

85-研(三)-3

台灣五個國際港
波譜預測模式之研究

台灣省政府交通處
港灣技術研究所

台中 梧棲

中華民國八十五年六月

台灣五個國際港波譜預測模式之研究

執行單位：海岸工程組

計畫主持人：何良勝 研究員

邱永芳 研究員

計畫顧問：郭一羽 教授

陳陽益 教授

歐善惠 教授

參與人員：江金德 助理研究員

楊怡芸 技工

李江澤 技工

何炳紹 技工

陳進冰 技工

蔡瑞成 技工

摘 要

本計畫係分別以理論解析與模型試驗研究探討波浪於有限水深區域波譜形狀與能量分佈的變化情況。理論解析結果方面，文中以 TMA 波譜與深海修正型波譜分別為第一階波譜，探討各種水深情況時，第二階波譜的整體型態、較高頻及極低頻處的能量分佈與其總能量等的變化情況。由解析結果得知，第二階波譜的能量分佈與水深有密切的關係，當 $d/L_0 < 0.2$ 時，由於波浪的非線性效應較為強烈，第二階波譜的能量分佈變化較大，當 $d/L_0 \geq 0.3$ 時，波浪的非線性效應較弱，第二階波譜的型態則趨於固定。

利用成份波本身的高階非線性量與各成份波間相互作用之非線性量的關係，比較說明不同型態的第一階波譜，其對應獲得的第二階波譜亦呈現不同的能量分佈型態。由結果得知，屬於窄帶型的第一階波譜，其產生的第二階波譜能量較為尖銳集中，且較高頻處之尖峰主頻產生於 $\sigma/\sigma_{1p} = 0.2$ 處，若屬於寬帶型的第一階波譜，則其第二階波譜的能量分佈較為寬廣平滑，且其較高頻處之尖峰主頻會往 $\sigma/\sigma_{1p} > 0.2$ 處位移。另外，以現場實測資料與理論解析方式驗證第二階波譜極低頻處確切有能量分佈的情況，由解析結果顯示，當水深較淺時，第二階波譜極低頻處有大量的能量顯現。

模型試驗結果方面，文中分別以 1/30 與 1/50 之斜面底床，探討淺水性波譜形狀的變化情況。試驗結果證明波浪尖銳度與波高水深比皆不會受影響波譜的形狀參數，其主要的影響因素為相對水深。與 WALLOPS 波譜比較，於相對水深 d/L 較小時，本文的波譜形狀參數值與 WALLOPS 推估值差異不大，但 d/L 較大時則有偏大的趨勢。另外，當 $d/L < 0.05$ 時，波浪

會產生分裂的現象造致波譜形狀發生分裂而形成雙峰型，分裂時在較高頻處所產生尖峰的成份波由雙階波譜係數得知仍是線性成份波。

另外，當相對水深 0.3 至 0.05 之波浪的非線性量由雙階波譜係數可知，於主頻處仍是線性波浪，較高頻處之非線性量所佔成份約為此處線性成份的 15 % 以內。

目 錄

摘 要.....	1
圖 目 錄.....	V
表 目 錄.....	X
符號說明.....	XI
壹、前言.....	1
貳、理論解析與探討.....	5
一、理論解析.....	5
1-1 控制方程式.....	5
1-2 波動流場之解析.....	7
1-3 波譜非線性效應之解析.....	11
二、有限水深型波譜為第一階波譜之解析.....	16
2-1 第二階波譜形成之探討.....	17
2-2 第二階波譜極低頻處能量之驗證.....	19
2-3 第二階波譜型態特性之探討.....	21
三、修正型波譜為第一階波譜之解析.....	23
3-1 第二階波譜形成之探討.....	24
3-2 與 TMA 波譜結果之比較.....	26
3-3 第二階波譜型態特性之探討.....	28
參、試驗結果與探討.....	44

一、試驗過程.....	44
1-1 設備與儀器.....	44
1-2 模型佈置.....	44
1-3 試驗條件.....	45
1-4 資料收集與處理.....	47
二、試驗結果與討論.....	49
2-1 通用型之正規化標準波譜.....	49
2-2 波譜形狀的變化.....	51
2-3 波譜形狀參數之決定.....	54
2-4 影響波譜形狀參數 m 之通用表示式.....	56
2-5 波譜形狀參數 m 之通用表示式.....	57
2-6 底床坡度的影響.....	58
三、與 WALLOPS 波譜比較.....	59
3-1 WALLOPS 波譜.....	59
3-2 實驗值與理論值之討論.....	60
四、線性理論之探討.....	61
4-1 不分裂型波譜.....	61
4-2 分裂型波譜.....	63
肆、結論.....	82
參考文獻.....	85

圖 目 錄

	頁數
圖 2-1 TMA 波譜($\gamma=3.3$)於各種水深之標準化波譜.....	30
圖 2-2 TMA 波譜($\gamma=3.3$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	30
圖 2-3 TMA 波譜($\gamma=2.08$)於各種水深之標準化波譜.....	31
圖 2-4 TMA 波譜($\gamma=2.08$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	31
圖 2-5 TMA 波譜($\gamma=1.0$)於各種水深之標準化波譜.....	32
圖 2-6 TMA 波譜($\gamma=1.0$)為第一階波譜時,各水深之第二階波譜.....	32
圖 2-7 Goda(1983)實測分析之波譜(1981 於 Costa Rica).....	33
圖 2-8 曾(1995)實測分析之波譜(1994 於台中港).....	33
圖 2-9 陳和湯(1987)模式為第一階波譜所得之第二階波譜....	34
圖 2-10 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜極低頻處之尖峰主頻密度值.....	34
圖 2-11 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜與第一階波譜總能量比值(E_1 為第一階波譜總能量, E_2 為第二階波譜總能量).....	35
圖 2-12 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜較高頻處之尖峰主頻密度值.....	35
圖 2-13 修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$)於各種水深之標準化波譜.	36

圖 2-14	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	36
圖 2-15	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=2.08$)於各種水深之標準化波譜.....	37
圖 2-16	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=2.08$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	37
圖 2-17	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=1.0$)於各種水深之標準化波譜.....	38
圖 2-18	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=1.0$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	38
圖 2-19	深海型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	39
圖 2-20	深海型 JONSWAP 波譜($\gamma=2.08$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	39
圖 2-21	深海型 JONSWAP 波譜($\gamma=1.0$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜.....	40
圖 2-22	修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜之第二階波譜總能量比值(E_c 為修正型 JONSWAP 波譜之第二階波譜總能量, E_T 為 TMA 波譜所得者總能量).....	40
圖 2-23	修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=3.3$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值(實線為極低頻處比值,虛線為較高頻處比值。 S_{cp} 為修正型 JONSWAP 第二階波譜之尖峰主頻密度值, S_{Tp} 為 TMA 波譜第二階波譜之尖峰主頻密度值).....	41
圖 2-24	修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=2.08$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值.....	41

圖 2-25	修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=1.0$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值.....	42
圖 2-26	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜與第一階波譜總能量比值(E_1 為第一階波譜總能量， E_2 為第二階波譜總能量)....	42
圖 2-27	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜極低頻處之尖峰主頻密度值.....	43
圖 2-28	修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜較高頻處之尖峰主頻密度值.....	43
圖 3-1	水平底床模型配置圖.....	65
圖 3-2	底床斜率 1:30 模型配置圖.....	65
圖 3-3	底床斜率 1:50 模型配置圖.....	65
圖 3-4	不同 m 值之 Pierson-Moskowitz 標準波譜.....	66
圖 3-5	不同 γ 值之 JONSWAP 標準波譜.....	66
圖 3-6	分裂型波譜與波形之演變關係圖.....	67
圖 3-7	水平底床各測站之正規化波譜圖($d/L=0.28$).....	68
圖 3-8	水平底床各測站之正規化波譜圖($d/L=0.15$).....	68
圖 3-9	水平底床各測站之正規化波譜圖($d/L=0.088$).....	69
圖 3-10	水平底床各測站之正規化波譜圖($d/L=0.074$).....	69
圖 3-11	水平底床各測站之正規化波譜圖($d/L=0.06$).....	70

圖 3-12	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.28$).....	70
圖 3-13	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.217$).....	71
圖 3-14	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.15$).....	71
圖 3-15	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.098$).....	72
圖 3-16	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.088$).....	72
圖 3-17	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.069$).....	73
圖 3-18	水平底床實驗正規化波譜與 P-M 及 JONSWAP 標準波譜之比較圖($d/L=0.063$).....	73
圖 3-19	相對水深與波浪尖銳度關係圖.....	74
圖 3-20	相對水深與波高水深比關係圖.....	74
圖 3-21	波譜形狀參數 m 與波浪尖銳度關係圖.....	75
圖 3-22	波譜形狀參數 m 與波高水深比關係圖.....	75
圖 3-23	波譜形狀參數 m 與相對水深關係圖.....	76
圖 3-24	波譜形狀參數 m 與 G_s 參數關係圖.....	76
圖 3-25	波譜形狀參數 m 與 Ursell number 關係圖.....	77
圖 3-26	波譜形狀參數 m 與相對水深倒數關係圖.....	77
圖 3-27	斜率 1:30 各測站之無因次能量頻譜圖.....	78

圖 3-28	斜率 1:50 各測站之無因次能量頻譜圖.....	78
圖 3-29	水平底床之經驗公式與各斜率之實驗值之比較圖.....	79
圖 3-30	波譜形狀參數經驗式之 m 值與 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 比較圖.....	79
圖 3-31	波譜形狀參數經驗式之 m 值與 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 帶入 P-M 標準波譜與實驗值之比較圖($d/L=0.28$).....	80
圖 3-32	波譜形狀參數經驗式之 m 值與 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 帶入 P-M 標準波譜與實驗值之比較圖($d/L=0.15$).....	80
圖 3-33	波譜形狀參數經驗式之 m 值與 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 帶入 P-M 標準波譜與實驗值之比較圖($d/L=0.088$).....	81

表 目 錄

	頁數
表 2-1 TMA 波譜為第一階波譜時,第二階波譜極低頻處尖峰主頻 密度之比值.....	21
表 2-2 水平底床實驗之波浪統計參數表.....	46
表 2-3 底床斜率 1:30 實驗之波浪統計參數表	47
表 2-4 底床斜率 1:50 實驗之波浪統計參數表	47

符 號 說 明

B_2	第二階流速勢函數之計算值
$B(f_i, f_i)$	訊號之雙階頻譜
C	第二階流速勢函數之計算值
C_2	第二階波動表面水位之計算值
D	第二階流速勢函數之計算值
d	水深
E_1	第一階波譜能量
E_2	第二階波譜能量
E_c	修正型波譜能量
E_T	TMA 波譜能量
$E[]$	期望值
f	波浪頻率(H_z)
g	重力加速度
H_b	碎波波高
$H_{1/3}$	示性波高
$K(\sigma, \lambda)$	第二階波譜之水深影響函數
k	週波數
k'	不同成份波週波數
k_2	$k + k'$ 成份波週波數
L_0	深海波長
L_b	碎波波長
m	波譜形狀參數
m_{10}	第一階波譜能量
n	波譜形狀參數

$R(\tau)$	連貫函數
$R_1(\tau)$	第一階連貫函數
$R_2(\tau)$	第二階連貫函數
$S(f)$	波譜密度函數
$S(\sigma)$	波譜密度函數
$S_1(\sigma)$	第一階波譜密度函數
$S_2(\sigma)$	第二階波譜密度函數
$S_{2p}(\sigma)$	局部成份波第二階波譜密度函數
$S_c(\sigma)$	修正型波譜密度函數
S_j	JONSWAP 波譜密度函數
S_T	TMA 波譜密度函數
t	時間
u	x 方向水粒子速度
\vec{v}	水粒運動速度
w	z 方向水粒子速度
$X(f)$	時間訊號之傅利葉係數
(x, z)	卡氏座標
α	位相函數
α'	不同成份波位相函數
α_2	$\alpha + \alpha'$ 成份波位相函數
β	Kitaigorodskii 水深影響函數中之參數
γ	波譜之尖峰集中度
Γ	Gamma 函數
η	波動表面水位
η_1	第一階波動表面水位
η_2	第二階波動表面水位
λ	$\sigma + \sigma'$ 之值

σ	週頻率($\sigma=2\pi f$)
σ_{1p}	第一階波譜之尖峰主頻值
σ_d	Kitaigorodskii 水深影響函數中之參數
$\phi_{xx}(f)$	訊號之波譜密度函數
$\Phi(\sigma_d)$	Kitaigorodskii 之水深影響函數
ϕ	流速勢函數
ϕ_1	第一階流速勢函數
ϕ_2	第二階流速勢函數
τ	時間延時
$dZ(\sigma)$	振幅函數
$\overline{dZ}(\sigma)$	$dZ(\sigma)$ 之共軛複數

壹、前 言

除了自然的天體引力所生的潮波之外，出現於廣大水域上起伏脈動的重力波浪通常是風之吹刮所引起，然而這些包括各種成份波組合而成的紛紜波浪，由於微動而發展至完全成熟的波浪時，其即具有統計的特性，而波譜分佈型態的研究，無疑地是瞭解此種統計特性較有效的方法之一。諸如，由波譜型態可以得到一些重要的物理參數量，或是能推算出各種相關的統計量，而由上述的各種物理量或統計量除能瞭解海面波浪的狀況外，並且是港灣工程規劃設計者或實驗室試驗重要參考的依據。因此世界各地無不以研究探討適用於當地的波譜型態或者波譜預測模式為重要課題之一。

雖然波譜的型態可以呈現海域波浪的整體特性，然而實際水面的波動是由一大大小小的紛紜波浪所組合而成，其各成份波間能量分佈的情況，則無法由已知的波譜型態中獲得，尤其是當一波群於較淺水深時，由於受水深的影響，不論是成份波本身或者各成份波之間相互作用的非線性效應，其能量分佈的變化即影響波譜型態的架構，因而造致淺水性波譜模式研究探討的複雜與困難。可是一般海洋或海岸工程上的問題大多都發生於淺水區域。關於淺水區域之海洋波浪的頻譜模式，至今雖有甚多的研究成果出現，但意見分雜，未能有一可被廣泛接受的標準波譜型態存在。主要原因是淺海波浪頻譜的形狀及力學機構均較深海波浪複雜，因此近岸淺海波譜形式的確定對海岸工程設計上是必須的。

由於波譜是研究紛紜波群特性的重要方法，往昔學者對於波譜模式的探討不遺餘力，並有甚多良好的結果，尤其對實際應用甚有助益的淺水性波譜模式，更是近年來研究的主題之一。

首先，對於波譜型態的研究，Phillips(1958)提出高頻處平衡領域之波譜型態後，接著有 Pierson-Moskowitz 波譜 (Pierson 和 Moskowitz, 1964)、Bretschneider 波譜 (Bretschneider 1965)、JONSWAP 波譜 (Hasselmann 等人, 1973) 與 WALLOPS 波譜 (Huang 等人, 1981) 等適用於深海的波譜模式。鑑於實際應用的關係，接著有 Ou(1977)、WALLOPS 波譜 (Huang 等人, 1983)、GLERL 波譜 (Liu, 1983)、TMA 波譜 (Bouws 等人, 1985)、郭和彭(1985)、Li 和 Mao(1992) 等有限水深波譜模式。上述研究或是利用現場實測資料的分析，或是以試驗室資料配合理論解析，據此而提出的波譜分佈型態。通常深海波譜的密度函數與頻率的 -5 次方成正比，即是 $S(\sigma) \sim \sigma^{-5}$ ，而淺水波譜大致為 $S(\sigma) \sim \sigma^{-3}$ 。陳和湯(1987)以探討波譜的力學機構，推導出一適用於深海至極淺水深的理論模式，使得其波譜分佈為 $S(\sigma) \sim \sigma^{-5} \sim \sigma^0$ 。不論是屬於深海或者有限水深的波譜，上述往昔學者的論著，僅研究波譜整體性的分佈型態。

當波群由深海前進至較淺水深時，由於受水深影響，波浪的非線性效應往往影響波譜分佈的力學機構，因此，學者專家致力於研究探討較適用的淺水性波譜模式，以提供港灣工程規劃設計者之參考應用。有關此方面的研究，則有 Imasato 和 Kunishi(1977)、Guza 和 Thornton(1985)、Guza(1985)、Elgar 和 Guza(1986)分別以現場實測資料，利用雙階波譜(bispectrum)理論探討不同水深時，波浪非線性效應影響波譜的情況。Masuda 和 Kuo(1981)亦利用雙階波譜理論，探討受非線性效應影響時，波浪成長與減衰的變化情況。Goda(1983)以一非線性效應參數配合現場實測資料，探討線性與非線性波譜的差異。郭和陳(1982)、簡和郭(1994)、以非線性理論配合試驗室或現場實測資料，以一波譜形狀參數探討淺水性波譜的變化。雖然上述學者已考慮受水深影響之波浪非線性效應，然而彼等研究僅呈現其最後的整體結果，對於影響波譜型態的能量分佈架構並未研究探討。另外，Chen 和 Wang(1983)、

Young(1988)、Cavaleri 等人(1989)，應用 Hasselmann(1962)的結果，以能量傳輸方程式(energy transfer equation)求解波浪傳遞時的能量變化，進而建立淺水性的波譜模式。雖然彼等研究已考慮波浪成份波間相互作用的非線性效應，但對於波譜的高階能量分佈情況亦未加以分析研究。

至於利用成份波與成份波間之非線性效應而探討能量分佈的研究，早期有 Tick(1959)以理論解析深海情況時之第二階波譜(second-order spectrum)能量分佈的變化情況。Hasselmann(1962、1963a、1963b)以波譜的觀念，假設各成份波相互獨立，推導出四波交會的非線性交互作用的結果，雖然其結果被廣泛的應用於求解能量方程式中波浪能量的交互作用，但對較淺水區域的非線性交互作用的變化情況，並未加以研究探討。Hasselmann 等人(1963)則應用上述之解析過程求解至第二階解，利用雙階波譜理論解析非線性效應的波壓結果。Le Mehaute 和 Wang(1982)以波浪折射方式，解析斜坡地形波譜能量分佈的變化，其結果顯現非線性效應的波譜高階能量的分佈情況。Freilich 和 Guza(1984)利用 Boussinesq 方程式解析各獨立成份波非線性效應的能量分佈情況。Hasselmann 和 Hasselmann(1985)利用上述 Hasselmann(1962)的結果，以數值計算方式提供更快速的非線性交互作用能量分佈的結果，便利能量傳輸方程式的應用。Tayfun(1990)以理論解析第二階解的週波數(wave number)頻譜的非線性能量分佈的變化，但其僅分析深海情況時頻譜較高頻處斜率的變化情況。

至於對波譜狀的研究，Ijima et al.(1970)利用 Miche(1944)之任何水深碎波極限理論與因次分析得到淺水波譜斜率為-1，而深水為-5。Kitaigorodskii (1975)以線性理論之分散關係式作因次分析得知淺水波譜的斜率為-3，深水波譜的斜率為-5。Goda(1974)以現場資料分析得到淺水波譜斜率為-4，深水為-5。Ou(1977)也以現場實測資料作分析得到

淺水為-3，深水為-5。郭一羽、彭鏡洋 (1985) 在實驗室中所得高頻部份之斜率，若不考慮二次尖峰的時候，則淺水區到深水區的變化是-6至-10，若考慮二次尖峰的產生則是-4至-7。所以由以上可知波譜自深海至淺水其形狀（斜率）變緩。並可知深海波譜形狀固定，淺海波譜形狀則並不固定。其淺海波譜形狀變緩原因不外乎是受到底床淺化摩擦的影響，非線型的影響，碎波的發生等因素。對於淺水波譜模式Huang(1983)曾利用非線性理論推導出WALLOS波譜，其涵蓋自深水至淺水的各個波譜形狀，是目前較簡便適用於淺水的波譜模式。

由以上闡述可知，由於受水深之非線性效應及其他因素的影響，淺水性波譜的形狀及力學機制均極富變化且難於確立，然基於港灣工程規劃設計的應用與需求，本計畫擬在往昔學者研究成果的基礎上，以理論解析與模型試驗方式，對淺水性波浪的特性加探討，瞭解淺水波譜形狀的變化，進而尋找出影響波譜形狀的因素，求得淺水波譜的通用模式，以提供港灣工程參考與應用。

貳、理論解析與探討

一、理論解析

1-1 控制方程式

二度空間之任一均勻等深 d 之水域中，假設流體運動為非旋性的(irrotational)，吾人可定義出一流速勢函數(velocity potential function)，使得所考慮的波動流場內水粒子的速度與其分量關係為

$$\vec{V} = \nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial z} \right) = (u, w) \quad (2-1)$$

此處 x 為波浪前進方向， z 為水位變動方向，向上為正， u, w 分別為 x 與 z 方向的水粒子速度，又假設流體為不可壓縮性的(incompressible)，則流速勢函數 $\phi = \phi(x, z, t)$ 滿足拉普拉氏方程式(Laplace's equation)為

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2-2)$$

至於波動流場所必需滿足的邊界條件有：

在底部 $z = -d$ 處

$$w = \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0, \quad z = -d \quad (2-3)$$

在波動表面處，有

(1)運動邊界條件(kinematic boundary condition)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad z = \eta \quad (2-4)$$

式中 $\eta(x, t)$ 為波動表面水位

(2)動力邊界條件(dynamic boundary condition)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2}(\vec{V}^2) = 0, \quad z = \eta \quad (2-5)$$

式中 g 為重力加速度。

由以上可知，波動場的基本控制式雖然是線性的Laplace方程式，但由於表面條件中的水位是個未知邊界，以及表面邊界條件中含有非線性項，因此不能得到其正解(exact solution)。若波浪的運動是一種微小的脈動(相對於波長而言)，且非線性量與線性量的比值又相當的小，則可應用攝動法以微小參數展開的級數形式而求得其近似解。為便於逐階展開解析起見，於此先將非線性的自由表面運動與動力邊界條件式(2-4)與式(2-5)做適當地處理，即是式(2-5)被 d/dt 總微分後減去 g 倍的式(2-4)，可得綜合表面邊界條件如下：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{V}^2) + \vec{V} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} \vec{V}^2 \right) = 0, \quad z = \eta \quad (2-6)$$

接著，利用Taylor 級數展開在 $z=0$ 處以取代在未知的波動表面 $z=\eta$ 處，則非線性表面邊界條件式(2-6)與式(2-5)可由下列兩

式取代之，為

$$\left[\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \dots \right] + \left[\frac{\partial}{\partial t} (\bar{V}^2) + \eta \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} (\bar{V}^2) + \dots \right] + \left[\bar{V} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} \bar{V}^2 \right) + \dots \right] = 0, \quad z = 0 \quad (2-7)$$

與

$$g\eta + \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + \eta \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^2 \partial t} + \dots \right] + \left[\frac{1}{2} \bar{V}^2 + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \bar{V}^2 \right) + \dots \right] = 0, \quad z = 0 \quad (2-8)$$

以上式(2-2)至式(2-8)為處理波動流場各階物理量的基本控制方程式，有關其詳細解析過程如下節所述。

1-2 波動流場之解析

依攝動展開法的原則，所考慮的波動系統流場解 ϕ 與 η 等物理量之型式可表示為

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \dots \quad (2-9)$$

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots \quad (2-10)$$

由式(2-2)至式(2-8)等式中，波動流場的第一階控制方程式為

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \quad (2-11)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0, \quad z = -d \quad (2-12)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (2-13)$$

$$g\eta_1 + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0, \quad z = 0 \quad (2-14)$$

上列各式與Stokes(1847)之自由前進波攝動解的第一階控制方程式相同，因此一紛紜波群的第一階解則為

$$\eta_1(x, t) = \int_{\sigma} e^{i\alpha} dZ(\sigma) \quad (2-15)$$

$$\phi_1(x, z, t) = -i \int_{\sigma} \frac{g \cosh|k|(d+z)}{\sigma \cosh|k|d} e^{i\alpha} dZ(\sigma) \quad (2-16)$$

式中 α 為位相函數， $\alpha = kx - \sigma t$ ， σ 為週頻率 (wave frequency)， k 為週波數 (wave number)， $dZ(\sigma)$ 為各相關式之振幅函數。

由於本文後之波譜參數為週頻率 σ ，為方便配合起見，波動流場中亦以週頻率為其解析的參數。因此，週波數需利用波浪分散關係 (dispersion relation)， $\sigma^2 = gk \tanh kd$ ，化解為含有週頻率的函數，即是 $k = k(\sigma)$ 。

式(2-15)與式(2-16)分別表示為波動流場中，包含各種可能發生的頻率的水面波動與流場流速勢函數的第一階解的總和，如此，亦是紛紜波浪場的一特性表徵。

接著，由式(2-2)至式(2-8)等式中，檢列出第二階的控制方程式為

$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \quad (2-17)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0, \quad z = -d \quad (2-18)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_2}{\partial z} + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{V}^2) = 0, \quad z = 0 \quad (2-19)$$

$$g\eta_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \eta_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \bar{V}^2 = 0, \quad z = 0 \quad (2-20)$$

$$\text{式中} \quad \bar{V}^2 = \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2$$

由式(2-17)與式(2-18)之控制方程式中，吾人可求出一適合的第二階流速勢函數的通式為

$$\phi_2(x, z, t) = -i \int_{\sigma} \int_{\sigma'} A \frac{\cosh |k_2| (d+z)}{\cosh |k_2| d} e^{i\alpha_2} dZ(\sigma) dZ(\sigma') \quad (2-21)$$

式中上標符號“'”表示不同的成份波量，A為一未知量。

同時將式(2-19)之邊界條件移項如下

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_2}{\partial z}\right) = \eta_1 \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial z \partial t^2} + g \eta_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + 2 \left[\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z \partial t} \right] \quad (2-22)$$

將 η_1 與 ϕ_1 之第一階解代入上式之右邊，式(2-21)則代入左邊，比較相關係數後，則可求得 ϕ_2 的正確解為

$$\phi_2(x, z, t) = -i \int_{\sigma} \int_{\sigma'} B_2 \frac{\cosh |k_2| (d+z)}{\cosh |k_2| d} e^{i\alpha_2} dZ(\sigma) dZ(\sigma') \quad (2-23)$$

其中

$$\alpha_2 = \alpha + \alpha', \quad \alpha = kx - \sigma t, \quad \alpha' = k'x - \sigma' t \quad (2-24)$$

$$k_2 = k + k', \quad k = k(\sigma), \quad k' = k(\sigma') \quad (2-25)$$

$$B_2 = C / D \quad (2-26)$$

$$C = 2|\sigma|(\sigma'|\sigma| - \sigma|\sigma'| \coth |k|d \coth |k'|d) + \sigma|\sigma|^2(1 - \coth^2 |k|d) \quad (2-27)$$

$$D = g|k_2| \frac{\sinh |k_2| d}{\cosh |k_2| d} - (\sigma + \sigma')^2 \quad (2-28)$$

接著，利用式(2-20)之邊界條件，同時代入式(2-15)、式(2-16)與式(2-23)之 η_1 ， ϕ_1 ， ϕ_2 ，解得第二階解之 η_2 如下

$$\eta_2 = -\frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \eta_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}$$

$$= \int_{\sigma} \int_{\sigma'} C_2 e^{i\alpha_2} dZ(\sigma) dZ(\sigma') \quad (2-29)$$

式中

$$C_2 = C_2(\sigma, \sigma') = B_2 \frac{(\sigma + \sigma')}{g} + |k| \frac{\sinh|k|d}{\cosh|k|d} - \frac{1}{2} \frac{|\sigma||\sigma'|}{g} \coth|k|d$$

$$\times \coth|k'|d + \frac{1}{2} \frac{g|k|k'}{\sigma\sigma'} \frac{\sinh|k|d}{\cosh|k|d} \frac{\sinh|k'|d}{\cosh|k'|d} \quad (2-30)$$

其中函數 B_2 之值可由式(2-26)求得。

至此，整個波動流場的第二階解 ϕ 與 η 在遵循攝動解析法的原則下，已如上列的解析獲得。接著，將利用此解析結果，求解波浪因非線性效應所產生的第二階波譜，相關過程如下節所詳述。

1-3 波譜非線性效應之解析

在紛紜的海面上，假定水位的變動為一定常過程(stationary process)的時間序列，則水位變化 $\eta(t)$ 與連貫函數(autocorrelation function) $R(\tau)$ 的關係可以下式表示為

$$R(\tau) = E[\eta(x, t) \eta(x, t + \tau)]$$

$$= E\left[\left(\eta_1(x, t) + \eta_2(x, t) \right) \times \left(\eta_1(x, t + \tau) + \eta_2(x, t + \tau) \right) \right] \quad (2-31)$$

式中 $E[\cdot]$ 表示為期望值，海面水位變動的產生，除了大氣壓力的影響外，尚有其他影響因素，其過程極為複雜，因此為簡化解析過程，假設水位的變動為一近似高斯過程 (pesudo-Gaussian process)，如此式(2-31)中水位變化函數的第一階與第二階乘積的期望值則等於零，即是言

$$E[\eta_1(x,t)\eta_2(x,t+\tau)] = E[\eta_1(x,t+\tau)\eta_2(x,t)] = 0 \quad (2-32)$$

