

透水性結構物之波能消散及港池應用(一)

— 多孔消波體之波能消散現象 —

執行單位	:	數學模式組	
計畫主持人	:	蘇青和	研究員
研究顧問	:	章梓雄	教授
	:	歐善惠	教授
參與人員	:	陳明宗	副研究員
	:	江中權	助理研究員
	:	陳冠宇	助理研究員
	:	曾文傑	助理
	:	陳毓清	技工

Wave Dissipation of Porous Structure

with Application to Harbor (I)

— Wave Dissipation of Porous Wave Absorber —

Ching-Ho Su

Institute of Harbor & Marine Technology

Wuchi, Taiwan 43501, R.O.C.

Allen T. Chwang

Department of Mechanical Engineering

The University of Hong Kong

Hong Kong

and

Shan-Hwei Ou

Department of Hydraulics and Ocean Engineering

National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan 701-01, R.O.C.

摘 要

本文以理論探討高低水位時多孔消波體置於半無限長區域受斜向波浪作用之反射、透射及波能消散特性。多孔消波體由多孔牆(或多孔板)與不透水直立壁、上壁組成一近似封閉消波室之設計。多孔牆與波浪之相互作用,以理論完整描述多孔牆內之波動特性,而當多孔牆變為多孔板時,則引用較簡易理論來解析,以取代多孔牆較複雜之理論。而關於多孔牆與多孔板兩種不同理論解析原理,文中也進一步予以整合。

斜向波浪作用下因水位高低不同,消波室將產生剛性表面與自由表面兩種不同邊界效應,文中探討入射波角度、波長、水位高度、消波室寬度、多孔板之多孔影響參數及多孔牆之特性參數等對波浪反射係數及透射係數之影響。對特定的波浪,適當的選擇消波室寬度及多孔牆(或多孔板)之相關參數,可有效減低波浪反射能量,達到較佳消波效果。

ABSTRACT

Analytic solutions are presented to describe the results of wave reflection , wave transmission and wave energy dissipation of a porous wave-absorber which placed at the end of a semi-infinitely long region , in different water elevations , under oblique wave attack. Porous wave-absorber is composed of a porous structure (or porous plate) together with solid walls . A complete description of the wave field inside a porous structure is presented . When a porous structure reduces to a porous plate , another simplified theory is considered. It is shown that two different approaches have the same formulas.

The water surface in the wave chamber has two types : rigid lid and free surface. The reflection coefficient and the transmission coefficient are affected by the angle of wave incidence, wave-length, mean water level , width of a wave chamber, thickness of a porous structure , material properties of porous structure and the porous-effect parameter of a porous plate. By suitably selecting the width of a wave chamber and parameters of a porous structure (or porous plate) , considerable amount of wave energy can be dissipated. The effect of finite channel length on the energy dissipation is also investigated.

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目 錄	iii
圖目錄	iv
符號說明	xviii
第一章 前言	1
第二章 理論解析	6
第三章 自由水面型態多孔消波體之波能消散	15
3-1 波函數一般解	15
3-2 平面波一階解	23
3-3 波函數之複數特徵值及收斂性探討	30
3-4 自由水面型態多孔消波體之波能消散特性	35
3-5 消波室寬度爲零之波函數解	42
3-6 消波室寬度無限長之波函數解	45
第四章 自由水面型態多孔岸壁之波能消散	51
4-1 波函數一般解	51
4-2 消波室寬度無限長之波函數解	62
第五章 剛性表面型態多孔消波體之波能消散	65
第六章 剛性表面型態多孔岸壁之波能消散	75
6-1 波函數一般解	75
6-2 消波室動態壓力爲零之波函數解	81
第七章 結論及建議	83
7-1 結論	83
7-2 建議	84
參考文獻	86

圖 目 錄

圖 2-1 自由水面多孔消波體受波浪作用示意圖	6
圖 2-2 俯視多孔消波體示意圖	8
圖 2-3 剛性表面多孔消波體受波浪作用示意圖	9
圖 2-4 自由水面多孔岸壁設計示意圖	14
圖 2-5 剛性表面多孔岸壁設計示意圖	14
圖 3-1 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖	26
圖 3-2 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	27
圖 3-3 $f=0.5$ 條件下 k_0, K_{1r}, K_{1i} 與 C_0 等參數之相關曲線圖	32
圖 3-4 $f=2$ 條件下 k_0, K_{1r}, K_{1i} 與 C_0 等參數之相關曲線圖	32
圖 3-5 $f=0.5$ 時, k_n 及 K_m 在複數平面之分佈狀況圖	33
圖 3-6 $f=2$ 時, k_n 及 K_m 在複數平面之分佈狀況圖	33
圖 3-7 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 不同階數 (n) 之 $ R_n $ 振幅值	35
圖 3-8 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與消波室 寬度 d/L 相關曲線圖	36
圖 3-9 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與消波室 寬度 d/L 相關曲線圖	36
圖 3-10 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用反射係數 C_r 與消 波室寬度 d/L 相關曲線圖	38
圖 3-11 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用透射係數 C_t 與消 波室寬度 d/L 相關曲線圖	38
圖 3-12 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆 厚度 b $2b/h$ 相關曲線圖	39
圖 3-13 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆 厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	39
圖 3-14 自由水面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	40

圖 3-15 自由水面多孔消波體在不同消波室寬度 d/L 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	40
圖 3-16 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖	41
圖 3-17 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖	41
圖 3-18 消波室寬度為零之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖 ..	42
圖 3-19 自由水面多孔消波體消波室寬度為零時各項係數 C_r, C_t, C'_{1r} 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	45
圖 3-20 消波室寬度為無限長之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖	46
圖 3-21 自由水面多孔消波體無消波室時各項係數 $C_r, C_t, C''_{1r}, C''_{1t}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖	49
圖 3-22 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	50
圖 3-23 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	50
圖 4-1 自由水面型態多孔岸壁當 $\bar{G}_0 = 0.5$ 係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	54
圖 4-2 自由水面型態多孔消波體當 $\bar{G}_1 = 0.5$ 係數 C_r, C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖	54
圖 4-3 自由水面型態多孔岸壁在不同 $\bar{G}_0$ 值反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 $d/\bar{L}$ 相關曲線圖	55
圖 4-4 自由水面型態多孔消波體在不同 $\bar{G}_1$ 值反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 $d/\bar{L}$ 相關曲線圖	55
圖 4-5 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 $d/\bar{L}$ 值反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線圖	58
圖 4-6 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 $d/\bar{L}$ 值透射係數 C_t 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線圖	58
圖 4-7 自由水面型態多孔岸壁在不同 $\bar{G}_0$ 值透射係數 C_t 與無因次消波室	

寬度 $d/\bar{L}$ 相關曲線圖	59
圖 4-8 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之反射係數 C_r 與 G_0 關係曲線圖	60
圖 4-9 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之透射係數 C_t 與 G_0 關係曲線圖	60
圖 4-10 波浪斜向作用於自由水面型態多孔岸壁不同 $\bar{G}_0$ 值在水深方向板 前後壓力差分佈曲線圖	61
圖 4-11 自由水面型態多孔岸壁消波室寬度無限長之設計側視示意圖 ..	62
圖 4-12 波浪作用置於無限長水槽多孔板各項係數 C_r, C_t, C_e 與 $\bar{G}_0$ 相關 曲線圖	64
圖 5-1 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	70
圖 5-2 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖	70
圖 5-3 剛性表面多孔消波體 $C = 0.5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	71
圖 5-4 剛性表面多孔消波體 $C = 5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	71
圖 5-5 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	72
圖 5-6 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖	72
圖 5-7 剛性表面多孔消波體在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與波浪 參數 $1/C_0$ 相關曲線圖	73
圖 5-8 剛性表面多孔消波體在不同方向入射波作用反射係數 C_r 與多孔 牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖	73
圖 5-9 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力 分佈圖	74
圖 5-10 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力 分佈圖	74

圖 6-1 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 之 關係曲線圖	77
圖 6-2 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 之 關係曲線圖	77
圖 6-3 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 $\bar{G}_0$ 值之反射係數 C_r 與 d/h 之 關係曲線圖	78
圖 6-4 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 $\bar{G}_0$ 值之反射係數 C_r 與 d/h 之 關係曲線圖	78
圖 6-5 剛性表面多孔岸壁 ($\bar{G}_0 = 0.5$) 在不同 d/h 值之反射係數 C_r 與 C_0 之關係曲線圖	79
圖 6-6 剛性表面多孔岸壁在不同入射波角度作用下在反射係數 C_r 與 G_0 之 關係曲線圖 ($d/h=0.5$)	79
圖 6-7 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 $\bar{G}_0$ 板前波壓力分佈圖 ..	80
圖 6-8 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 $\bar{G}_0$ 板後波壓力分佈圖 ..	80
圖 6-9 剛性表面多孔岸壁消波室爲靜水區反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 之關係 曲線圖	82

符 號 說 明

a_0	: 入射波振幅
A	: 入射波函數振幅
A_m	: 多孔牆內透過消散進行波函數振幅, $m=1,2,3,\dots$
b	: 多孔牆厚度二分之一寬度
b^*	: 無因次多孔牆厚度, $b^* = 2b/h\bar{K}_1h$
b_0	: 多孔板特性常數 (實數)
b'_0	: 多孔板特性常數 (複數), $b'_0 = \frac{\mu}{2\rho\sigma\Delta b\gamma}$
B_m	: 多孔牆內反射消散進行波函數振幅, $m=1,2,3,\dots$
C_M	: 附加質量係數
C_0	: 無因次波浪影響參數, $C_0 = g/\sigma^2h$
C'_0	: 無因次波浪影響參數, $C'_0 = \sqrt{\frac{\tanh(k_0h)}{k_0h}}$
C_e	: 能量係數, $C_e = C_r^2 + C_t^2$
C_f	: 亂流阻尼係數
C_{p1}	: 水域 I 無因次波壓係數
C_{p2}	: 水域 II 無因次波壓係數
C_{pd}	: 作用於多孔板波壓差係數
C_r	: 多孔牆前反射係數
C_t	: 消波室透射係數
C'_{mr}	: 多孔牆體內第 m 個反射係數 $m=1,2,3,\dots$
C'_{mt}	: 多孔牆體內第 m 個透過係數 $m=1,2,3,\dots$
d	: 消波室寬度
D_1	: 水域 I 無因次振幅係數
D_1	: 係數 D_1 之絕對值
D_{1i}	: 係數 D_1 之虛部
D_{1r}	: 係數 D_1 之實部
D_2	: 水域 II 無因次振幅係數
D_2	: 係數 D_2 之絕對值
D_{2i}	: 係數 D_2 之虛部

D_{2r}	: 係數 D_2 之實部
$D_n^\pm$	: 係數, $n=0,1,2,\dots$
$E_m^\pm$	: 係數, $m=1,2,3,\dots$
f	: 線性摩擦係數
g	: 重力加速度
G_0	: 多孔影響參數(實數), $G_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0}$
$\overline{G}_0$	: 斜向多孔影響參數(實數), $\overline{G}_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0}$
G_1	: 多孔影響參數(複數)
$\overline{G}_1$	: 斜向多孔影響參數(複數), $\overline{G}_1 = 1 - \Omega$
h	: 平均水深
h_p	: 消波室高度
i	: $\sqrt{-1}$
I_m	: 特徵值(水域 II 或水域 III)
$\overline{I}_m$	: 特徵值(水域 II 或水域 III)
k_0	: 波數
$\overline{k}_0$	: 修正波數, $\overline{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$
k_n	: 特徵值(水域 I 或水域 II) $n=1,2,3,\dots$
k'_n	: 特徵值 $n=0,1,2,3,\dots$
$\overline{k}_n$	: 特徵值(水域 I 或水域 II) $n=1,2,3,\dots$
K_m	: 特徵值(水域 III) $m=1,2,3,\dots$
K_{mr}	: K_m 之實部 $m=1,2,3,\dots$
K_{mi}	: K_m 之虛部 $m=1,2,3,\dots$
$\overline{K}_m$	: 特徵值(水域 III) $m=1,2,3,\dots$
K_p	: 透水性
L	: 入射波波長
$\overline{L}$	: 修正入射波波長, $\overline{L} = L / \cos \theta_0$
M_{mm}	: 係數 $m=1,2,3,\dots$
M'_{mm}	: 係數 $m=1,2,3,\dots$
N_{nm}	: 係數 $n=0,1,2,\dots$ $m=1,2,3,\dots$
N'_{nm}	: 係數 $n=0,1,2,\dots$ $m=1,2,3,\dots$

ΔP	: 板兩側波壓差
p_1	: 水域 I 波壓 $p_1(x, z)$
p_2	: 水域 II 波壓 $p_2(x, z)$
p_3	: 水域 III 多孔波壓 $p_3(x, z)$
P_1	: 水域 I 波壓 $P_1(x, y, z, t)$
P_2	: 水域 II 波壓 $P_2(x, y, z, t)$
P_3	: 水域 III 多孔波壓 $P_3(x, y, z, t)$
R_0	: 水域 I 反射波函數振幅
R_{0i}	: 係數 R_0 之虛部
R_{0r}	: 係數 R_0 之實部
R_e	: 多孔板雷諾數
R_n	: 水域 I 散射波函數振幅, $n=1, 2, 3, \dots$
s	: 慣性係數
T	: 週期 (Period)
T_0	: 水域 II 駐波函數振幅
T_{0i}	: 係數 T_0 之虛部
T_{0r}	: 係數 T_0 之實部
T_n	: 水域 II 散射駐波函數振幅 $n=1, 2, 3, \dots$
$\vec{U}_{3s}$	: 滲流速度 (seepage velocity)
$\vec{U}_3$	: 流量速度 (discharge velocity), $\vec{U}_3 = \epsilon \vec{U}_{3s}$
U	: 垂直通過多孔板之流體速度
U_3	: 通過板流速 $\vec{U}_3$ 之垂直速度分量
x	: x 軸
y	: y 軸
Y_{nm}	: 係數 $n=0, 1, 2, \dots$ $m=1, 2, 3, \dots$
z	: z 軸
γ	: 阻抗係數 (impedence), $\gamma = f + is$
ϵ	: 孔隙率
ϵ_1	: 多孔牆前水位變化 η_1 與入射波相位差
ϵ_2	: 多孔牆後水位變化 η_2 與入射波相位差

ε_r	: 反射波與入射波相位差
ε_t	: 透射波與入射波相位差
η	: 水位變化
η_0	: 入射波水位變化
η_1	: 水域 I 水位變化
η_2	: 水域 II 水位變化
η_3	: 水域 III 多孔水位變化
θ_0	: 入射波角度
$\lambda_i^{\pm}$	: 係數 $i=1,2,\dots,5$
μ	: 水動力滯性係數
ρ	: 水密度
σ	: 入射波週頻率
ϕ_0	: 入射波波函數
ϕ_1	: 水域 I 波函數
ϕ_2	: 水域 II 波函數
ϕ_3	: 水域 III 多孔波函數
ϕ_{1r}	: 水域 I 反射波函數
ϕ_{1s}	: 水域 I 散射波函數
ϕ_{2d}	: 水域 II 消波室內之駐波
ϕ_{2s}	: 水域 II 消波室內之散射駐波
ϕ_{3l}	: 多孔牆內向左之透過消散進行波
ϕ_{3r}	: 多孔牆內向右之透過消散進行波
Φ	: 流速勢函數 (velocity potential)
Φ_0	: 入射波流速勢
Φ_1	: 水域 I 流速勢
$\overline{\Phi}_1$	: $\overline{\Phi}_1 = \Phi_1 - \Phi_0$
Φ_2	: 水域 II 流速勢
Φ_3	: 水域 III 多孔流速勢
Ω	: 多孔牆之可穿透度

第一章 前言

海岸工程常以透水結構物安置於港池內壁、防波堤、離岸堤、突堤，以減低港池、港口及海岸線受波浪之作用，在試驗室也利用透水結構物以消滅不必要之反射波。一般透水結構物之波能消散、反射或穿透等特性，受水深、波浪之波高、週期、尖銳度、入射波方向等條件影響，而結構物之幾何形狀、孔隙率、穿透率、材料特性等也是重要因素。而這些因素也決定結構物本身所受波力、穩定度、波浪壟上、越波等物理特性。基於波浪與透水結構物交互作用之解析困難性，一般常引用線性波解析規則形狀均勻結構物之物理特性（例如長方體透水結構物，Sollitt and Cross (1972), Liu et al. (1986), Huang (1991); 多孔板，Chwang (1983)）。而不規則形狀或特殊複雜型態消波體之分析，則有賴模型試驗觀測，或引用經驗公式（如 Hudson equation）。

Jarlan(1961,1965)可能為最早探討多孔牆式防波堤引起波浪能量消散問題，其引用聲學原理解析固定式多孔牆消波，並配合實驗印證，發現反射係數之主要影響因素為波浪尖銳度，而與水槽寬度及系統頻率關係不甚明顯。Richey and Sollitt (1970)則引用Jarlan之防波堤原理進一步深入探討其消波特性。Terrett、Osorio and Lean (1968)引用長波理論及試驗探討多孔牆之消波效果指出，消波室（由多孔牆與不透水直立壁組成）寬度等於波長四分之一加上半波長之倍數時，消波效果最佳，而在寬度為半波長之倍數時完全失去消波作用。

Chwang(1983)探討薄均勻多孔板水平振動產生之重力自由波特性的，考慮多孔板造波機放置於等水深無限長水槽中央之情況，解析結果指出，其波浪特性與Havelock(1929)，Biesel and Suquet(1951)及Ursell et al. (1960)等學者解析不透水造波板產生之波浪，不但在水位變化不同，板前波壓分佈狀況也不相似。多孔板之重要特性為滿足達西定律(Darcy's law) (Taylor,1956)，通過多孔板之流速與薄板兩側壓力差成正比關係。Chwang and Li(1983)應用上述線性多孔板造波機理論，解析放置於半無限長水槽末端之活塞式多孔板造波機所產生之小振幅波特性的，並提出波浪捕捉(wave-trapping)現象及描述多孔板特性之多孔影響參數 G_0 (porous-effect parameter)。Chwang

and Dong(1984)進一步探討波浪捕捉現象,在考慮上述多孔板放置於半無限長水槽近末端處,他們發現在多孔板與槽端不透水直立壁間之距離等於四分之一波長加上半波長倍數時,板前反射係數最小,此時若多孔影響參數 G_0 等於1時,反射係數為零,反射波完全消失,此研究顯示多孔板及直立壁形成之消波室具有消波特性。以上分析顯示 Chwang(1983)之多孔板理論,在引用多孔影響參數 G_0 ,可簡易清楚的描述其消波特性。

Twu and Lin(1991)引用 Chwang(1983)之多孔板理論,解析多片孔隙板置於半無限長等水深水槽,對線性波波形及波壓之影響。並以金屬網及海綿網作為多孔板材料,在試驗室對反射係數之特性得到合理之印證,並進一步驗證多孔板之消波特性。有關多層多孔板之消波能力, Jamieson and Mansard (1987)利用一系列多孔板進行試驗,也證明可消滅大部分入射波波能,使反射係數達0.05以下。

Chwang、Ou and Su (1989)推廣消波室之消波功能,提出近似封閉式消波室之多孔岸壁(porous-wall)觀念,假設消波室為靜水區(動壓力視為零),探討剛性水面型態多孔岸壁之波浪反射特性。他們發現在垂直入射波作用下,壁前之反射係數甚小,而與消波室寬度無關,僅與多孔影響參數 G_0 之值有關;當多孔影響參數 G_0 等於1,即入射波波速等於特徵波速時,反射波完全消失。在充滿水體之消波室內,因動壓遠小於靜水壓,而忽略動壓力,此簡化條件將可求得剛性水面型態多孔岸壁之簡易邊界條件,但也因此忽略水體之衝擊力(impact force)效應。蘇、章和歐(1992)進一步探討多孔岸壁在斜向波浪作用之反射及波壓特性,引用斜向多孔影響參數,更週延描述不同方向波浪作用下,剛性水面及自由水面兩種不同型態多孔岸壁之能量消散情形。其解析包括因平均水深不同,在消波室內產生剛性水面及自由水面兩種不同邊界效應;而在考慮散射波(evanescent mode)之條件下,發現剛性水面型態多孔岸壁之消波特性,與假設消波室為靜水區之結果顯然有些差異。Chwang、Ou and Su(1993a)解析剛性表面及自由水面兩種不同型態多孔消波體在半無限長水槽及有限長水槽受波浪作用之波能消散特性及波壓分佈特性,並求得多孔岸壁置於有限長水槽,在活塞式造波機產生波浪作用下之反射特性差異。

以上之解析已甚完整探討由多孔板設計之多孔岸壁,在不同方向之波浪作用下,不同水深時之波能消散特性。然而Chwang(1983)提出之多孔板理論適合於多孔物體厚度遠小於波長之狀況,而且其理論因以零厚度處理多孔物體,在摩擦效應遠大於慣性效應之假設下,忽略慣性力之影響,理論簡易計算方便。但若在結構物之厚度與波長比較不甚小時,仍以多孔板觀念來處理多孔物體部分,則與實際不符,厚度及慣性力之影響應納入考慮才合理。

Huang(1991)引用簡化之Biot孔隙體理論,延伸Chwang(1983)之零厚度多孔板理論至有限厚度多孔介質,並將慣性效應納入考慮;當使用規則攝動展開法,並引用多孔雷諾數(porous Reynolds number)為攝動參數,以解析有限厚度多孔體之造波理論,其發現多孔雷諾數較大時,慣性效應遠較摩擦效應為重要。Huang and Chao(1992)探討有限厚度多孔牆放置於等水深無限長水槽受波浪作用之反射及透射特性,在以多孔雷諾數為攝動參數,求得攝動展開式,並引用變數分離法,利用正交函數之特性求得解析解。因其特徵值為實數,避開Sollitt and Cross (1972)複數特徵值之複雜性。他們發現當較大之多孔牆厚度、較小之多孔雷諾數及較短之波長時,反射係數增大,而透射係數減小。Huang, Hsieh and Chang(1992)引用理論方法及邊界元素法,解析有限厚度多孔牆造波特性,在小厚度時其理論解及數值解甚為吻合,但較大厚度時與小厚度之數值計算結果,其特性相差甚大。Huang(1991)等之理論因攝動參數之特性,僅適用於小厚度之多孔牆問題,厚度較大時其理論則不適用。

Sollitt and Cross (1972)利用能量等功原理,提出線性摩擦係數描述多孔介質流體之能量消散特性,將摩擦力項線性化處理。並針對多孔介質存在孔隙率,提出多孔流速勢(pore velocity potential)描述多孔介質流體及波浪之運動。最後引用特徵函數展開法(eigenfunction expansions),求得均勻直立式多孔牆受正向入射波作用之反射係數及透射係數,其基本理論含括厚度較大之多孔介質,目前仍為大多數學者所引用,並在實驗室得到合理之驗證。例如井島、佐木(1972)、Madsen (1974)、Madsen and White(1976)、Madsen (1983)及涂和郭(1990)之理論皆與Sollitt and Cross(1972)甚為相

似。根據 Sollitt and Cross(1972) 理論解析及試驗結果,在無限長水槽受波浪正向作用之多孔牆透射係數隨波長減小、孔隙率減小、穿透性減小、波高增大、牆厚度增大等因素而減小;反射係數則隨波長減小、孔隙率增大、穿透性增大、牆厚度減小等因素而減小。

Lee (1986) 利用區域分割法, Sulisz(1985) 利用邊界元素法,在引用 Sollitt and Cross (1972) 理論,解析較符合實際應用之梯形透過堤受正向波浪作用之反射及穿透特性, Lee(1986) 並計算三種實際防波堤例子,且在實驗室進一步驗證,其方法更可解析均勻不等向之多孔介質問題。Dalrymple, Losada and Martin(1991) 則解析多孔牆受斜向入射波作用時多孔介質之反射及透射特性,並深入分析複數特徵值之重根解及完整性,其解析使 Sollitt and Cross(1972) 之基本理論更週延。李和藍(1992) 引用 Sollitt and Cross(1972) 之基本原理,探討非線性波與透水結構物互相作用之二階解,說明二階非線性理論更能描述波浪與透水結構物相互作用現象。涂及劉(1992) 則利用有限厚度多孔牆設置水槽內之造波板前,引用 Sollitt and Cross(1972) 之基本理論解析造波水槽內反射波之消除問題。Sollitt and Cross(1972) 之理論一般應用於大厚度透水結構物,其理論較完整繁複,而 Chwang (1983) 之多孔板理論則應用於甚薄之孔隙物體,簡易方便,兩者有互補之效應,有必要作進一步之整合。

Liu et al (1986) 利用解析方法探討長方體多孔介質內外之波場,其描述透水牆之波能消散,則引用緩坡方程式(mild-slope equation)及 Booij(1981) 之阻尼參數。方程式中能量消散率相當於波浪功率之消散,其理論則可應用於解析三維問題。在許多實際波浪與透水結構物作用之分析,利用數值分析求解特殊型態之結構物也是可行方法,如 Hannoura and McCorquodale (1985), Kobayashi and Jacobs (1985a,1985b), Kobayashi, Otta and Roy (1987)。

針對複雜型態或不規則消波體,則有賴試驗室之觀測。阿部和鹿島(1988) 則曾經收集以透水結構物設計 25 種防波堤及 20 種護岸結構物在試驗室或現場觀測,測得一些包括反射、透過、波力、安定性等重要物理特性。井島等(1976,1977) 也針對幾種複雜型態消波體進行模型試驗觀測。郭

及黃(1990)利用規則波及不規則波波浪條件,針對半圓形開孔堤體之特殊設計,就其反射及透射之特性加以試驗研究,以驗證其消波效果。基本上試驗之結果,可容易的應用在實際現場,但欲較詳細的了解物理機構,則有賴理論之探討。

第二章 理論解析

考慮多孔消波體 (porous wave absorber) 位於 x - 軸方向為半無限長之等水深區域，如圖 2-1 所示，多孔消波體為由厚度 $2b$ 之垂直多孔牆 (porous

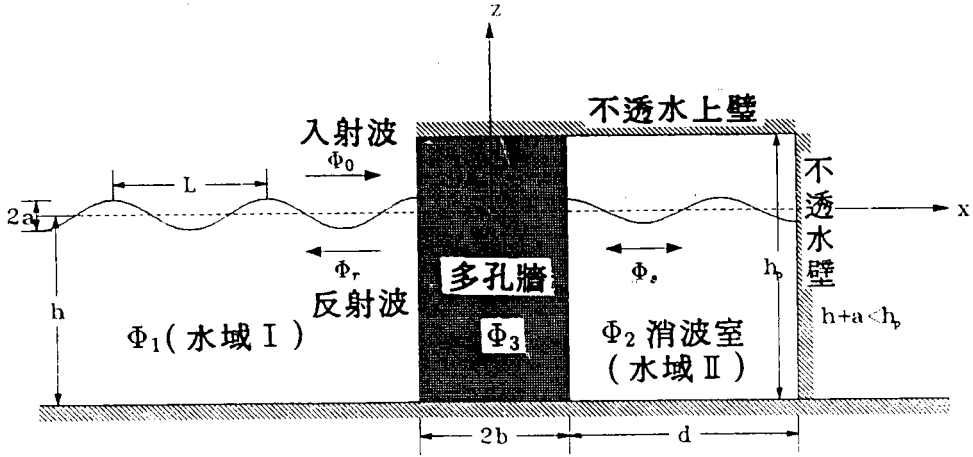


圖 2-1 自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

structure) (其中心面置於 $x=0$ 平面上)，不透水直立壁 (與多孔牆水平距離 d)，及上下為不透水平行壁 (高度為 h_p) 所組成一近似封閉消波室之設計。座標定義如示意圖， xy 平面置於平均海平面上，軸原點置於多孔牆中央處，正 x 軸與入射波傳播方向相同，且波向線與正 x - 軸成 θ_0 角， y 軸方向為無限長，垂直進入書面為正， z 軸向上為正， h 為平均水深，多孔牆前水域 (稱水域 I， $x \leq -b$) 及消波室內水域 (稱水域 II， $b \leq x \leq b+d$) 之流體運動，假設滿足不可壓縮、無黏性及非旋流之條件，因此存在流速勢 (velocity potential) $\Phi_j(x, y, z, t)$, $j = 1, 2$ 分別滿足拉普拉氏方程式 (Laplace equation)

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.1)$$

Φ_1, Φ_2 分別表示在水域 I 及水域 II 內之流速勢，水域 I 及水域 II 內之壓力 P_j 在小振幅波之條件下滿足線性伯努力方程式 (Bernoulli equation)：

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + \frac{P_j}{\rho} + gz = 0, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.2)$$

式中 ρ 為水之密度， g 為重力加速度。

關於多孔牆體內流體運動及波動之現象，引用 Sollitt and Cross(1972) 多孔介質流體運動理論，假設在多孔牆內介質為剛體結構，流體在孔隙內之運動為不可壓縮，非旋轉流，存在多孔流速勢 Φ_3 (pore velocity potential) 與滲流速度 $\vec{U}_3$, (seepage velocity) 之關係為 $\nabla \Phi_3 = \vec{U}_3$ ，因此拉普拉氏方程式同樣表示為：

$$\frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial z^2} = 0 \quad (2.3)$$

根據線性 Lorentz's 等功原理 (Lorentz's condition of equivalent work) (Sollitt and Cross 1972)，在多孔介質內之波動頻率與作用於介質外之波浪頻率 σ 相同，並引用無因次摩擦係數 f (dimensionless friction coefficient) 及慣性係數 s (inertial coefficient) 兩個參數，描述流體在多孔牆內之阻尼效應，得到多孔介質流體伯努力方程式：

$$s \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} + \frac{P_3}{\rho} + gz + f\sigma \Phi_3 = 0, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (2.4)$$

式中 P_3 為多孔壓力 (pore pressure)， σ 為波浪週頻率，慣性係數 s (Sollitt and Cross, 1972) 定義為

$$s = 1 + \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} C_M \quad (2.5a)$$

式中 ε 為孔隙率， C_M 為透水結構物產生之附加質量係數，需由試驗決定。
 s 之值理論上取決于孔隙率 ε 及多孔結構物之孔隙形狀，一般實際計算取 1，例如 Sollitt and cross(1972), Madsen(1974), Dalrymple, Losada and Martin(1991) 等，而 Le Méhauté (1957) 及 Sulisz(1985) 由實驗探討拋石堆結構體 (rubble-mound porous structure)，則認為 s 值較接近於 2。 s 值有待進一步探討，本文僅以理論值 $s=1$ 從事計算。摩擦係數 f 與作用波浪之特性、介質內流體之水量流速 (discharge velocity) $\vec{U}_3$ ($\vec{U}_3 = \varepsilon \vec{U}_{3s}$)、流體運動滯

性係數 ν 及透水結構物之孔隙率 ε 、透水度 K_p (intrinsic permeability)、亂流阻尼係數 C_f (turbulent resistance coefficient) 等有關, 在線性理論中不易決定, 一般由多孔體參數 (ε, K_p, C_f) 及流體參數 ($\nu, \vec{U}_3$), 在一多孔體積 V 內一週期平均以下列表示式計算而得 (Sollitt and Cross, 1972)

$$f = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_V dV \int_t^{t+T} \left(\frac{\nu |\vec{U}_3|^2}{K_p} + \frac{C_f \varepsilon}{K_p} |\vec{U}_3|^3 \right) dt}{\int_V dV \int_t^{t+T} \varepsilon |\vec{U}_3|^2 dt} \quad (2.5b)$$

摩擦係數 f 值在實際應用需經多次複雜疊代計算決定, 此處在考慮均勻透水結構物, 為簡化計算則取常數。 f 值理論上可由零至無限大, 一般多孔型態防波堤之數量級為 $O(1)$ 。 假設多孔牆之流體運動為無阻泥 ($f=0$) 及無虛擬質量影響 ($s=1$) 則多孔介質流體伯努力方程式 (2.4) 可退化為線性波伯努力方程式 (2.2)。

假設入射波波向線與正 x 軸成 θ_0 角度 (如圖 2-2), 水位變化 η_0 之複數表示式為

$$\eta_0(x, y, t) = ae^{i[\sigma t - k_0(x+b) \cos \theta_0 - k_0 y \sin \theta_0]} \quad (2.6)$$

式中 a 為振幅 (wave amplitude), $i = \sqrt{-1}$

k_0 為波數 (wave number), $k_0 = 2\pi/L$, L 為波長 (wave length)

σ 為週頻率 (radian frequency), $\sigma = 2\pi/T$, T 為波浪週期 (wave period)

