

# 蘇澳港防波堤改善工程規劃

## 第七子計劃

### 蘇澳港暴潮模式之建立

許泰文 莊文傑

委託單位：省交通處基隆港務局蘇澳港分局

承辦單位：省交通處港灣技術研究所

協辦單位：國立成功大學水利及海洋工程研究所

中華民國八十六年二月

# 第七子計劃

## 蘇澳港暴潮模式之建立

計劃主持人：國立成功大學  
水利及海洋工程研究所  
教授 許泰文博士

共同主持人：港研所海岸工程組  
副研員 莊文傑博士  
候選人

## 中文摘要

本文首先利用調和分析求出蘇澳港海域各分潮之調和參數，分析結果顯示蘇澳海域乃是以潮為主的一日兩回潮，並利用各分潮之調和參數作潮位變化之預測。

在颱風暴潮偏差計算方面則利用選擇性堆積二階段顯式有限元素法計算蘇澳海域當颱風入侵時之暴潮偏差的變化，計算結果顯示選擇性堆積二階段顯式有限元素法具有高效率的計算速度與對不規則邊界處理方便上的優點。實際計算 Norris 颱風與 Andy 颱風通過東部海域時所引致的暴潮偏差上得到不錯的結果，更進一步將各種重現期的颱風規模與颱風路徑作一數值模擬，所得的結果可供工程設計所參考。

利用調和分析所得各分潮的調和常數，應用選擇性堆積二階段顯式有限元素法模擬出蘇澳海域之潮流流場。由計算結果顯示在港內堤口流速最大可達 4.6 cm/sec。

# 目錄

中文摘要 .....	I
目錄 .....	II
圖目錄 .....	III
表目錄 .....	IV
符號說明 .....	V
第一章 緒論 .....	1
1-1 研究主旨 .....	1
1-2 研究方法及過程 .....	1
第二章 理論分析 .....	3
2-1 天文潮理論 .....	3
2-2 颱風暴潮理論 .....	10
2-3 潮流理論 .....	18
第三章 模式驗證 .....	25
3-1 天文潮模式驗證 .....	25
3-2 暴潮模式驗證 .....	26
3-3 潮流模式驗證 .....	31
第四章 計算結果 .....	34
4-1 天文潮推算 .....	34
4-2 暴潮偏差計算結果 .....	37
4-3 潮流計算結果 .....	49
參考文獻 .....	62

## 圖目錄

圖 3-1 觀測值與預測值比較圖 (1/1/89~1/3/89).....	25
圖 3-2 觀測值與預測值比較圖 (3/1/89~3/3/89).....	26
圖 3-3 Norris 颱風進行路徑示意圖.....	27
圖 3-4 Andy 颱風進行路徑示意圖.....	27
圖 3-5 計算海域之有限元素網格配置圖(node 110 : 梗枋, node 82 : 蘇澳).....	28
圖 3-6 計算海域之有限元素網格配置圖(node 62 : 富岡).....	29
圖 3-7 Norris 颱風於梗枋地區之暴潮偏差歷線圖.....	30
圖 3-8 Andy 颱風於富岡地區之暴潮偏差歷線圖.....	30
圖 3-9 矩形渠道網格配置圖.....	31
圖 3-10 水位變化量之計算值與理論值之比值.....	32
圖 3-11 不同時刻之湧浪水位變化圖.....	33
圖 3-12 湧浪在 $x=0.0$ 處之水位歷線圖.....	33
圖 4-1 侵台颱風路徑分類統計圖.....	38
圖 4-2 推算各重現期暴潮偏差之模型颱風路徑圖.....	39
圖 4-3 實測資料 ( $\Delta p_c$ ) 之累積機率與 Gumbel 分佈函數之比 較圖.....	42
圖 4-4 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 5 年).....	43
圖 4-5 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 20 年).....	44
圖 4-6 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 50 年).....	44
圖 4-7 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 100 年).....	45
圖 4-8 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 200 年).....	45
圖 4-9 模型颱風 路徑 I 之路徑, A : T = 20 分鐘; B : T = 5 小時; C : T = 10 小時; D : T = 15 小時。.....	46

圖 4-10	蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風, 路徑 I, 20 分鐘), 颱風位置如圖 4-9 之 A。	47
圖 4-11	蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風, 路徑 I, 5 小時), 颱風位置如圖 4-9 之 B。	47
圖 4-12	蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風, 路徑 I, 10 小時), 颱風位置如圖 4-9 之 C。	48
圖 4-13	蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風, 路徑 I, 15 小時), 颱風位置如圖 4-9 之 D。	48
圖 4-14	蘇澳港附近海域地形水深圖。	52
圖 4-15	潮流流場計算網格配置圖。	52
圖 4-16	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (28小時)。	53
圖 4-17	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (30小時)。	54
圖 4-18	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (32小時)。	55
圖 4-19	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (34小時)。	56
圖 4-20	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (36小時)。	57
圖 4-21	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (38小時)。	58
圖 4-22	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (40小時)。	59
圖 4-23	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (42小時)。	60
圖 4-24	蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (44小時)。	61

## 表目錄

表 4-1	蘇澳港各種潮位高程 .....	34
表 4-2	天文潮各分潮之振幅與遲角 .....	35
表 4-2	天文潮各分潮之振幅與遲角 (續) .....	36
表 4-3	各重現期之最大颱風中心氣壓差 $\Delta p_c$ (mb) .....	40
表 4-4	各重現期三種模型颱風進行路徑之暴潮偏差結果 .....	41
表 4-5	各重現期之最大暴潮偏差 .....	41

## 符號說明

$a$	颱風中心氣壓常數 $a = \Delta P_c = (P_\infty - P_c) \approx (1013.3 - P_c) \text{mb}$
$a_i$	傅立葉級數之係數
$A_{ij}$	矩陣之係數
$A_l$	紊流黏滯係數 (eddy viscosity coefficient)
$b_i$	傅立葉級數之係數
$C_i$	矩陣之係數
$C$	Chezy 係數
$C_1, C_2$	颱風常數，在台灣 $C_1 \approx 0.6, C_2 \approx 0.6$
$E$	遭遇機率
$e$	選擇性堆積參數 (selective lumping parameter)
$F$	$-\ln(-\ln PP)$
$f$	修正係數 (Factor of Reduction)
$fc$	科氏力係數 ( $fc = 2\omega \sin \phi$ )
$g$	重力加速度 ( $g \approx 9.81 \text{m/sec}^2$ )
$h$	水深
$h_{\max}$	計算區域中元素之最大平均水深
$H_0$	平均海水面
$H$	振幅
$k$	遲角 (phase lag)
$\tilde{M}_{\alpha\beta}$	$M_{\alpha\beta}$ 之選擇性堆積係數 (selective lumping coefficient)
$\bar{M}_{\alpha\beta}$	$M_{\alpha\beta}$ 之堆積係數 (lumped coefficient)
$PP$	累積機率

$P_c$	颱風中心氣壓
$P_\infty$	平均大氣壓
$\Delta p_c$	中心氣壓差
$r_0$	颱風最大風速半徑
$r$	任一點至颱風中心距離 ( $r = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$ )
$\Delta s$	元素中最短節點距離
$t$	時間
$\Delta t$	差分時間間距
$u, v$	流體質點在 $x, y$ 軸方向上之平均流速
$u^*$	加權函數
$v^*$	加權函數
$\eta^*$	為加權函數
$u_\alpha$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之 $x$ 方向平均流速
$v_\alpha$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之 $y$ 方向平均流速
$u_\alpha^*$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之加權函數值
$v_\alpha^*$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之加權函數值
$\dot{u}$	$u$ 之時間導數
$\dot{v}$	$v$ 之時間導數
$V_x, V_y$	颱風進行速度在 $x, y$ 方向上之分量
$W_x, W_y$	風速在 $x, y$ 方向之分量
$W_g$	$= (ar_0 / (\rho_a r) e^{-r_0/r} + r^2 \omega^2 \sin^2 \phi)^{1/2} - r\omega \sin \phi$
$(W_g)_{\max}$	當 $r = r_0$ 時 $W_g = (W_g)_{\max}$
$(V+u)$	平衡引數 (Equilibrium Argument)。

$X_c, Y_c$	颱風中心座標
$x, y$	卡式座標軸
$\hat{x}$	$= X - X_c$
$\hat{y}$	$= Y - Y_c$
$\dot{\eta}$	$\eta$ 之時間導數
$\eta$	水位變化量
$\eta_a$	氣壓降低使水位上升量
$\eta_\alpha$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之水位變動值
$\eta_\alpha^*$	任一元素第 $\alpha$ 個節點之加權函數值
$\omega$	分潮之角速度
$\omega_e$	為地球旋轉角速度 ( $\omega_e \approx 7.292 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ )
$\phi$	緯度
$\nabla$	計算區域
$\tau_x^B, \tau_y^B$	$x, y$ 方向海底剪應力
$\tau_x^s, \tau_y^s$	$x, y$ 方向海面剪應力
$\gamma$	海面剪力係數 ( $\gamma \approx 2.6 \times 10^{-3}$ )
$\rho_a$	大氣密度 ( $\rho_a \approx 1.22 \times 10^{-3} \text{ gr/cm}^3$ )
$\rho$	海水密度 ( $\rho \approx 1.033 \text{ gr/cm}^3$ )
$\alpha$	對稱風向與等壓線之夾角，在台灣 $\alpha \approx 35^\circ$
$\Phi_\alpha$	平均流速、水位之形狀函數
$\varepsilon_{ij}$	交替張量函數 (alternating tensor)

# 第一章 緒論

## 1-1 研究主旨

台灣地區夏季常受颱風之侵襲，而颱風之低氣壓及強風將導致水上升，此種水位上升一般稱為暴潮。暴潮會增加颱風對港灣結構物的破壞力，使防波堤或沉箱因承受巨大之波力而有潰堤之危險，故如何解析暴潮傳遞以瞭解暴潮位，增加港灣結構物之安全設計，為海岸工程規劃重要之課題。

民國八十二年八月道格颱風造成蘇澳港防波堤嚴重破壞，而颱風來襲時在蘇澳港停靠之船隻時常出港避難。颱風波浪造成蘇澳港港池之振盪原因為值得探討的問題，而暴潮位之變化將使港池振盪更為劇烈。預測颱風所引起之暴潮偏差，在研究港池之安定與防波堤受力有其價值性。本文利用數值模擬方法，計算蘇澳港暴潮之潮位歷線，藉以瞭解暴潮偏差對港池振盪的影響。

由於天體運動引致水位變化，其所衍生之流場稱為潮流。潮流可視為一淺水長波，其運動特性一般較為規則且具周期性，然而順流可增加船速，逆流則減低航速，側流則會使船隻逸出航線遭遇危險。此外潮汐之高低漲落常影響船隻進出港口之時間與錨定之安全，故需了解海域之潮汐與潮流情況。

## 1-2 研究方法及過程

有關暴潮水位預測之數值模式，過去大部份有限差分法來模擬，但此法較強不適合不規則邊界。近年來使用有限元素法解析水利問題已相當普遍，它能克服不規則邊界的不便缺點。本文將選擇堆積性二階段有限元素法，解析淺水域之暴潮特性，此法具有穩定性高，且在程式處理上可避免解帶狀矩陣之計算時間及記憶體空間之問題。

為瞭解本文數值模式之預測能力，本文先以東部海域梗枋及富岡潮位站所實測之暴潮水位，驗證數值模式計算結果，以校核數值模式之適用情形。模擬時係以實際颱風路徑進行計算，使計算結果更能符合實際現象。其次，本文將以蘇澳港為計算條件，由選擇之模型颱風及實際颱風推算暴潮潮位歷線，所獲結果可供港灣工程規劃設計之參考。

## 第二章 理論分析

### 2-1 天文潮理論

潮汐是由於太陽和月亮與地球之海洋中海水互相吸引而產生的，潮汐能用儀器測得，它顯示出海面，在一定之範圍內，作有規則的起伏，一般是在一天內發生兩次起伏，高水位之間的週期平均是十二小時二十五分鐘。從海岸或港灣所作的觀測顯示，海洋的潮汐受月亮的影響比太陽為大，最明顯的現象，就是每天的高低潮的時間，平均延後約一小時，這與月亮通過同一子午線，每天都延後五十分鐘的現象相符合。潮汐由深海傳播到淺海時，會受到海底地形的影響，因此潮汐問題就變得更複雜。潮汐也受到風以及大氣壓力變化的影響。因此潮汐現象的研究為一相當複雜的問題。

預測潮汐一般採用調和分析法 (harmonic analysis)。此法即假設潮汐是由很多分潮 (partial tides) 的調和函數相加而成，而每一分潮的振幅 (amplitude) 以及遲角 (phase lag) 隨地點之不同而改變，必須由已測得的潮汐資料來求各分潮之振幅及遲角。

潮汐學上的調和分析法為把任何地點觀測到的潮汐分成很多構成此潮汐的分潮，每個分潮之升降視為一簡單的時間調和函數。而潮汐的調和預測就是把這些分潮合在一起，運用到要預測的時間裡，計算潮汐的大小。理論上來講，潮汐是包含有無窮多的分潮，但是只有較少數的分潮在潮汐預測中佔重要的地位。因此在用有限的分潮來預測潮汐時，要包括一些主要的分潮。

由牛頓的平衡潮汐理論 (equilibrium tide theory) 得知，各分潮可以下列形式表示：

$$y = f H \cos(V + u) \quad (2-1)$$

式中；

$y$  : 分潮之潮高；

$f$  : 修正係數 (Factor of Reduction)；

$H$  : 振幅；

$(V+u)$  : 平衡引數 (Equilibrium Argument)。

平衡引數為時間之函數，若其時間之變化率為  $\omega$ ，在時間  $t = 0$  時，其值為  $(V_0+u)$ ，則

$$(V+u) = \omega t + (V_0 + u) \quad (2-2)$$

$\omega$  即為分潮之角速度，利用式 (2-2)，式 (2-1) 可改寫為：

$$y = f H \cos[\omega t + (V_0 + u)] \quad (2-3)$$

公式 (2-1) 或式 (2-3) 係代表純由理論推算出來的潮汐，實際潮汐的高潮與理論的高潮是不相吻合，而有時間的差異，因此為了能實際運用起見，式 (2-3) 必需修正，使高潮時間互相吻合，故式 (2-4) 改寫如下：

$$y = f H \cos[\omega t + (V_0 + u) - k] \quad (2-4)$$

$k$  為遲角 (phase lag)，其值相當於用平衡潮汐理論推算的高潮時間與實際潮汐高潮時間之間隔。振幅  $H$  以及遲角  $k$  合稱為調和常數 (harmonic constants)，其值係隨地點而異，必需由當地觀測的潮汐值來決定之，而分潮之修正係數，角速度以及平衡引數則受天體運動之影響，可由天體運動之公式求得。

有了分潮之調和函數後，利用調和分析之假設，任何地點之潮高為各分潮潮高之總和，用數學方表示如下：

$$Y(t) = H_0 + \sum_{i=1}^M f_i H_i \cos[\omega_i t + (V_0 + u)_i - k_i] \quad (2-5)$$

$H_0$  為平均海水面， $M$  為所選取之分潮個數。利用三角函數之關係，式 (2-5) 可展開為：

$$Y(t) = a_0 + \sum_{i=1}^M (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) \quad (2-6)$$

式中：

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= H_0 \\ a_i &= f_i H_i \cos[(V_0 + u)_i - k_i] \\ b_i &= -f_i H_i \sin[(V_0 + u)_i - k_i] \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

公式 (2-5) 或式 (2-6) 代表任何時間的潮高，因實際觀測為每小時的潮汐資料，為了使式 (2-6) 能用到實際之潮汐資料，時間因素  $t$  要改寫。令潮汐之觀測時間間隔為  $\Delta t$ ，選一時間為起始時間，( $t=0$ )，則在起始時間之前後任何時間可表示如下：

$$t = n\Delta t, n = -N, -N+1, \dots, 0, 1, \dots, N-1, N \quad (2-8)$$

$N$  為由起始時間算起第  $N$  個觀測值，式(2-8) 代入式 (2-6) 可得

$$Y(n\Delta t) = a_0 + \sum_{i=1}^M [a_i \cos(\omega_i n\Delta t) + b_i \sin(\omega_i n\Delta t)] \quad (2-9)$$

假設任何地點之潮汐觀測值用  $g(n\Delta t)$  來表示，為了要使用式 (2-9) 計算出來的值  $Y(n\Delta t)$ ，與觀測值  $g(n\Delta t)$  一樣，必須由觀測值來求  $a_i$  及  $b_i$  係數。換言之，所求到之  $a_i$  及  $b_i$  值要使得  $Y(n\Delta t)$  以及  $g(n\Delta t)$  之誤差最小，因誤差有正負號，故必需使誤差之平方和為最小，此即最小二乘法，用數學公式表示如下：

$$F = \sum_{n=-N}^N [Y(n\Delta t) - g(n\Delta t)]^2 = \text{minimum} \quad (2-10)$$

式 (2-10) 包含未知數  $a_i$  及  $b_i$ ，要求  $a_i$  及  $b_i$  值使得  $F$  值為最小條件即要使式 (2-10) 各對  $a_i$  及  $b_i$  微分為零，利用這些條件可得：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a_0} &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial a_i} &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, M \\ \frac{\partial F}{\partial b_i} &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

式 (2-9) 有  $2M+1$  個未知數，而式 (2-11) 含有  $2M+1$  個方程式，因此式 (2-11) 可用以求  $a_i$  及  $b_i$  值。

式 (2-11) 之展開式導之如下：

$$\frac{\partial F}{\partial a_0} = \sum_{n=-N}^N [Y(n\Delta t) - g(n\Delta t)] \frac{\partial Y}{\partial a_0} = 0 \quad (2-12)$$

由式 (2-9) 知道  $\frac{\partial Y}{\partial a_0} = 1$ ，故式 (2-12) 可寫成：

$$\sum_{n=-N}^N [a_0 + \sum_{i=1}^M (a_i \cos \omega_i n\Delta t + b_i \sin \omega_i n\Delta t)] = \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \quad (2-13)$$

利用下面之三角函數關係：

$$\sum_{n=-N}^N \cos(\omega_i n\Delta t) = \frac{\sin[(2N+1)\omega_i \Delta t / 2]}{\sin(\omega_i \Delta t / 2)}$$

$$\sum_{n=-N}^N \sin(\omega_i n\Delta t) = 0$$

式 (2-13) 可以寫成：

$$a_0 + \sum_{i=1}^M \frac{\sin[(2N+1)\omega_i \Delta t / 2]}{(2N+1)\sin(\omega_i \Delta t / 2)} a_i = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \quad (2-14)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a_s} = \sum_{n=-N}^N [Y(n\Delta t) - g(n\Delta t)] \frac{\partial Y}{\partial a_s} = 0, \quad s = 1, 2, \dots, M \quad (2-15)$$

由式 (2-9) 知道  $\frac{\partial Y}{\partial a_s} = \cos(\omega_s n\Delta t)$ ，故式 (2-15) 可寫成：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-N}^N [a_0 + \sum_{i=1}^M (a_i \cos \omega_i n\Delta t + b_i \sin \omega_i n\Delta t)] \cos(\omega_s n\Delta t) \\ &= \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \cos(\omega_s n\Delta t) \end{aligned} \quad (2-16)$$

再利用下面之三角函數關係：

$$\begin{aligned} \sum_{n=-N}^N \cos(\omega_i n\Delta t) \cos(\omega_s n\Delta t) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]} \right] \end{aligned}$$

$$\sum_{n=-N}^N \sin(\omega_i n\Delta t) \cos(\omega_s n\Delta t) = 0$$

以及令  $\omega_0 = 0$ ，則式 (2-16) 變成：

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^M a_i \frac{1}{2N+1} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]} \right. \\ & \quad \left. + \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]} \right] \\ &= \frac{2}{2N+1} \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \cos(\omega_s n\Delta t), \quad s = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (2-17)$$

式 (2-14) 與式 (2-17) 共有  $M+1$  個方程式，可用以解  $M+1$  個  $a_i$  值。式 (2-14) 與式 (2-17) 可以用矩陣 (Matrix) 方法表示，令  $\omega_s = 0$ ，則：

$$[A][a] = [C] \quad (2-18)$$

矩陣 A 之係數  $A_{ij}$  表示如下：

$$\left. \begin{aligned} A_{00} &= 2 \\ A_{ii} &= 1 + \frac{\sin[(2N+1)\omega_i \Delta t]}{(2N+1)\sin(\omega_i \Delta t)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \\ A_{ij} &= \frac{1}{2N+1} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_j - \omega_i)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_j - \omega_i)\Delta t / 2]} + \frac{\sin[(2N+1)(\omega_j + \omega_i)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_j + \omega_i)\Delta t / 2]} \right], \quad i \neq j \\ A_{i0} &= A_{0j} = \frac{2 \sin[(2N+1)\omega_j \Delta t / 2]}{(2N+1)\sin(\omega_j \Delta t / 2)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (2-19)$$