因此，式(2-31)可改寫為

$$\begin{aligned} R(\tau) &= E[\eta_1(x,t)\eta_1(x,t+\tau)] + E[\eta_2(x,t)\eta_2(x,t+\tau)] \\ &= R_1(\tau) + R_2(\tau) \end{aligned} \quad (2-33)$$

式中 $R_1(\tau)$ 與 $R_2(\tau)$ 分別為第一階與第二階之連貫函數，其連貫函數與波譜密度函數可以定義為

$$R_1(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\sigma) e^{i\sigma\tau} d\sigma \quad (2-34)$$

$$R_2(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_2(\sigma) e^{i\sigma\tau} d\sigma \quad (2-35)$$

式中 $S_1(\sigma)$ 與 $S_2(\sigma)$ 分別為第一階與第二階之波譜密度函數。

利用式(2-29)之 η_2 代入式(2-33)之 $R_2(\tau)$ 中，同時假設時間與位置固定時(即是 $x=0$ ， $t=0$)，可得

$$R_2(\tau) = \int \int \int \int_{-\infty}^{\infty} C_2(\sigma, \sigma') C_2(\sigma'', \sigma''') e^{-i(\sigma'' + \sigma''')\tau} \\ \times E[dZ(\sigma)dZ(\sigma')dZ(\sigma'')dZ(\sigma''')] \quad (2-36)$$

式中 C_2 值如式(2-30)所示，上標不同斜線表示不同的成份波量。

依據 Isserlis²¹(1918) 論著中動差(moment)轉換的原理，可將式(2-36)中 $E[dZ(\sigma)dZ(\sigma')dZ(\sigma'')dZ(\sigma''')] 項轉換為下式的結果：$

$$E[dZ(\sigma)dZ(\sigma')dZ(\sigma'')dZ(\sigma''')] \\ = E[dZ(\sigma)dZ(\sigma')] E[dZ(\sigma'')dZ(\sigma''')] \\ + E[dZ(\sigma)dZ(\sigma'')] E[dZ(\sigma')dZ(\sigma''')] \\ + E[dZ(\sigma)dZ(\sigma''')] E[dZ(\sigma')dZ(\sigma'')] \quad (2-37)$$

另外

$$E[dZ(\sigma)dZ(-\sigma)] = E[dZ(\sigma)\overline{dZ(\sigma)}] \\ = S(\sigma)d\sigma \quad (2-38)$$

式中 $\overline{dZ(\sigma)}$ 表示 $dZ(\sigma)$ 之共軛複數，利用式(2-38)之結果，式(2-37)右邊各式可表示如下

$$E[dZ(\sigma)dZ(\sigma')] E[dZ(\sigma'')dZ(\sigma''')] \\ = S(\sigma)S(\sigma'')d\sigma d\sigma'' \quad , \text{當 } \sigma = -\sigma', \sigma'' = -\sigma''' \quad (2-39)$$

$$E[dZ(\sigma)dZ(\sigma'')] E[dZ(\sigma')dZ(\sigma''')] \\ = S(\sigma)S(\sigma')d\sigma d\sigma' \quad , \text{當 } \sigma = -\sigma'', \sigma' = -\sigma''' \quad (2-40)$$

$$\begin{aligned}
& E[dZ(\sigma)dZ(\sigma''')] E[dZ(\sigma')dZ(\sigma'')] \\
& = S(\sigma)S(\sigma')d\sigma d\sigma' \quad , \text{當 } \sigma = -\sigma''' , \sigma' = -\sigma'' \quad (2-41)
\end{aligned}$$

將式(2-39)至式(2-41)代入式(2-36)中，同時變換參數 σ 的正負符號，且為區別高階波譜密度函數關係，將上式中 $S(\sigma)$ 以第一階波譜 $S_1(\sigma)$ 表示之，則式(2-36)可改寫為

$$\begin{aligned}
R_2(\tau) = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\sigma+\sigma')\tau} [C_2(\sigma, \sigma')C_2(-\sigma, -\sigma') \\
& + C_2(\sigma, \sigma')C_2(-\sigma', -\sigma)] S_1(\sigma)S_1(\sigma') d\sigma d\sigma' \quad (2-42)
\end{aligned}$$

若令 $\lambda = \sigma + \sigma'$ ，並利用式(2-35)之連貫函數與波譜密度函數的傅利葉轉換關係，則可求得第二階的波譜密度函數 $S_2(\lambda)$ 為

$$S_2(\lambda) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} K(\sigma, \lambda) S_1(\sigma) S_1(\lambda - \sigma) d\sigma \quad (2-43)$$

式中

$$K(\sigma, \lambda) = C_2^2(\sigma, \lambda - \sigma) + C_2(\sigma, \lambda - \sigma)C_2(\lambda - \sigma, \sigma) \quad (2-44)$$

其中相對應的 C_2 值如下列所示。

$$\begin{aligned}
C_2(\sigma, \lambda - \sigma) = & \frac{\lambda}{g} B_2(\sigma, \lambda - \sigma) + |k| \frac{\sinh|k|d}{\cosh|k|d} - \frac{1}{2} \frac{|\sigma||\lambda - \sigma|}{g} \coth|k|d \coth|k'|d \\
& + \frac{1}{2} \frac{g|k||k'|}{\sigma(\lambda - \sigma)} \frac{\sinh|k|d \sinh|k'|d}{\cosh|k|d \cosh|k'|d} \quad (2-45)
\end{aligned}$$

$$B_2(\sigma, \lambda - \sigma) = \frac{2|\sigma|[(\lambda - \sigma)|\sigma| - \sigma|\lambda - \sigma| \coth|k|d \coth|k'|d] + \sigma|\sigma|^2(1 - \coth^2|k|d)}{g|k_2| \frac{\sinh|k_2|d}{\cosh|k_2|d} - \lambda^2} \quad (2-46)$$

$$C_2(\lambda - \sigma, \sigma) = \frac{\lambda}{g} B_2(\lambda - \sigma, \sigma) + |k'| \frac{\sinh|k'|d}{\cosh|k'|d} - \frac{1}{2} \frac{|\sigma||\lambda - \sigma|}{g} \coth|k|d \coth|k'|d$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{g|k||k'|}{\sigma(\lambda - \sigma)} \frac{\sinh|k|d \sinh|k'|d}{\cosh|k|d \cosh|k'|d} \quad (2-47)$$

$$B_2(\lambda - \sigma, \sigma) = \frac{2|\lambda - \sigma|[\sigma|\lambda - \sigma| - (\lambda - \sigma)|\sigma| \coth|k|d \coth|k'|d] + (\lambda - \sigma)|\lambda - \sigma|^2(1 - \coth^2|k'|d)}{g|k_2| \frac{\sinh|k_2|d}{\cosh|k_2|d} - \lambda^2} \quad (2-48)$$

至此，利用攝動法解析波浪因非線性產生的第二階波譜已如式(2-43)般完整地獲得。而式(2-43)所表達的意義則是：當一已知的第一階波譜 $S_1(\sigma)$ 的波群至任一特定的水深時，由於此波群各成份波間因非線性效應關係所產生的第二階波譜 $S_2(\lambda)$ ，可經由一影響函數 $K(\sigma, \lambda)$ 求得。

二、有限水深型波譜為第一階波譜之解析

當一紛紜波群由深海及至較淺水區域時，應用本文前節式(2-43)的解析結果，可以求得第二階波譜，由第二階波譜的型態可以瞭解波浪因非線性效應所形成的能量分佈情況。應用式(2-43)時，除了須計算水深影響函數 $K(\sigma, \lambda)$ 外，尚需一已知的第一階波譜。由於波浪的非線性效應於有限水深及至較淺水區域較為顯著，因此本文中將引用適用於有限水深區域的波譜作為第一階波譜。往昔學者已發展的多種有限水深波譜模式中，由於區域性或者嚴密性的限制，本文中將以較為著名的 TMA 波譜 (Bouws 等人，1985) 為第一階波譜。TMA 波譜係利用現場實測資料，以一水深影響函數修正著名的 JONSWAP 波譜所得的半理論性 (semi-theoretical) 波譜模式，有關其表示式如下列所示。

$$S_T(\sigma) = S_J(\sigma) \Phi(\sigma_d) \quad (2-49)$$

式中 $S_T(\sigma)$ 為 TMA 波譜， $S_J(\sigma)$ 為 JONSWAP 波譜， $\Phi(\sigma_d)$ 則為 Kitai-gorodskii 等人，(1975) 所推導的水深影響函數，如下列表示

$$\Phi(\sigma_d) = \beta^{-2} \left[1 + 2\sigma_d^2 \beta / \sinh(2\sigma_d^2 \beta) \right]^{-1} \quad (2-50)$$

其中 $\sigma_d = \sigma(d/g)^{1/2}$ ，參數 β 需由 $\beta \tanh(\sigma_d^2 \beta) = 1$ 式中求得。

利用 TMA 波譜解析波浪因非線性效應產生的第二階波譜分佈型態的變化情況，將於下列中詳述。

2-1 第二階波譜形成之探討

由於第一階波譜型態的不同，將可能產生相異的第二階波譜能量分布型態，因此，本文中將改變 TMA 波譜中 JONSWAP 波譜的尖峰集中度(peak enhancement factor)， γ ，以不同的第一階波譜型態加以研究探討。

圖 2-1 為 $\gamma = 3.3$ 時，TMA 波譜於 $d/L_0 = 0.1 \sim 0.5$ 各種水深情況的標準化型式，圖中橫座標為週波率 σ 與尖峰主頻 σ_{1p} 之無因次化比值，縱座標則為波譜密度之無因次化比值，其中 S_1 表示為第一階波譜之密度值， m_{10} 則為波譜之總能量。

圖 2-2 係利用式(2-43)，以 TMA 波譜($\gamma = 3.3$)當作第一階波譜，於各種水深時其第二階波譜分佈型態的變化情況。圖中縱座標 S_2 為第二階波譜的密度值，其餘者皆與圖 2-1 之表示相同。考慮理論解析攝動法的限制(水深太淺時有發散之虞)，因此僅就 $d/L_0 = 0.1 \sim 0.5$ 之間，探討其非線性效應的能量分佈變化情況。

當一紛紜波群受水深影響而產生非線性效應時，此非線性效應包含成份波本身的高階非線性量以及各成份波之間相互作用的非線性量兩部份。對於成份波本身的非線性效應而言，其高階非線性量會產生於各成份波頻率倍數的位置，依本文理論解析至第二階的情況，其成份波本身的非線性量即產生於極低頻 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 以及較高頻 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 的附近處，而各成份波之間相互作用的非線性效應，亦在高頻與極低頻處有能量分佈的現象。因此，就整體波浪的非線性效應而言，其分佈的能量大都會集中於極低頻 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 及較高頻 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近處。

由圖 2-2 之結果觀之，當 d/L_0 較小時(如 $d/L_0 = 0.1$ 與 $d/L_0 = 0.15$)，係屬於淺水性波浪，此時波浪的非線性效應即較明顯地增加，非線性效應

產生的能量分佈，令第二階波譜於極低頻 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 以及較高頻 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近有較明顯能量集中的尖峰主頻，尤其當 d/L_0 較小時，極低頻處更有較大的能量分佈。由於極低頻率的成份波即是較長週期的波浪，對於港灣規劃設計者而言，長週期的波浪能量為不容忽視的問題(2-2 節有較詳細的分析)。當 d/L_0 較大時(如 $d/L_0 = 0.4$ 與 $d/L_0 = 0.5$)則為深海性波浪，其整體的非線性效應亦因水深關係而減弱，極低頻處幾無能量，而 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 較高頻處之能量分佈亦減少而趨於固定。由於水深的影響，當深海時，成份波本身已幾乎無非線性效應，因此，成份波本身亦應無較高階的非線性量，但由於各成份波間相互作用之非線性效應依然存在，因而有第二階波譜於極低頻處幾無能量存在，但較高頻處仍有較小的能量分佈。

圖 2-3 則為 $\gamma=2.08$ 時，TMA 波譜各種水深情況的標準化型式，圖中座標表示皆與圖 2-1 相同。與 $\gamma=3.3$ TMA 波譜(圖 2-1)的比較，圖中的結果顯示，無因次化的波譜密度較小，且波譜的整體型態稍為寬廣圓滑。

圖 2-4 則為 $\gamma=2.08$ 之 TMA 波譜為第一階波譜時，解析所得之第二階波譜量分佈的變化情況。由圖中結果顯示，當波群於較淺水時，由於波浪的非線性效應較強烈，其產生的第二階波譜能量分佈亦較顯著；較深水情況時，波浪的非性效應已減弱，因此第二階波譜則明顯的降低。就波譜的整體型態而言， $\gamma=2.08$ 之 TMA 波譜所求的第二階波譜，其形成的原因與上述 $\gamma=3.3$ 所獲得者相類似，惟因第一階波譜型態稍有差異，造致第二階波譜的分佈型態亦有所不同，如 $\gamma=2.08$ 之第二階波譜，除較高頻及極低頻處的尖峰主頻明顯減小能量分佈較為圓滑外，於較深水區域(如 $d/L_0 = 0.4$ 與 $d/L_0 = 0.5$)所得之較高頻處的尖峰主頻會稍往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 處位移。有關較詳細的第二階波譜分佈型態的差異將於 2-3 節中詳述。

圖 2-5 則為 $\gamma=1.0$ 時 TMA 波譜的標準化型式，與前兩者 ($\gamma=3.3$ 與 $\gamma=2.08$) 的比較，除了無因次化的波譜密度更小外，波譜的整體型態已屬於寬廣平滑的寬帶波譜型式。

圖 2-6 則為 $\gamma=1.0$ 之 TMA 波譜為第一階波譜時，其所獲得之第二階波譜的變化情況。由圖中結果可知，第二階波譜形成的方式與前述兩者相類似，惟因第一階波譜的差異，第二階波譜的整體型式，除了波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻值更形減小，能量分佈更為寬廣圓滑外，其產生於較高頻處之尖峰主頻位置皆往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 處位移，尤其於較深水處之值，更往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 之更高頻處位移。

綜合上述所言，第二階波譜能量分佈的型態主要受水深的影響，於較淺水區域時，由於波浪成份波本身與各成份波間相互作用的非線性效應較為強烈，其於極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近較高頻處皆有顯著的能量分佈情況；於較深水處時，由於波浪的非線性效應已減弱，較低高頻處的能量則亦明顯的減小，於低頻處幾無能量分佈現象。由於第一階波譜型態的差異，造致第二階波譜的分佈型式亦有所不同，屬於尖銳窄帶型的第一階波譜(如 $\gamma=3.3$ 者)，其產生的第二階波譜，於較高頻及極低頻處的能量分佈較為尖銳集中，且較高頻處的尖峰主頻大致位於 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 處；屬於寬帶型的第一階波譜(如 $\gamma=1.0$ 者)，其第二階波譜的能量分佈較為平滑寬廣，而較高頻處的尖峰主頻則往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 的更高頻處位移。

2-2 第二階波譜極低頻處能量之驗證

依據波浪理論，較高階的能量會產生於第一階波浪主頻率的倍數處，由於本文之理論解析至第二階解，因此，於第二階波譜尖峰主頻的零倍與兩倍處會產生較高階的能量。由前節所得之第二階波譜能量分佈的結果觀之， $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻處與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近之較高頻處皆有能

量集中之尖峰主頻出現，尤其於較淺水處($d/L_0 = 0.1$)，低頻位置往往有較大量的能量分佈現象，此現象於實際情況如何，本節中將依現場實測資料與理論解析兩方面驗證。

圖 2-7 為 Goda(1983)於 Costa Rica 實測分析所得之波譜 ($d=19m, H_{1/3}=3.1m, T_{1/3}=17.7sec$)，由圖中清楚可見，除了較高頻處有非線性效應產生的能量外，於極低頻處亦可能顯現。圖 2-8 則為 Ou(1977)於 1972 年 12 月台中港附近實測分析的波譜 ($d=19m, H_{1/3}=3.62m, T_{1/3}=8.75sec$)，由圖中亦可看出，較高、低頻處分別有非線性效應的高階能量產生。其他如 Le Mehaute 等人(1982)論著中的實測資料亦有類似的能量分佈現象。

圖 2-9 則係應用陳和湯(1987)論著中，當 $kd \rightarrow 0$ 之第一階波譜所得的第二階波譜情況。由圖中結果顯示，當水深極淺時，除了較高階的能量分佈外，於極低頻處亦出現大量的能量。

由以上論述可知，當水深較淺時，波浪非線性效應產生的第二階波譜，極低頻處確實有能量分佈現象，此極低頻(即較長週期)波浪能量的現象，對構築於較淺水處之港灣工程而言，實屬不容忽視的問題，但往昔之港灣工程規劃設計者，卻往往未加注意而忽略。以下將分析前節所得之第二階波譜於極低頻處的能量結果以供參考。

圖 2-10 為 $\gamma = 3.3, 2.08, 1.0$ 之 TMA 波譜為第一階波譜時，各種水深第二階波譜極低頻處的尖峰主頻密度值。由圖中顯示，相同的第一階波譜時，尖峰主頻值隨 d/L_0 之減小而快速增加，於較淺水區 ($d/L_0 = 0.1$)，由於較強烈的波浪非線性效應而有較大的能量產生；於較深水區域 ($d/L_0 \geq 0.3$)，由於波浪的非線性應減弱而近乎沒有能量。將圖 2-10 尖峰主頻值與相對應第一階波譜的尖峰主頻值作一比較，如表 2-1 所示。

表 2-1 TMA 波譜為第一階波譜時，第二階波譜極低頻處尖峰主頻密度之比值

	$\gamma = 3.3$	$\gamma = 2.08$	$\gamma = 1.0$
$d/L_0 = 0.10$	18 %	12 %	8 %
$d/L_0 = 0.15$	5 %	3 %	2 %
$d/L_0 = 0.20$	3 %	1 %	1 %

註： S_{2p} 為第二階波譜極低頻處之尖峰主頻值
 S_{1p} 為第一階波譜之尖峰主頻值

由表 2-1 之結果可知，於 $d/L_0 = 0.1$ 之較淺水處，第二階波譜極低頻處的尖峰主頻值為其相對應的第一階波譜尖峰主頻值的 8% ~ 18% 之間，其比例值隨第一階波譜型態的尖銳化而增加，因此，在較淺水處之非線性效應產生的較長週期的波浪能量應予重視。

2-3 第二階波譜型態特性之探討

利用 TMA 波譜為第一階波譜，其於各種水深情況時，因波浪非線性效應產生的第二階波譜的整體型態已如前節所描述。由於波浪的非線性效應係由成份波本身的非線性量與各成份波間相互作用的非線性量兩部份所總和而成，且受水深的影響，當較淺水時，此兩部份的非線性效應同時存在，但當較深水時，由於波浪線性化的關係，此時波浪的非線性效應即由各成份波間的相互作用所主宰，因此，由各成份波組成的第一階波譜型態，即影響其非線性效應產生的第二階波譜的能量分佈變化。當第一階波譜屬於能量較集中，主頻尖峰較尖銳，形心位置較靠近尖峰

主頻處的窄帶波譜型態時(如 $\gamma = 3.3$)，其產生的第二階波譜型態亦較尖銳化，且較高頻處能量集中於 $\sigma/\sigma_{1p}=2.0$ 之處(如圖 2-2 結果)。即是言，由於第一階波譜成份波的頻率範圍比較狹窄，因此其產生的較高階的能量分佈亦較集中。反之，若第一階波譜屬於較寬廣平滑，形心向右偏移的寬帶型式(如 $\gamma = 1.0$)，由前節所述之較高階能量產生於尖峰主頻倍數的關係，其第二階波譜型態除較為寬廣平滑外，較高頻處之主頻尖峰亦因第一階波譜成份波頻率範圍較為寬廣而產生於 $\sigma/\sigma_{1p}>2.0$ 之更高頻處(如圖 2-6 結果)。

由前節之結果得知，當水深較淺時，由於波浪的非線性效應較為強烈，造致有較大的第二階波譜的能量分佈，而水深深淺的指標如何，下列中將以第二階波譜的總能量與較高頻及極低頻處之尖峰主頻值等分別研究探討。

由圖 2-2、圖 2-4 與圖 2-6 等各種第二階波譜的能量分佈型態大致可看出，當 $d/L_0 < 0.2$ 時，波浪的非線性效應較為強烈，致使第二階波譜的能量分佈有較大的變化；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 時，由於非線性效應的減弱，其第二階波譜的能量分佈則減小而趨於固定型態。若以波譜的總能量加以分析，則更能佐証水深的影響因素。

圖 2-11 為 $\gamma = 3.3$ 、 2.08 、 1.0 之 TMA 波譜為第一階波譜時，其對應產生的第二階波譜總能量與第一階波譜總能量的比值曲線。由圖中結果顯示，當 $d/L_0 < 0.2$ 之較淺水深時，由於第二階波譜的能量快速增加，因此，各曲線斜率增加較快；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水時，由於非線性效應減弱而第二階波譜能量增加較少，故曲線近乎呈現直線情況。

圖 2-12 則為 TMA 波譜為第一階波譜時，其第二階波譜於 $\sigma/\sigma_{1p}=2.0$ 附近較高頻處之尖峰主頻密度值。由圖中結果得知，當 $d/L_0 < 0.2$ 時，各

曲線斜率的增加較快，此亦表示波浪的非線性效應較為強烈，產生於較高頻處之能量增加較大之故；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 時，由於非線性效應已弱，能量增加有限，故各曲線呈現近似直線的情況。至於第二階波譜於 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻處尖峰主頻值的結果則如前節圖 2-10 所示，由圖中結果亦顯現相類似的情況。

綜合上述所言，以第二階波譜的能量分佈型態、總能量的比值與較高頻及極低頻處尖峰主頻值等整體架構為考量，當 TMA 波譜為第一階波譜時，於 $d/L_0 < 0.2$ 之較淺水區域，因波浪的非線性效應較為強烈，造致第二階波譜的能量分佈有較大的變化；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水處，由於波浪的非線性效應已減弱，因此，其第二階波譜的能量分佈趨於固定型態。

三、修正型波譜為第一波譜之解析

由於波浪非線性效應於有限水深區域時較為顯著，因此，本文中引用之第一階波譜需適合於有限水深的波譜模式，方能求得較正確的第二波譜。但由於有限水深及至較淺水區域波浪的變化較為複雜，造致有限水深波譜模式的難求與莫衷一是，亦因如此，由第一階波譜所獲得的第二階波譜即更為不確定。假若能引用較為確切的深海型波譜，並加以一簡單化的水深影響參數作為有限水深的第二階波譜，且其求得的第二階波譜不致於有太大的誤差，如此，當可克服本文中所需求的第一階波譜困擾的問題。

由陳和湯(1987)的論著中得知，波譜分佈的特性與相對水深的關係為

$$\int_0^{\infty} S(\sigma) d\sigma \sim \sum_{n=1}^{\infty} \tanh^2 k_n d \quad (2-51)$$

由上式可知，有限水深的波譜與水深影響參數， $\tanh^2 kd$ ，成正比，為方便處理起見，水深影響參數以 $\tanh^2 k_0 d$ 表示之，其中 k_0 為深水時之週波數。因此，有限水深的波譜可以下列表示

$$S_c(\sigma) = S_1(\sigma) \tanh^2 k_0 d \quad (2-52)$$

式中 $S_1(\sigma)$ 為深海型波譜， $S_c(\sigma)$ 為修正型有限水深波譜。

為方便與前章 TMA 波譜之結果比較，此處之深海型波譜同樣引用 JONSWAP 波譜，同時以 $\gamma = 3.3$ 、2.08、1.0 等不同的波譜型態解析結果。因此，本章中將以如式(5-2)之修正型波譜為第一階波譜，解析波浪非線性效應產生的第二階波譜能量分佈的變化情況，此修正型波譜為 $S_j(\sigma) \tanh^2 k_0 d$ ， $S_j(\sigma)$ 為 JONSWAP 波譜。

雖然前章之第一階波譜 TMA 波譜亦含有 JONSWAP 波譜的型式，基本上，TMA 波譜係以區域性之現場實測資料修正 JONSWAP 波譜所獲得，而本文此處係以深海型波譜配合一簡單化之水深參數，提供解決有限水深波譜的困擾問題，只是為方便比較起見，深海型波譜仍以 JONSWAP 波譜為之。

3-1 第二階波譜形成之探討

本節中仍以改變 JONSWAP 波譜之尖峰集中度係數， γ 當作不同的第一階波譜，探討其第二階波譜能量分佈的變化情況。圖 2-13 為 $\gamma = 3.3$ 時，修正型 JONSWAP 波譜於各種水深的標準化型式，圖中座標表示皆以前章者相同。與圖 2-1 結果之比較，修正型 JONSWAP 波譜($\gamma = 3.3$)與 TMA 波譜者相近似，仍為能量集中尖銳之窄帶型波譜，但於 d/L_0 較小之較淺水處，其尖峰主頻右側之高頻處則顯現稍為寬廣，尤其於 $d/L_0 = 0.1$ 時，其尖峰主頻值較小外，較高頻處之能量曲線變化亦較大。

圖 2-14 則為修正型 JONSWAP 波譜($\gamma = 3.3$)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜能量分佈的變化情況。由於第一階波譜為窄帶型波譜，因此，其第二階波譜能量分佈的形成與前章所述者相類似，於較淺水區域有較大量的能量分佈，且較高頻之尖峰主頻位於 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 之處。惟因第一階波譜於 $d/L_0 = 0.1$ 時，其尖峰主頻較小且高頻處較為寬廣，因此，第二階波譜於 $d/L_0 = 0.1$ 時，其 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 較高頻處之尖峰主頻值明顯較小，且較高頻處之能量分佈呈現較為寬廣平滑。

圖 2-15 為 $\gamma = 2.08$ 之修正型 JONSWAP 波譜標準化型式，與圖 2-3TMA 波譜結果之比較，同樣的，於較淺水區域，其尖峰主頻右側高頻處較為寬廣平滑，且 $d/L_0 = 0.1$ 時，其差異性亦較大。

圖 2-16 則為上述修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜時，其第二階波譜的變化情況。與圖 2-4TMA 波譜結果作一比較，除了 $d/L_0 = 0.1$ 外，其餘水深情況由於第一階波譜的型態較為相似，因此，其所獲得之第二階波譜的整體型式亦相類似。而 $d/L_0 = 0.1$ 時，因第一階波譜主頻值與右側高頻的能量分佈有所差異，致使第二階波譜較高頻及極低頻處之能量較小，且較高頻處之能量分佈較為圓滑，其整體能量分佈變化的差異較 $\gamma = 3.3$ 者為小。

圖 2-17 為 $\gamma = 1.0$ 之修正型 JONSWAP 波譜的標準型式，由於此波譜屬於較寬廣海域的寬帶波譜型式，因此，其與圖 2-5 TMA 波譜的型態較相似。

圖 2-18 則為上述修正型 JONSWAP 波譜產生的第二階波譜的變化情況，與圖 2-6TMA 波譜的結果比較，由於兩者第一階波譜的相似性，因此，非線性效應產生的第二階波譜能量分佈的形成與變化情況亦極為近

似，皆為寬廣平滑的型式，且其與 TMA 波譜所得者的差異性又較 $\gamma = 3.3$ 與 $\gamma = 2.08$ 者為小。

綜合以上所述，以 $\tanh^2 k_0 d$ 為水深參數的修正型 JONSWAP 波譜，於各水深情況時，由於第一階波譜型態與前章 TMA 波譜者較為相似，因此，其非線性效應產生的第二階波譜，不論 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻處與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近較高頻處能量分佈的成因，或者整體型態變化的情況，皆有相似性，是故，以較簡化之 $\tanh^2 k_0 d$ 參數作為深海型波譜的水深影響參數，以求解有限水深情況波浪非性效應的第二階波譜，是為可行之道。

若純以深海型之 JONSWAP 波譜作為第一階波譜時，其產生之第二階波譜能量分佈的變化情況如何，以下將陳列其結果作為分析比較。圖 2-19 至圖 2-21 分別為 $\gamma = 3.3$ 、 2.08 、 1.0 之深海型 JONSWAP 波譜為第一階波譜時，其對應產生之第二階波譜的結果。由各圖中得知，第二階波譜的型態呈現出能量分佈較為集中尖銳的型式，於水深較淺處（尤其是 $d/L_0 = 0.1$ ），較高頻及極低頻處有較大的能量產生。與前述修正型波譜結果的比較，於 $d/L_0 \leq 0.2$ 之較淺水區域，除了波譜整體型態的不同外，於較高頻及極低頻處之尖峰主頻更呈現較大的差異，但於 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水區域，水深參數 $\tanh^2 k_0 d$ 已趨近於 1，兩者的第一階波譜較為相似，因此其第二階波譜的型態也趨於相似。

