

MOTC-IOT-IHMT-CA8906

花蓮港港內和港外長波 數值模式研究

徐進華

交通部
運輸研究所

港灣技術研究中心

中華民國九十年六月

交通部運輸研究所港灣技術研究中心出版品摘要表

出版品名稱：花蓮港港內和港外長波數值模式研究			
國際標準書號（或叢刊號）	政府出版品統一編號 1009002129	港灣技術研究中心出版品編號 MOTC-IOT-IHMT-CA8906	
主辦單位：港灣技術研究中心 主管：張金機 計畫主持人：徐進華 研究人員：吳基 聯絡電話：(04)26564216 傳真號碼：(04)26571329			研究期間 自 88 年 7 月 至 90 年 6 月
關鍵詞：edge waves，花蓮港，共振，數值模式，邊界元素法。			
摘要： <p>本研究是發展一估計由edge waves引發港內海水振盪現象的數值模式，並藉此瞭解花蓮港在颱風來臨時發生共振現象的可能原因。為達到此目的，我們首先針對一具有兩段相連平面斜坡外接一等深區的海底地形，應用淺水近似理論及二維邊界元素法分別求得edge waves之解析解和數值解，兩者皆顯示週期約160秒的edge waves可發生在此一類似於台灣東岸的海底地形上。此種波的能量由於被trapped在岸邊故可累積至遠較其他種類的波的能量大，因此以往在花蓮港所觀測到的週期約160秒的共振極可能主要由edge waves所引發。為了計算由edge waves引發港內海水振盪的強弱，我們應用三維多重區域邊界元素法解Laplace equation，並在近岸但遠離港口的外圍邊界上設定一種新的邊界條件來描述edge waves的效應。其結果顯示，由於edge waves沿海岸線行進，且其振幅沿離岸方向急劇衰減，故在一般情況下，即使在一矩形港灣內，其振幅的放大率遠小於1，但當入射的edge waves之頻率接近於此一港灣的自然頻率時，其放大率急劇增大，因此證明edge waves可有效引發港灣共振。</p>			
出版日期	頁數	工本費	本出版品取得方式
90年6月	40	100	凡屬機密性出版品均不對外公開。普通性出版品，公營、公益機關團體及學校可函洽本中心免費贈閱；私人及私營機關團體可按工本費價購。
機密等級： <input type="checkbox"/> 限閱 <input type="checkbox"/> 密 <input type="checkbox"/> 機密 <input type="checkbox"/> 極機密 <input type="checkbox"/> 絕對機密 （解密【限】條件： <input type="checkbox"/> 年 月 日解密， <input type="checkbox"/> 公布後解密， <input type="checkbox"/> 附件抽存後解密， <input type="checkbox"/> 工作完成或會議終了時解密， <input type="checkbox"/> 另行檢討後辦理解密） <input checked="" type="checkbox"/> 普通			
備註：本研究之結論與建議不代表交通部運輸研究所之意見。			

**PUBLICATION ABSTRACTS OF RESEARCH PROJECTS
INSTITUTE OF HARBOR & MARINE TECHNOLOGY
INSTITUTE OF TRANSPORTATION
MINISTRY OF TRANSPORTATION AND COMMUNICATIONS**

TITLE: Numerical modeling of the long waves inside and outside Hwalien Harbour			
ISBN(OR ISSN)	GOVERNMENT PUBLICATIONS NUMBER 1009002129	IHMT SERIAL NUMBER MOTC-IOT-IHMT-CA8906	
DIVISION: Institute of Harbor and Marine Technology DIVISION CHIEF: Chien-Kee Chang PRINCIPAL INVESTIGATOR: Jinn-Hwa Shyu PROJECT STAFF: Ji Wu PHONE: (04)26564216 FAX: (04)26571329		PROJECT PERIOD FROM July, 1999 TO June, 2001	
KEY WORDS: edge waves, Hwalien Harbour, resonances, numerical model, boundary element method			
ABSTRACT: <p style="margin: 0;">A numerical model for estimates of the harbour oscillations induced by edge waves is developed and the cause of the resonances of Hwalien Harbour during typhoons is thereby investigated. By using the shallow water approximation and the 2D boundary element method respectively, we first compute the analytical and the numerical solutions of the edge waves on a beach with two linearly varying depth segments connected to a region of constant depth, simulating the topography of the east coast of Taiwan roughly. Since both approaches show the existence of the solutions of the edge waves with a period of 160 seconds on this beach, and since the energies of the edge waves are trapped and therefore accumulated on a beach, it is likely that the resonances of Hwalien Harbour at this period should mainly be excited by edge waves. To estimate the intensity of the harbour oscillations induced by edge waves, the 3D multizone boundary element analysis with substructures is applied to solve the Laplace equation, and in the meantime, a new boundary condition is imposed at the outer boundary to specify the effects of edge waves. The results indicate that even for rectangular harbours, the amplitudes of the oscillations in harbours, when normalized by those at the shoreline of the incident edge waves, are in general much less than 1 due to the longshore propagation and the sharp decay of the edge wave energies. However, these amplitudes increase significantly when the frequencies of the edge waves approach the natural frequencies of the harbours, demonstrating that edge waves can indeed excite harbour resonances effectively.</p>			
DATE OF PUBLICATION June, 2001	NUMBER OF PAGES 40	PRICE 100	CLASSIFICATION <input type="checkbox"/> SECRET <input type="checkbox"/> CONFIDENTIAL <input checked="" type="checkbox"/> UNCLASSIFIED
The views expressed in this publication are not necessarily those of the Institute of Transportation.			