矩陣 a 之係數  $a_i$  為  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_M$

矩陣 C 之係數  $C_i$  表示如下：

$$C_i = \frac{2}{2N+1} \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \cos(\omega_i n\Delta t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M \quad (2-20)$$

同樣的演算可用到  $\frac{\partial F}{\partial b_s} = 0$ ,  $s = 1, 2, 3, \dots, M$

$$\frac{\partial F}{\partial b_s} = \sum_{n=-N}^N [Y(n\Delta t) - g(n\Delta t)] \frac{\partial Y}{\partial b_s} = 0 \quad (2-21)$$

由式 (2-9) 知道  $\frac{\partial Y}{\partial b_s} = \sin(\omega_s n\Delta t)$ , 故式 (2-21) 可寫成：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-N}^N \left\{ a_0 + \sum_{i=1}^M [a_i \cos(\omega_i n\Delta t) + b_i \sin(\omega_i n\Delta t)] \right\} \sin(\omega_s n\Delta t) \\ &= \sum_{n=-N}^N g(n\Delta t) \sin(\omega_s n\Delta t), \quad s = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (2-22)$$

利用以前及下面之三角關係式：

$$\sum_{n=-N}^N \sin(\omega_i n \Delta t) \sin(\omega_s n \Delta t) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]} - \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]} \right]$$

式 (2-22) 可改為：

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^M b_i \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i - \omega_s)\Delta t / 2]} - \frac{\sin[(2N+1)(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_i + \omega_s)\Delta t / 2]} \right] \\ = \sum_{n=-N}^N g(n \Delta t) \sin(\omega_s n \Delta t), \quad s = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (2-23)$$

式 (2-23) 有  $M$  個方程式可用來解  $M$  個未知數  $b_i$ ，假如也寫成矩陣之形式，可得：

$$[B][b] = [D] \quad (2-24)$$

矩陣  $B$  之係數  $B_{ij}$  表示如下：

$$\left. \begin{aligned} B_{ii} &= 1 - \frac{\sin[(2N+1)\omega_i \Delta t]}{(2N+1)\sin(\omega_i \Delta t)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \\ B_{ij} &= \frac{1}{2N+1} \left[ \frac{\sin[(2N+1)(\omega_j - \omega_i)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_j - \omega_i)\Delta t / 2]} - \frac{\sin[(2N+1)(\omega_j + \omega_i)\Delta t / 2]}{\sin[(\omega_j + \omega_i)\Delta t / 2]} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-25)$$

矩陣  $b$  之係數  $b_i$  為  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_M$

矩陣  $D$  之係數  $D_i$  表示如下：

$$D_i = \frac{2}{2N+1} \sum_{n=-N}^N g(n \Delta t) \sin(\omega_i n \Delta t), \quad i = 0, 1, 2, \dots, M \quad (2-26)$$

當解未知數  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_M, b_0, b_1, b_2, \dots, b_M$  後，再利用式 (2-17) 來求調和常數，即：

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= a_0 \\ H_i &= \frac{1}{f_i} \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \\ K_i &= (V_0 + u)_i + \tan^{-1} \frac{b_i}{a_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

將求出之調和常數代入式 (2-5) 可以用來預測未來的潮汐。

## 2-2 颱風暴潮理論

在台灣地區夏季常受颱風之侵襲，而颱風之低氣壓及強風導致的水位上升，即暴潮，會增加颱風對海岸結構物的破壞力，所以如何解析暴潮傳遞以瞭解暴潮上升量，進而防患颱風暴潮之侵害，乃為防護海岸地區重要課題之一。關於颱風暴潮預測問題，以有限差分法來模擬的學者如楊(1974)、Yen 等人 (1979)，Walton 等人 (1980)，Harper 等人 (1983)。有限元素法能克服有限差分法處理不規則邊界不便的缺點，逐漸被學者重視，如土屋義人等(1982、1984)，Kawahara 等人 (1976)。Kawahara 等人 (1976)提出二階段顯式有限元素法，應用在潮流、海嘯等問題。二階段顯式有限元素法解析結果比有限差分法的結果偏低，且不符合實際之現象，故 Kawahara 等人 (1982)改善二階段顯式有限元素法之缺點，提出選擇性堆積有限元素法，解析淺水長波及沿岸流等問題，獲得良好的結果。

作者應用楊(1974)之模式於實際海岸工程之規劃設計上時，發現不規則邊界在程式處理上之較為困難；且選擇性堆積二階段顯式有限元素法之穩定性高、計算結果合乎實際現象，且在程式處理上可避免解帶狀矩陣之計算時間及記憶體空間的問題。故本文遂以二階段顯式

選擇性堆積有限元素法解析颱風暴潮、探討颱風來襲對於台灣東部海域所造成之暴潮偏差。

暴潮基本方程式可由淺水長波理論來描述。在水深方向之壓力分佈假設是流體靜壓力，且將動量方程式及連續方程式由海底至水面積分，可得暴潮基本方程式為：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial(\eta - \eta_a)}{\partial x} - f_c v + \tau_x^B - \tau_x^s = 0 \quad (2-28)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial(\eta - \eta_a)}{\partial y} + f_c u + \tau_y^B - \tau_y^s = 0 \quad (2-29)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial[u(h + \eta)]}{\partial x} + \frac{\partial[v(h + \eta)]}{\partial y} = 0 \quad (2-30)$$

式中

- $x, y$  : 為卡式座標軸
- $u, v$  : 為流體質點在  $x, y$  軸方向上之平均流速
- $\eta$  : 為暴潮偏差
- $\eta_a$  : 為氣壓降低使水位上升量
- $h$  : 為水深
- $g$  : 為重力加速度 ( $g \approx 9.81 \text{ m/sec}^2$ )
- $f_c$  : 為科氏力係數 ( $f_c = 2\omega \sin \phi$ )
- $\omega$  : 為地球旋轉角速度 ( $\omega \approx 7.292 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ )
- $\phi$  : 為緯度
- $t$  : 為時間
- $\tau_x^B, \tau_y^B$  : 為  $x, y$  方向海底剪應力
- $\tau_x^s, \tau_y^s$  : 為  $x, y$  方向海面剪應力

海底剪應力在  $x, y$  方向分量可表成下列形式：

$$\tau_x^B = \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (2-31)$$

$$\tau_y^B = \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (2-32)$$

式 (2-31) 及式 (2-32) 中  $C$  為 Chezy 係數。海面剪應力  $\tau_x^s$ 、 $\tau_y^s$  與風力的關係為：

$$\tau_x^s = \frac{\gamma\rho_a W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h + \eta)} \quad (2-33)$$

$$\tau_y^s = \frac{\gamma\rho_a W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h + \eta)} \quad (2-34)$$

式中

$\gamma$  : 為海面剪力係數 ( $\gamma \approx 2.6 \times 10^{-3}$ )

$\rho_a$  : 為大氣密度 ( $\rho_a \approx 1.22 \times 10^{-3} \text{gr/cm}^3$ )

$\rho$  : 為海水密度 ( $\rho \approx 1.033 \text{gr/cm}^3$ )

$W_x, W_y$  為風速在  $x, y$  方向之分量，依颱風資料及氣象條件可由下式求得：

$$W_x = -\frac{C_1}{r}(\hat{x} \sin \alpha + \hat{y} \cos \alpha)W_g + C_2 \frac{V_x}{(W_g)_{\max}} W_g \quad (2-35)$$

$$W_y = \frac{C_1}{r}(\hat{x} \cos \alpha - \hat{y} \sin \alpha)W_g + C_2 \frac{V_y}{(W_g)_{\max}} W_g \quad (2-36)$$

式中

$$W_g = \left( \frac{ar_0}{\rho_a r} e^{-\frac{r_0}{r}} + r^2 \omega^2 \sin^2 \phi \right)^{\frac{1}{2}} - r\omega \sin \phi \quad (2-37)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{x} &= X - X_c \\ \hat{y} &= Y - Y_c \end{aligned} \right\} \quad (2-38)$$

- $\alpha$  : 為對稱風向與等壓線之夾角，在台灣  $\alpha \approx 35^\circ$
- $r_0$  : 為颱風最大風速半徑
- $a$  : 颱風中心氣壓常數 [  $a = \Delta P_c = (P_\infty - P_c) \approx (1013.3 - P_c) \text{mb}$  ]
- $P_c$  : 颱風中心氣壓
- $V_x, V_y$  : 為颱風進行速度在  $x, y$  方向上之分量
- $C_1, C_2$  : 為颱風常數，在台灣  $C_1 \approx 0.6, C_2 \approx 0.6$
- $(W_g)_{\max}$  : 當  $r = r_0$  時  $W_g = (W_g)_{\max}$
- $P_\infty$  : 平均大氣壓
- $(X_c, Y_c)$  : 為颱風中心座標
- $r$  : 為任一點至颱風中心距離 ( $r = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$ )

颱風之氣壓分佈可由下列經驗式求得：

$$P = P_c + ae^{-\frac{r_0}{r}} \quad (2-39)$$

則颱風之低氣壓使水位上升量可以下式求得：

$$\begin{aligned}\eta_a &= \frac{P_\infty - P}{\rho g} \\ &= \frac{a(1 - e^{-\frac{r_0}{r}})}{\rho g}\end{aligned}\quad (2-40)$$

邊界條件有下列二種情況：

(1) 開放邊界(外海邊界)

$$\eta = \eta_a(t) ; \text{於 } S_1 \text{ 邊界} \quad (2-41)$$

(2) 滑動邊界(陸地邊界)

$$u_i \cdot n_i = 0 ; \text{於 } S_2 \text{ 邊界} \quad (2-42)$$

上式中  $n_i$  為垂直於邊界  $S_2$  的單位向量(向外為正)。

在整個計算區域  $\forall$  中邊界  $S$  分為  $S_1$  和  $S_2$  且  $S_1 \cap S_2 = \text{空集}$ ， $S_1 \cup S_2 = \text{全體邊界}$ 。

**起始條件：**

本模式之起始流速為零，起始水位為氣壓偏差所產生之水位上升，即如下式表示：

$$u = 0 ; v = 0 ; \eta = \eta_a(0) \quad (2-43)$$

上式引用  $\eta = \eta_a(0)$  之起始值代表只因低氣壓所引起之水位上升，即式(2-40)。

本文利用加權餘數法，將加權函數 (weighting function) 乘以式(2-28)至式(2-30)，再對整個區域離散化的元素積分，所獲得之加權餘數方程式 (weighted residual equation) 為：

$$\int_{\forall} \mathbf{u}^* \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\forall + \int_{\forall} \mathbf{u}^* \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} d\forall + \int_{\forall} \mathbf{u}^* v \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} d\forall + \int_{\forall} \mathbf{u}^* g \frac{\partial \eta}{\partial x} d\forall - \int_{\forall} \mathbf{u}^* g \frac{\partial \eta_a}{\partial x} d\forall \quad (2-44)$$

$$- \int_{\forall} \mathbf{u}^* f v d\forall + \int_{\forall} \mathbf{u}^* \tau_x^B d\forall - \int_{\forall} \mathbf{u}^* \tau_x^s d\forall = 0$$

$$\int_{\forall} v^* \frac{\partial v}{\partial t} d\forall + \int_{\forall} v^* \mathbf{u} \frac{\partial v}{\partial x} d\forall + \int_{\forall} v^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\forall + \int_{\forall} v^* g \frac{\partial \eta}{\partial y} d\forall - \int_{\forall} v^* g \frac{\partial \eta_a}{\partial y} d\forall \quad (2-45)$$

$$+ \int_{\forall} v^* f u d\forall + \int_{\forall} v^* \tau_y^B d\forall - \int_{\forall} v^* \tau_y^s d\forall = 0$$

$$\int_{\forall} \eta^* \frac{\partial \eta}{\partial t} d\forall + \int_{\forall} \eta^* \frac{\partial [u(h+\eta)]}{\partial x} d\forall + \int_{\forall} \eta^* \frac{\partial [v(h+\eta)]}{\partial y} d\forall = 0 \quad (2-46)$$

式 (2-44) 至式 (2-46) 中， $\mathbf{u}^*$ 、 $v^*$  及  $\eta^*$  為加權函數， $\forall$  代表計算區域，且採用 Galerkin 方法將上式中之流速、水位變動及其相對應之加權函數，在任一有限元素中表示為：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u} &= \Phi_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha}, & \mathbf{u}^* &= \Phi_{\alpha} \mathbf{u}_{\alpha}^* \\ \mathbf{v} &= \Phi_{\alpha} v_{\alpha}, & v^* &= \Phi_{\alpha} v_{\alpha}^* \\ \eta &= \Phi_{\alpha} \eta_{\alpha}, & \eta^* &= \Phi_{\alpha} \eta_{\alpha}^* \end{aligned} \right\} \quad (2-47)$$

式 (2-47) 中  $\Phi_{\alpha}$  為平均流速、水位之形狀函數 (shape function)， $\mathbf{u}_{\alpha}$ 、 $v_{\alpha}$  及  $\eta_{\alpha}$  為任一元素第  $\alpha$  個節點之平均流速、水位變動值； $\mathbf{u}_{\alpha}^*$ 、 $v_{\alpha}^*$  及  $\eta_{\alpha}^*$  為任一元素第  $\alpha$  個節點之加權函數值。

將式 (2-47) 代入式 (2-44) 至式 (2-46)，可得有限元素方程式為：

$$\mathbf{M}_{\alpha\beta} \dot{\mathbf{u}}_{\beta} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{u}_{\beta} \mathbf{u}_{\gamma} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta} \mathbf{u}_{\gamma} + \mathbf{H}_{\alpha\beta,x} \eta_{\beta} - f \mathbf{M}_{\alpha\beta} v_{\beta} + \mathbf{R}_{\alpha x} = \hat{\Omega}_{\alpha x} \quad (2-48)$$

$$\mathbf{M}_{\alpha\beta} \dot{v}_{\beta} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,x} \mathbf{u}_{\beta} v_{\gamma} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta} v_{\gamma} + \mathbf{H}_{\alpha\beta,y} \eta_{\beta} + f \mathbf{M}_{\alpha\beta} \mathbf{u}_{\beta} + \mathbf{R}_{\alpha y} = \hat{\Omega}_{\alpha y} \quad (2-49)$$

$$\mathbf{M}_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} + \mathbf{G}_{\alpha\beta,xy} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) \mathbf{u}_{\gamma} + \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,x} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) \mathbf{u}_{\gamma} + \mathbf{G}_{\alpha\beta,\gamma\gamma} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) v_{\gamma} \quad (2-50)$$

$$+ \mathbf{E}_{\alpha\beta\gamma,y} (h_{\beta} + \eta_{\beta}) v_{\gamma} = 0$$

式中

$$\left. \begin{aligned} M_{\alpha\beta} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta}) d\forall \\ E_{\alpha\beta\gamma,x} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} \Phi_{\gamma,x}) d\forall \\ E_{\alpha\beta\gamma,y} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} \Phi_{\gamma,y}) d\forall \\ H_{\alpha\beta,x} &= g \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta,x}) d\forall \\ H_{\alpha\beta,y} &= g \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta,y}) d\forall \\ G_{\alpha\beta,xy} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta,x} \Phi_{\gamma}) d\forall \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} G_{\alpha\beta,\gamma\gamma} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \Phi_{\beta,\gamma} \Phi_{\gamma}) d\forall \\ R_{\alpha x} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \tau_x^B) d\forall \\ R_{\alpha y} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \tau_y^B) d\forall \\ \hat{\Omega}_{\alpha x} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \tau_x^s) d\forall + g \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \eta_{a,x}) d\forall \\ \hat{\Omega}_{\alpha y} &= \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \tau_y^s) d\forall + g \int_{\forall} (\Phi_{\alpha} \cdot \eta_{a,y}) d\forall \end{aligned} \right\} \quad (2-51)$$

式 (2-48) 至式 (2-50) 中， $\dot{u}$ 、 $\dot{v}$  及  $\dot{\eta}$  表示  $u$ 、 $v$  及  $\eta$  對時間之導數，下標  $x$ 、 $y$  分別代表物理量在  $x$ 、 $y$  方向之偏導數。

利用式 (2-48) 至式 (2-50) 累加流場所有元素之  $u$ 、 $v$  及  $\eta$  值，即得非線性聯立一階偏微分有限元素方程式。再應用選擇性堆積二步驟顯式法 (selective lumping two-step explicit scheme) 之數值技巧，處理式 (2-48) 至式 (2-50) 之時間導數項，即  $n$  時間段至  $n+1$  時間段之計算，分成二個步驟計算，其方法簡述如下：

第一步驟：

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} u_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} u_{\beta}^n - \frac{\Delta t}{2} (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_{\beta}^n u_{\gamma}^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta}^n u_{\gamma}^n \\ &\quad + H_{\alpha\beta,x} \eta_{\beta}^n - f M_{\alpha\beta} v_{\beta}^n + R_{\alpha x}^n - \hat{\Omega}_{\alpha x}^n)\end{aligned}\quad (2-52)$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} v_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} v_{\beta}^n - \frac{\Delta t}{2} (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_{\beta}^n v_{\gamma}^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta}^n v_{\gamma}^n \\ &\quad + H_{\alpha\beta,y} \eta_{\beta}^n + f M_{\alpha\beta} u_{\beta}^n + R_{\alpha y}^n - \hat{\Omega}_{\alpha x}^n)\end{aligned}\quad (2-53)$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n - \frac{\Delta t}{2} (G_{\alpha\beta,\gamma} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^n) u_{\gamma}^n + G_{\alpha\beta,\gamma\gamma} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^n) v_{\gamma}^n \\ &\quad + E_{\alpha\beta\gamma,x} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^n) u_{\gamma}^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^n) v_{\gamma}^n)\end{aligned}\quad (2-54)$$

第二步驟：

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} u_{\beta}^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} u_{\beta}^n - \Delta t (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} u_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} u_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + H_{\alpha\beta,x} \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} - f M_{\alpha\beta} v_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} + R_{\alpha x}^{n+\frac{1}{2}} - \hat{\Omega}_{\alpha x}^{n+\frac{1}{2}})\end{aligned}\quad (2-55)$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} v_{\beta}^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} v_{\beta}^n - \Delta t (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} v_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} v_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + H_{\alpha\beta,y} \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} + f M_{\alpha\beta} u_{\beta}^{n+\frac{1}{2}} + R_{\alpha y}^{n+\frac{1}{2}} - \hat{\Omega}_{\alpha x}^{n+\frac{1}{2}})\end{aligned}\quad (2-56)$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n - \Delta t (G_{\alpha\beta,\gamma} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}}) u_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} + G_{\alpha\beta,\gamma\gamma} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}}) v_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + E_{\alpha\beta\gamma,x} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}}) u_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} (h_{\beta} + \eta_{\beta}^{n+\frac{1}{2}}) v_{\gamma}^{n+\frac{1}{2}})\end{aligned}\quad (2-57)$$

式 (2-52) 至式 (2-57) 中， $\Delta t$  為差分時間段， $\bar{M}_{\alpha\beta}$  表示  $M_{\alpha\beta}$  之堆積係數 (lumped coefficient)， $\tilde{M}_{\alpha\beta}$  表示  $M_{\alpha\beta}$  之選擇性堆積係數 (selective lumping coefficient)，此選擇性堆積係數可表為：

$$\tilde{M}_{\alpha\beta} = e\bar{M}_{\alpha\beta} + (1-e)M_{\alpha\beta} \quad (2-58)$$

式 (2-58) 中， $e$  為選擇性堆積參數 (selective lumping parameter)， $e$  的範圍界為  $0 \leq e \leq 1$ ，當  $e=0$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = M_{\alpha\beta}$ ； $e=1$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = \bar{M}_{\alpha\beta}$ 。  $e$  值若接近於 0，計算的收斂性較佳，但計算之結果比其他方法所得者偏低而不合理，若  $e$  值接近於 1，雖然計算的收斂性較差，可是計算之結果與其他方法所得者相近。至於如何選擇  $e$  的範圍，與解析問題不同而異，如淺水長波問題，Kawahara 等人 (1982) 建議  $0.80 \leq e \leq 0.95$ ，所得之結果與實際數據較相符。

Kawahara 等人 (1982) 以線性長波理論推導出選擇性堆積二步驟顯式法之穩定條件為：

$$\frac{\Delta t}{\Delta s} \leq \frac{\sqrt{2} - \frac{e}{\sqrt{2}}}{3} \frac{1}{\sqrt{gh_{\max}}} \quad (2-59)$$

式中  $\Delta s$  為元素中最短節點距離， $h_{\max}$  為計算區域中元素之最大平均水深，本文乃以此穩定條件計算差分時間段。

### 2-3 潮流理論

有關利用水深積分模式來計算潮流的數值方法最初是由 Hansen (1962) 所提出，他利用三維之納維爾-司脫克 (Navier-Stoke) 方程式提出二維水深平均理論，此方法之理論為依據流況在深度方向之流速變化遠小於水平方向上之流速變化，因此可用水深平均流速來近似描述流場，且流體壓力以靜水壓表示。此一方法的之優點為簡化三維問題為二維問題，可以減少電腦計算時間。數值方法中，以有限差分法來求解者如，Leendertse (1967) 利用方向交替法 (ADI) 模式模擬河口及海岸附近之水流，以及 Dronker (1969)、Tsai 等人 (1987) 及蕭與蔡 (1991) 等學者。此外，有限元素法能有效的處理