由以上論述可知，若以深海型波譜當作第一階波譜以求解非線性效應的第二階波譜時，需注意水深的影響，在較淺水情況可能獲致較大的誤差結果。

3-2 與 TMA 波譜結果之比較

應用一較簡化之水深參數的修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜，其所求得第二階波譜能量分佈型態的概況，已於前節中詳述，其結果與有限水深波譜 TMA 波譜所得者，依整體能量分佈的型態而言，產生的原因與變化的情況均極為近似，本節中將依第二階波譜的總能量與 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近較高頻處之尖峰主頻值的整體架構，以量化數據再作詳細的分析比較。

圖 2-22 為 $\gamma = 3.3$ 、2.08、1.0 等情況之修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜各別所得之第二階波譜的總能量比值圖，圖中縱座標 E_c 表示為修正型 JONSWAP 波譜的第二階波譜總能量， E_T 則為 TMA 波譜的第二階波譜總能量。由圖中結果顯示，於 $d/L_0 = 0.1$ 時，修正型 JONSWAP 波譜所得之第二階波譜總能量較 TMA 波譜所得者為小，約在 10% 內，其他水深情況則以修正型 JONSWAP 波譜所得者較大，於 $d/L_0 = 0.2$ 時，有較大的差異情況，所有情況結果差異約在 5% 以內。於 $d/L_0 = 0.1$ 水深時，由前節中得知，修正型 JONSWAP 波譜的能量較 TMA 波譜明顯為小，因此，其所產生的第二階波譜能量亦較小，究其原因，乃是修正型 JONSWAP 波譜的水深參數 $\tanh^2 k_0 d$ 中，當 $k_0 d$ 值較小時(即是 d/L_0 較小) \tanh 函數值快速減小，造致第一階波譜能量的降低。

圖 2-23 至圖 2-25 分別為 $\gamma = 3.3$ 、2.08、1.0 時，修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜所得之第二階波譜於 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近尖峰主頻密度值的比值圖，圖中縱座標 S_{cp} 為修正型 JONSWAP 波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻值， S_{Tp} 則為 TMA 波譜之尖峰主頻值，實線表示為極低頻尖峰主頻的比值曲線，虛線則為較高頻尖峰主頻的比值曲線。由各圖之結果可知，同樣的，於 $d/L_0 = 0.1$ 時，由於第一階波譜能量較小之故，修正型 JONSWAP 波譜所得之第二階波譜較高頻及極低頻的尖峰主頻值皆較 TMA 波譜所得為小，其差異情況，以 $\gamma = 3.3$ 者較大， $\gamma = 1.0$ 最小，比值差異約在 15%~24% 之間。其他水深情況，皆以修正型 JONSWAP 波譜所得

者較大，於 $d/L_0=0.15$ 時，其較高頻及極低頻處之比值差異約在 10% 以內；於 $d/L_0=0.2$ 時，比值差異則在 15% 以內，其他水深情況亦在 15% 以內。

綜合上述所言，以 $\tanh^2 k_0 d$ 為水深參數的修正型波譜所獲得之第二階波譜的能量分佈，依整體型態的形成原因與變化的情況，其結果與有限水深波譜產生的第二階波譜相近似。依第二階波譜的總能量與 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近較高頻處尖峰主頻值的分析比較而言，修正型波譜的結果與有限水深波譜者雖有所差別，但亦不致差異太大。因此，以 $\tanh^2 k_0 d$ 水深參數為深海型波譜之修正形式當作有限水深波譜的方式，確實可為有限水深波譜難求的困擾提供另一種解決的方法，惟於水深較淺區域(如 $d/L_0=0.1$)時，由於 $\tanh^2 k_0 d$ 值較快速變小，致使較尖銳型的窄帶波譜能量分佈之值受影響而有較大差異，為應用此方式須注意之處。

3-3 第二階波譜型態特性之探討

利用修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜所求取之第二階波譜能量分佈的變化情況已如前 3-1 節所描述。由於修正型波譜的型態與 TMA 波譜頗為近似，因此，其非線性效應產生的第二階波譜能量分佈的成因與型式亦如前 2-3 節所述，即是言，能量較集中尖銳的窄帶型第一階波譜(如 $\gamma = 3.3$)，其所獲致之第二階波譜能量亦較尖銳集中於 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 之較高頻處(如圖 2-14)；若第一階波譜屬於寬廣平滑的寬帶型波譜(如 $\gamma = 1.0$)，則其第二階波譜於較高頻處的能量分佈亦較寬廣平滑，且其尖峰主頻會往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 之更高頻處位移(如圖 2-18)。

由於水深較淺時，波浪的非線性效應較為強烈，致使有較大的第二階波譜的能量分佈。當水深較大時，波浪的非線性效應已減弱，第二階

波譜的能量增加較少，其能量分佈型態則趨於固定。同樣地，本節中將探討第二階波譜總能量與其較高頻及極低頻處之尖峰主頻值於各種水深的變化情況。

圖 2-26 為 $\gamma = 3.3$ 、 2.08 、 1.0 之修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜時，其對應產生的第二階波譜總能量與第一階波譜總能量的比值圖。由圖中結果可知，各曲線於各種水深的變化情況與前章圖 2-11 的結果很相似，當 $d/L_0 < 0.2$ 之較淺水處，由於波浪的非線性效應較大，其第二階波譜的能量增加較快，因此，各曲線斜率增加較大；反之，當 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水處，由於非線性效應已減弱，第二階波譜能量減小，故曲線呈現近似直線情況。

圖 2-27 與圖 2-28 則分別為 $\gamma = 3.3$ 、 2.08 、 1.0 之修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜時，其產生之第二階波譜於 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 附近較高頻處之尖峰主頻密度值。由各圖中顯示，極低頻與較高頻之尖峰主頻值於各種水深的變化情況與 TMA 波譜所得者相似，當 $d/L_0 < 0.2$ 時，波浪的非線性效應較強烈，尖峰主頻值增加較快，是故曲線斜率較大；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 時，非線性效應已減弱，故有較小的尖峰主頻值。

綜合上述所言，修正型 JONSWAP 波譜為第一階波譜時，其第二階波譜的總能量與較高頻及極低頻處的尖峰主頻於各種水深的變化情況，與 TMA 波譜所得之第二階波譜頗為相似。因此，本節的結果亦以 $d/L_0 < 0.2$ 之較淺水區域，界定為波浪的非線性效應較為強烈，而 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水區域，波浪的非線性效應較微弱，第二階波譜的能量分佈則趨於固定型態。

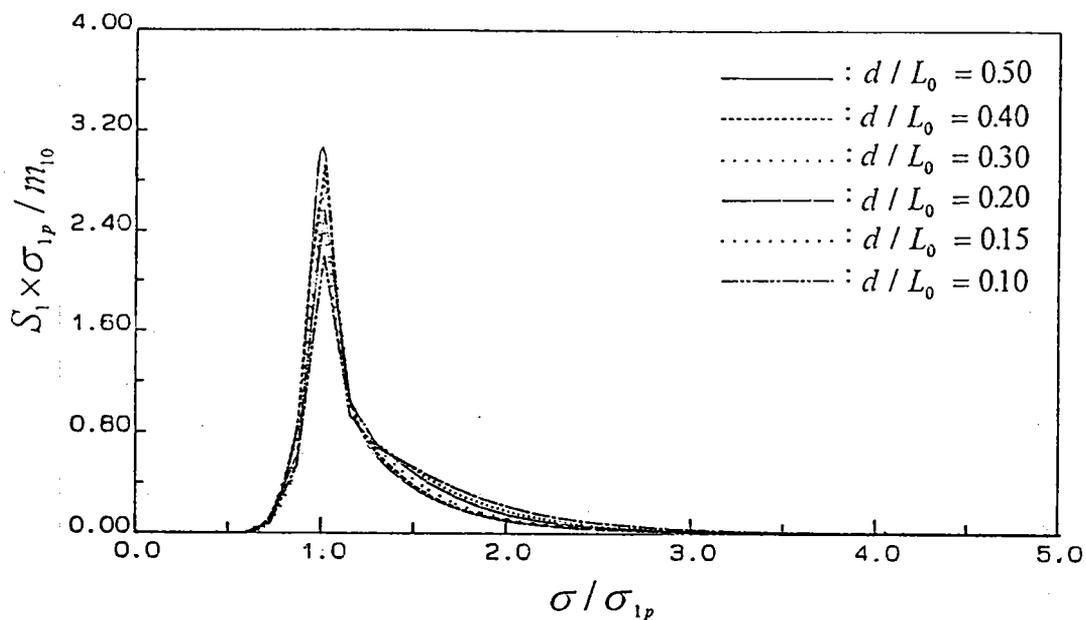


圖 2-1 TMA 波譜($\gamma=3.3$)於各種水深之標準化波譜

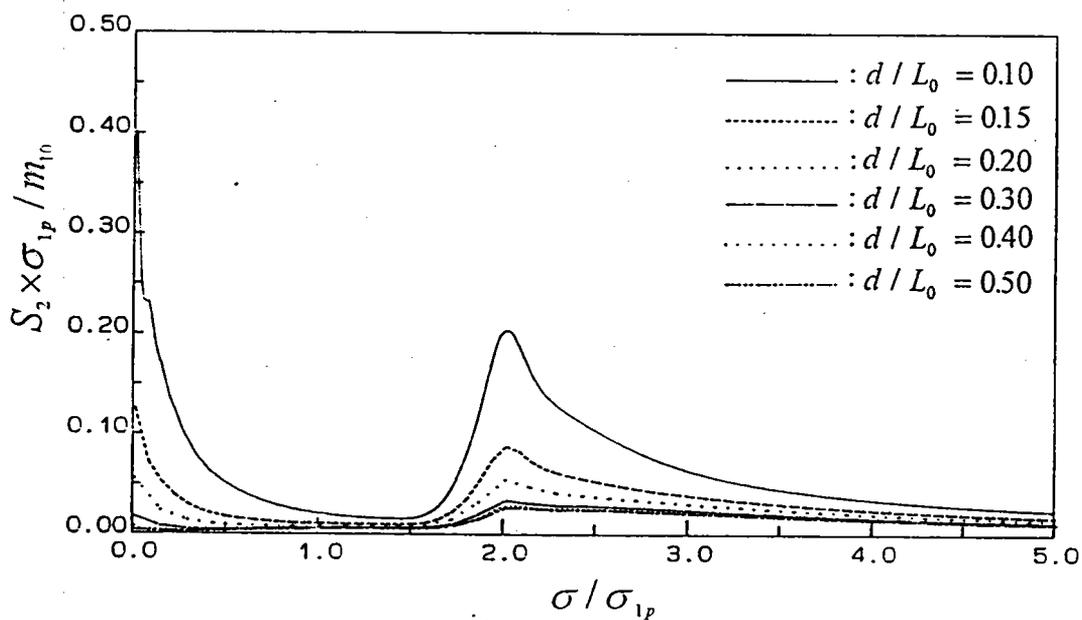


圖 2-2 TMA 波譜($\gamma=3.3$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜

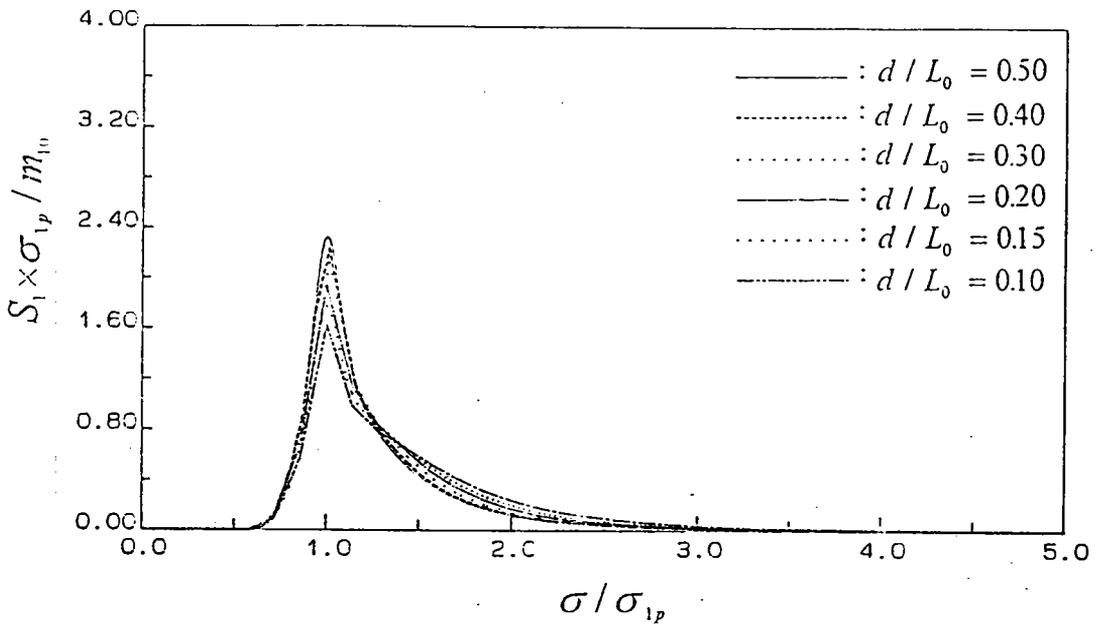


圖 2-3 TMA 波譜($\gamma=2.08$)於各種水深之標準化波譜

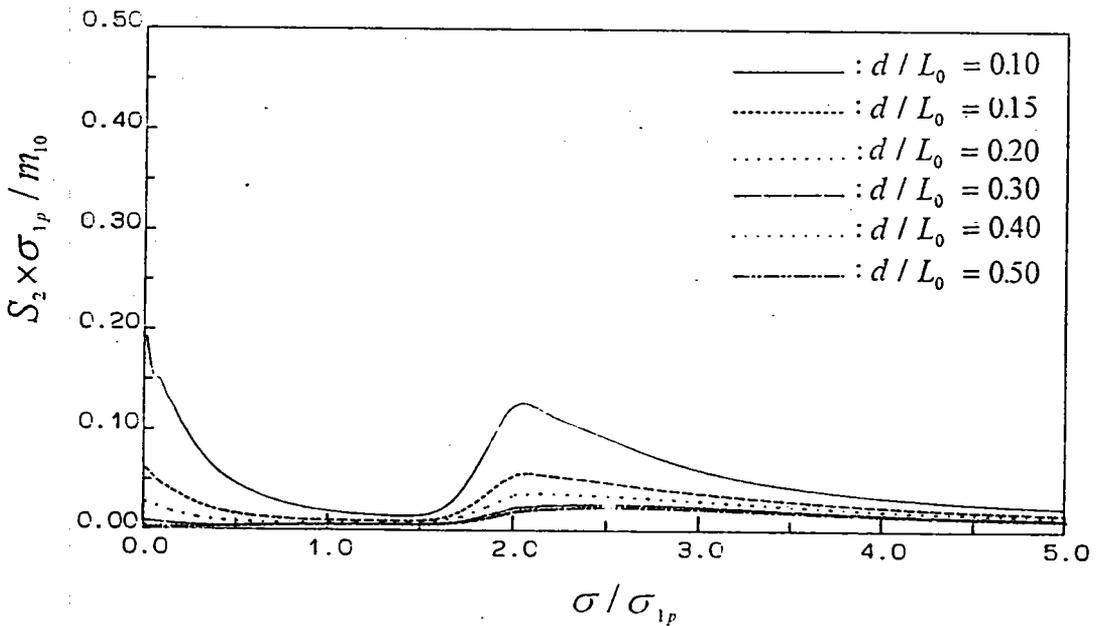


圖 2-4 TMA 波譜($\gamma=2.08$)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

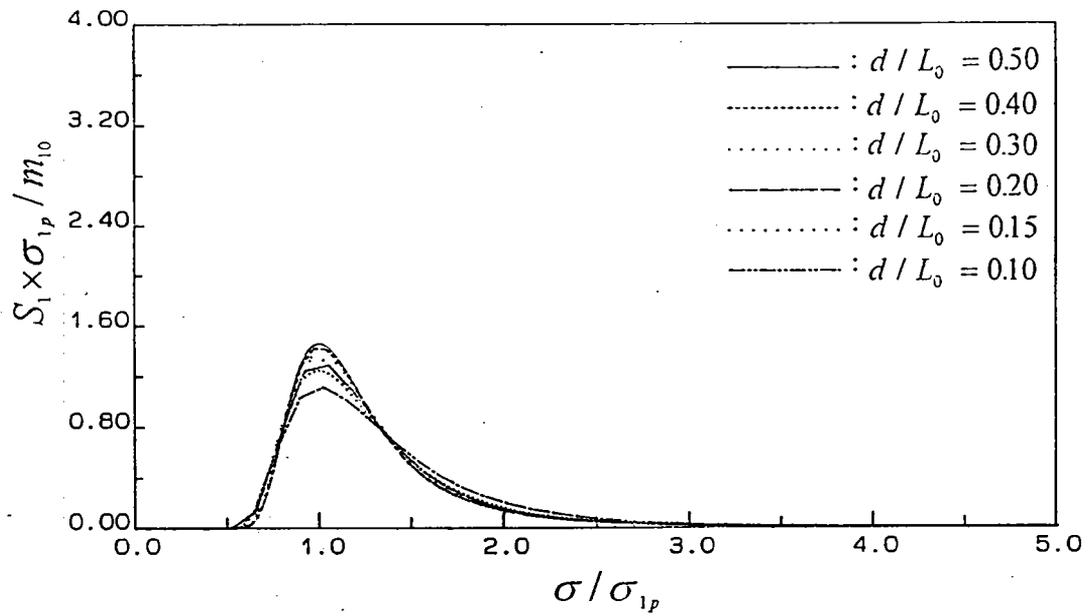


圖 2-5 TMA 波譜($\gamma=1.0$)於各種水深之標準化波譜

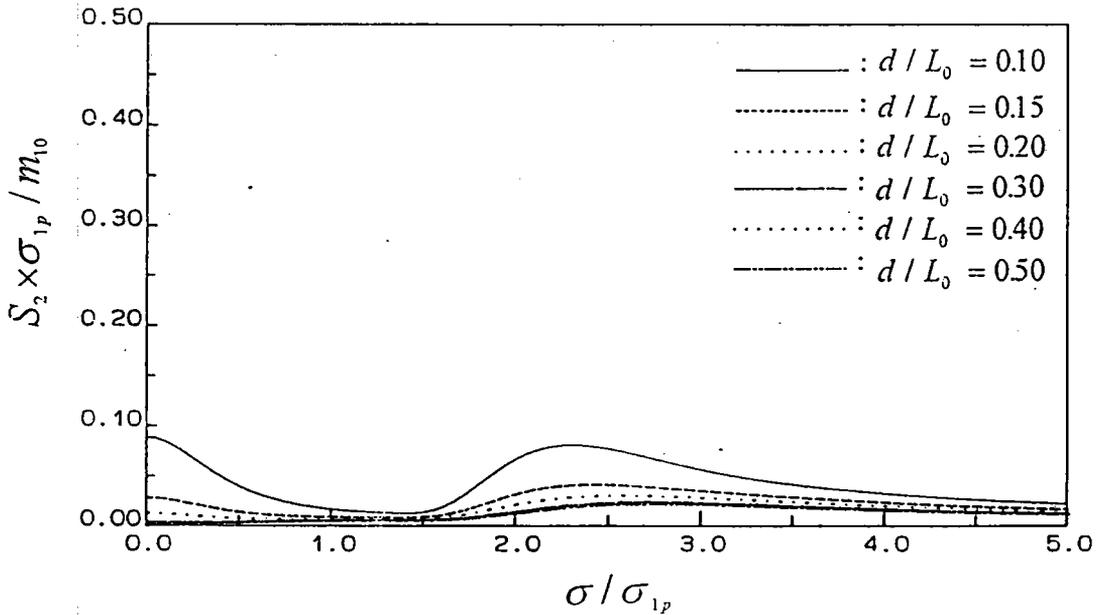


圖 2-6 TMA 波譜($\gamma=1.0$)為第一階波譜時,各種水深之第二階波譜

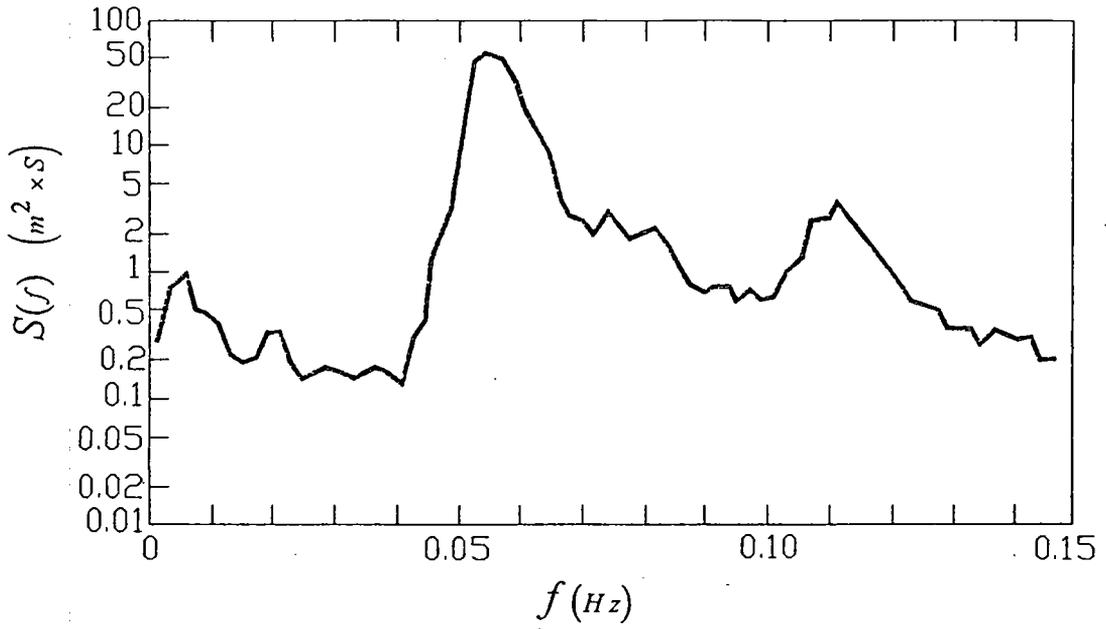


圖 2-7 Goda(1983)實測分析之波譜(1981 於 Costa Rica)

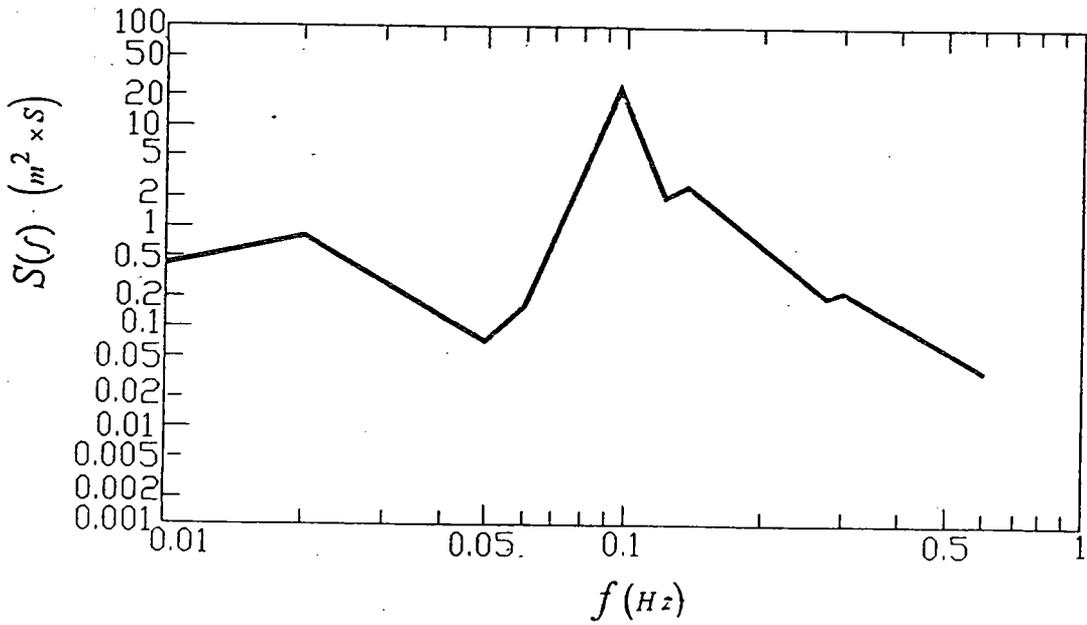


圖 2-8 Ou(1977)實測分析之波譜(1972 於 台中港)

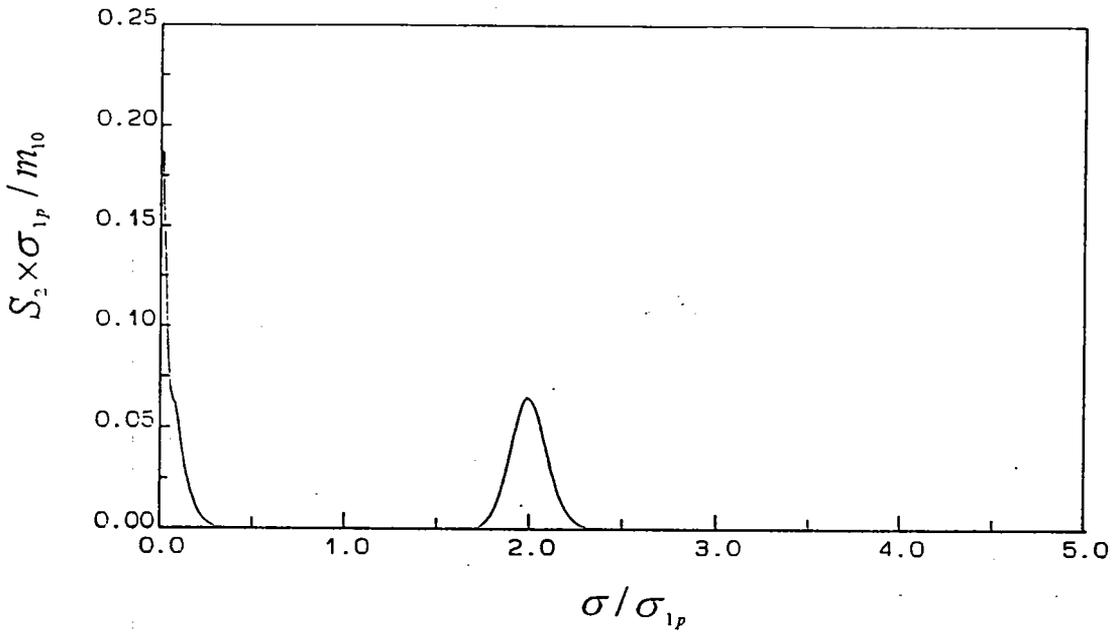


圖 2-9 陳和湯(1987)模式為第一階波譜所得之第二階波譜

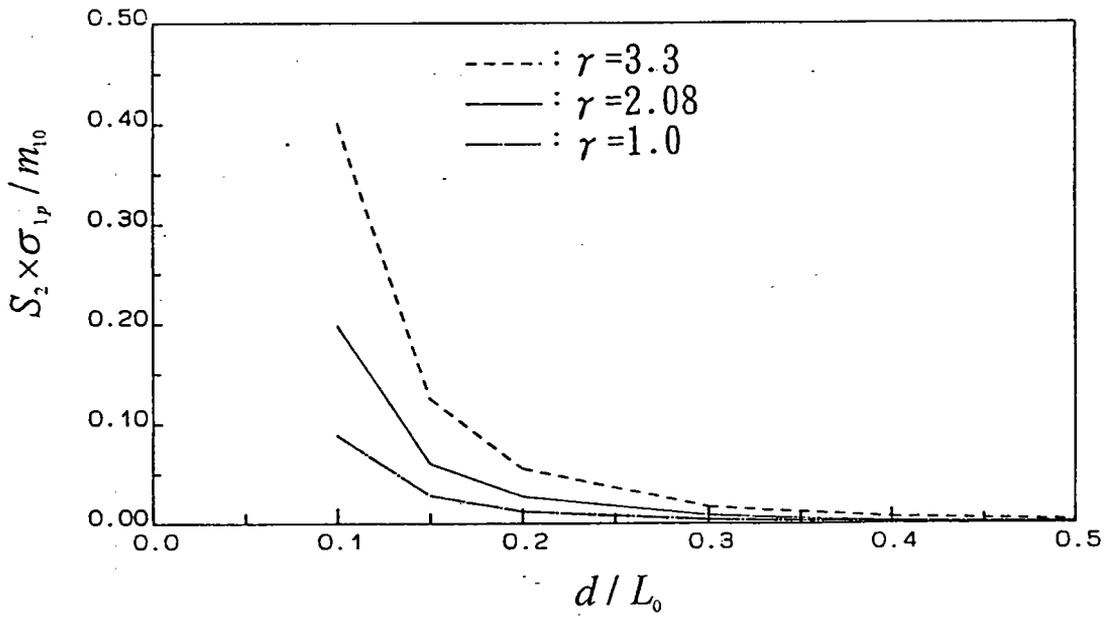


圖 2-10 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜極低頻處之尖峰主頻密度值

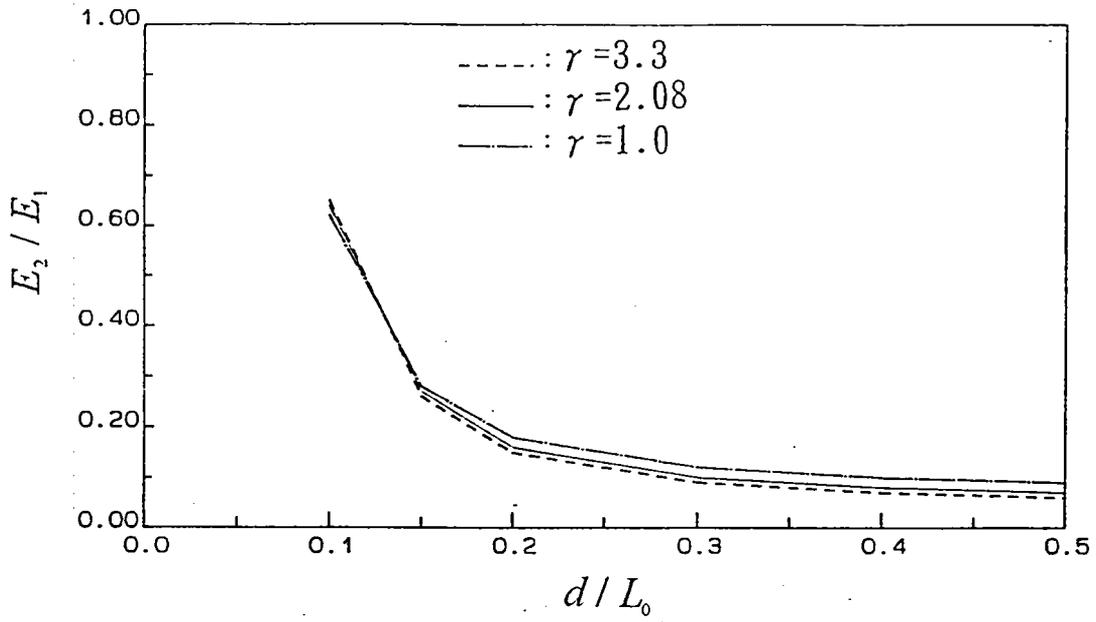


圖 2-11 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜與第一階波譜總能量比值(E_1 為第一階波譜總能量， E_2 為第二階波譜總能量)