目 錄

中文摘要表	I
英文摘要表	II
第一章 前言	1
第二章 在大陸棚坡上之 edge waves	4
2.1 淺水近似解	4
2.2 準確方程式數值解	9
2.3 結果及討論	14
第三章 由 edge waves 引發港灣共振現象	16
3.1 數值方法	16
3.2 結果及討論	19
第四章 結論	22
誌謝	23
參考文獻	24

第一章 前言

當颱風來襲時，位在台灣東岸的花蓮港之港內海水常發生劇烈的振盪，使船舶無法停泊在港內。此種振盪的頻譜在某一個颱風的侵襲過程中，或在不同颱風來襲時，其 peaks 的位置皆相當固定 (參見曾 1996; 簡和曾 1998)，且其頻率和蘇、蔡和張 (1996) 用數值方法所估計的花蓮港之自然頻率相近，因此可以判斷花蓮港在颱風來襲時所出現的劇烈振盪應為一種共振現象。

由於上述的共振經常發生在颱風距離花蓮港尚有數百公里之遙時，故它們應不是由風應力作用在港內水面所產生，亦非由大氣壓的陡變所造成，因此至少在此一階段所發生的共振應是由港外的波浪經由港的入口所引發，但此種做為 forcing terms 的港外波浪可能有兩種：一種是伴隨短波群 (可能由湧浪組成，故實際並非很短) 行進的強制性長波 (forced long waves)，另一種為自由行進的長波。此兩種波浪何者為主要引發花蓮港共振的 forcing terms 須視兩者的振幅而定。

由實測及數值計算顯示，花蓮港的主要共振週期約為 160 秒 (其他較明顯的共振週期約為 145 秒和 90 秒)，故屬於此一週期的自由行進長波應為超長重力波 (infragravity waves)，後者定義為頻率介於 0.004 Hz 和 0.04 Hz 之間的水面波。此種波長和週期均甚長的波經由一些觀測 (例如 Guza & Thornton 1985; Webb, Zhang & Crawford 1991; Elgar et al. 1992) 顯示，它們本身無法在深海暴風區內產生，僅能由短波群在近岸因其破碎 (Munk 1949; Tucker 1950; Symonds, Huntley & Bowen 1982; Schäffer 1993, 1994) 或因地形不連續 (Molin 1982; Mei & Benmoussa 1984; Liu 1989) 而引發，(另一種可能為由 internal waves 在大陸坡上破碎所引發。)

由於台灣東岸具有一個很窄的大陸棚，再外接一甚陡的大陸坡 (見圖一)，故上述幾種引發超長重力波的過程在台灣東岸皆可能發生，因此當颱風發生時，花蓮港外應有超長重力波存在。這些自由行進的長波之振幅一般不會比當地的強制性長波的振幅大 (徐 1995, 1996)，但當某些自由長波的頻率和波數兩者滿足一種特殊的關係，使其能量被 trapped 在岸邊形成 edge waves 時，由於其能量可不斷的累積，故振幅將顯著的增加 (依 Schäffer (1994) 的理論，若海岸線無限延伸，且不考慮摩擦效應，其振幅將為無窮大，而 Huntley, Guza & Thornton (1981) 的現場觀測亦清楚地顯示 edge waves 的存在)。此種現象特別容易發生在如台灣東岸這種相當長且近乎筆直的海岸，因此我們有理由相信在台灣東岸的長週期能量主要為 edge waves，且花蓮港的共振極可能主要由 edge waves 所引發。