不規則邊界的問題，漸受學者重視，如 Grotkop (1973)，Cullen (1973) 則利用蛙跳格式來處理時間項，Taylor 和 Davis (1975) 則使用時間積分模式解決時間項的問題。Kawahara 等人 (1982) 則利用 Lax-Wendroff 的差分格式來處理時間項的問題，並且加入一選擇性參數使得在程式處理上可避免隱式解需要解帶狀矩陣之大量計算時間及記憶體空間的缺點，在許多有關淺水長波的問題上獲致不錯的結果與驗證。此外亦有學者建立多層三維之潮流模式，如 Leendertse 等人 (1973、1977) 利用空間交錯格網建立三維模式、李與郭 (1989) 則利用層次深度積分觀念建立擬似三維模式，其方法可簡化三維為二維的數值計算，並保有原三維問題之特性。唯三維多層模式需要較龐大的計算容量與較長的計算時間，並且在邊界的處理上也較為複雜，在實際工程的應用上並不方便。

Yen 和 Chen (1982)、劉 (1988)、李 (1989) 與 Davies 和 Gerritsen (1994) 等學者則是探討大區域海域的潮流變化情形，其結果與本計劃所探討的局部海域潮流的水理特性與現象有所不同。本文將利用 Kawahara 等人 (1982) 之選擇性堆積二步驟顯式有限元素法來模擬蘇澳港附近之潮流特性，此法穩定性高、計算結果合乎實際現象，最後之數值結果則可供船舶進出港口之操船模擬使用。其控制方程式與數值方法簡述如下：

水深積分模式的建立由描述流場之質量守恆和動量守恆方程式作水深積分開始，在靜水壓力之假設下，壓力梯度可用水位梯度表示，同時水深積分也引進底床和水面之邊界條件。水深積分方程式如下所示，

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i u_{i,j} + g \eta_{,i} - A_i (u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} - f_c \varepsilon_{ij} u_i + \tau_i^B - \tau_i^S = 0 \quad (2-61)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + [(h + \eta)u_i]_{,i} = 0 \quad (2-62)$$

式中  $i, j = 1, 2$  分別代表物理量在  $x, y$  方向之值，下標 “,” 表微分， $u_i$  和  $\eta$  為垂直平均流速與水位變動量， $f_c, g, h$  和  $A_1$  分別為科氏力係數、重力加速度、水深與紊流黏滯係數 (eddy viscosity coefficient)， $\varepsilon_{ij}$  為交替張量函數 (alternating tensor)、 $\tau_i^B$  為底床剪應力、 $\tau_i^S$  為海面剪應力。

底床剪應力可表成下列形式：

$$\tau_i^B = \frac{g}{C^2(h + \eta)} u_i (u_j^2)^{1/2} \quad (2-62)$$

式 (2-62) 中  $C$  為 Chezy 係數。海面剪應力則以式 (2-33) 與式 (2-34) 表示。

邊界條件有下列四種情況：

(1) 已知流速

$$u_i = \hat{u}_i ; \text{於 } S_1 \text{ 邊界} \quad (2-63)$$

(2) 已知水位

$$\eta = \hat{\eta} ; \text{於 } S_2 \text{ 邊界} \quad (2-64)$$

(3) 剪力邊界

$$\tau_i = A_1 (u_{i,j} + u_{j,i}) n_j = \hat{\tau}_i ; \text{於 } S_3 \text{ 邊界} \quad (2-65)$$

(4) 有流量進出計算領域

$$q = (h + \eta) u_i n_i = \hat{q} ; \text{於 } S_4 \text{ 邊界} \quad (2-66)$$

上式中  $n_i$  為垂直於邊界的單位向量(向外為正)。在整個計算區域  $\nabla$  中邊界  $S$  分為  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  和  $S_4$  且  $S_1 \cap S_3$  與  $S_2 \cap S_4$  為空集合， $S_1 \cup S_3$  與  $S_2 \cup S_4$  為全體邊界。

起始條件：

本模式利用冷啓動，將起始流速、水位變動量設為零，如下式表示：

$$u=0 ; v=0 ; \eta=0 \quad (2-67)$$

本文利用加權餘數法，將加權函數 (weighting function) 乘以式 (2-61) 與式 (2-62)，再對整個區域離散化的元素積分，所得之加權餘數方程式 (weighted residual equation) 為：

$$\begin{aligned} & \int_{\nabla} u_i^* \frac{\partial u_i}{\partial t} dV + \int_{\nabla} u_i^* u_j u_{i,j} dV + g \int_{\nabla} u_i^* \eta_i dV + \int_{\nabla} u_i^* \tau_i^B dV - \int_{\nabla} u_i^* \tau_i^S dV \\ & - \epsilon_{ij} f_c \int_{\nabla} u_i^* u_i dV + A_l \int_{\nabla} u_{i,j}^* u_{i,j} dV + A_l \int_{\nabla} u_{i,j}^* u_{j,i} dV = \int_S u_i^* \hat{r}_i dS \end{aligned} \quad (2-68)$$

$$\int_{\nabla} \eta^* \frac{\partial \eta}{\partial t} dV - \int_{\nabla} \eta_{,i}^* [(h + \eta) u_{,i}] dV = - \int_S \eta^* \hat{q}_i dS \quad (2-69)$$

式 (2-68) 與式 (2-69) 中， $u_i^*$  及  $\eta^*$  為加權函數， $\nabla$  代表計算區域，且採用 Galerkin 方法將上式中之流速、水位變動及其相對應之加權函數，在任一有限元素中表示為：

$$\left. \begin{aligned} u_i &= \Phi_{\alpha} u_{\alpha i}, \quad u_i^* = \Phi_{\alpha} u_{\alpha i}^* \\ \eta &= \Phi_{\alpha} \eta_{\alpha}, \quad \eta^* = \Phi_{\alpha} \eta_{\alpha}^* \end{aligned} \right\} \quad (2-70)$$

式 (2-70) 中  $\Phi_{\alpha}$  為平均流速、水位之形狀函數 (shape function)， $u_{\alpha i}$  及  $\eta_{\alpha}$  為任一元素第  $\alpha$  個節點之平均流速、水位變動值； $u_{\alpha i}^*$  及  $\eta_{\alpha}^*$  為任一元素第  $\alpha$  個節點之加權函數值。

將式 (2-70) 代入式 (2-68) 與式 (2-69) ，可得有限元素方程式為：

$$M_{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta i} + K_{\alpha\beta\gamma,j} u_{\beta i} u_{\gamma i} + N_{\alpha\beta,j} \eta_{\beta} + S_{\alpha,j\beta,j} u_{\beta i} + S_{\alpha,j\beta,i} u_{\beta,j} = \hat{\Omega}_{\alpha i} \quad (2-71)$$

$$M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} - A_{\alpha,i\beta\gamma} u_{\beta i} \eta_{\gamma} - B_{\alpha,i\beta\gamma} u_{\beta i} = \hat{Z}_{\alpha} \quad (2-72)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} M_{\alpha\beta} &= \int_{V} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} dV \\ K_{\alpha\beta\gamma,j} &= \int_{V} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta} \Phi_{\gamma,j} dV \\ N_{\alpha\beta,i} &= g \int_{V} \Phi_{\alpha} \Phi_{\beta,i} dV \\ S_{\alpha,j\beta,j} &= A_1 \int_{V} \Phi_{\alpha,j} \Phi_{\beta,j} dV + \frac{g(u_j^2)^{1/2}}{C^2(h+\eta)} M_{\alpha\beta} - \varepsilon_{ij} f_c M_{\alpha\beta} \\ S_{\alpha,j\beta,i} &= A_1 \int_{V} \Phi_{\alpha,j} \Phi_{\beta,i} dV \end{aligned} \right\}$$
  

$$\left. \begin{aligned} A_{\alpha,i\beta\gamma} &= \int_{V} \Phi_{\alpha,i} \Phi_{\beta} \Phi_{\gamma} dV \\ B_{\alpha,i\beta\gamma} &= A_{\alpha,i\beta\gamma} H_{\gamma} \\ \hat{\Omega}_{\alpha i} &= \int_{V} \Phi_{\alpha} \tau_i^s dV + \int_S \Phi_{\alpha} \hat{r}_i dS \\ \hat{Z} &= - \int_S \Phi_{\alpha} \hat{q}_i dS \end{aligned} \right\} \quad (2-73)$$

式 (2-71) 及式 (2-72) 中， $\dot{u}_i$  及  $\dot{\eta}$  表示  $u_i$  及  $\eta$  對時間之導數，下標  $i, j = 1, 2$  分別代表物理量在  $x, y$  方向之偏導數。

利用式 (2-71) 與式 (2-72) 累加流場所有元素之  $u_i$  及  $\eta$  值，即得非線性聯立一階偏微分有限元素方程式。再應用選擇性堆積二步驟顯式法 (selective lumping two-step explicit scheme)

之數值技巧，處理式 (2-71) 與式 (2-72) 之時間導數項，即  $n$  時間段至  $n+1$  時間段之計算，分成二個步驟計算，其方法簡述如下：

第一步驟：

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} u_{\beta i}^{n+1/2} = & \tilde{M}_{\alpha\beta} u_{\beta i}^n - \frac{\Delta t}{2} (K_{\alpha\beta\gamma, j} u_{\beta j}^n u_{\gamma i}^n + N_{\alpha\beta, i} \eta_{\beta}^n \\ & - S_{\alpha, j\beta, j} u_{\beta i}^n + S_{\alpha, j\beta, i} u_{\beta j}^n - \hat{\Omega}_{\alpha i}^n) \end{aligned} \quad (2-74)$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+1/2} = \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n + \frac{\Delta t}{2} (A_{\alpha, i\beta\gamma} (H_{\gamma} + \eta_{\gamma}^n) u_{\beta i}^n + \hat{Z}_{\alpha}^n) \quad (2-75)$$

第二步驟：

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} u_{\beta i}^{n+1} = & \tilde{M}_{\alpha\beta} u_{\beta i}^n - \frac{\Delta t}{2} (K_{\alpha\beta\gamma, j} u_{\beta j}^{n+1/2} u_{\gamma i}^{n+1/2} + N_{\alpha\beta, i} \eta_{\beta}^{n+1/2} \\ & - S_{\alpha, j\beta, j} u_{\beta i}^{n+1/2} + S_{\alpha, j\beta, i} u_{\beta j}^{n+1/2} - \hat{\Omega}_{\alpha i}^{n+1/2}) \end{aligned} \quad (2-76)$$

$$\bar{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^{n+1} = \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_{\beta}^n + \frac{\Delta t}{2} (A_{\alpha, i\beta\gamma} (H_{\gamma} + \eta_{\gamma}^{n+1/2}) u_{\beta i}^{n+1/2} + \hat{Z}_{\alpha}^{n+1/2}) \quad (2-77)$$

式 (2-74) 至式 (2-77) 中， $\Delta t$  為差分時間段， $\bar{M}_{\alpha\beta}$  為  $M_{\alpha\beta}$  之堆積係數 (lumped coefficient)， $\tilde{M}_{\alpha\beta}$  表示  $M_{\alpha\beta}$  之選擇性堆積係數 (selective lumping coefficient)，此選擇性堆積係數可表為：

$$\tilde{M}_{\alpha\beta} = e\bar{M}_{\alpha\beta} + (1-e)M_{\alpha\beta} \quad (2-78)$$

式 (2-78) 中， $e$  為選擇性堆積參數 (selective lumping parameter)， $e$  的範圍界為  $0 \leq e \leq 1$ ，當  $e=0$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = M_{\alpha\beta}$ ； $e=1$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = \bar{M}_{\alpha\beta}$ 。 $e$  值若接近於 0，計算的收斂性較佳，但計算之結果比其他方法所得者偏低而不合理，若  $e$  值接近於 1，雖然計算的收斂性較

差，可是計算之結果與其他方法所得者相近。至於如何選擇  $e$  的範圍，與解析領域不同而異，如淺水長波問題，Kawahara 等人 (1982) 建議  $0.80 \leq e \leq 0.95$ ，所得之結果與實際數據較相符。而其穩定條件如式 (2-59) 所示。

### 第三章 模式驗證

#### 3-1 天文潮模式驗證

為了解蘇澳海域天文潮位特性（分潮振幅、頻率、遲角、平衡引數、修正係數）共收集 1989 年 1 月至 1989 年 10 月之蘇澳港潮位記錄，圖 3-1 與圖 3-2 為以調和分析結果預測 1989 年 1 月及 3 月之天文潮位和實測記錄比較，結果顯示預測值與實測值在 1 月與 3 月皆非常吻合。

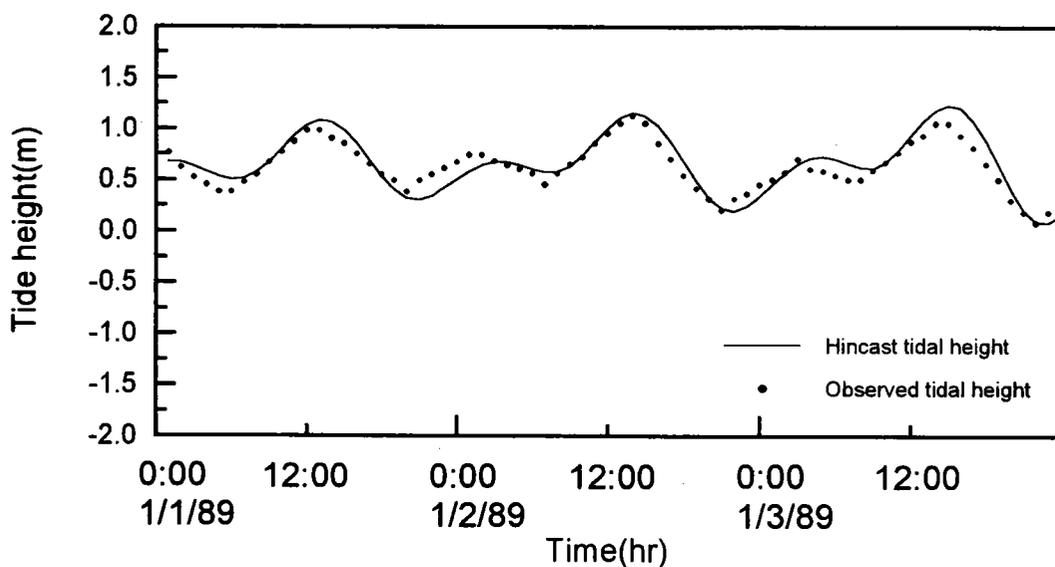


圖 3-1 觀測值與預測值比較圖 (1/1/89~1/3/89)

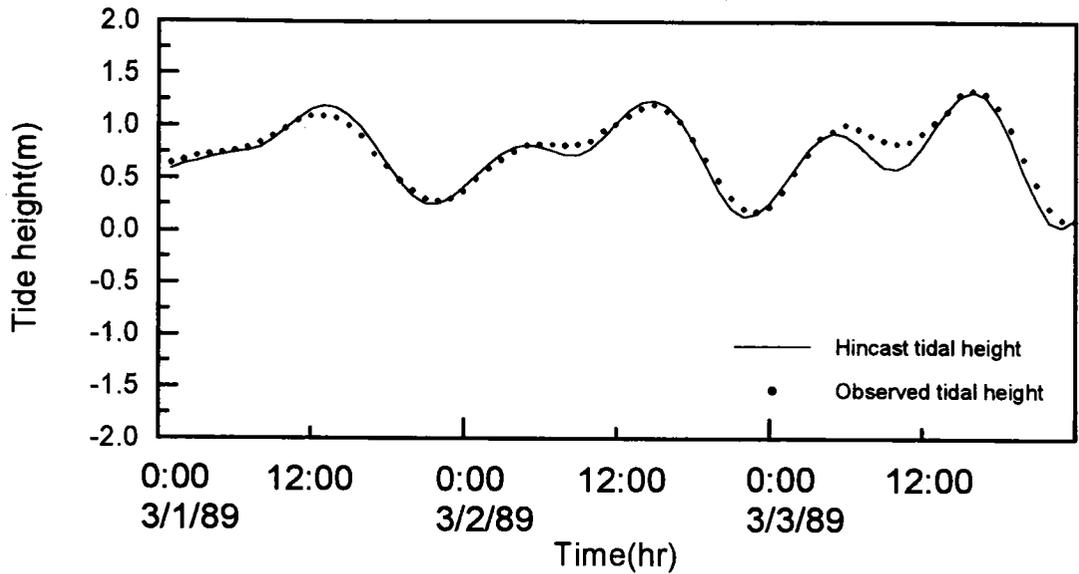


圖 3-2 觀測值與預測值比較圖 (3/1/89~3/3/89)

### 3-2 暴潮模式驗證

本節將利用 1980.8.27 之 Norris 颱風及 1982.7.28 之 Andy 颱風侵襲台灣東部，致使梗枋地區所引起之暴潮偏差，測試本模式。颱風進行路徑及颱風參數如圖 3-3 及圖 3-4 所示。計算海域之有限元素網格配置如圖 3-5 與圖 3-6 所示，圖 3-5 中計有 127 個節點，205 個元素，而圖 3-6 中則有 93 個節點，147 元素。邊界條件採式 (2-41)、式 (2-42)，起始條件採式 (2-43)，計算條件  $\Delta t=10\text{sec}$ ， $e=0.92$ ，經計算後，梗枋地區之暴潮偏差歷線如圖 3-7，由圖可知，在颱風經過台灣之計算時間內，本模式之計算結果和實測水位資料之變化趨勢及水位值大致吻合，至於八月二十八日零時後之實測水位較計算值為大，此時颱風已遠離梗枋，故其水位之上升應為附近之低氣壓或其他因素所造成，如由波浪碎波所引起之水位揚昇 (setup)，而非 Norris 颱風所造成之暴潮偏差量。圖 3-8 結果顯示預測值較實際值略為低，但整個變化趨勢則呈合理之一致性。由以上討論可知，本模式應能適當預測台灣東部海域因颱風引起之暴潮偏差。