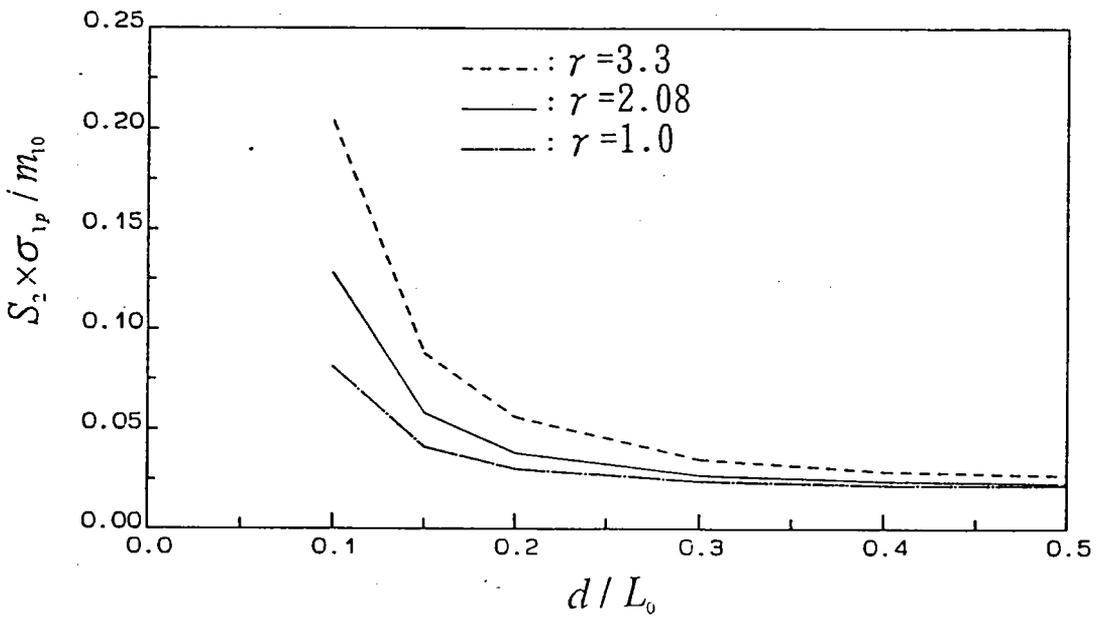


圖 2-12 TMA 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜較高頻處之尖峰主頻密度值

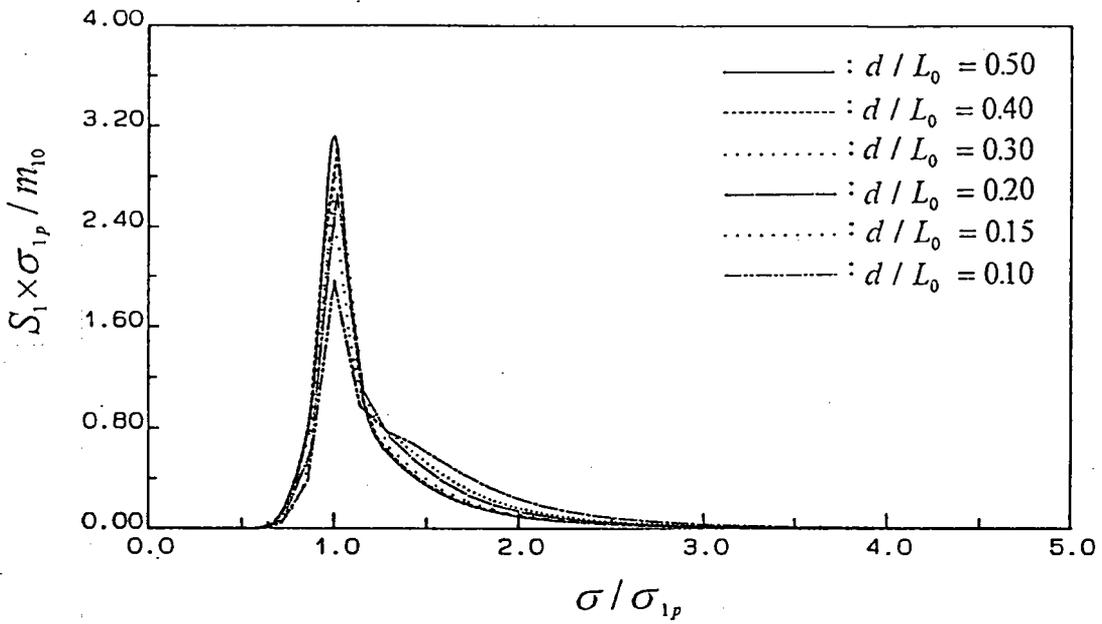


圖 2-13 修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$)於各種水深之標準化波譜

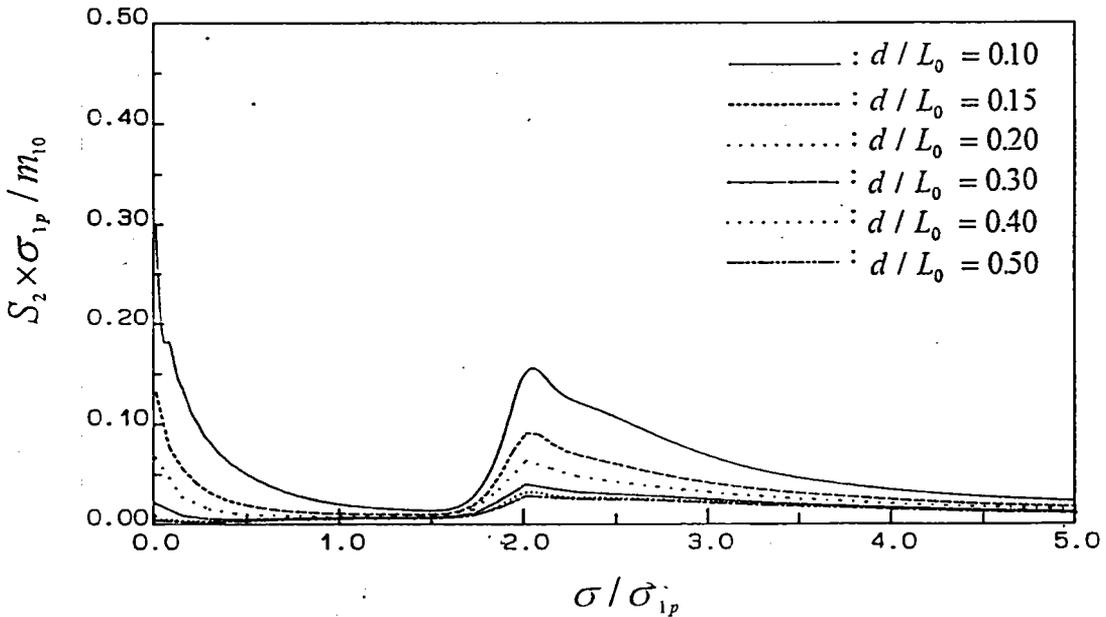


圖 2-14 修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

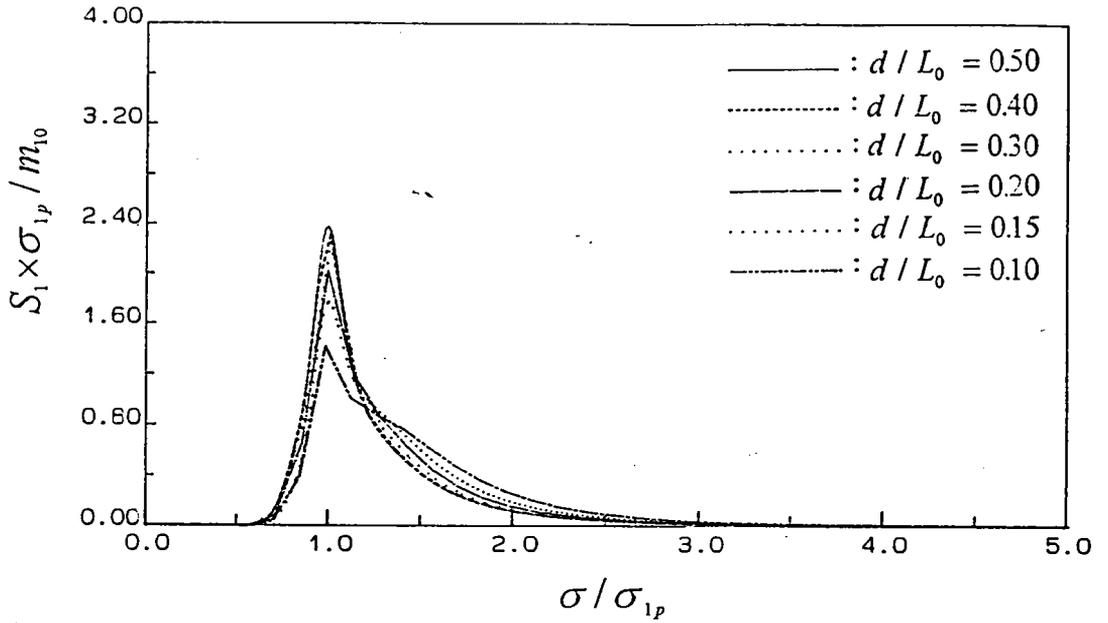


圖 2-15 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma = 2.08$) 於各種水深之標準化波譜

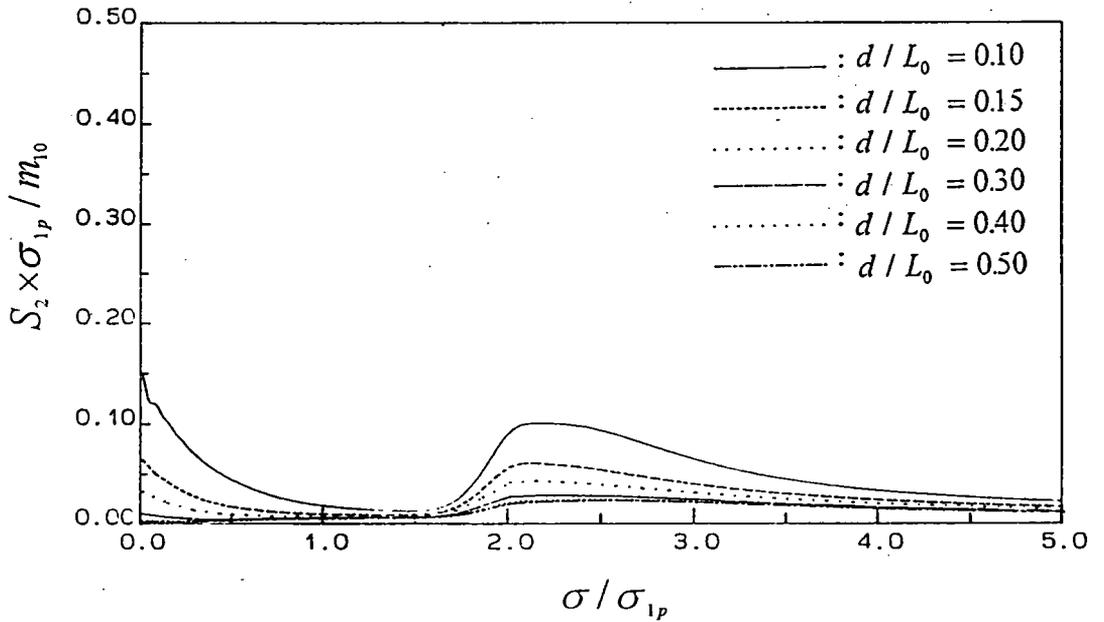


圖 2-16 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma = 2.08$) 為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

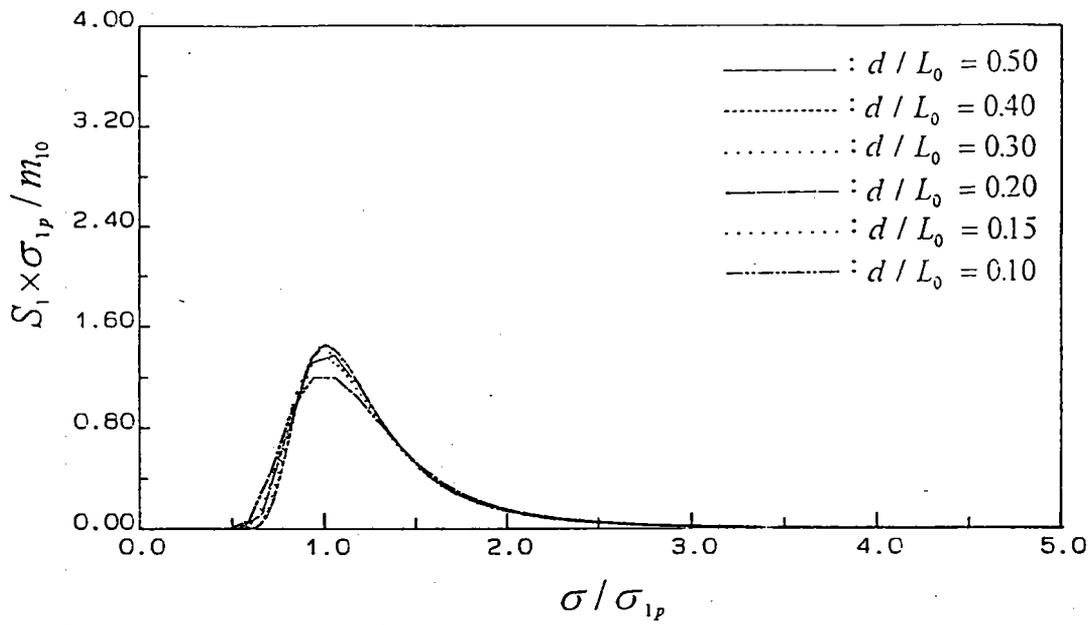


圖 2-17 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma = 1.0$) 於各種水深之標準化波譜

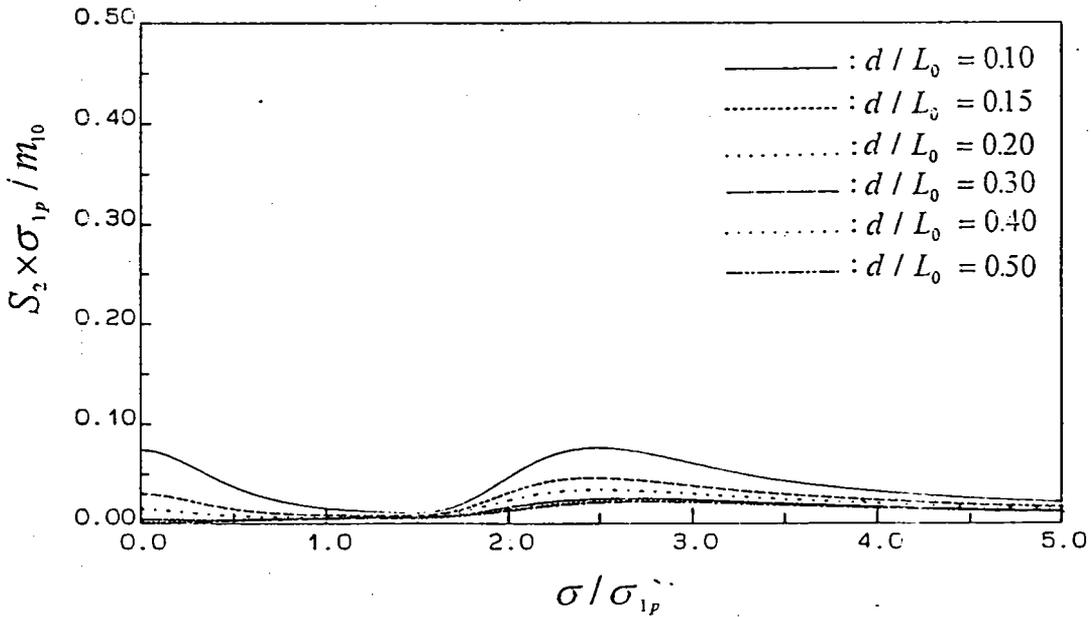


圖 2-18 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma = 1.0$) 為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

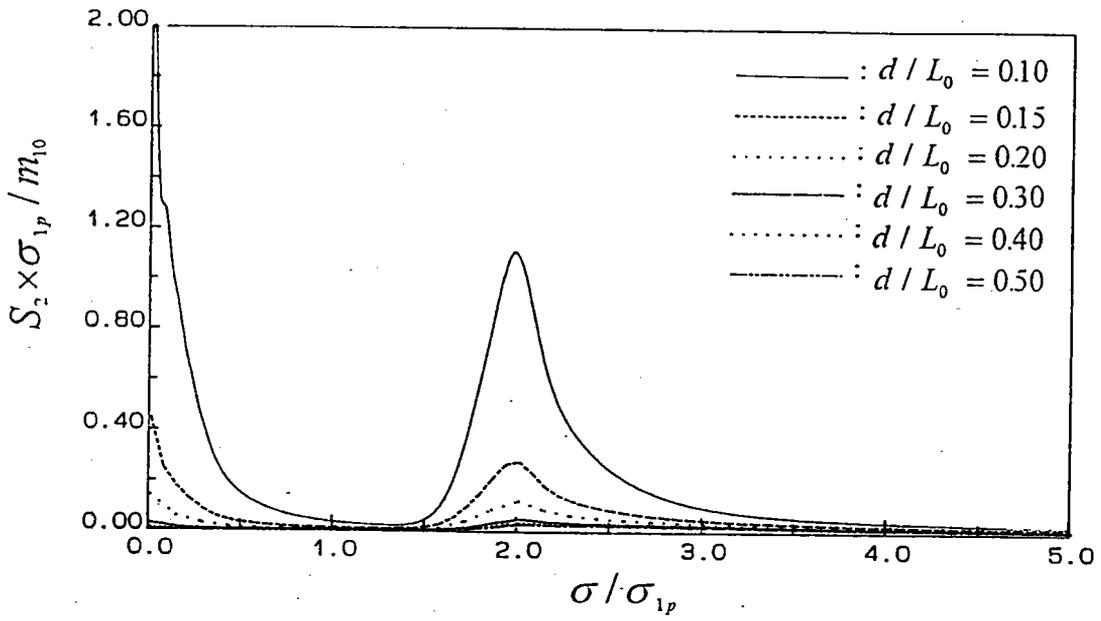


圖 2-19 深海型 JONSWAP 波譜($\gamma = 3.3$)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

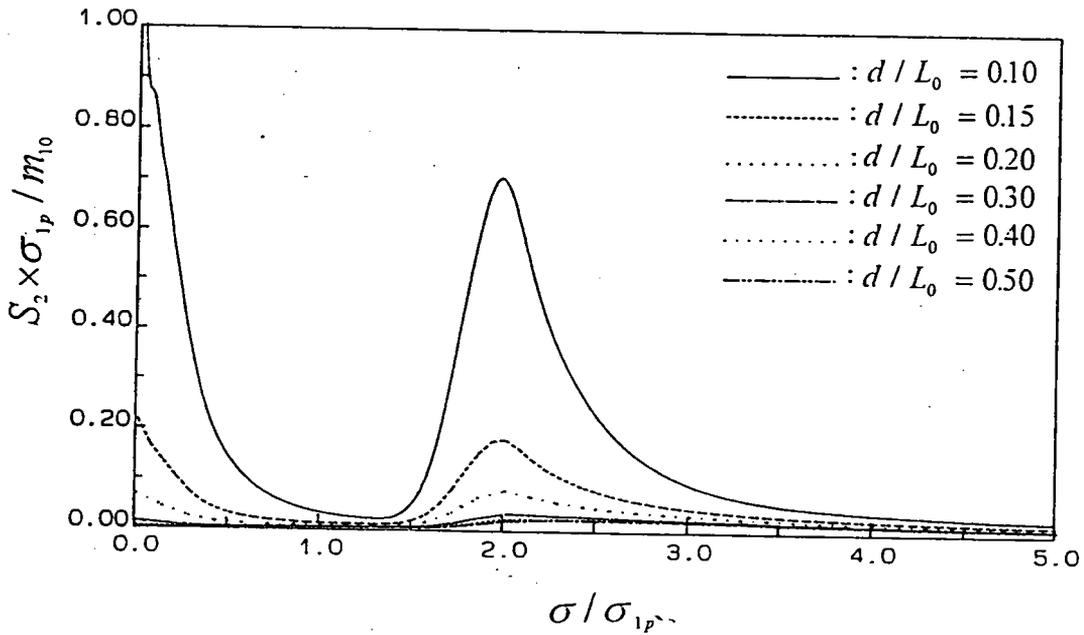


圖 2-20 深海型 JONSWAP 波譜($\gamma = 2.08$)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

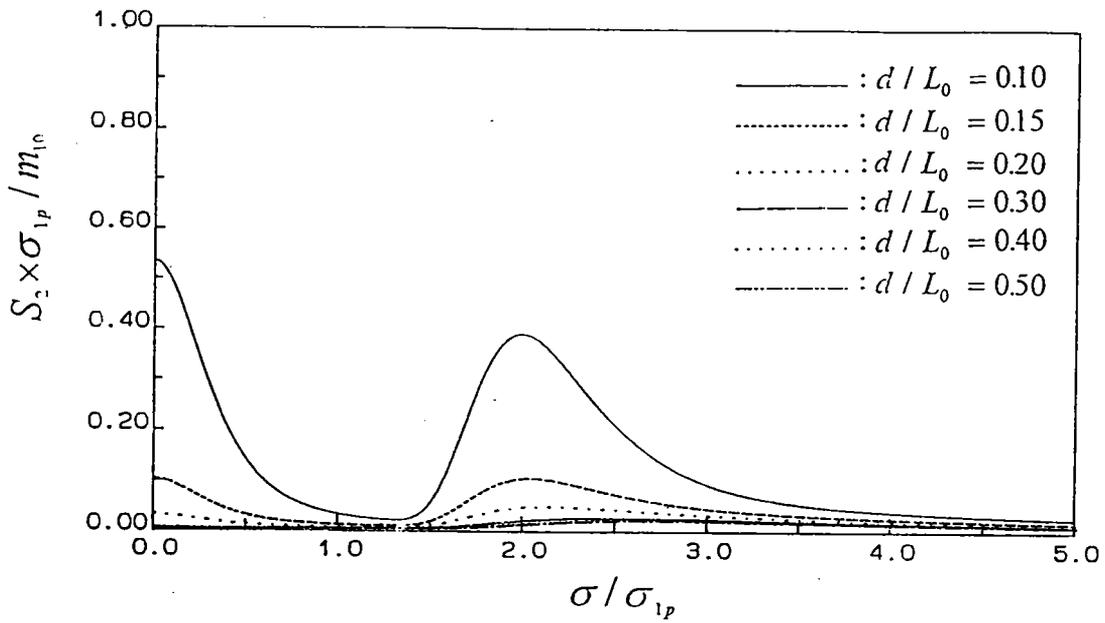


圖 2-21 深海型 JONSWAP 波譜 ($\gamma=1.0$) 為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜

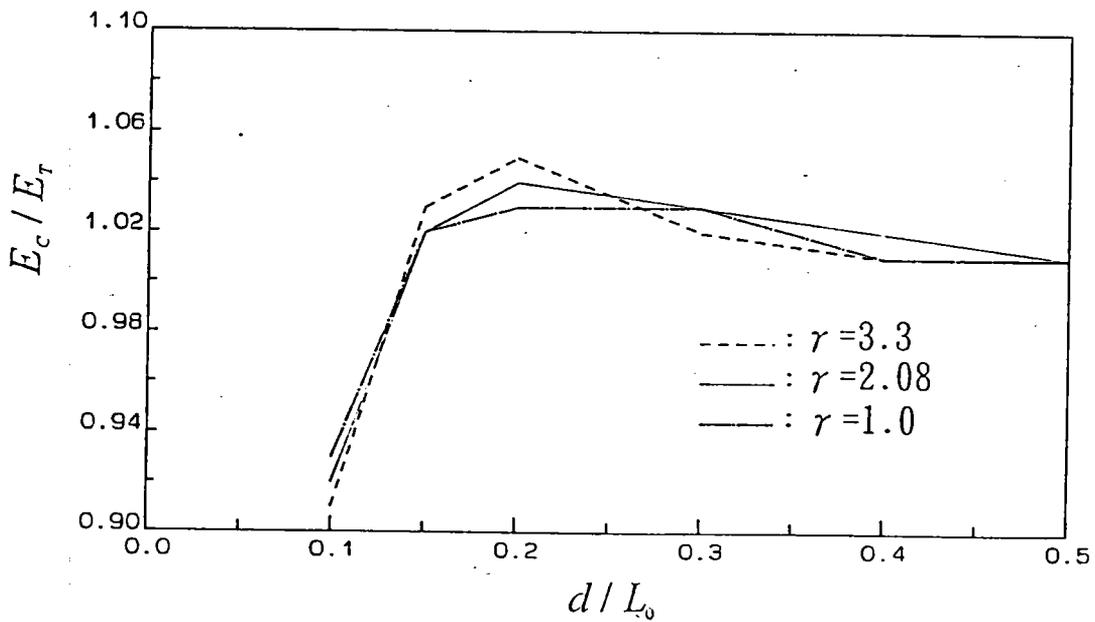


圖 2-22 修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜之第二階波譜總能量比值 (E_c 為修正型 JONSWAP 波譜之第二階波譜總能量， E_T 為 TMA 波譜所得者總能量)