由於 edge waves 的觀測需使用一大規模的儀器陣列 (Huntley et al. 即應用一組包含 19 個雙向電磁流速儀的陣列)，且需知道在當地海底地形下各種 mode 的 edge

waves 之離散關係式，因此我們目前並未嘗試在颱風來臨時在台灣東岸測量 edge waves，僅以理論和數值分析來顯示在台灣東岸可發生週期約160秒的 edge waves。為達到此目的，且為了計算這些 edge waves 的解（後者在我們接下來發展一估計由 edge waves 引發港內海水振盪現象的數值模式時需使用到），我們針對一具有兩段相連平面斜坡（分別代表大陸棚和大陸坡）外接一等深區之海底地形，先應用 Neu & Oh (1987) 和 Schäffer & Jonsson (1992) 的方法導出 edge waves 之線性淺水近似解，包括其離散關係式。接著因考慮台灣東岸的大陸坡之坡度甚陡，故用二維邊界元素法直接解 Laplace equation，以獲得不受海底坡度限制之 edge waves 的數值解。此兩種解皆顯示在一個可粗略代表台灣東岸海底地形的二斜坡外接一等深區地形上，三種最低 modes 之 edge waves 的週期可為160秒，而更高 modes 之 edge waves 則僅能發生在週期較小時。

在大致確定具有和花蓮港共振週期相同週期之 edge waves 可發生在台灣東岸，且判斷它們的振幅應遠較此一週期的其他種類的波大以後，我們仍須證明此種沿海岸線行進且振幅沿離岸方向迅速衰減的 edge waves 有能力引發港灣共振。由於 edge waves 不易在實驗水槽內「單獨」產生，故任何在實驗室內所觀測到的共振皆無法證明是由 edge waves 所引發。另一方面，由於目前的海底地形有斜坡存在，故即使港灣為矩形，亦無法導出由 edge waves 引發港灣振盪現象的解析解，因此為驗證 edge waves 可有效引發港灣共振，我們目前發展一數值模式來估計由 edge waves 引發一矩形港灣內海水的振盪現象。

由港外波浪引發港內海水振盪現象的數值計算，因須考慮外圍邊界上的邊界條件，故和求解波浪被島嶼或其他結構物繞射及輻射等問題一樣，具有其特殊性。有關這方面的各種有效率的數值方法在 Mei (1978) 中有詳細的說明。目前由於須考慮大陸棚的存在（亦即考慮水深的變化），再加上波浪場在沿海岸線方向會因港灣的存在而產生未知的變化，故所有屬二維邊界元素法範疇內的方法，包括 Hwang & Tuck (1970) 及 Lee (1971) 的理論，目前皆無法應用，而需使用較複雜的方法。

當水深為非等深時，為減少計算所需的電腦時間和記憶容量，以往皆將流場劃分為內外兩區，其中內區的海底地形及邊界形狀可十分複雜，而外區則假設為等深區，且其邊界形狀十分簡單或位在無窮遠，故在外區內的解的形式（為無窮級數）為已知，僅其係數未知，因此可利用此一解的形式決定求內區數值解所需的邊界條件。此種方法，當內區採用有限元素法求解時，一般稱為混合元素法 (hybrid-element method)，其詳細說明及文獻可參考 Mei(1978,1983)，Chen(1986) 及 Thompson, Chen & Hadley(1996)。

在一般情況，即使外區的水深實際為非等深，但由假設其為等深所產生的誤差對港口附近的波浪場影響有限，因此不會明顯改變港內的振盪。然而目前若假設大陸棚在某處突然中斷使外區的水深變為等深（因而形成一階梯），則做為入射波的 edge

waves 在此處將被大幅反射，因此若實際情況並非如此，則一種 numerical reflection (或 non-physical reflection) 將顯著發生，且其反射波因主要為 edge waves，故大部份將回頭通過港的入口，因而對港內振盪影響很大。另一方面，若假設大陸棚並非突然中斷，而是逐漸降低其高度，則因在此種地形下做為入射波的 edge waves 的解未知，故無法進行運算 (其詳細原因可由§3.1內有關數值方法的討論獲得瞭解)。

經由以上分析可知，以往的可降低計算成本的數值方法無法被用來估計由 edge waves 引發的港灣振盪現象，故目前僅能用一般的有限元素法或有限差分法解二維的長波方程式，或用一般的邊界元素法解三維的 Laplace equation (後者仍僅需在一個面上進行離散化)。這些方法皆不將流場劃分為內外兩區，且在遠方沒有一個解析解的形式可資應用，故必須在一較大區域內求解，方可將原適用於無窮遠處的 radiation condition 應用在此一大區域之外圍邊界上做為其近似的邊界條件 (Mei 1978, 1983)，因此目前我們難以避免使用較費時且需較大電腦記憶容量的數值模式來進行運算。儘管如此，在上述三種數值方法中我們仍可選擇邊界元素法來降低計算成本，此乃因後者讓我們很方便將一個大區域劃分為很多個分區 (港內水域即為其中的一個分區)，然後在每一個分區內從事一種特殊的 substructuring 的處理，使其 matrix equation 的規模進一步縮小，因此當我們最終應用連續條件將所有分區內的 matrix equations 結合成一個 equation 時，此一 matrix equation 的階數比不做上述處理所獲得者小很多，且形成一種 sparse blocked structure，因此亦可達到節省計算時間及記憶空間的目的。有關此種 multizone boundary element analysis with substructures 的詳細說明請參考 Kane (1994)。