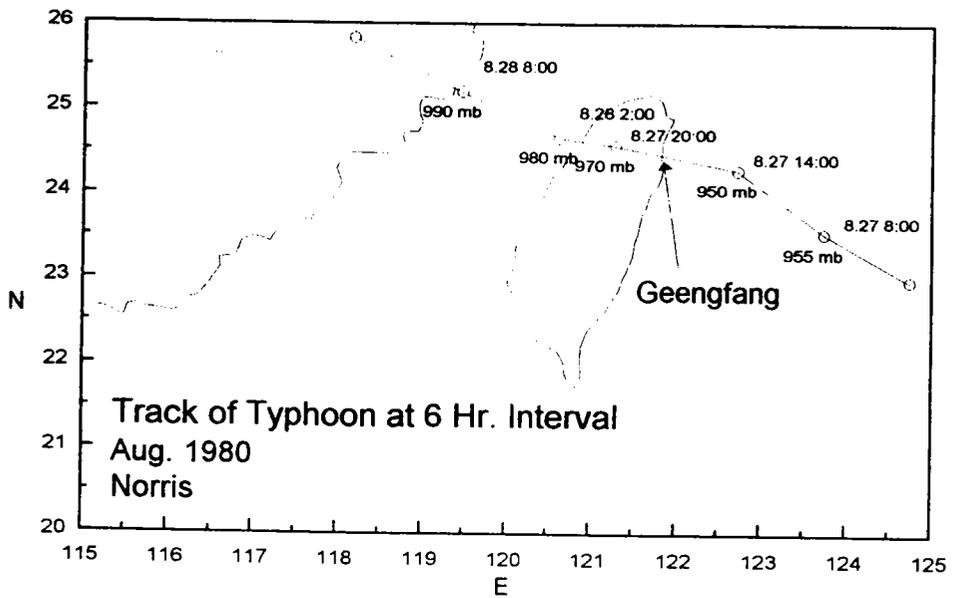


圖 3-3 Norris 颱風進行路徑示意圖

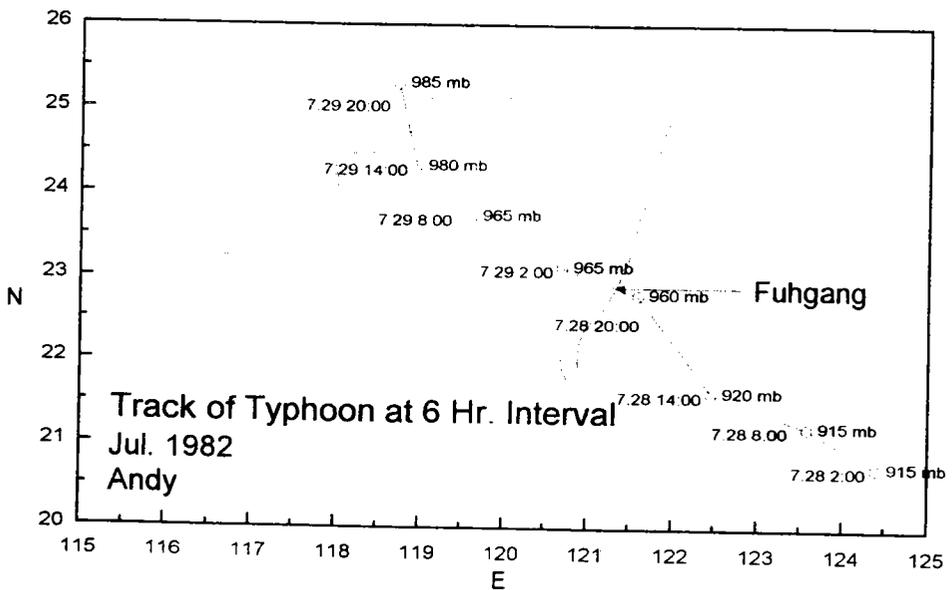


圖 3-4 Andy 颱風進行路徑示意圖

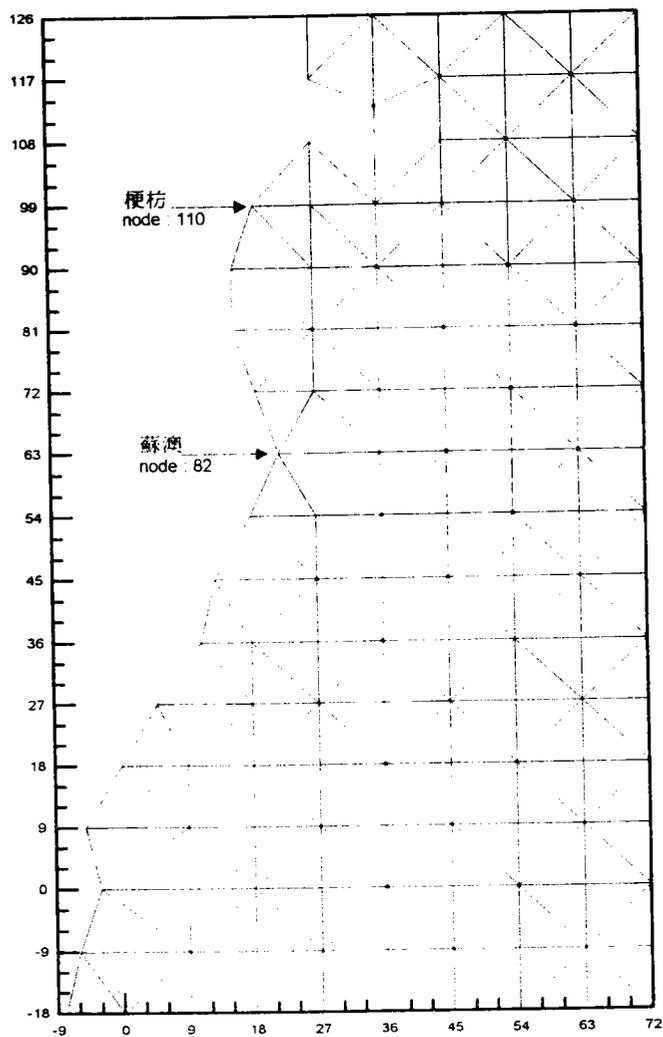


圖 3-5 計算海域之有限元素網格配置圖(node 110：梗枋，node 82：蘇澳)

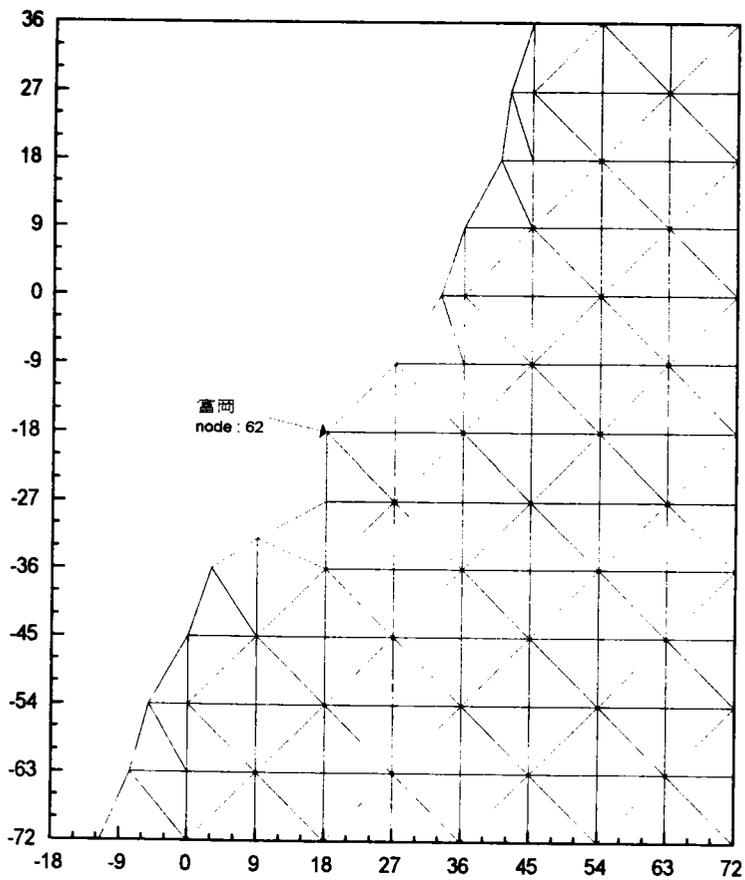


圖 3-6 計算海域之有限元素網格配置圖(node 62 : 富岡)

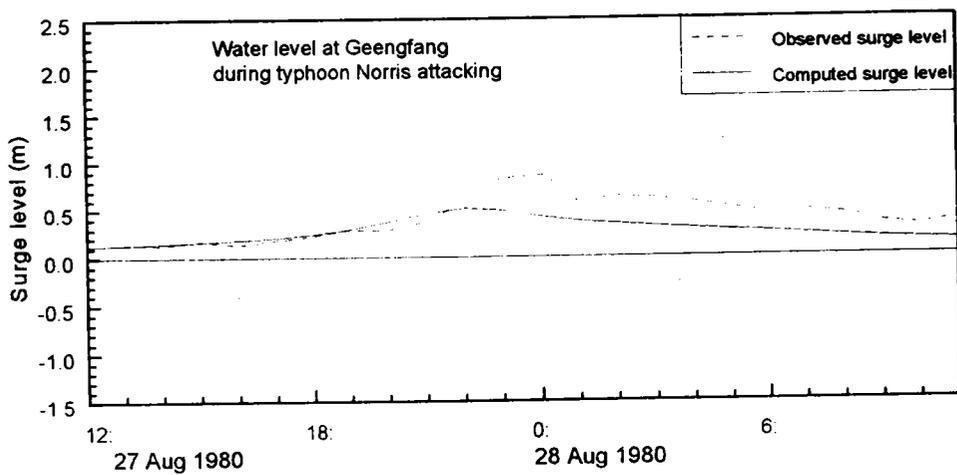


圖 3-7 Norris 颱風於梗枋地區之暴潮偏差歷線限圖

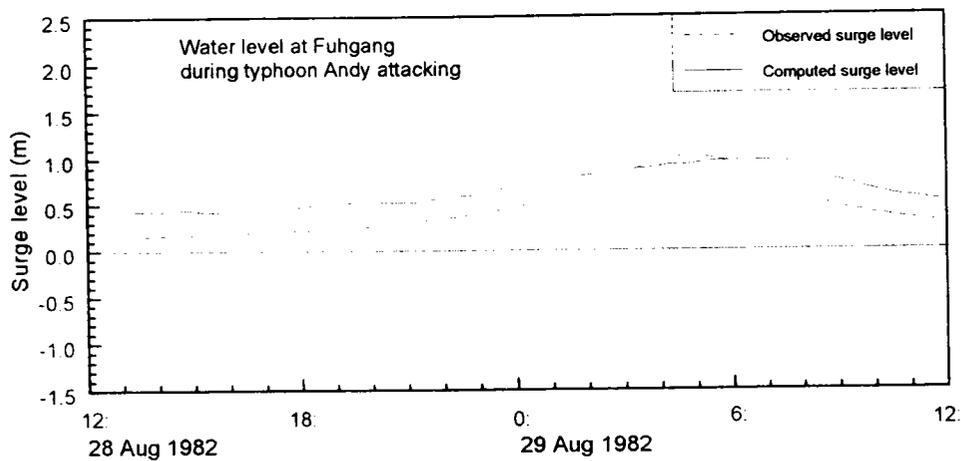


圖 3-8 Andy 颱風於富岡地區之暴潮偏差歷線限圖

### 3-3 潮流模式驗證

本節將利用一個矩形渠道來驗證潮流模式的正確性與實用性。渠道長 3000 公尺寬 200 公尺，網格配置如圖 3-9 所示，圖中共有 320 個元素 123 個節點，三角形元素之最小邊長為 10 公尺，水深為 10 公尺。在邊界條件的處理上，A-B 邊的水位變化為

$$\hat{\eta} = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \text{on A-B} \quad (3-1)$$

式中振幅 ( a ) 為 0.5 公尺週期 ( T ) 為 300 秒。由於式 (3-1) 之波長恰等於渠道之長度，所以 A-B 與 C-D 邊之平均流速可以由下式表示

$$u = \eta \sqrt{\frac{g}{h + \eta}} \quad \text{on A-B, C-D} \quad (3-2)$$

式中  $\eta$ 、 $h$  與  $g$  分別為水位變化量、水深與重力加速度。若以式 (3-1) 與式 (3-2) 之邊界條件來計算整個領域中之水面變化，A-B 邊與 C-D 邊之水面變化量必須是相等的。圖 3-10 為 C-D 邊與 A-B 邊之水位變化量之比值與選擇性堆積參數之關係圖。圖中圓黑點代表比值大小，黑點旁之數字代表計算方案之時間間距 (  $\Delta t$  )，時間間距之選擇則以恰滿足於穩定條件之大小。

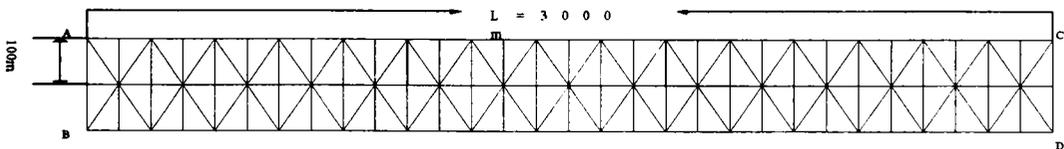


圖 3-9 矩形渠道網格配置圖

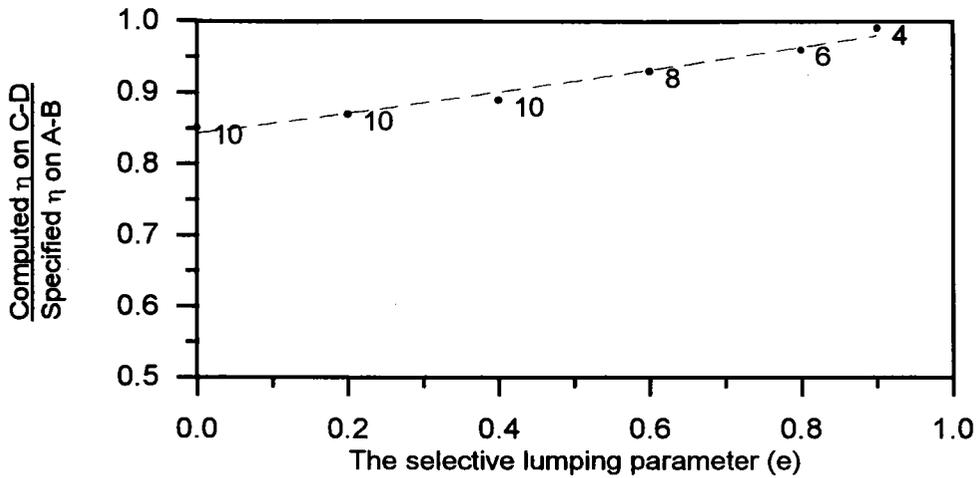


圖 3-10 水位變化量之計算值與理論值之比值

由圖 3-10 中可看出在選擇性參數 (  $e$  ) 等於 0.0 時間間距 (  $\Delta t$  ) 為 10 秒時，水位變化量之計算值與理論值之比值約為 0.85，在  $e=0.8$ 、 $\Delta t=6$  秒時其比值約為 0.97，而  $e=0.9$  時水位比值與時間間距分別為 0.99 與 4 秒。故從圖 3-10 中可知在選擇性堆積參數約為 0.8 至 0.9 之間則可獲致令人滿意的解答，但相對的必須選擇較短的時間間距。

另外利用一湧波在渠道中的傳遞來測試模式的性質，輸入的計算條件為  $x=0$  至  $x=1500$  公尺的起始水位為 1 公尺， $x=1500$  至  $x=3000$  公尺的起始水位為 -1 公尺，計算之時間間距為 1.0 秒。

由圖 3-11 表示湧浪在渠道中不同時刻之水位變化圖，由於計算時並無任何驅動水位變化的動量，只有起始水位的高差，所以水會由高處向低處流動在水槽中會產生振盪的情形。因為底床摩擦力的影響會漸漸的消耗水的動量，至穩定狀態時水面則會靜止不動。圖 3-12 則說明了選擇性堆積參數對計算結果的影響。由於  $e$  在計算模式中為一人造的黏滯係數， $e$  的範圍為 0 至 1 之間，它具有穩定數值計算的功效。當  $e=0.0$  時代表黏滯性強計算結果會與實際值偏低， $e=1.0$  時代表黏滯性低計算結果會與實際值一致但卻需要較短的時間間距來做計算，且會使數值計算較不穩定。故如何選取一適當的選擇性堆積參數乃為一研究的重點。

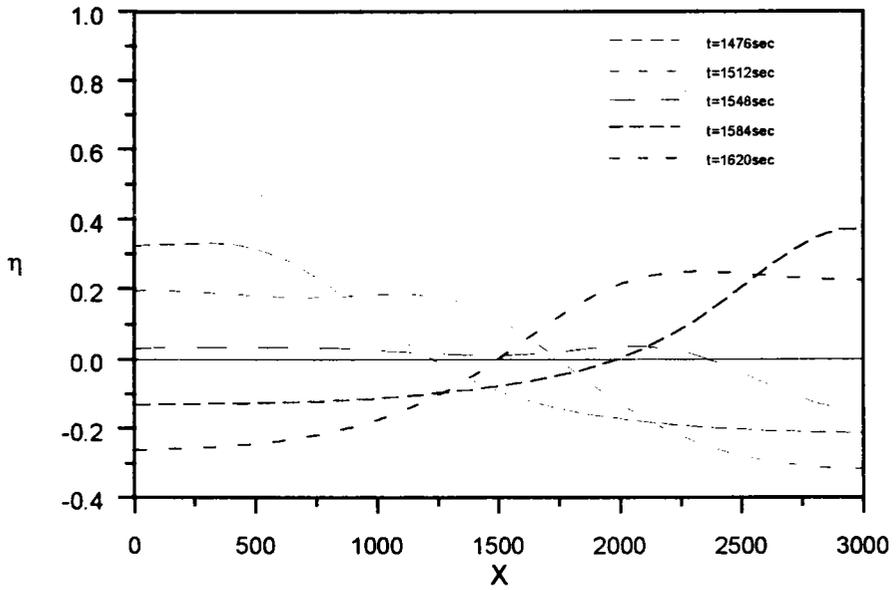


圖 3-11 不同時刻之湧浪水位變化圖。

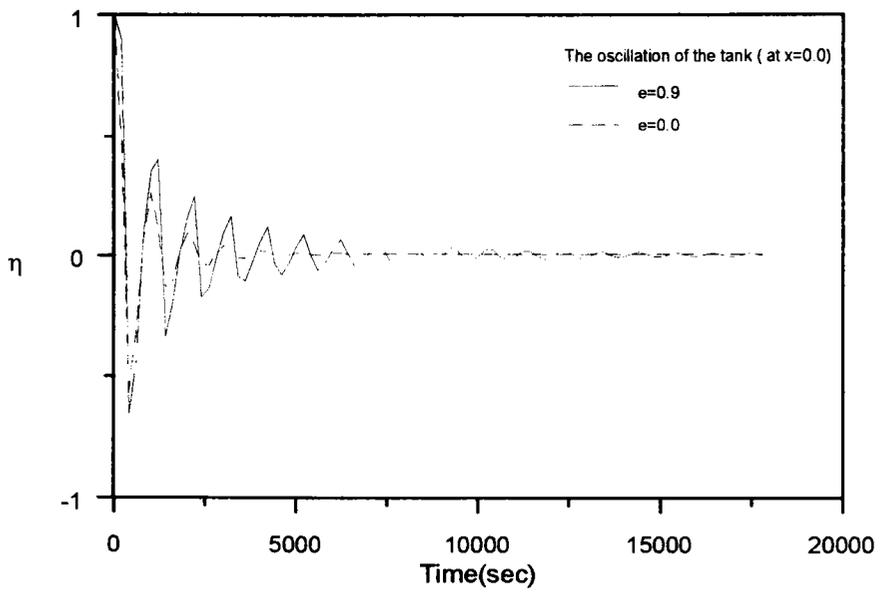


圖 3-12 湧浪在  $x=0.0$  處之水位歷線圖。

## 第四章 計算結果

### 4-1 天文潮推算

蘇澳港潮位站之水位基準 ( $\pm 0.00\text{m}$ ) 係以基隆港平均潮位以下  $+0.74\text{ m}$  為基準，並將所收集之潮位資料予以分析，可得各種潮位高程，如表 4-1 所示。

表 4-1 蘇澳港各種潮位高程

已往最高潮位	+2.70 m
天文潮最高高潮位	+2.01 m
大潮平均高潮位	+1.42 m
小潮平均高潮位	+1.10 m
平均潮位	+0.88 m
小潮平均低潮位	+0.65 m
大潮平均低潮位	+0.34 m
天文潮最低低潮位	-0.25 m

註. 已往最高潮位  $+2.70\text{ m}$  發生於 1969 年 7 月 26 日是衛歐拉颱風經過台灣時所產生之暴潮位。

表 4-2 天文潮各分潮之振幅與遲角

分潮	角頻率 $\omega_i$ (deg/hr)	天文引數 $(V_0 + U)_i$ (deg)	修正係數 $f_i$	振幅 $H_i$ (m)	遲角 $k_i$ (deg)
M2	28.9841	124.6392	0.97277	0.379775	240.7977
S2	30	3.736664	1	0.15494	179.1015
SA	0.041069	70.12024	1	0.234573	136.0103
N2	28.43973	96.7593	0.97277	0.064424	261.8788
K1	15.04107	27.97668	1.100983	0.182941	58.03394
O1	13.94304	4.872231	1.163239	0.140136	-19.90922
K2	30.08214	264.7267	1.275464	0.050187	243.1019
P1	14.95893	201.7481	1	0.069472	226.0458
MJU2	27.96821	183.7323	0.97277	0.020361	238.3268
M4	57.96821	249.2783	0.946281	0.006496	253.9885
NJU2	28.51258	211.6122	0.97277	0.008844	185.5545
L2	29.52848	254.6278	0.706385	0.021142	132.1101
OP2	28.90197	206.6203	1.163239	0.035116	49.1918
MS4	58.9841	128.3758	0.97277	0.002966	142.9369
SSA	0.082137	140.2405	1	0.060594	302.3927
MK3	44.02517	152.6158	1.071003	0.003425	47.80899
MSF	1.015896	-120.9025	1.027993	0.00833	-157.8837
Q1	13.39866	-23.00763	1.163239	0.02313	350.488
MF	1.098033	294.8947	1.39805	0.008175	32.94147
MM	0.544375	27.87986	0.888366	0.013416	40.99011
MN4	57.42384	221.3984	0.946281	0.00096	202.97
MO3	42.92714	129.5114	1.131564	0.001749	326.5234
LUMDA2	29.45563	217.6662	0.97277	0.01351	139.5664
MNS2	27.42383	217.6618	0.946281	0.0049	16.80127
2N2	27.89536	68.87943	0.97277	0.011357	225.1348
2Q1	12.85429	205.0815	1.163239	0.00215	231.0477
SIGMA1	12.92714	-296.0346	1.117969	0.000806	-14.62207
RHO1	13.47151	91.84521	1.163239	0.003322	228.49
MP1	14.02517	-77.10892	0.97277	0.023563	325.1755
M1	14.49205	143.1824	2.271554	0.008588	219.747
X1	14.56955	52.87971	0.706385	0.001242	271.296
PI1	14.91786	-172.3603	1.100983	0.004957	-211.8564
S1	15	181.8683	1	0.050814	32.97