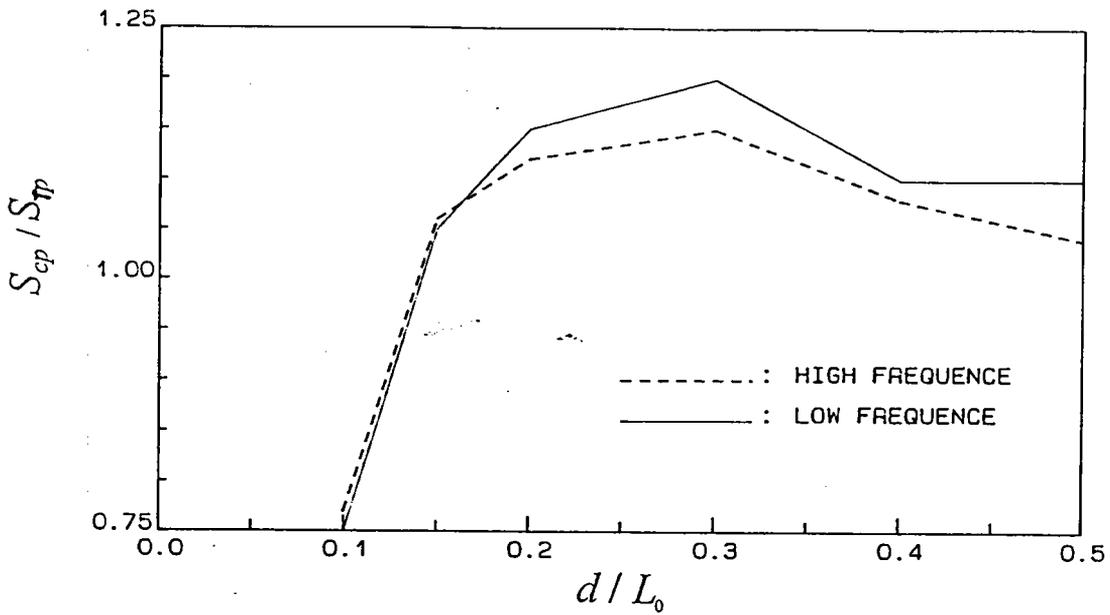


圖 2-23 修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=3.3$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值(實線為極低頻處比值, 虛線為較高頻處比值。 S_{cp} 為修正型 JONSWAP 第二階波譜之尖峰主頻密度值, S_{tp} 為 TMA 波譜第二階波譜之尖峰主頻密度值)

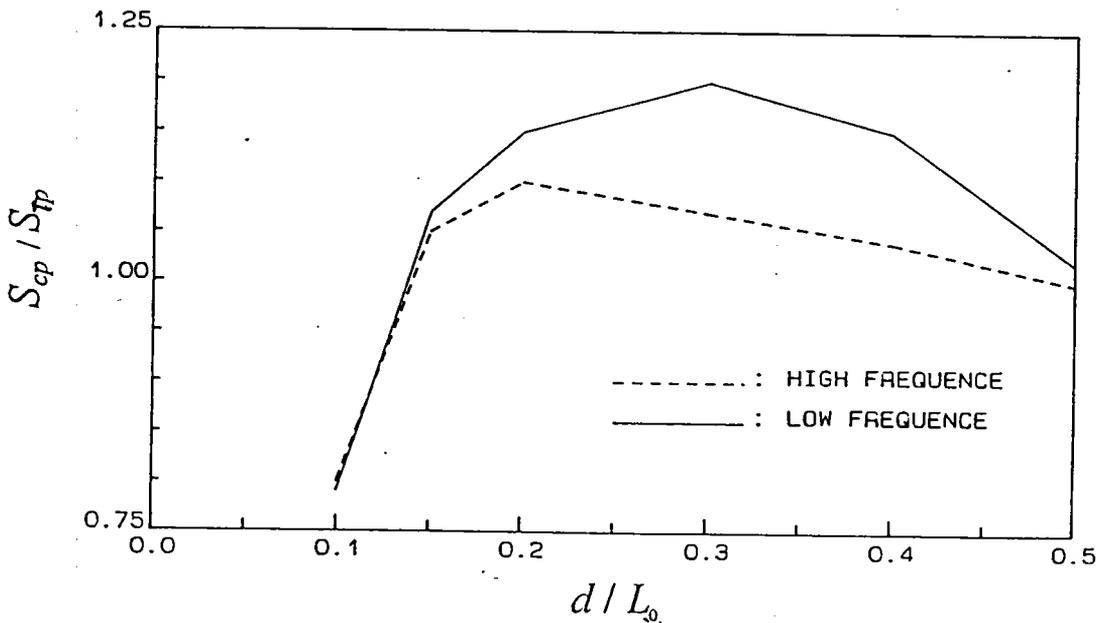


圖 2-24 修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=2.08$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值

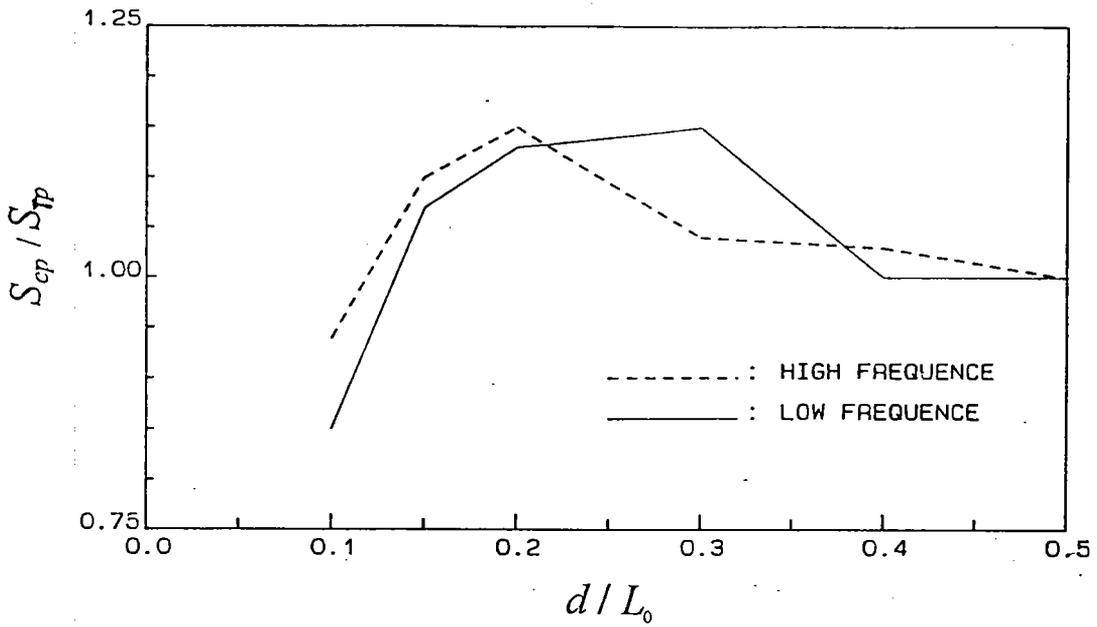


圖 2-25 修正型 JONSWAP 波譜與 TMA 波譜($\gamma=1.0$)之第二階波譜較高頻及極低頻處尖峰主頻密度比值

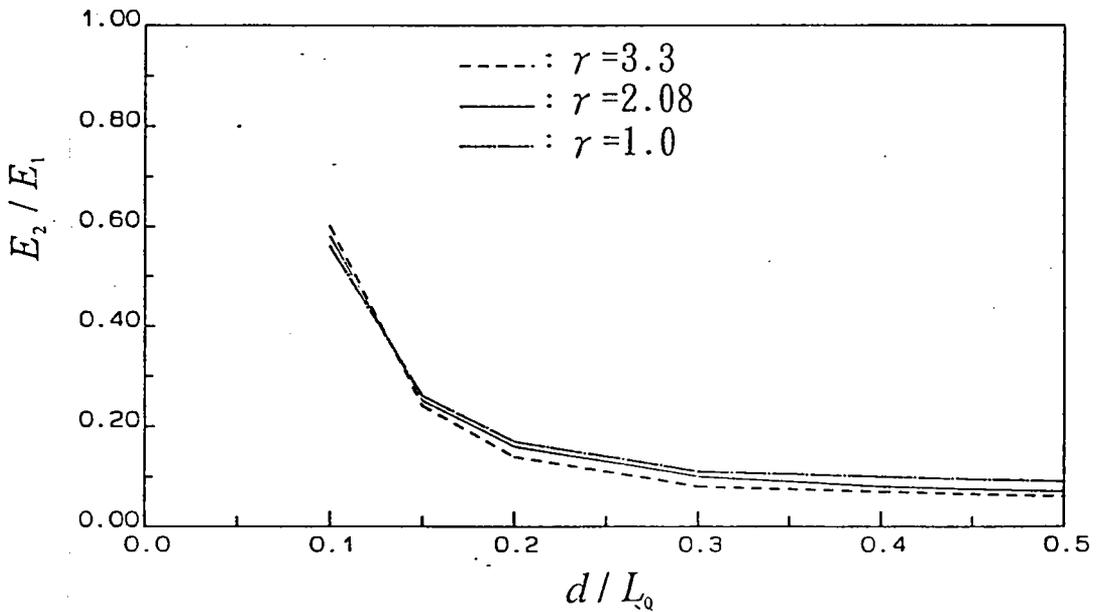


圖 2-26 修正型 JONSWAP 波譜($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0)為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜與第一階波譜總能量比值(E_1 為第一階波譜總能量， E_2 為第二階波譜總能量)

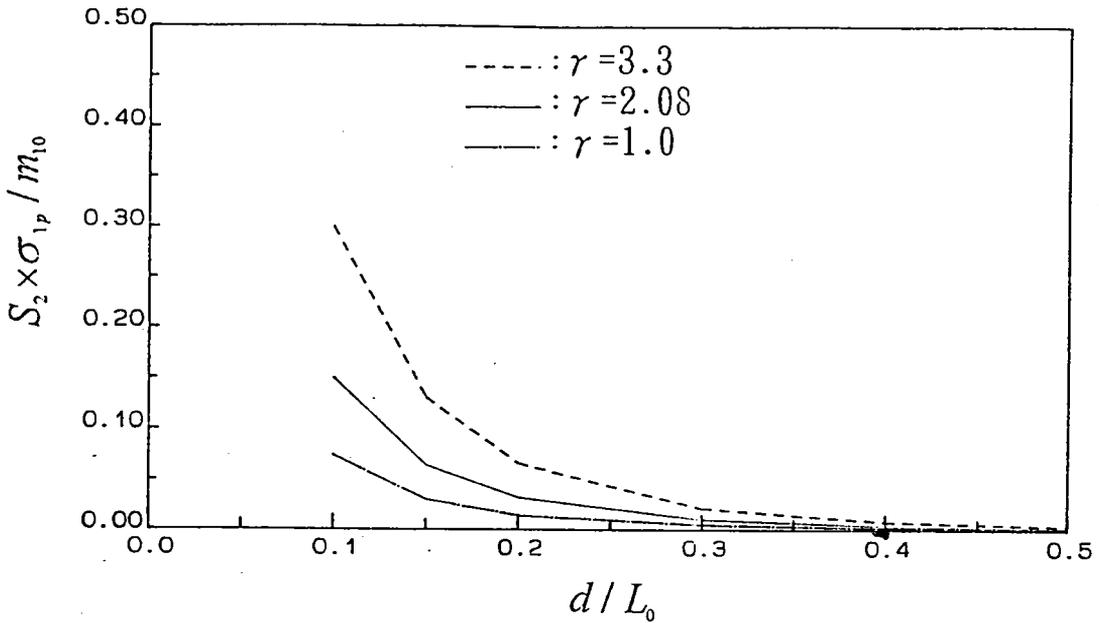


圖 2-27 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0) 為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜極低頻處之尖峰主頻密度值

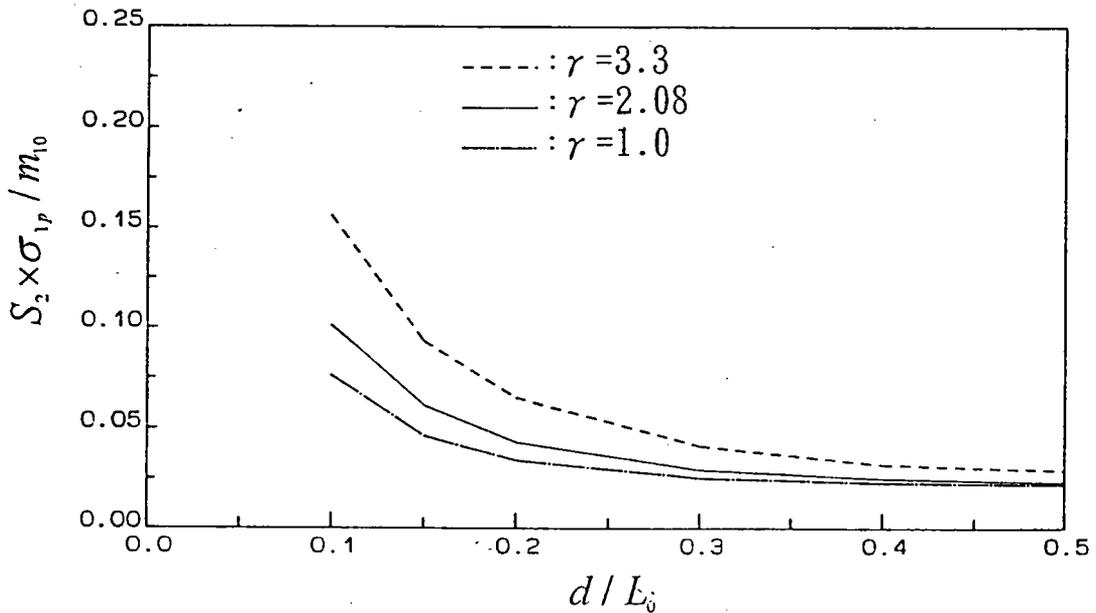


圖 2-28 修正型 JONSWAP 波譜 ($\gamma=3.3$ 、 2.08 、 1.0) 為第一階波譜時，各種水深之第二階波譜較高頻處之尖峰主頻密度值

參、試驗結果與探討

一、試驗過程

1-1 設備與儀器

本試驗乃是利用台中港灣技術研究所風洞試驗室中的斷面水槽進行，其試驗設備與儀器如下：

(1) 斷面水槽

槽長100公尺，寬1.5公尺，高2公尺，右端設置一造波機。並設置一處玻璃段以便觀察波浪進行時的變化。

(2) 造波機

為一油壓式 (*piston*) 造波機，置於斷面水槽右端，由電腦控制可依試驗需求造出各種不同的規則波與不規則波。

(3) 電容式波高計、增幅器、電腦

此套系統經由波高計感應水位訊號，藉由增幅器放大水位訊號，再由電腦完成蒐集資料。

1-2 模型佈置

本試驗的底床共分兩大類：一為水平底床，二為斜面底床（斜度包括1：30與1：50兩種），詳述如下：

(a) 水平底床

模型佈置一共可分四區，分別為深水區、斜面段、淺水區與消能段。深水區自造波機起共35公尺，此區設置2支波高計，其位置分別距離造波機25公尺與26公尺，所測得知水位訊號即代表深海之入射波訊號。斜面段長12公尺斜率為1：30，此區為一緩衝區，連接深水區與淺水區。淺水區一共長40公尺，此區共配置14支波高計，其波高計的間距為不等間距，第一支波高計距離淺水區與斜面斷起1.38公尺。最後一段為消能設施，此段為深水區並配置多孔板做為消能設施。配置圖如圖2-1所示。

(b) 斜面底床

由於考慮實際海洋地形並非為一水平底床而台灣西部海岸底床十分平緩，因此本次實驗斜面底床的斜率共分1：30與1：50，其基本模型如同水平底床，但將其斜面段延長，波高計也採不等間距，以測波浪在有斜度變化的底床其變化為何。佈置圖如圖3-2與圖3-3所示。

1-3 試驗條件

斜面底床試驗中其斜面的斜度分別為1：30與1：50，本試驗只做一種水深，在深水區之水深為90公分，同時每一波浪條件分別做Pierson-Moskowitz與JONSWAP兩種不同波譜型態的不規則波浪。而在斜坡則有各種水深的波浪可供分析討論。

資料的取樣頻率為30Hz，並且為確保資料的真實性，不受反射波的影響，其取樣時間為120秒。

由於碎波的影響並不是本次試驗所考慮的，因此必須注意波浪由深水區至淺水區的變化。由波浪理論可知，波浪自深水區至淺水區其波速、波長、波高都會發生變化。波高的變化尤為明顯，它會隆起且能量集中於波峰形成類似孤立波之波形，而容易造成碎波。而為了確保不發生碎波現象，根據Miche及濱田之淺海碎波界限

$$\frac{H_b}{L_b} = 0.142 \tanh \frac{2\pi h_b}{L_b} \quad (3-1)$$

作為造波前輸入電腦造波之依據。

本次試驗主要是針對淺水波，由波浪理論可知淺水波發生的條件為相對水深 (h/L) 小於0.5 (包括中間性水深 $0.05 < h/L < 0.5$ 與淺水波 $h/L < 0.05$)，本次研究所得之斜面底床試驗的波浪參數如表3-1、表3-2、表3-3所示。

表3-1 水平底床實驗之波浪統計參數表

水深d (cm)	10-50	波高水深比 $H_{1/3}/d$	0.099-0.5
主頻 f_p (Hz)	0.352-1.289	Ursell number	1.175-80.5
波高 $H_{1/3}$ (cm)	1.18-11.14	Goda 之Gs參數	0.033-0.37
波浪尖銳度 $H_{1/3}/L_p$	0.0096-0.042	相對水深 d/L_p	0.055- 0.313

表3-2 底床斜率1:30實驗之波浪統計參數表

水深d (cm)	90	波高水深比 $H_{1/3}/d$	0.083-0.43
主頻 f_p (Hz)	0.264-1.143	Ursell number	0.32-131.9
波高 $H_{1/3}$ (cm)	4.64-9.14	Goda 之Gs參數	0.033-0.59
波浪尖銳度 $H_{1/3}/L_p$	0.009-0.0524	相對水深 d/L_p	0.051-0.5133

表3-3 底床斜率1:50實驗之波浪統計參數表

水深d (cm)	90	波高水深比 H/d	0.11-0.62
主頻 f_p (Hz)	0.293-1.025	Ursell number	0.74-225
波高 $H_{1/3}$ (cm)	2.21-11.16	Goda 之Gs參數	0.036-1.01
波浪尖銳度 H/L_p	0.01-0.056	相對水深 d/L_p	0.052-0.408

1-4 資料收集與處理

各波高計於試驗前先做波高的率定（校正），以確保資料收集的準確性。試驗所得的資料為波高計所感應的連續電壓信號先經由增幅器（Amplifier）放大後再經由A/D卡轉換為數位訊號（Digital data），然後由電腦收集資料。

資料分析方法大致可分下列幾種：

(1) 能量頻譜（Power Spectrum）即一階能譜

本次試驗數據一共120秒，取樣頻率為30Hz，即整組數據為3600點。為了取得成熟且不受反射波的影響之資料，則每次

分析資料取其2048點數據作一組，每組共兩個樣本，每個樣本共1024點，對每一樣本做快速傅立葉轉換（FFT），以求得水位之能量頻譜。在統計上為提高其信賴度，將能量頻譜取7條頻譜線移動平均作為最後的能量頻譜。波高之能量頻譜之定義如下：

$$\phi_{xx}(f) = E[X(f)X^*(f)] \quad (3-2)$$

其中，

$E[]$ ：代表樣本平均

f ：代表頻率

$X(f)$ ：時間訊號 $x(t)$ 之傅立葉係數

$X^*(f)$ ： $X(f)$ 之共軛複數

$\phi_{xx}(f)$ ：訊號 $x(t)$ 之能量頻譜密度函數

在不同水深、不同波浪條件下，各種波浪特性不同，其波譜也不同，若欲比較不同波譜的形狀，則需將它正規化（Normalized）如下所示：

$$\frac{\phi(f)f_p}{m_0} = F\left(\frac{f}{f_p}\right) \quad (3-3)$$

其中，

f_p ：主頻率

m_0 ：波浪之總能量 = $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(f)df$

(2) 雙階頻譜 (*Bispectrum*)

由於本次試驗所得之數據點數不足，為了彌補點數不足的缺點，其雙階頻譜的計算方法是將總點數2048點分為雙個樣本，將每個樣本後再加上1024點的0值，使得每個樣本總數為2048點，然後進行快速傅立葉轉換求得雙階頻譜，並且取其15條頻譜線作移動平均作為最後的雙階頻譜，雙階頻譜的定義如下：

$$B(f_i, f_j) = E[X(f_i)X(f_j)X^*(f_{i+j})] \quad (3-4)$$

而雙階係數 (*bicoherence*) b^2 則為

$$b^2(f_i, f_j) = \frac{|B(f_i, f_j)|^2}{E[|X(f_i)X(f_j)|^2]E[|X(f_{i+j})|^2]} \quad (3-5)$$

其中，

$B(f_i, f_j)$ ：訊號 $x(t)$ 之雙階頻譜

$b^2(f_i, f_j)$ ：訊號 $x(t)$ 之雙階係數

二、實驗結果與討論

2-1 通用型之正規化標準波譜

波譜型態常與風速、吹送距離及吹送時間有關。當吹送距離短時風

浪達到飽和所需的時間較短，吹送距離長時風浪達到飽和所需的時間較長。而風速越大達到飽和時的風浪規模也越大。一般實驗室中之風浪因吹送距離短，較易達到飽和狀態，故其波譜能量集中波譜形狀較陡；實際海洋上的風速則因吹送距離長、較不易達到飽和狀態，故波譜形狀較為平緩。一般海洋較常用的波浪頻譜模式有Pierson-Moskowitz與JONSWAP兩種。其中Pierson-Moskowitz模式能量較為分散形狀較為平緩；JONSWAP模式能量較為集中形狀較為尖銳。欲描述實測海洋風浪波譜形狀的時候，我們常把這兩種模式一般化或正規化來使用。

若將Pierson-Moskowitz波譜予以正規化可得Pierson-Moskowitz之通用型標準波譜表示式如下：

$$\frac{\phi(f)f_p}{m_0} = \frac{n}{\Gamma\left(\frac{m-1}{n}\right)} \left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m-1}{n}} \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-m} \exp\left[\frac{-m}{n}\left(\frac{f}{f_p}\right)^{-n}\right] \quad (3-6)$$

式中，

m ：波譜形狀參數

n ：波譜形狀參數

Γ ：Gamma函數

式(6)中的 m 、 n 是個變數，改變 m 、 n 值可得到各種不同形狀的波譜。由於 n 值的大小於本次研究中影響不大，故令 n 值等於4，改變 m 值得到各種不同的波譜形狀。不同 m 值之Pierson-Moskowitz波譜形狀如圖3-4所示。

將 JONSWAP 波譜修正且正規化後得到 JONSWAP 之通用型標準波譜表示式如下所示：

$$\frac{\phi(f)f_p}{m_0} = K \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-5} \exp \left(-\frac{5}{4} \left(\frac{f}{f_p} \right)^{-4} \right) \left\{ \gamma \left[\frac{\left(\frac{f}{f_p} \right)^{-1}}{\sqrt{2}\sigma} \right]^2 \right\} \quad (3-7)$$

式中，

$$\sigma = 0.07 \quad f \leq f_p$$

$$\sigma = 0.09 \quad f > f_p$$

$$K : \text{正規化係數} = \frac{1}{\int_0^{\infty} \hat{f}^{-5} \exp\left(-\frac{5}{4} \hat{f}^{-4}\right) (\gamma^{\exp A}) d\hat{f}}$$

$$\hat{f} : \frac{f}{f_p}$$

$$A : -\frac{(\hat{f}-1)^2}{2\sigma^2}$$

γ : 波譜形狀參數

調整不同的 γ ，可得到各種不同的 JONSWAP 波譜形狀。不同 γ 值之 JONSWAP 波譜形狀如圖 3-5 所示，但當 $\gamma < 0.9$ 時即產生雙峰而與一般正常型態不同，故通常並不考慮 $\gamma < 0.9$ 以下的情況。

2-2 波譜形狀的變化

本次實驗對於波譜形狀的探討大致上可分為兩類加以研究，分裂型與不分裂型兩類，兩者大致以相對水深 0.05 為界線，大於 0.05 其波譜形狀與一般波譜一樣具有單峰型，而小於 0.05 則波譜形狀會發生分裂而產生雙峰型。其物理特性詳述如下：

(1) 分裂型波譜

當相對水深 (d/L) 小於 0.05 以下時，波浪自深水進入淺水時，其波形會發生分裂的現象而能量波譜也會跟隨著發生分裂。而由於此時的波形正處在一不穩定的狀態下，因此波譜的形狀也會隨著波浪的進行而發生不固定的形狀。在此僅能以物理現象的描述加以說明，並不能以固定的形狀加以敘述。如圖 3-6 的分裂型波譜與波形之演變關係圖所示。

圖 3-6 (a) 為深海波，即圖 3-1 水平底床模型佈置圖之 ch1 之能量頻譜圖與波形圖，圖 3-6 (b) 為圖 3-1 之 ch3 之能量頻譜圖與波形圖，圖 3-6 (c) 為圖 3-1 之 ch6 之能量頻譜圖與波形圖，圖 3-6 (d) 為圖 2-1 之 ch12 之能量頻譜圖與波形圖，圖 3-5 (e) 為圖 2-1 之 ch16 之能量頻譜圖與波形圖。由圖形中可得知在深水區時 (a 圖)，其波浪具有一單峰頻譜，主頻約 0.25Hz 處。當波浪經斜面至淺水區時 (b 圖)，波浪波形開始有分裂的現象，尤其是愈大的波分裂現象愈明顯。此時在其頻譜的高頻處，約 1Hz 附近另外產生一尖峰。隨著波浪的前進，第二個尖峰逐漸變大，甚至大於第一個尖峰，而且此第二尖峰所在位置 (頻率)，逐漸往低頻移動 (如圖 c 與圖 d)。然後當波浪前進至一相當距離後，第一尖峰有逐漸消失的趨勢，波浪可能變成一只具有單峰頻譜的波浪，其主頻則位於先前二尖峰的中間 (約 0.6Hz)，此時的波浪比之先前的深水波，乃形成一具有較短週期的波浪 (如圖 e)。

以上這種波浪在淺水區的變形，很早在實驗中已被發現。Elgar et al. (1993) 曾利用非線性理論試圖加以解說，但其只限於規則波的範圍。依照理論上的說法，此種高頻波的出現係一種高調波的結果，此種高調波的出現隨著距離變化會週期性的出現，此在實驗上也尚未給予證明。而且對不規則波而言，理論上的探討可能更加困難。在此只知道這種波浪分裂造成頻譜明顯變化，以致欲將波譜形狀標準化，似乎是不可行的事，故只能以物理現象描述。

(2) 不分裂型波譜

當相對水深大於 0.05 時，其頻譜的變化可由圖3-7至3-11加以討論。此五張圖分別是各種不同波況（包括波高、週期、水深等）的入射波，在平台上每一測站所量測到的水位訊號，經計算後的無因次頻譜重疊繪在一起的圖形。由於波浪的進行受到摩擦效應的影響，其能量頻譜會隨著變緩。圖3-7與圖3-8相對水深為 0.28 與 0.15 ，在此情況下其各測站的無因次頻譜圖形狀皆十分一致。圖3-9與圖3-10相對水深為 0.088 與 0.074 ，雖然在低頻與高頻處有一些微小的變動，但此處的能量與全部能量相比較仍然是十分微小，故其各測站的頻譜形狀仍是有一致性。圖3-11相對水深為 0.06 ，在二倍主頻處有能量出現，但比較其形狀仍可說是有相當的一致性。故由以上所述，各測站所得的無因次頻譜並不會隨著測站的位置不同而有所不同，其形狀十分相似，因此摩擦效應對波譜形狀（無因次波譜）並不會有影響。

對於同一波況之波浪，其波譜形狀並不會受到位置的不同而有

所不同，因此在相同入射波況的條件下，取一測站的資料來代表即可。本次研究是取平台上第四支（圖3-1之ch6）波高計所測得的資料作分析，其基本參數表如表1所示。

因此由以上可得知，在相對水深小於0.05時，波譜形狀會發生分裂的現象，而且是處在不穩定的狀態下；而相對水深大於0.05時，各測站可以得到具有一致性的無因次頻譜，故以下將只討論是相對水深大於0.05的波浪的波譜形狀。

2-3 波譜形狀參數之決定

在工程應用上，希望能將波譜形狀規格化，然後再予以數式化。對於淺水波譜模式的確定，目前尚無一定的結論，將淺水波譜以數學式表示則是本實驗之目的。而本研究擬採用常用之 *Pierson-Moskowitz* 與 *JONSWAP* 標準型態之數學表示式來套用實驗數據。標準波譜形狀（即波譜形狀參數）的決定，乃是先將實驗所得的正規化波譜形狀與標準波譜形狀相比。以不同的標準波譜形狀參數所得的標準波譜與實驗波譜相比，以標準偏差（ ε ）最小值之波譜形狀參數來代表實驗數據的形狀參數。當以 *Pierson-Moskowitz* 標準波譜與實驗值比較時，其波譜形狀參數即為式（3-6）中的 m 。當以 *JONSWAP* 標準波譜與實驗值比較時，其波譜形狀參數即為式（3-7）中的 γ 。

為了探討是以 *Pierson-Moskowitz* 波譜表示實驗波譜較好還是以 *JONSWAP* 波譜表示實驗值，在此將實驗值與二者之比照圖如圖3-12至圖3-18所示。

