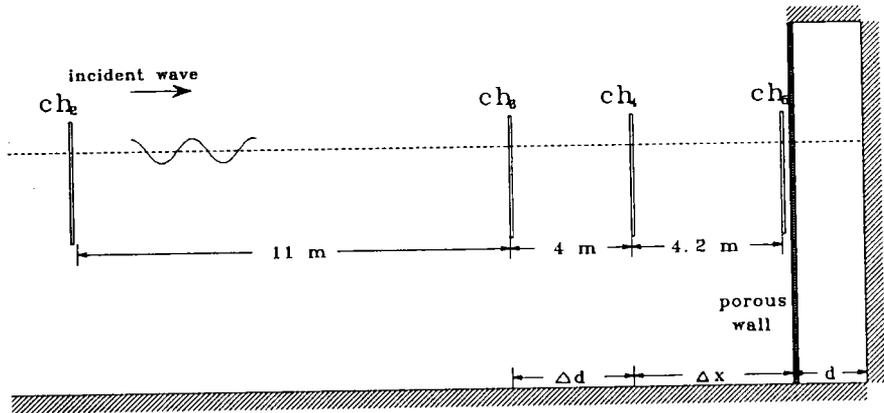
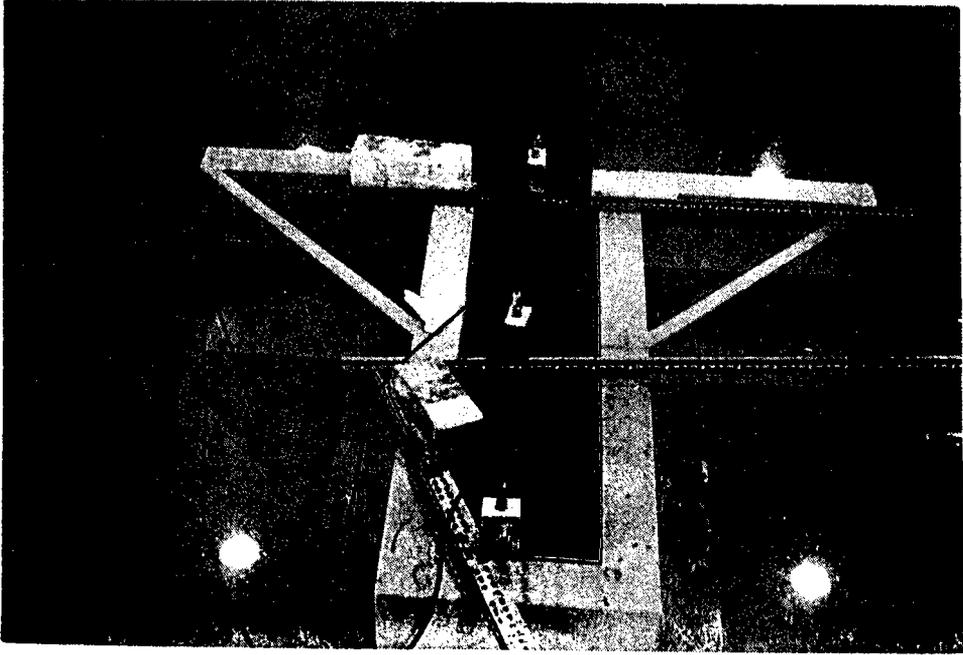
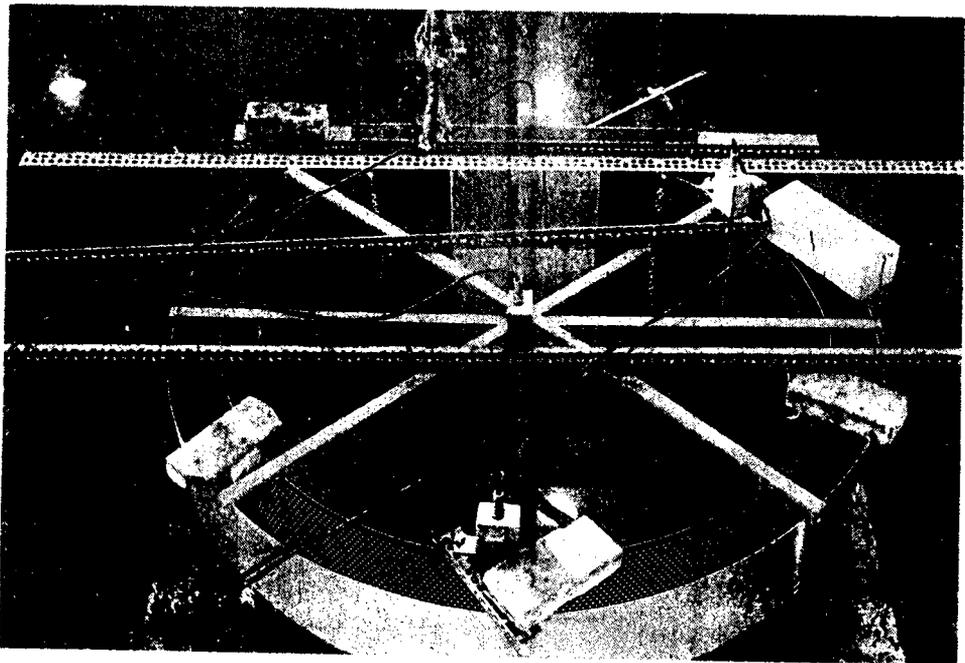


圖6-4 反射係數觀測點波高安置示意圖



照片3 矩形多孔岸壁港池配置



照片4 10° 開口圓形多孔岸壁港池配置

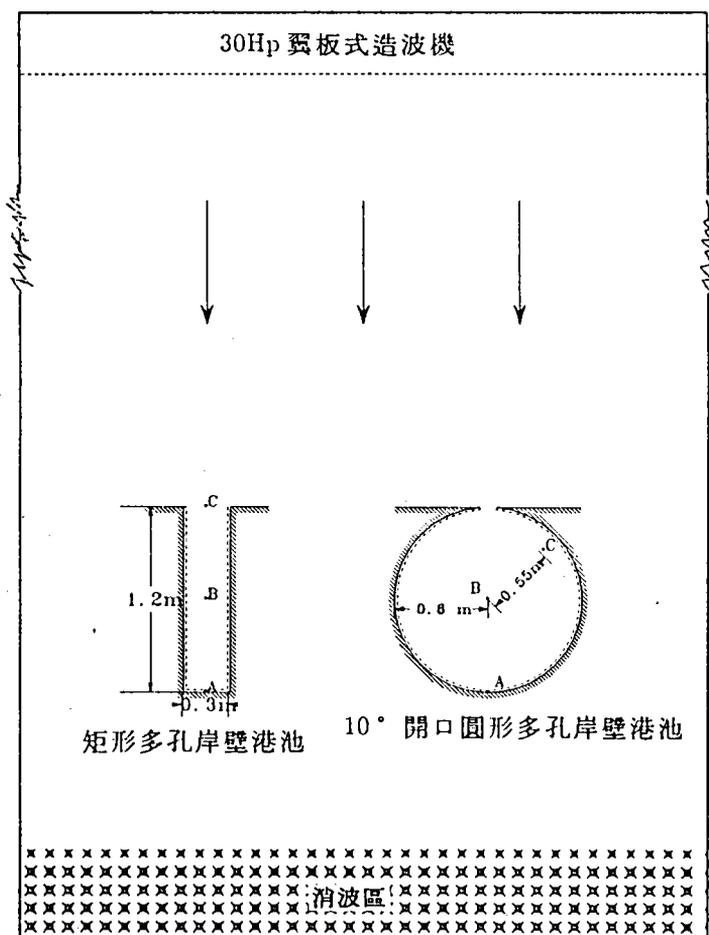


圖 6-5 多孔岸壁矩形港池及 10° 開口圓形港池安置示意圖

試驗平均水深 0.40 米，入射波週期範圍約為 1 秒 ~ 4 秒，試驗與斷面水多孔岸壁反射係數 C_r 量測同時進行，波高計位置 Ch_1, Ch_2 為入射波觀測點， Ch_3 及 Ch_4 二點為斷面多孔岸壁反射係數推算之記錄位置， Ch_5 為參考點（位置如圖 6-4），而 $A(0, -1.2 \text{ m})$ 、 $B(0, -0.6 \text{ m})$ 及 $C(0, 0)$ 三點為矩形港池之觀測點（位置如圖 6-5），同理取 $A(0.6 \text{ m}, 270^\circ)$ 、圓心 B 及 $C(0.6 \text{ m}, 45^\circ)$ 三點為 10° 開口圓形港池內之觀測點（位置如附圖 6-5）。

6-2 試驗結果與數值計算比較

本試驗採用孔隙薄鋼板做多孔板，經水頭箱測定結果如表 6-1：

表 6-1 多孔板特性係數表

多孔板型號	孔隙半徑	多孔材料係數 b_0	孔隙率
A 型	0.6 公分	0.232×10 米	0.44

其中 b_0 值當做數值計算之已知值,若平均水深為 0.40 米,室溫 25°C,標準氣壓之條件下,多孔雷諾數值為 $R_e=0.532$ 。

本試驗採用之自由水面型態多孔岸壁計有下列 2 種,分類如表 6-2:

表 6-2 自由表面型態多孔岸壁分類表

多孔岸壁型號	多孔板型號	消波室寬度 d	消波室高度 h_p
A 型	B 型	0.5 米	0.6 米
B 型	B 型	0.1 米	0.6 米

6-2-1 反射係數

自由水面型態多孔岸壁在規則波正向作用下之反射係數 C_r , 滿足表示式 (2.3.8), 反射係數 C_r 與多孔影響參數 G_0 (多孔雷諾數 R_e , 無因次參數 C'_0)、無因次消波室寬度 k_0d ($d/L, d/h$) 等參數有關。第二章圖 2-3-3 顯示多孔岸壁在不同斜向多孔影響參數 \bar{G}_0 值反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/\bar{L} 理論相關曲線圖, 又圖 2-3-5 則顯示多孔岸壁在不同消波室寬度 d/\bar{L} 反射係數 C_r 與 \bar{G}_0 理論相關曲線圖, 在正向波作用下則 $\bar{G}_0 = G_0, \bar{L} = L$ 。反射係數試驗觀測結果與理論比較如圖 6-6 及圖 6-7, 在圖 6-6 實線部分為 A 型多孔岸壁 ($R_e=0.532, d/h = 1.25$) 在不同週期之入射波作用下, 無因次消波室寬度 k_0d 與反射係數 C_r 理論相關曲線, 圓點則為試驗結果, 圖中顯示, 二者趨勢大略一致, 不過實驗值顯些略小於理論值。波浪作用於多孔岸壁, 入射波之波能, 除分配於部分反射波及部分於穿透波, 另一部分則消散損失。以多孔板之理論解析結果, 僅有進行波成份, 而無消散波之成份; 而在多孔牆之理論解析結果, 摩擦效應影響較小時, 主要為進行波成份, 消散波之成份較小, 予予忽略, 但摩擦效應影響較大時, 消散波之成份則不能忽略。理論計算未納入消散波之成份也許造成能量較試驗小之原因。反射波之大小與入射波之相對波長關係甚大, 圖中 $k_0d = \pi, 2\pi \dots$ 時反射係數

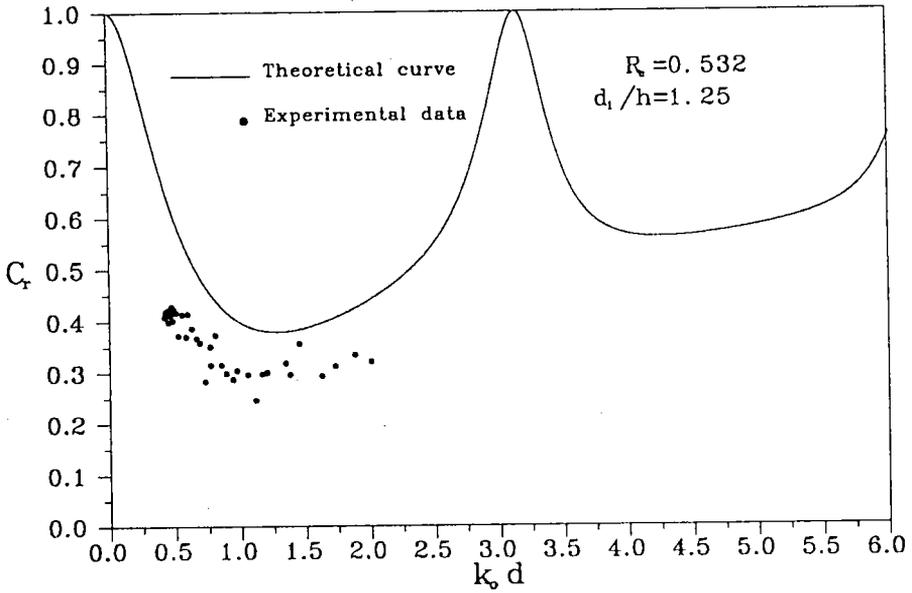


圖 6-6 多孔岸壁消波室寬度 $d/h=1.25$ 時無因次波數 $k_0 d$ 與反射係數 C_r 理論相關曲線和試驗比較圖

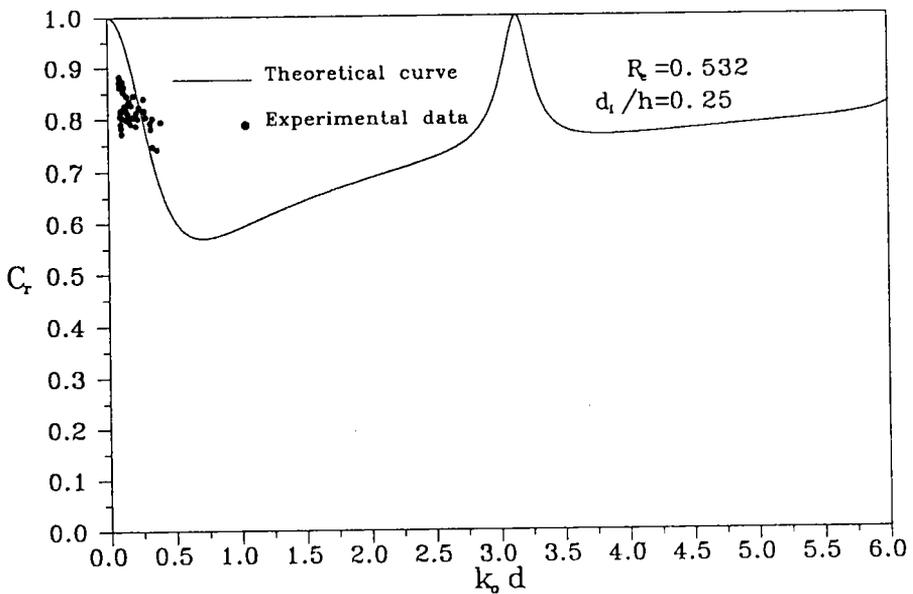


圖 6-7 多孔岸壁消波室寬度 $d/h=0.25$ 時無因次波數 $k_0 d$ 與反射係數 C_r 理論相關曲線和試驗比較圖

$C_r=1$, 多孔岸壁如全反射體, 當 $k_0d = 1.3, 1.3 + \pi \dots$ 時反射係數為極小值。圖 6-7 為 B 型多孔岸壁 ($R_e=0.532, d/h = 0.25$), 在不同週期波浪正向作用下, 無因次消波室寬度 k_0d 與反射係數 C_r 理論值與試驗值之比較圖。同樣實線部分為理論值, 圓點則為試驗結果, 粗略而言, 理論值與試驗值趨勢尚稱吻合, 但因試驗所產生波浪週期範圍, 因相對消波室減小而甚為窄小, 無法做較完整之驗證。圖中 $k_0d = \pi, 2\pi \dots$ 時反射係數 C_r 同樣為 1, 而當 $k_0d = 0.6, 0.6 + \pi \dots$ 時反射係數為極小值。比較圖 6-7 及圖 6-8, 顯示不同之消波室消波室寬度 d/h , 反射係數 C_r 與 k_0d 相關曲線之極小值位置不同。

圖 6-8 為 A 型多孔板 ($R_e=0.532$) 在不同消波室寬度 d/h , 入射波無因次波數 k_0d 與反射係數 C_r 之理論值相關曲線, 圖中顯示曲線為週期變化, 週期為 π , 而隨 d/h 值之略增, 極小值減小, 而 k_0d 值較小時 C_r 減小率, 遠較 k_0d 值大時減小速度為快。圖 6-9 則為消波室寬度 $d/h=1.25$, 在考慮不同多孔雷諾數 R_e , 入射波數 k_0d 與反射係數 C_r 之相關曲線理論值, 圖中也顯示曲線為週期變化, 週期為 π , 隨多孔雷諾數 R_e 之增大而 C_r 值減少, 但 R_e 再增大時則 C_r 值增大, 呈反轉變化。比較在第二章圖 2-3-3 為固定多孔影響參數 G_0 值, 探討反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 d/L 之關係, 因 R_e 與波浪特性無關, 而 G_0 與波浪特性有關, 圖 6-9 與圖 2-3-3 二者所表現的相關曲線顯然有差異存在。圖 6-9 顯示消波室寬度 k_0d 較大時, 反射係數值 C_r 隨 R_e 值增大反應, 較 k_0d 值較小時緩和, 例如 $R_e = 1.4$ 且 $d/L=0.25+0.5n, n=0,1,2 \dots$ C_r 皆為極小值, 但不同 n 值 C_r 極小值之大小不相同。但若考慮反射係數 C_r 隨 G_0 值增大, 其反應程度與消波室寬度 k_0d 大小顯然無關 (圖 2-3-3), 例如 $G_0 = 1$ 且 $d/L=0.25+0.5n, n=0,1,2 \dots$ C_r 皆為零。圖 2-3-3 同樣顯示隨多孔雷諾數 G_0 之增大而 C_r 值減少, 在 $G_0 = 1$ 時為極小值, 但 G_0 再增大時則 C_r 值增大, 呈反轉變化。