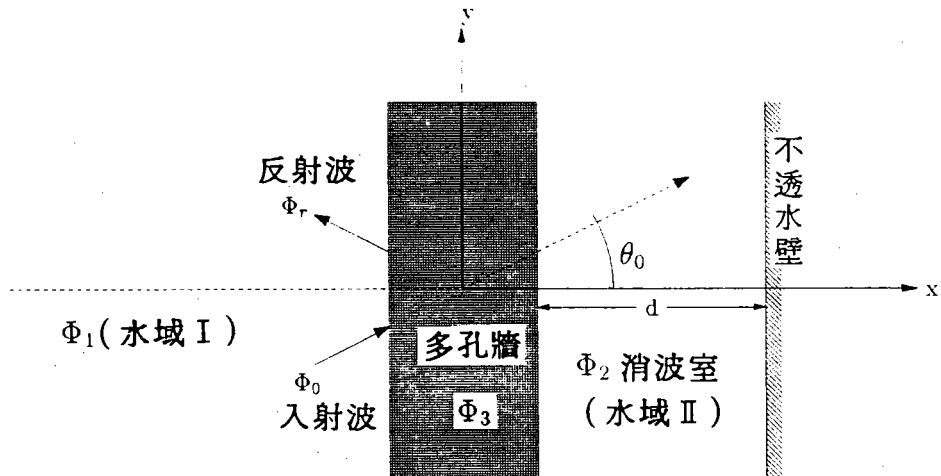


圖 2-2 多孔消波體設計上視示意圖

類似聲波在穿過不同介值傳播(Morse and Ingard ,1968)或電磁波通過導引介面(Yeh ,1988)之穿透和反射特性，我們假設線性入射波在多孔牆體內，或通過多孔牆進入消波室，其穿透波進行之週期不改變及 y 軸方向波長不改變(Snell's law)(Dalrymple ,Losada and Martin , 1991)，則在區域 I、II 及 III 之流速勢 Φ_j 可表示為：

$$\Phi_j(x, y, z, t) = \phi_j(x, z)e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.7)$$

將(2.7)式代入(2.1)或(2.3)式化簡可得

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} - k_0^2 \sin^2 \theta_0 \phi_j = 0, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

此處高水位時，平均水位 h 等於消波室高 h_p ，室內完全由水填滿(如

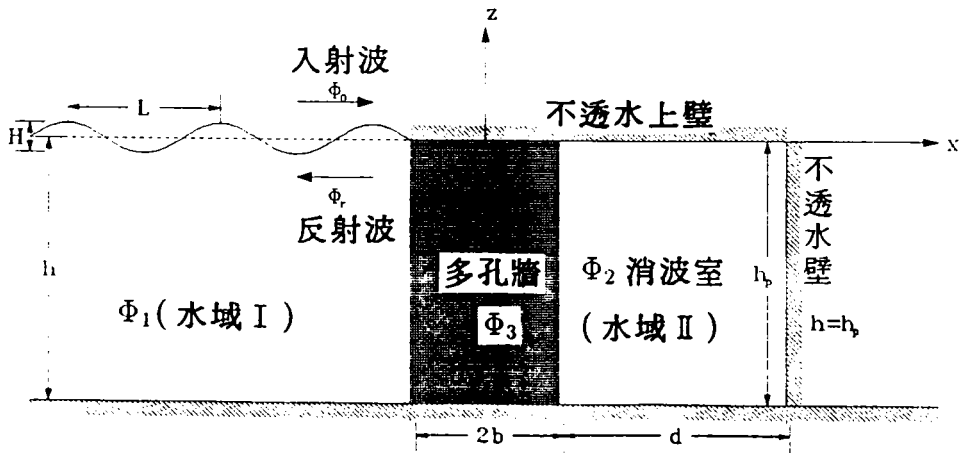


圖 2-3 刚性表面型態多孔消波體設計側視示意圖

圖 2-3)，無自由水面波動存在；而在低水位時，平均水位 h 與振幅 (a) 之和小於消波室高 h_p ，室內水表面上為空氣層(如圖 2-1)，二者上層邊界條件不同，前者為刚性表面(rigid lid)，後者為自由表面(free surface)，因此我們將分自由表面與刚性表面二種情形予以解析。

低水位時，水域 I 及室內水域 II 分別滿足線性自由動力邊界及運動邊界條件：

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial t} + g\eta_j = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.9a)$$

$$\frac{\partial \eta_j}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.9b)$$

上二式可合併爲

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.9c)$$

式中 $\eta_1(x, y, t)$, $\eta_2(x, y, t)$ 分別表示水域 I 及水域 II 之水位變化。

當入射波斜向作用於消波體，波浪與結構物交互作用產生之成份波 $\bar{\Phi}_1$ ，定義爲 $\bar{\Phi}_1 = \Phi_1 - \Phi_0$ ，其中 Φ_0 爲入射波， $\bar{\Phi}_1$ 在無窮遠處 ($x \rightarrow -\infty$)，應滿足下列輻射條件 (radiation condition)：

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}_1}{\partial x} - ik_0 \bar{\Phi}_1 \right) = 0 \quad (2.10)$$

即 $\bar{\Phi}_1$ 爲向外傳遞波 (out-going wave)。

在多孔牆內 (區域 III) 之假想自由表面 $\eta_3(x, y, t)$ ，滿足線性動力邊界條件及運動邊界條件：

$$s \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} + g\eta_3 + f\sigma \Phi_3 = 0, \quad z = 0 \quad (2.11a)$$

$$\frac{\partial \eta_3}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (2.11b)$$

同樣二式可合併爲

$$s \frac{\partial^2 \Phi_3}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} + f\sigma \frac{\partial \Phi_3}{\partial t} = 0, \quad z = 0 \quad (2.11c)$$

而不透水海底邊界條件爲

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = -h, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.12)$$

室內不透水直立壁也滿足

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = 0, \quad x = b + d \quad (2.13)$$

在高水位時 ($h = h_p$)，水域 I 仍滿足 (2.9) 式之自由表面邊界條件

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (2.14a)$$

但消波室內 (水域 II) 及多孔牆體內 (區域 III)，上層壁改為不透水邊界條件：

$$\frac{\partial \Phi_j}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad j = 2, 3 \quad (2.14b)$$

基於入射波條件及線性理論，我們可知波壓皆為週期性函數表示為

$$P_j(x, y, z, t) = p_j(x, z) e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)}, \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.15)$$

在多孔牆左側 ($x = -b$) 及右側 ($x = +b$) 分別為區域 I 與區域 III，區域 II 與區域 III 之界面處，必滿足壓力連續條件：

$$\Phi_1 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = -b \quad (2.16a)$$

$$\Phi_2 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = +b \quad (2.16b)$$

及流體質量連續條件：

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}, \quad x = -b \quad (2.16c)$$

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}, \quad x = +b \quad (2.16d)$$

式中 ε 為孔隙率 (porosity)，表示多孔體孔隙所佔全體積之比率， $\gamma = f + is$ 為阻抗係數 (impedance)。

若多孔牆之厚度極薄 ($b = \Delta b \rightarrow 0$)，多孔牆退化為多孔板 (porous plate)，根據方程式 (2.16) 之壓力連續條件仍然滿足

$$\Phi_1 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = -\Delta b \quad (2.17a)$$

$$\Phi_2 = -i\gamma\Phi_3, \quad x = +\Delta b \quad (2.17b)$$

及流體質量連續條件：

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}, \quad x = -\Delta b \quad (2.17c)$$

$$\frac{\partial\Phi_2}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}, \quad x = +\Delta b \quad (2.17d)$$

方程式(2.17)顯示只要多孔板厚度不為零，基本上不管板厚度如何的薄，板左右兩側之壓力及流速並不一定相同。但若左右兩側孔隙率 ε 相同，則因滿足勢能流(potential flow)之流量守衡原理，板左右兩側流速應相等，但兩側壓力不相等。

Chwang (1983)認為多孔板(數學上以零厚度處理，即 $\Delta b = 0$)滿足線性達西定律，即通過板之流體垂直速度 U 與板兩側壓力差成正比關係，且因板之存在，其兩側流體質量應滿足連續條件，但兩側則應存在壓力差表示為

$$U = \frac{b_0}{\mu}(P_1 - P_2), \quad x = 0^\pm \quad (2.18a)$$

$$U = \frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial x}, \quad x = 0^\pm \quad (2.18b)$$

式中 μ 為流體動力滯性係數， b_0 為波浪作用下之多孔板特性係數(為長度單位)，應理解為在固定板厚度及固定入射波頻率下之常數。

比較Sollitt and Cross (1972)有厚度多孔牆退化之多孔板介面條件(2.17)及Chwang (1983)之多孔板介面條件(2.18)兩者之形式及表示物理意義並不完全相同，我們將深入比較二者之關係。

將方程式(2.4)兩邊取 $\frac{\partial}{\partial x}$ 可得到

$$s \frac{\partial U_3}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_3}{\partial x} + f\sigma U_3 = 0, \quad (2.19)$$

式中 $U_3 = \varepsilon \frac{\partial\Phi_3}{\partial x}$ 為通過板流速 $\vec{U}_3$ 之垂直速度分量。

考慮到 $U_3 = u_3 e^{i\sigma t}$ ，方程式(2.19)可化為：

$$U_3 = \frac{-\varepsilon}{\rho\sigma\gamma} \frac{\partial P_3}{\partial x}, \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.20)$$

當 $b = \Delta b$ 很小時，可以認為在 $-\Delta b < x < \Delta b$ 範圍 $\frac{\partial P_3}{\partial x}$ 用以下差分式近似

$$\frac{\partial P_3}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta b}(P_2 - P_1), \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.21)$$

因此

$$U_3 = \frac{b'_0}{\mu}(P_1 - P_2), \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.22a)$$

且

$$U_3 = \frac{\partial \Phi_1}{\partial x}|_{x=-\Delta b} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial x}|_{x=\Delta b}, \quad -\Delta b < x < \Delta b \quad (2.22b)$$

式中 $b'_0 = \frac{\varepsilon\mu}{2\rho\sigma\Delta b\gamma}$ 為波浪做用下之多孔板特性係數（為長度單位），與阻抗係數 γ （包括慣性係數 s 及摩擦係數 f ）有關，同樣應理解為在固定板厚度及固定入射波頻率下之常數， b'_0 為複數。

比較由多孔牆退化之多孔板介面條件(2.22)式及 Chwang(1983)之多孔板介面條件(2.18)兩者之形式相似，但二者之多孔板特性係數 b_0 及 b'_0 表達之物理特性不同， b_0 為實數（阻抗係數 γ 僅有摩擦阻力之影響）， b'_0 為複數（阻抗係數 γ 包括摩擦阻力及慣性力效應）。在多孔板相對波長甚薄時，板兩側之相位差不明顯，慣性力效應不顯著，摩擦阻力之影響遠大於慣性力（此乃達西定理之條件）即 $f \gg s$ ，則介面條件(2.22)式退化為 Chwang(1983)之多孔板介面條件(2.18)式。此則顯示 Sollitt and Cross (1972)之原理與 Chwang(1983)是相通一致的。Chwang(1983)引用多孔板特性係數 b_0 及 μ ，而多孔牆之特性係數有牆厚度 $2b$ 、孔隙率 ε 、慣性係數 s 及摩擦係數 f 等，基本上多孔板之理論是多孔牆原理之簡易退化型態。多孔牆理論較週延，多孔板則使用簡易方便，後者分析之結果可非常清楚看出一些基本特性，有其實用上價值。Chwang(1983)提出之多孔板特性表示式(2.18)，一般由多孔板引用為界面邊界條件，其原理滿足基本物理特性，數學上板以零厚度處理，簡易方便。而多孔牆甚薄時與多孔板理論之相似性，第2-3節探討消波體之波能消散時，將做詳細之比較。

本文除引用多孔牆較完整之理論於消波體設計,同時也解析多孔板之較簡易理論。多孔消波體中之多孔牆如以多孔板取代,我們稱之為多孔岸壁(porous wall),其自由水面型態多孔岸壁設計如示意圖2-4,刚性表面型態多孔岸壁設計如示意圖2-5,本文之多孔消波體之名稱含蓋不同厚度之多孔牆(包括多孔板),而多孔岸壁之名稱則僅針對 Chwang(1983)提出之多孔板組合之消波體而言。

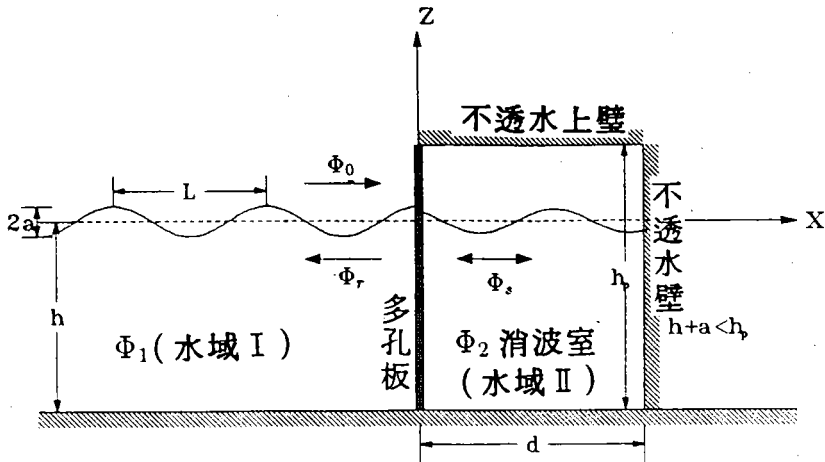


圖 2-4 自由水面型態多孔岸壁設計側視示意圖

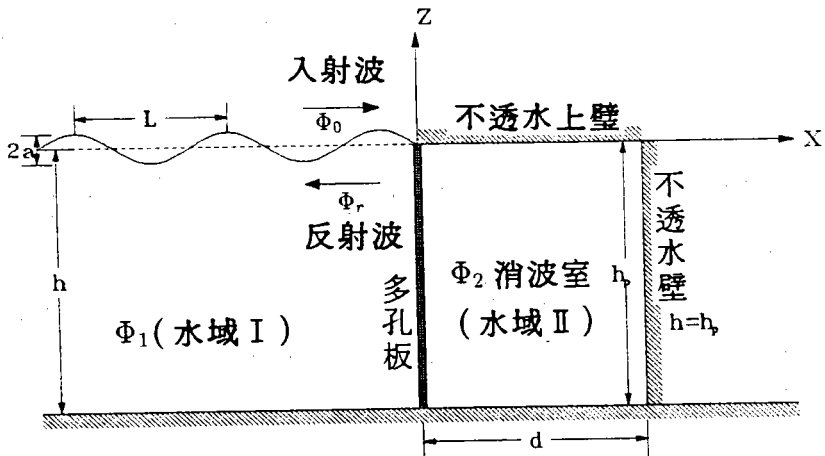


圖 2-5 刚性表面型態多孔岸壁設計側視示意圖

第三章 自由水面型態多孔消波體之波能消散

3-1. 波函數一般解

低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔牆前水域，牆體內水域及消波室內水域皆存在自由水面波動。由控制方程式(2.8)及入射波條件(2.6)式，邊界條件(2.9)、(2.10)、(2.11)、(2.12)、(2.13)式及週期函數特性條件(2.7)，區域 I、II 及 III 之波函數 ϕ_j (wave function) 可分別表示為：

$$\begin{aligned}\phi_1(x, z) = & A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} + R_0 A \cosh[k_0(h+z)]e^{i\bar{k}_0(x+b)} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} R_n A \cos[k'_n(h+z)]e^{\bar{k}'_n(x+b)} \\ & x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$\begin{aligned}\phi_2(x, z) = & T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cos[k'_n(h+z)] \cosh[\bar{k}'_n(x-b-d)] \\ & b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (3.2)$$

$$\begin{aligned}\phi_3(x, z) = & \sum_{m=1}^{\infty} \{A_m A \cosh[K_m(h+z)]e^{-i\bar{K}_m(x+b)} \\ & + B_m A \cosh[K_m(h+z)]e^{i\bar{K}_m(x-b)}\} \\ & -b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (3.3)$$

表示式(3.1)等號右邊第一項 ϕ_0 為區域 I 入射波：

$$\phi_0 = A \cosh[k_0(z+h)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} \quad (3.4a)$$

其中常數 A 定義為

$$A = \frac{iga}{\sigma \cosh(k_0 h)} \quad (3.4b)$$

$\bar{k}_0$ 稱為修正波數

$$\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0 \quad (3.4c)$$

k_0 並滿足下列分散關係式 (dispersion relation)

$$\sigma^2 = g k_0 \tanh(k_0 h), \quad k_0 > 0 \quad (3.5a)$$

或

$$1 - C_0 k_0 h \tanh(k_0 h) = 0, \quad k_0 > 0 \quad (3.5b)$$

其中 $C_0 = g/\sigma^2 h$ 稱為無因次波浪影響參數 (dimensionless wave-effect parameter) 。

(3.1) 式等號右邊第二項 ϕ_{1r} 為區域 I 反射波 (reflected wave) :

$$\phi_{1r} = R_0 A \cosh[k_0(z+h)] e^{i\bar{k}_0(x+b)} \quad (3.6)$$

式中 R_0 為未定係數。

(3.1) 式等號右邊第三項 ϕ_{1s} 為區域 I 之消散波 (evanescent waves) :

$$\phi_{1s} = \sum_{n=1}^{\infty} R_n A \cos[k'_n(h+z)] e^{\bar{k}'_n(x+b)} \quad (3.7)$$

式中 R_n 為未定係數, $n=1,2,3,\dots$, k_n 滿足下列特徵方程式

$$\sigma^2 = -g k'_n \tan(k'_n h), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.8a)$$

或

$$1 + C_0 k'_n h \tan(k'_n h) = 0 \quad (3.8b)$$

且

$$\bar{k}'_n = \sqrt{k_n'^2 + k_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (3.9)$$

ϕ_{1s} 之振幅隨水平距離增加呈指數遞減, 在無窮遠處, 應滿足下列條件

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi_{1s} = 0 \quad (3.10)$$

表示式(3.2)等號右邊第一項 ϕ_{2d} 為消波室內之駐波 (standing wave) :

$$\phi_{2d} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \quad (3.11a)$$

T_0 為未定係數。

(3.2) 式等號右邊第二項 ϕ_{2s} 為消波室內之消散駐波 (evanescent standing waves) :

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cos[k'_n(h+z)] \cosh[\bar{k}'_n(x-b-d)] \quad (3.11b)$$

T_n 為未定係數, ϕ_{2s} 其特性水深方面為週期振盪, 水平方向則呈指數遞減。

表示式(3.3)等號右邊第一項 ϕ_{3r} 定義為

$$\phi_{3r} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m A \cosh[K_m(h+z)] e^{-i\bar{K}_m(x+b)} \quad (3.12a)$$

代表在多孔牆內向右進行並呈指數消散之透過消散進行波 (exponentially damped sinusoids propagating waves)。

(3.3) 式等號右邊第二項 ϕ_{3l} 定義為

$$\phi_{3l} = \sum_{m=1}^{\infty} B_m A \cosh[K_m(h+z)] e^{i\bar{K}_m(x-b)} \quad (3.12b)$$

則代表在多孔牆內向左進行並呈指數消散之反射消散進行波。所謂消散進行波, 表示波浪為進行波, 但其振幅則隨水平距離之增加呈指數衰減。一般 m 愈大之成份波振幅愈小, 衰減愈快。而複數特徵值 K_m 為下列特徵方程式之根

$$\sigma^2(s - if) = gK_m \tanh(K_m h) \quad , m = 1, 2, 3... \quad (3.13a)$$

或

$$(s - if) - C_0 K_m h \tanh(K_m h) = 0 \quad (3.13b)$$

K_m 為複數, K_m 之實部 $K_{mr} \geq 0$, 虛部 $K_{mi} \leq 0$, 根據 Dalrymple, Losada and Martin (1991) 之解析, 一般在阻尼係數 f 不大 (小於 1.2 以下), 或波長較長時皆為一個特徵值 K_m 對應式 (3.3) 中一個特徵函數, 但在一些特別情形時, 如阻尼係數 f 較大, 且波長較短時一個特徵值可能對應式 (3.3) 中兩個以上之特徵函數, 此時表示式則為不完全解, 需另行處理, 本文主要探討之問題範圍皆滿足完整性。

$$\bar{K}_m = \sqrt{K_m^2 - k_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad (3.14)$$

$\bar{K}_m$ 為複數, $\bar{K}_m$ 之實部 $\bar{K}_{mr} \geq 0$, 虛部 $\bar{K}_{mi} \leq 0$ 。

為方便 k_0, k'_n 及 K_m 等符號統一使用, 定義 $k_n = -ik'_n$ 及 $\bar{k}'_n = -i\bar{k}_n$, $n=1, 2, 3, \dots$, 則有 $\cosh(k_n z) = \cos(k'_n z)$, $\tanh(k_n z) = -\tan(k'_n z)$ 之關係式存在。

在低水位時, 使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 及正交序列 $\cosh[K_m(h+z)]$, $m=1, 2, 3, \dots$ 在水深區 $(-h, 0)$ 之正交性, 將表示式 (3.1)、(3.2) 及 (3.3) 代入界面連續條件 (2.16), 每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\cdot) \cosh K_m(z+h) dz$, 則可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m \quad (3.15a)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} \cos(k_n d) T_n = (s - if) M_{mm} E_m^- A_m + (s - if) M_{mm} B_m \quad (3.15b)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\epsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \epsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m \quad (3.15c)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} i\bar{k}_n N_{nm} \sin(\bar{k}_n d) T_n = -\bar{K}_m \epsilon M_{mm} E_m^- A_m + \epsilon \bar{K}_m M_{mm} B_m \quad (3.15d)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

式中

$$\begin{aligned}
 N_{nm} &= \int_{-h}^0 \cosh[k_n(h+z)] \cosh[K_m(h+z)] dz \\
 &= \frac{1}{k_n^2 - K_m^2} [k_n \sinh(k_n h) \cosh(K_m h) - K_m \sinh(K_m h) \cosh(k_n h)] \\
 n &= 0, 1, 2, 3... \quad m = 1, 2, 3... \quad (3.16a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{mm} &= \int_{-h}^0 \cosh^2[K_m(h+z)] dz = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2K_m h)}{4K_m h} \right] \\
 m &= 1, 2, 3... \quad (3.16b)
 \end{aligned}$$

$$E_m^{\pm} = e^{\pm i 2b \bar{K}_m}, \quad m = 1, 2, 3... \quad (3.16c)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T_n 之方程組：

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} E_m^- \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [-i \bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d) - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \cos(\bar{k}_n d)] T_n \\
 &= (\bar{k}_0 - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3... \quad (3.17a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n \\
 &+ \sum_{n=0}^{\infty} E_m^+ \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [-i \bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d) + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m \cos(\bar{k}_n d)] T_n \\
 &= (\bar{k}_0 + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3... \quad (3.17b)
 \end{aligned}$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$\begin{aligned}
 A_m &= \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon \right. \\
 &\quad \left. - (s - if) \bar{k}_n / \bar{K}_m] R_n + N_{0m} [\varepsilon + \bar{k}_0 (s - if) / \bar{K}_m] \right\} \\
 m &= 1, 2, 3.... \quad (3.18a)
 \end{aligned}$$

$$B_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon \cos(\bar{k}_n d) + i(s - if)\bar{k}_n \sin(\bar{k}_n d)/\bar{K}_m] T_n$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.18b)$$

多孔牆前反射係數定義為

$$C_r = |R_0| \quad (3.19)$$

表示多孔牆前 ($x=-b$) 反射波振幅與入射波振幅比值。

消波室透射係數定義為

$$C_t = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)| \quad (3.20)$$

表示透過駐波在消波室內右側不透水直立壁前 ($x=+b$) 之振幅與入射波振幅比值。

在多孔牆體內第 m 個透過係數 C'_{mt} 與第 m 個反射係數 C'_{mr} ，我們分別定義為

$$C'_{mt} = |(s - if)A_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (3.21a)$$

$$C'_{mr} = |(s - if)B_m \cosh(K_m h)| / \cosh k_0 h \quad (3.21b)$$

C'_{mt} 及 C'_{mr} 分別表示在多孔牆體內，多孔牆前端 ($x=-b$) 處第 m 個透過消散波振幅與入射波振幅比值，及在多孔牆後端 ($x=b$) 處第 m 個反射消散波振幅與入射波振幅比值。

波函數無窮級數 (3.1)、(3.2) 及 (3.3) 為收斂級數，在實際計算，可依收斂之速度取有限項， $m=1, 2, 3, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ 。

在多孔牆前 (水域 I) 及多孔牆後 (水域 II) 之水位變化 η_1, η_2 可由線性自由動力邊界之表示式 (2.1.9a) 及週期函數特性條件 (2.7) 式求得

$$\eta_j(x, y, t) = \frac{-i\sigma}{g} \Phi_j, \quad z = 0, \quad j = 1, 2 \quad (3.22)$$

在多孔牆前 ($x=-b$) 之水位變化 η_1 則可表示為

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad (3.23a)$$

式中無因次振幅係數 D_1 爲

$$D_1 = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (3.23b)$$

在多孔牆後 ($x=+b$) 之水位變化 η_2 可表示爲

$$\frac{\eta_2(+b, y, t)}{a} = D_2 e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)} \quad (3.24a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 爲

$$D_2 = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \quad (3.24b)$$

假設入射波之水位變化取複數入射波表示式 (2.6) 之實數部分, 則可表示爲

$$\eta_0(x, y, t) = a \cos[\sigma t - k_0 \cos \theta_0 (x + b) - k_0 \sin \theta_0 y] \quad (3.25)$$

在多孔牆前 ($x=-b$) 水位變化 η_1 可由表示式 (3.23) 取實數部分求得

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1) \quad (3.26a)$$

式中無因次振幅係數 D_1 及相位差 ε_1 分別爲

$$D_1 = \left| 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad \varepsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{D_{1i}}{D_{1r}} \right) \quad (3.26b)$$

其中 D_{1r} 及 D_{1i} 分別爲 D_1 之實部及虛部。

在多孔牆後 ($x=+b$) 之水位變化 η_2 可由表示式 (3.24) 取實數部分求得

$$\frac{\eta_2(+b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (3.27a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 及相位差 ε_2 分別爲

$$D_2 = \left| \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh(k_n h)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad \epsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{D_{2i}}{D_{2r}} \right) \quad (3.27b)$$

其中 D_{2r} 及 D_{2i} 分別為 D_2 之實部及虛部。

在多孔牆內(區域 III)之假想自由表面 $\eta_3(x, y, t)$ ，可由線性動力邊界條件(2.11a)及週期函數特性條件(2.7)式求得

$$\eta_3(x, y, t) = \frac{-i\sigma}{g}(s - if)\Phi_3, \quad -b \leq x \leq b, \quad z = 0 \quad (3.28)$$

在多孔牆前(水域 I)及多孔牆後(水域 II)之動壓力 P_1 及 P_2 ，可由線性伯努力方程式(2.2)及週期函數特性條件(2.7),(2.15)求得

$$P_j(x, y, z, t) = -i\sigma\rho\Phi_j, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (3.29a)$$

或

$$p_j(x, z) = -i\sigma\rho\phi_j, \quad -h \leq z \leq 0, \quad j = 1, 2 \quad (3.29b)$$

在多孔牆前($x=-b$)之動壓力 P_1 可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.30a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh[k_n(z + h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.30b)$$

在多孔牆後($x=+b$)之動壓力 P_2 可表示為

$$\frac{P_2(+b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} e^{i(\sigma t - k_0 y \sin \theta_0)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.31a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh[k_n(z + h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.31b)$$

假設入射波之水位變化取複數入射波表示式(2.6)之實數部分,如(3.25)式,作用在多孔牆前($x=-b$)之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.32a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = \left| 1 + \sum_{n=0}^{\infty} R_n \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right| \quad (3.32b)$$

作用在多孔牆後($x=b$)之波壓分部可表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.33a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = \left| \sum_{n=0}^{\infty} T_n \cos(\bar{k}_n d) \frac{\cosh[k_n(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.33b)$$

在多孔牆內(區域Ⅲ)之動壓力 P_3 , 可由線性多孔介質流體伯努力方程式(2.4)及週期函數特性條件(2.7),(2.15)式求得

$$P_3(x, y, z, t) = -i\sigma\rho(s - if)\Phi_3, \quad -b \leq x \leq b \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.34a)$$

或

$$p_3(x, z) = -i\sigma\rho(s - if)\phi_3, \quad -b \leq x \leq b \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.34b)$$

各區域之波函數皆為無窮級數,雖然可依收斂之速度取必要的項階求解,但仍是一個甚為複雜之聯立方程組求解矩陣問題。在未以一般解探討受不同型態波浪作用下之波能消散特性之前,擬於下節先觀察一些較簡易問題,對多孔消波體之反射特性及波壓分佈狀況做初步的了解。

3-2. 平面波一階解

假如多孔牆內摩擦係數 f 較小，慣性係數 s 接近理論值1，多孔介質流體伯努力方程式(2.4)與線性伯努力方程式(2.2)相差不大，則預期消散波成份相對甚小，所有區域內之波浪僅考慮平面波（包括行進波及駐波），因此 $N=1, M=1$ ，則式(3.1)、(3.2)、(3.3)化簡為：

$$\phi_1(x, z) = A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0(x+b)} + R_0 A \cosh[k_0(h+z)]e^{i\bar{k}_0(x+b)}$$

$$x \leq -b, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.35)$$

$$\phi_2(x, z) = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] \cos[\bar{k}_0(x-b-d)]$$

$$b \leq x \leq b+d, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.36)$$

$$\phi_3(x, z) = A_1 A \cosh[K_1(h+z)]e^{-i\bar{K}_1(x+b)} + B_1 A \cosh[K_1(h+z)]e^{i\bar{K}_1(x-b)}$$

$$-b \leq x \leq +b, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.37)$$

未知變數 R_0, T_0, A_1 及 B_1 可由方程組(3.15)式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{\lambda_1^+ \lambda_2^- \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^+ \lambda_3^-}{\lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ - \lambda_1^- \lambda_2^- \lambda_3^-} \quad (3.38a)$$

$$T_0 = \frac{\lambda_1^+ (\lambda_2^- - R_0 \lambda_2^+)}{\lambda_3^-} \quad (3.38b)$$

$$A_1 = \frac{N_{01}(\Omega - 1)R_0 + N_{01}(\Omega + 1)}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (3.38c)$$

$$B_1 = \frac{N_{01}[\Omega \cos(\bar{k}_0 d) + i \sin(\bar{k}_0 d)]T_0}{2(s - if)\Omega M_{11}} \quad (3.38d)$$

式中

$$N_{01} = \frac{h}{(k_0 h)^2 - (K_1 h)^2} [k_0 h \sinh(k_0 h) \cosh(K_1 h) - K_1 h \sinh(K_1 h) \cosh(k_0 h)] \quad (3.39a)$$

$$M_{11} = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2K_1 h)}{4K_1 h} \right] \quad (3.39b)$$

$$\Omega = \frac{\varepsilon \bar{K}_1 h}{\bar{k}_0 h(s - if)} \quad (3.40a)$$

$$b^* = 2b/h\bar{K}_1 h \quad (3.40b)$$

$$\lambda_1^\pm = E_1^\pm = e^{\pm ib^*} \quad (3.40c)$$

$$\lambda_2^\pm = 1 \pm \Omega \quad (3.40d)$$

$$\lambda_3^\pm = -i \sin(\bar{k}_0 d) \pm \Omega \cos(\bar{k}_0 d) \quad (3.40e)$$

從 R_0, T_0, A_1 及 B_1 各係數表示式 (3.38)、(3.39) 及 (3.40) 可明顯看出各係數與 $\theta_0, 2b/h(b^*), \bar{k}_0 d(d/\bar{L}), \varepsilon, s-if(\gamma), C_0(\bar{k}_0 h), \bar{K}_1 h$ 等參數有關。而且反射係數 R_0 與透射係數 T_0 為 Ω, b^* 及 $\bar{k}_0 d$ 三個參數之函數, Ω 稱多孔牆之可穿透度 (admittance of the porous structure), 其物理意義表示作用於多孔牆上之正向流速與壓力比值, 為描述多孔牆特性參數, 並且與入射波角度有關。 b^* 為一無因次多孔牆厚度 (dimensionless width of the structure) 為牆之厚度與多孔牆內特性波長之比值。 $\bar{k}_0 d$ 為一無因次消波室寬度 (dimensionless width of wave chamber), 物理上為消波室寬度與入射波修正波長之比值。當 $\Omega = 1$ 時, 反射係數 R_0 為最小值, 即作用於多孔牆之正向流速與壓力相等。首先將探討平面波條件下, 多孔消波體前反射係數 C_r , 消波室內之透過係數 C_t 及多孔牆內一階透過係數 C'_{1t} , 一階反射係數 C'_{1r} 等與消波室寬度 d/L , 多孔牆厚度 $2b/h$, 入射波參數 C_0 等無因次物理量之關係。為簡化數值計算, 多孔牆之慣性係數 s , 摩擦係數 f 及孔隙率 ε 等參數皆假設為常數, 並取 $\varepsilon = 0.4, s = 1, f = 0.5$ (低摩擦係數) 做為計算值。

圖 3-1 為 C_r, C_t, C'_{1r} 及 C'_{1t} 等係數, 在入射波參數 $C_0 = 0.5$, 正向作用 ($\theta_0 = 0, L = \bar{L}$), 多孔牆厚度 $2b/h = 0.5$ 之條件下, 與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖。各係數隨 d/L 呈週期變化, 週期為 $0.5 d/L$ 。當消波室寬度為 $(0.45+0.5n)$ 波長時, 其中 $n=0,1,2..$ 反射係數 C_r 最小, 其值 $C_r = 0.05$, 此時其他係數 C_t, C'_{1r}, C'_{1t} 則相對較大。因此適當的選取消波室寬度將可達到降低反射波效果, 但在此條件下, 消波室內及多孔牆內之 C_t, C'_{1r}, C'_{1t} 值皆甚大,