當決定應用上述的邊界元素法解 Laplace equation，以及使用適用於無窮遠處的 radiation condition 做為外圍邊界上的邊界條件以後，我們仍需決定在目前的狀況下，其 radiation condition 的形式。由於目前的入射波為一系列 edge waves (其振幅給定)，故當它通過港的入口時，一部份能量將因繞射及反射而無法繼續沿海岸線行進，此一部份的能量大小未知，故在求解的未知函數中亦包含此種須自原入射波扣除的屬於 edge waves 的函數，(另外，由港口附近向外散射的能量中亦有一小部份將再度形成 edge waves。) 此一函數的振幅當大陸棚無限延伸時，在無窮遠仍不消失，故為準確描述此一現象 (否則 numerical reflection 將發生)，我們目前使用一種新的 radiation condition 做為外圍邊界條件的近似。

應用上述方法所設計的電腦程式雖極為龐大，但仍可在一 PC 上執行，其結果顯示，由於 edge waves 沿海岸線行進 (而非垂直入射)，且其振幅沿離岸方向急劇衰減，故在一般情況下，由其所引發的港內振盪之振幅放大率遠小於1，但當 edge waves 的頻率接近於港灣的自然頻率時，其放大率急劇增大，因此明顯證明 edge waves 可有效引發港灣共振。

第二章 在大陸棚坡上之 edge waves

在本章中我們將在一可粗略代表台灣東岸海底地形的規則地形上求 edge waves 的解，利用這些解我們可證實，儘管台灣東岸海底地形十分特殊，仍可產生和花蓮港共振週期相同的週期約160秒的 edge waves。這些解未來尚可被輸入一估計由 edge waves 引發港內海水振盪現象的數值模式中，做為其入射波條件以及 radiation condition。

由於我們目前所關心的 edge waves 之週期甚長，且因台灣東岸的大陸棚寬度很窄，故棚外的大陸坡對這些 edge waves 可能亦有影響，因此我們目前考慮一個平緩的平面斜坡（表大陸棚）外接另一個較陡的平面斜坡（表大陸坡），再外接一無限延伸的等深區。此種地形（見圖二）若選擇適當的斜率和長度應可做為圖一的近似。

上述地形和 Neu & Oh (1987) 及 Schäffer & Jonsson (1992) 所考慮的地形類似，皆為一組相連的片段平面斜坡再外接一等深區，故我們可應用相同的方法解長波方程式，因而導出在目前地形下 edge waves 之淺水近似解，但因台灣東岸的大陸坡之坡度相當大，故在本章中我們亦應用二維邊界元素法直接解 Laplace equation，此種數值解雖有誤差，但可適用於任何坡度和任何深度，因此可補淺水近似解的不足。

2.1 淺水近似解

在本節中我們針對圖二所示的地形，依照 Neu & Oh (1987) 及 Schäffer & Jonsson (1992) 的方法，求各種 mode 之 edge waves 的離散關係式及水面位移，因此我們目前解線性長波方程式

$$\nabla_h \cdot (gh \nabla_h \zeta) - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1.1)$$

其中 ∇_h 表水平方向的梯度， g 表重力加速度， h 表水深， ζ 表水面位移， t 為時間。由於我們目前所求的解乃為 t 和 y 的週期函數（因 h 僅在 x 方向有變化），故可令

$$\zeta = \eta(x) \exp[i(k_y y - \omega t)], \quad (2.1.2)$$

其中波數 k_y 和頻率 ω 皆為定值。將上式代入 (2.1.1) 後可得

$$\frac{d}{dx} \left(gh \frac{d\eta}{dx} \right) + (\omega^2 - gh k_y^2) \eta = 0. \quad (2.1.3)$$

為求上式的解，我們先在圖二的 I、II、III 三區內分別求其通解，然後再經由考慮實際物理現象決定其中一部份未定係數；其餘的係數則可因在不同區域內的解須在交界處連續而得以決定。

首先在區域 III 內, 由於 $h = h_2 = \text{constant}$, 故 (2.1.3) 式可化簡為

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} + \left(\frac{\omega^2}{gh_2} - k_y^2 \right) \eta = 0. \quad (2.1.4)$$

因此

$$\eta = E \exp \left[-(k_y^2 - \omega^2/gh_2)^{1/2} x \right] + F \exp \left[(k_y^2 - \omega^2/gh_2)^{1/2} x \right],$$