6-2-2 多孔岸壁矩形港池及 10° 開口圓形港池

本節首先將比較多孔岸壁矩形港池 (長 $l=l_2=1.2$ 米) 之共振擴大率試驗值、數值計算值與 Lee(1971) 不透水矩形港池 (長 $l=l_1=0.31$ 米) 之共振擴大率試驗值、數值計算值; 其次將比較多孔岸壁 10° 開口圓形港池 (半徑 $a = a_2=0.6$ 米) 之共振擴大率試驗值、數值計算值與 Lee(1971) 不透水 10° 開口圓形港池 (半徑 $a = a_1=0.23$ 米) 之共振擴大率試驗值、數值計算值, 試驗與數值計算結果比較如后。

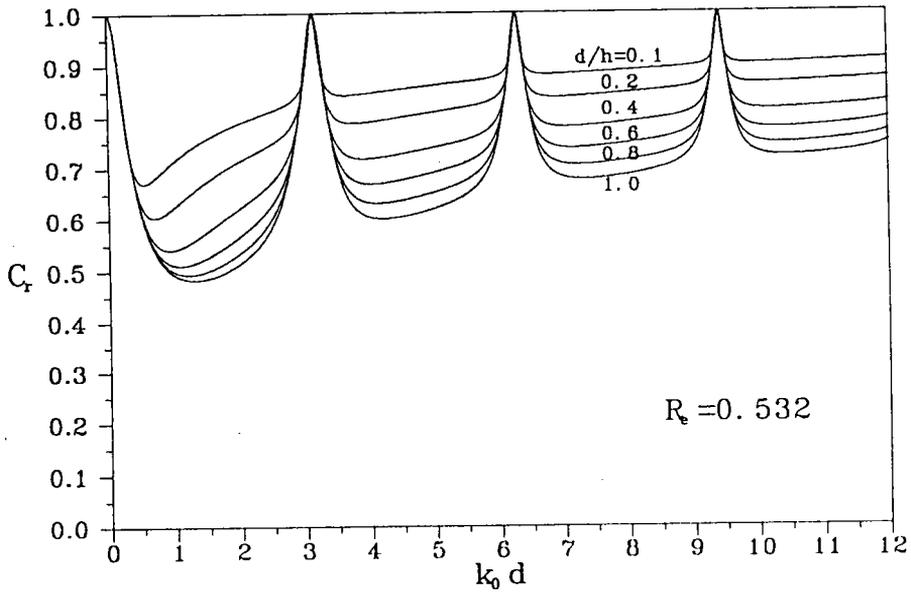


圖6-8多孔岸壁 ($R_e=0.532$) 在不同消波室寬度 d/h 之無因次波數 $k_0 d$ 與反射係數 C_r 理論值相關曲線

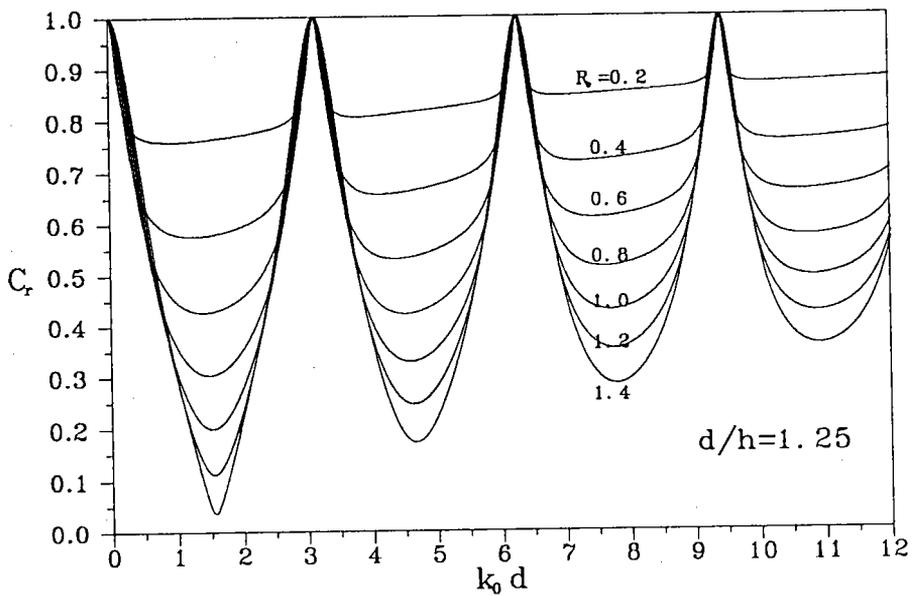


圖6-9多孔岸壁消波室寬 $d/h=1.25$ 在不同多孔雷諾數 R_e 之無因次波數 $k_0 d$ 與 C_r 相關曲線理論值

在不同週期波浪作用下,針對多孔岸壁矩形港池底端中點A,中部中點B、開口處中點C等三點處,圖6-10~圖6-12分別為三點無因次波數 k_0l 與擴大率R相關曲線數值與試驗比較結果。虛線部分為A型多孔岸壁矩形港池數值模式計算結果,實線部分則為不透水壁港池之數值計算結果,圓點實心部分則為多孔岸壁之試驗量測結果,圓點空心則為Lee(1971)不透水港池之試驗值。Lee(1971)不透水港池試驗值共振點發生位置,與數值比較尚稱吻合,僅試驗值較數值計算值為小。多孔岸壁港池共振點發生位置,較不同大小不透水港池有右移的現象發生,顯示多孔岸壁不僅改變擴大率之大小而且改變共振發生之位置。但試驗值之位置與理論值位置相差甚明顯,試驗共振發生之位置介於理論不透水港池與多孔岸壁港池之間,顯示試驗值之共振發生位置右移的現象,不如數值計算明顯。多孔消波體港池之岸壁之阻尼係數 α 一般為複數(包括實部及虛部),如表示式(5.1.5),虛部主要改變共振週期發生位置(慣性效應),實部則決定共振點之擴大率之大小(阻力效應)。在數值計算波浪皆假設正向作用於港池消波體岸壁,但因為實際波浪進入港池內後,因繞射之影響,波浪作用於岸壁之方向甚為不規則,此可能造成數值與試驗共振週期位置誤差之原因。其次多孔板之理論解析結果,僅有進行波成份,而無消散波之成份;在多孔牆之理論解析結果,摩擦效應影響較小時,僅有進行波成份,消散波之成份較小,予予忽略,但摩擦效應影響較大時,消散波之成份則不能忽略。數值計算未納入消散波之成份也許造成擴大率較試驗小之原因。而試驗之精密度也是可能產生誤差之因素,可預期除非做較精緻之試驗,盡可能減少邊界能量消散,否則不易測得精確能量消散值,數量之偏差難免發生。基本上試驗之結果與數值計算現象吻合,僅擴大率之值及共振週期二者有誤差存在。

同多孔岸壁矩形港池一樣,在考慮不同入射波週期作用下,選取 10° 開口圓形港池內底部A點,中心點B及港口內側C點等三點,圖6-13~圖6-15分別表示三個觀測點,不同無因次波數 k_0a 與擴大率R相關曲線數值計算與試驗觀測比較結果。虛線部分為A型多孔岸壁港池數值計算結果,實線部分為不同大小不透水壁港池之數值計算結果,圓點部分則為多孔岸壁試驗觀測值。而多孔岸壁圓形港池之共振點發生處比較不透水壁圓形港池也有右移偏小之現象,但數值計算結果與試驗值共振位置仍有相差存在。

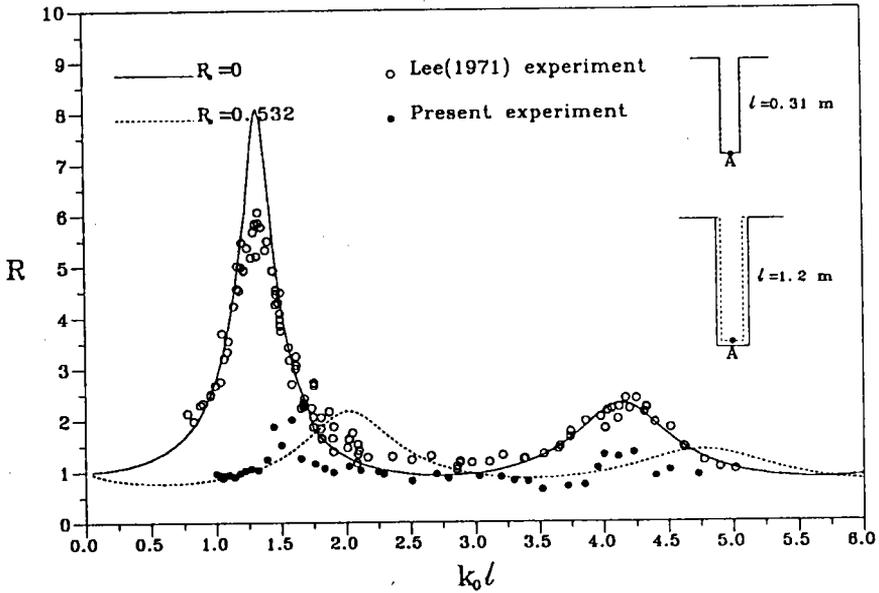


圖6-10多孔岸壁矩形港池(不透水直立壁港池)底端中央點A之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