C_t 甚至大於 2 而為 2.14, 消波室能量仍然甚大, 表示能量達到轉移效果, 但能量消散並不大。消波室寬度為 $(0.57+0.5n)$ 波長時反射係數最大 $C_r = 0.76$, 其他係數則較小, 能量大量轉移至多孔牆前水域。以上分析顯示, 對特定的波浪, 適當的選擇消波室寬度或多孔牆厚度, 將可達到較佳消波效果。

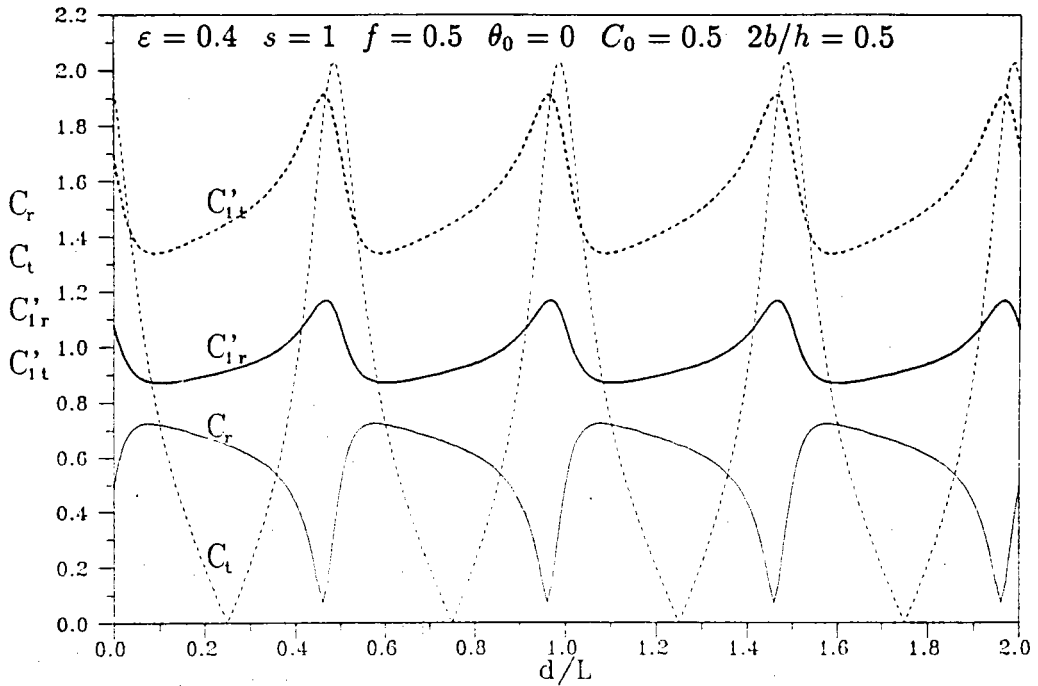


圖 3-1 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C_{lr}', C_{lt}'$
與消波室寬度 d/L 之相關曲線圖

在消波室寬度為 0.45 波長, 其他上述參數不變之條件下, 再探討多孔牆厚度之影響, 圖 3-2 為波浪參數 $C_0 = 0.5$ 時, 反射係數 C_r 最小值發生在多孔牆厚度為 $0.43h$ 時 ($C_r = 0.03$), 厚度再增加時反射係數反而增大, 而厚度增大至 3 倍水深以後, 反射係數趨於定值 $C_r = 0.45$ 。消波室透過係數 C_t 最大值發生在多孔牆厚度為 $0.23h$ 時 ($C_t = 2.26$), 隨厚度增加時透過係數減小, 而厚度增大至 5 倍水深以後, 透過係數已趨近於 0。多孔牆體內向左傳遞之消散進行波則隨牆厚度增大而減小, 但厚度增大至 5 倍水深時, C_r' 已趨近於 0。多孔牆內向右方向進行之消散進行波, 極大值發生點與牆前反射波極

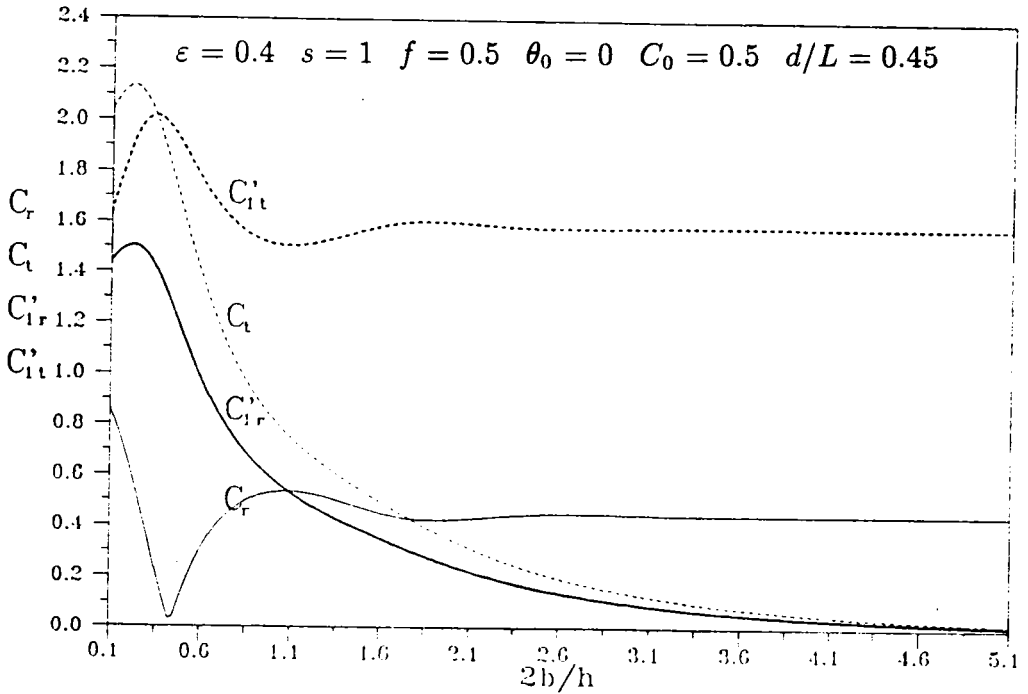


圖 3-2 自由水面多孔消波體各項係數 $C_r, C_t, C'_{1r}, C'_{1t}$
與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

小值發生點相近，最後隨厚度增大 C'_t 同樣趨向於定值。

假設入射波之水位變化取複數入射波表示式(2.6)之實數部分如(3.25)式，則區域 I 之波函數 ϕ_1 表示式(3.35)等號右邊第二項為區域 I 反射波 ϕ_{1r} 之水位變化 η_r 可由(3.35)代入(3.22)式取實數部分求得

$$\eta_r(x, y, t) = a|R_0| \cos[\sigma t + k_0 \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r], \quad (3.41a)$$

$$|R_0| = \sqrt{R_{0r}^2 + R_{0i}^2}, \quad \varepsilon_r = \tan^{-1} \left(\frac{R_{0i}}{R_{0r}} \right) \quad (3.41b)$$

式中 R_{0r} 及 R_{0i} 分別為 R_0 之實部及虛部。

區域 I 之水位變化 η_1 可表示為

$$\eta_1 = \eta_0 + \eta_r \quad (3.42)$$

因此在多孔牆前 ($x=-b$) 之水位變化可表示為

$$\frac{\eta_1(-b, y, t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1) \quad (3.43)$$

式中無因次振幅係數 D_1 及相位差 ε_1 分別為

$$D_1 = \sqrt{1 + |R_0|^2 + 2|R_0| \cos \varepsilon_r} \quad (3.44a)$$

$$\varepsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{|R_0| \sin \varepsilon_r}{1 + |R_0| \cos \varepsilon_r} \right) \quad (3.44b)$$

區域 II 之波函數 ϕ_2 為消波室內之駐波其水位變化 η_2 可由 (3.36) 代入 (3.22) 式取實數部分求得

$$\eta_2(x, y, t) = a|T_0| \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x - b - d)], \quad (3.45a)$$

$$|T_0| = \sqrt{T_{0r}^2 + T_{0i}^2}, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (3.45b)$$

式中 T_{0r} 及 T_{0i} 分別為 T_0 之實部及虛部

在多孔牆後 ($x = b$) 之水位變化可表示為

$$\frac{\eta_2(b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (3.46a)$$

式中無因次振幅係數 D_2 及相位差 ε_2 分別為

$$D_2 = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)|, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (3.46b)$$

在多孔牆內 (區域 III) 之假想自由表面水位變化 $\eta_3(x, y, t)$ ，可由 (3.37) 代入 (3.28) 式取實數部分求得

$$\begin{aligned} \eta_3(x, y, t) = & |A_1(s - if) \cosh(K_1 h)| a \frac{e^{K_{1i}(x+b)}}{\cosh(k_0 h)} \\ & \cos(\sigma t - K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_a) \\ & + |B_1(s - if) \cosh(K_1 h)| a \frac{e^{-K_{1i}(x-b)}}{\cosh(k_0 h)} \\ & \cos(\sigma t + K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_b) \end{aligned}$$

$$-b \leq x \leq b \quad (3.47)$$

式中 ε_a 及 ε_b 分別為相位差。

區域 I 之波壓分佈可由波函數 ϕ_1 表示式 (3.35) 代入 (3.29a) 式取實數部分求得

$$P_1(x, y, z, t) = \rho g a \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} [\cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y) + |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0(x+b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r)], \quad x \leq -b, -h \leq z \leq 0 \quad (3.48)$$

作用在多孔牆前 ($x=-b$) 之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_1(-b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_1), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.49a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \sqrt{1 + |R_0|^2 + 2|R_0| \cos \varepsilon_r} \quad (3.49b)$$

同理區域 II 之波壓分佈可由波函數 ϕ_2 表示式 (3.36) 代入 (3.29a) 式取實數部分求得

$$P_2(x, y, z, t) = \rho g a |T_0| \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x-b-d)] \quad x \geq b, -h \leq z \leq 0 \quad (3.50)$$

作用在多孔牆後 ($x=b$) 之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.51a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p2} 為

$$C_{p2} = |T_0 \cos(\bar{k}_0 d)| \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.51b)$$

在多孔牆內(區域Ⅲ)之多孔波壓分部 $P_3(x, y, z, t)$ ，可由(3.37)代入(3.34a)式取實數部分求得

$$P_3(x, y, z, t) = \rho g a$$

$$[|A_1(s - if) \cosh[K_1(z + h)]| \frac{e^{K_{1i}(x+b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_a)$$

$$+ |B_1(s - if) \cosh[K_1(z + h)]| \frac{e^{-K_{1i}(x-b)}}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t + K_{1r} \cos \theta_0(x + b) - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_b)]$$

$$-b \leq x \leq b \quad (3.52)$$

式中 ε_a 及 ε_b 分別為相位差。

在平面波之假設條件下，複雜之矩陣問題，簡化為反射係數、透過係數及多孔牆前或後之波壓分佈等皆可以(3.38a)、(3.38b)、(3.49a)及(3.51b)等解析表示式，在實際應用時甚為方便。至於在何種條件時，可正確引用，或產生之誤差不甚大，則與特徵值 K_m 之特性有關，下一小節將做簡略分析。

3-3. 波函數之複數特徵值及收斂性探討

根據方程式(3.8)及(3.13)我們定義下列函數

$$g(x) = s - if - C_0 x \tanh(x) \quad (3.53)$$

當 $s=1, f=0$ 滿足 $g(x)=0$ 之根，即為 $k_n h$, $n=0,1,2,3,\dots$ ，而當 $s=1, f>0$ 滿足 $g(x)=0$ 之根即為 $K_m h$, $m=1,2,3,\dots$ ，以 $g(K_m)$ 表示，即

$$g(K_m) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.54)$$

假設 f 值甚小， $f \ll 1$ ，式(3.54)以 k_n 值($f=0$)泰勒極數展開為

$$g(K_{m+1}) = g(k_m) + g'(k_m)(K_{m+1} - k_m) + g''(k_m) \left(\frac{K_{m+1} - k_m}{2} \right)^2 + \dots \quad (3.55)$$

式 g', g'' 分別代表 g 對 k_n 一次及二次微分，若取到一階項，則式(3.55)可簡化為

$$K_{m+1} = k_m - \frac{g(k_m)}{g'(k_m)}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.56a)$$

式中

$$g(k_m) = if/C_0 \cosh(k_m h) \quad (3.56b)$$

$$g'(k_m) = h[\sinh(k_m h) + k_m h \operatorname{sech}(k_m h)] \quad (3.56c)$$

因爲 k_0 爲正實數, $k_n, n \geq 1$ 爲純虛數, 從 (3.56) 式顯示, f 值影響波浪消散, 將改變 K_1 之虛部及改變 $K_m, m > 1$ 之實部。而 K_1 之實部與 k_0 相近, K_m 之虛部與 k_{m-1} 相近。

特徵方程式 (3.13) 爲複數方程式, 可將複數特徵值 $K_m = K_{mr} + iK_{mi}$ 代入 (3.13) 分取實部及虛部求得下列二個方程式

$$s = C_0 \tanh(K_{mr} h) \left[\frac{K_{mr} h - K_{mi} h \frac{\sin(2K_{mi} h)}{\sinh(2K_{mr} h)}}{1 - \frac{\sin^2(K_{mi} h)}{\cosh^2(K_{mr} h)}} \right] \quad (3.57a)$$

$$\frac{f}{s} = \frac{K_{mi} h + \frac{\sin(2K_{mi} h)}{\sinh(2K_{mr} h)}}{K_{mr} h - K_{mi} h \frac{\sin(2K_{mi} h)}{\sinh(2K_{mr} h)}} \quad (3.57b)$$

利用 Newton-Raphson 法即可求得 $K_{mr} h, K_{mi} h, m = 1, 2, 3, \dots$ 。

首先探討 $k_0, k_n, K_m, n, m = 1, 2, 3, \dots$ 等特徵值與無因次波浪參數 C_0 及摩擦係數 f 關係。圖 3-3 爲小摩擦係數, $f=0.5$ 條件下 C_0 與 $k_0 h, K_{1r} h, K_{1i} h$ 等參數之相關曲線圖, 入射波波數 $k_0 h$ 愈小 (波長愈大), 對應波浪參數 C_0 值也愈大。因 $k_0 h$ 及 $K_{1r} h$ 值甚爲相近, 表示摩擦係數 f 小時, 多孔牆內第一成份波之波長與入射波相近。而 $K_{1i} h$ 絕對值大小代表第一階消散進行波隨距離增大消散速度之快慢。因此圖中顯示 C_0 值愈小時, $K_{1i} h$ 之負值愈小, $K_{1i} h$ 之絕對值愈大, 表示入射波之波長愈短, 在多孔牆內之第一階消散進行波, 消散速度愈大。

當摩擦係數較大時, 如 $f=2.0$, 多孔牆內第一階消散進行波之波長將略爲增大, 圖 (3-4) $K_{1r} h$ 值小於 $k_0 h$ 值, 顯示較大的摩擦效應將使消散進行波之波長變長, 但消散速度愈快, 即 $K_{1i} h$ 負值愈小。

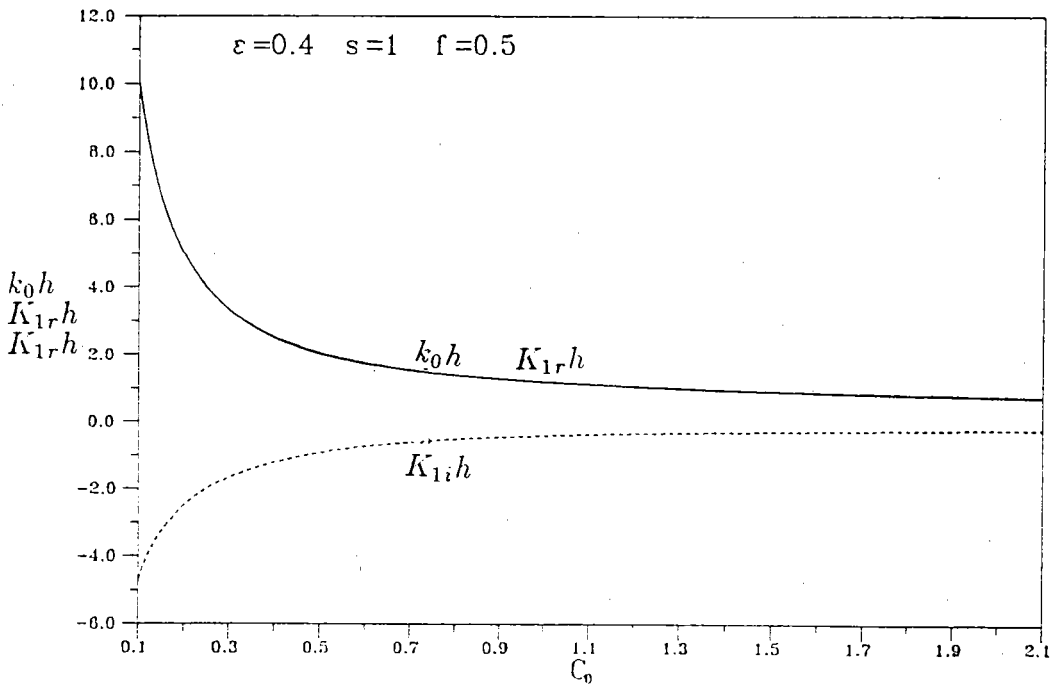


圖 3-3 $f=0.5$ 條件下 k_0h , $K_{1r}h$, $K_{1i}h$ 與 C_0 等參數之相關曲線圖

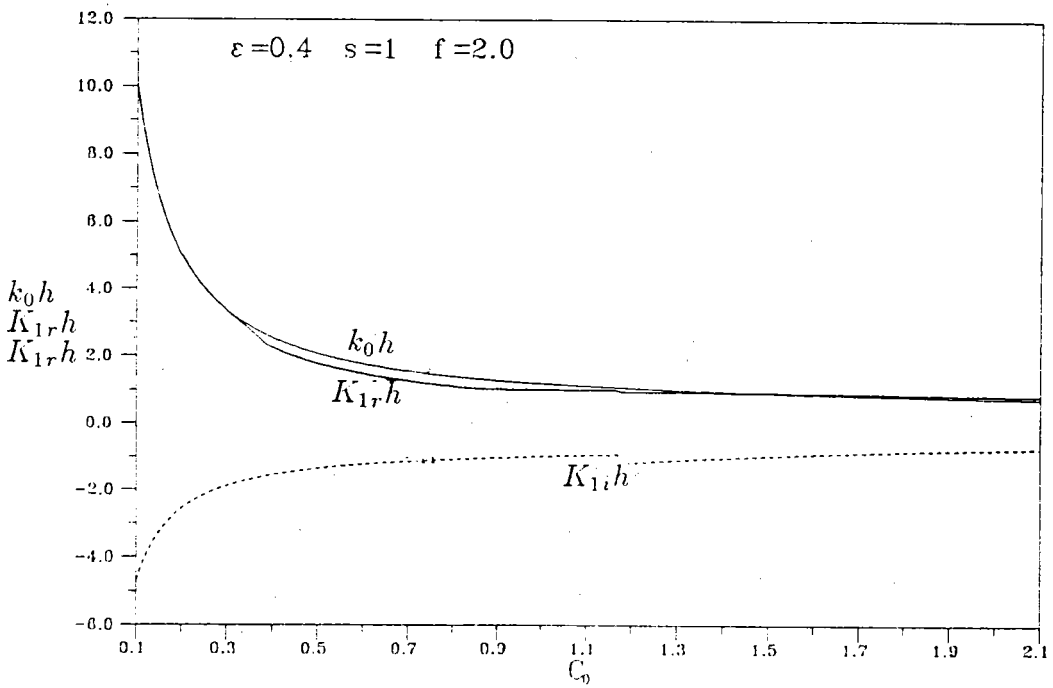


圖 3-4 $f=2$ 條件下 k_0h , $K_{1r}h$, $K_{1i}h$ 與 C_0 等參數之相關曲線圖

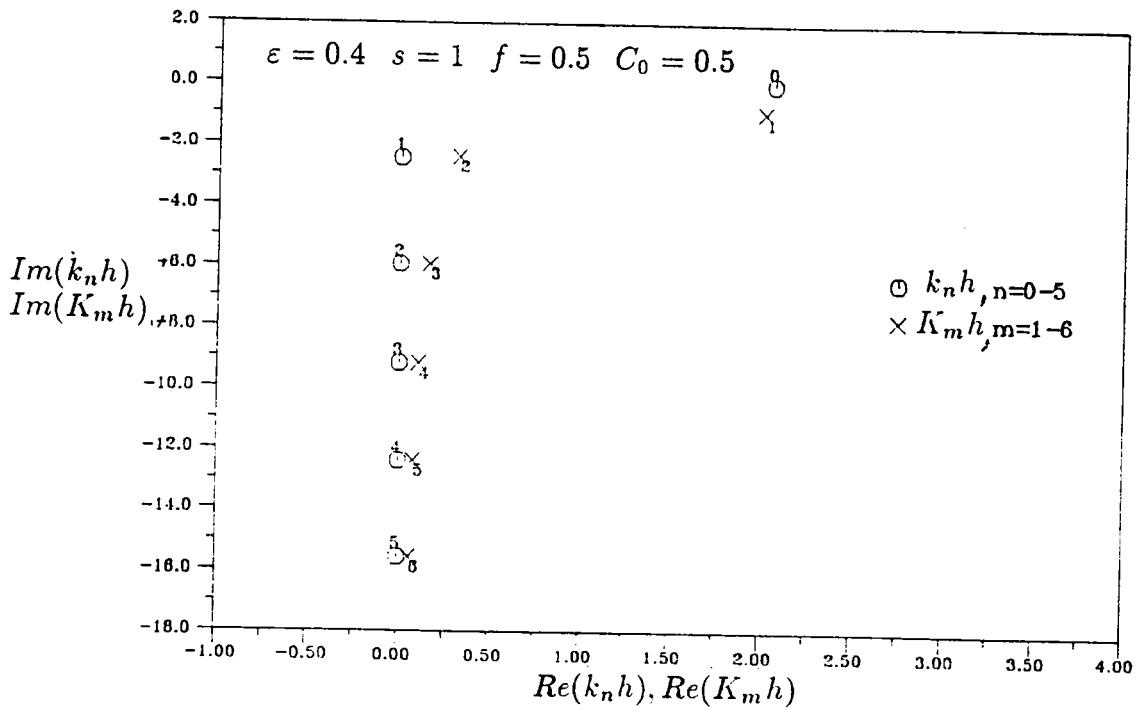


圖 3-5 $f = 0.5$ 時, $k_n h$ 及 $K_m h$ 在複數平面之分佈狀況圖

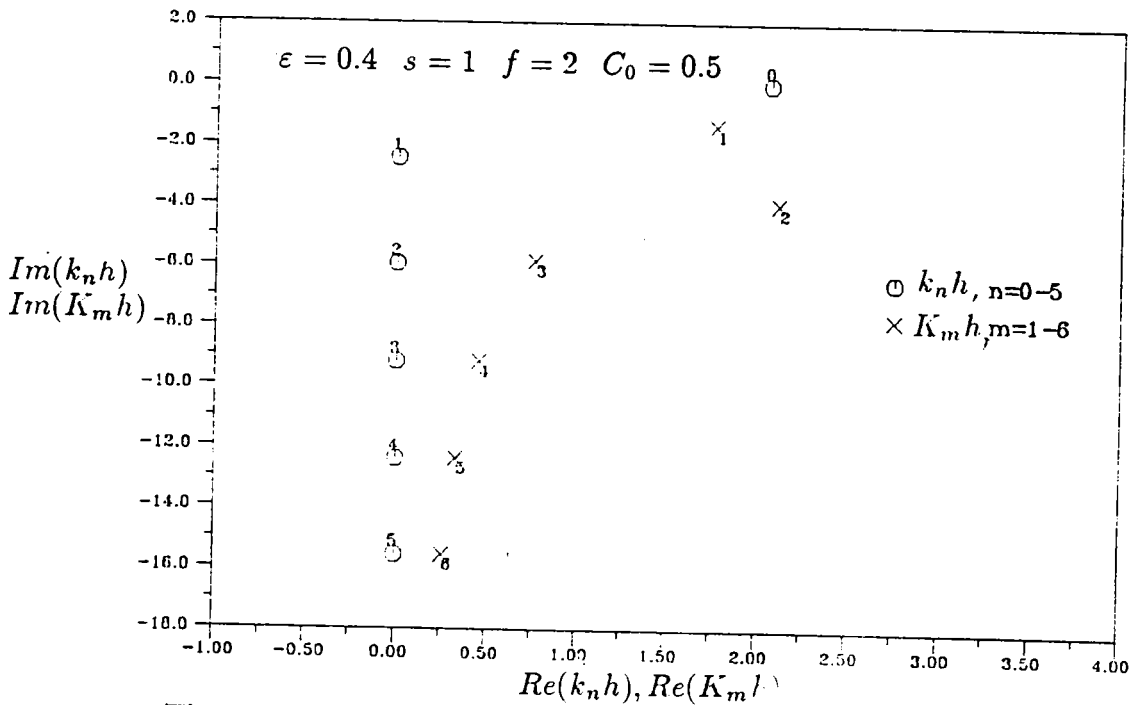


圖 3-6 $f = 2$ 時, $k_n h$ 及 $K_m h$ 在複數平面之分佈狀況圖

其次探討較高階特徵值 $k_n h$ 與 $K_m h$ 之特性,圖 3-5 為 $f = 0.5$ 時, $k_n h$ 及 $K_m h$ 在複數平面 (x 軸為 $k_n h$ 或 $K_m h$ 實部, y 軸為 $k_n h$ 或 $K_m h$ 虛部) 之分佈狀況。圓圈為 $k_n h, n = 0, 1, 2 \dots 5$ 值, 打叉為 $K_m h, m = 1, 2 \dots 6$ 值。 $k_0 h$ 與 $K_1 h$ 水平相差不大, 表示週期 (波長) 相近, 與 $x=0$ 垂直距離差距, 則表示 $K_1 h$ 成份波之消散大小, $k_0 h$ 為純進行波 (振幅不消散)。 $k_n h, n \geq 1$ 以後純為消散波, ($k_n h$ 為純虛數), n 值愈大, $k_n h$ 負值愈小, $k_n h$ 絕對值愈大, 表示消散速度愈快。 $K_m h, m \geq 2$ 以後 $K_m h$ 實部 $K_{mr} h$ 愈小, 隨 m 增大, 波長增大 ($K_{mr} h$ 減小), 顯示多孔牆內愈高階之消散進行波, 波長愈長, 消散速度愈快 ($K_{mi} h$ 絕對值愈大)。若摩擦係數 f 較大時, 如 $f = 2.0$ (圖 3-6) 則顯示多孔牆內之第二階成份波波長反而減小 ($K_{2r} h$ 值最大), 第三階成份波以後之波長再增長 ($K_{3r} h, K_{4r} h, K_{5r} h$ 值遞減)。 f 大小影響多孔牆內各成份波之波長變化, 基本上 $K_{mr} h$ 值在 f 值較小時, 波數 $K_{mr} h$ 很快的趨近於定值, 表示波函數達到收斂的項數較少, 而 f 較大時, $K_{mr} h$ 之收斂速度較慢, 則顯示 f 較大時, 波函數達到收斂項數較多。以 $s=1, \epsilon = 0.4, C_0 = 0.5, d/L=0.4, 2b/h=0.5$ 之條件下, 比較 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 時 $|R_n|, n = 0, 1, 2$ 振幅, 顯示 $f=0.5$ 時高階成份波 $|R_n|$ 振幅甚快速的減小 (圖 3-7), 第二階 ($n=1$) 振幅其實已甚小, 但 $f=2.0$ 時高階成分波 $|R_n|$ 振幅仍佔相當分量的值。

以上分析顯示小摩擦係數 f 時多孔牆前之反射係數 C_r 及消波室內之透過係數 C_t 之物理特性, 基本上可以一階解分析求得即可。但較大 f 值時如僅以平面波理論計算, 即將產生較大誤差。

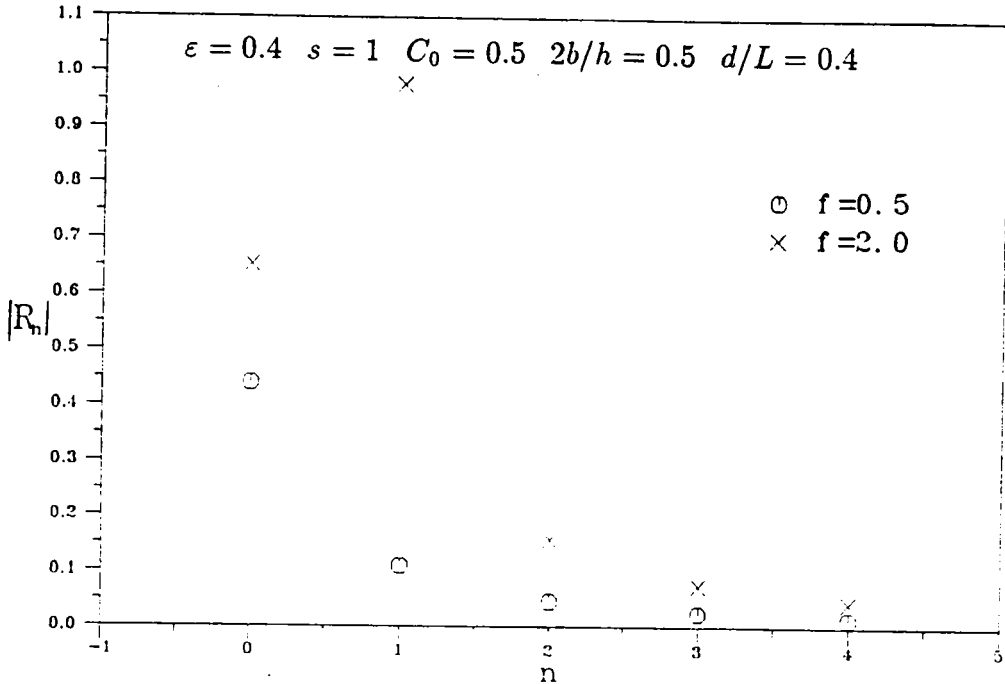


圖 3-7 $f=0.5$ 及 $f=2.0$ 不同階數 (n) 之 $|R_n|$ 振幅值

3-4. 自由水面型態多孔消波體之波能消散特性

多孔消波體可引用做消波設施,其反射特性決定消波效果,消波室內透射波大小及消波體之波壓分佈大小影響結構物安定等皆為重要之考慮因素,本節將詳細分析多孔消波體之牆前反射,消波室內透射及牆前後波壓分佈。在比較不同的波浪參數 C_0 值,圖 3-8 示,不同 C_0 值, C_r 與 d/L 相關曲線週期性不變,週期長度相同 (皆為 $d/L=0.5$),但波長較長時 (如 $C_0 = 5$),比較波長較短時 (如 $C_0 = 0.5$), C_r 極大值與極小值皆增大,但極點位置隨 C_0 增大,明顯向左平移,顯示產生反射係數極小值之無因次消波寬度並非定值,而與入射波之 (波長) 週期有關。

其次觀察在消波室之透過係數 C_t 特性,不同 C_0 值, C_t 與 d/L 仍然成週期變化,且週期長度並不因 C_0 值不同改變 (圖 3-9),透過駐波之結點發生在 $0.25+0.5n$ 倍波長處。 C_t 之極大值隨 C_0 值減小則有增大的現象 ($C_0 = 0.5$ 例外,其極大值為最小),此時消波室透過係數最大,而反射係數 C_r 為最小值,