表 4-2 天文潮各分潮之振幅與遲角 (續)

分潮	角頻率 $\omega_i$ (deg/hr)	天文引數 $(V_0 + U)_i$ (deg)	修正係數 $f_i$	振幅 $H_i$ (m)	遲角 $k_i$ (deg)
PSI1	15.08214	130.1088	1	0.04017	145.5123
FAI1	15.12321	62.97858	1.100983	0.002835	-20.48381
THITA1	15.51259	212.794	1.131564	0.001139	331.9992
J1	15.58544	147.6468	1.149264	0.012755	117.8081
SO1	16.05696	-1.135574	1.163239	0.00321	234.7837
OO1	16.1391	54.66162	1.678426	0.003834	322.6274
OQ2	27.3417	-18.13539	1.353125	0.004133	-73.23663
MKS2	29.06624	25.62915	1.240733	0.035262	224.8245
T2	29.95893	215.6164	1	0.013645	152.1798
R2	30.04107	331.8569	1	0.0401	153.6921
MSN2	30.54437	31.61653	0.946281	0.007336	229.2315
KJ2	30.62651	175.6235	1.26532	0.003408	192.9467
2SM2	31.0159	-117.1658	0.97277	0.00564	269.5603
M3	43.47615	6.95874	0.959434	0.008542	-73.47279
SO3	43.94304	8.608902	1.163239	0.001413	195.4263
SK3	45.04107	31.71338	1.100983	0.000661	109.5151
SN4	58.43973	100.4959	0.97277	0.001795	234.6424
MK4	59.06624	29.36584	1.240733	0.002535	208.2274
S4	60	7.473328	1	0.002012	-1.907572
SK4	60.08214	268.4633	1.275464	0.000449	132.5845
2MN6	86.40794	346.0377	1.206947	0.000756	351.6243
M6	86.95232	13.91748	0.920513	0.001597	15.90607

註. 1. 表 4-2 為時間在 1989年 6 月 2 日 0 時之天文常數。

$$2. \eta = H_0 + \sum_{i=1}^n f_i H_i \cos[\omega_i t + (V_0 + U)_i - k_i]$$

其中

- $H_0$  : 平均水位 (+0.74 m)  
 $f_i$  : 修正係數  
 $H_i$  : 分潮振幅  
 $\eta$  : 天文潮位  
 $\omega_i$  : 分潮頻率  
 $(V_0 + U)_i$  : 分潮平衡引數  
 $k_i$  : 遲角  
 $n$  : 選取分潮數

#### 4-2 暴潮偏差計算結果

本節係為推算各重現期（5 年、20 年、50 年、100 年、200 年）之模型颱風所造成的暴潮偏差，推算過程如下：

模型颱風之選定係包括颱風進行路徑及颱風規模，詳如以下步驟：

- (a) 台灣地處太平洋西側，為太平洋地區颱風路徑之要衝，且根據歷年來（1897 ~ 1989 年）侵襲台灣之颱風（為登陸台灣或經過台灣附近海域因而產生災害者），其路徑大致分為 7 種如圖 4-1 所示。經推算顯示蘇澳港附近海域以路徑 ① 颱風所引起之暴潮偏差較其它路徑為大，故模型颱風進行路徑選擇以近似颱風路徑 ① 之颱風為進行方向，如圖 4-2 所示，圖中之 (I)，(II)，(III) 三條路徑為本文選取之路徑。

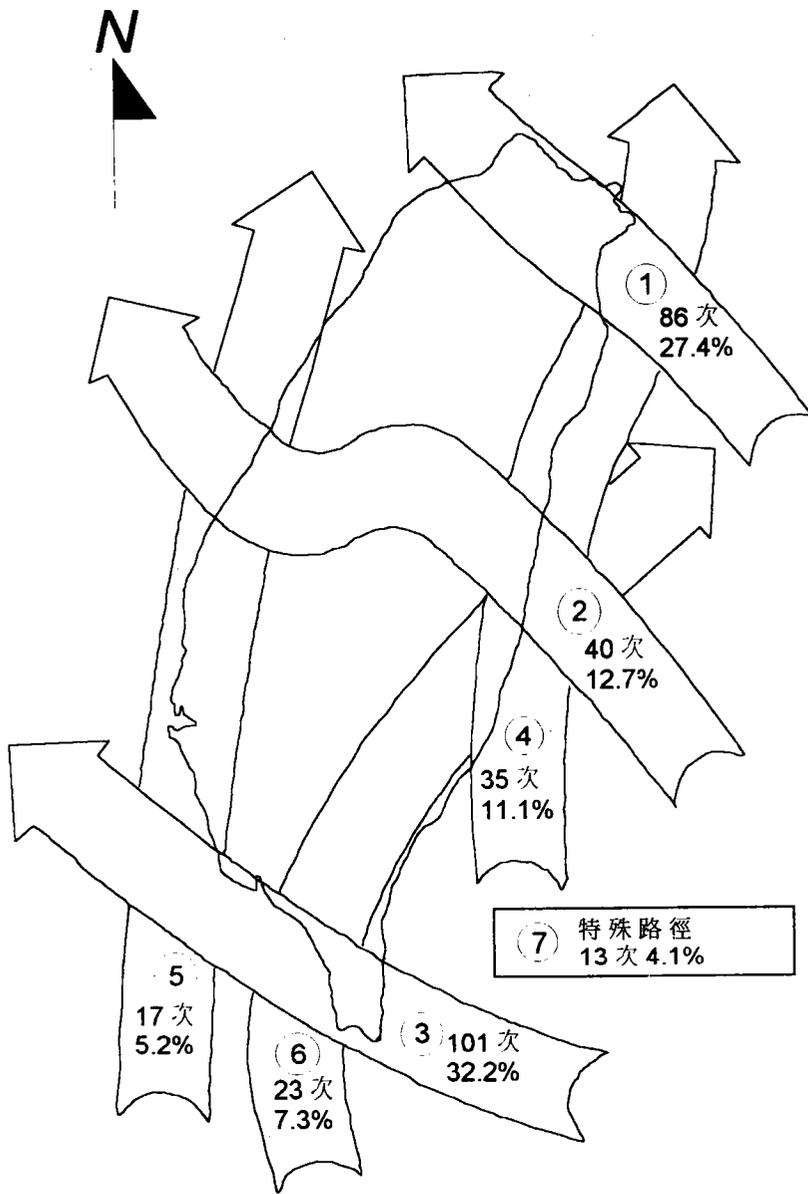


圖 4-1 侵台颱風路徑分類統計圖

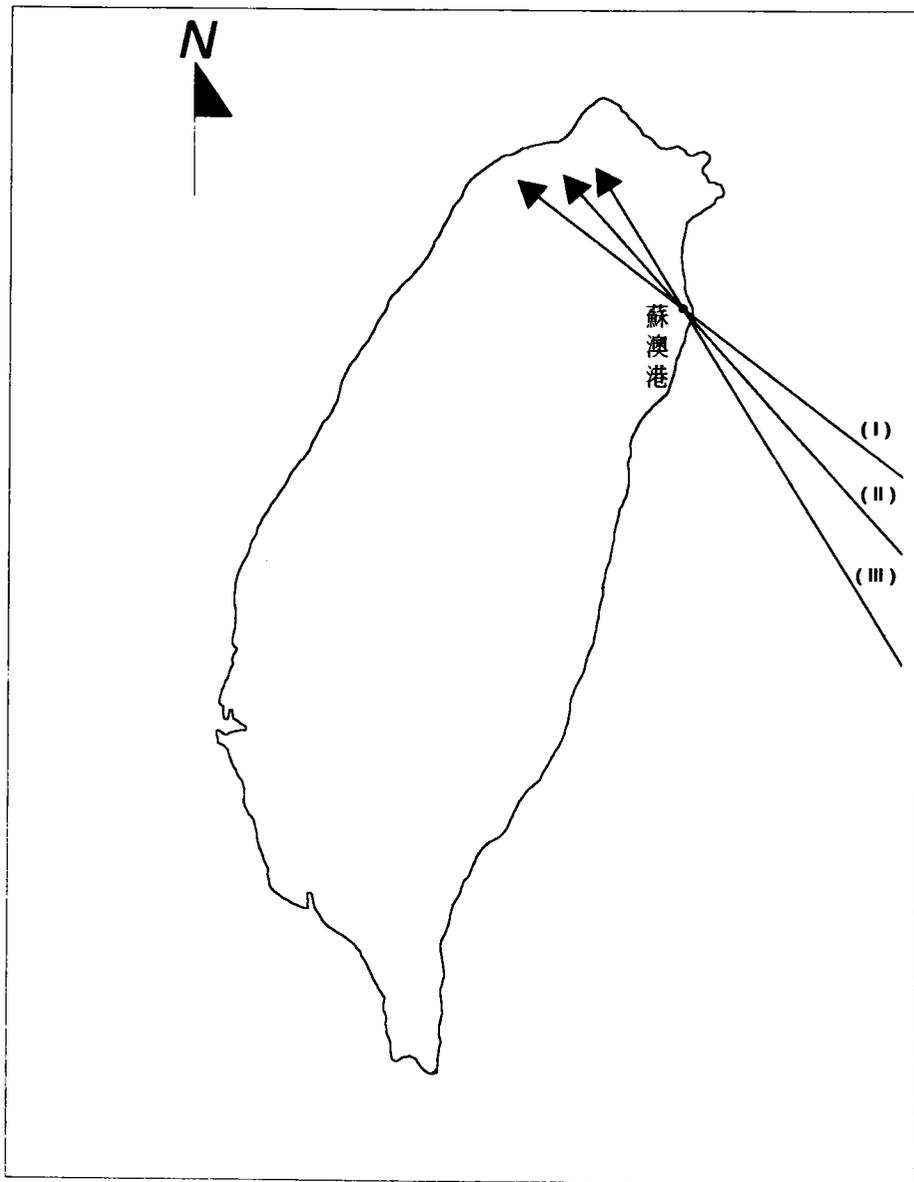


圖 4-2 推算各重現期暴潮偏差之模型颱風路徑圖

表 4-3 各重現期之最大颱風中心氣壓差  $\Delta p_c$  (mb)

記錄期間：	50年		
設計年限：	50年		
迴歸方程式：	$\Delta p_c = 47.91 + 27.10 \times F$		
重現期 (年)	$\Delta p_c$ (mb)	PP (%)	E (%)
5	74.51	68.750	100.00
20	115.90	92.188	91.79
50	141.40	96.875	63.21
100	160.40	98.438	39.35
200	179.29	99.219	22.12

(2) 模型颱風之參數除中心氣壓差  $\Delta p_c$  外，亦包括颱風移動速度  $V_f$  及颱風最大暴風半徑  $r_0$ ，由實測資料顯示一般發生於北太平洋西部海面之颱風移動速度  $V_f$  為 20km/hr ~ 30km/hr，最大暴風半徑  $r_0$  為 20km ~ 40km，本文  $V_f$  採 30km/hr， $r_0$  自 20km ~ 40km 以 10km 之增幅分別推算其所產生之暴潮偏差。

本節之數值模擬  $\Delta t$  採用 10sec，符合式 (2-59) 穩定條件，並經由前述方法選定模型颱風之路徑 (3 種)，並以各重現期 (5 年、20 年、50 年、100 年、200 年) 之颱風參數，推算個各路徑之暴潮偏差，結果如表 4-4 所示。

表 4-4 各重現期三種模型颱風進行路徑之暴潮偏差結果

路徑	$V_f$ (km/hr)	$r_0$ (km)	各重現期暴潮偏差 (cm)				
			5 年	20 年	50 年	100 年	200 年
I	30	20	67.4	104.4	127.2	144.2	161.1
		30	69.3	108.3	132.0	149.7	167.2
		40	70.3	108.9	132.7	150.5	168.1
II	30	20	68.2	105.6	128.6	145.8	162.8
		30	70.7	109.4	133.3	151.1	168.8
		40	71.0	110.0	134.0	151.9	169.7
III	30	20	69.4	107.6	131.2	140.7	166.2
		30	74.0	114.8	140.0	150.7	177.3
		40	75.4	117.0	142.6	161.7	180.7

由表 4-4 可推知，蘇澳海域各重現期之最大暴潮偏差，如表 4-5 所示。

表 4-5 各重現期之最大暴潮偏差

重現期	暴潮偏差
5 年	75.4 cm
20 年	117.0 cm
50 年	142.6 cm
100 年	161.7 cm
200 年	180.7 cm

(b) 模型颱風之規模：

(1) 氣壓差  $\Delta p_c$ 。(a) 之大小係以 1940 年 ~ 1989 年間 (共 50 年) 路徑為 ① 之颱風，並篩選颱風中心通過蘇澳港海域附近  $2^\circ$  範圍內，且颱風中心氣壓小於或等於 1000mb 之颱風，計 32 個颱風，先繪出其累積分佈曲線，其曲線特性較符合甘貝爾極值分佈 (Gumbel Extreme - Value Distribution) 如圖 4-3 所示，故本文據此求出各重現期之最大颱風中心氣壓差  $\Delta p_c$ 。如表 4-3 表示，表中 PP 為累積機率、F 為  $-\ln(-\ln PP)$ 、E 為遭遇機率。

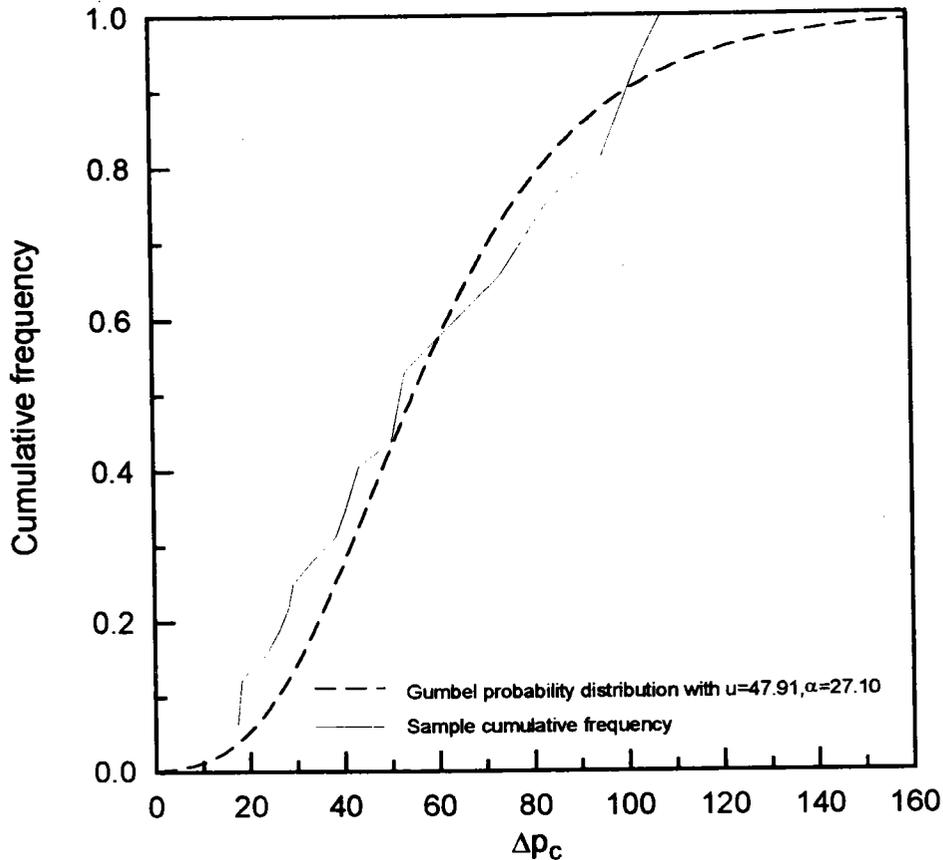


圖 4-3 實測資料 ( $\Delta p_c$ ) 之累積機率與 Gumbel 分佈函數之比較圖

圖 4-4 至圖 4-8 為各重現期之暴潮偏差歷線，比較圖中結果可知，在起始時間，颱風離蘇澳海域較遠，故暴潮偏差較小，隨著時間之增加，低氣壓中心靠近蘇澳，故暴潮偏差為最大，而時間再增加，則颱風遠離蘇澳海域，則暴潮影響又變小。重現期愈大則颱風中心氣壓愈小，故暴潮偏差隨之增大。

圖 4-9 為模型颱風 I 之路徑圖，圖中 A 點為 20 分鐘之颱風位置，B 點為 5 小時，C 點為 10 小時，而 D 點則為 15 小時之位置，蘇澳海域附近之暴潮偏差分佈示於圖 4-10 至圖 4-13。圖中結果顯示，當颱風靠近陸地時，此時暴潮偏差最大。

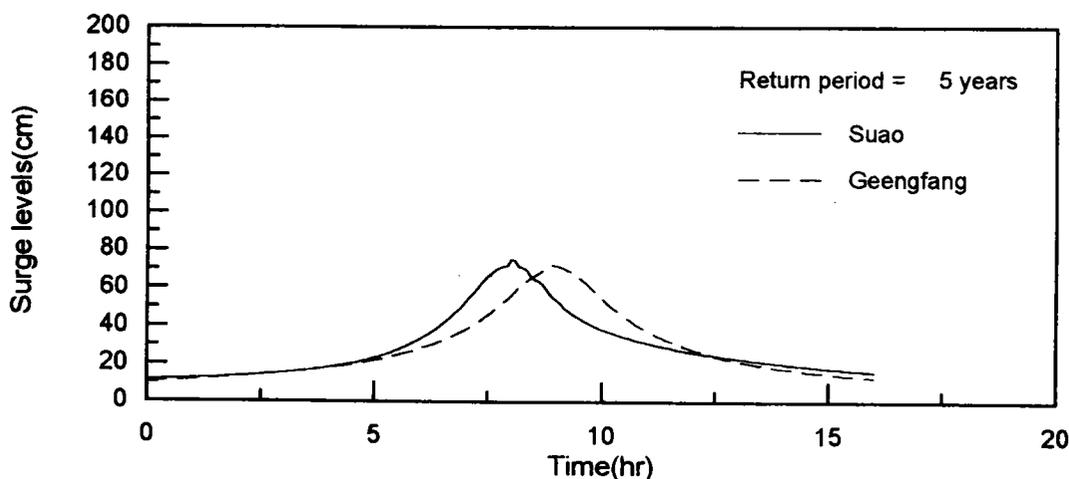


圖 4-4 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 5 年)

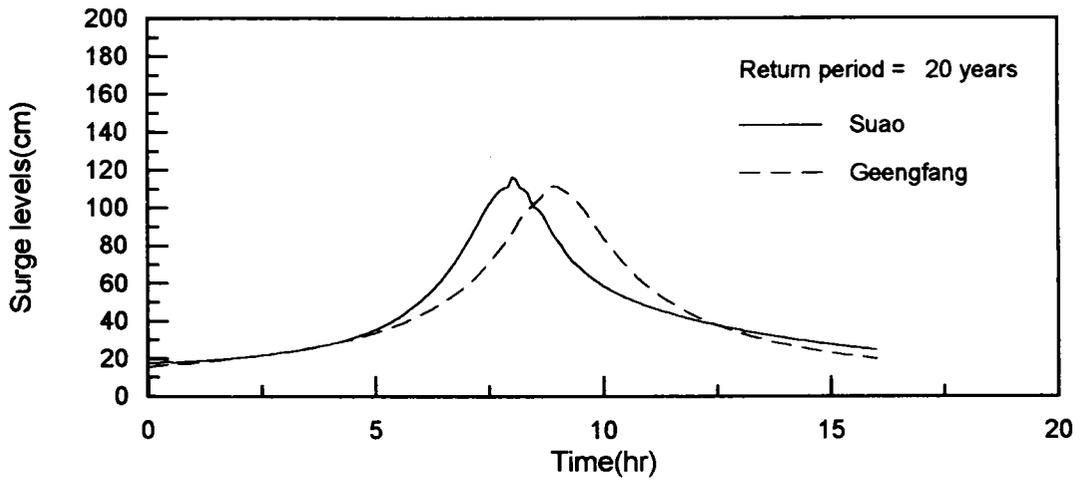


圖 4-5 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 20 年)