其中 E 和 F 表未定係數。為配合在其他兩區域內所獲得的解的形式, 上式可改寫為

$$\eta = E \exp \left(-\lambda^{1/2} \xi / 2 \right) + F \exp \left(\lambda^{1/2} \xi / 2 \right), \quad (2.1.5)$$

其中

$$\lambda \equiv 1 - \frac{\omega^2}{gh_2 k_y^2}, \quad \xi \equiv 2k_y x. \quad (2.1.6a, b)$$

當 $\lambda < 0$ 時, (2.1.5) 式代表一個向岸和一個離岸行進的波的疊加, 此一現象和 edge waves 的定義不合, 故必須 $\lambda > 0$, 因此由 (2.1.6a) 我們可獲得 edge waves 存在的臨界條件為

$$\frac{\omega^2}{gh_2 k_y^2} = 1. \quad (2.1.7)$$

當 $\lambda > 0$ 時, (2.1.5) 中的兩項分別代表振幅沿離岸方向指數衰減和指數增加的兩個解, 後者實際不可能, 故我們可確定 $F = 0$, 因此得到

$$\eta = E \exp \left(-\lambda^{1/2} \xi / 2 \right). \quad (2.1.8)$$

接下來我們求 (2.1.3) 式在區域 I 內的通解, 為達到此目的, 我們令

$$\eta = \exp(-\xi/2) f(\xi). \quad (2.1.9)$$

故 (2.1.3) 可改寫為

$$\xi f'' + (1 - \xi) f' - a_I f = 0, \quad (2.1.10)$$

其中

$$a_I = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega^2}{gh_{xI} k_y} - 1 \right), \quad (2.1.11)$$

而 h_{xI} 則代表區域 I 內的海底坡度。上式為一種 confluent hypergeometric equation, 它的兩個線性獨立解即為 confluent hypergeometric functions (或稱為

Kummer functions) $M(a_I, 1, \xi)$ 和 $U(a_I, 1, \xi)$ (兩者的定義見 Abramowitz & Stegun 1972), 故在區域 I 內 η 的通解為

$$\eta = A \exp(-\xi/2)M(a_I, 1, \xi) + B \exp(-\xi/2)U(a_I, 1, \xi), \quad (2.1.12)$$

其中 A 和 B 表未定係數。

由於 U 在 $\xi = 0$ (表海岸線) 處趨近於無窮大, 故若要 η 在海岸線上具有一個有限的值, 必須 $B = 0$, 因此在區域 I 內的解可化簡為

$$\eta = A \exp(-\xi/2)M(a_I, 1, \xi). \quad (2.1.13)$$

我們在此先偏離本題, 考慮以下的情況: 若區域 I 的平面斜坡向外海無限延伸, 且不管代表淺水近似的 (2.1.3) 式在外海水深變為極深時能否適用, 則 (2.1.13) 中的參數 a_I 必須是一個負整數或零, 否則 η 將在無窮遠處變為無窮大, 因此在此種單一斜坡無限延伸的情況下, 由 (2.1.11) 式, ω 需滿足以下的離散關係式:

$$\omega^2 = gk_y(2n+1)h_{xI}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1.14)$$

上式以及 (2.1.13) 式 (令 $-a_I = n$) 即為 Eckart (1951) 所導出的 edge waves 之淺水近似理論, 由於當 $a_I = -n$ 時, $M(-n, 1, \xi)$ 可簡化為 Laguerre polynomials

$$L_n(\xi) = \frac{(-)^n}{n!} \left[\xi^n - \frac{n^2}{1!} \xi^{n-1} + \frac{n^2(n-1)^2}{2!} \xi^{n-2} - \frac{n^2(n-1)^2(n-2)^2}{3!} \xi^{n-3} + \dots + (-)^n n! \right] \quad (2.1.15)$$

故由上式可輕易及準確地計算此種 edge waves 的振幅變化如圖三所示。

由圖三可瞭解, mode 愈高 (即 n 愈大) 的 edge waves, 其影響範圍愈往外海延伸, 故在一個斜坡無限延伸的海底地形上, 由於水深的增加, 淺水近似的假設將無法適用於 high modes 的 edge waves, 但此種水深向外海無限增加的情況可因平面斜坡外接一等深區而改變。在後者的情況下, 若等深區的深度不大, 且斜坡亦非很陡, 則淺水近似將可適用於所有 modes 之 edge waves, 然此時因斜坡並非無限延伸, 故 (2.1.13) 中的 a_I 不須為負整數或零, 因此我們須回到原來的問題, 在區域 II 內求 (2.1.3) 式的通解, 再將它和 (2.1.13) 和 (2.1.8) match, 方能在圖二所示的地形中, 獲得其 edge waves 的離散關係式和水面位移。

由於區域 II 的海底地形和區域 I 者類似, 皆僅含一單一平面斜坡, 故為獲得區域 II 內的通解, 可將 x 座標的原點移至 $x = \bar{x}$ 的位置 (參看圖二), 然後依照前面導出