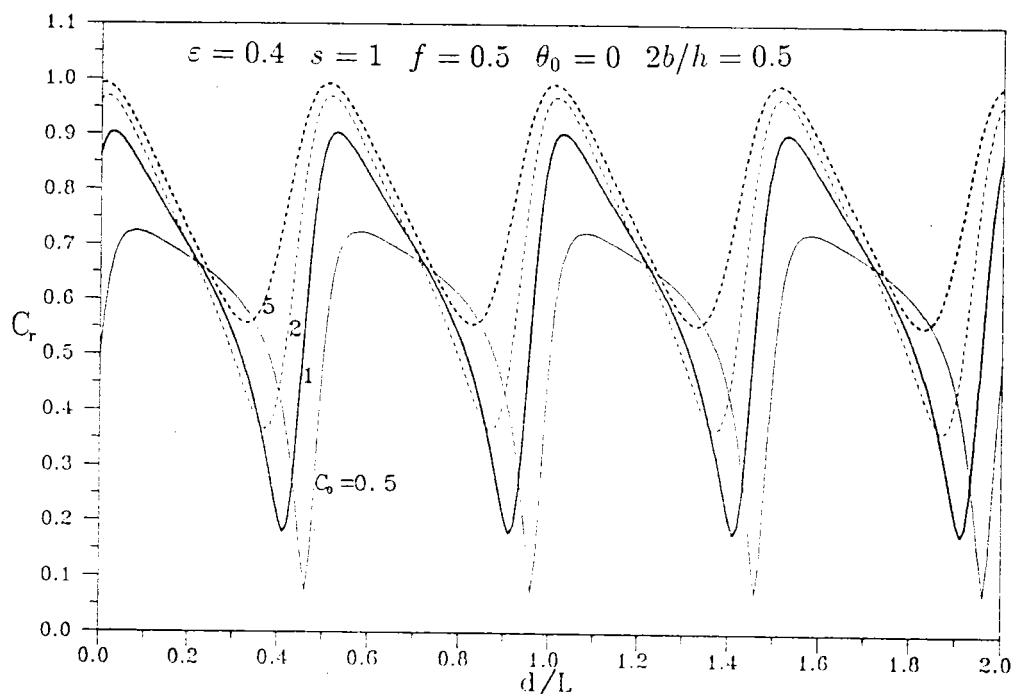


圖3-8 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0

反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

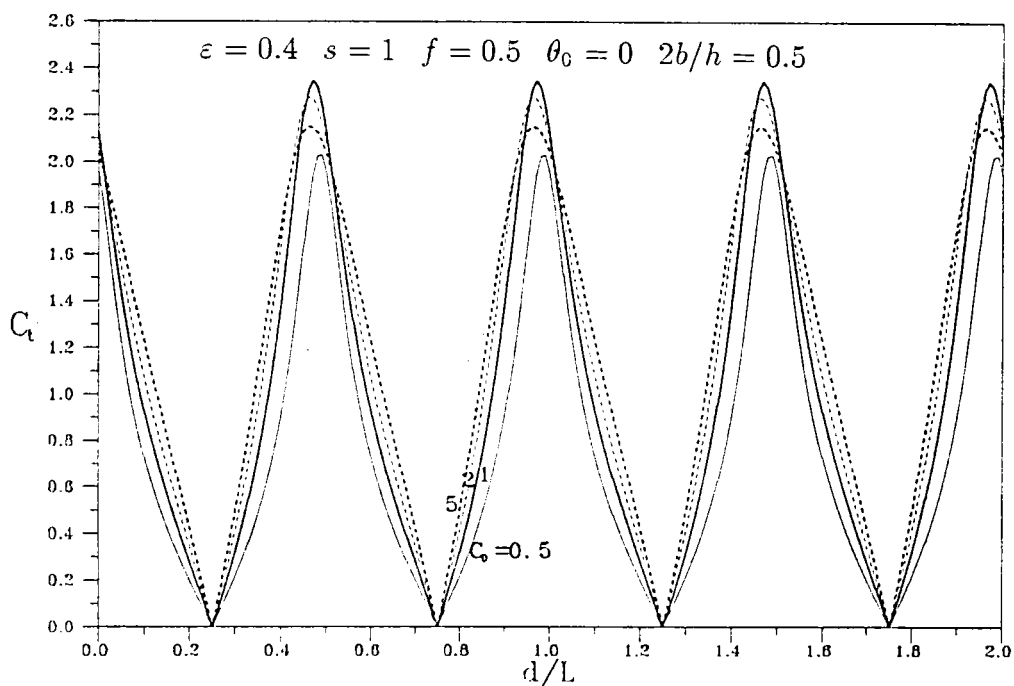


圖3-9 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0

透射係數 C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

顯示此時能量集中於室內，反射波能甚小幾乎消散。

改變不同入射波角度(θ_0)，相當於改變入射波波長($\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$)，圖 3-10 及圖 3-11 分別為 $C_0 = 1, 2b/h = 0.5$ 之條件下， C_r 與 d/L 相關曲線及 C_t 與 d/L 相關曲線。顯示改變入射波方向，將改變極點位置、大小及極點間格，入射角度愈大， C_r 及 C_t 之極大值增加，極小值增加，極點二者間格拉長。

對同一入射波作用，例如取 $C_0 = 0.5$ 或 $C_0 = 5$ ，且固定消波室寬度 $d/L = 0.4$ ，則增大多孔牆厚度，並不一定可減低反射係數 C_r ，而是存在一最佳厚度（如圖 3-12）。消波室內透水係數 C_t ，則隨牆厚度之增大而減小，最後消失（圖 3-13），不過 C_t 最大值，並非在 $2b/h = 0$ 處（不透水牆完全反射），而是發生在牆為有限厚度，此厚度與 C_0 值有關，隨 C_0 增大其發生處之厚度相對愈厚。當入射波長較長時，例如 $C_0 = 2$ 或 $C_0 = 5$ ，極小值點數增多，反射波消滅之較佳多孔牆厚度則可能有多次發生（如圖 3-12），而使透過波完全消散之多孔牆厚度相對必需增大（圖 3-13）。

整合 d/L 及 $2b/h$ 二個參數特性，圖 3-14 及圖 3-15 分別為在 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2$ 時，消波室寬度 d/L 與多孔牆厚度 $2b/h$ 平面之 C_r 等值線。圖中顯示對特定的波浪，選擇適當的 d/L 及 $2b/h$ 將可有效減低反射波。

多孔牆前水動壓力分佈，在表面處最大，波長較短之波浪隨深度之增大，快速的衰減（如圖 3-16），但波長愈長，表面與海底壓力差遞減率縮小，而水表面之波壓振幅與水位振幅成正比關係。多孔牆後之波壓也有相同之現象（如圖 3-17）。

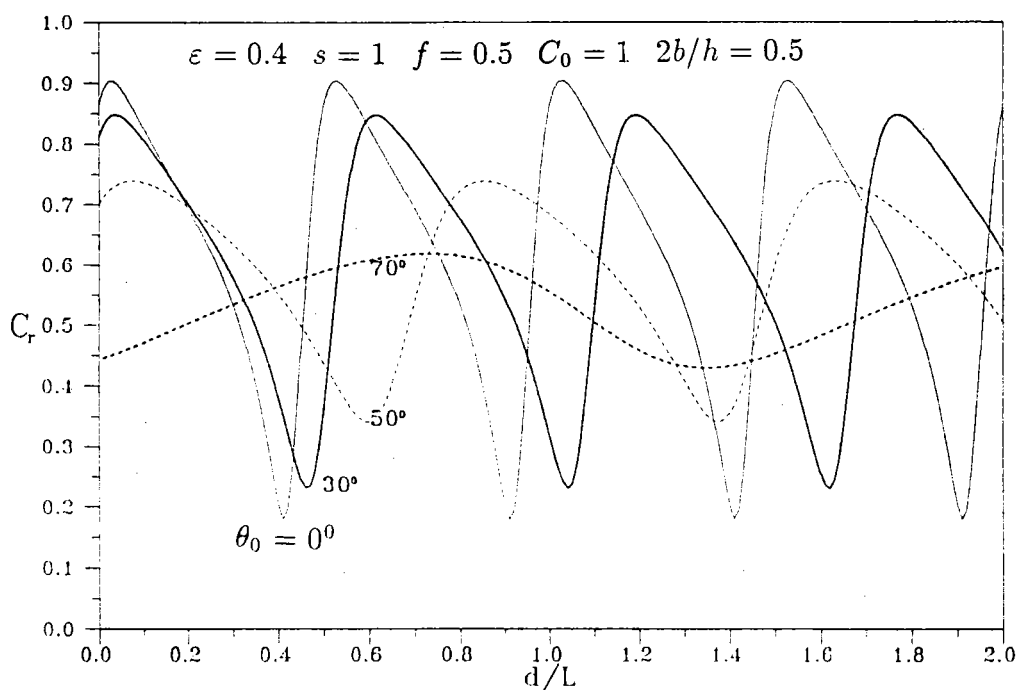


圖3-10 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用
反射係數 C_r 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

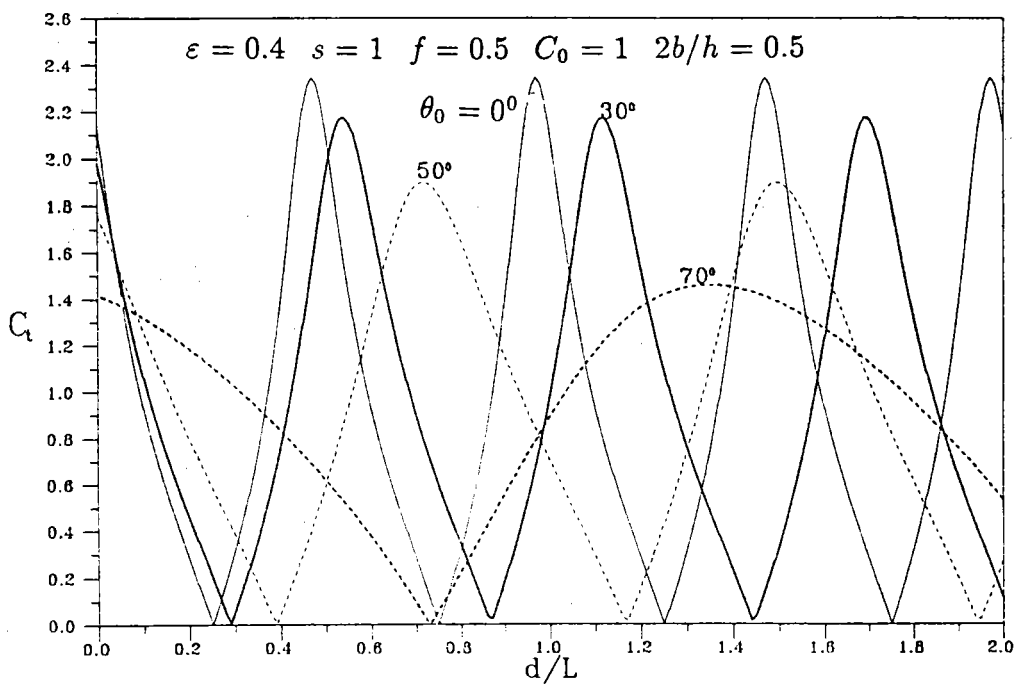


圖3-11 自由水面多孔消波體在不同方向入射波作用
透射係數 C_t 與消波室寬度 d/L 相關曲線圖

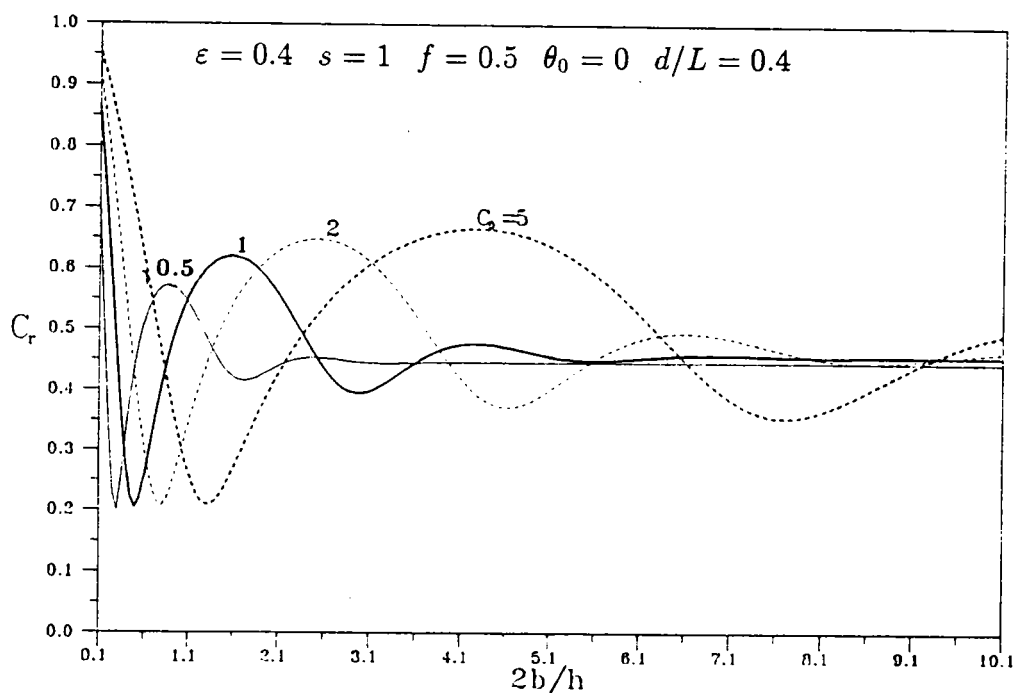


圖3-12 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0

反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

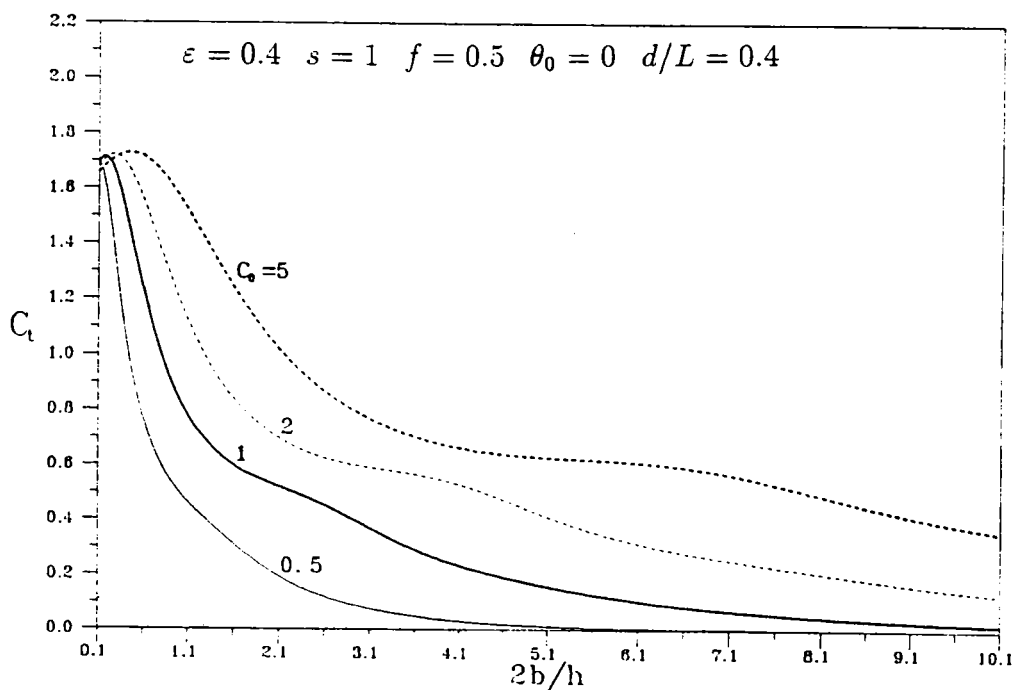


圖3-13 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0

透射係數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

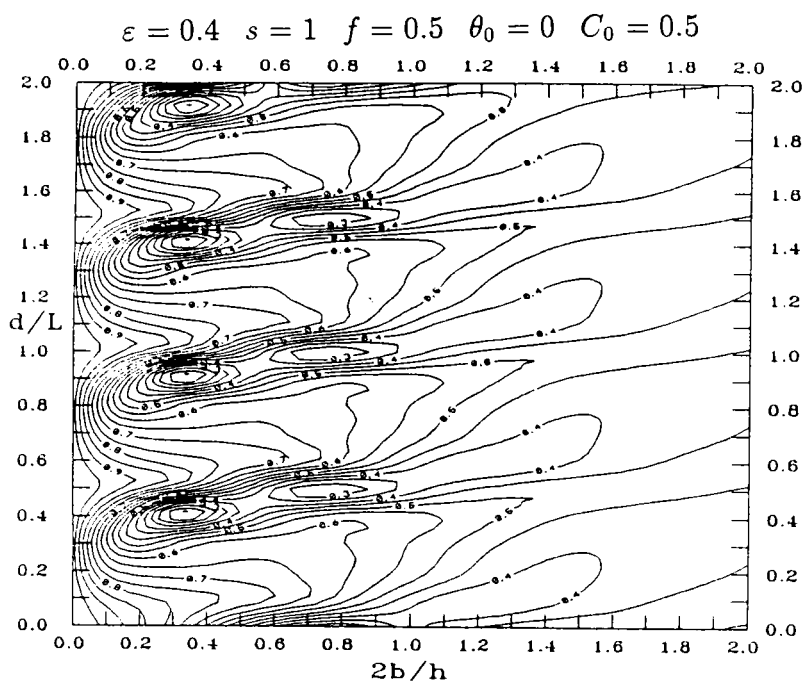


圖3-14 自由水面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

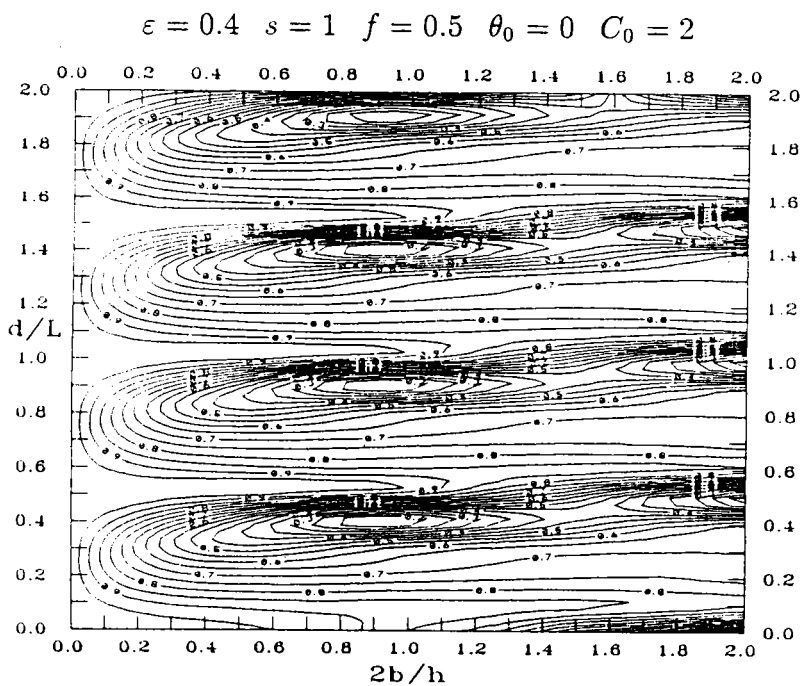


圖3-15 自由水面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/L 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

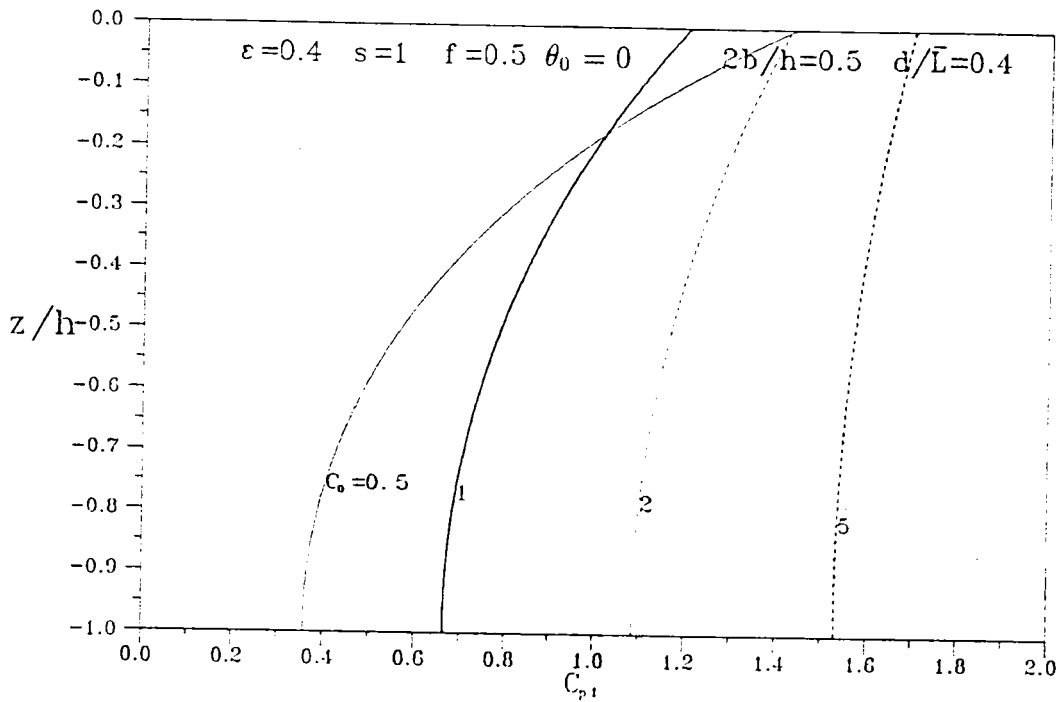


圖3-16 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖

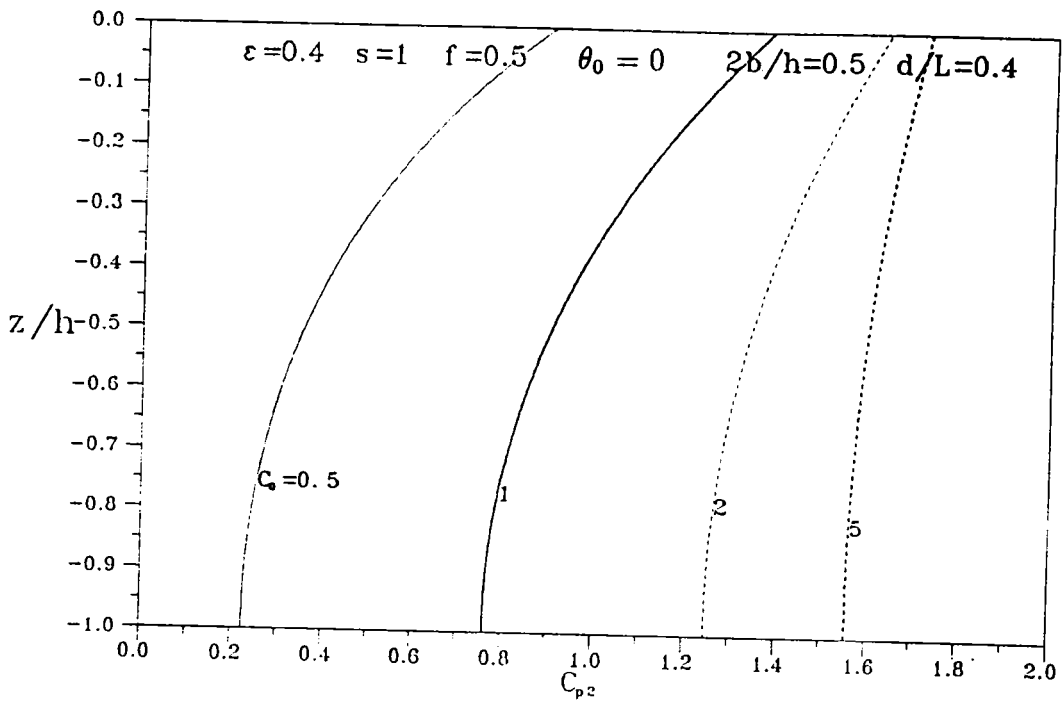


圖3-17 自由水面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖

3-5. 消波室寬度為零之一般解

考慮垂直不透水壁緊貼放置於多孔牆後(相當於 $d=0$, $\phi_2 = 0$, 如圖3-18)

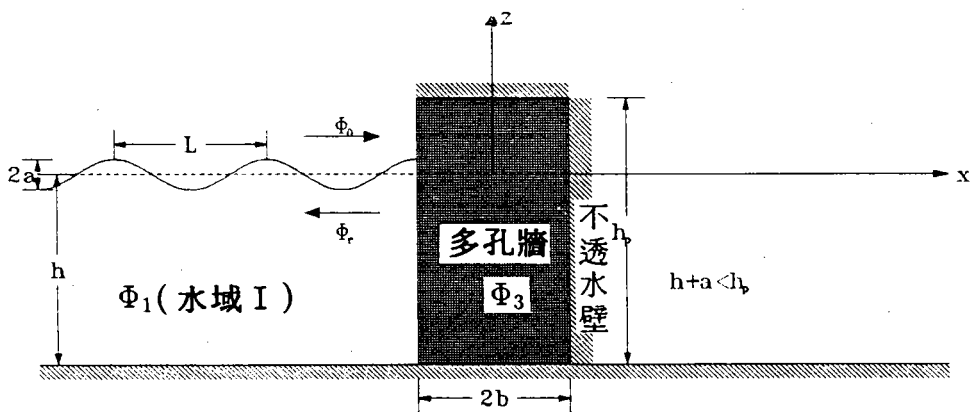


圖 3-18 消波室寬度為零之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

，解析受入射波作用，自由水面孔消波體之波能消散之特性，水域 I 及水域 III 之波函數我們引用式(3.1)、(3.3)，但水域 II 之波函數式(3.2)之 ϕ_2 改為

$$\phi_2 = 0 \quad (3.58)$$

區域 I 與區域 II 介面($x=-b$)連續條件(2.16a)、(2.16c)不改變，但在介面 $x=b$ 之連續條件(2.16b)及(2.16d)改為：

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial x} = 0, \quad x = b \quad (3.59)$$

同理使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n=0,1,2,3\dots$ 及正交序列 $\cosh[K_m(h+z)]$, $m=1,2,3\dots$ 在水深區 $(-h,0)$ 之正交性，將波函數 ϕ_j , $j = 1,2,3$ 之表示式(3.1)、(3.58)及(3.3)代入界面連續條件(2.16a)、(2.16c)及邊界條件(3.59)，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh K_m(z+h) dz$ ，則可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2, 3... \quad (3.60a)$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \varepsilon K_m M_{mm} E_m^- B_m$$

$$m = 1, 2.. \quad (3.60b)$$

$$B_m = E_m^- A_m, \quad m = 1, 2.. \quad (3.60c)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n 之方程組：

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [\bar{k}_n (E_m^+ + E_m^-) + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m (E_m^+ - E_m^-)] R_n \\ = [\bar{k}_0 (E_m^+ + E_m^-) - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m (E_m^+ - E_m^-)] \end{aligned}$$

$$m = 1, 2, 3... \quad (3.61)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$A_m = \frac{E_m^+}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if)M_{mm}} (N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n), \quad m = 1, 2, 3.... \quad (3.62a)$$

$$B_m = \frac{1}{(E_m^+ + E_m^-)(s - if)M_{mm}} (N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n), \quad m = 1, 2, 3.... \quad (3.62b)$$

假設所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小之假設條件下，我們引用式(3.35)、(3.37)及(3.58)代入區域 I 與區域 II 介面 ($x=-b$) 連續條件(2.16a)、(2.16c)及邊界條件(3.59)式，引用上述正交關係可得 R_0

$$R_0 = \frac{\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)}{\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)} \quad (3.63)$$

式中 $\lambda_1^\pm, \Omega$ 定義如(3.40)。

反射係數為

$$C_r = \left| \frac{\lambda_1^+ + \lambda_1^- - \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-)}{(\lambda_1^+ + \lambda_1^- + \Omega(\lambda_1^+ - \lambda_1^-))} \right| \quad (3.64)$$

在多孔牆前 ($x=-b$) 之水位變化可表示為如(3.43)式,作用在多孔牆前 ($x=-b$) 之波壓分佈可表示如(3.49)式,式中之 R_0 定義如(3.63)。

若考慮正向作用 ($\theta_0 = 0$) 之線性長波式(3.5)及式(3.13)分別可簡化為:

$$\sigma^2 = gk_0^2 h \quad \text{and} \quad \bar{k}_0 = k_0 \quad (3.65)$$

$$\sigma^2(s - if) = gK_1^2 h \quad \text{and} \quad \bar{K}_1 = K_1 \quad (3.66)$$

引用式(3.65),(3.66)之條件,式(3.64)可簡化為和Madsen(1983)相同之一階解表示式:

$$C_r = \left| \frac{(1 - \Omega)\lambda_1^+ + (1 + \Omega)\lambda_1^-}{(1 + \Omega)\lambda_1^+ + (1 - \Omega)\lambda_1^-} \right| \quad (3.67a)$$

式中多孔牆穿透度簡化為

$$\Omega = \frac{\varepsilon}{\sqrt{s - if}} \quad (3.67b)$$

消波室寬度為零時,消波室之能量轉移功能消失,欲達到消波功能,僅有藉改變多孔牆本身特性參數(s, f, ε),多孔牆厚度,因此消波效果可能會打折扣。一般在不透水防波堤前拋石之消波功能即是類似本節理論探討之一種應用。不過此種設計施工方便,有其實用價值。圖3-19消波室寬度為零時與圖3-1消波室寬度為 $d/L = 0.45$ 之結果顯然有些差異存在,有消波室之狀況消波較佳,此種消波特性和詳細可參考Madsen (1983)。

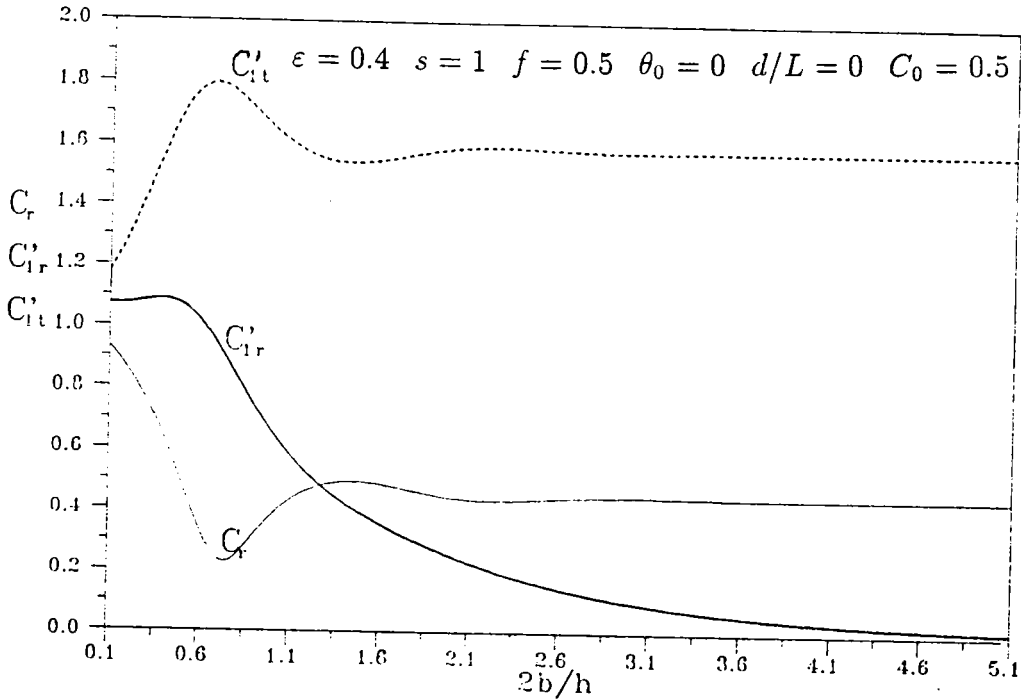


圖3-19 自由水面多孔消波體消波室寬度為零時各項係數 C_r, C_t, C_{tr}' 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

3-6. 消波室寬度無限長之波函數解

假設消波室寬度無限長，或消波室右側不透水直立壁不存在（如示意圖3-20），則原室內不透水直立壁邊界條件改為下列輻射條件：

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial n} + ik_0 \Phi_1 \right) = 0 \quad (3.68)$$

且消波體右側之波函數 ϕ_2 表示式改為：

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n(x-b)} \quad (3.69)$$

$$b \leq x, \quad -h \leq z \leq 0$$

(3.68) 式等號右邊第一項當 $n=0$ 為多孔牆右側之透過進行波 ϕ_{2t} ：

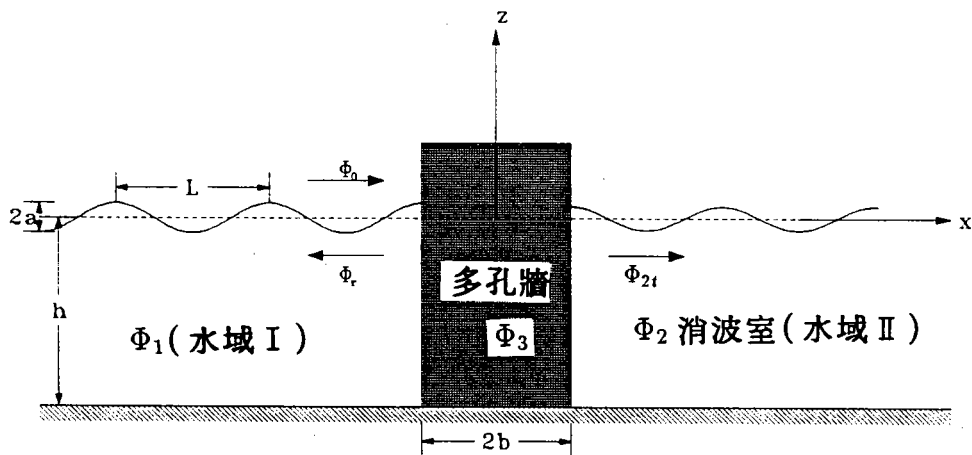


圖 3-20 消波室寬度為無限長之自由水面型態多孔消波體設計側視示意圖

$$\phi_{2t} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] e^{-i\bar{k}_0(x-b)} \quad (3.70a)$$

T_0 為未定係數。

(3.68) 式等號右邊第一項當 $n \geq 1$ 為多孔牆右側之透過消散波 ϕ_{2s} :