由圖3-12與圖3-13的二張圖其相對水深大於0.2，在此以主頻率為界限，分別討論大於主頻率部份與小於主頻率部份，實驗值與二標準波譜之間的差異性。由圖形中可知，當小於主頻部份的波譜形狀與兩標準波譜之間的差異並不大。但當大於主頻部份的波譜形狀，由圖中JONSWAP標準波譜的結果可知主頻處尖峭，而至1.5倍主頻後則平緩地向高頻處延伸，造成此處與實驗值的差異過大。然而Pierson-Moskowitz標準波譜則不會有此種情形發生，而且由圖中可發現Pierson-Moskowitz標準波譜與實驗值十分接近幾乎一致。因此當相對水深大於0.2時，以Pierson-Moskowitz標準波譜來描述實驗值是十分恰當的。

由圖3-14可發現，當相對水深於0.15時，波譜中2倍主頻處已有能量產生，此時與JONSWAP的差異已大為減小，但比較圖形仍以Pierson-Moskowitz標準波譜與實驗值差異最小。

當相對水深小於0.1時，即由圖3-15至圖3-18可看出，實驗值與二標準波譜之間的差異變大而且實驗的波譜形狀變得十分平緩。由於當JONSWAP中的 γ 值小於0.9時即有雙峰的情形產生，此與一般正常的波譜形狀有所不同，因此JONSWAP的 γ 在此不能小於0.9，凡是計算結果小於0.9者以0.9替代之。由圖3-15至圖3-18可瞭解，當JONSWAP的 γ 過小造成主頻處JONSWAP其值大於實驗值甚多，而Pierson-Moskowitz的主頻能量與實驗值仍是十分吻合，因而當相對水深小於0.1時仍是以Pierson-Moskowitz標準波譜與實驗值的差異最小。另一方面由標準差的計算，可得實驗值與Pierson-Moskowitz波譜之平均標準偏差為0.09，實驗值與JONSWAP波譜之標準偏差為0.11。

故綜合上述結果，以Pierson—Moskowitz標準波譜來描述淺水波譜的形狀較為恰當。最後即以Pierson—Moskowitz波譜之參數 m 值來代表實驗波譜的形狀參數。

2-4 影響波譜形狀參數 m 的因素

影響頻譜變形的因素有許多，諸如碎波、底床摩擦、水深等。但本次試驗並無碎波的發生；而摩擦的影響由前二節中可知，在同一入射波浪情況下，各測站之正規化波譜其形狀皆十分一致，因此認為摩擦對影響波譜形狀的效應很小。因而推定影響頻譜形狀參數（ m ）的因素應是相對水深、波浪尖銳度、波高水深比三者。

為了探討波譜形狀與相對水深、波浪尖銳度、波高水深比之關係，在此先將相對水深、波浪尖銳度與波高水深比之間的關係加以說明。見圖3-19與圖3-20。由圖3-19中的相對水深與波浪尖銳度的關係圖可發現，相對水深與波浪尖銳度的關係有些散亂，但散亂中又似乎可找出其彼此間略成正比的關係，在比較其散亂度後，相對水深與波浪尖銳度應是無關的。由圖3-20中的相對水深與波高水深比的關係圖也可發現其之間雖有略呈反比的趨勢但二者之間仍過於散亂。所以綜合上述結果，應可以認定三參數彼此之間並無直接的關係。我們由圖3-19也可知道本次試驗相對水深的範圍過小，其原因是因為本試驗排除碎波發生的狀況。由於強調淺水波所以只要波浪太大即會發生碎波，因此造成波浪尖銳度範圍太小。

知道相對水深、波浪尖銳度與波高水深比三者之間彼此無關後，則再討論波譜形狀參數 (m) 與三者之關係。如圖3-21至圖3-23所示。圖3-21為波譜形狀參數 (m) 與波浪尖銳度的關係圖，由此圖可看出波譜形狀參數與波浪尖銳度並無明確的關係，而圖3-22的波譜形狀參數與波高水深比關係圖中，二者之間也無明確的關係。由圖3-23的波譜形狀參數與水深關係圖，我們可發現二者之間呈一線性相關，相對水深越大則波譜形狀參數也越大，與預期的情況一樣。而為了更確定波譜形狀參數只與相對水深有關，在此將波譜形狀參數和Goda的Gs參數與Ursell number做比較，如圖3-24與圖3-25所示。由此二圖可看出兩圖之間的差異不大，但由於Gs參數是相對水深與波浪尖銳度的函數而Ursell number則是相對水深與波高水深比的函數，二者均由不同的變數所組成，但造成二圖結果類似的原因，應該是由於波譜形狀參數只與相對水深有關所造成的。所以更明顯的顯示出波譜形狀參數只與相對水深有關。

2-5 波譜形狀參數 m 之通用表示式

基於前節所歸納出的結論，頻譜形狀 m 與相對水深 d/L 有關，因此以各種不同的方法嘗試找出波譜形狀參數與相對水深的最佳迴歸公式，最後將 d/L 倒數與 m 值做圖（如圖3-26），此時可看出 d/L 與 m 呈一散亂度最小的曲線關係。在此將 m 與 d/L 做二次曲線的迴歸而得到 m 與 d/L 之經驗公式：

$$m = 0.0552 \left(\frac{1}{d/L} \right)^2 - 1.855 \left(\frac{1}{d/L} \right) + 18.413 \quad (3-8)$$

此經驗公式只包含一個參數相對水深 d/L ，故只須知道相對水深即可知道頻譜形狀 m ，再代入Pierson-Moskowitz的標準波譜模式中即可知道某一海域的波譜模式形狀。

2-6 底床坡度的影響

由於實際海底地形並不是規則平坦的，因此需考慮底床坡度對波譜形狀的影響，本次共做二種不同底床斜率的試驗。探討波浪於斜面上其波譜的變化，及式(3-8)是否能適用於斜面底床，在此進一步加以討論：

波譜形狀的描述，我們可由圖3-27與圖3-28瞭解，圖3-27為底床斜率為1:30的各測站之無因次能譜圖，由此圖可看出channel 3至channel 7的波譜形狀相當一致，而此時的相對水深為0.084至0.075，而自channel 9至channel 11可看出波譜形狀開始變緩，其主頻的能量略減，2倍主頻處的能量略增，此時相對水深約0.068至0.065，最後至channel 13至channel 17則可明顯發現波譜形狀變緩，其主頻的能量大量減少，2倍主頻處的能量大增，其相對水深為0.057至0.05。圖3-28為底床斜率為1:50的各測站之無因次能譜圖，由此圖可看出channel 3至channel 11的波譜形狀十分一致，而此時的相對水深為0.091至0.076，而自channel 13至channel 15可看出波譜形狀變緩，其主頻的能量大量減少，2倍主頻處的能量大增，此時相對水深約為0.057至0.05。以上可知波譜形狀會隨著測站水深的減少而漸漸變緩。斜面底床試驗所得的數據如表2與表3所示。

將水平底床所得的經驗式(式3-8)與斜面底床所得的數據，繪製

成圖3-29所示，我們可發現在相對水深大於0.15及小於0.313之間有些變動，其變動的原因可由圖3-4加以說明。當相對水深大於0.15時， m 值大於12，由圖3-4可知 m 值大於12時，不同 m 值的波譜形狀之間差距較小，不像 m 值小於12時之間的差異性相當大。所以在此條件下的波譜，只要形狀有點變化， m 值的反應就很大，因此當相對水深大於0.15其 m 值有很大的差異性。但在相對水深小於0.15時，不論是1:30或1:50的底床，實驗數據與經驗式的關係十分良好，因此此經驗式依然能適用於斜面底床（緩坡）。

三、與WALLOPS波譜比較

3-1 WALLOPS波譜

由於WALLOPS波譜模式是目前較為簡便的波譜模式，故採用WALLOPS波譜與實驗波譜做一比較。

Huang et al . (1983) 利用stokes二次波浪理論，以頻譜在高頻處的斜率作為Pierson-Moskowitz波譜的 m 值，得到Pierson-Moskowitz波譜之 m 值的推估值 \bar{m} ，如下所示：

$$\bar{m} = \frac{\left| \log \left\{ \frac{1}{8} (\pi\delta)^2 \coth^2 kD \left[1 + \left\{ \frac{3}{2} \sinh^2(kD) \right\} \right]^2 \right\} \right|}{\log 2} \quad (3-9)$$

其中， $\delta: \frac{H}{L}$ ， $k: \frac{2\pi}{L}$ ， $D: \text{水深}$

其WALLOPS波譜的優點是：

- (1) 波譜斜率可直接表示能量集中部份之波譜形狀。
- (2) 波譜斜度隨非線性量出現之多寡可做連續的改變以符合實際上的自然現象。

但也有其缺點：

- (1) 使用規則波理論，不含波譜存在之本意。
- (2) 對此型波譜之適用性未做明確的討論和合理的說明。

3-2 實驗值與理論值之討論

將本次實驗所歸納出的波譜形狀參數表示式（式3-8）與WALLOPS波譜形狀推估式（式3-9）做比較，繪製成如圖3-30所示，縱軸為式（3-8）的 m 值，橫軸為式（3-9）的 \tilde{m} 值。由圖中可發現當 m 值在2.27-6之間，式（3-8）的 m 值與式（3-9）的 \tilde{m} 值相當接近，但當 m 值大於6以上，則發現式（3-8）所得的結果與式（3-9）相比較有偏大的趨勢。亦即當波譜形狀愈平緩，以式（3-8）所得的波譜形狀參數與WALLOPS波譜所推估的波譜形狀參數相當接近，而當波譜形狀較尖銳時，則WALLOPS波譜所得的結果與實驗式有所差異。另一方面我們也可由實際的圖形加以說明，如圖3-31至圖3-33中長虛線即為以WALLOPS波譜推估的 \tilde{m} 值代入Pierson-Moskowitz標準波譜所得之波譜形狀，點線則是以式（3-8）所得的 m 值代入Pierson-Moskowitz標準波譜繪出的圖形。由圖中發現 m

值大時，以WALLOPS波譜方法所得的結果與本次實驗所用的方法所得的結果差異相當大，而 m 值變小時則差異性逐漸減少，如圖3-31水深為0.28、 m 值為12.55，其之間的差異性是相當大的；而至圖3-32差異則逐漸的減小；至圖3-33為0.088、 m 值為5.2，二者幾乎是沒有差異。綜合以上所述可得到一個結論，WALLOPS波譜之波譜形狀參數所採行的方法是以高頻處非線性量得出現所推估而得的，並未考慮實際波譜的整體形狀，以WALLOPS波譜來描述實際的淺水波譜似乎有點牽強，而本研究的經驗式（式3-8）則是將實驗值與Pierson-Moskowitz理論波譜直接做比較求得最接近實際現象的 m 值，故較合乎實際現象。只要實驗數據之範圍條件具有一般性，則此經驗式應可比WALLOPS波譜更確切的描述實際淺水波譜。

四、線性理論之探討

頻譜分析雖然對不規則波浪分析上是十分方便好用的分析方法，但由於頻譜分析是基於線性疊加理論，而當波浪的波高較大或水深較淺時，此線性模式的通用性就受到懷疑。對於深海波浪的探討，已經證明以線性理論為基礎的頻譜分析可適用。但淺水波由於非線性成分居多，因此頻譜分析適用的界限為何？以及波譜形狀變緩的原因是否是非線性所造成的，則是本章節所需加以探討的。茲將以二階頻譜（Bispectra）中的二階係數（bicoherence）加以說明分裂型與不分裂型波譜的非線性量；對於非線性是否造成波譜形狀變緩的原因，將由波譜形狀參數與二階係數的關係加以說明。

（一）不分裂型波譜

二階頻譜 (Bispectra) 是表示波形非對稱性，波形非對稱性表現在波浪理論上應該是判斷波浪非線性強弱及描述波形不對稱性的一個方便且直接的方法。而二階係數 (bicoherence) 則是表示 f_i 與 f_j 二頻率線型成分波相互作用所引起的非線性成分波能量在 (f_i+f_j) 這頻率成分的全部能量上所佔的比值。圖3-34至圖3-37其相對水深分別為0.28、0.15、0.088、0.069，由這四張的二階係數圖中可看出，不論相對水深為何？在主頻率 (f_p, f_p) 附近都有較大或明顯的二階係數值出現，表示能量頻譜二倍主頻處有非線性量的存在，其值分別為0.8、0.12、0.09、0.03，但非線性影響最大並非在主頻率，如圖3-34、3-36、3-37其最大值分別為0.13、0.175、0.08，與理論應在主頻率處有最大值有所差異，而且在 $(f_p, 2f_p)$ 處也會有不小的非線性量出現，表示能量頻譜在三倍主頻率處非線性是存在的，但由於此處的能量皆十分微小，故可以不考慮。由以上結果大致可證明非線性效應在此時（相對水深0.069至0.28）已有明顯得出現。對於淺水波浪線性理論適用性的探討，由二階係數 (bicoherence) 可知在主頻率時，其波浪組成是線性成分波，而至二倍主頻率處則非線性量大約佔線性量的15% 以下，所佔比例並不高。

對於水深變淺是否使得非線性效應增加造成波譜變緩的原因，我們可先由相對水深與二階係數的關係圖加以說明。圖3-38是二階係數最大值與相對水深關係圖。此張圖可明顯指出二階係數與相對水深的關係十分散亂，即相對水深減少非線性不一定增加。接著由圖3-39的波譜形狀參數與二階係數最大值關係圖可知，波譜形狀與非線性的關係也是十分散亂，因此非線性並不是造成波譜形狀變緩的原因。所以由以上可知，水深變淺非線性效應不一定增加，而非線性也並不是造成頻譜形狀變緩的原因，造成波譜形狀變緩的原因仍有待研究。

(二) 分裂型波譜

由圖3-40 (a) 深海波之二階係數圖中可知，在深海時二階係數（主頻率為0.25Hz，二階係數為0.04）並不明顯，可以說是線性波。而當波浪進入淺海時，如圖3-40 (b) 淺水區第一個測站（圖3-1之ch3）所測得之能譜與二階係數圖中可看出，原先主頻處能量降低而在高頻處（約1Hz）產生另一尖峰，但與理論上非線性應是在二倍主頻處出現有所差異，於是二階係數圖可知，在1Hz處二階係數大增約為0.14至0.2，表示在二倍第二尖峰頻率處（2Hz）有大量的非線性量存在。第二尖峰的非線性量可由在0.5Hz處的二階係數可得知，此處的二階係數為0.04左右，表示此處應是線性波。波浪再進行至淺水區第四個測站（圖3-1之ch6），如圖3-40 (c) 其第二尖峰（頻率為0.8Hz）的二階係數增加為0.14至0.22，表示在二倍第二尖峰（1.6Hz）處的非線性量增加，但第二尖峰與主頻處的波浪依然是線性波。至淺水區第十個測站（圖3-1之ch12），如圖3-40 (d) 其二階係數則減少為0.14，表示在1.2Hz的非線性量漸漸減少，最後至最後一測站（圖3-1之ch16）其第二尖峰的二階係數為0.1。由以上可知分裂型波譜當波浪至深水區進入淺水區後，主頻率處與波譜分裂後所產生的第二尖峰的波浪應為線性波，二倍第二尖峰頻率處的波浪非線性量大增，而波浪本身會自我調整，隨著波浪的進行非線性量漸漸消失，最後可形成一線性成分波。

由以上分裂型與不分裂型波譜情況的敘述可明瞭，於本次試驗所得經驗式範圍內（ $0.05 < D/L < 0.3$ ）的波浪，在主頻處之波浪應為線性波，在二倍主頻處其非線性量約佔線性成分的15% 以下，但由於在此時

非線性能量與線性能量的比值相當小，所以非線性量應是可以忽略的，且非線性應不是造成波譜形狀變緩的原因。而分裂型波譜所產生的第二尖峰的波浪成分由二階係數可知應是線性成分波，非線性成分的產生應是在更高頻處（二倍第二尖峰頻率處）。

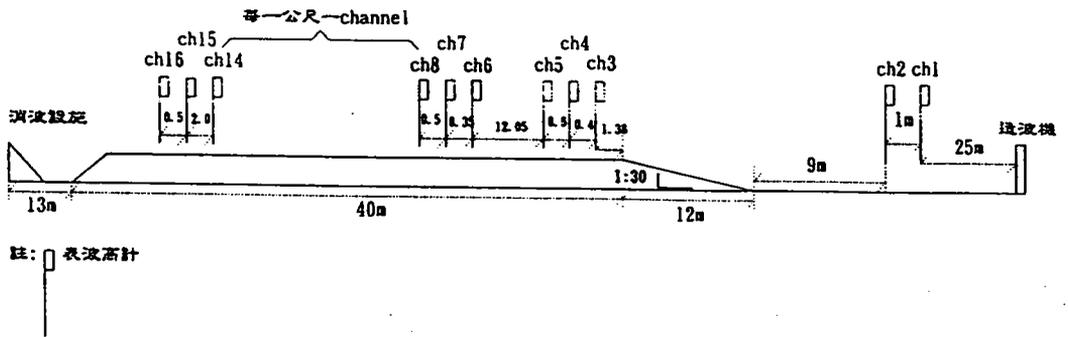


圖 3-1 水平底床模型配置圖

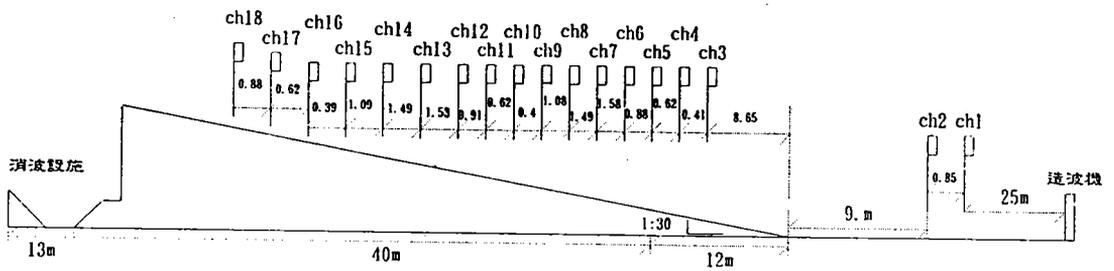


圖 3-2 底床斜率 1:30 模型配置圖

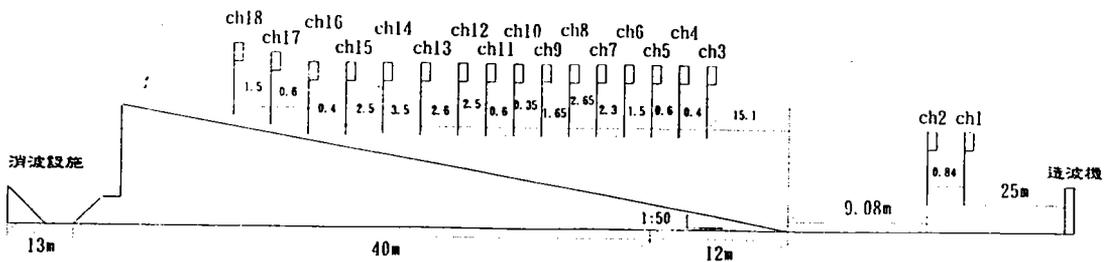


圖 3-3 底床斜率 1:50 模型配置圖

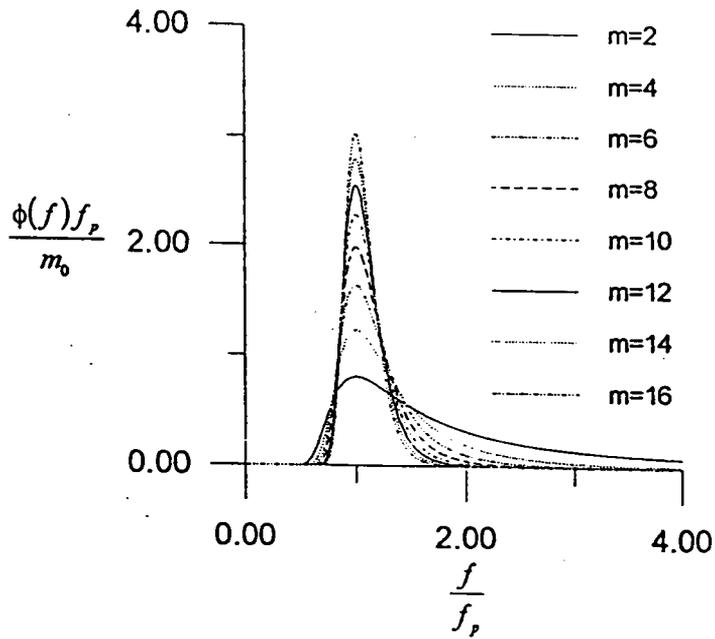


圖 3-4 不同 m 值之Pierson-Moskowitz標準波譜

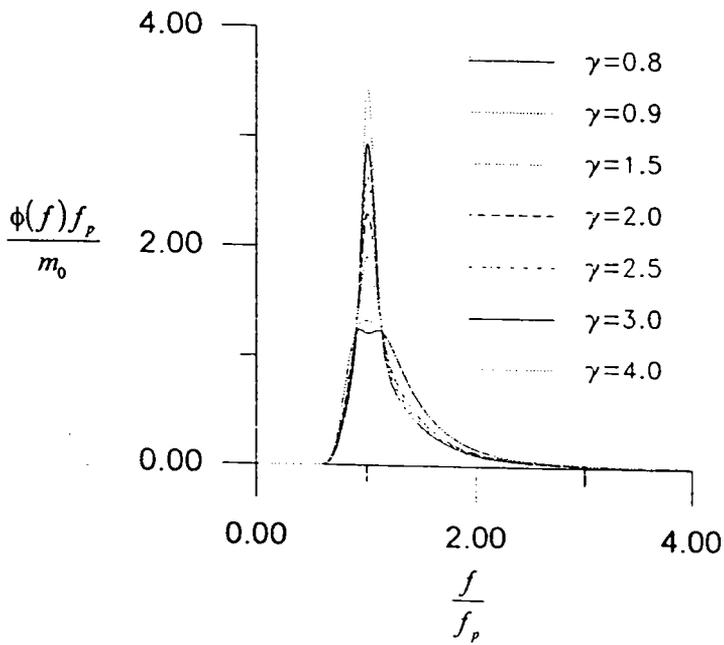


圖 3-5 不同 γ 值之JONSWAP標準波譜

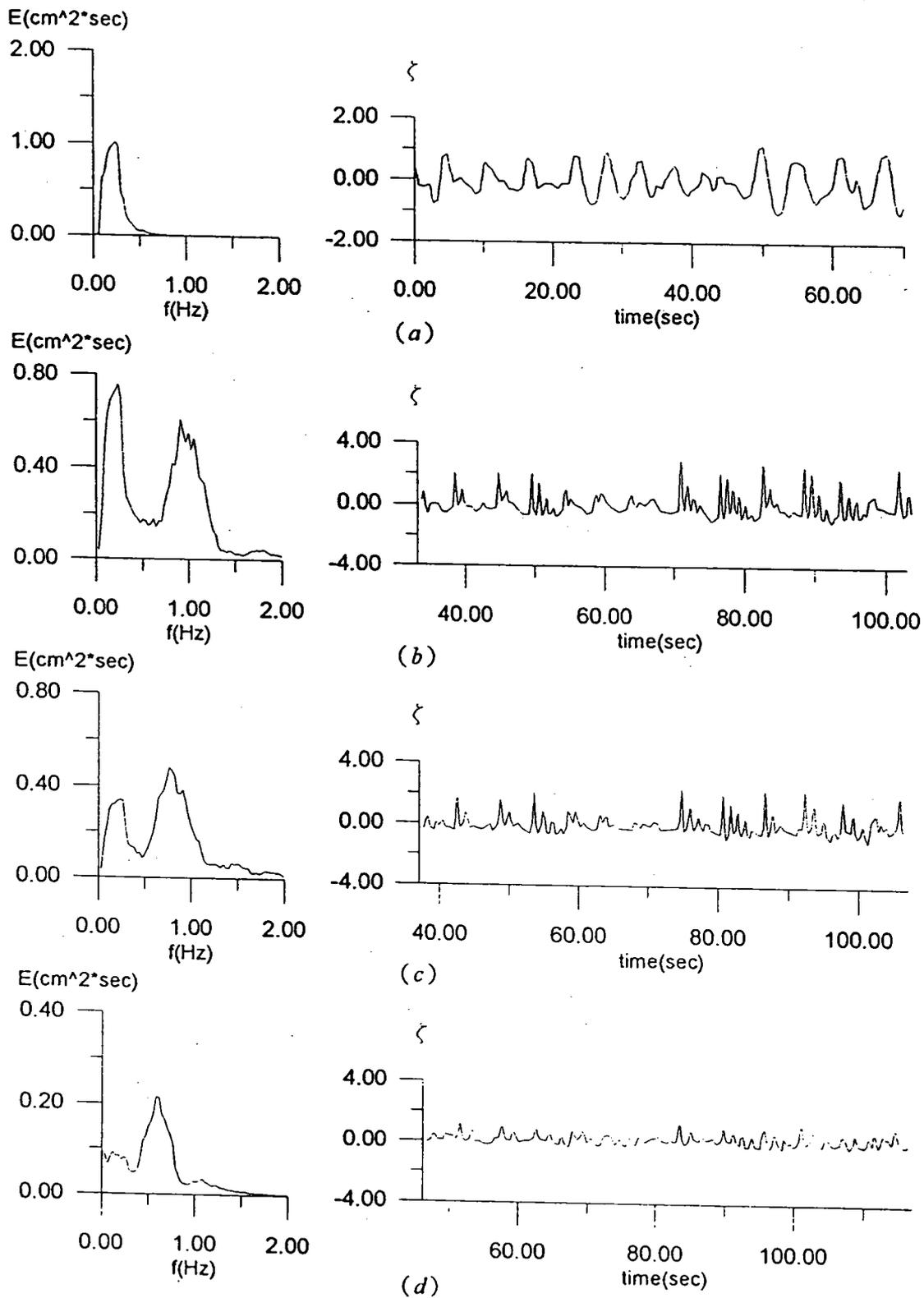


圖 3-6 分裂型波譜與波形之演變關係圖

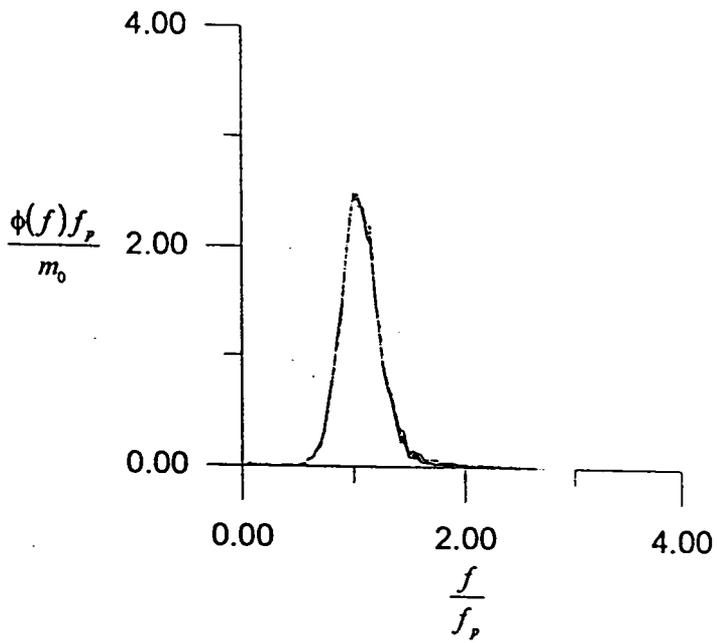


圖 3-7 水平底床各測站之正規化波譜圖 (D/L=0.28)

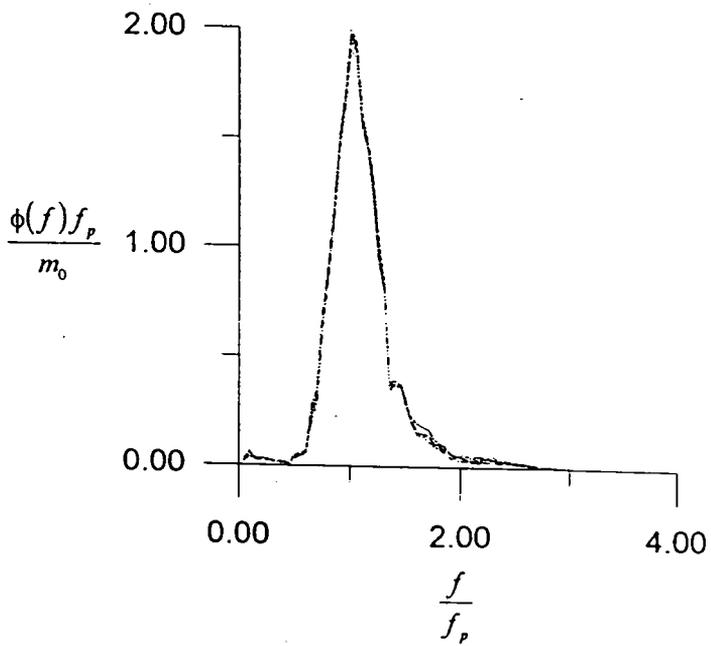


圖 3-8 水平底床各測站之正規化波譜圖 (D/L=0.15)