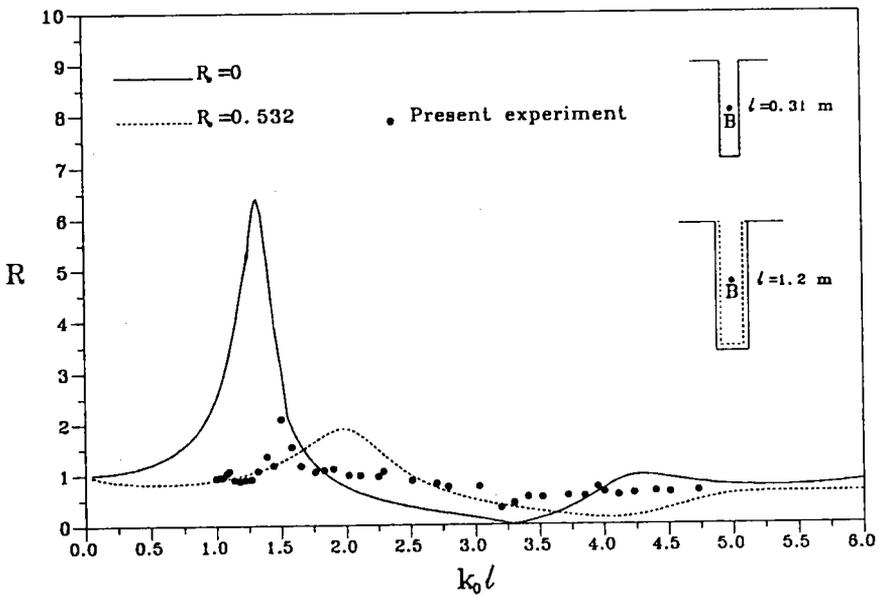


圖6-11多孔岸壁矩形港池(不透水直立壁港池)中部中央點B之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

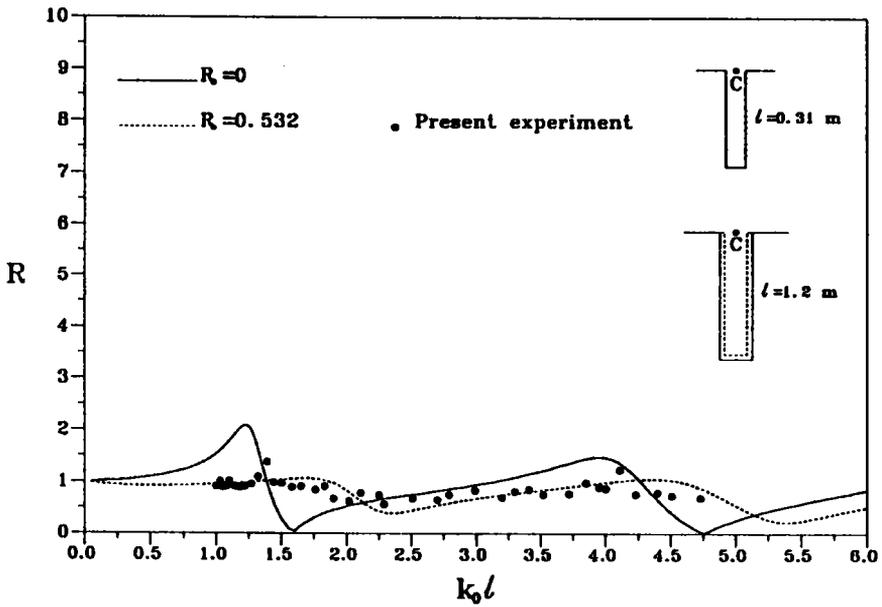


圖6-12多孔岸壁矩形港池(不透水直立壁港池)開口中央點C之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

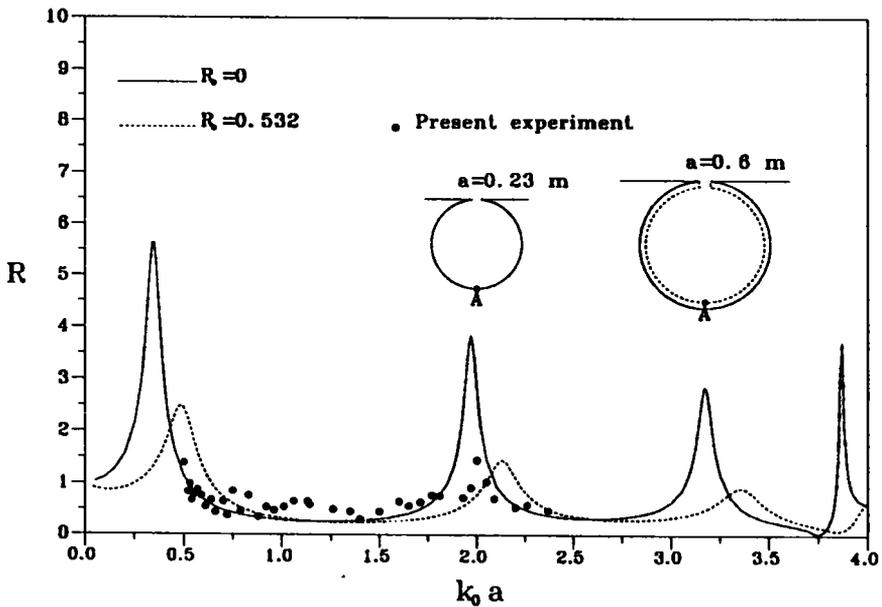


圖6-13多孔岸壁圓形港池(不透水直立壁港池)底端點A之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

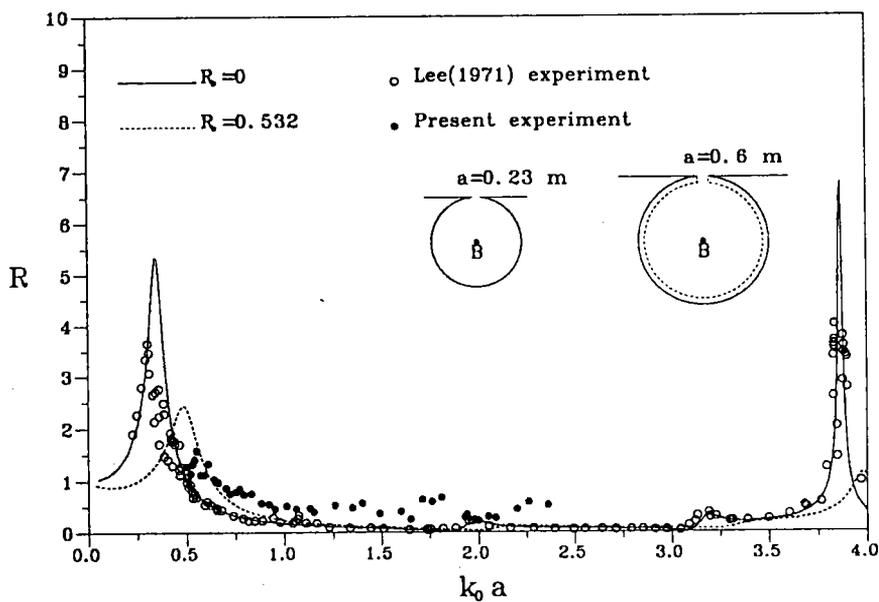


圖6-14多孔岸壁圓形港池(不透水直立壁港池)圓中心
點B之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