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n(x-b)} \quad (3.70b)$$

原來室內不透水直立壁邊界條件改為滿足消散條件

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi_{2s} = 0 \quad (3.70c)$$

同理將表示式 (3.1)、(3.68) 及 (3.3) 代入界面連續條件 (2.16) 式，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cosh K_m(z+h) dz$ ，則可得

$$N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} R_n = (s - if) M_{mm} A_m + (s - if) M_{mm} E_m^- B_m \quad (3.71a)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} N_{nm} T_n = (s - if) M_{mm} E_m^- A_m + (s - if) M_{mm} B_m \quad (3.71b)$$

$$-\bar{k}_0 N_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} \bar{k}_n N_{nm} R_n = -\epsilon \bar{K}_m M_{mm} A_m + \epsilon \bar{K}_m M_{mm} E_m^- B_m \quad (3.71c)$$

$$-\sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} \bar{k}_n T_n = -\varepsilon \bar{K}_m M_{mm} E_m^- A_m + \varepsilon \bar{K}_m M_{mm} B_m \quad (3.71d)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n , T_n 之方程組：

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n + \sum_{n=0}^{\infty} E_m^- \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m] T_n \\ = (\bar{k}_0 - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3... \end{aligned} \quad (3.72a)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_{nm}}{N_{0m}} (\bar{k}_n - \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m) R_n + \sum_{n=0}^{\infty} E_m^+ \frac{N_{nm}}{N_{0m}} [\bar{k}_n + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m] T_n \\ = (\bar{k}_0 + \frac{\varepsilon}{s - if} \bar{K}_m), \quad m = 1, 2, 3... \end{aligned} \quad (3.72b)$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$\begin{aligned} A_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \\ \{ \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if) \bar{k}_n / \bar{K}_m] R_n + N_{0m} [\varepsilon + \bar{k}_0 (s - if) / \bar{K}_m] \} \\ m = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (3.73a)$$

$$\begin{aligned} B_m = \frac{1}{2\varepsilon(s - if)M_{mm}} \sum_{n=0}^{\infty} N_{nm} [\varepsilon - (s - if) \bar{k}_n / \bar{K}_m] T_n \\ m = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (3.73b)$$

假設多孔牆內摩擦係數 f 較小，且所有區域內之波浪僅有平面行進波或駐波存在，散射波成份不存在或相對甚小，取 $N=1, M=1$ ，則波函數 ϕ_1 表示式(3.1)及波函數 ϕ_3 表示式(3.3)分別化簡為式(3.35)及(3.37)，而波函數 ϕ_2 表示式(3.68)僅含式(3.70a)透過進行波 ϕ_{2t} 項。

未知變數 R_0, T_0, A_1 及 B_1 可由方程組(3.71)式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{i(1 - \Omega^2) \sin(2\bar{K}_1 b)}{2\Omega \cos(2\bar{K}_1 b) + (1 + \Omega^2)i \sin(2\bar{K}_1 b)} \quad (3.74a)$$

$$T_0 = \frac{2\Omega}{2\Omega \cos(2\bar{K}_1 b) + (1 + \Omega^2)i \sin(2\bar{K}_1 b)} \quad (3.74b)$$

$$A_1 = \frac{N_{01}[\varepsilon - (s - if)\bar{k}_0/\bar{K}_1]R_0 + N_{01}[\varepsilon + \bar{k}_0(s - if)/\bar{K}_1]}{2\varepsilon(s - if)M_{11}} \quad (3.74c)$$

$$B_1 = \frac{N_{01}[\varepsilon \cos(\bar{k}_0 d) + i(s - if)\bar{k}_0 \sin(\bar{k}_0 d)/\bar{K}_1]T_0}{2\varepsilon(s - if)M_{11}} \quad (3.74d)$$

式(3.74a)顯示當多孔牆穿透係數 $\Omega = 1$ 時,反射係數 $R_0=0$,反射波完全消散,多孔牆達到最佳消波能力。同理在多孔牆前($x=-b$)之水位變化可表示為(3.43)式,式中之 R_0 定義如(3.74a)。但在多孔牆後($x= b$)之水位變化表示為

$$\frac{\eta_2(b, y, t)}{a} = D_2 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \quad (3.75a)$$

$$D_2 = |T_0|, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (3.75b)$$

作用在多孔牆前($x=-b$)之波壓分佈可表示如(3.49)式,式中之 R_0 定義如(3.74a)。但在多孔牆後($x= b$)之波壓分佈表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.76a)$$

式中

$$C_{p2} = |T_0| \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)}, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (3.76b)$$

,式中之 T_0 定義如(3.74b)。

無消波室時,多孔牆後為一寬擴的水域,波浪透過多孔牆後無阻礙的進行,一般透水性離岸堤可當做此種狀況之一種應用,其作用乃希望透過波愈小,以達到消波效用,但也不希望堤前反射波太大,像不透水堤於堤前產生全反射波造成堤址嚴重冲刷現象,因此適當的比例減低反射波及透過波為一個重要的原則。圖3-21,取 $C_0 = 0.5$ 時,顯示反射波隨厚度增加而增大,在厚度為2倍水深時達到定數,透過波則因厚度之增大而減小,最後消失。與有限長消波室一樣,對同一入射波作用,例如取 $C_0 = 0.5$ 或 $C_0 = 5$,且固定消波室寬度 $d/L = 0.4$,則增大多孔牆厚度,並不一定可減低反射係數 C_r ,而是存在一最佳厚度(如圖3-22)。消波室內透水係數 C_t ,則隨牆厚度之增大

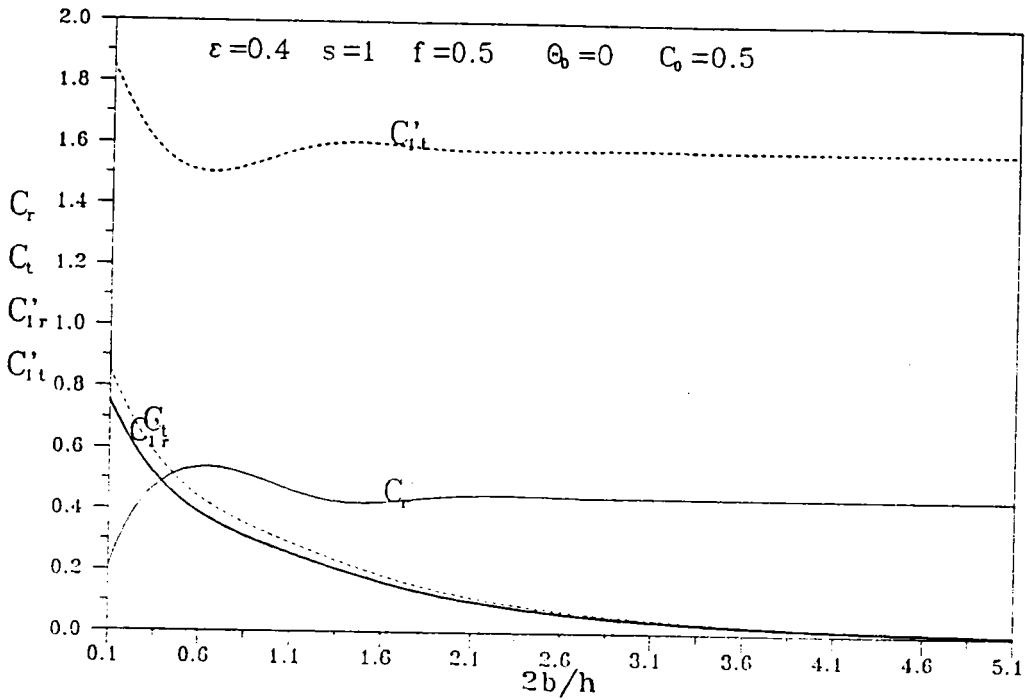


圖3-21 自由水面多孔消波體無消波室時各項係數 $C_r, C_t, C'_{ir}, C'_{it}$ 與多孔牆厚度 $2b/h$ 之相關曲線圖

而減小，最後消失（圖3-23），而且波長越短（ C_0 值較小），衰減越快。消波室寬度無限長之消波特性，在正向作用部份可參考 Sollitt and Cross(1972)，在斜向作用部份可參考 Dalrymple, Losada and Martin (1991)。

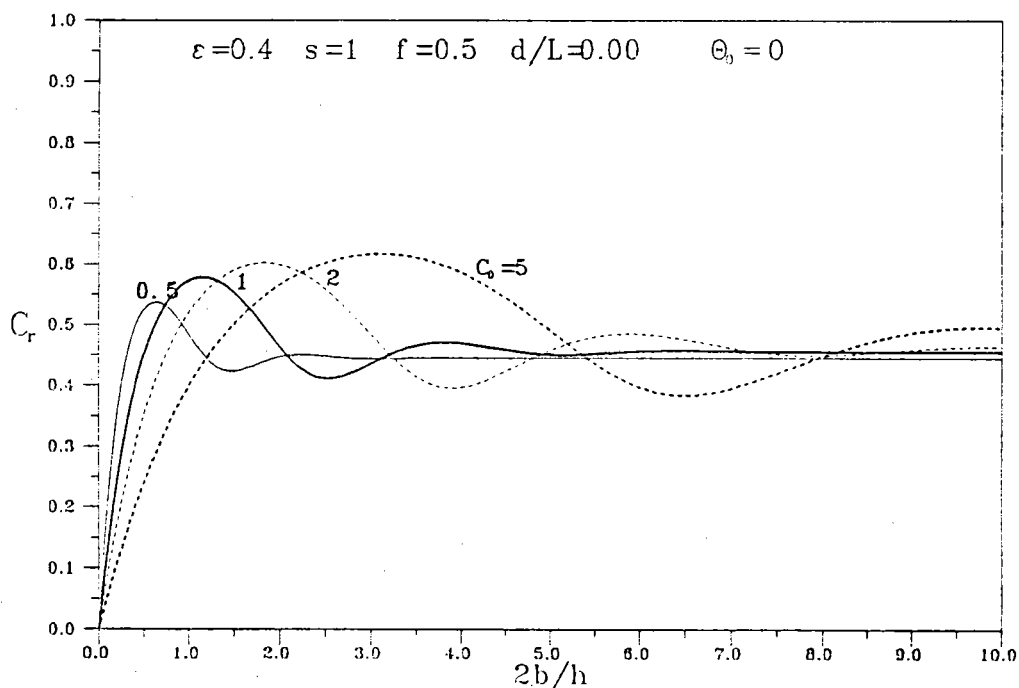


圖3-22 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

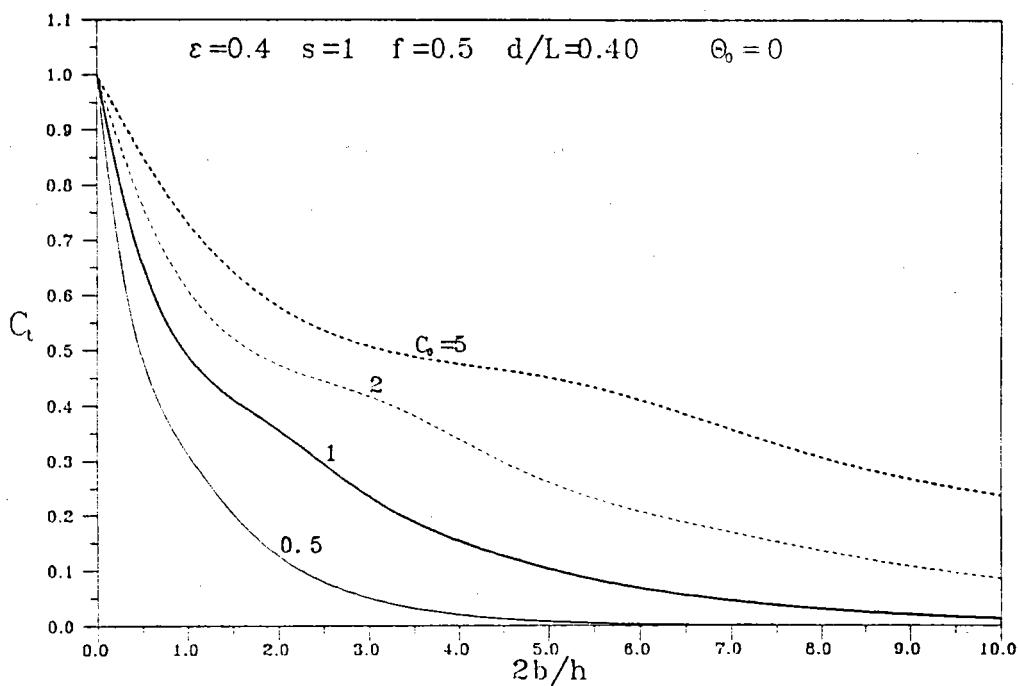


圖3-23 自由水面多孔消波體在消波室寬度無限長不同波浪參數 C_0 透射係數 C_t 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

第四章 自由水面型態多孔岸壁之波能消散

4-1. 波函數一般解

當多孔牆退化為多孔板，多孔消波體簡稱為多孔岸壁，低水位時，平均水位 h 與振幅 a 之和小於消波室高 h_p ，因入射波之作用，多孔板前水域及消波室內水域皆存在自由水面波動（如示意圖 2-5）。同樣由控制方程式 (2.8) 及入射波條件 (2.6) 式，邊界條件 (2.9)、(2.12)、(2.13) 式及週期函數特性條件 (2.7)，區域 I 及 II 之波函數 ϕ_1, ϕ_2 可分別表示類似 (3.1) 式及 (3.2) 式如下，而 ϕ_3 不予考慮。

$$\phi_1(x, z) = A \cosh[k_0(h+z)]e^{-i\bar{k}_0x} + \sum_{n=0}^{\infty} AR_n \cosh[k_n(h+z)]e^{i\bar{k}_nx}$$

$$x \leq 0^-, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (4.1)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} AT_n \cosh[k_n(h+z)] \cos[\bar{k}_n(x-d)]$$

$$0^+ \leq x \leq d, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (4.2)$$

將波函數 ϕ_1 表示式 (4.1) 及波函數 ϕ_2 表示式 (4.2)，代入界面邊界條件 (2.18) 式，並使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 在水深區 $(-h, 0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 (\) \cosh k_n(z+h) dz$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ，則可求得：

$$iR_0 - \sin(k_0d)T_0 = i \quad (4.3a)$$

$$k_0(1 + G_0)R_0 - k_0G_0 \cos(k_0d)T_0 = k_0(1 - G_0) \quad (4.3b)$$

由上述方程組可簡易求得每個係數如下：

$$R_0 = \frac{\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 - \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)}{\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 + \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)} \quad (4.4a)$$

$$T_0 = \frac{(\bar{G}_0 - 1) \sin(\bar{k}_0d) + i[\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) - 1]}{\sin(\bar{k}_0d)[\bar{G}_0 \cos(\bar{k}_0d) + i(1 + \bar{G}_0) \sin(\bar{k}_0d)]} \quad (4.4b)$$

$$R_n = T_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4c)$$

式中

$$\overline{G}_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu \overline{k}_0} \quad (4.5a)$$

$\overline{G}_0$ 稱為斜向多孔影響參數 (inclined porous-effect parameter), 或可表示為:

$$\overline{G}_0 = \frac{G_0}{\cos \theta_0} \quad (4.5b)$$

式中

$$G_0 = \frac{\rho b_0 \sigma}{\mu k_0} \quad (4.6a)$$

G_0 稱為多孔影響參數 (porous-effect parameter) (Chwang and Dong, 1984), (Chwang, Ou and Su, 1989) 或可表示為 $G_0 = C/U_c$ (Chwang, Ou and Su, 1989), 其中 $C = \sigma/k_0$ 為波速, $U_c = \mu/\rho b_0$ 稱特徵波速 (characteristic wave velocity)。

多孔影響參數 G_0 又可表示為

$$G_0 = R_e C'_0 \quad (4.7a)$$

式中 R_e 稱無因次多孔雷諾數 (dimensionless porous Reynolds number) 與波浪條件無關表示為

$$R_e = \frac{\rho b_0 \sqrt{g h}}{\mu} \quad (4.7b)$$

C'_0 為無因次波浪影響參數, 表示為

$$C'_0 = \sqrt{\frac{\tanh(k_0 h)}{k_0 h}} \quad (4.7c)$$

斜向多孔影響參數 $\overline{G}_0$ 又可表示為 $\overline{G}_0 = \overline{C}/U_c$, 而 $\overline{C} = \sigma/\overline{k}_0$ 稱為修正波速。而 (4.4c) 式 $R_n = T_n = 0$ 表示在低水位時, 水域 I 散射波 ϕ_{1s} 及室內水域 II 散射駐波 ϕ_{2s} 皆不存在。反射係數 C_r 為

$$C_r = |R_0| = \frac{\sqrt{[\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 - \bar{G}_0^2)]^2 + 4 \tan^2(\bar{k}_0 d) \bar{G}_0^4}}{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 + \bar{G}_0)^2} \quad (4.8)$$

消波室透射係數 C_t 定義為

$$C_t = |T_0| = \frac{\sqrt{4\bar{G}_0^4 + 4 \tan^2(\bar{k}_0 d) \bar{G}_0^2(1 + \bar{G}_0)^2}}{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 + \bar{G}_0)^2} \quad (4.9)$$

本節多孔板引用 Chwang(1983) 之原理，根據第一節之分析，顯示與 Sollitt and Cross (1972) 之原理是相通一致的。以下將比較多孔牆甚薄時 $b \ll 1 (b \neq 0)$ ，反射係數及透射係數與 Chwang(1983) 多孔板之計算結果。在多孔板理論，高階係數 R_n, T_n 皆為零，此處也在平面波的假設條件下處理多孔牆問題。假設 $b \ll 1 (b \neq 0)$ ，則係數 R_0, T_0 表示式，(3.38a) 及 (3.38b) 中 $\lambda_1^\pm \approx 1$ ，

因此， R_0 及 T_0 可分別表示為

$$R_0 = \frac{(1 - \bar{G}_1)[\cos(\bar{k}_0 d) + i \sin(\bar{k}_0 d)]}{(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) - i \sin(\bar{k}_0 d)} \quad (4.10a)$$

$$T_0 = \frac{\bar{G}_1[(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) - i \sin(\bar{k}_0 d)]}{\sin^2(\bar{k}_0 d) - (1 - \bar{G}_1)^2 \cos^2(\bar{k}_0 d)} - \frac{(2 - \bar{G}_1)[(1 - \bar{G}_1) \cos(\bar{k}_0 d) + i(1 - \bar{G}_1) \sin(\bar{k}_0 d)]}{\sin^2(\bar{k}_0 d) - (1 - \bar{G}_1)^2 \cos^2(\bar{k}_0 d)} \quad (4.10b)$$

式中 $\bar{G}_1 = 1 - \Omega$ 為複數，但虛部遠較實部為小，物理意義相當於上述 $\bar{G}_0$ 值。

(4.10a) 及 (4.10b) 兩式結果與 Chwang(1983) 多孔板理論計算結果表示式 (4.9a) 及 (4.9b) 比較顯然相似，但不完全相同。圖 4-1 及圖 4-2 分別為多孔板理論及多孔牆理論 ($0 < b \ll 1$)，分別在 $\bar{G}_0 = 0.5$ 及 $\bar{G}_1 = 0.5$ 時，反射係數 C_r (透射係數 C_t) 與 $d/\bar{L}$ 相關曲線圖。比較二圖顯示雖然大小不完全相同，但二者趨勢一致。在比較不同 $\bar{G}_1$ 或 $\bar{G}_0$ 參數下， C_r 與 $d/\bar{L}$ 相關曲線，如圖 4-3 及圖 4-4，顯然二者也有相似，即在 $d/\bar{L} = 0.25 + n$ ， $n=0,1,2..$ 時， C_r 最

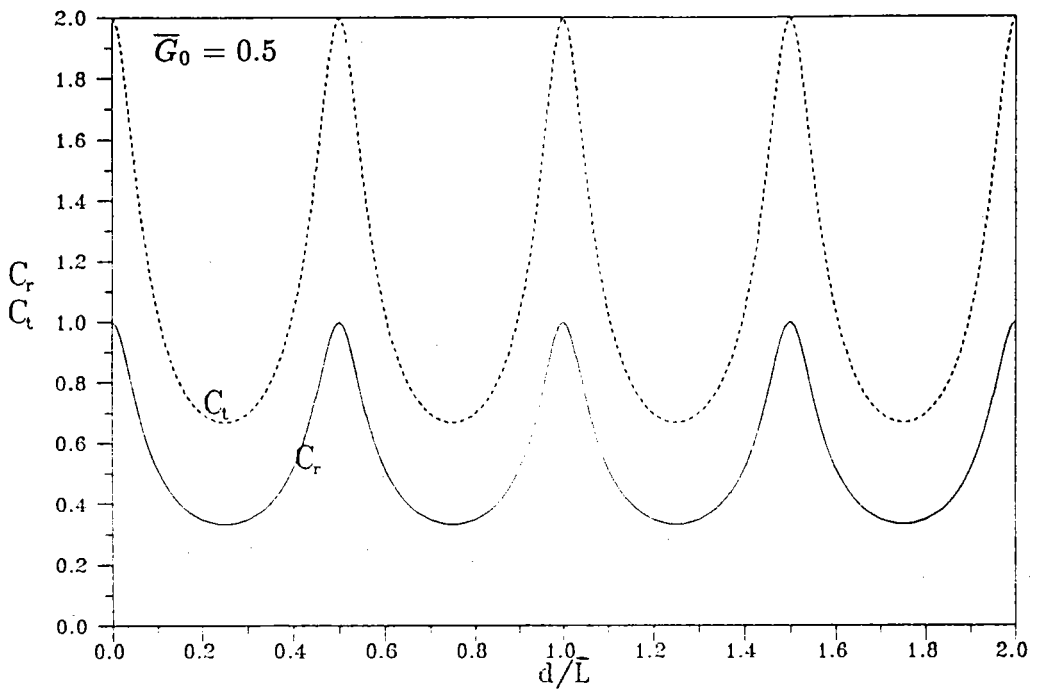


圖4-1自由水面型態多孔岸壁當 $\overline{G}_0 = 0.5$
係數 C_r, C_t 與消波室寬度 $d/\overline{L}$ 相關曲線圖

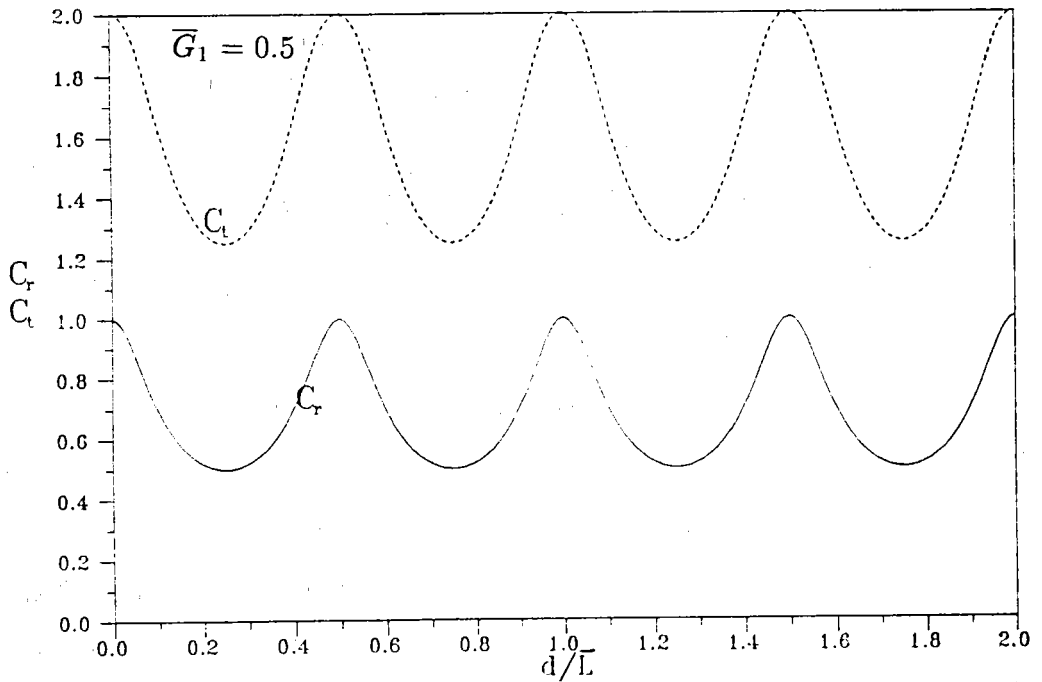


圖4-2自由水面型態多孔消波體當 $\overline{G}_1 = 0.5$
係數 C_r, C_t 與消波室寬度 $d/\overline{L}$ 相關曲線圖

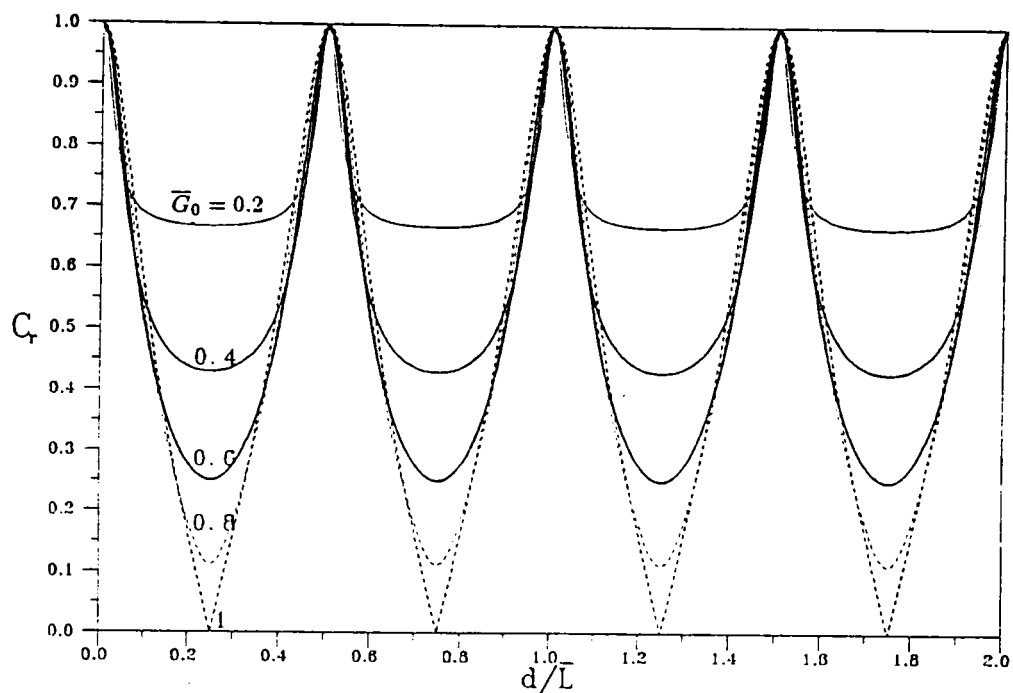


圖4-3自由水面型態多孔岸壁在不同 $\overline{G}_0$ 值
反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 $d/\overline{L}$ 相關曲線圖

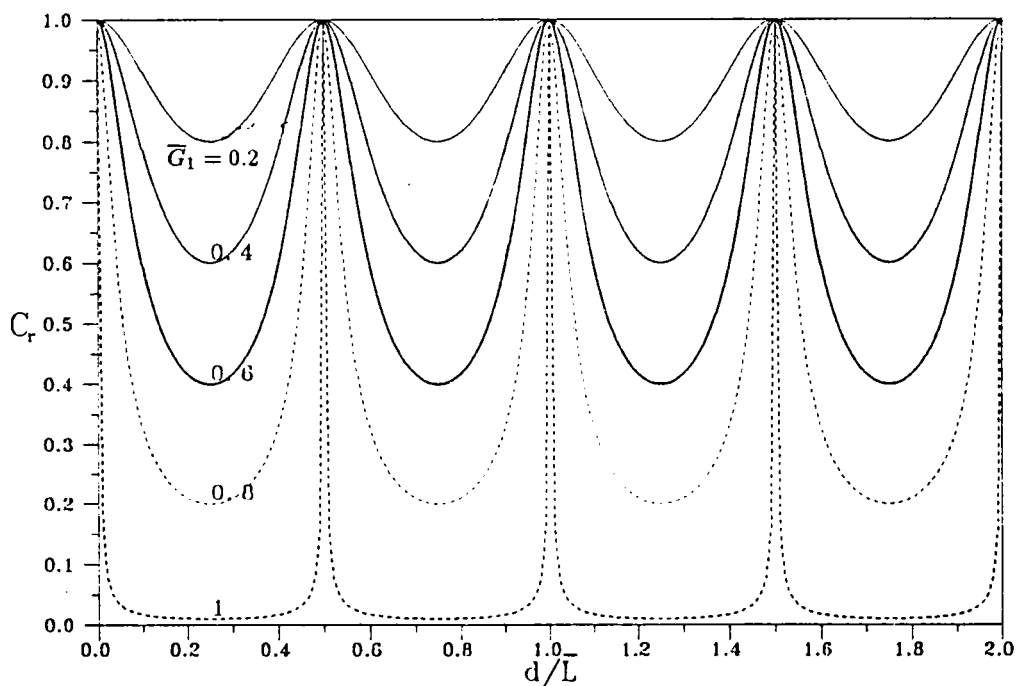


圖4-4自由水面型態多孔消波體在不同 $\overline{G}_1$ 值
反射係數 C_r 與無因次消波室寬度 $d/\overline{L}$ 相關曲線圖

小,而在 $d/\bar{L}=0.5n$ 時 C_r 最大。此結果顯示多孔牆厚度甚薄時,其所得之物理現象與多孔板理論相似。

在多孔板前(水域 I)及多孔板後(水域 II)之水位變化 η_1, η_2 可由波函數 ϕ_1, ϕ_2 表示式(4.1),(4.2)分別代入線性自由動力邊界之表示式(2.1.9a)取實數部分求得

$$\begin{aligned}\eta_1(x, y, t) &= \frac{-1}{g} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ &= a \cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y) \\ &\quad + a |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r) \\ &\quad, x \leq 0^-, \quad z = 0\end{aligned}\quad (4.11a)$$

$$|R_0| = \sqrt{R_{0r}^2 + R_{0i}^2}, \quad \varepsilon_r = \tan^{-1} \left(\frac{R_{0i}}{R_{0r}} \right) \quad (4.11b)$$

式中 R_{or} 及 R_{0i} 分別為 R_0 之實部及虛部。

$$\begin{aligned}\eta_2(x, y, t) &= \frac{-1}{g} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\ &= a |T_0| \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x - d)] \\ &\quad, x \geq 0^+, \quad z = 0\end{aligned}\quad (4.12a)$$

$$|T_0| = \sqrt{T_{0r}^2 + T_{0i}^2}, \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{T_{0i}}{T_{0r}} \right) \quad (4.12b)$$

式中 T_{or} 及 T_{0i} 分別為 T_0 之實部及虛部。

在多孔板前(水域 I)及多孔板後(水域 II)之動壓力 p_1 及 p_2 ,可由波函數 ϕ_1, ϕ_2 表示式(4.1),(4.2)分別代入線性伯努力方程式(2.2)取實數部分求得

$$\begin{aligned}P_1(x, y, z, t) &= -\rho \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \\ &= \rho g a \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)} [\cos(\sigma t - k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y) \\ &\quad + |R_0| \cos(\sigma t + k_0 \cos \theta_0 x - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_r)] \\ &\quad, x \leq 0^-, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}
 P_2(x, y, z, t) &= -\rho \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \\
 &= \rho g a |T_0| \frac{\cosh[k_0(z+h)]}{\cosh(k_0 h)} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2) \cos[\bar{k}_0(x-d)] \\
 &\quad , x \geq 0^+, \quad -h \leq z \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

因此作用於多孔板 ($x = 0^\pm$) 之波壓差 ΔP 為

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta P(0, y, z, t)}{\rho g a} &= P_1(0^-, y, z, t) - P_2(0^+, y, z, t) \\
 &= C_{pd} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_{pd}) \\
 &\quad x = 0^\pm, \quad -h \leq z \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.15a}$$

式中無因次波壓係數 C_{pd} 及相位差 ε_{pd} 分別為

$$C_{pd} = \frac{2|\tan(\bar{k}_0 d)| \cosh[k_0(z+h)]}{\sqrt{\bar{G}_0^2 + \tan^2(\bar{k}_0 d)(1 + \bar{G})^2} \cosh(k_0 h)} \tag{4.15b}$$

$$\varepsilon_{pd} = \tan^{-1}[\tan(\bar{K}_0 d)(1 + \bar{G}_0^{-1})] \tag{4.15c}$$

低水位時，消波室高度大於平均水深加上振幅，室內水表面上為空氣層。假設波浪斜向作用於多孔岸壁，圖 4-5 說明不同消波室寬度參數 $d/\bar{L}$ 時，反射係數 C_r 與參數 $\bar{G}_0$ 之關係曲線。當 $d/\bar{L} = 0$ ，多孔板與不透水直立壁重合， $C_r = 1$ ；在固定 $d/\bar{L}$ 值時，反射係數 C_r 隨 $\bar{G}_0$ 之值增大而減小， C_r 達到極小值後，隨 $\bar{G}_0$ 之增加 C_r 反而增大，而在 $\bar{G}_0 \rightarrow \infty$ ，相當於多孔板不存在，完全由不透牆產生全反射，因此 $C_r = 1$ 。當 $d/\bar{L} = 0.25 + n/2$ ， $n=0,1,2,\dots$ ，反射係數最小，此時在 $\bar{G}_0 = 1$ （修正波速等於特徵波速），多孔牆能量消散達到最大值，反射波完全消失；因此適當取用多孔板之孔隙特性或控制消波室寬度，將可大幅減低反射波能量。