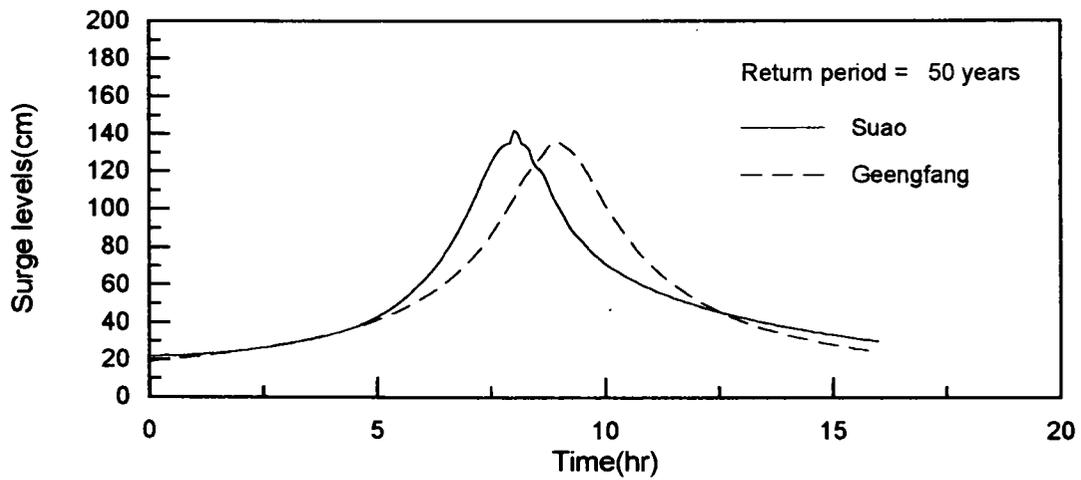


圖 4-6 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 50 年)

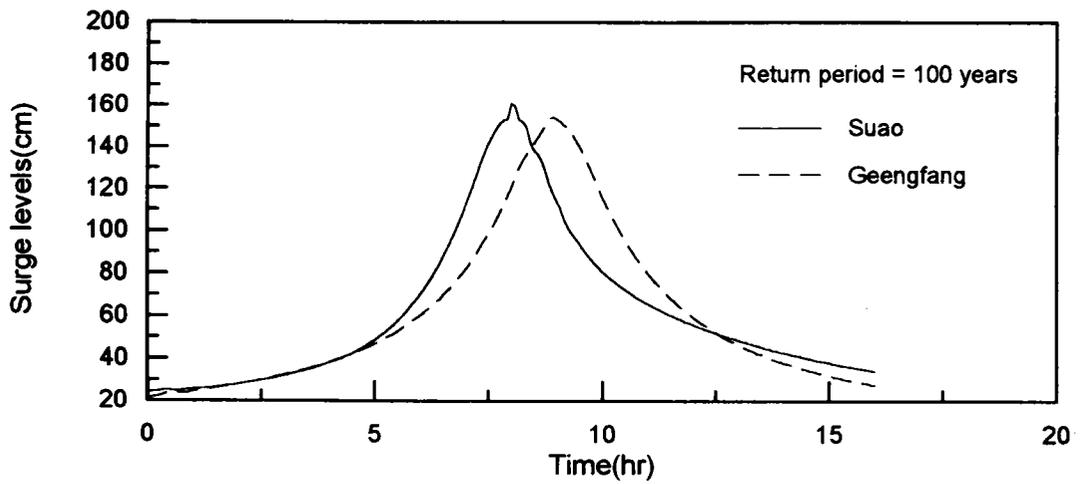


圖 4-7 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 100 年)

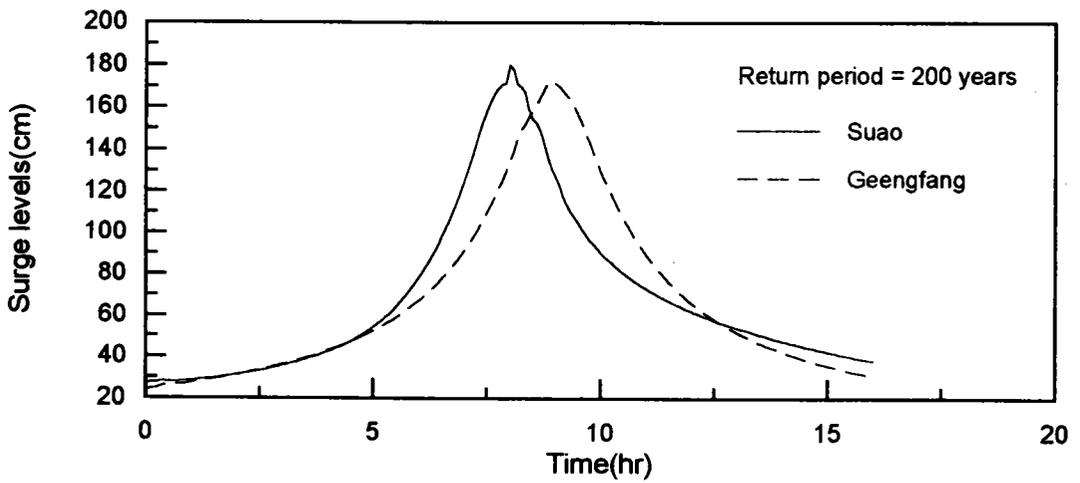


圖 4-8 蘇澳海域暴潮偏差歷線圖 (重現期 = 200 年)

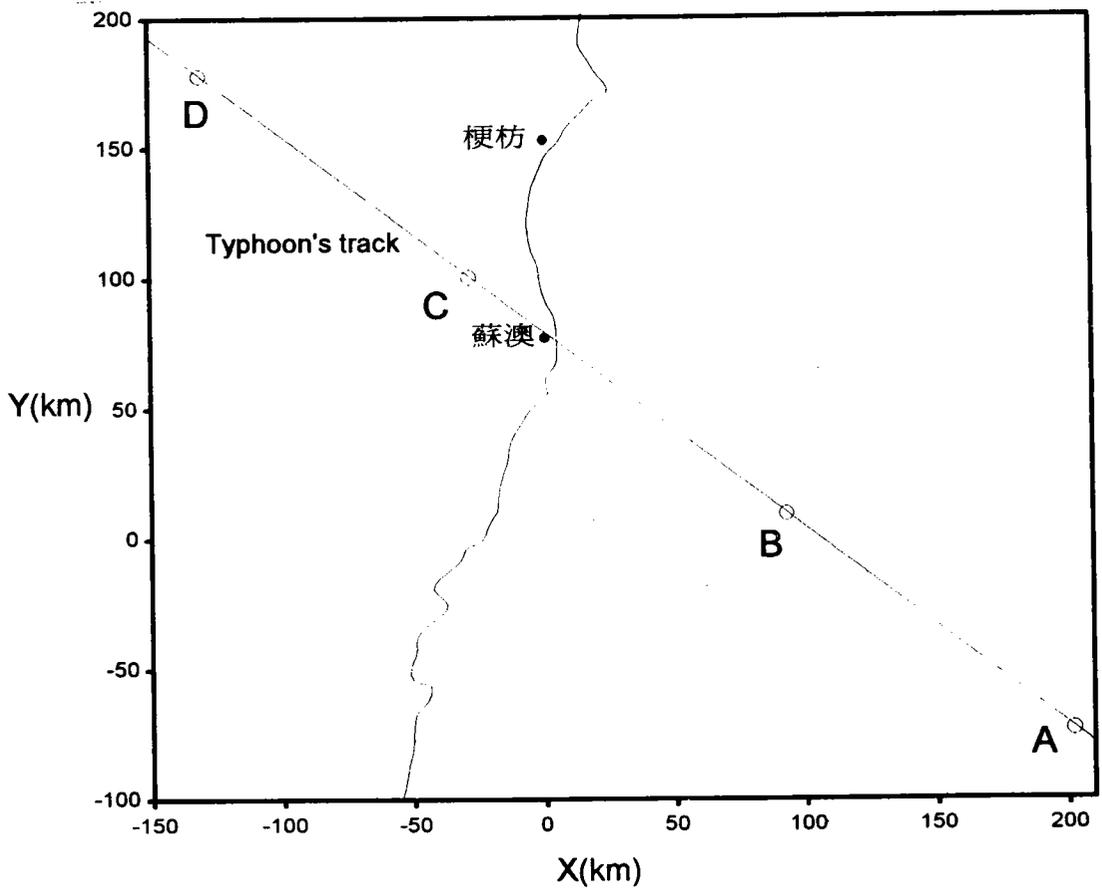


圖 4-9 模型颱風 路徑 I 之路徑，A : T = 20 分鐘；B : T = 5 小時；  
C : T = 10 小時；D : T = 15 小時。

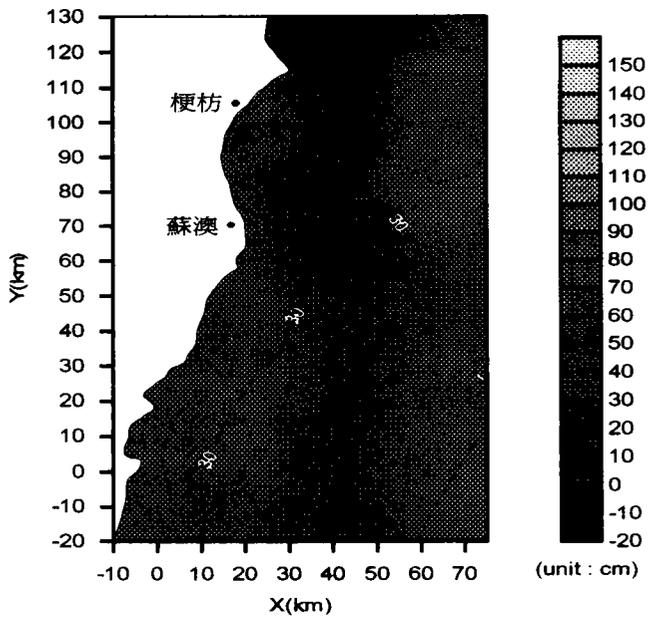


圖 4-10 蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風，路徑 I，20 分鐘)  
，颱風位置如圖 4-9 之 A。

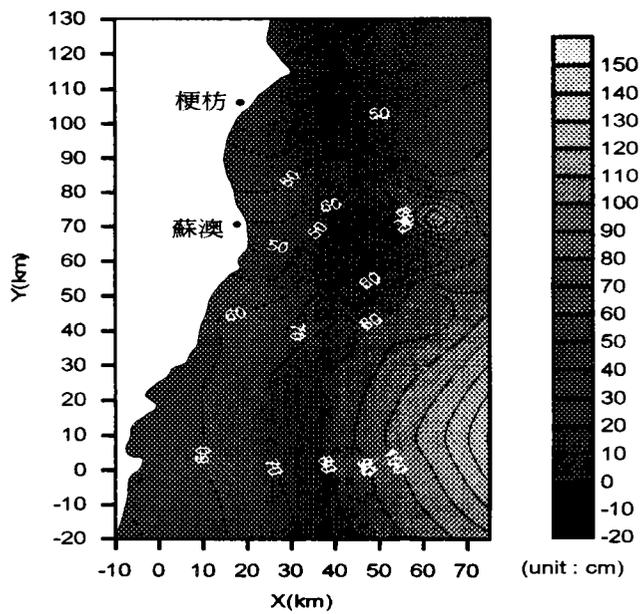


圖 4-11 蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風，路徑 I，5 小時)  
，颱風位置如圖 4-9 之 B。

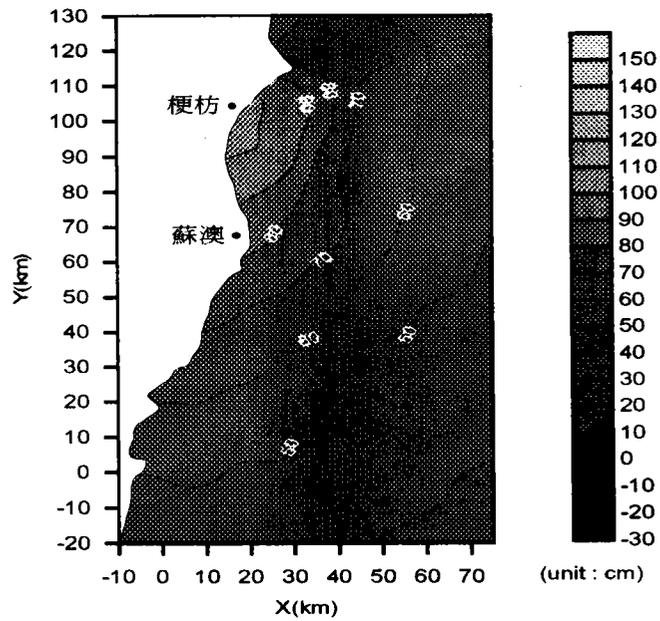


圖 4-12 蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風，路徑 I，10 小時)  
，颱風位置如圖 4-9 之 C。

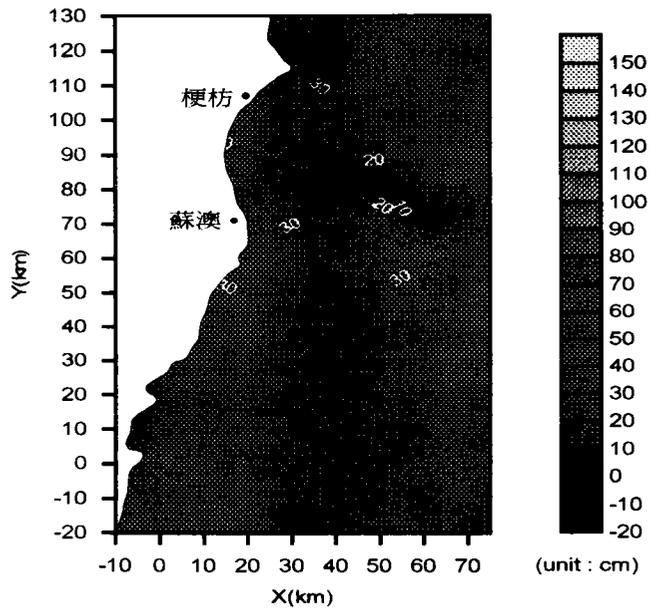


圖 4-13 蘇澳海域暴潮偏差分佈 (模型颱風，路徑 I，15 小時)  
，颱風位置如圖 4-9 之 D。

### 4-3 潮流計算結果

本節的目的為探討蘇澳海域附近潮流的流況，以供操船模擬所使用。模式計算之第一步驟為選擇適當的模擬區域與設定邊界位置。由於蘇澳港之地理位置位於臺灣的東部，面對太平洋之寬廣海域，故對模式計算而言必須面對三邊為海洋邊界之模擬區域。由於邊界條件之給定與模式計算結果息息相關，因此在選擇計算模擬區域時，南北邊界位置必須儘可能的選擇在有潮汐資料之位置上，而東邊之開放邊界亦應遠離所欲研究之區域以減少邊界效應對所計算結果之影響。由水利局建立之潮汐資料得知，在蘇澳港地區之北邊有梗枋潮位觀測站，南邊在富岡有潮位觀測站，其中富岡測站離蘇澳太遠，較不適於設定為邊界，且由 Lee (1987) 所繪出的台灣附近海域的潮汐圖可知台灣東部之潮汐是由東傳遞至近岸，東邊界的潮汐資料無法正確的利用南北的潮位站的水位資料內插而知。故在外海開放邊界之各分潮汐的振幅與遲角之給定，在缺乏正確潮汐資料下，或許會造成誤差。基於以上之考慮，本計畫乃選擇以蘇澳港港口為中心，向東延伸 5 公里，南北各延伸 2.5 公里，計算模擬區域之南和北邊界，其中南北長約 5 公里，東西寬約 6 公里。關於外海開放邊界之決定，則由民國 78 年與 79 年蘇澳海域之潮汐資料進行調和分析所得到之結果，如圖 3-1、圖 3-2 與表 4-2 中可知蘇澳港之潮汐特性屬於以  $M_2$  潮為主成分之一日二回複合潮。因此本計畫選擇  $O_1$ 、 $K_1$ 、 $M_2$  及  $S_2$  等四個主要分潮所合成之水位變化為模式之東邊界條件進行數值模擬。對於模式中南北之開放邊界則以試誤法估算各分潮之相位差及振幅大小。

模擬區域之地形水深資料係以海軍海洋測量局所刊行之海圖編號 0351A 為主，以數位化之方式建立地形水深資料檔，再以內差的方法求得計算網格節點位置上之水深資料。圖 4-14 所示為本模式所使用之地形水深等水深線圖。

關於計畫模擬區域內建立三角形元素之計算網格如圖 4-15 所示。元素大小的配置以蘇澳港港口之位置為中心，港口外之元素面積較港內為大，從外海至港內採由大到小的漸近方式配置三角形元素。三角形元素之最小邊長為 100 公尺，三角形元素之最大邊長約為 500 公尺，共有 4531 個三角形元素及 2475 個節點。

本文模式計算採滑動邊界，亦即垂直邊界上流速為零。計算時並未考慮表面風剪應力影響的情況。而底床摩擦之 Chezy 參數則引用曼寧 (Manning) 公式之  $C^2 = n^2 / H^{1/3}$ ，其中  $n$  為曼寧係數本文採用  $n=0.03$ 。紊流黏滯係數 ( $A_1$ ) 為零，即潮流計算時並未考慮黏滯性在流場中的作用，至於本模式所使用之計算時間間距 ( $\Delta t$ ) 為 2 秒，整個模擬計算時間為 36 小時，模式計算結果如圖 4-16 至圖 4-22。

圖 4-16 為第 28 小時之蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果，由圖中左下角小圖中之水位變化曲線中可知第 28 小時為漲潮時段，港外潮流由南向北流動，湧入港內之潮流在堤口流速約為 2.2 cm/sec，主航道流速約為 1.0 cm/sec。圖 4-17 為第 30 小時之模擬結果，由圖中可知此時潮位是由漲潮轉換為退潮時段之高高潮 (Higher high water)，港內水流近似停滯狀態，各處流速約為 1.~0.3 cm/sec，港外可見退潮潮流由北流入，潮流方向由北轉向南流動。圖 4-18 為第 32 小時之模擬結果，潮汐水位變化梯度增加，堤口流速隨之增加至 4.7 cm/sec，主航道之流速為 2.0 cm/sec，第 13 號碼頭處之航道流速約為 1.5 cm/sec，在航道束縮段處之流速皆比漲潮時增加 2 倍左右。

圖 4-19 則為第 34 小時之模擬結果，此時為水位變化梯度為最大，港外北側流速可達 65cm/sec 左右。港內港外之潮差約為 0.01 公尺，潮流向港外流出之堤口流速約為 4.2 cm/sec，主航道流速為 1.8 cm/sec，比第 32 小時之流速略小，圖 4-20 為第 36 小時之結果，潮位為低低潮（Lower low water），此時港內外流速緩慢近似停滯。圖 4-21 與圖 4-24 則為低低潮至低高潮（Lower high water）之模擬結果，潮流流動趨勢大致上與圖 4-16 與圖 4-20 之結果相似。