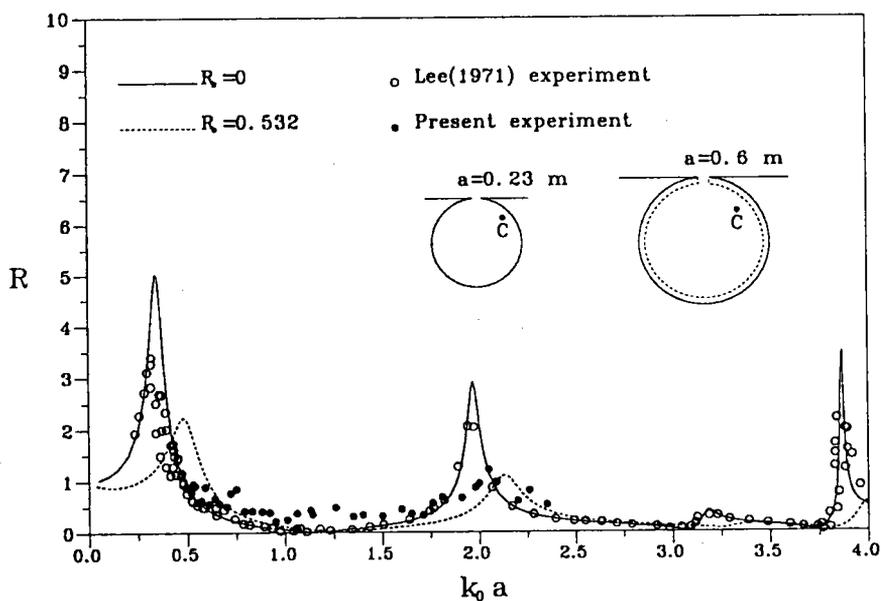


圖6-15多孔岸壁圓形港池(不透水直立壁港池)港口內側
點C之無因次波數 $k_0 l$ 與擴大率R數值相關曲線與試驗比較圖

6-3 討論

以模型試驗探討自由水面型態多孔岸壁在斷面水槽受不同週期波浪作用下,反射係數 C_r 與多孔雷諾數 Re 、多孔影響參數 G_0 、消波室寬度 d 等參數之關係,並與Chwang(1983)之理論解做一合理驗證,針對以均勻孔隙多孔薄鋼板設計之多孔岸壁,試驗之結果與理論值尚稱吻合。試驗控制在波高不大之條見下,對應之流場也不大,波與多孔板之作用,近似滿足線性達西定律之條件即有多孔板相對波長甚薄時,板兩側之相位差不明顯,慣性力效應不顯著,摩擦阻力之影響遠大於慣性力,而通過板之流體速度與板兩側壓力差近似正比關係。但在相對波高較大時,流速增大,計算之精確度,有待進一步之印證。

在引用多孔岸壁設計之矩形港池及 10° 開口圓形港池,根據數值計算結果,顯示自由水面型態多孔岸壁設計之港池不但減小港內共振點之擴大率,而且會改變其發生位置。而模型試驗結果,則顯示共振點擴大率更顯著的減小,且共振點也有平移的現象,試驗之結果基本上與數值計算現象吻合,但擴大率之值及共振之週期二者有誤差存在。由以上之分析顯示因多孔邊界條件,在波浪正向作用於岸壁方向之簡化,散射波程份之忽略,則為數值計算可能產生誤差之原因。

第七章 結論及建議

7-1 結論

1. 本文以理論探討多孔消波體受斜向波浪作用之反射及透性特性，在考慮不同方向之入射波及因高低水位產生不同消波室效應下，求得消波體之最佳消波條件。本文解析之結果已包括往昔學者解析正向波作用、均勻多孔牆及均勻多孔板與線性波浪相互作用之結果。
2. 由直立式多孔牆(或多孔板)與不透水上壁及側壁組成多孔消波體，放置於等水深半無限長區域之末端，受斜向波浪作用之反射係數及消波室透射係數，主要受入射波角度、波長(週期)、平均水位高度 h 、消波室寬度 d/L (或 d/h)、多孔牆厚度 $2b/h$ 及多孔牆特性參數(包括孔隙率 ε 、摩擦係數 f 、慣性係數 s 或阻抗係數 γ)，或多孔板之斜向多孔影響參數 \bar{G}_0 等因素影響。Sollitt及Cross(1972)之多孔牆理論一般描述有厚度透水牆與波浪之相互作用特性；而Chwang(1983)之多孔板理論，雖然不適用於有限厚度之情形，但探討零厚度多孔板相關問題，則較簡易方便。本文將兩個理論做進一步之整合，使多孔消波體中均勻多孔介質部份之描述更加的完整。
3. 對於多孔岸壁(引用多孔板)之波能消散特性，因平均水位高低不同，消波室有剛性表面及自由水面二種不同邊界效應。自由水面型態多孔岸壁，消波室寬為四分之一修正波長 \bar{L} 加上二分之一修正波長之整數倍時，反射波最小，消波室之透射波也最小，即波能消散最大；此時如果又 $\bar{G}_0 = 1$ ，即多孔板特徵速度與修正波速相等時，反射波則完全消失；而透射波高與入射波高相同(即透射係數為1)。高水位時為剛性表面型態多孔岸壁，因消波室上層不透水層之影響，室內無自由水面存在，能量傳入消波室不大，消波室喪失部份能量轉移之功能，反射係數之極小值較自由水面型態多孔岸壁之情形時為大。若平均水位介於高低之間，部份波峰衝擊於不透水上壁，此時之流場將甚為複雜，有待進一步研究。
4. 對於多孔消波體(引用多孔牆)之波能消散特性，因消波室高度相對於平均水深高低不同，同樣有剛性水面型態及自由水面型態兩種不同特性之消波體。低水位時，消波室發揮甚大的能量轉移功能，對特定的波浪(C_0)及

多孔牆特性參數 (ϵ, s, f), 由無因次消波室寬度 (d/L) 與無因次多孔牆厚度 ($2b/h$) 平面上之等反射係數圖, 可求得較佳之消波條件。高水位時, 因消波室與多孔牆上層不透水層之影響, 室內無自由水面存在, 消波室能量轉移之功能減低, 同樣在不同之波浪 (C_0) 條件及多孔牆特性參數 (ϵ, s, f), 由無因次消波室寬度 (d/h) 與無因次多孔牆厚度 ($2b/h$) 平面上之等反射係數圖, 可求得較佳之消波條件。

5. 波壓分佈方面, 低水位時, 多孔牆(板)前水域及消波室水域皆為自由表面, 多孔牆(板)前後兩側在水深方向之波壓分佈形態相似。在高平均水位時, 消波室內完全由水充滿, 為剛性表面, 因此牆(板)後之壓力分佈不同於牆(板)前壓力分佈, 且牆(板)後所受之波壓遠小於牆(板)前波壓。
6. 為解析多孔消波體港池之波能消散特性及共振特性變化, 本文建立使用簡易之等水深模式及較完整之不等水深模式, 兩個數值模式在退化為不透水岸壁港池, 與往昔部份學者之數值解、理論解比較時, 皆得到合理的印證。但與 Lee(1971) 數值計算結果比較, 發現共振點處之擴大率值相差甚大, 而 Lee(1971) 之數值解較符合試驗值。經解析本文認為: Lee(1971) 其數值計算在元素分離化過程, 因在常數元素假設 Green 函數 $H_0^{(1)}, \frac{\partial H_0^{(1)}}{\partial n}$ 之值為常數不合理而產生誤差; 並非如其文中所言, 因數值解較符合試驗值, 所以其數值解較其理論解精確。事實上本文發現 Lee(1969) 理論解之計過程算甚為合理, 與本文數值解亦甚為相近, 而因為試驗之能量損失不能避免, 試驗與數值方法(理論解)存在些微誤差是合理的。基本上邊界元素法、有限元素法在數值理論架構是相同的, 因此不管理論解, 或使用何種數值方法, 只要計算過程, 不主觀做不合理的假設, 顯示計算結果彼此之間應甚相近。
7. 經解析等水深狹長矩形港池, 本文發現外海局部輻射邊界半徑為五分之一波長時, 數值計算與原本標準輻射條件結果已相近, 顯示在港外有限範圍已近乎滿足所謂 Sommerfield 輻射條件。但在考慮二維港池時, 外海局部輻射邊界半徑與港池開口之大小應有關, 此則有待更深入之研究。局部輻射條件引用於港池共振問題, 可避免計算區域外圍海域必需為等水深之不實際條件, 雖然因外圍邊界設定較為不易, 但實際應用方便, 如要求誤差不大的情況, 仍是一種甚為實用之方法。

8. 根據數值計算結果，自由水面型態多孔岸壁港池(引用多孔板)，當波室寬度為四分之一修正波長時，岸壁之阻尼係數 α 為實數，在各共振點之擴大率隨 G_0 值之增大，遠較不透水直立壁港池之擴大率為小，而且隨 G_0 之些微增大，擴大率迅速的減小，但共振點發生之位置改變並不明顯，而在 $G_0=1$ 時，波能幾乎已完全消散，共振現象完全消失。當消波室寬度不為四分之一修正波長時，消波岸壁之阻尼係數 α 為複數，在與不透水直立壁港池比較結果，發現隨 G_0 值之改變，不但改變共振點之擴大率值，而且明顯的改變共振點發生之位置。而這些共振特性變化，主要由消波岸壁之阻尼係數決定，阻尼係數為複數，其虛部改變共振週期，正值時減小共振週期，負值時則增長共振週期，而且隨其絕對值之增大共振週期變動加大；阻尼係數之實部則改變共振之振幅大小，其絕對值愈大能量消散愈大，共振之振幅愈小。剛性水面型態多孔岸壁港池，同樣顯示多孔影響參數 G_0 及消波室寬度(d/h)之改變，不但改變共振點之擴大率值，而且明顯的改變共振點週期。實際應用時，針對特定不規則形狀之港池，利用數值方法推算，求得較佳之阻尼係數，可以改變原有港池之共振週期，及有效減低可能發生共振之擴大率。
9. 以多孔消波體(引用多孔牆)設計於港池內壁，並與不透水直立壁港池比較其在波浪作用下之共振曲線變化情形。本文發現這類型之港池，不但改變共振點之擴大率值，而且明顯的改變共振共振週期。而這些港池波能消散現象及共振週期之特性變化，主要仍由消波岸壁之阻尼係數決定，而與港池形狀、水位高度、消波室寬度、多孔牆厚度、多孔牆特性參數及共振週期長短等因素有關；對不規則形狀之港池，因其關係甚為複雜，無法求得其簡易關係式，僅有賴數值方法計算。
10. 以模型試驗探討自由水面型態多孔岸壁在斷面水槽受不同週期波浪作用下，反射係數試驗之結果與理論值尚稱吻合。而多孔岸壁設計之矩形港池及 10° 開口圓形港池，數值計算及模型試驗結果，顯示消波岸壁港池不但減小港內共振點之擴大率，且共振週期也有平移之現象。因為數值計算時，波浪假設皆正向作用於港內消波岸壁，及理論上忽略消波岸壁邊界產生之散射波成份，可能為數值結果與試驗在共振週期及其擴大率值並不完全一致之原因。