多孔板消波室內之透過係數 C_t 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線（圖 4-6），則顯示隨 $\bar{G}_0$ 值增大，透過係數 C_t 增大， $d/\bar{L} = 0.25 + n/2$ 時 C_t 值與 C_r 相同仍為最小值，因此在消波室寬度為 $1/4$ 修正波長（ $1/4\bar{L}$ ）時能量消散最大，反射波及透過波皆為最小。圖 4-3 及圖 4-7 則明白顯示反射係數 C_r ，透過係數 C_t 與消波室寬度 $d/\bar{L}$ 之週期性現象，週期為 $0.5d/\bar{L}$ 。

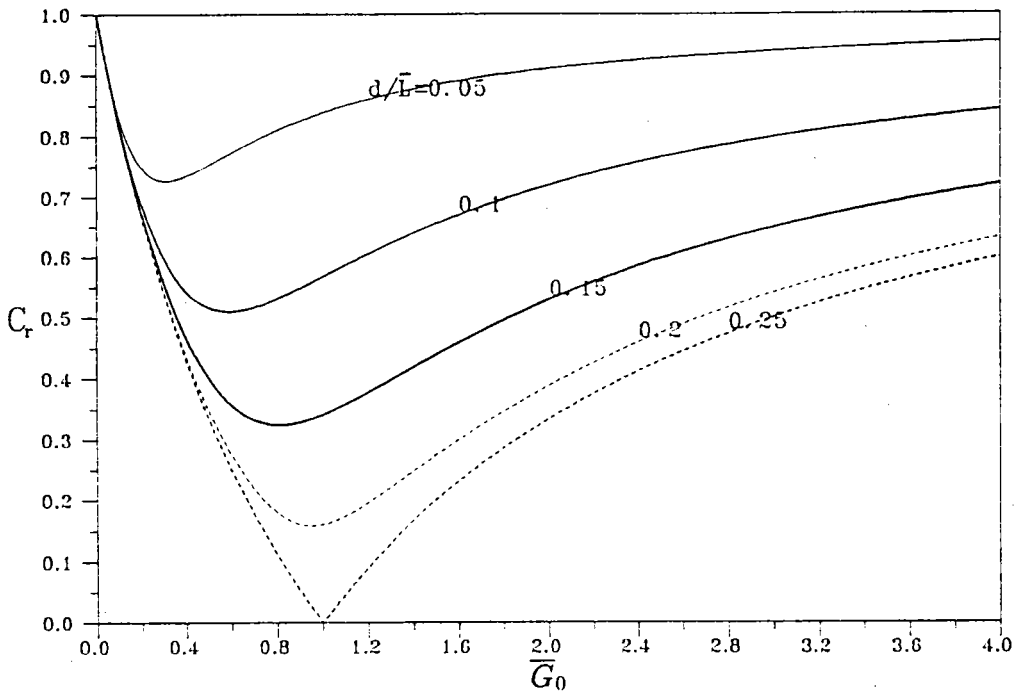


圖 4-5 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 $d/\bar{L}$ 值
反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線圖

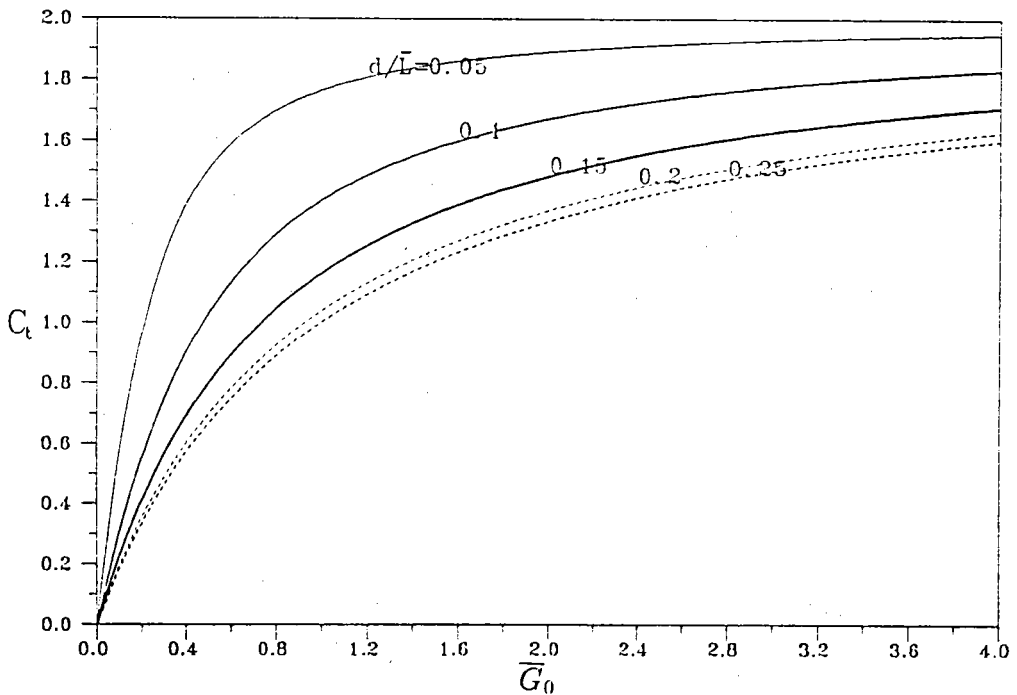


圖 4-6 自由水面型態多孔岸壁在不同消波室寬度 $d/\bar{L}$ 值
透射係數 C_t 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線圖

正向波浪 ($\theta_0 = 0$), 多孔影響參數 $G_0 = 1$, 反射波最小, 而在消波室寬度為 $1/4$ 波長時完全消散 (圖 4-3), 但此時隨入射波角度之增大, C_r 之極小值在 G_0 軸上有向左平移之趨向, 且極小值增大 (圖 4-8)。同樣 C_r 值在 d/L 軸上向右平移, 且極小值增大, 極值間之間格拉長 (圖 4-9), 因此當波浪斜向作用於多孔岸壁時, 在 $d/L = 0.25$, $G_0 = 1$ 時不再是反射波完全消散之條件, 而是發生在斜向多孔影響參數 $\bar{G}_0 = 1$ 及修正消波室寬度 $d/\bar{L} = 0.25$ 時反射波完全消散。

作用於多孔板之板前後波壓差 $\Delta P/\rho g a$, 在 $d/\bar{L} = 0.25$, $\bar{k}_0 h = 0.1$ 時不同 $\bar{G}_0$ 值分佈圖 4-10, 顯示壓力差為正值, 且隨著 $\bar{G}_0$ 值增大, 壓力差減小, 表面與海底之壓力差也縮小。(4.15b) 式中表示 $\tan(\bar{k}_0 d)$ 為負值時, 壓力差即為負值, 因此 $d/\bar{L}$ 介於 $0 \sim 1/4$ 時板前波壓大於板後波壓, $d/\bar{L}$ 介於 $1/4 \sim 1/2$ 時板後波壓大於板前波壓。

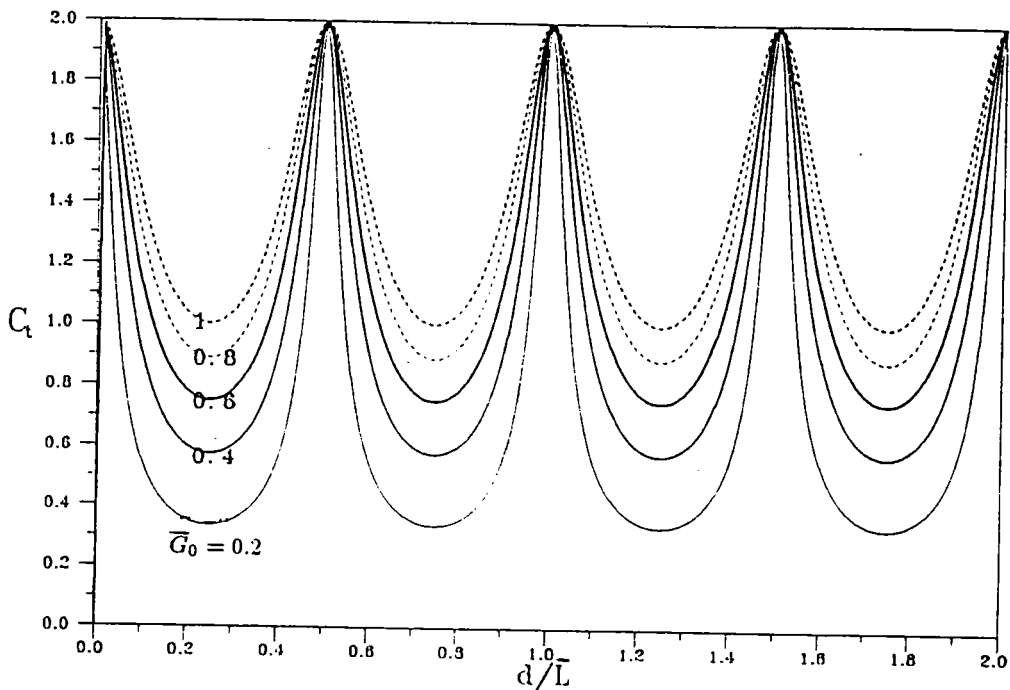


圖 4-7 自由水面型態多孔岸壁在不同 $\bar{G}_0$ 值透射係數 C_t 與無因次消波室寬度 $d/\bar{L}$ 相關曲線圖

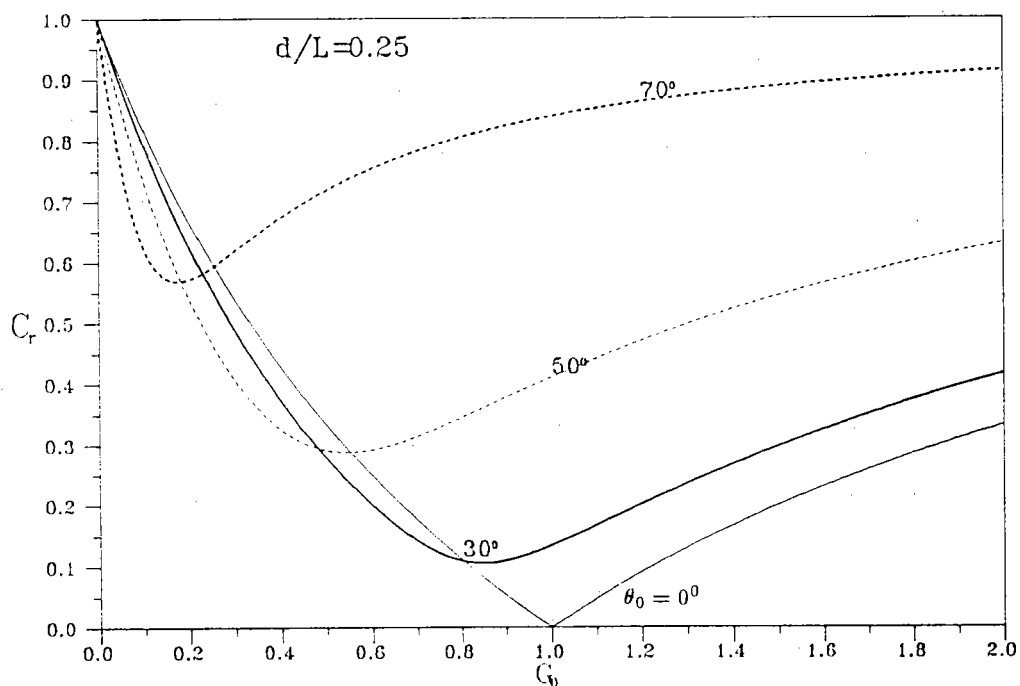


圖 4-8 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之
反射係數 C_r 與 G_0 關係曲線圖

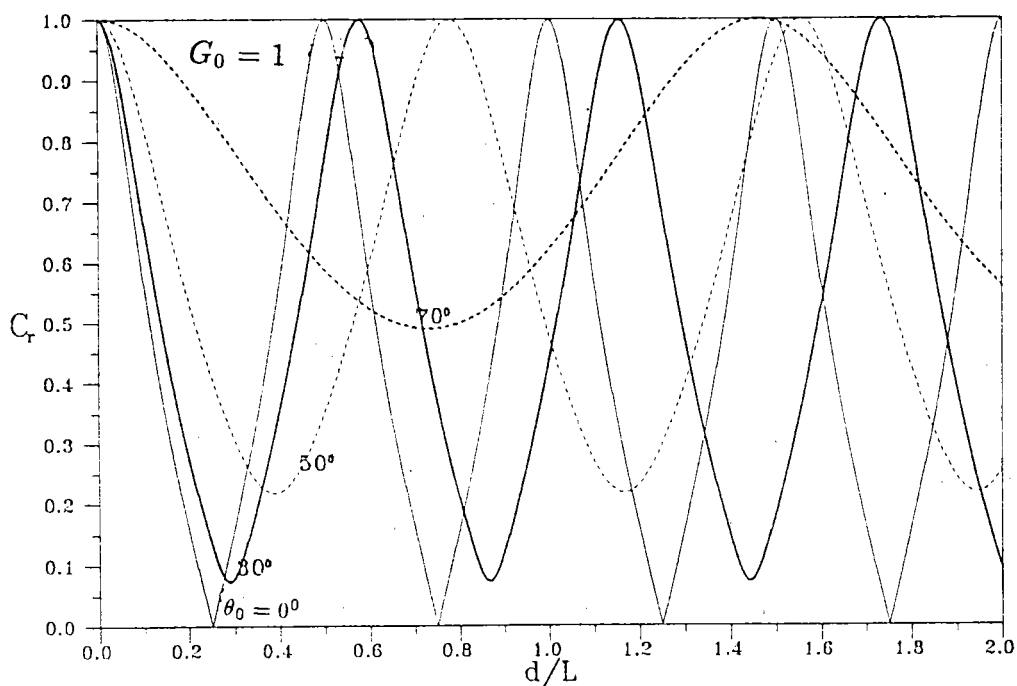


圖 4-9 自由水面型態多孔岸壁在不同入射波方向作用之
透射係數 C_t 與 G_0 關係曲線圖

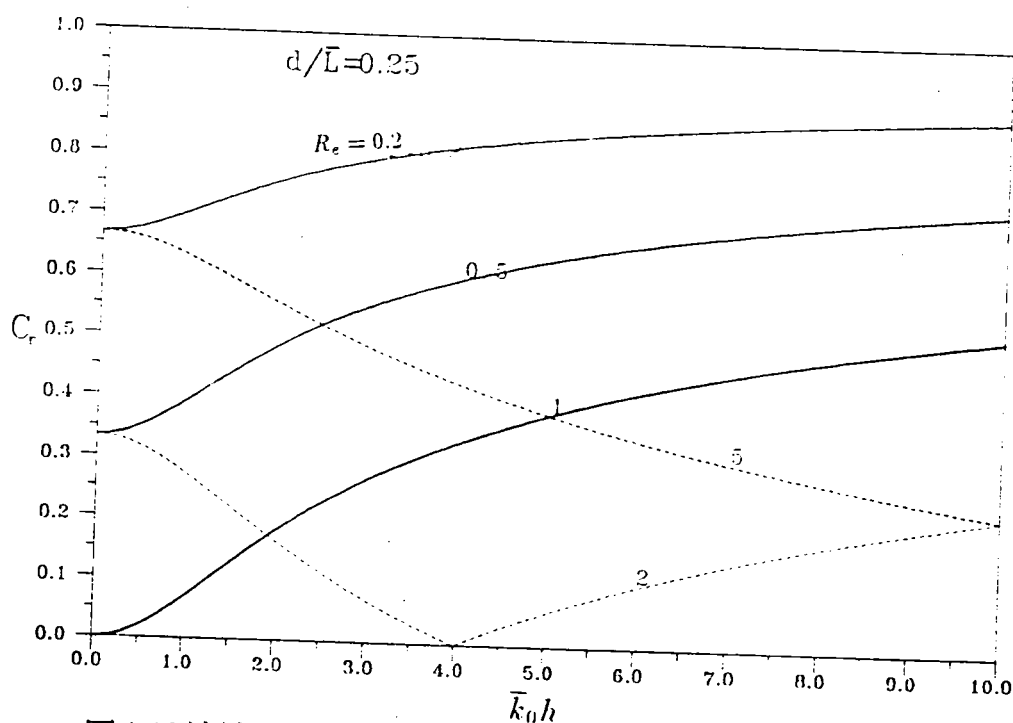


圖4-10 波浪斜向作用於自由水面型態多孔岸壁不同 $\bar{G}_0$ 值
在水深方向 z/h 板前後壓力差 C_{pd} 分佈曲線圖

4-2 消波室寬度無限長之波函數解

在低水位時，假設消波室寬度無限長，或消波室右側不透水直立壁不存在(如示意圖4-11)，則區域Ⅱ水域波函數表示為

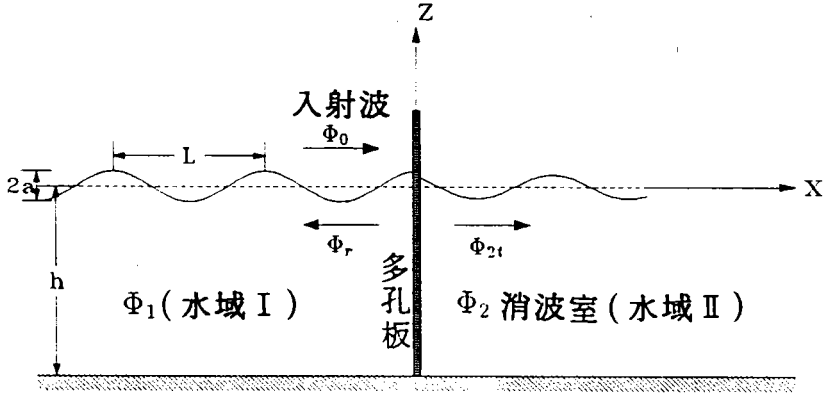


圖 4-11 自由水面型態多孔岸壁消波室寬度無限長之設計側視示意圖

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n x}, \quad 0 \leq x, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (4.16)$$

(4.16) 式等號右邊第一項當 $n=0$ 為多孔板右側之透過進行波 ϕ_{2t} :

$$\phi_{2t} = T_0 A \cosh[k_0(h+z)] e^{-i\bar{k}_0 x} \quad (4.17)$$

T_0 為未定係數。

(4.16) 式等號右邊第一項當 $n \geq 1$ 為多孔板右側之透過消散波 ϕ_{2s} :

$$\phi_{2s} = \sum_{n=1}^{\infty} T_n A \cosh[k_n(h+z)] e^{-i\bar{k}_n x} \quad (4.18)$$

原來室內不透水直立壁邊界條件改為滿足消散條件

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi_{2s} = 0 \quad (4.19)$$

同理將波函數 ϕ_1 表示式(4.1)及波函數 ϕ_2 表示式(4.16), 代入界面邊界條件(2.18)式, 則可求得每個係數如下:

$$R_0 = \frac{1}{1 + 2\overline{G}_0} \quad (4.20a)$$

$$T_0 = \frac{2\overline{G}_0}{1 + 2\overline{G}_0} \quad (4.20b)$$

$$R_n = T_n = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.20c)$$

反射係數 C_r 為

$$C_r = |R_0| = \frac{1}{1 + 2\overline{G}_0} \quad (4.21)$$

消波室透射係數 C_t 為

$$C_t = |T_0| = \frac{2\overline{G}_0}{1 + 2\overline{G}_0} \quad (4.22)$$

能量係數(energy coefficient)定義為

$$C_e = C_r^2 + C_t^2 \quad (4.23)$$

C_e 表示反射波與透過波之能量和, $C_e = 1$ 表示能量未消散, 反之 $C_e < 1$ 表示部份能量消散。

同理在多孔板前 ($x = 0^-$) 之水位變化可表示為(3.43)式, 式中之 R_0 定義如(4.20a)。在多孔板後 ($x = 0^+$) 之水位變化表示為(3.75)式, 式中之 T_0 定義如(4.20b)。作用在多孔板前 ($x = 0^-$) 之波壓分佈可表示如(3.49)式, 式中之 R_0 定義如(4.20a)。在多孔板後 ($x = 0^+$) 之波壓分佈可表示如(3.76)

式,式中之 T_0 定義如(4.20b)而作用於多孔板($x = 0^\pm$)之波壓差 ΔP 可表示為

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P(0, y, z, t)}{\rho g a} &= P_1(0^-, y, z, t) - P_2(0^+, y, z, t) \\ &= C_{pd} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y) \\ x &= 0^\pm, \quad -h \leq z \leq 0\end{aligned}\quad (4.24a)$$

式中無因次波壓係數 C_{pd} 為

$$C_{pd} = \frac{2 \cosh[k_0(z + h)]}{(1 + 2\bar{G}_0) \cosh(k_0 h)} \quad (4.24b)$$

無消波室時,板後為一寬擴海域,多孔板之波浪捕捉(wave trapping)(即波能消散),在斜向多孔影響參數 $\bar{G}_0 = 0.5$ 最佳,即波能係數 C_e 最小(圖4-12)。

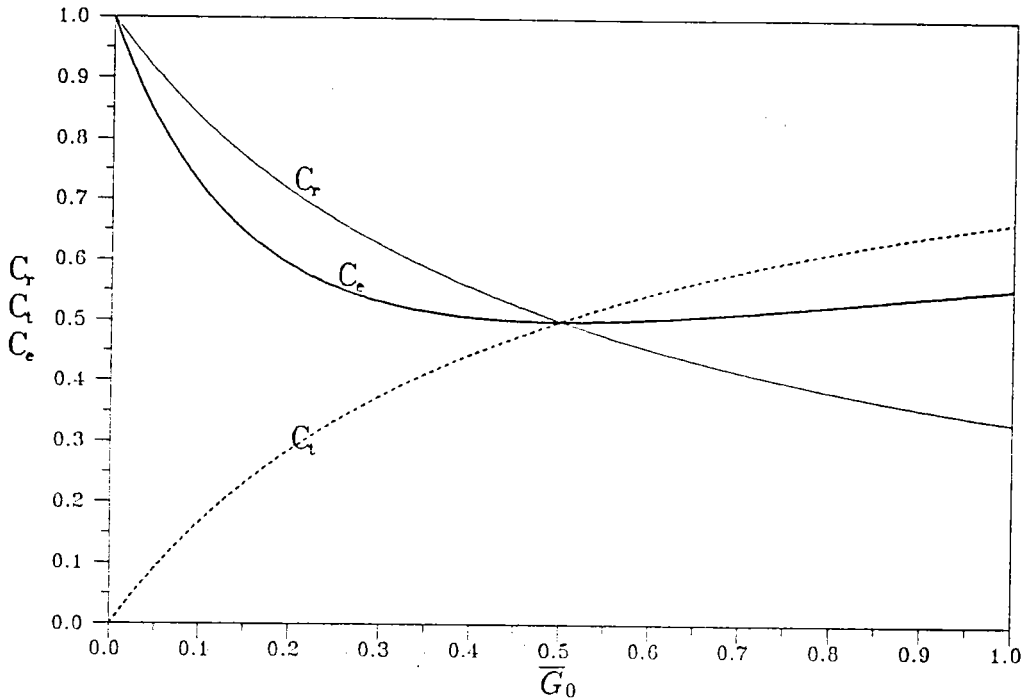


圖4-12 波浪作用置於無限長水槽之多孔板各項係數

C_r, C_t, C_e 與 $\bar{G}_0$ 相關曲線圖

第五章 剛性水面型態多孔消波體之波能消散

高水位時平均水位與消波室高度相同，在入射波作用下，多孔牆前水域仍為自由水面區，但消波室內(包括多孔牆)水域因上面不透水層阻絕，在水體充滿之室內，並無水位之變化(如示意圖2-2)，而且預期進入室內之能量，較低平均水位時為小。我們將探討其波能消散之特性，並與低水位時之狀況做一比較。

在高水位時($h = h_p$)，區域I之波函數 ϕ_1 與表示式(3.1)完全相同，但消波室(區域II)及多孔牆體內(區域III)，因上面不透水層影響波浪進行，並無自由表面波存在，因此波函數 ϕ_2 及 ϕ_3 ，根據控制方程式(2.8)，入射波條件(2.6)式，在滿足邊界條件(2.12)、(2.13)、(2.14)式及週期特性條件(2.7)式分別可表示為

$$\phi_2(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m A \cos(I_m z) \cosh[\bar{I}_m(x - b - d)]$$

$$b \leq x \leq b + d \quad (5.1)$$

$$\phi_3(x, z) = \sum_{m=1}^{\infty} [A_m A \cos(I_m z) \cosh(\bar{I}_m x) + B_m A \cos(I_m z) \sinh(\bar{I}_m x)]$$

$$-b \leq x \leq b \quad (5.2)$$

式中特徵值

$$I_m = \frac{m\pi}{h}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (5.3a)$$

且

$$\bar{I}_m = \sqrt{I_m^2 + k_0^2 \sin^2 \theta_0}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (5.3b)$$

表示式(5.1)、(5.2)顯示於消波室及多孔牆內之波函數，在水深方面為週期振盪，水平方向則包括遞增或遞減變化。

將波函數(3.1)式、(5.1)式及(5.2)式代入界面連續條件(2.16)式，並且使用正交序列 $\cosh[k_n(h+z)]$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 及正交序列 $\cos(I_m z)$, $m = 1, 2, 3, \dots$

，在水深區間 $(-h,0)$ 之正交性，每個項分別做積分運算 $\int_{-h}^0 () \cos(I_m z) dz$ ，則可得

$$N'_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} R_n = (s - if) M'_{mm} \cosh(\bar{I}_m b) A_m - (s - if) M'_{mm} \sinh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3 \dots \quad (5.4a)$$

$$\cosh(\bar{I}_m d) T_m = (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) A_m + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3 \dots \quad (5.4b)$$

$$-i\bar{k}_0 N'_{0m} + \sum_{n=0}^{\infty} i\bar{k}_n N'_{nm} R_n$$

$$= -\varepsilon \bar{I}_m M'_{mm} \sinh(\bar{I}_m b) A_m + \varepsilon \bar{I}_m M'_{mm} \cosh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3 \dots \quad (5.4c)$$

$$\sinh(\bar{I}_m d) T_m = -\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) A_m - \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) B_m$$

$$m = 1, 2, 3 \dots \quad (5.4d)$$

式中

$$N'_{nm} = \int_{-h}^0 \cos[k_n(h+z)] \cosh[I_m(h+z)] dz = \frac{k_n \sinh(k_n h)}{k_n^2 + I_m^2}$$

$$m = 1, 2, \dots, n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (5.5a)$$

$$M'_{mm} = \int_{-h}^0 \cosh^2[I_m(h+z)] dz$$

$$= 0.5h, \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (5.5b)$$

經消去 A_m 及 B_m 係數可得下列包含未知變數 R_n ， T_m 之方程組：

$$\sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [\bar{I}_m \varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) + i\bar{k}_n (s - if) \cosh(\bar{I}_m b)] R_n$$

$$\begin{aligned}
 & + M'_{mm} \bar{I}_m [\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] T_m \\
 & = N'_{0m} [-\bar{I}_m \varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_0 (s - if) \cosh(\bar{I}_m b)] \\
 & m = 1, 2, 3...
 \end{aligned} \tag{5.6a}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=0}^{\infty} N'_{nm} [\bar{I}_m \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_n (s - if) \sinh(\bar{I}_m b)] R_n \\
 & - M'_{mm} \bar{I}_m [\varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] T_m \\
 & = N'_{0m} [-\bar{I}_m \varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) + i \bar{k}_0 (s - if) \sinh(\bar{I}_m b)] \\
 & m = 1, 2, 3...
 \end{aligned} \tag{5.6b}$$

而進一步求得未知變數 A_m 及 B_m 如下：

$$\begin{aligned}
 A_m &= \frac{T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \cosh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] \\
 & m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{5.7a}$$

$$\begin{aligned}
 B_m &= \frac{-T_m}{\varepsilon(s - if)} [\varepsilon \sinh(\bar{I}_m b) \cosh(\bar{I}_m d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_m b) \sinh(\bar{I}_m d)] \\
 & m = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned} \tag{5.7b}$$

同理多孔牆前反射係數定義為

$$C_r = |R_0| \tag{5.8}$$

表示多孔牆前 ($x = -b$) 反射波振幅與入射波振幅比值。

消波室內之透射係數，多孔牆體內之透過係數與反射係數，則因消波室及多孔牆體內無自由水位之變化，並不存在，因此不予定義。同樣無窮級數 (3.1)、(5.1) 及 (5.2) 為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

假設各區域之波函數僅取一階，即 $N=1$ ， $M=1$ 則未知變數 R_0, T_1, A_1 及 B_1 可由方程組 (5.5) 簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{\lambda_4^- \lambda_7 - \lambda_6^- \lambda_5}{\lambda_4^+ \lambda_7 - \lambda_6^+ \lambda_5} \quad (5.9a)$$

$$T_1 = \frac{\lambda_4^- \lambda_6^+ - \lambda_6^- \lambda_4^+}{\lambda_5 \lambda_6^+ - \lambda_7 \lambda_4^+} \quad (5.9b)$$

$$A_1 = \frac{-T_1 \lambda_7}{\varepsilon \bar{I}_1 M'_{11}(s - if)} \quad (5.9c)$$

$$B_1 = \frac{-T_1 \lambda_5}{\varepsilon \bar{I}_1 M'_{11}(s - if)} \quad (5.9d)$$

式中

$$\lambda_4^\pm = N'_{01} [\pm \bar{I}_1 \varepsilon \sinh(\bar{I}_1 b) + i \bar{k}_0 (s - if) \cosh(\bar{I}_1 b)] \quad (5.10a)$$

$$\lambda_5 = M'_{11} \bar{I}_1 [\varepsilon \sinh(\bar{I}_1 b) \cosh(\bar{I}_1 d) + (s - if) \cosh(\bar{I}_1 b) \sinh(\bar{I}_1 d)] \quad (5.10b)$$

$$\lambda_6^\pm = N'_{01} [\pm \bar{I}_1 \varepsilon \cosh(\bar{I}_1 b) + i \bar{k}_0 (s - if) \sinh(\bar{I}_1 b)] \quad (5.10c)$$

$$\lambda_7 = -M'_{11} \bar{I}_1 [\varepsilon \cosh(\bar{I}_1 b) \cosh(\bar{I}_1 d) + (s - if) \sinh(\bar{I}_1 b) \sinh(\bar{I}_1 d)] \quad (5.10d)$$

作用在多孔牆前 ($x=-b$) 之波壓分佈可表示如 (3.49) 式, 式中之 R_0 由 (5.6) 式求得。但在多孔牆後 ($x= b$) 之波壓分佈表示為

$$\frac{P_2(b, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p2} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y + \varepsilon_2), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (5.11a)$$

式中

$$C_{p2} = \left| \sum_{m=1}^{\infty} T_m \cosh(\bar{I}_m d) \frac{\cos(I_m z)}{\cosh(k_0 h)} \right|, \quad -h \leq z \leq 0 \quad (5.11b)$$

式中相位差 ε_2 可表示如 (3.27b) 式。

在多孔牆特性參數取與低水位時相同, 即 $s=1$ $f=0.5$ $\varepsilon=0.4$, 我們將探討不同波浪作用下剛性表面多孔消波體之反射特性。

圖 5-1 在 $C_0 = 1$ 時正向波浪作用, 不同多孔牆厚度 $2b/h$ 之條件下, 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線顯示, 對不同 $2b/h$ 值, 消波室寬度 d/h 為零時, 反射係數 C_r 最小, 而隨 d/h 些微之增大, C_r 值些微增大, 但很快的趨

於定值；而且不同曲線顯示 $2b/h$ 值愈大， C_r 值愈小。但圖 5-2 為在 $C_0 = 0.5$ 時不同 $2b/h$ 值， C_r 與 d/h 相關曲線卻表現不同結果，即 $d/h=0$ 時， C_r 值最大，隨 d/h 之增大， C_r 值反而減小；同樣 $2b/h$ 值愈大，反射係數 C_r 也愈小。在與自由表面消波體相較，剛性水面多孔消波體之消波（反射波）效果，平均而言顯然較差。

當 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 5.0$ 時，圖 5-3 及圖 5-4 分別顯示不同 d/h 值下，反射係數 C_r 與 $2b/h$ 相關曲線，圖中也明顯比較出厚度大小 d/h 與 C_r 並無絕對正比或反比關係。

圖 5-5 及圖 5-6 則為分別給定 $C_0 = 0.5$ 及 $C_0 = 2.0$ 這兩種不同波浪條件下，在厚度 $2b/h$ 與寬度 d/h 平面上之等反射係數曲線圖。圖中也同樣顯示與自由表面消波體相同的特性，即在給定的波浪條件 C_0 值，適當的選取 d/h 或 $2b/h$ 將可降低反射波能量。圖 5-7 則為 $d/h = 0$ 時在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 條件下， C_r 與 $1/C_0$ 相關曲線，也顯示波長之長或短與 C_r 並不成絕對的線性關係。當改變不同的入射波角度 (θ_0)，相當於改變入射波長 ($\bar{k}_0 = k_0 \cos \theta_0$)，圖 5-8 為在不同入射方向波浪作用下， C_r 與 $2b/h$ 之相關曲線。