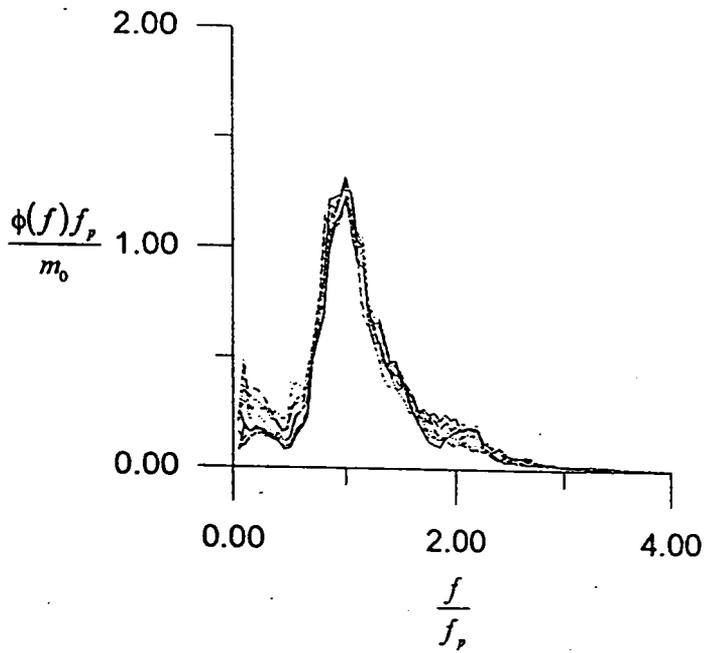


圖 3-9 平底床各測站之正規化波譜圖 (D/L=0.088)

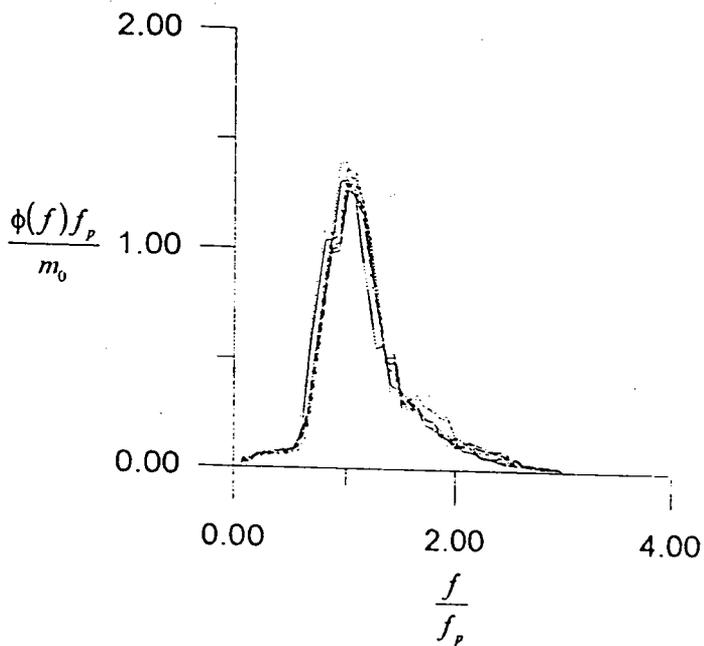


圖 3-10 平底床各測站之正規化波譜圖 (D/L=0.074)

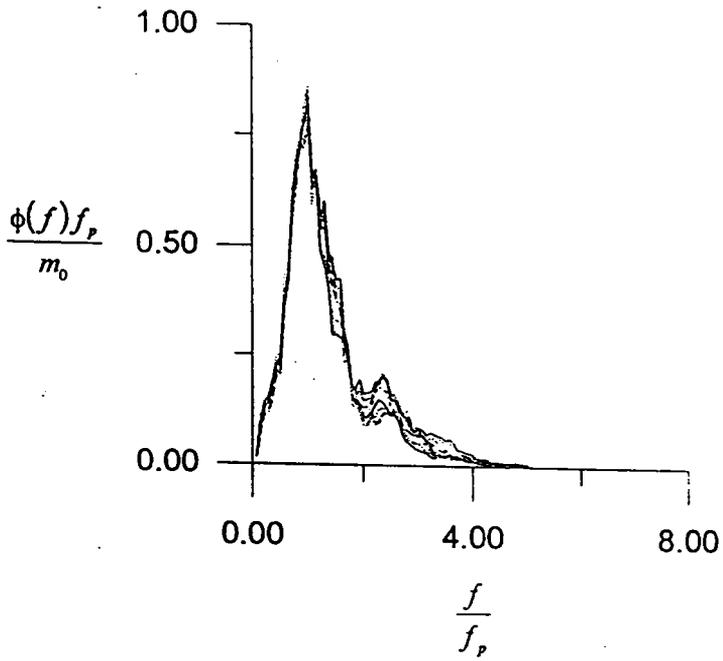


圖 3-11 平底床各測站之正規化波譜圖 (D/L=0.06)

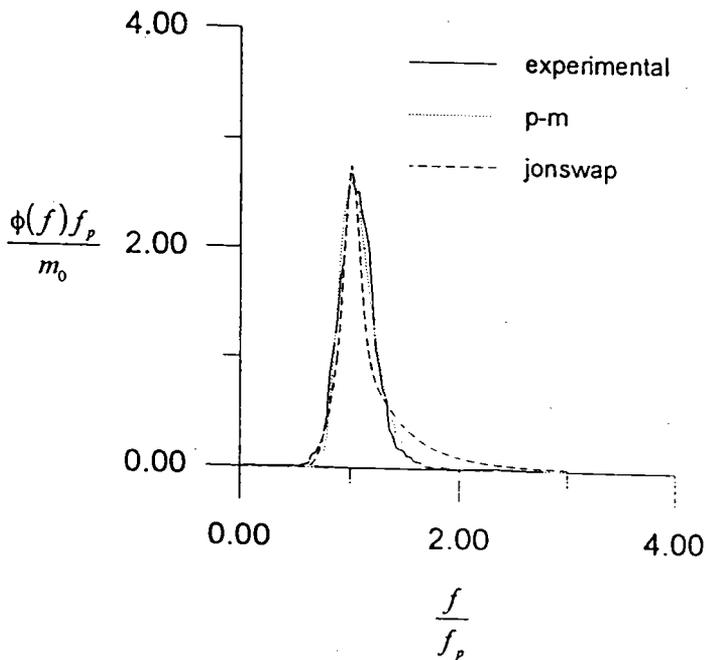


圖 3-12 平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.28)

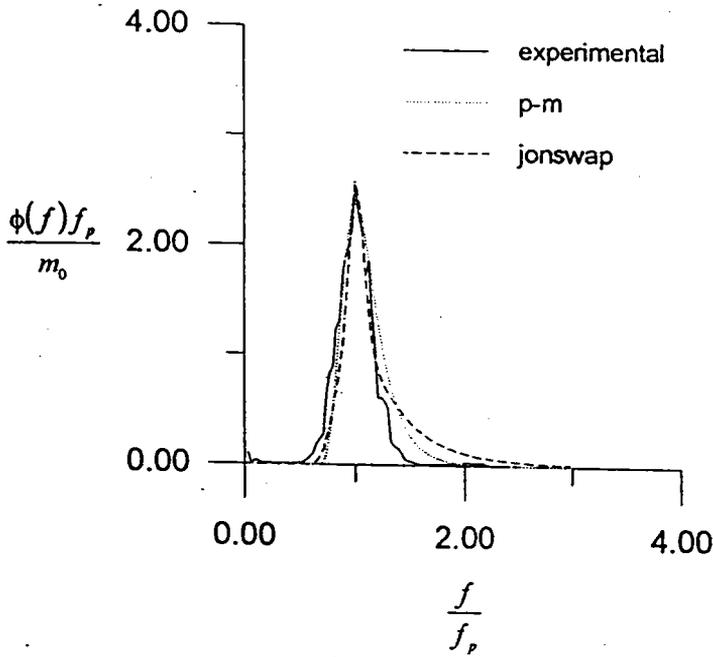


圖 3-13 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.217)

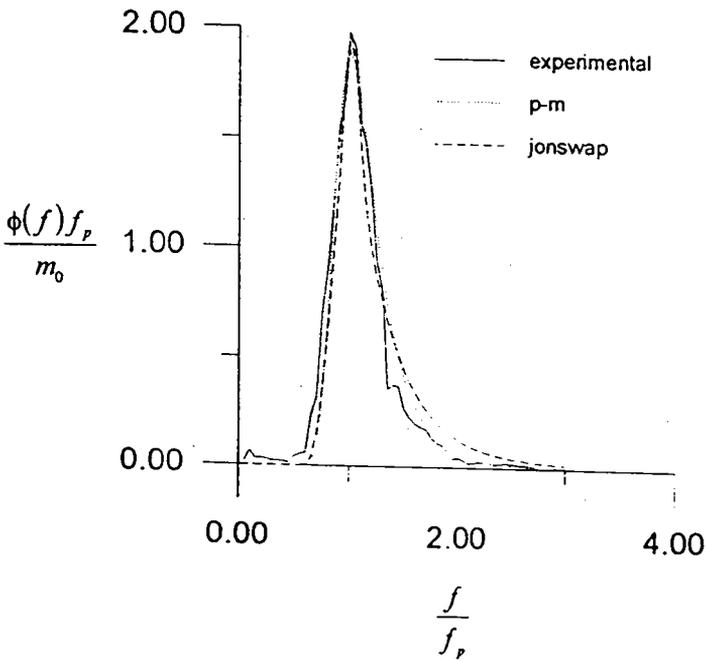


圖 3-14 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.15)

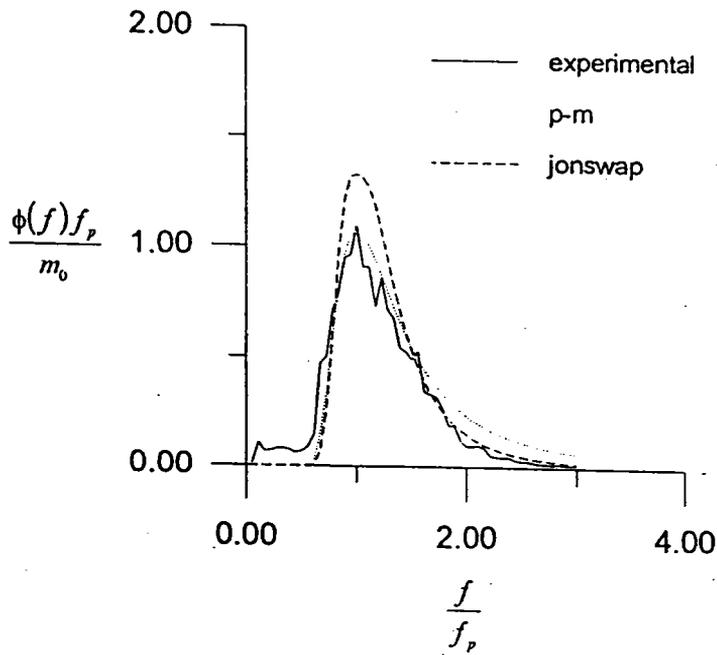


圖 3-15 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.098)

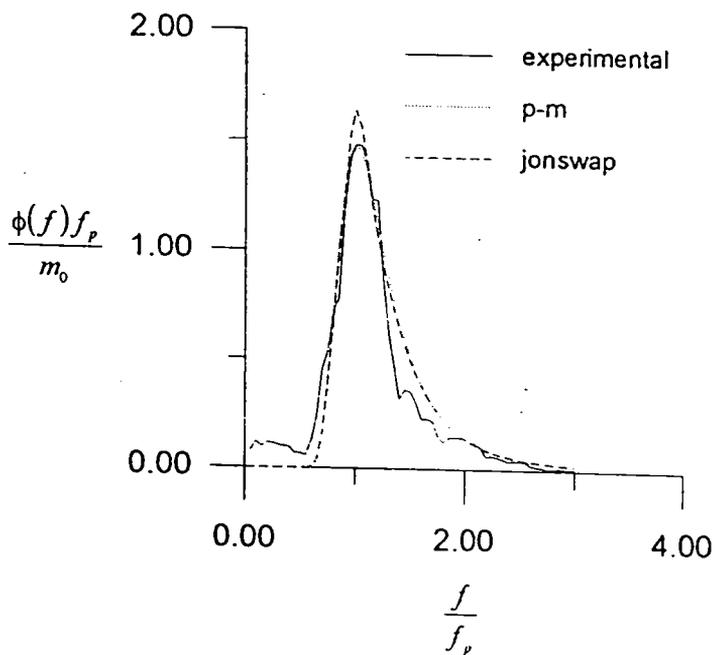


圖 3-16 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.088)

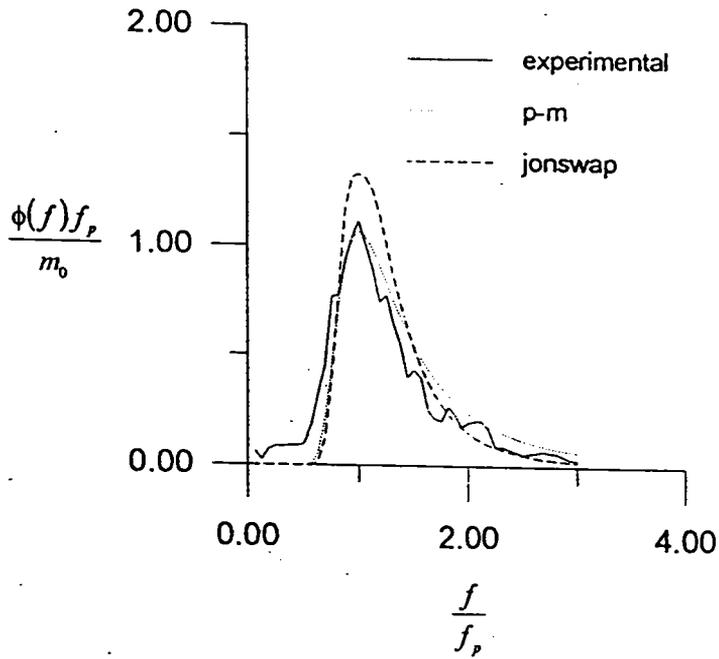


圖 3-17 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.069)

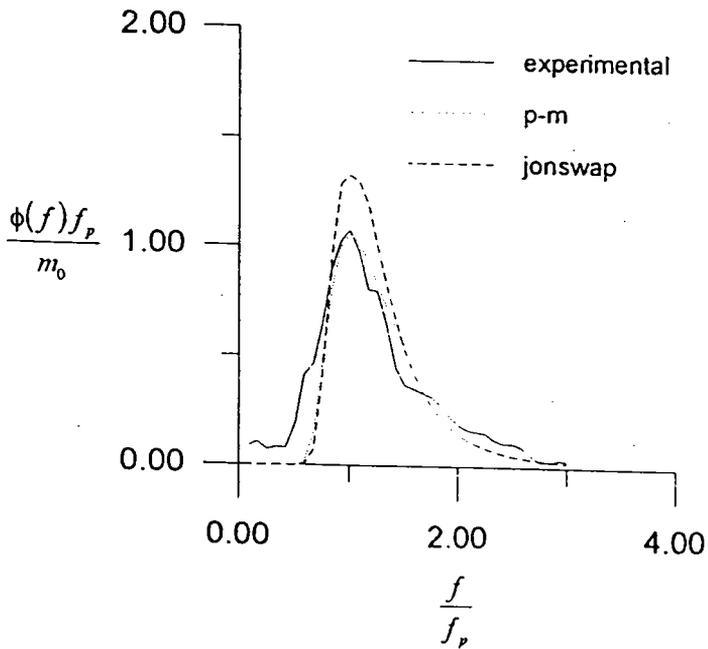


圖 3-18 水平底床實驗正規化波譜與Pierson-Moskowitz及JONSWAP
標準波譜之比較圖 (D/L=0.063)