7-2 建議

1. Sollitt 及 Cross (1972) 之多孔介質理論，基本上仍是一種修正勢能流 (potential flow) 理論，以勢能流理論描述多孔體內之各種平均物理量，並引用慣性及線性摩擦兩個係數，做波能消散之因子。此理論探討與波形相關之消波特徵 (如反射係數，透過係數)，基本上比流速、壓力等由波形之微分量，得到較合理的結果。而因透水介值內之流體旋性及亂流效應，欲解析有關消波體之流速或波力機構，則有待進一步引用較嚴謹的理論。
2. Chwang (1983) 之零厚度多孔板基本原理，乃引用達西定理，假設通過板之流速與板之兩面壓力差成線性關係，基本上線性達西定理適用於描述低雷諾數之流體運動，對於流速較大時，則預期線性關係應不滿足，有待進一步研究。
3. Chwang (1983) 多孔板厚度在遠小於波長相對條件下，以零厚度來處理，使用簡易方便，而因為厚度極薄之關係，慣性效應 (相位差影響) 遠較摩擦效應為小，予於忽略。在探討非甚薄之多孔介質時，數學上仍可簡化以零厚度來處理，但宜將慣性係數納入考慮，並利用達西定律之原理，尋求壓力差與流速之關係，可能為一種簡易，而且又較合理描述小厚度多孔介質之途徑。
4. 波浪與透水結構物之交互作用，非線性效應及消散波成份，在結構物之慣性及摩擦效應較大時，甚為重要；理論解析非線性效應之影響及數值計算透水岸壁港池納入散射波效應，值得進一步研究。而波浪作用於透水性港池岸壁之方向，因繞射及可能多次反射，甚為複雜，如何描述波浪作用於消波體岸壁之邊界條件，也值得進一步探討。
5. 評估多孔消波體於實際應用，改進消波體設計，如採用多層多孔牆 (或多孔板)，在水平方向增隔消波室，或垂直方向消波室分多層等之消波效應，也值得進一步解析。

参考文献

1. Baker, B. B. and E. T. Copson, "The Mathematical Theory of Huygen's Principle", Oxford University Press, London, (1950).
2. Berkhoff, J. C. W., "Computation of Combined Refraction Diffraction", Proc. 13th Coastal Engineering Conference, Vol. 1, (1972).
3. Bettess P. and O. C. Zienkiewicz, "Diffraction and Refraction of Surface Waves using Finite and Infinite Elements", Inter. Jour. for Num. Methods in Eng., Vol. 11, pp. 1271-1290 (1977).
4. Biesel F. and F. Suquet, "Les Appareils Generateurs de Houle Enlaboratoire". La Houille Branche PP. 147-165, 475-496, 723-737 (1951).
5. Booij, N., "Gravit Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current", thesis present to the Technical University of Delft, The Netherlands, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (1981).
6. Brebbia, C. A., The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press London (1984).
7. Brebbia, C. A., J. C. F. Telles and L. C. Wrobel, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag (1984).
8. Chen, H. S. and C. C. Mei, "Oscillations and Wave Forces in an Offshore Harbor", Ralph M. Parsons Laboratory, Report No. 190, MIT, August (1974).
9. Chen, H. S., "Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering", Appl. Ocean Research, Vol. 8, pp. 99 ~ 104 (1986).
10. Chwang, A. T., "A Porous-Wavemaker Theory", J. Fluid Mech., Vol. 132, pp. 395 ~ 406 (1983).
11. Chwang, A. T. and W. Li, "A Piston-Type Porous Wave-Maker Theory", J. Eng. Math., Vol. 17, pp. 301 ~ 313 (1983).
12. Chwang, A. T. and Z. Dong, "Wave-Trapping Due to a Prouis Plate", Proc. 15th ONR Sym. on Naval Hydrodyn., Hamburg, Germany, pp. 407 ~ 417

(1984).

13. Chwang, A.T., S. H. Ou and C.H. Su , "Dissipation of Wave Energy by a Porous Wall ", CKHORT-89-005 ,Dept. of Hydraulics and Ocean Eng., National Cheng Kung Univ. ,Taiwan, R.O.C. (1989).
14. Chwang, A. T., S. H. Ou and C. H. Su , "Wave Oscillations inside Porous-Wall Harbors", Proc. of 5th Conf. on Hydr. Eng. , Taiwan, R.O.C. pp.853 ~ 868 (1990).
15. Chwang, A.T., S. H. Ou and C.H. Su , "Dissipation of Wave Energy by a Porous Wall ", (投稿中) ,(1993a)
16. Chwang, A. T., S. H. Ou and C. H. Su , "Wave Oscillations in Porous Wall Harbors", (投稿中) ,(1993b).
17. Dalrymple, R. A. , M. A. Losada and P. A. Martin , " Reflection and Transmission from Porous Structures under Oblique Wave Attack ", J. Fluid Mech., Vol.224, pp. 625 ~ 644 (1991).
18. Goda, Y. and Y. Suzuki, "Estimation of Incident and Reflected Waves in Random Raves Experiments", Proc. 15th Coastal Eng. Conf., pp. 628 ~ 650 (1976).
19. Hannoura, A. A. and J. A. McCorquodale , " Rubble Mounds : Numerical Modeling of Wave Motion ", J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE ,Vol. 111, No. 3 ,pp. 552-566.
20. Havelock T. H. , "Forced Surface-Waves on Water ", Phil. Mag. Vol.8, pp. 569-576 (1929).
21. Ho, R. T. and H. Bomze , "Basin Oscillations in an Offshore Harbor," Paper No. OTC 2331, Proceedings of the Offshore Technology Conference, Vol., 11, Houston, Texas , pp.853 ~ 969 (1975).
22. Huang, L. H. , "The Inertial Effect of a Finite Thickness Porous Wavemaker.", J. Hydr. Res. ,29(3), pp. 417 ~ 432 (1991).
23. Huang, L. H. and H. I. Chao , "Reffection and Transmission of Water Wave by Porous Breakwater", J. Wtrwys. , Har. Coast. Div., ASCE, 100(4), pp.

- 437 ~ 452 (1992).
24. Huang, L. H. , P. C. Hsieh and G. Z. Chang , "The Interaction of Water Wave and Porous Breakwater " , Paper Submitted to J. Wtrwys., Har. Coast. Div., ASCE (1992).
 25. Hwang , L.S. and E.O. Tuck , " On the Oscillation of Harbors of Arbitrary Shape " , J. Fluid. Mech. Vol. 42 , No. 3, pp. 447 ~ 464 (1970).
 26. Ippen, A. T. , Editor, *Estuary and Coastline Hydrodynamics*, McGraw-hill Book Company , New York (1966).
 27. Ippen, A. T. and Y. Goda , "Wave Induced Oscilations in Harbors : The Solution for a Rectangular Harbor Connected to the Open-Sea" , Report No.59, Hydrodynamics Laboratory , M.I.T. (1963).
 28. Jamieson, W.W. and E.P.D. Mansard , "An Efficient Upright Wave Absorber " , Porc. of Coast. Hydro. dyna. Conf. , pp. 124 ~ 139 (1987).
 29. Jarlan, G.L.E., " A Perforated Vertical Wall Breakwater" , The Dock and Harbour Authority, Vol. 41, pp.394 ~ 398 (1961).
 30. Jarlan, G. L. E. , " The Application of Acoustic Theory to the Reflective Properties of Coastal Engineering Structures " , National Research Council of Canada, Rep. No. DME/NAE pp. 23 ~ 63 (1965).
 31. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs., "Riprap Stability Under Wave Action," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE , Vol. 111, No. 3, pp.552-566 (1985a).
 32. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs. , "Stability of Armor Units on Composite Slopes," J. of Waterway, Port, coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 111, No.5, pp.880-894 (1985b).
 33. Kobayashi, N., A.K. Otta, and I. Roy. , "Wave REflection and Run-up on Rough Slopes," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 113, No.3, pp.282-298 (1987).
 34. Kravtchenho, J. and J. S. ,McNown, "Sciche in rectangular parts", Part, Appl. Math. Vol. 13, pp.19-26 (1955).