消波室內因為充滿水，並無自由表面存在，從牆前波壓分佈圖（圖 5-9）及室內波壓分佈（圖 5-10）顯示二者型態完全不同。室內之波壓分佈在 $1/2$ 水深處為零波壓結點，並以此點上下對稱，表面及海底為最大波壓發生點；此與一般自由表面波壓水面最大，海底最小型態不同。而波壓大小，平均而言，牆前遠大於室內在牆後波壓，顯示能量傳遞入室內遠較自由表面多孔消波體之情況為小。

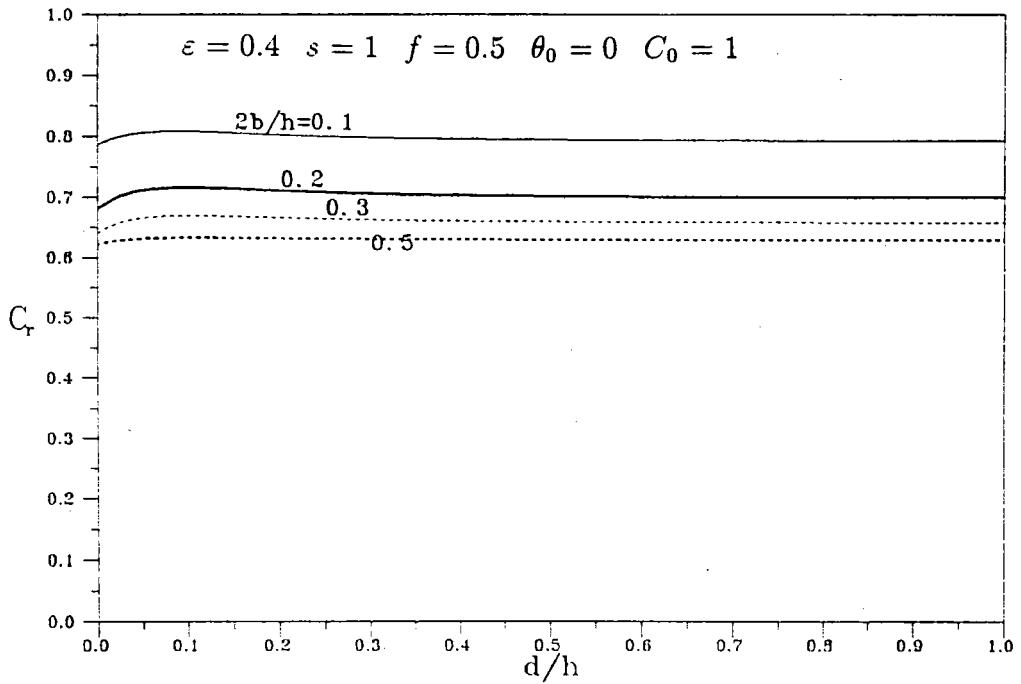


圖 5-1 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 1$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

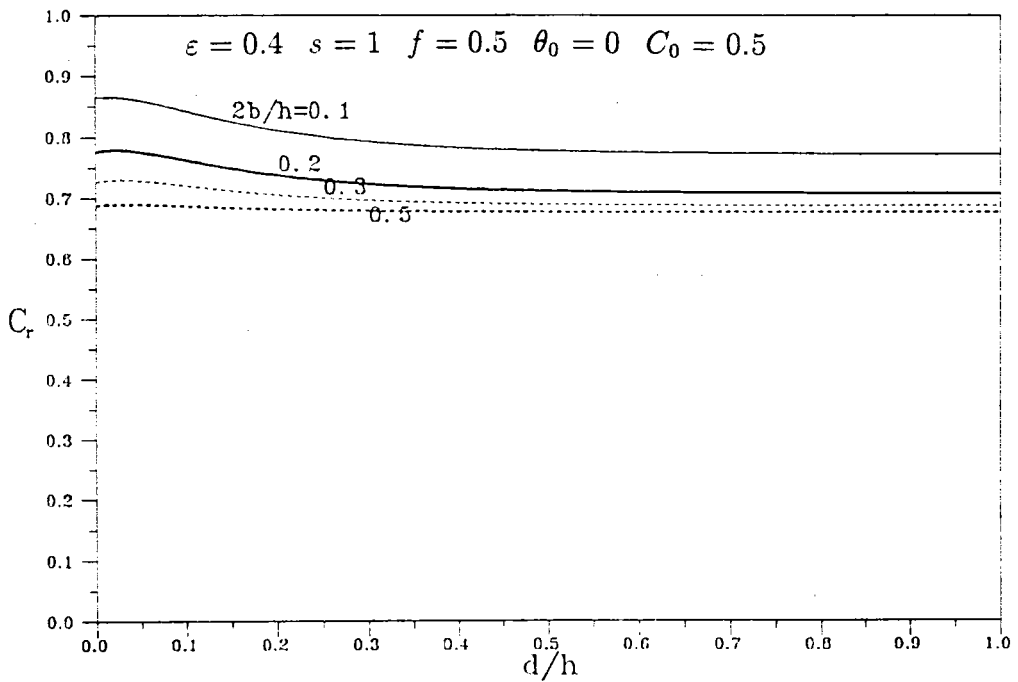


圖 5-2 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在不同多孔牆厚度 $2b/h$ 反射係數 C_r 與消波室寬度 d/h 相關曲線圖

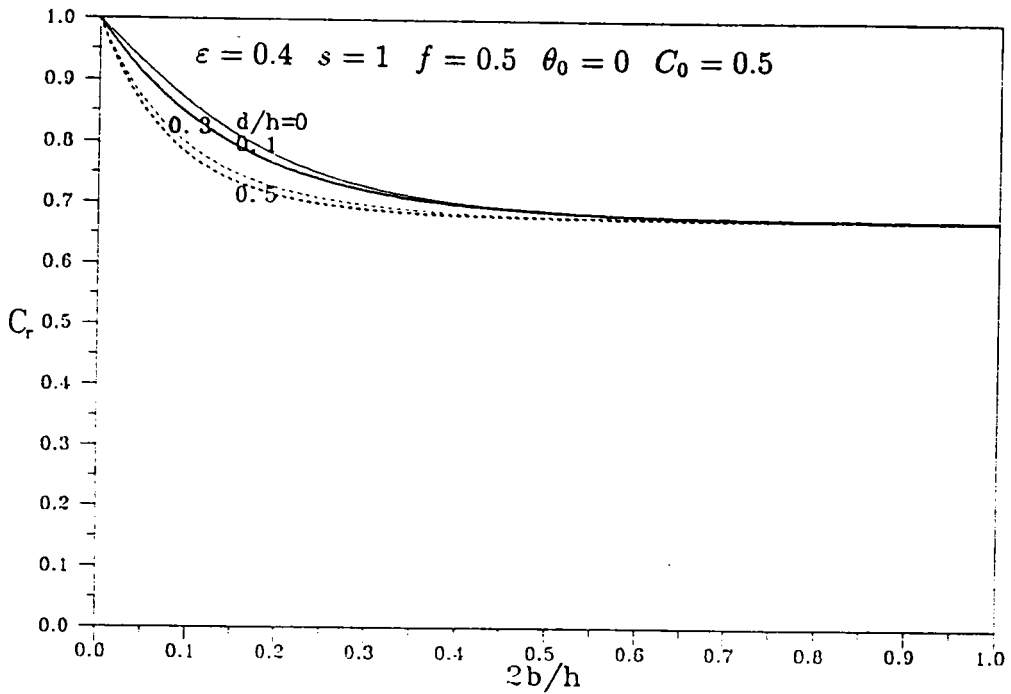


圖 5-3 刚性表面多孔消波體 $C = 0.5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

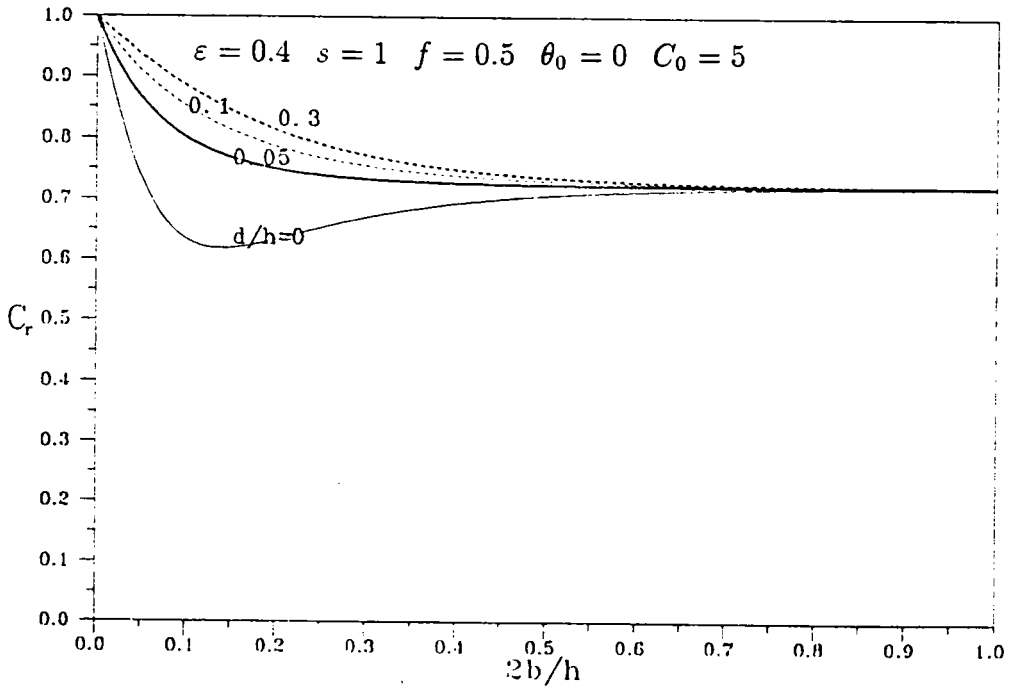


圖 5-4 刚性表面多孔消波體 $C = 5$ 在不同消波室寬度 d/h 反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

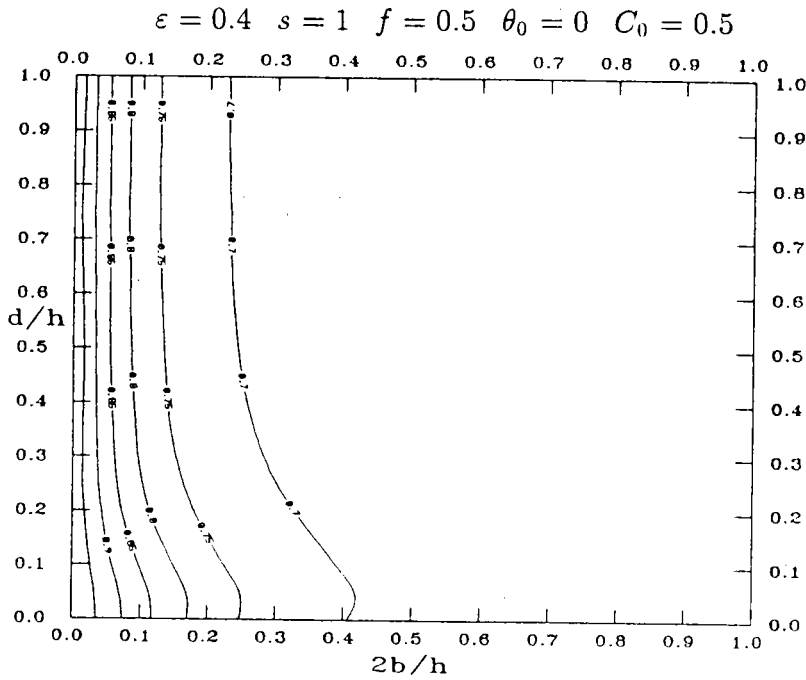


圖 5-5 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

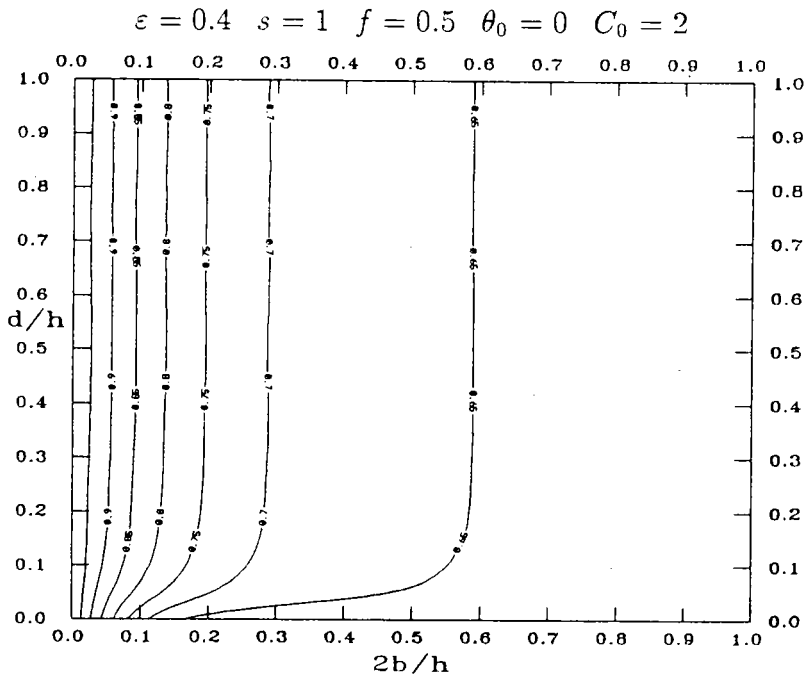


圖 5-6 剛性表面多孔消波體 $C_0 = 0.5$ 在多孔牆厚度 $2b/h$ 與消波室寬度 d/h 平面上等反射係數 C_r 曲線圖

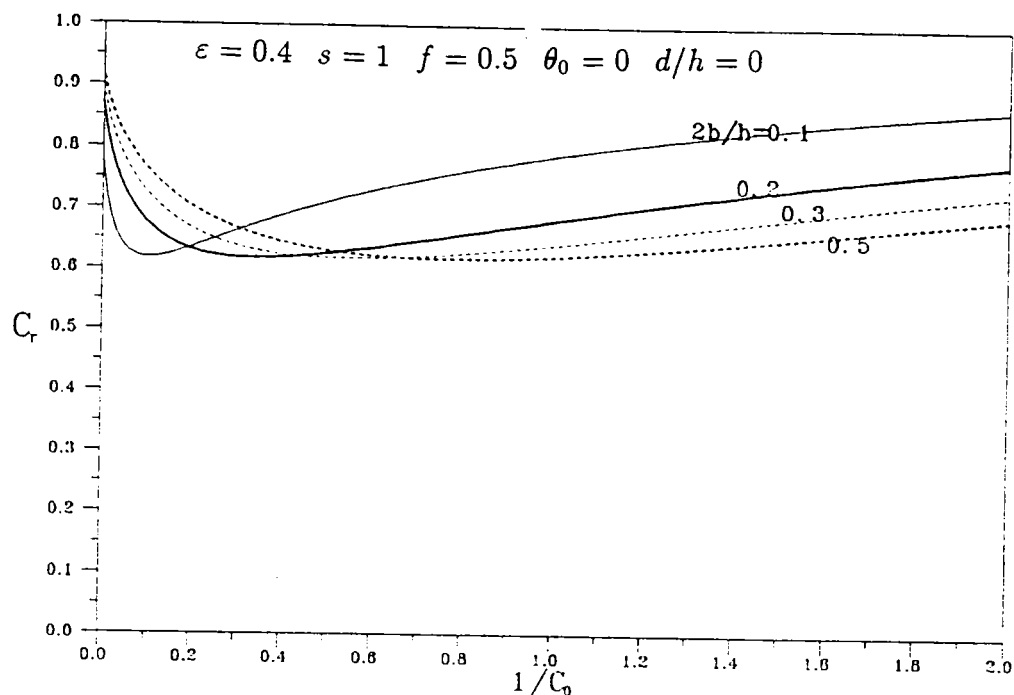


圖 5-7 剛性表面多孔消波體在不同多孔牆厚度 $2b/h$
反射係數 C_r 與波浪參數 $1/C_0$ 相關曲線圖

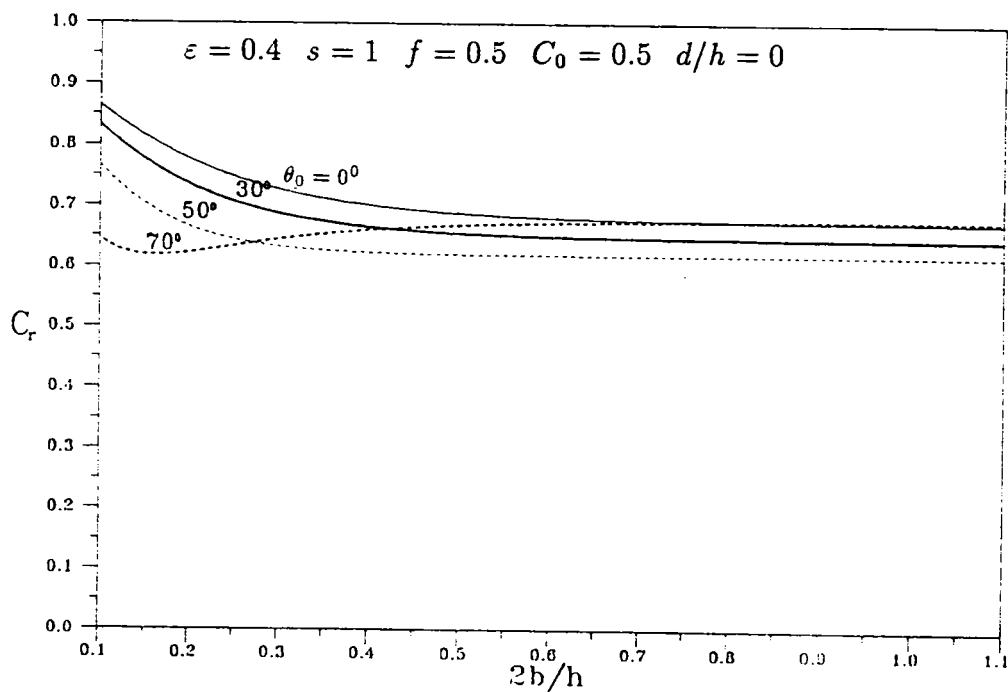


圖 5-8 剛性表面多孔消波體在不同方向入射波作用
反射係數 C_r 與多孔牆厚度 $2b/h$ 相關曲線圖

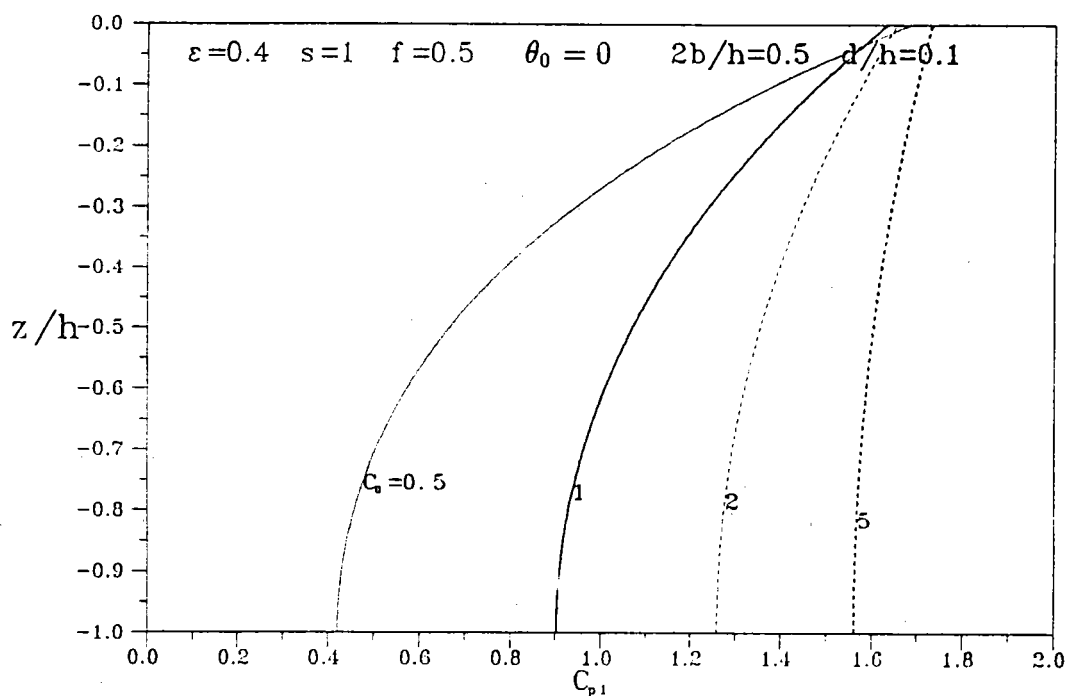


圖 5-9 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆前波壓力分佈圖

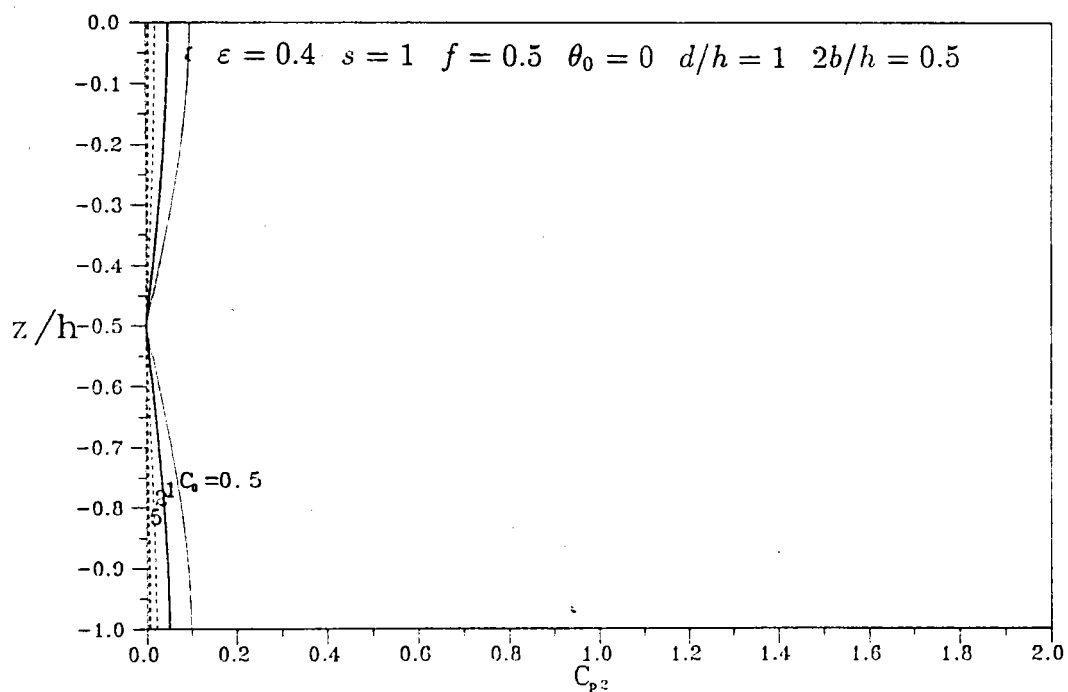


圖 5-10 剛性表面多孔消波體在不同波浪參數 C_0 多孔牆後波壓力分佈圖

第六章 剛性表面型態多孔岸壁之波能消散

6-1 波函數一般解

在高水位時($h = h_p$)，將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式(4.1)及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式(5.1)代入流速與壓力差關係條件(16a)式，並利用正交序列函數 $\cos(I_m z)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ 在 $z=(-h, 0)$ 區間內之正交特性，可得下列方程組

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\bar{k}_n + \bar{k}_0 G_0) N'_{nm} R_n - \bar{k}_0 G_0 \cosh(\bar{I}_m d) M'_{mm} T_m = (1 - G_0) \bar{k}_0 N'_{0m}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1a)$$

同理將水域 I 波函數 ϕ_1 表示式(5.1)及水域 II 波函數 ϕ_2 表示式(5.2)代入流速連續條件(2.18b)式，並利用正交序列函數 $\cosh[k_n(z+h)]$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ 在 $z=(-h, 0)$ 區間內之正交特性，可得下列方程組

$$i \bar{k}_0 Y_{00} R_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{I}_m \sinh(\bar{I}_m d) N'_{0m} T_m = i \bar{k}_0 Y_{00} \quad (6.1b)$$

$$i \bar{k}_n Y_{nn} R_n + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{I}_m \sinh(\bar{I}_m d) N'_{nm} T_m = 0$$

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.1c)$$

式中

$$Y_{nn} = \int_{-h}^0 \cosh^2[k_n(h+z)] dz = h \left[\frac{1}{2} + \frac{\sinh(2k_n h)}{4k_n h} \right]$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6.2)$$

同樣各區域波函數表示式無窮級數(5.1)及(5.2)為收斂級數，在實際計算，僅需取有限項 $m=1, 2, \dots, M$ ， $n=0, 1, 2, \dots, N-1$ 。

假設各區域之波函數表示式僅取一階，即 $N=1$ ， $M=1$ 則未知變數 R_0 及 T_0 可由方程組(6.1)式之簡化求得如下：

$$R_0 = \frac{(1 - \bar{G}_0)N'_{01}\bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d)N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00}\bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d)M'_{11}}{(1 + \bar{G}_0)N'_{01}\bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d)N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00}\bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d)M'_{11}} \quad (6.3a)$$

$$T_1 = \frac{2i\bar{k}_0 Y_{00}\bar{G}_0 N'_{01}}{(1 + \bar{G}_0)N'_{01}\bar{I}_1 \sinh(\bar{I}_1 d)N'_{01} + i\bar{k}_0 Y_{00}\bar{G}_0 \cosh(\bar{I}_1 d)M'_{11}} \quad (6.3b)$$

高水位時，消波室高度等於平均水深，消波室內完全充滿水，因此無自由波存在。在假設入射波斜向作用於多孔岸壁之條件下，針對參數 $C_0 = 0.2$ 及 $C_0 = 0.6$ 二種不同條件，反射係數 C_r 隨參數 $\bar{G}_0$ 之變化曲線 ($d/h=0.1 \sim 0.5$)，如圖 6-1 及圖 6-2。當 $C_0 = 0.2$ 時 (圖 6-1)，對不同之 d/L 值，反射係數 C_r 在 $\bar{G}_0=0$ 時為等於 1，隨 $\bar{G}_0$ 值之增加 C_r 值減小， C_r 達到極小值後，因消波室後面不透水牆影響，隨 $\bar{G}_0$ 值之增加 C_r 反而增大；當 $\bar{G}_0 \leftarrow \infty$ 時， $C_r = 1$ ，則因為多孔板不存在，不透水牆完全反射；此處因無透射波存在，因此反射係數之極小值遠較低水位 (自由水面型態多孔消岸壁) 之條件時為大 (圖 4-5)。圖 6-1 同時顯示隨 d/h 值愈大， C_r 極小值減小，而極小值位置 $\bar{G}_0$ 值有向右移動之趨勢；當 d/h 值大於 0.5 以後 C_r 與 d/h 之關係曲線 (任何 G 值) 趨近於水平 (如圖 6-3 及圖 6-4)，顯示消波室寬度在大於 $1/2$ 水深後，反射係數改變甚小；此現象與在低水位時， C_r 與 $d/\bar{L}$ 之關係曲線 (在不同 $\bar{G}_0$ 值) 為週期變化不同 (如圖 4-3)。當無因次波數 C_0 值較大，波長相對增大，例如比較 $C_0 = 0.2$ 及 $C_0 = 0.6$ (圖 6-1) 及 (圖 6-2)， C_r 與 $\bar{G}_0$ 之關係曲線，指出 C_r 極小值增大，對應 $\bar{G}_0$ 位置右移；顯示受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時之狀況為大。

在改變不同入射波角度之條件下，反射係數極小值隨角度增大而減小 (圖 6-6)，與低水位之狀況 (圖 4-8) 不同。此因低水位時受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時為小，反之高水位時受波長較長波浪作用之多孔岸壁反射係數比波長較短時為大，其二者對波長之長短消波能力不同之故。高水位時多孔岸壁消波室內無透射波存在，與防波堤消波異形塊效應相同，對波長較短時消波能力較佳，但低水位時多孔岸壁消波室內存在透射波，因而形成不同效應。

同剛性水面型態多孔消波體一樣，因消波室內因為充滿水，並無自由表面存在，從板前波壓分佈圖 (圖 6-7) 及室內波壓分佈 (圖 6-8) 顯示二者型態

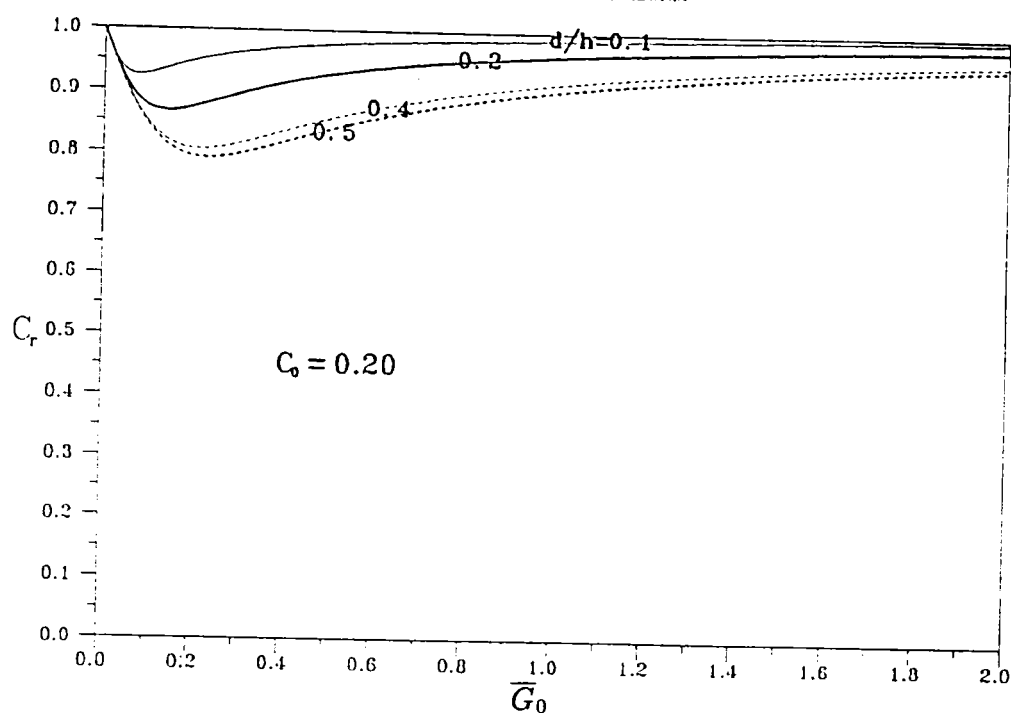


圖 6-1 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 之關係曲線圖

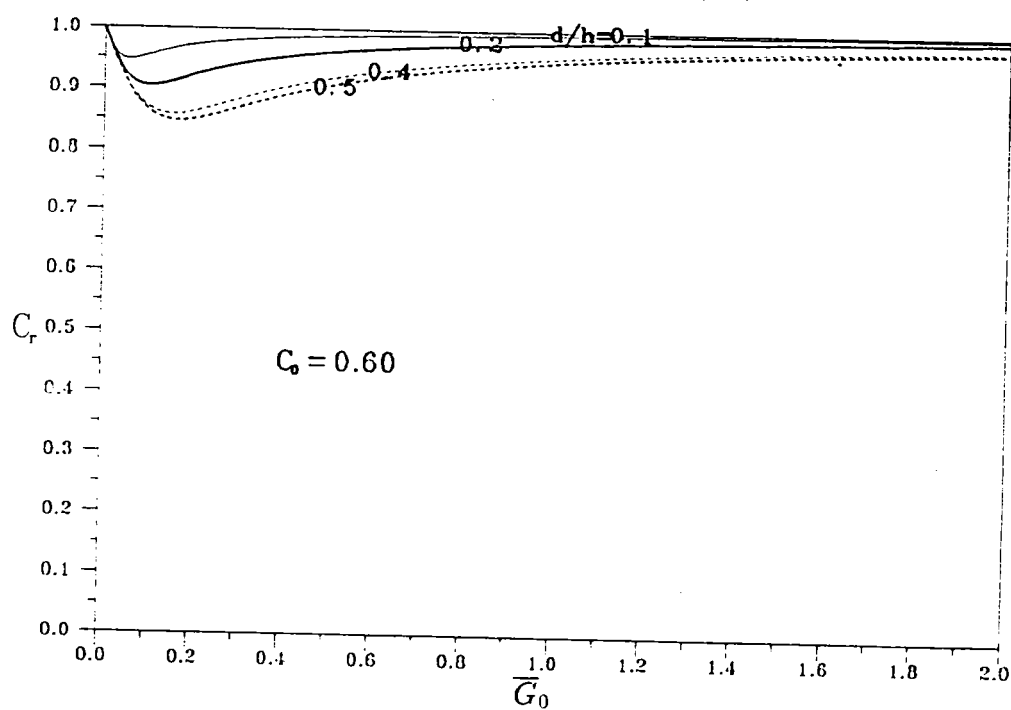


圖 6-2 剛性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 $\bar{G}_0$ 之關係曲線圖

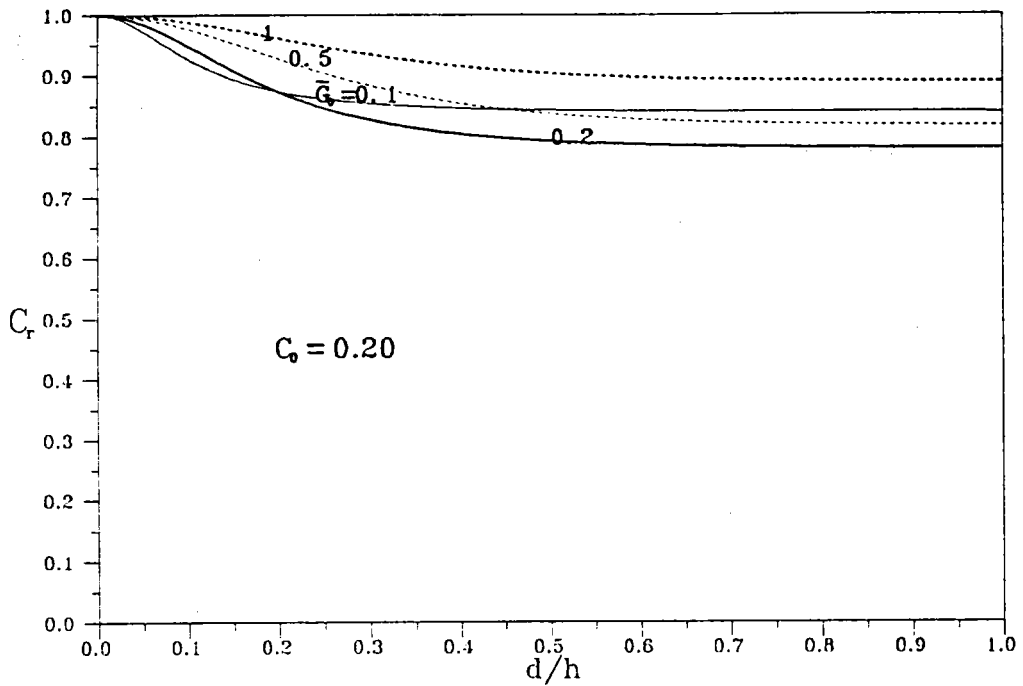


圖 6-3 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.2$) 在不同 $\bar{G}_0$ 值
反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