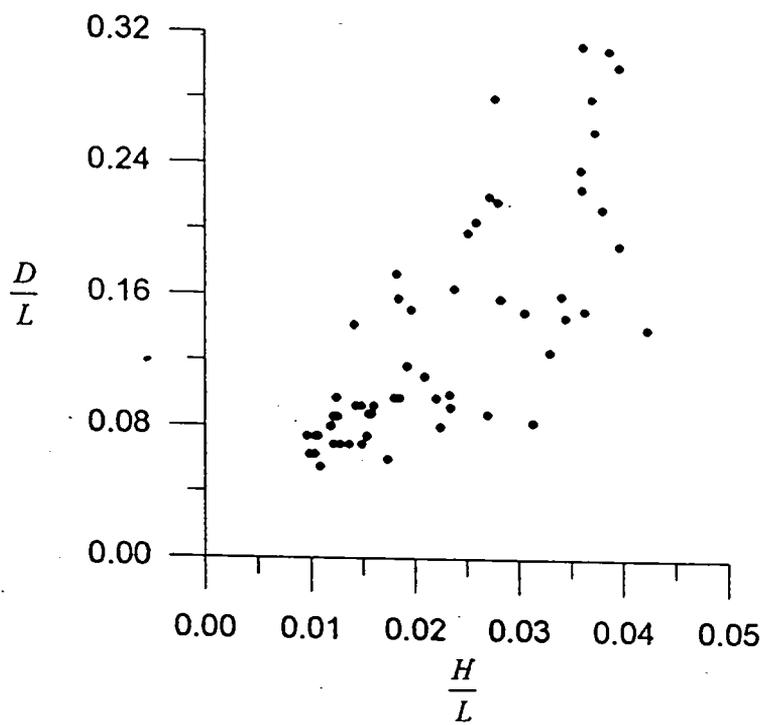


圖 3-19 相對水深與波浪尖銳度關係圖

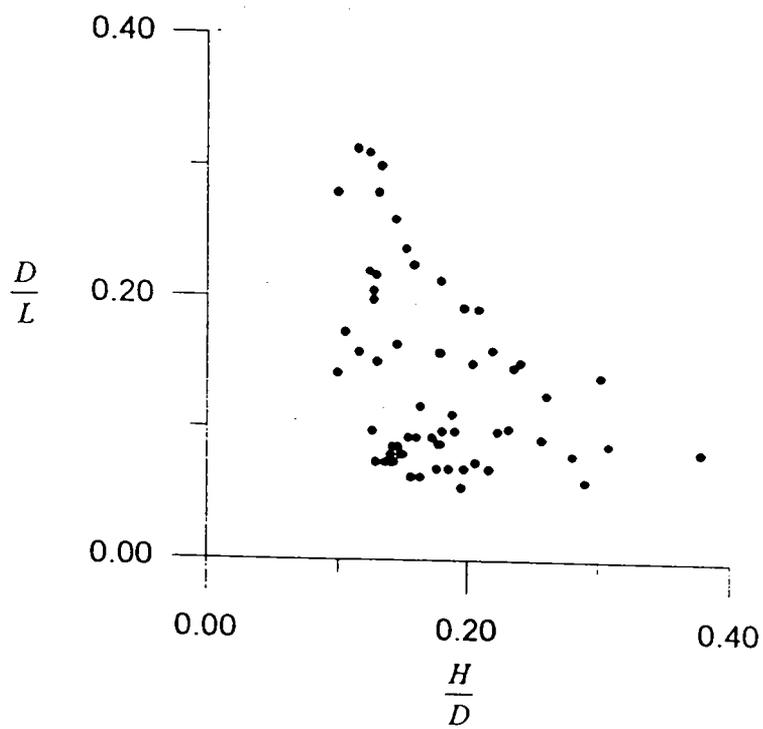


圖 3-20 相對水深與波高水深比關係圖

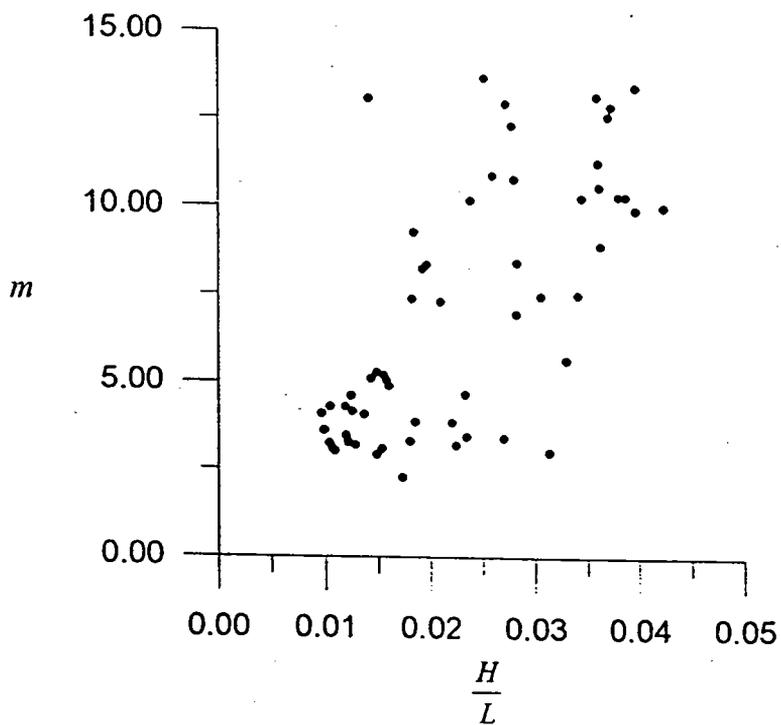


圖 3-21 波譜形狀參數 m 與波浪尖銳度關係圖

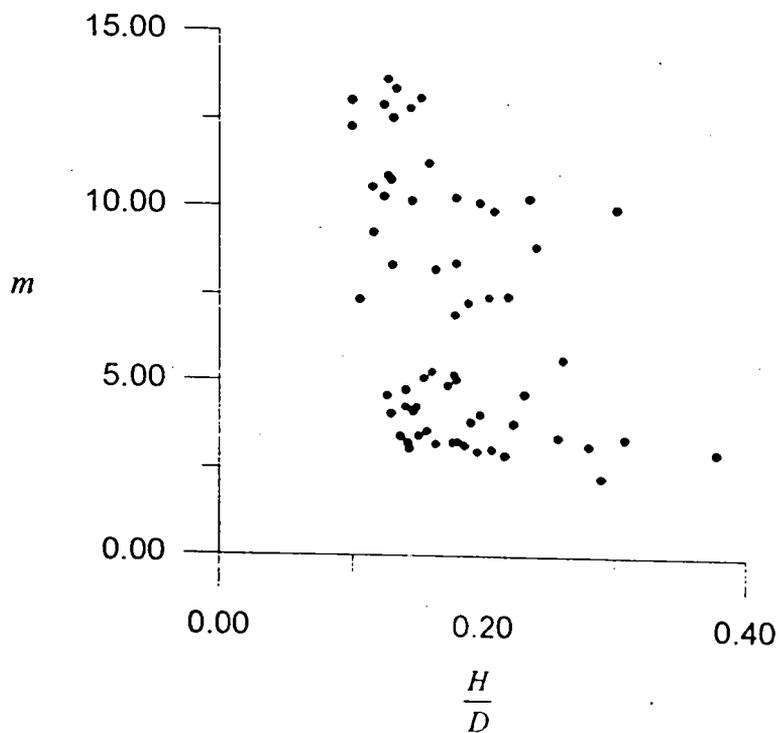


圖 3-22 波譜形狀參數 m 與波高水深比關係圖

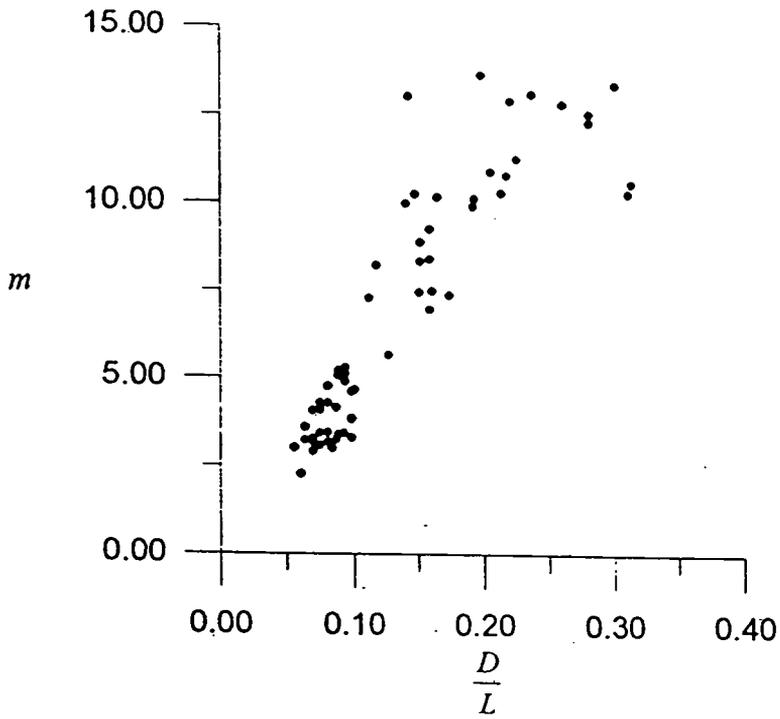


圖 3-23 波譜形狀參數 m 與相對水深關係圖

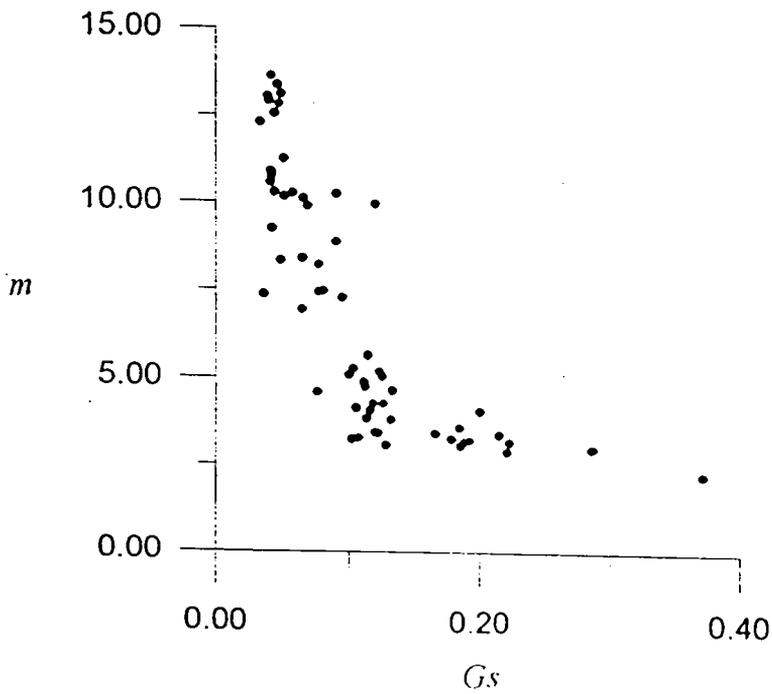


圖 3-24 波譜形狀參數 m 與 G_s 參數關係圖

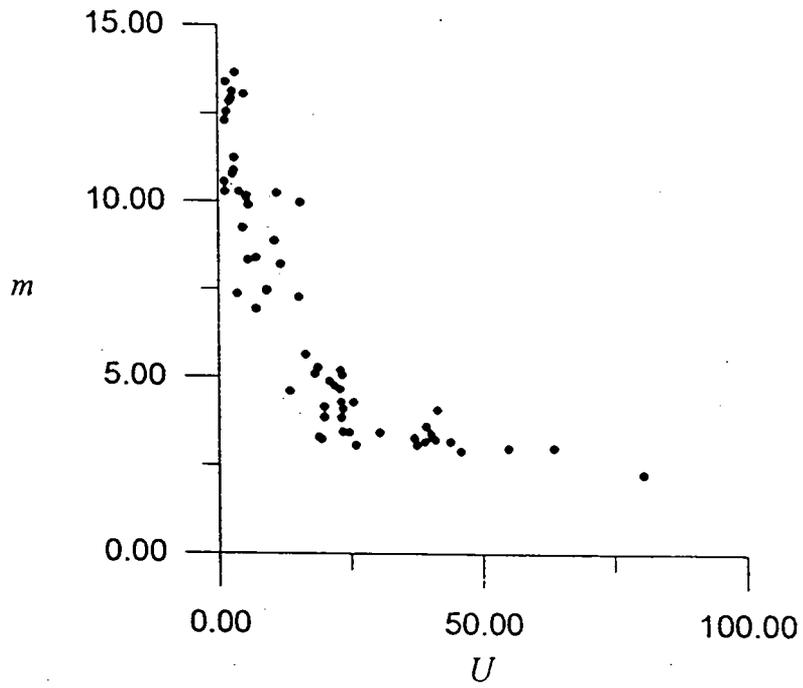


圖 3-25 波譜形狀參數 m 與Ursell number關係圖

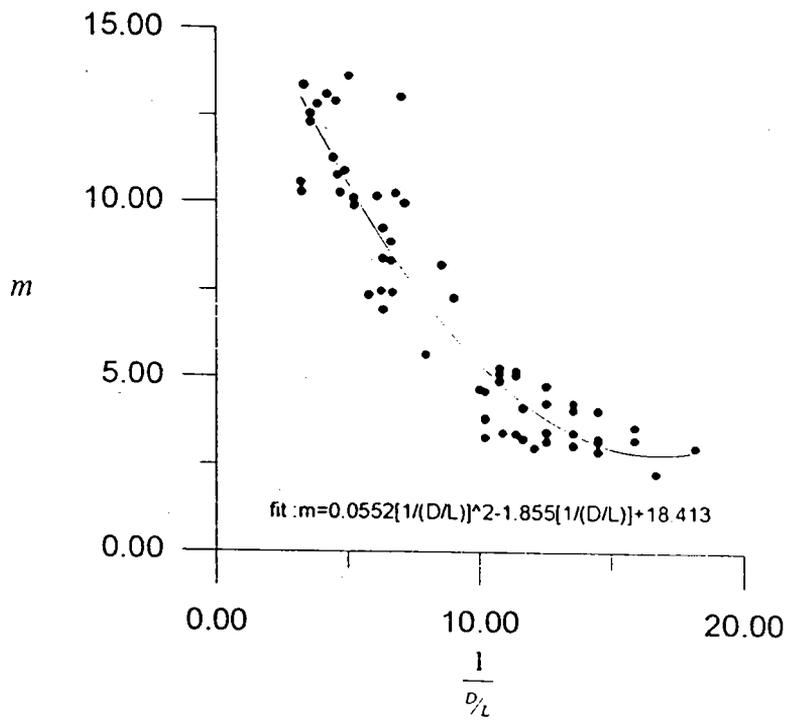


圖 3-26 波譜形狀參數 m 與相對水深倒數關係圖

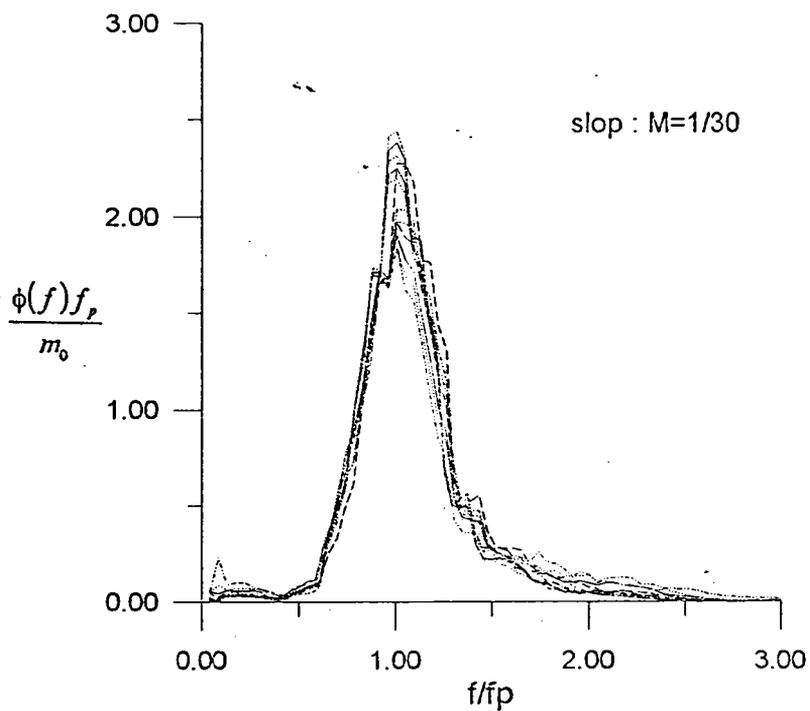


圖 3-27 斜率1 : 30各測站之無因次能量頻譜圖

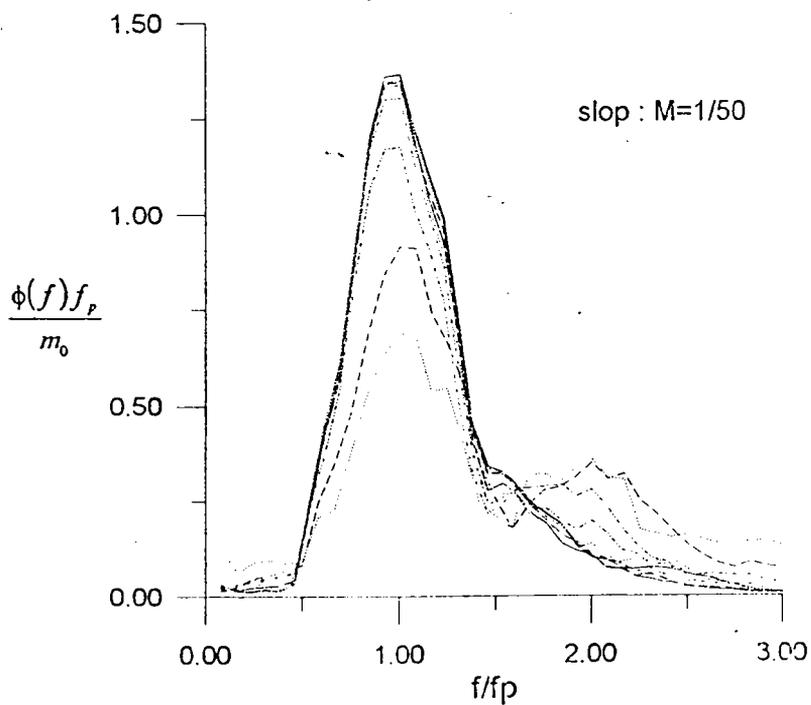


圖 3-28 斜率1 : 50各測站之無因次能量頻譜圖

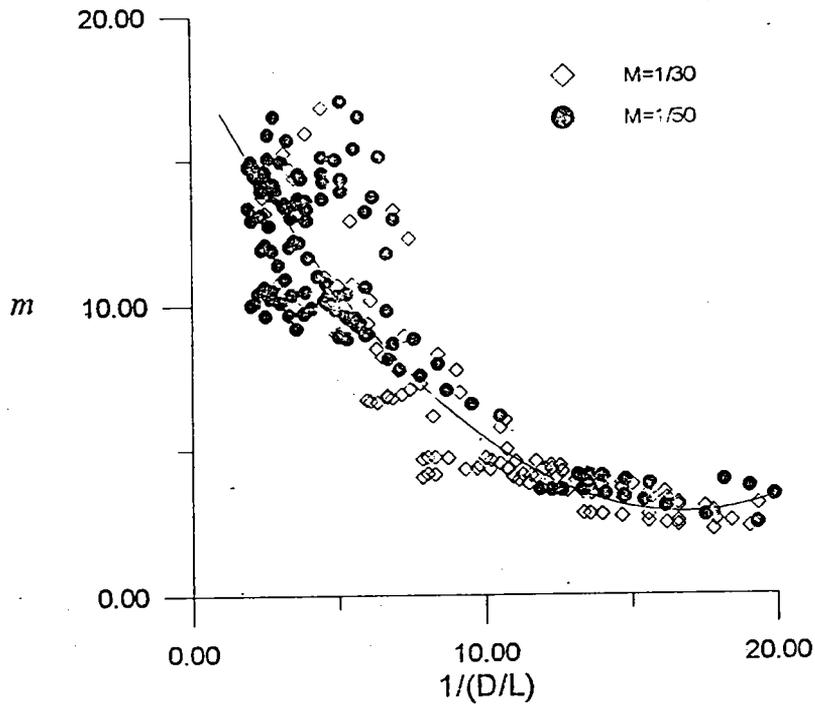


圖 3-29 平底床之經驗公式與各斜率之實驗值之比較圖

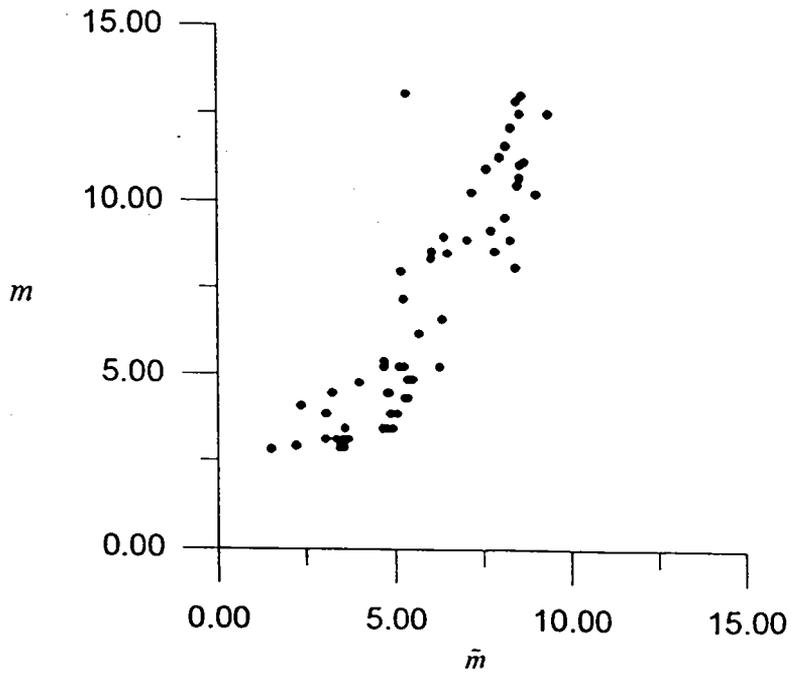


圖 3-30 波譜形狀參數經驗式之 m 值與 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 比較圖

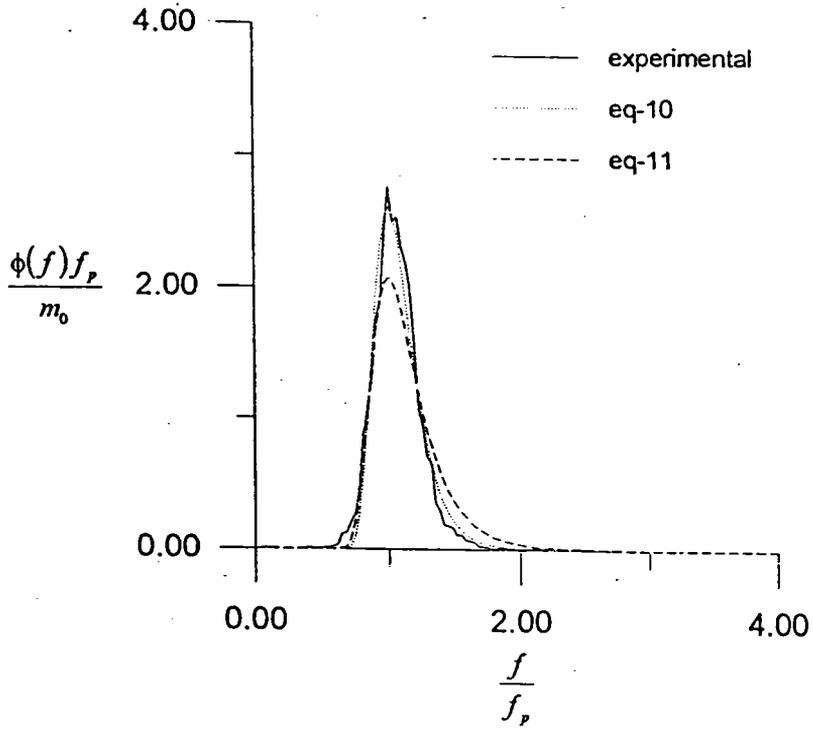


圖 3-31 波譜形狀參數經驗式 所得之 m 值及 WALLOPS 波譜之推估值 m 帶入 Pierson-Moskowitz 標準波譜與實驗值之比較圖 (D/L=0.28)

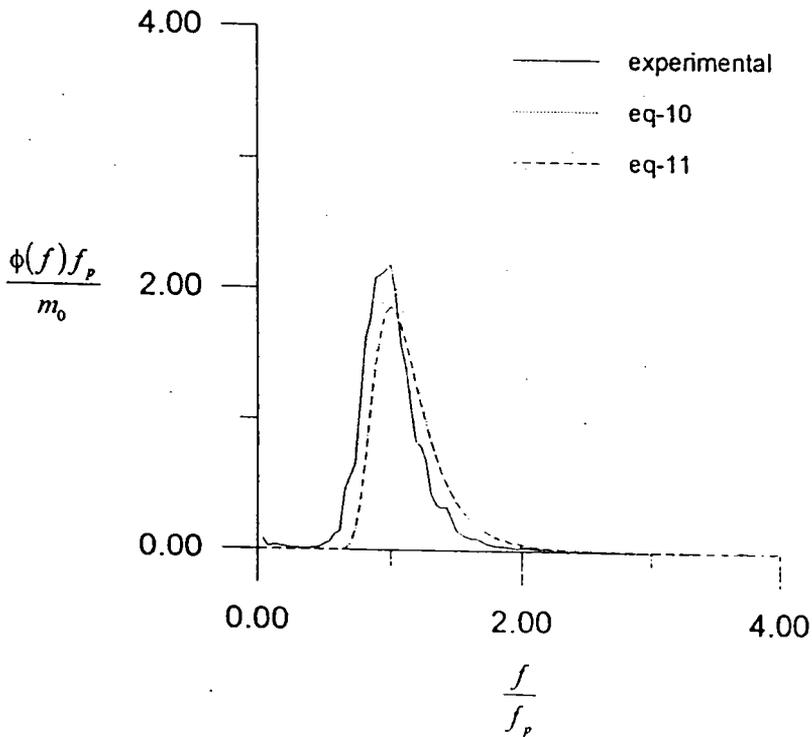


圖 3-32 波譜形狀參數經驗式 所得之 m 值及 WALLOPS 波譜之推估值 m 帶入 Pierson-Moskowitz 標準波譜與實驗值之比較圖 (D/L=0.15)

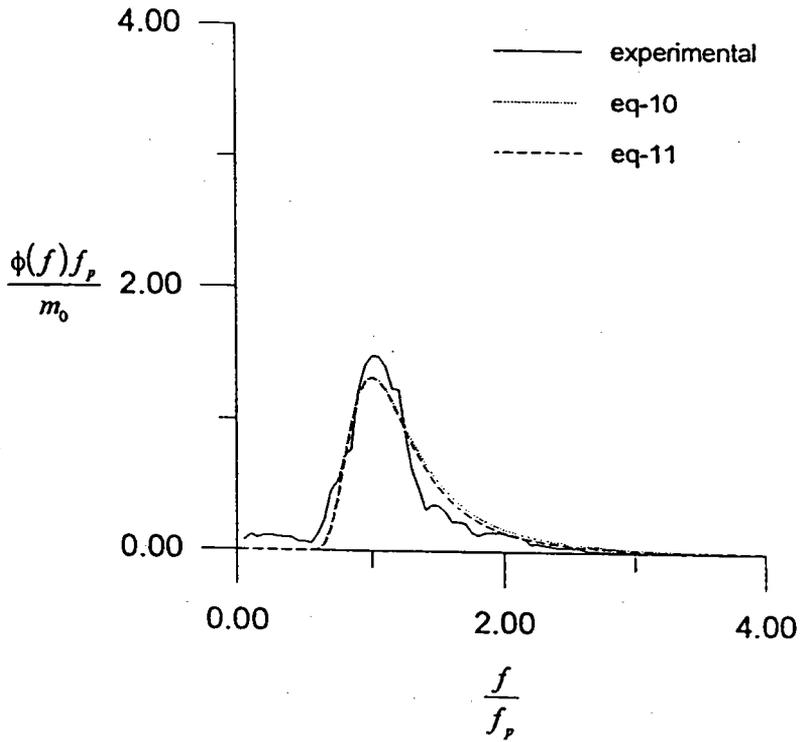


圖 3-33 波譜形狀參數經驗式 所得之 m 值及 WALLOPS 波譜之推估值 \bar{m} 帶入 Pierson-Moskowitz 標準波譜與實驗值之比較圖 (D/L=0.088)

肆、結 論

針對淺水區域波浪頻譜的形狀與能量分佈變化情況，本計畫以理論解析與模型試驗兩方面分別加以研究探討，綜合解析與試驗結果，可得結論如下：

- 一、以 $\tanh^2 k_0 d$ 作為 JONSWAP 波譜水深參數的修正型波譜當作有限水深波譜時，其第二階波譜能量分佈的整體型態，與 TMA 波譜為有限水深波譜的結果頗為近似。以此修正型波譜的方式，可適時解決無適當的有限水深波譜當作第一階波譜的困擾。惟於較淺水區域，修正型波譜可能產生較大的誤差結果。同時，若引用深海型波譜為第一階波譜時，將獲致較大誤差的第二階波譜。
- 二、應用有限水深波譜為第一階波譜，探討波浪因非線性效應產生的第二階波譜能量分佈的變化情況，其能量分佈於第二階波譜 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻與 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 之較高頻附近會產生能量集中的尖峰主頻。
- 三、本文引用的有限水深波譜(第一階波譜)，包含能量集中尖銳的窄帶型與能量分佈較寬廣的寬帶型等三種不同型態的波譜，而第一階波譜的型態往往影響其非線性效應產生的第二階波譜的型式。當第一階波譜屬於能量較集中且主頻尖峰較尖銳的窄帶型式時，其所獲得之第二階波譜於較高頻處之能量亦較集中尖銳，且其尖峰主頻產生於 $\sigma/\sigma_{1p} = 2.0$ 處；若第一階波譜屬於較寬廣平滑且形心向右偏移的寬帶型式時，則其第二階波譜於較高頻處之型態亦較寬廣平滑且尖峰主頻會往 $\sigma/\sigma_{1p} > 2.0$ 處位移。
- 四、分析第二階波譜的總能量與較高頻及極低頻處尖峰主頻值的方式，當相對水深比 $d/L_0 < 0.2$ 之較淺水區域，由於波浪的非線性效應較為強烈，其第二階波譜較高頻及極低頻處之尖峰主頻即有較大之值顯現，尤其極低頻處之尖峰值更快速增大，波譜總能量亦快速增加，其整體的波譜型態變化較大；當 $d/L_0 \geq 0.3$ 之較深水區

域，波浪的非線性效應較弱，第二階波譜較高頻及極低頻處之尖峰主頻值即減小，極低頻處甚或無能量分佈情況，波譜的總能量增加有限，整體的波譜型態則趨於固定型式。

- 五、利用現場實測資料與理論解析方式驗證波浪的非線性效應，於第二階波譜 $\sigma/\sigma_{1p} \rightarrow 0$ 之極低頻處確實有能量產生。本文的解析結果亦顯示，於較淺水區域時，波浪的非線性效應於極低頻處亦有較大量的能量出現，此現象對構築於較淺水處之港灣工程而言，須正視此非線性效應產生之較長週期的波浪能量。由分析結果得知， $d/L_0 = 0.1$ 時，第二階波譜極低頻處尖峰主頻與第一階波譜之尖峰主頻的主頻的比值在8%至18%之間。
- 六、試驗結果證明波浪尖銳度與波高水深比皆不會影響淺海波譜形狀參數，影響波譜形狀的主要因素為相對水深。在本次研究中，相對水深介於0.05至0.3之間，依實驗數據作迴歸分析，結果可將波譜形狀參數 m 表示為下列的表示式：

$$m = 0.0552 \left(\frac{1}{D/L} \right)^2 - 1.855 \left(\frac{1}{D/L} \right) + 18.413$$

- 七、以1/30與1/50的斜面底床試驗所得的數據與上面的經驗式比較可知，除了相對水深大於0.15時有稍微的差異外，其他部份皆十分一致，表示此經驗式有其一般性，不論平面或斜面底床皆適用。
- 八、與WALLOPS波譜比較後發現於相對水深較小時，本文的形狀參數值與WALLOPS推估值差異不大，但相對水深較大時則有偏大的趨勢。由於WALLOPS波譜是以高頻處非線性量出現（overshoot）的概念來描述頻譜的形狀，理論上有點過於牽強不易與實際現象完全符合。

九、相對水深小於0.05時，其波浪會發生分裂的現象以至於波譜形狀發生分裂而形成雙峰型，分裂時在高頻處所產生第二尖峰處的成分波由二階係數得知仍是線性成分波。隨著波浪的進行，波譜又漸漸地變成單一波峰型波譜，但主頻會略往高頻處移動，而波形也變成較有對稱性，逐漸形成線性波。

十、相對水深0.3至0.05時之波浪的非線性量由二階係數可知，於主頻處仍是線性波；非線性量發生在高頻處，所佔成分約為此處線性成分的15%以內，所佔比例很低，因此在工程應用上應可忽略此非線性的影響。

十一、相對水深愈小，波譜形狀會變得愈緩。造成波譜形狀變緩的原因可能包括碎波、底床摩擦、非線性量的增加、水深、回流等。由本次水平底床實驗結果顯示，對於同一入射波波浪，各測站波高計所測得的頻譜形狀十分一致，並且於實驗中並無碎波、回流等現象發生，因此碎波、回流、底床摩擦並不是造成頻譜變緩的原因。由二階係數與波譜形狀的關係中可得知，非線性量也並不是造成波譜形狀變緩的原因。探討此波譜形狀變緩的原因仍有待進一步加以研究。

參考文獻

1. Bouws, E., H. Gunther, W. Rosenthal and C. L. Vincent, "Similarity of the Wind Wave Spectrum in Finite Depth Water: 1 -Spectral Form," *Journal of Geophysical Research*, Vol.90, pp.975-986(1985).
2. Bretschneider, C.L., "Significant Wave of Wave Spectrum," *Ocean Industry*, pp.40-46(1965).
3. Cavaleri, L., L. L. Bertotti and P. Lionello, "Shallow Water Application of the Third-Generation WAM Wave Model," *Journal of Geophysical Research*, Vol.94, pp.8111-8124(1989).
4. Chen, Y.H. and H. Wang, "Numerical Model for Nonstationary Shallow Water Wave Spectral Transformations," *Journal of Geophysical Research*, Vol.88, pp.9851-9863(1983).
5. Elgar, S. and R.T. Guza, "Nonlinear Model Predictions of Bispectra of Shoaling Surface Gravity Waves," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 167, pp.1-18(1986).
6. Elgar, S., R.T. Guza and M.H. Freilich, "Dispersion, Nonlinearity, and Viscosity in Shallow Water Wave," *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol.119, No.4, pp.351-366(1993).
7. Freilich, M.H. and R.T. Guza, "Nonlinear Effects on Shoaling Surface Gravity Waves," *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond*, A311, pp.1-41(1984).

8. Goda, Y., "Estimation of wave statistics from spectral information." Proc. Int. Symp. on Ocean Wave Measurement and Analysis, ASCE, New Orleans, pp. 320-337, 1974.
9. Goda, Y., "A Unified Nonlinearity Parameter of Water Waves," *Report of the Port and Harbour Research Institute*, Vol. 22, No. 3, pp. 3-30 (1983).
10. Guza, R.T., "Shoaling Gravity Waves: Comparisons between Field Observations, Linear Theory, and a Nonlinear Model," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 158, pp. 47-70 (1985).
11. Guza, R.T. and E.B. Thornton, "Observations of Surf Beat," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, pp. 3161-3172 (1985).
12. Hasselmann, K., "On the Non-Linear Energy Transfer in a Gravity Wave Spectrum-Part 1," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol 12, pp. 481-500 (1962).
13. Hasselmann, K., "On the Non-Linear Energy Transfer in a Gravity Wave Spectrum-Part 2," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 15, pp. 273 ~ 281 (1963a).
14. Hasselmann, K., "On the Non-Linear Energy Transfer in a Gravity Wave Spectrum-Part 3," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 15, pp. 385-398 (1963b).
15. Hasselmann, K., T.P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D.E. Cartwright, E. Enke, J.A. Ewing, H. Gienapp, S. Hasselmann, P. Kruseman, A. Meerburg, P. Müller, D.J. Olbers, K. Richter, W. Sell and H. Walden, "Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)," *Deutsches Hydrographisches Zeit*, Suppl. A, Vol. 8, No. 12 (1973).

16. Hasselmann, S. and K. Hasselmann, "Computation and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum, Part I : New Method for Efficient Computations of the Exact Nonlinear Transfer Integral," *Journal of Physical Oceanography*, Vol.15, pp.1369-1377(1985).
17. Hasselmann, S., K. Hasselmann, J.M. Altmeyer and T.P. Barnett, "Computation and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum, Part II : Parameterization of the Nonlinear Energy Transfer for Application in Wave Models," *Journal of Physical Oceanography*, Vol.15, pp.1378-1391(1985).
18. Hasselmann, K., W. Munk and G. MacDonald, "Bispectra of Ocean Waves," *Proceeding of Symposium on Time Series Analysis*, John Wiley, New York, pp.125-139(1963).
19. Huang, N.E., P.A. Hwang, H. Wang, S.R. Long and L.F. Bliven, "A Study on the Spectral Models for Waves in Finite Water Depth," *Journal of Geophysical Research*, Vol.88, pp.9579-9587(1983).
20. Huang, N.E., S.R. Long, C.C. Tung, Y. Yuen and L.F. Bliven, "A Unified Two-Parameter Wave Spectra Model for a General Sea State," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.112, pp.203-224(1981).
21. Imasato, N. and H. Kunishi, "Bispectra of Wind-Waves and Wave-Wave Interaction," *Journal of the Oceanographical Society of Japan*, Vol.33, pp.267-271(1977).
22. Ijima, T., T. Mastuo and K. Koga "Equilibrium range spectra in shoaling water." *proc. 12th. Coastal Eng., ASCE.*, pp.127-149, 1970.

23. Isserlis, L., "On a Formula for the Product-Moment Coefficient of Any Order of a Normal Frequency-Distribution in Any Number of Variables," *BIOMETRIKA*, Vol.12, pp.185-190(1918).
24. Julius, S.B. and Allan, G.P., "*Random Data Analysis and Measurement procedures*" ,2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc., 407pp.1971.
25. Kitaigorodskii, S.A., V.P. Krasitskii and M.M. Zaslavskii, "On Phillips' Theory of Equilibrium Range in the Spectra of Wind-Generated Gravity Waves," *Journal of Physical Oceanography*, Vol.5, pp.410-420(1975).
26. Kuo Yiyu and Chien Chungching " *A Study on the Spectral Form of Nearshore Water Waves* " ,China Ocean Engineering, Vol. 7 ,No.3 ,pp.289-304., 1993.
27. Le Mehaute, B. and D. Wang, "Wave Spectrum Changes on Sloped Beach," *Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Division*, Vol.108, No.WW1, pp.33-47(1982).
28. Li, C.W. and M. Mao, "Spectral Modelling of Typhoon-Generated Waves in Shallow Water," *Journal of Hydraulic Research*, Vol.30, No.5, pp.611-621(1992).
29. Liu, C., "A representation for the Frequency Spectrum of Wind-Generated Wave," *Ocean Engineering*, Vol.10, pp.429-441(1983).
30. Masuda, A. and Y.Y. Kuo, "A Note on the Imaginary of Bispectra," *Deep-Sea Research*, Vol. 28A, No.3, pp.213-222(1981).

31. Ou, S.H., "Parametric Determination of Wave Statistics and Wave Spectrum of Gravity Waves," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan(1977) .
32. Phillips, O.M., "The Equilibrium Range in the Spectrum of Wind-Generated Waves," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 4, pp.426-434(1958).
33. Pierson, W.J. and L. Moskowitz, "A Proposed Spectrum Form for Fully Developed Wind Sea Based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 69, pp.5181-5190(1964).
34. Stokes, G.G., "On the Theory of Oscillatory Wave," *Trans. Camb. Phil. Soc.*, Vol.8, pp.441-451(1847).
35. Tayfun, M.A., "High-Wave-Number/Frequency Attenuation of Wind-Wave Spectra," *Journal Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol.116, No.3, pp.381-398(1990).
36. Tick, L.T., "A Nonlinear Random Model of Gravity Waves I," *Journal of Mathematics and Mechanics*, Vol.8, No.5, pp.643-652(1959).
37. Young, L.R., "A Shallow Water Spectral Wave Model," *Journal of Geophysical Research*, Vol.93, pp.5113-5129(1988).
38. 郭一羽、邱永芳、羅克信, 「淺海波浪頻譜模式之建立」, 第十七屆海洋工程研討會論文集, 第 177 ~ 192 頁(1995)。

39. 郭一羽、陳合源，「淺海波浪頻譜之研究(一)—非線性成份波與波譜之關連」，第六屆海洋工程研討會論文集，第 11-1 ~ 11-21 頁(1982)。
40. 郭一羽、彭鏡洋，「有關淺水波浪頻譜形態之研究」，港灣技術，第一期，第 93-108 頁 (1985) 。
41. 陳陽益、湯麟武，「波譜之力學基礎」，第九屆海洋工程研討會論文集，第 271-286 頁(1987)。
42. 曾相茂，「台灣海域海氣象調查研究」，港灣技術研究所 84-研(二)-1(1995)。
43. 簡仲璟、郭一羽，「近岸波浪頻譜形狀之研究」，第十六屆海洋工程研討會論文集，第 A-193 ~ A-215 頁(1994)。