(2.1.12) 式的方式, 獲得一形式完全相同的解, 此時我們再將座標移回原來的位置即得到

$$\begin{aligned} \eta = & C \exp(-\xi/2 + k_y \bar{x}) M(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}) \\ & + D \exp(-\xi/2 + k_y \bar{x}) U(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}), \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

其中

$$a_{II} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\omega^2}{gh_{xII} k_y} - 1 \right), \quad (2.1.17)$$

h_{xII} 表區域 II 內海底的坡度。由於在區域 II 內每一點之 $\xi - 2k_y \bar{x}$ 的值皆不為零, 表函數 U 在此區域內不為 singular, 故係數 D 不須為零, 因此係數 C 和 D 皆有待決定。

以上在 I, II, III 三個區域內所獲得的解, 其本身以及其第一階導函數在各區的交界面上須連續, 故由 (2.1.8), (2.1.13) 及 (2.1.16) 可得以下四個方程式:

$$\left. \begin{aligned} Ae^{-\frac{\xi_1}{2}} M(a_I, 1, \xi_1) &= Ce^{-\frac{\xi_1}{2} + k_y \bar{x}} M(a_{II}, 1, \xi_1 - 2k_y \bar{x}) \\ &\quad + De^{-\frac{\xi_1}{2} + k_y \bar{x}} U(a_{II}, 1, \xi_1 - 2k_y \bar{x}) \\ A \frac{d}{d\xi} \left[e^{-\frac{\xi}{2}} M(a_I, 1, \xi) \right] \Big|_{\xi=\xi_1} &= C \frac{d}{d\xi} \left[e^{-\frac{\xi}{2} + k_y \bar{x}} M(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}) \right] \Big|_{\xi=\xi_1} \\ &\quad + D \frac{d}{d\xi} \left[e^{-\frac{\xi}{2} + k_y \bar{x}} U(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}) \right] \Big|_{\xi=\xi_1} \\ E \exp\left(-\frac{1}{2} \lambda^{\frac{1}{2}} \xi_2\right) &= Ce^{-\frac{\xi_2}{2} + k_y \bar{x}} M(a_{II}, 1, \xi_2 - 2k_y \bar{x}) \\ &\quad + De^{-\frac{\xi_2}{2} + k_y \bar{x}} U(a_{II}, 1, \xi_2 - 2k_y \bar{x}) \\ E \frac{d}{d\xi} \left[\exp\left(-\frac{1}{2} \lambda^{\frac{1}{2}} \xi\right) \right] \Big|_{\xi=\xi_2} &= C \frac{d}{d\xi} \left[e^{-\frac{\xi}{2} + k_y \bar{x}} M(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}) \right] \Big|_{\xi=\xi_2} \\ &\quad + D \frac{d}{d\xi} \left[e^{-\frac{\xi}{2} + k_y \bar{x}} U(a_{II}, 1, \xi - 2k_y \bar{x}) \right] \Big|_{\xi=\xi_2} \end{aligned} \right\}, \quad (2.1.18)$$

其中 $\xi_1 = 2k_y x_1$, $\xi_2 = 2k_y x_2$ 。上式代表決定 A, C, D, E 四個未知係數的聯立線性方程式, 且為 homogeneous, 故若它們具有不為零的解 (表 edge waves 存在), 則其係數矩陣之行列式必須等於零, 此一等式即為 edge waves 之離散關係式, 但它極複雜, 且包含 M 和 U 這種特殊的函數, 故不易用一般的數值方法求其某一個參數的解 (當其餘的參數給定), 因此我們將不同的值代入此一參數, 找出其中能使上述行列式達到極小值者 (此種極小值出現的位置可能不止一個, 分別代表不同 mode 之

edge waves), 做爲此一參數的近似解。目前我們先選定 $k_y, \xi_1, \xi_2, h_{xI}$ 和 h_{xII} 的值 (\bar{x} 因此亦決定), 然後以不同的 ω 值先代入 (2.1.11) 和 (2.1.17) 求 a_I 和 a_{II} , 並代入 (2.1.6a) 求 λ 值 (若 $\lambda < 0$, 表不爲 edge waves, 故不繼續以下的步驟), 再將所有的結果代入上述的行列式, 計算其大小, 此時必須估計無窮級數形式的 M 和 U , 而此兩種級數 (特別是 U), 當其獨立變數相當大時, 收斂極慢, 故須改用其漸近展開式 (asymptotic expansions) 來估計其大小, 因此在電腦程式中我們設置一些評斷基準來做此選擇。