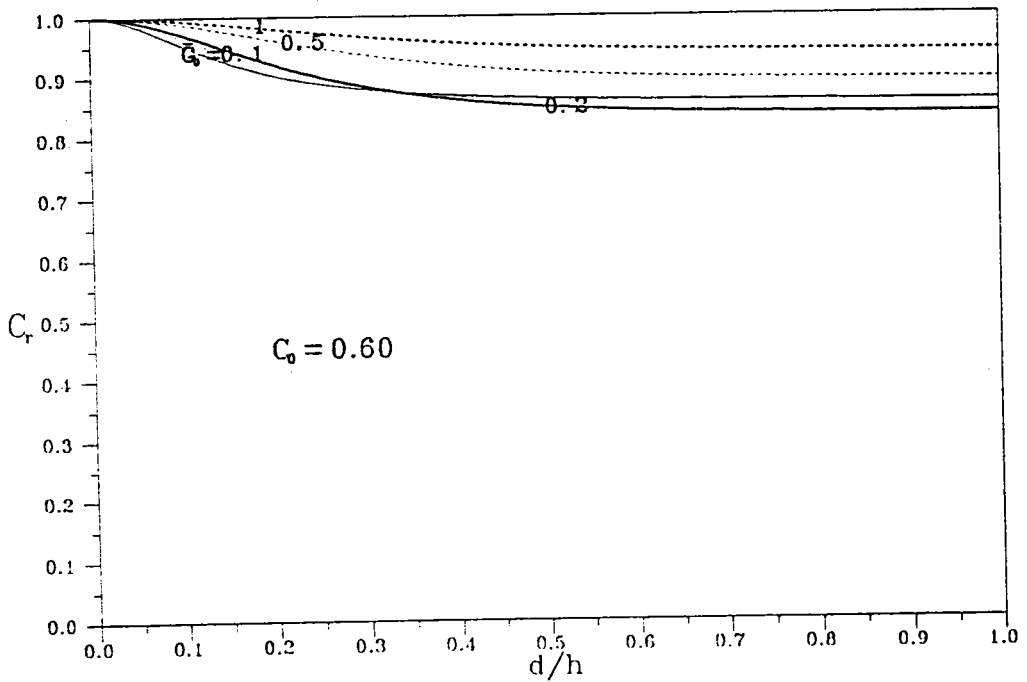


圖 6-4 刚性表面多孔岸壁 ($C_0 = 0.6$) 在不同 $\bar{G}_0$ 值
反射係數 C_r 與 d/h 之關係曲線圖

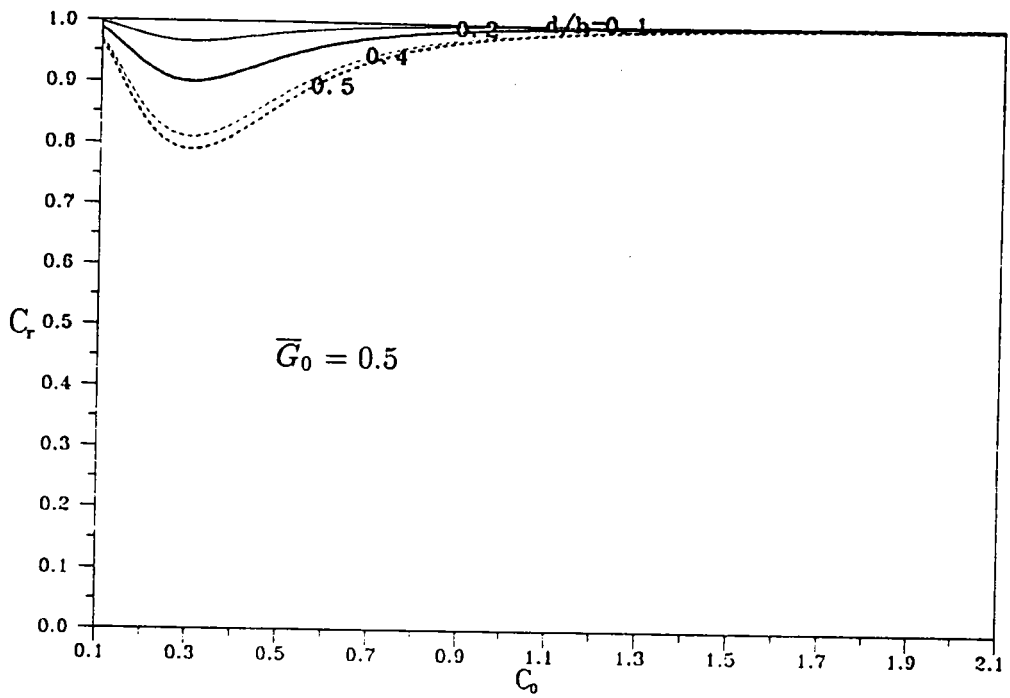


圖 6-5 剛性表面多孔岸壁 ($\bar{G}_0 = 0.5$) 在不同 d/h 值
反射係數 C_r 與 C_0 之關係曲線圖

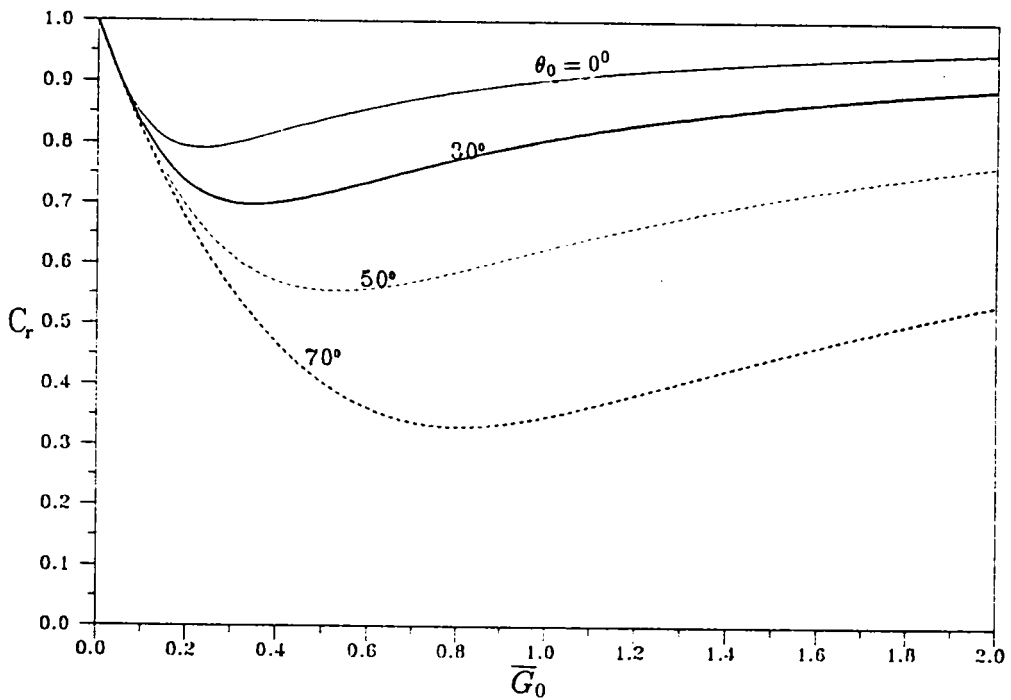


圖 6-6 剛性表面多孔岸壁在不同入射波角度作用下
反射係數 C_r 與 G_0 之關係曲線圖 ($d/h=0.5$)

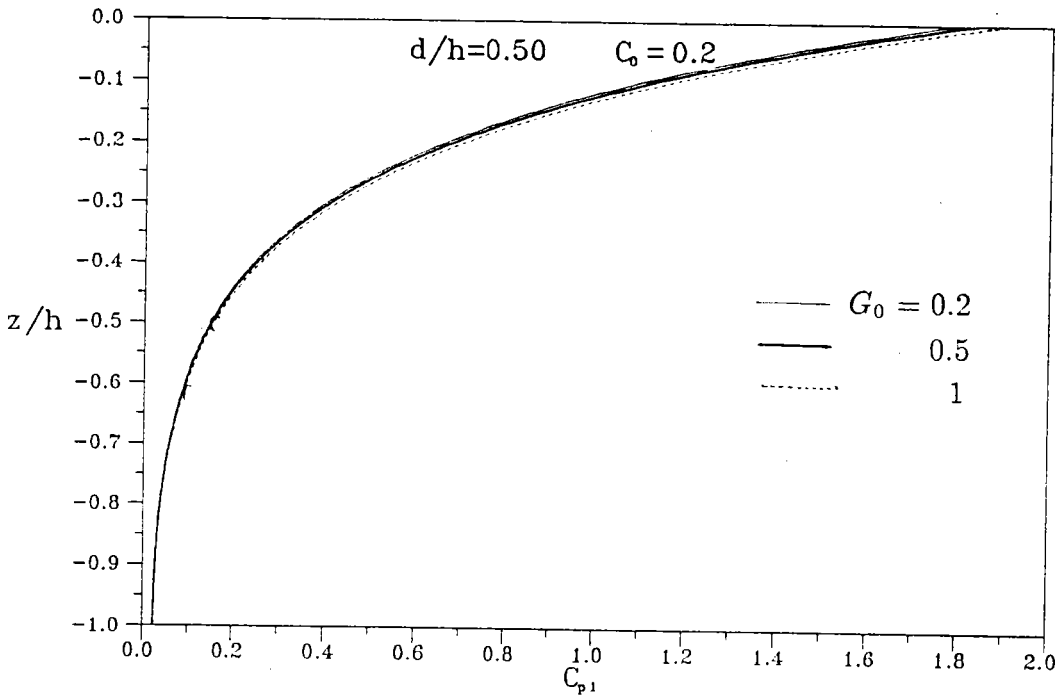


圖 6-7 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 $\bar{G}_0$ 板前波壓力分佈圖

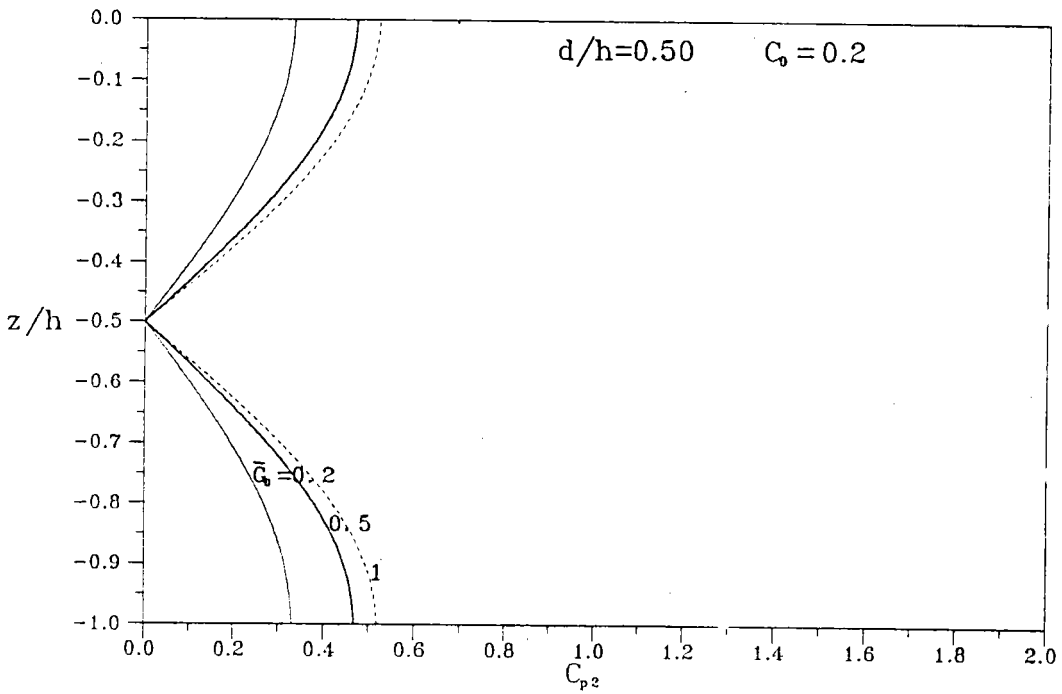


圖 6-8 剛性表面多孔岸壁在不同多孔影響參數 $\bar{G}_0$ 板後波壓力分佈圖

完全不同。而波壓大小,平均而言,板前遠大於室內在板後波壓,顯示能量傳遞入室內遠較自由表面多孔岸壁之情況為小。且在改變不同之 $\overline{G}_0$ 值,板前之波壓分佈變化不明顯。

6-2 消波室動態壓力為零之波函數解

假設剛性表面型態多孔岸壁之孔隙不大,且因消波室內水域因上面不透水層阻絕,在水體充滿之室內,並無水位之變化,因此預期進入室內之能量不大,Chwang, Ou and Su(1989)在假設動壓力趨近於零之條件下,曾經探討其波能消散之特性敘述如下。

假設動壓力為零之條件,即

$$P_2(x, y, z, t) = 0, \quad 0^+ \leq x \leq d \quad (6.4)$$

流速與壓力差關係條件(2.18a)式及流速連續條件(2.18b)式改為

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial x} = \frac{b_0 \rho}{\mu} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}, \quad x = 0^- \quad (6.5)$$

由水域 I 波函數 ϕ_1 表示式(3.1)及邊界條件(6.5)式,可容易求得

$$R_0 = \frac{1 - \overline{G}_0}{1 + \overline{G}_0} \quad (6.6)$$

$$R_n = 0, \quad n \geq 1 \quad (6.7)$$

反射係數 C_r 為

$$C_r = \left| \frac{1 - \overline{G}_0}{1 + \overline{G}_0} \right| \quad (6.8)$$

同理在多孔板前($x = 0^-$)之水位變化可表示為

$$\frac{\eta_1(0^-, y, t)}{a} = D_1 \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y) \quad (6.9a)$$

式中無因次振幅係數 D_1 為

$$D_1 = \frac{2}{1 + \overline{G}_0} \quad (6.9b)$$

作用在多孔板前($x = 0^-$)之波壓分佈可表示為

$$\frac{P_1(0^-, y, z, t)}{\rho g a} = C_{p1} \cos(\sigma t - k_0 \sin \theta_0 y), \quad -h \leq z \leq 0 \quad (6.10a)$$

式中無因次波壓係數 C_{p1} 為

$$C_{p1} = \frac{2}{1 + \overline{G}_0} \frac{\cosh[k_0(z + h)]}{\cosh(k_0 h)} \quad (6.10b)$$

假設在高水位時消波室內為靜水區($p_2=0$)，探討多孔岸壁受垂直入射波作用之反射特性；根據此假設在不同入射方向波浪作用下，反射係數 C_r 與 $\overline{G}_0$ 之關係和消波室寬度 d 無關(圖 6-9)，而且關係曲線與上述低水位時，消波室寬 $d/\overline{L} = 0.25$ ， $\overline{G}_0 = 1$ 之分佈完全一樣(圖 4-3)，但其分佈(圖 6-9)與不假設消波室為靜水區之關係曲線(圖 6-1 或圖 6-2)顯然有些差異。

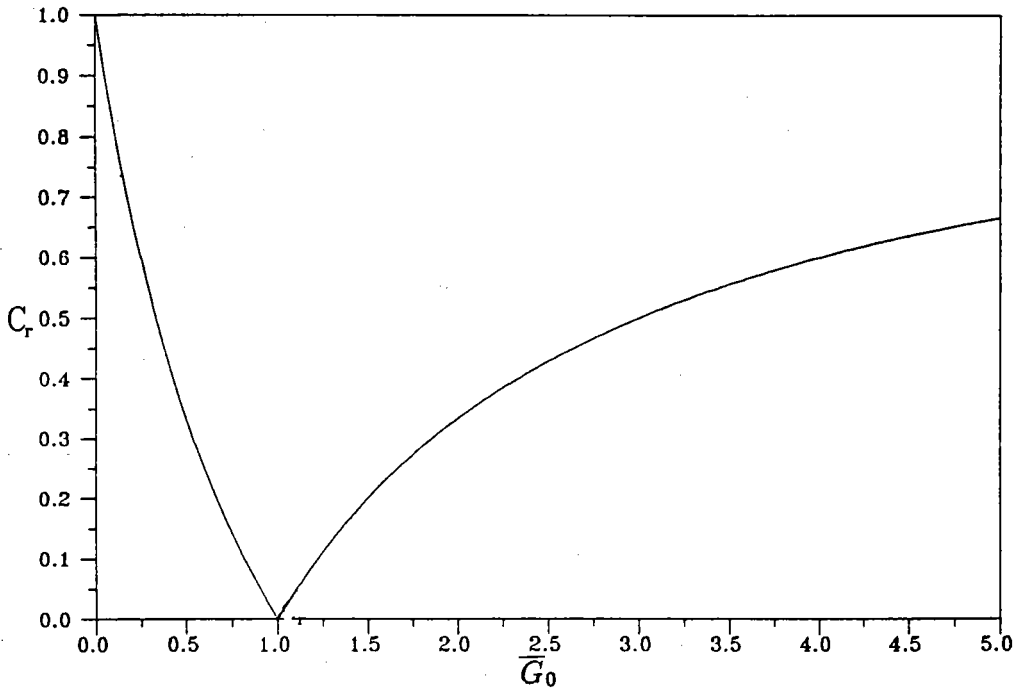


圖 6-9 剛性表面多孔岸壁消波室為靜水區反射係數
 C_r 與 $\overline{G}_0$ 之關係曲線圖

第七章 結論及建議

7-1 結論

1. 本文以理論探討多孔消波體受斜向波浪作用之反射及透射特性，在考慮不同方向之入射波及因高低水位產生不同消波室效應下，求得消波體之最佳消波條件。本文解析之結果已包括往昔學者解析正向波作用、均勻多孔牆及均勻多孔板與線性波浪相互作用之結果。
2. 由直立式多孔牆(或多孔板)與不透水上壁及側壁組成多孔消波體，放置於等水深半無限長區域之末端，受斜向波浪作用之反射係數及消波室透射係數，主要受入射波角度、波長(週期)、平均水位高低 h 、消波室寬度 d/L (或 d/h)、多孔牆厚度 $2b/h$ 及多孔牆特性參數(包括孔隙率 ϵ 、摩擦係數 f 及慣性係數 s)或多孔板之斜向多孔影響參數 $\bar{G}_0$ 等因素影響。Sollitt and Cross (1972)之多孔牆理論一般描述有厚度透水牆與波浪之相互作用特性；而Chwang(1983)之多孔板理論，雖然不適用於有限厚度之情形，但探討零厚度多孔板相關問題，則較簡易方便。本文將兩個理論做進一步之整合，使多孔消波體中均勻多孔介質部份之描述更加的完整。
3. 對於多孔岸壁(引用多孔板)之波能消散特性，因平均水位高低不同，消波室有剛性表面及自由水面二種不同邊界效應。對自由水面型態多孔岸壁，消波室寬為四分之一修正波長 $\bar{L}$ 加上二分之一修正波長之整數倍時，反射波最小，消波室之透射波也最小，即波能消散最大；此時又 $\bar{G}_0 = 1$ ，即多孔板特徵速度與修正波速相等時，反射波則完全消失，而透射波高與入射波高相同(即透射係數為1)。高水位時為剛性表面型態多孔消岸壁，因消波室上層不透水層之影響，室內無自由水面存在，能量傳入消波室不大，消波室喪失部份能量轉移之功能，反射係數之極小值較自由水面型態多孔岸壁之情形時為大。若平均水位介於高低之間，部份波峰衝擊於不透水上壁，此時之流場將甚為複雜，有待進一步研究。

4. 對於多孔消波體(引用多孔牆)之波能消散特性，因消波室高度相對於平均水深高低不同，同樣有剛性水面型態及自由水面型態兩種不同特性之消波體。低水位時，消波室發揮甚大的能量轉移功能，對特定的波浪(C_0)及多孔牆特性參數(ϵ, s, f)，由無因次消波室寬度(d/L)與無因次多孔牆厚度($2b/h$)平面上之等反射係數圖，可求得較佳之消波條件。高水位時，因消波室與多孔牆上層不透水層之影響，室內無自由水面存在，消波室能量轉移之功能減低，同樣在不同之波浪(C_0)條件及多孔牆特性參數(ϵ, s, f)，由無因次消波室寬度(d/h)與無因次多孔牆厚度($2b/h$)平面上之等反射係數圖，可求得較佳之消波條件。
5. 波壓分佈方面，低水位時，多孔牆(板)前水域及消波室水域皆為自由表面，多孔牆(板)前後兩側在水深方向之波壓分佈形態相似。在高平均水位時，消波室內完全由水充滿，為剛性表面，因此牆(板)後之壓力分佈不同於牆(板)前壓力分佈，且牆(板)後所受之波壓遠小於牆(板)前波壓。
6. 以模型試驗探討自由水面型態多孔岸壁在斷面水槽受不同週期波浪作用下，反射係數試驗之結果與理論值尚稱吻合。

7-2 建議

1. Sollitt and Cross (1972)之多孔介質理論，基本上仍是一種修正勢能流(potential flow)理論，以勢能流理論描述多孔體內之各種平均物理量，並引用慣性及線性摩擦兩個係數，做波能消散之因子。此理論探討與波形相關之消波特性和(如反射係數，透過係數)，基本上比流速、壓力等由波形之微分量，得到較合理的結果。而因透水介值內之流體旋性及亂流效應，欲解析有關消波體之流速或波力機構，則有待進一步引用較嚴謹的理論。
2. Chwang (1983)之零厚度多孔板基本原理，乃引用達西定理，假設通過板之流速與板之兩面壓力差成線性關係，基本上線性達西定理適用於描述低雷諾數之流體運動，對於流速較大時，則預期線性關係應不滿足，有待進一步研究。

3. Chwang (1983) 多孔板厚度在遠小於波長相對條件下,以零厚度來處理,使用簡易方便,而因為厚度極薄之關係,慣性效應(相位差影響)遠較摩擦效應為小,予於忽略。在探討非甚薄之多孔介質時,數學上仍可簡化以零厚度來處理,但宜將慣性係數納入考慮,並利用達西定律之原理,尋求壓力差與流速之關係,可能為一種簡易,而且又較合理描述小厚度多孔介質之途徑。
4. 波浪與透水結構物之交互作用,非線性效應及消散波成份,在結構物之慣性及摩擦效應較大時,甚為重要。理論解析非線性效應之影響,值得進一步研究。

參考文獻

1. Biesel F. and F. Suquet , "Les Appareils Generateurs de Houle Enlaboratoire" . La Houille Branche PP. 147-165,475-496,723-737 (1951).
2. Booij, N. , "Gravit Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current " , thesis present to the Technical University of Delft , The Netherlands, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (1981).
3. Chwang, A.T., "A Porous-Wavemaker Theory " , J. Fluid Mech. , Vol.132, pp. 395 ~ 406 (1983).
4. Chwang, A.T. and W. Li , "A Piston-Type Porous Wave-Maker Theory" , J. Eng. Math., Vol.17 , pp. 301 ~ 313 (1983).
5. Chwang, A. T. and Z. Dong , "Wave-Trapping Due to a Prouss Plate" , Proc. 15th ONR Sym. on Naval Hydrodyn. , Hamburg , Germany, pp. 407 ~ 417 (1984).
6. Chwang, A.T., S. H. Ou and C.H. Su , "Dissipation of Wave Energy by a Porous Wall " , CKHORT-89-005 , Dept. of Hydraulics and Ocean Eng., National Cheng Kung Univ. , Taiwan, R.O.C. (1989).
7. Chwang, A.T., S. H. Ou and C.H. Su , "Dissipation of Wave Energy by a Porous Wall " , (投稿中) , (1993a)
8. Dalrymple, R. A. , M. A. Losada and P. A. Martin , " Reflection and Transmission from Porous Structures under Oblique Wave Attack " , J. Fluid Mech. , Vol.224, pp. 625 ~ 644 (1991).
9. Hannoura, A. A. and J. A. McCorquodale , " Rubble Mounds : Numerical Modeling of Wave Motion " , J. of Water. and Ocean Eng. , ASCE , Vol. 111, No. 3 , pp. 552-566.
10. Havelock T. H. , "Forced Surface-Waves on Water " . Phil. Mag. Vol.8 pp. 569-576 (1929).

11. Huang, L. H. , "The Inertial Effect of a Finite Thickness Porous Wave-maker.", J. Hydr. Res. ,29(3),pp. 417 ~ 432 (1991).
12. Huang, L. H. and H. I. Chao , "Refection and Transmission of Water Wave by Porous Breakwater", J. Wtrwys. , Har. Coast. Div. ,ASCE, ,100(4),pp. 437 ~ 452 (1992).
13. Huang, L. H. , P. C. Hsieh and G. Z. Chang , "The Interaction of Water Wave and Porous Breakwater " ,Paper Submitted to J. Wtrwys. , Har. Coast. Div. ,ASCE (1992).
14. Jamieson, W.W. and E.P.D. Mansard , "An Efficient Upright Wave Absorber ", Porc. of Coast. Hydro. dyna. Conf. ,pp. 124 ~ 139 (1987).
15. Jarlan, G.L.E., " A Perforated Vertical Wall Breakwater", The Dock and Harbour Authority, Vol. 41, pp.394 ~ 398 (1961).
16. Jarlan, G.L.E., "The Application of Acoustic Theory to the Reflective Properties of Coastal Engineering Structures" , National Research Council of Canada, Rep. No. DME/NAE pp. 23 ~ 63 (1965).
17. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs. , "Riprap Stability Under Wave Action," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE , Vol. 111, No. 3, pp.552-566 (1985a).
18. Kobayashi, N. and B.K. Jacobs. , "Stability of ARbor Units on Composite Slopes," J. of Waterway, Port, coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 111, No.5, pp.880-894 (1985b).
19. Kobayashi, N., A.K. Otta, and I. Roy. , "Wave REflection and Run-up on Rough Slopes," J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 113, No.3, pp.282-298 (1987).
20. Lee, C. P., " Wave Interaction with Permeable Structures", Ph. D. Dissertation ,Ocean Engineering Program ,Department of Civil Engineering ,Oregon State University , Corvallis, Oregon , U.S.A. (1986).

21. Le Méhauté, B. , " Perméabilité des Diguees en Enrochements aux Ondes de Gravité périodiques ", Bouille Blanche , Vol. 6, pp. 903 ~ 919 (1957).
22. Liu , P. L. -F. , S. B. Yoon and R.A. Dalrymple , "Wave Reflection from Energy Dissipation Region : ,J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng . , ASCE Vol. 112, pp. 632 ~ 644(1986).
23. Madsen, O.S. , " Wave Transmission through Porous Structures " , J. Waterw., Port, Coastal and Ocean Eng . , ASCE Vol. 100, pp. 169 ~ 188(1974).
24. Madsen ,O.S. and S.M. White," Wave Transmission through Trapezoidal Breakwaters " , Proc. 15th Conf. on Coastal Eng. , ASCE, Honolulu, Hawaii, pp.2662 ~ 2676 (1976).
25. Madsen, P.A.," Wave Reflection from a Vertical Permeable Wave Absorber", Coastal Eng. ,Vol.7,pp. 381 ~ 396 (1983).
26. Morse, P.M. and K.U. Ingard, Theoretical Acoustics , Princeton Univ. Press, U.S.A. (1968).
27. Richey E.P. and C.K. Sollitt, "Wave Attenuation by Porous Walled Breakerwater " , J. Water. Har. and Coast. Eng. Div. ASCE Vol. 96 pp. 643 ~ 663 (1970).
28. Sollitt, C.K. and R.H. Cross, "Wave Transmission through Permeable Breakwaters" ,Proc. 13th Conf. on Coastal Eng. ASCE, Vancouver, Canada, pp.1827 ~ 1846 (1972).
29. Sulisz, W. , " Wave Reflection and Transmission at Permeable Breakwaters of Arbitrary Cross Section " , Coastal Eng. , Vol. 9 , pp. 371 ~ 386 (1985).
30. Taylor, G.I. , "Fluid Flow in Regions Bounded by Porous Surfaces". Proc. Roy. Soc. London, A 234 , pp.456 ~ 475 (1956).
31. Terrett, F.L., J.D.C. Osorio and G.H. Lean , "Model Studies of a Perfo-

- rated Breakwater”, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., Ch. 70 : pp. 1104 ~ 1120 (1968).
32. Twu S.W. and D. T. Lin , ”On a highly effective wave absorber ” , Coast. Eng. , Vol. 15 , pp. 389 ~ 405 (1991).
33. Tyvand P. A. , ” Long Waves in a Canal with a Porous Plate Located at a Step”. Phys. of Fluids, Vol. 29 pp. 2027-2028.
34. Ursell F. , R. G. Dean and Y.S. Yu , ” Forced Small-Amplitude Water waves : A Comparison of Theory and Experiment” . J. Fluid Mech. Vol. 7 pp. 33-52 (1960).
35. Yeh, P. , Optical Waves in Layered Media , John Wiley & Sone, New York, U.S.A. (1988).
36. 李兆芳、藍元志，「波浪與透水結構物互相作用之二階解」，中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集，第316～329頁(1992)。
37. 涂盛文、郭仲仁，「有限厚度孔隙牆消除特性之研究」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，第544～558頁(1990)。
38. 涂盛文、劉正棋，「利用有限厚度孔隙牆消除造波水槽之再反射」，中華民國第十四屆海洋工程研討會論文集，第299～315頁(1992)。
39. 郭金棟、黃貴麟，「半圓形開孔堤體反射透射特之試驗研究」，中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集，第502～523頁(1990)。
40. 蘇青和、章梓雄、歐善惠，「多孔岸壁受斜向波浪作用之反射及波壓特性」，力學期刊，第八卷，第67～76頁(1992)。
41. 阿部宣行、鹿島遼一，「防波堤、護岸の構造型式調査」，日本電力中央研究所研究報告，調查報告U88012, pp. 1～96 (1988).
42. 井島武士、佐々木富雄、湯村やす，「游水部なもつ直立消防波波護岸の研究」，九州大學工學部水工土木學教室海岸研究室, pp. 1～49 (1972).
43. 井島武士、奥圖英明、湯村やす、牛房幸次，「直立消防波波護岸に

- おける透過壁と遊水部の機能」, 日本第23回海岸工程演講會論文集, pp. 85-88 (1976).
44. 井島武士、奥圖英明、牛房幸光, 「直立消防波波護岸の構造と周波數特性について」, 日本第24回海岸工程演講會論文集, pp. 255-259 (1977).

透水性結構物之波能消散及港池應用(一)
— 多孔消波體之波能消散現象 —

編輯者：蘇 青 和

發行人：張 金 機

發行所：台灣省交通處港灣技術研究所
台中縣梧棲鎮臨海路83號
電話 (04)6564216

中華民國八十二年六月出版 非賣品