35. Lee, J.J., "Wave-Induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Shape ", Report KH-R-20, W. M. Keek laboratory of Hydraulics and Water Resources, California, Institute of Technology, Berkeley, Calif. (1969).
36. Lee, J. J., "Wave-induced Oscillations in Harbours of Arbitrary Geometry", J. Fluid Mec. , Vol. 45, pp. 375 ~ 394 (1971).
37. Lee, J. J. and F. Raichlen " Oscillations in Harbors with Connected Basins ", Report KH-R-26, W. Keek Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, (1971).
38. Lee, J. J. and F. Raichlen , "Oscillations in Harbors with Connected Basins," J. Waterw. , Har. and Coastal Eng. Div. , Vol. 98, No. WW3, pp.311 ~ 332 (1972).
39. Lee,C. P., " Wave Interaction with Permeable Structures", Ph.D. Dissertation, Ocean Engineering Program, Department of Civil Engineering , Oregon State University, Corvallis, Oregon , U.S.A. (1987).
40. Le Méhauté, B. , " Perméabilité des Dignes en Enrochements aux Ondes de Gravité périodiques ", Bouille Blanche , Vol. 6, pp. 903 ~ 919 (1957).
41. Liu , P. L. -F. , S. B. Yoon and R.A. Dalrymple , "Wave Reflection from Energy Dissipation Region : ,J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng . , ASCE Vol. 112, pp. 632 ~ 644(1986).
42. Madsen, O.S. , " Wave Transmission through Porous Structures ", J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE Vol. 100, pp. 169 ~ 188(1974).
43. Madsen ,O.S. and S.M. White," Wave Transmission through Trapezoidal Breakwaters " , Proc. 15th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Honolulu, Hawaii, pp.2662 ~ 2676 (1976).
44. Madsen, P.A., " Wave Reflection from a Vertical Permeable Wave Absorber", Coastal Eng. ,Vol.7,pp. 381 ~ 396 (1983).
45. Mattioli , F. and S. Tinit , "Discretization of Harbor Resonance Problem", J. Waterw. Port , Coastal and Ocean Division ,ASCE, Vol. WW4 ,pp. 464 ~ 469 (1979).

46. McNown, J. S. , "Waves and Seiche in Idealized Ports", Gravity Wave Symposium , National Bureau of Standards Circular 521.
47. Miles, J. and W., Munk , "Harbor pordors", J. Water.and Harbors Divi., ASCE, WW 3, pp.111- 130 (1961).
48. Morse, P.M. and K.U. Ingard, Theoretical Acoustics, Princeton Univ. Press, U.S.A. (1968).
49. Richey E.P. and C.K. Sollitt, "Wave Attenuation by Porous Walled Breakerwater " , J. Water. Har. and Coast. Eng. Div., ASCE, Vol. 96, pp. 643 ~ 663 (1970).
50. Sollitt, C.K. and R.H. Cross, "Wave Transmission through Permeable Breakwaters" ,Proc. 13th Conf. on Coastal Eng. ASCE, Vancouver, Canada, pp.1827 ~ 1846 (1972).
51. Sulisz, W. , " Wave Reflection and Transmission at Permeable Breakwaters of Arbitrary Cross Section " , Coastal Eng. , Vol. 9 , pp. 371 ~ 386 (1985).
52. Taylor, G.I. , "Fluid Flow in Regions Bounded by Porous Surfaces". Proc. Roy. Soc. London, A 234 , pp.456 ~ 475 (1956).
53. Terrett, F.L., J.D.C. Osorio and G.H. Lean , "Model Studies of a Perforated Breakwater", Proc. 11th Conf. on Coastal Eng.,Ch. 70 : pp. 1104 ~ 1120 (1968).
54. Tsay, T. K. and P. L- F. Liu , "A Finite Element Model for Wave Refraction and Diffraction " , Appl. Ocean Research ,Vol. 5, pp.30 ~ 37 (1983).
55. Tsay, T., K. , W. Zhu and P. L-F. Liu , "A Finite Element Model for Wave Refraction , Diffraction ,Reflection and Dissipation", Applied Ocean Research , Vol. 11, No1. pp.33 ~ 38 (1989).
56. Twu S.W. and D. T. Lin , "On a Highly Effective Wave Absorber " , Coast. Eng. ,Vol. 15 , pp. 389 ~ 405 (1991).
57. Tyvand P. A. , " Long Waves in a Canal with a Porous Plate Located at a Step". Phys. of Fluids, Vol. 29 pp. 2027-2028.

58. Ursell F., R. G. Dean and Y.S. Yu, "Forced Small-Amplitude Water waves : A Comparison of Theory and Experiment", J. Fluid Mech. ,Vol. 7, pp. 33-52 (1960).
59. Wilson, B. W. , "Seiches ", Advances in Hydro- science, vol.8 , pp.1-94 (1972).
60. Yeh, P. , Optical Waves in Layered Media, John Wiley & Sone, New York, U.S.A. (1988).
61. 李兆芳、藍元志, 「波浪與透水結構物互相作用之二階解」, 中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集, 第316~329頁(1992).
62. 林銘崇、王武俊(1982), 「矩形港池共振特性之研究」, 國立海洋學院河海工程學系, 河海研究第13號。
63. 林銘崇、謝宗誠, 「波浪折射-繞射之有限-邊界元素解析」, 中華造船工程學刊, 第四期, 第131~137頁(1985).
64. 林銘崇、許永誠, 「波浪折射-繞射與海流共同效應之有限-邊界元素解析」, 國立台灣大學造船工程學研究所, Rept. No. 227 (1985).
65. 周宗仁、林焯圭, 「應用邊界元素法解析任意地形及水深之港池水面波動問題」, 第八屆海洋工程研討會, 第111~129頁(1986)。
66. 周宗仁、林焯圭, 「任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動數值分析」, 第十一屆海洋工程研討會, 第365~381頁(1989)。
67. 周宗仁、韓文育、張景程, 「任意形狀、水深及反射率港池的水面振動實例」, 第十四屆海洋工程研討會, 第423~443頁(1992a)。
68. 周宗仁、韓文育、朱忠一, 「消波式碼頭對港內水面振動之影響」, 第六屆水利工程研討會, 第668~679頁(1992b)。
69. 涂盛文、郭仲仁, 「有限厚度孔隙牆消除特性之研究」, 中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集, 第544~558頁(1990).
70. 涂盛文、劉正棋, 「利用有限厚度孔隙牆消除造波水槽之再反射」, 中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集, 第299~315頁(1992).
71. 郭金棟、黃貴麟, 「半圓形開孔堤體反射透射特之試驗研究」, 中華民國

- 國第十二屆海洋工程研討會論文集，第502～523頁(1990).
72. 陳柏旭、蔡丁貴「局部輻射邊界條件在水波數值模式上應用」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，第1～18頁(1990)。
 73. 歐善惠、林西川、林火旺、蘇青和，「不等水深多孔岸壁港池之共振模式」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，台中，第74～94頁(1990)。
 74. 蘇青和、章梓雄、歐善惠，「多孔岸壁受斜向波浪作用之反射及波壓特性」，力學期刊，第八卷，第67～76頁(1992)。
 75. 蘇青和、歐善惠、章梓雄，「多孔岸壁港池之波能消散現象」，港灣技術，第七期，第1～24頁(1992)。
 76. 蘇青和、蔡丁貴、歐善惠，「數值方法及輻射邊界在港池共振應用之探討」，中華民國第十三屆海洋工程研討會論文集，第23～37頁(1991).
 77. 阿部宣行、鹿島遼一，「防波堤、護岸の構造型式調査」，日本電力中央研究所研究報告，調查報告U88012, pp. 1～96 (1988).
 78. 井島武士、佐々木富雄、湯村やす，「游水部なもつ直立消防波波護岸の研究」，九州大學工學部水工土木學教室海岸研究室, pp. 1～49 (1972).
 79. 井島武士、奥圖英明、湯村やす、牛房幸光，「直立消防波波護岸における透過壁と遊水部の機能」，日本第23回海岸工程演講會論文集, pp. 85-88 (1976).
 80. 井島武士、奥圖英明、牛房幸光，「直立消防波波護岸の構造と周波數特性について」，日本第24回海岸工程演講會論文集, pp. 255-259 (1977).