爲了驗證我們所設計的程式的準確度, 我們先輸入相同的 h_{xI} 和 h_{xII} 的值 (兩者皆爲 0.05, 而 x_2 則爲 11000 m), 故實際代表一單一平面斜坡連接外海等深區之地形 (如圖二中的虛線所示的地形)。此一地形即爲 Schäffer & Jonsson (1992) 所考慮者, 且他們是直接以此種地形爲對象, 故其理論中不含 (2.1.16) 式, 故不須估計較複雜的 U 值, 因此當我們目前所計算的結果 (見圖四) 和 Schäffer & Jonsson (1992) 的圖三一致時, 即證明目前所設計的程式應相當準確。

在圖四中, 當 ξ_2 的值增大時 (因選擇較大的 k_y 值), 由目前的程式所估計的 a_I 值趨近於零或負整數, 亦即趨近於 Eckart (1951) 針對一無限延伸的平面斜坡所導出的解。由於 ξ_2 增加, 將使同一個 mode (即同一個 n) 之 $x_2\omega^2/(gh_x)$ 值增大 (參看 (2.1.6b) 和 (2.1.14)), 故由目前的圖三可瞭解, 當後者大到相當程度時, 此一 edge wave 將在斜坡區內, 尚未及於等深區時, 即已衰減至很小, 故它不受等深區存在的影響應屬正確。

圖四實際代表各種 mode 之 edge waves 的頻率和波數間的關係, 圖中的點線是由 (2.1.7) 式決定, 表因外海等深區的存在, 使超過某一頻率 (稱爲 cut-off frequency) 之 edge waves, 不論其 mode 爲何, 皆無法存在, 而圖四中的細實曲線亦清楚地顯示爲適應此種限制所產生的變化, 故目前的程式在 ξ_2 較小時亦相當準確。

當程式完成測試後, 我們即輸入一組不同的 h_{xI} 和 h_{xII} , 分別爲 0.05 和 0.257, 且輸入 $x_1 = 4000$ m, $x_2 = 11000$ m, 故 $h_1 = 200$ m, $h_2 = 2000$ m, 此一地形可粗略代表台灣東岸的海底地形 (見圖一)。在此種地形下, 應用相同的程式計算, 即獲得圖四中另一組淺水近似解, 由此組解 (特別是最底的兩個 modes) 我們可看出, 當 ξ_2 增大時, 目前的數值解仍趨近於 Eckart 的解析解。由於當 ξ_2 很大時 (其程度因 mode 的不同而異), edge waves 除不受等深區的影響以外, 亦可因相同的原因而不受棚外大陸坡的影響, 因此上述的趨勢應正確。

另一方面, 當 ξ_2 減小時 (其標準亦隨 mode 的不同而改變), $-a_I$ (因此 ω) 的值因大陸坡的存在而發生顯著的變化, 最後以漸近的方式終止在由 (2.1.7) 所代表的直線 (表 cut-off frequency) 上, 但由於在 (2.1.7) 中的 h_2 和 h_{xI} 及 x_2 之間的關係在

目前的情況和在 h_{xI} 和 h_{xII} 不相等的情况有所不同，故圖四中的兩條點線的斜率亦大不相同。

當對應於某一個 k_y 之某一種 mode 的 edge wave 之 ω 值決定以後，即可將 (2.1.18) 內的四個未定係數中的其中一個給定（我們目前是給定 $A = 1$ ，故 $\eta(x = 0) = 1$ ），然後利用 (2.1.18) 中的任意三個方程式來估計其餘三個未定係數，如此即可獲得此一 edge wave 之水面位移。有關這方面的結果，我們延到下一節和針對準確方程式求數值解所獲得的結果一併討論。

2.2 準確方程式數值解

在本節中我們不使用淺水近似，直接解不可壓縮非旋性流可準確滿足的 Laplace equation

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad (2.2.1)$$

其中 ϕ 表流速勢。此一方程式在如圖二所示的地形中不易獲得 edge waves 的解析解，故須求其數值解。

由於我們所求的解為沿 y 方向行進的 edge waves，且因在非淺水近似中需考慮 ϕ 在 z 方向的變化，故令

$$\phi = \psi(x, z)e^{i(k_y y - \omega t)}. \quad (2.2.2)$$

代入 (2.2.1) 後可得

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - k_y^2 \psi = 0. \quad (2.2.3)$$

接下來我們即在如圖二所示的二度空間領域中求 (2.2.3) 式的數值解，但首先須決定在外圍邊界 ($x = x_0$) 上的邊界條件，為達到此目的，我們先在區域 III 內求符合 edge waves 性質的級數解的形式，此一形式可用變數分離法獲得，故令

$$\psi = X(x)Z(z). \quad (2.2.4)$$

代入 (2.2.3) 後可得

$$\frac{X''}{X} + \frac{Z''}{Z} = k_y^2, \quad (2.2.5)$$

其中 X'' 和 Z'' 分別代表 X 和 Z 的二階導函數。由於上式的第一項和第二項分別僅為 x 和 z 的函數，故它們皆須為定值，上式方可滿足，因此我們獲得

$$\frac{X''}{X} = \lambda, \quad \frac{Z''}{Z} = k_y^2 - \lambda, \quad (2.2.6a, b)$$