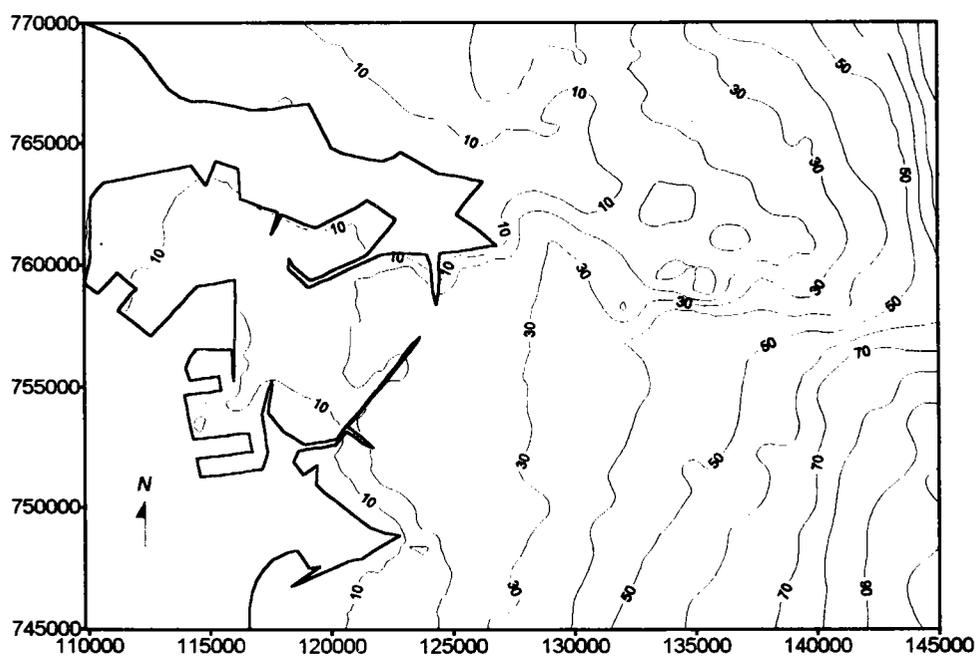


圖 4-14 蘇澳港附近海域地形水深圖。

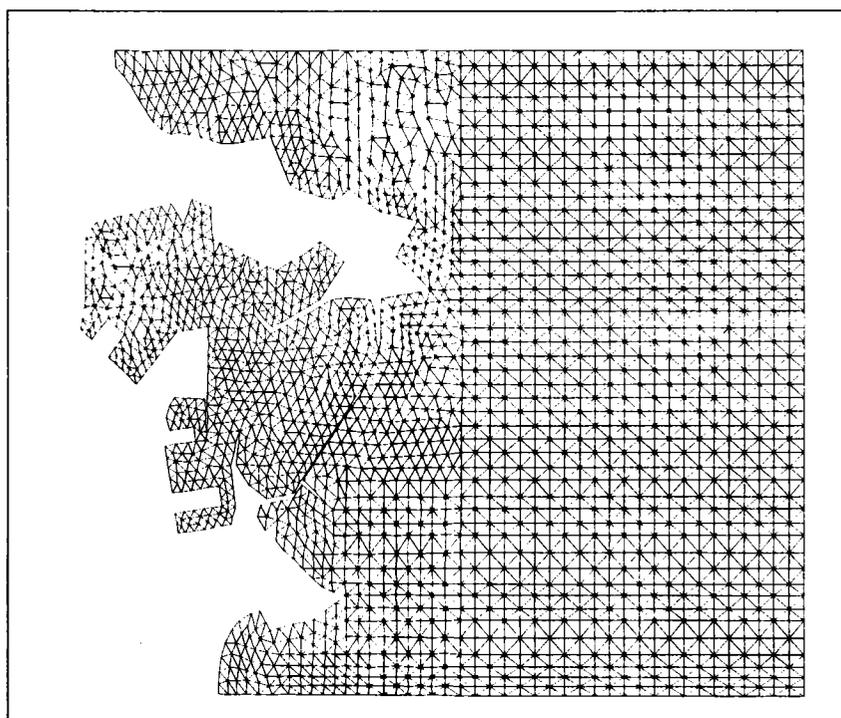


圖 4-15 潮流流場計算網格配置圖。

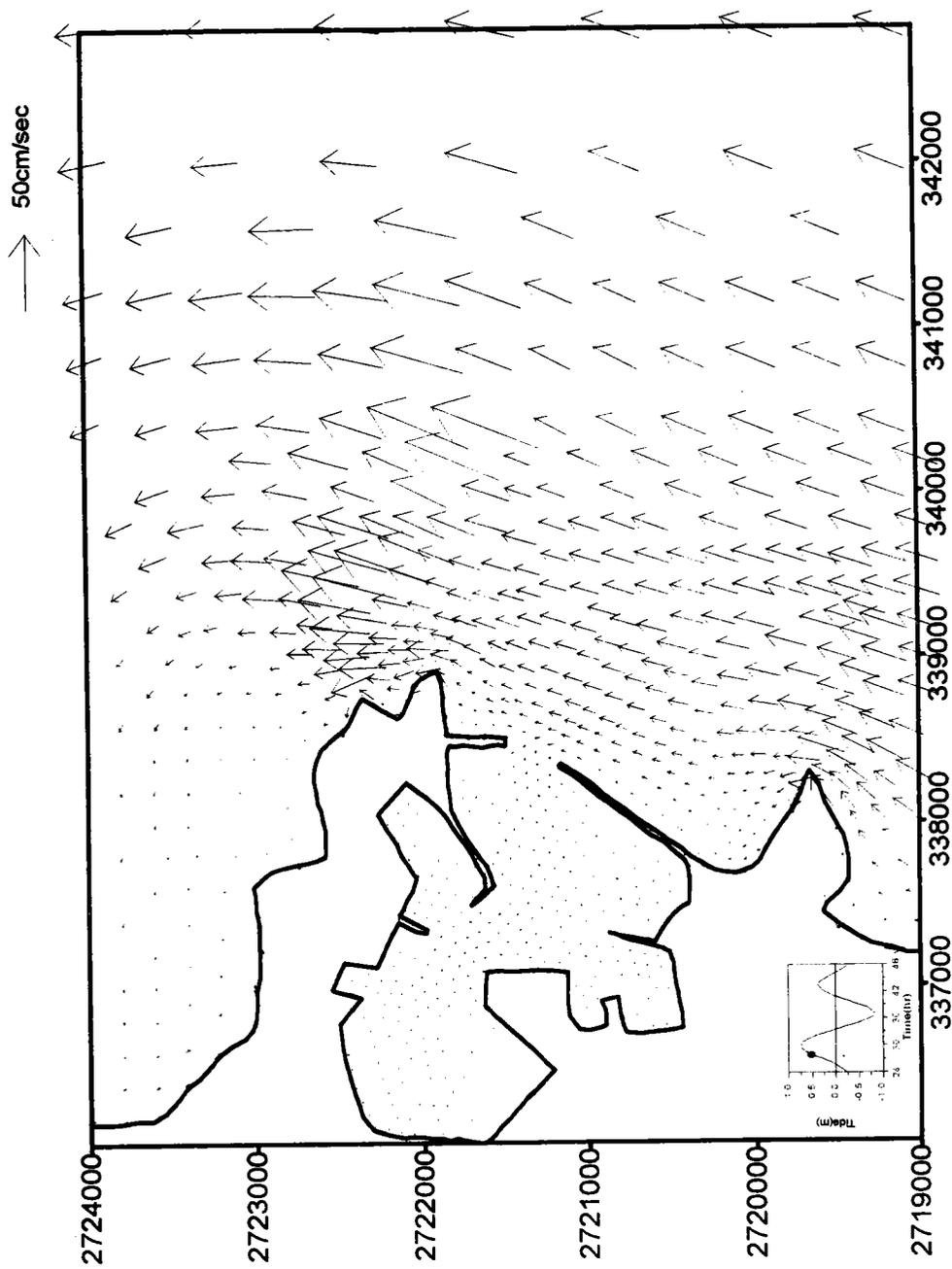


圖 4-16 蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (28小時)。

50cm/sec

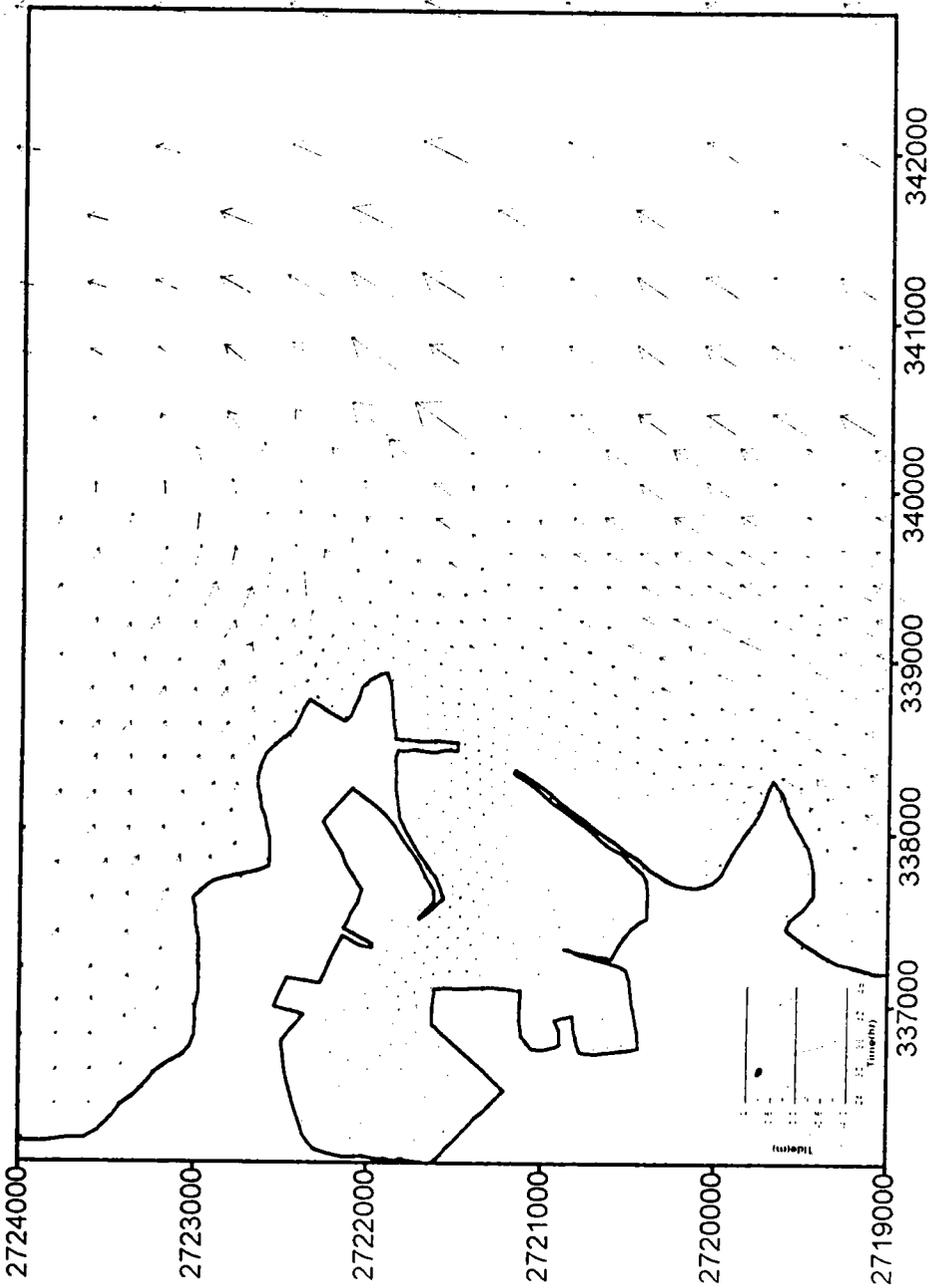


圖 4-17 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (30小時)。

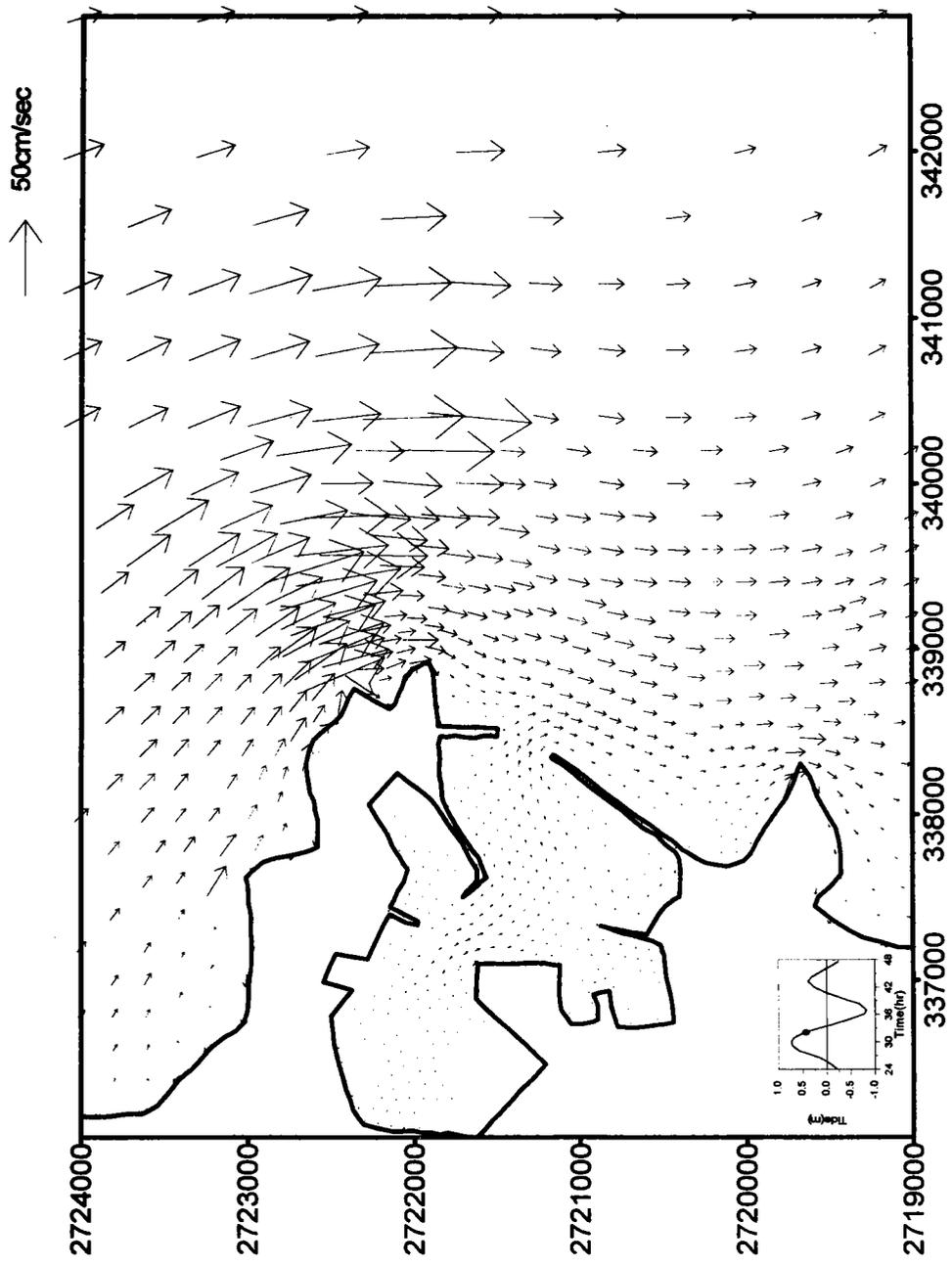


圖 4-18 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (32小時)。

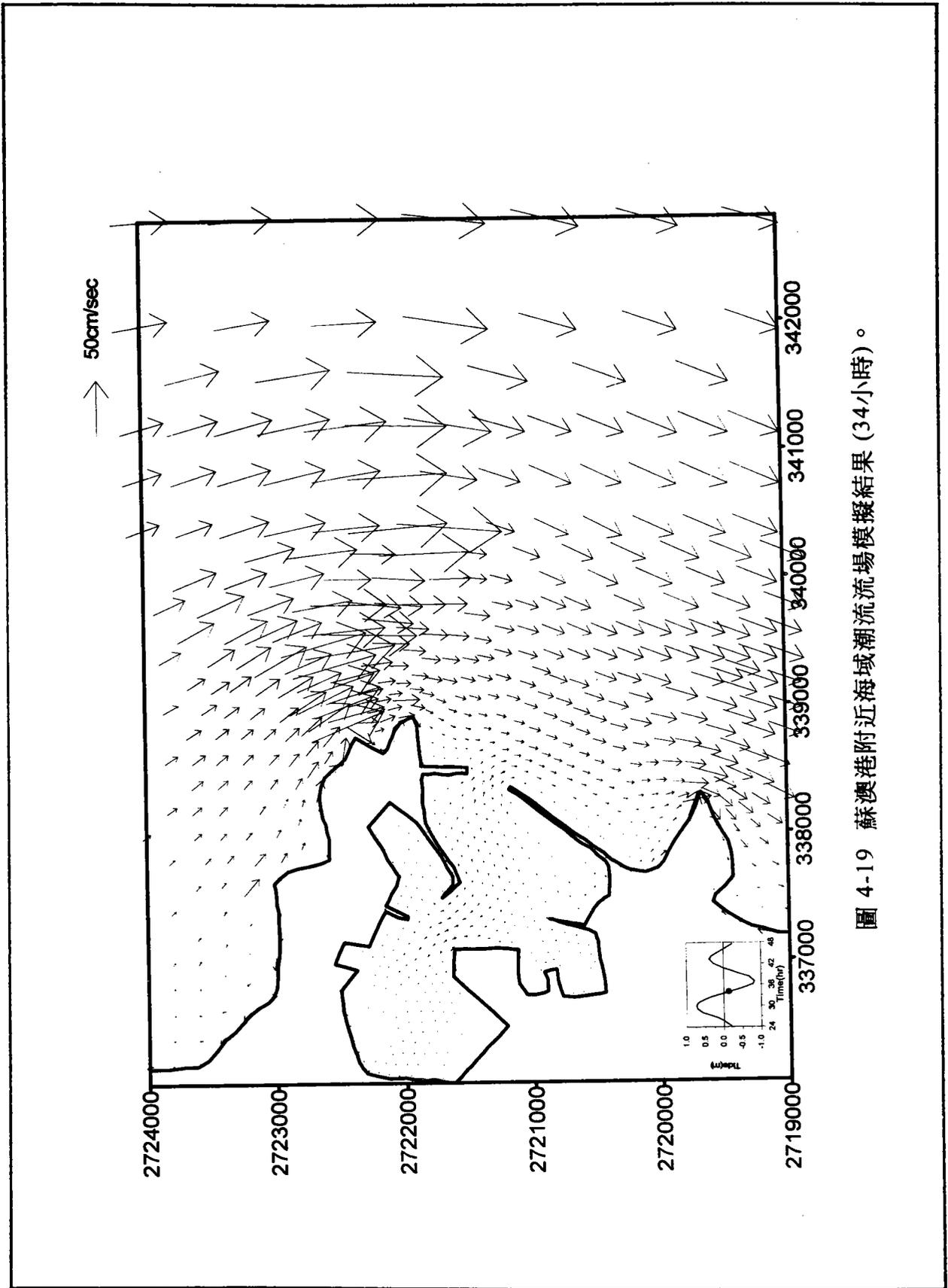


圖 4-19 蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (34小時)。

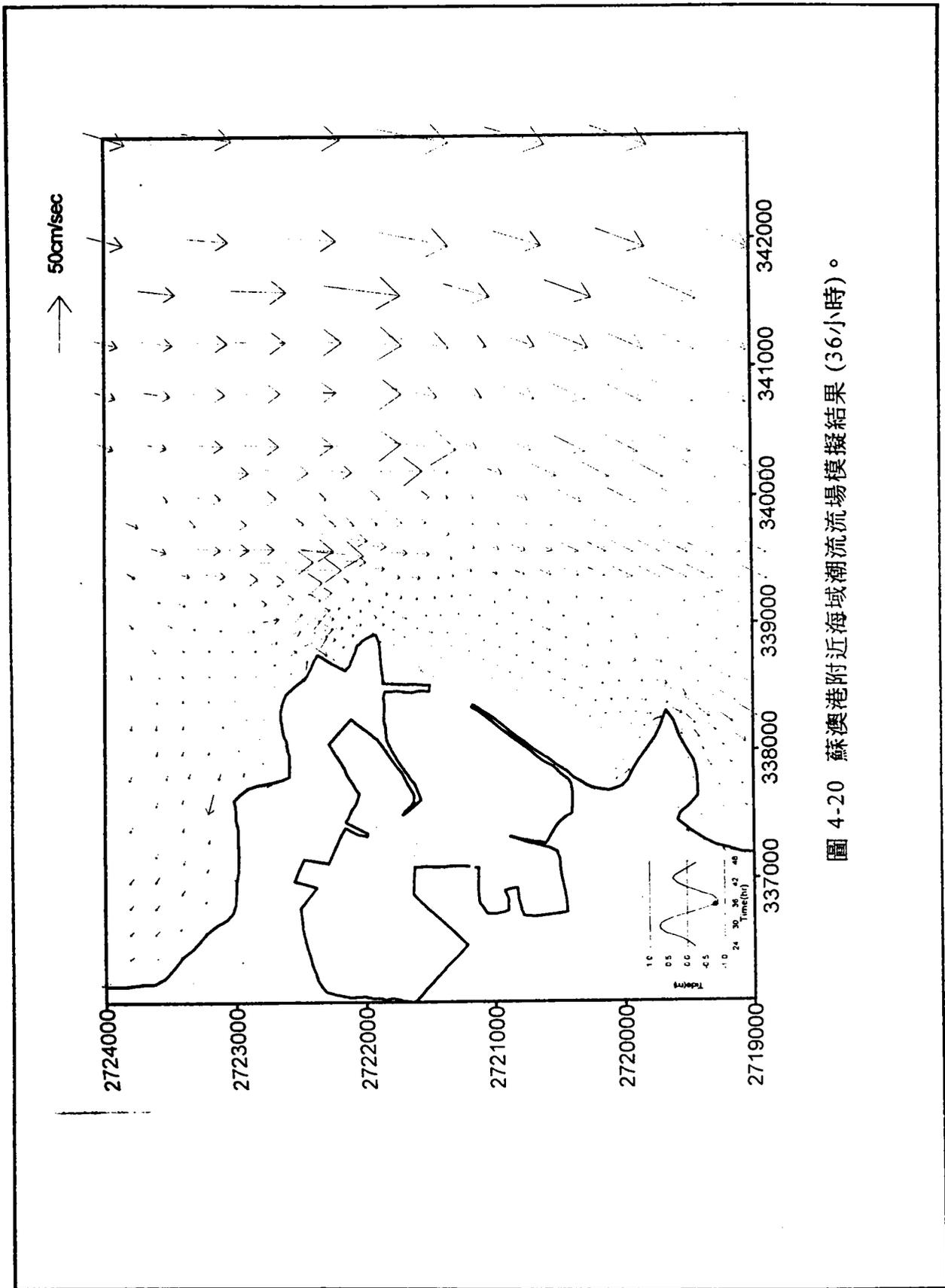


圖 4-20 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (36小時)。

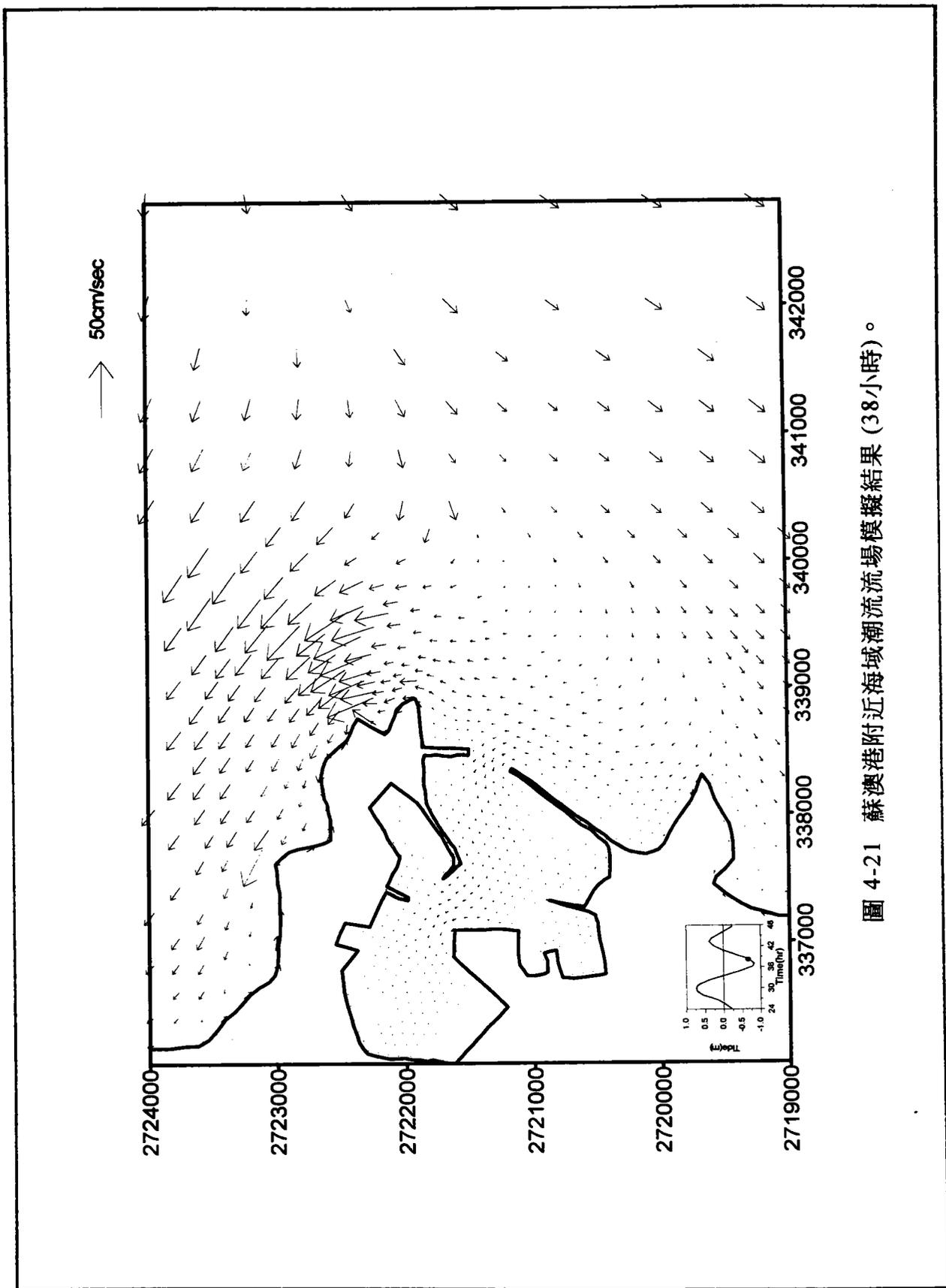


圖 4-21 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (38小時)。

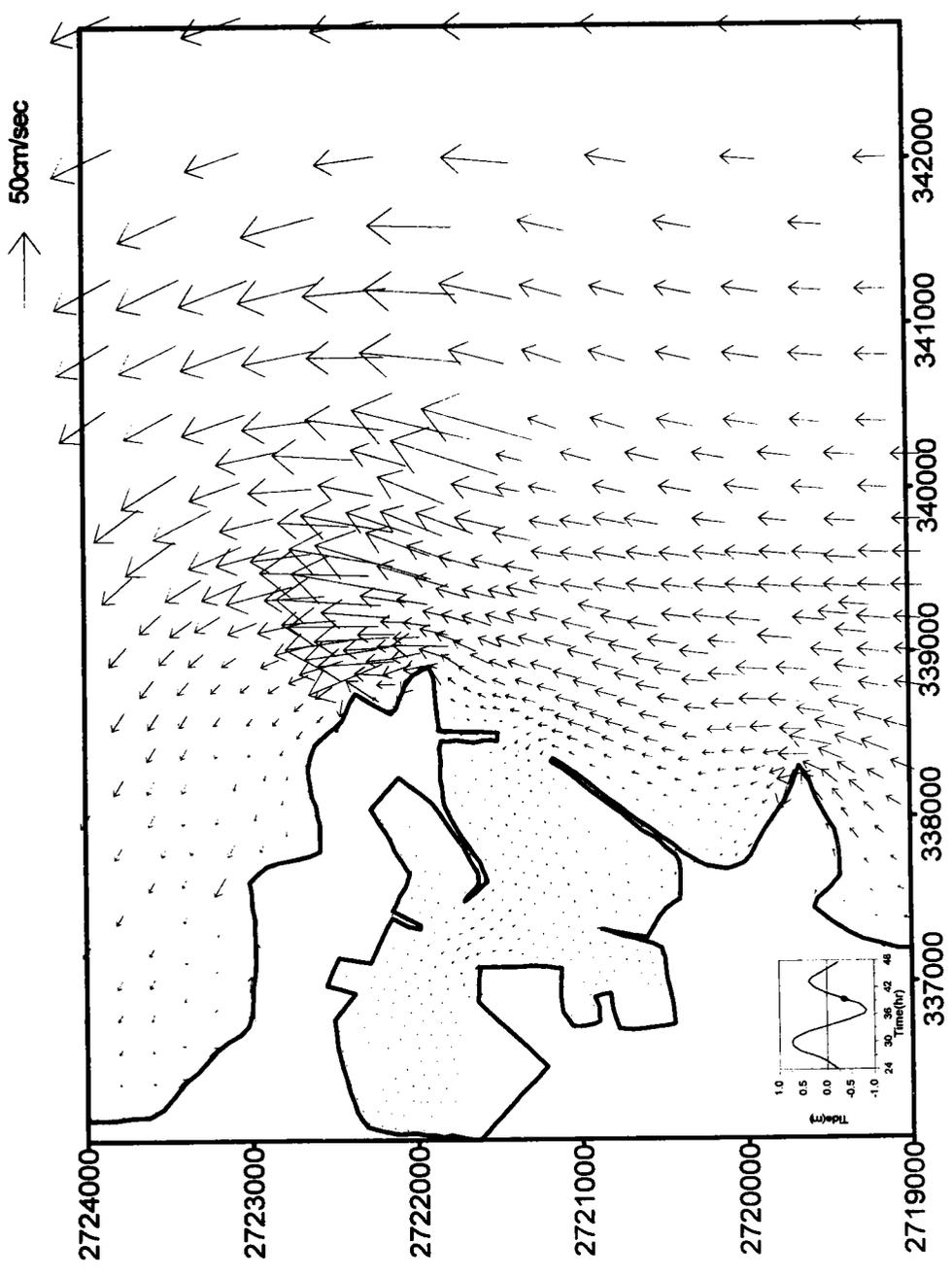


圖 4-22 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (40小時)。

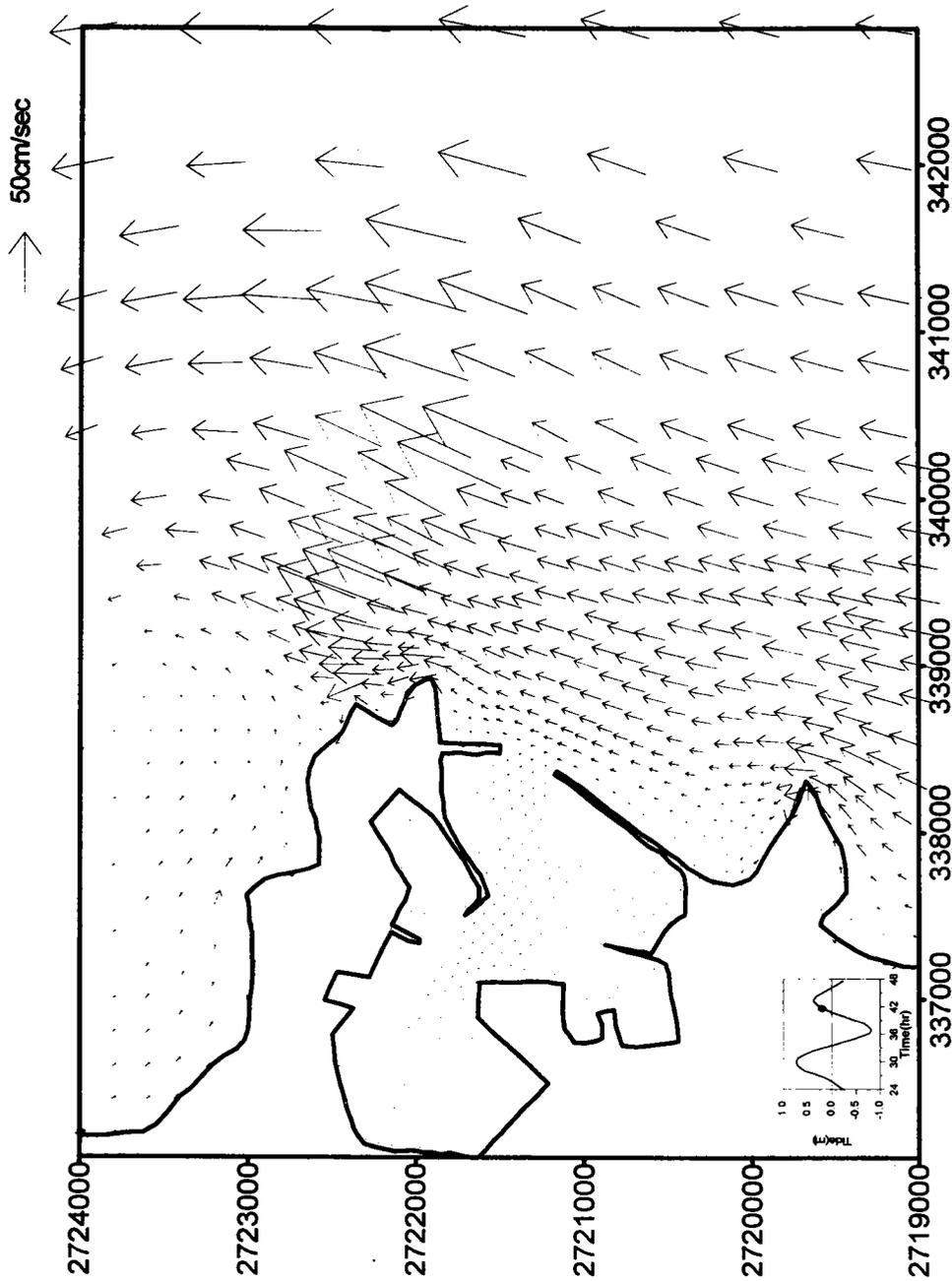


圖 4-23 蘇澳港附近海域潮流流場模擬結果 (42小時)。

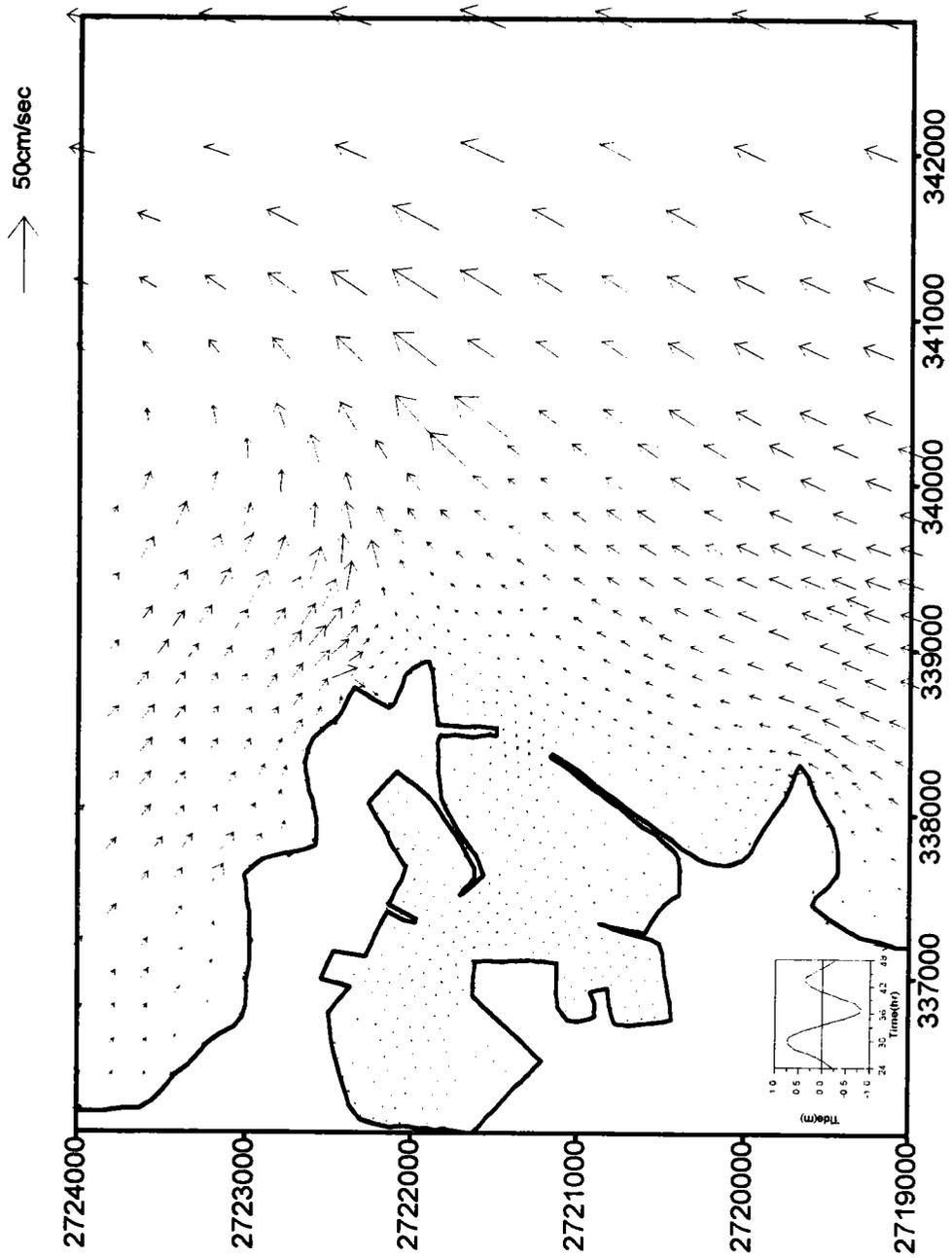


圖 4-24 蘇澳港附近海域潮流場模擬結果 (44小時)。

## 參考文獻

1. 楊春生：台灣北岸暴潮推算之研究，國立成功大學土木工程研究所，台南水工試驗所土木水利學術彙刊，第 49-63 頁，(1974)。
2. 土屋義人、山下隆男、平石哲也：有限要素-差分モデルによる高潮の數值計算法，第 29 回海岸工學講演會論文集，第 31-35 頁，(1982)。
3. 土屋義人、山下隆男、杉木浩：高潮氾濫モデルの適用性に關する研究，第 31 回海岸工學講演會論文集，第 218-222 頁，(1984)。
4. 劉肖孔：台灣海域颱風暴潮及氣象數值預報模式研究計畫，中央氣象局研究報告，第 310 號，(1988)。
5. 李兆芳、郭仲仁：三維流場有限元素多層深度積分模式，中華民國第十一屆海洋工程研討會論文集，第 383-400 頁，(1989)。
6. 劉肖孔：台灣海域颱風暴潮及氣象潮數值預報模式，中央氣象局研究報告，第 374 號，(1990)。
7. 蕭政宗、蔡長泰：感潮河川颱風暴潮模式及其於淡水河系之應用，中國土木水利工程學刊，第三卷，第三期，(1991)。
8. 蔡長泰、顏沛華、謝正倫、游保杉、許泰文：高雄都會區大眾捷運系統洪水位之研究，國立成功大學水利及海洋工程研究所報告，(1994)。
9. 柯允佩、鄒明城、薛曙生、尹可健：FEMA 暴潮模式模擬技術在個人電腦之應用，中華民國第十五屆海洋工程研討會論文集，第 663-676 頁，(1993)。
10. 李賢文、陳志堅：台灣東北海域潮流預測數值模式，台灣海洋學刊，第 35 期，第 1 號，第 65-88 頁，(1996)。
11. Cullen, M. J. P., "A simple finite element method for meteorological problems," *Journal Inst. Math. Appls.*, Vol. 11, pp. 15-31 (1973).
12. Dronker, J. J., "Tidal computations of rivers, coastal areas and seas," *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 95, No. HY1, pp. 29-77 (1969).

13. Davies, A. M. and H. Gerritsen, "An intercomparison of three-dimensional tidal hydrodynamic models of the Irish Sea," *DELFT HYDRAULICS Publication No. 484*, Netherlands, (1994).
14. Grotkop, G., "Finite element analysis of long-period water waves," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 2, pp. 147-157 (1973).
15. Hansen, W., "Hydrodynamics method applied to oceanographic problems," *Proceedings of the Symposium on Mathematical Hydrodynamical Methods of Physical oceanograph*, institute fur Meereskunde der University Hamberg, Hamberg, West Germany, pp. 25-34 (1962).
16. Harper, B. A. and R. J. Sobey, "Open-boundary conditions for open-coast hurricane storm surge," *Coastal Engineering*, Vol. 7, pp. 41-60 (1983).