簡 歷

一、基本資料

姓名 : 蘇青和
出生日期 : 1955年08月22日
籍貫 : 台灣省 嘉義縣

二、主要學歷

高中 : 省立嘉義中學 (1971/09 ~ 1973/06)
學士 : 國立中興大學應用數學系(1974/09 ~ 1978/06)
碩士 : 國立台灣大學海洋研究所(1978/09 ~ 1980/06)
博士班 : 國立成功大學水利及海洋工程研究所(1988/09 ~ 1993/06)

三、現職及經歷

現職 : 港灣技術研究所 數學模式組研究員兼組長(1993/06 ~)
經歷 : 港灣技術研究所 數學模式組研究員(1991/06 ~ 1993/05)
: 港灣技術研究所 數學模式組副研究員(1987/08 ~ 1991/06)
港灣技術研究所 海岸工程組副研究員(1985/11 ~ 1987/08)
港灣技術研究所 海岸工程組助理研究員(1982/08 ~ 1985/11)
國立中興大學 應用數學系兼任講師(1983/08 ~ 1989/07)

四、著作目錄

(A) 期刊論文(Referred Paper)

1. 蘇青和,章梓雄,歐善惠, 1992, "多孔岸壁受斜向波浪作用之反射及波壓特性", 中國力學期刊, Vol. 8, No. 1 pp. 67 ~ 76。
2. 蘇青和,歐善惠,章梓雄, 1992, "多孔岸壁港池之波能消散現象", 港灣技術, 第七期, pp. 65 ~ 88。
3. 蘇青和,歐善惠,章梓雄, "多孔消波體之波浪反射及透射特性", 中國土木水利工程學刊, 第五卷, 第三期, 出版中。

4. 林西川,張憲國,蘇青和,1993, "孔隙板對斜向入射波之消滅作用", 港灣技術, 第八期, 出版中。
5. Chwang, A. T., Ou, S.H. and Su, C.H., "Dissipation of wave energy by a porous wall", (投稿中)。
6. Chwang, A.T., Ou, S.H. and Su, C.H., "Wave oscillations in porous-wall harbors", (投稿中)。

(B) 研討會論文 (Conference Paper)

1. 蘇青和,蔡丁貴,歐善惠, 1991, "數值方法及輻射邊界在港池共振應用之探討", 中華民國第十三屆海洋工程研討會論文集, PP.23 ~ 37.
2. 歐善惠,林西川,林火旺,蘇青和, 1990, "不等水深多孔岸壁港池之共振模式", 中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集, PP.74 ~ 94.
3. Chwang, A. T., Ou, S.H. and Su, C.H., 1990, "Wave oscillations inside porous-wall harbors", Proc. of 5th Conference on Hydraulic Eng., Taiwan, R.O.C. PP.853-868.
4. 蘇青和,張金機, 1989, "多孔岸壁之港池共振特性研究", 第二屆海洋數值模式研習會論文集, PP.91 ~ 130.
5. 黃清和,蘇青和, 1987, "水位變化對波浪引起縱向淨輸沙率影響試驗研究", 第九屆海洋工程研討會論文集, PP.484 ~ 498.
6. 張金機,蘇青和,林柏青, 1983, "台中港口海象調查研究", 第二屆港灣技術研討會論文集, PP.4-11 ~ 4-25.

(C) 其他出版物 (Other Publication)

1. 蘇青和,張金機, 1992, "台灣各港口潮汐相關性與預報模式", 港灣技術研究所, 基本研究報告, 81-研(十三)。
2. 蘇青和,陳陽益,蔡丁貴, 1992, "基隆港水工模型數值模擬", 港灣技術研究所專刊第73號。
3. 蘇青和,歐善惠,章梓雄, 1991, "港灣多孔岸壁消波特性試驗研究", 港灣技術研究所專刊第72號。

4. 蘇青和, 歐善惠, 章梓雄, 1991, "多孔岸壁港池之波能消散現象", 港灣技術研究所專刊第70號。
5. Chwang A. T., S. H. Ou and C. H. Su, 1989b, "A new concept in the design of porous-wall harbors", Department of Hydraulics & Ocean Engineering, CKHOTR-89-012.
6. Chwang A. T., S. H. Ou and C.H. Su, 1989a, "Dissipation of wave energy by a porous wall" Department of Hydraulics & Ocean Engineering, National Cheng Kung University, CKHOTR-89-005.
7. 蘇青和, 陳陽益, 張金機, 1989, "二度空間波浪折繞射數值模式研究", 港灣技術研究所, 基本研究報告, 78-研(八)。
8. 梁乃匡, 張金機, 蘇青和, 王克尹, 1985, "台灣南部紅柴海域海底水溫、海流調查研究報告", 港灣技術研究所專刊第19號
9. 梁乃匡, 張金機, 蘇青和, 林柏青, 王克尹, 1984, "七十二年度台灣北部海岸海洋環境調查報告", 港研所專刊第11號。
10. 梁乃匡, 蘇青和, 簡仲璟等, 1988, "台灣附近海域波浪預報模式研究(四)", 港灣技術研究所專刊第46號。
11. 梁乃匡, 蘇青和, 簡仲璟等, 1987, "台灣附近海域波浪預報模式研究(三)", 港灣技術研究所專刊第36號。
12. 梁乃匡, 蘇青和, 簡仲璟等, 1986, "台灣附近海域波浪預報模式研究(二)", 港灣技術研究所專刊第29號。
13. 梁乃匡, 蘇青和, 簡仲璟等, 1985, "台灣附近海域波浪預報模式研究(一)", 港灣技術研究所專刊第22號。
14. 梁乃匡, 歐陽餘慶, 蘇青和等, 1987, "台灣四周海象氣象調查研究(二)", 港灣技術研究所, 76-研(三)。
15. 梁乃匡, 蘇青和, 簡仲璟等, 1986, "台灣四周海象氣象調查研究(二)", 港灣技術研究所, 76-研(三)。
16. 梁乃匡, 陳陽益, 蘇青和, 簡仲璟, 1985, "台灣四周海岸波浪推算數值模式研究", 港灣技術研究所, 74-研(二)。

17. 張金機, 蘇青和, 何良勝, 張瀚達, 1983, "波浪折射淺化及繞及繞射數值模式研究報告", 港灣技術研究所 72-研(三)。
18. 張金機, 蘇青和, 簡仲環, 1988, "台中港港口擴建流況調查研究—第一部份流況調查", 港灣技術研究所專刊第 50 號。
19. 張金機, 蘇青和, 1988, "台中港港口擴建流況調查研究—第二部份流速分佈研究", 港研所專刊第 48 號。
20. 張金機, 蘇青和, 曾相茂, 林柏青, 1986, "台電興達水力發電廠海象調查研究報告", 港灣技術研究所專刊第 25 號。
21. 梁乃匡, 黃清和, 蘇青和, 1983, "台中海岸流況調查研究", 港灣技術研究所, 72-研(二)。

致謝

筆者求學期間，承恩師歐善惠教授及章梓雄教授，在為人處事，治學態度上之指導與教誨，在研究生涯受益匪淺，謹致由衷之謝忱及敬意。民國77年冬，章老師從美國蒞母系與歐老師共同合作國科會計畫研究（也就是筆者之論文），蒙此機緣，始接受恩師們之指導。歐老師日常不懈之關懷及激勵，論文之逐字反囑訂正，花費甚多之心血，無限感激。章老師治學甚嚴，求學初期，因筆者之疏懶，計畫執行不力，特親自督促電腦分析至午夜，今感激之餘亦感愧疚。章老師當時任教於美國愛荷華大學，目前任職香港大學何東機械工程講座教授兼系主任；在筆者求學期間，因放心不下弟子疏懶，曾多次特自海外返國，以督促學生之研究進度，恩情永銘難忘。

筆者亦深深感激台大蔡丁貴教授之指導，在多年來從事港灣數值方面研究，蔡老師可說是筆者這方面之啓蒙恩師，從萌芽、開發、以至結果，于研究助益，無以言喻，深表謝忱。另蒙湯麟武教授、楊春生教授、涂盛文教授、黃煌輝教授、林銘崇教授及李忠潘教授，提供寶貴之建議及指導，使本文更加完整，謹致謝意。

感謝港灣技術研究所老所長梁乃匡教授、張所長金機及數學模式組組長陳陽益博士，長官們之支持及推薦，並提供良好的研究環境及設備。國科會之生活費及材料補助。於此一併致謝。

愛荷華大學畢業黃瓦雄教授，唐啓釗教授，黃濟哲教授，楊世安教授，亦師亦友，惠賜甚多之指導及解惑，及在精神之鼓勵，此情深銘於心。

感謝同門研究伙伴許泰文教授，張憲國博士，何瓦勝等人不斷的切磋討論，並屢賜寶貴意見，及好友陳怡發，余金利，高瑞棋，王順寬，林火旺，黃世偉，林有儀，洪逸民之幫忙與協助。港灣技術研究所陳毓濟小姐之論文整理。一併致謝。

家人的精神鼓勵與支持，方有今日之我；求學期間祖父母親相繼仙逝，今日已無法分享兒孫之榮，謹此成果獻給他們在天之靈；父母親護佑激勵，愛妻麗璧之任勞任怨，幼兒文得之乖巧合作，仍筆者研究旅途上最大的精神支柱，僅以本文獻給他們。