17. Hatanaka, K., M. Kinoshita and M. Kawahara, "Vectorization programming for two step explicit finite elements of tsunami propagation," *Computer Modeling in Ocean Engineering*, Schrefler & Zienkiewicz(eds), Balkema, Rotterdam, pp. 25-36 (1988).
18. Kawahara, M and K. Hasegawa, "Periodic Galerkin finite element method of tidal flow," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 115-127 (1978).
19. Kawahara, M. and K. Hasegawa, "Periodic Galerkin finite element method of tidal flow," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 115-127 (1978).
20. Kawahara, M., N. Takeuchi and T. Yoshida, "Two step explicit finite element method for tsunami wave propagation analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 331-351 (1978).
21. Kawahara, M., S. Nakazawa, S. Ohmori and T. Tagaki, "Two-step explicit finite element method for storm surge propagation analysis,"

- International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, pp. 1129-1148 (1980).
22. Kawahara, M., H. Hirano, K. Tsubota and K. Inagaki, "Selective Lumping finite element method for shallow water flow," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, pp. 89-112 (1982).
  23. Kawahara, M. and K. Kashiwayama, "Selective Lumping finite element method for nearshore current," *International Journal for Numerical Methods Fluids*, Vol. 4, pp. 71-97 (1984).
  24. Leendertse, J. J., "Aspects of a computational model for long period water wave propagation," *Rand Memorandum*, RM-5294-PR, Santa Monica, California, USA (1967).
  25. Leendertse, J. J., R. C. Alexander and S. K. Liu, "A three-dimensional model for Estuaries and coastal seas: Vol. 1, principles of computation," *Rand Memorandum*, R-1417-OWRR, Santa Monica, California, USA (1973).
  26. Leendertse, J. J. and S. K. Liu, "A three-dimensional model for Estuaries and coastal seas: Vol. 4, turbulent energy computation," *Rand Memorandum*, R-2187-OWRT, Santa Monica, California, USA (1977).
  27. Lee, H. W., "A numerical predictive model of tides in the seas adjacent to Taiwan," *Proceeding of National Science Council*, ROC, Vol. 11(1), pp. 74-89 (1987).
  28. Taylor, C. and J. M. Davis, "Tidal and long wave propagation-a finite element approach," *Computational Fluid*, Vol. 3, pp. 125-148 (1975).
  29. Tsai, C. T., C. T. Kuo and L. T. Su, "A study on typhoon-flood simulation in tidal river," *Proceeding of ROC-Japan Joint Seminar on Water Resources Engineering*, Taipei, pp. 104-149 (1987).
  30. Walton, R. and B. A. Christensen, "Friction factors in storm surges over inland areas," *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, ASCE, Vol. 106, No. WW1, pp. 261-271 (1980).

31. Yen, G. T. and F. K. Chou, "Moving boundary numerical surge model," *Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division*, ASCE, Vol. 105, No. WW3, pp. 247-263 (1979).