其中 λ 即所謂的分離常數，其可被允許的值將決定如下。

首先由 (2.2.6a)

$$X = e^{\pm\lambda^{\frac{1}{2}}x}.$$

故若 $\lambda \leq 0$ ，則 X 在 x 方向僅做週期性變化，因此即使在遠方外海 X 仍不消滅，此點和 edge waves 的定義不合，故我們可以確定在目前的解中 λ 需為正值。當 $\lambda > 0$ 時，上式中的正號代表能量沿離岸方向指數增加，故亦不可能，因此我們確定

$$X = e^{-\lambda^{\frac{1}{2}}x}. \quad (2.2.7)$$

另一方面，由 (2.2.6b)，我們獲得

$$Z = e^{\pm(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}z}.$$

故 Z 的通解可表為

$$Z = Ae^{(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}z} + Be^{-(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}z}, \quad (2.2.8)$$

其中 A 和 B 表未定係數。由於區域 III 的海底為等深，故其底部邊界條件為

$$(\partial\phi/\partial z)_{z=-h_2} = 0.$$

將 (2.2.8) 代入上式後可決定

$$B = Ae^{-2(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}h_2}$$

因此 (2.2.8) 可化簡為

$$Z = a \cosh \left[(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}(z + h_2) \right], \quad (2.2.9)$$

其中 a 仍代表一個未定的係數。

接下來我們考慮自由表面的邊界條件，後者若僅考慮線性波可表為

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial\phi}{\partial z}$$

或

$$\omega^2\phi = g \frac{\partial\phi}{\partial z} \quad \text{at} \quad z = 0. \quad (2.2.10)$$

因此將 (2.2.9) 代入後可得

$$\omega^2 = g(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}} \tanh[(k_y^2 - \lambda)^{\frac{1}{2}}h_2]. \quad (2.2.11)$$

當 ω 和 k_y 固定時，滿足上式的 λ 值有無窮多個 (其圖解可參考 Mei 1983, §7.4.1)，故區域 III 內的解可表為以下的無窮級數：

$$\psi(x, z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n^{\frac{1}{2}} x} \cosh \left[(k_y^2 - \lambda_n)^{\frac{1}{2}} (z + h_2) \right], \quad (2.2.12)$$

其中 λ_n 表 (2.2.11) 之第 n 個解， a_n 則為未定係數。

上式要代表 edge waves，須所有的 λ_n 大於零，故由 (2.2.11) 可決定 cut-off frequency 為

$$\omega_{Max}^2 = g k_y \tanh(k_y h_2). \quad (2.2.13)$$

當獲得級數解後，我們在區域 III 內選定一個垂直斷面 (如 $x = x_0$) 做為數值積分的外圍邊界。由於在此一斷面上僅有有限個 (例如 m 個) 點上的 ψ 和 $\partial\psi/\partial x$ 會出現在一數值模式中，故為建立它們間的關係式，我們將 (2.2.12) 內的無窮級數截取為僅含 m 項，因此在外圍邊界上各點的 ψ 和 $\partial\psi/\partial x$ 值可表為

$$\psi_i \approx \sum_{n=1}^m a_n e^{-\lambda_n^{\frac{1}{2}} x_0} \cosh \left[(k_y^2 - \lambda_n)^{\frac{1}{2}} (z_i + h_2) \right], \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2.14)$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} \right)_i \approx \sum_{n=1}^m a_n \left(-\lambda_n^{\frac{1}{2}} \right) e^{-\lambda_n^{\frac{1}{2}} x_0} \cosh \left[(k_y^2 - \lambda_n)^{\frac{1}{2}} (z_i + h_2) \right], \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2.15)$$

其中 z_i 表在垂直斷面上第 i 個節點之 z 座標。

上面兩式可表為矩陣的形式：

$$\left\{ \psi \right\} \approx [C] \left\{ a \right\}, \quad \left\{ \frac{\partial\psi}{\partial x} \right\} \approx [D] \left\{ a \right\}, \quad (2.2.16a, b)$$

其中 $\{ \cdot \}$ 表行向量 (column vector), $[\cdot]$ 表矩陣。由 (2.2.16a)

$$\left\{ a \right\} \approx [C]^{-1} \left\{ \psi \right\}.$$

代入 (2.2.16b) 後可得

$$\left\{ \frac{\partial\psi}{\partial x} \right\} \approx [D] [C]^{-1} \left\{ \psi \right\}. \quad (2.2.17)$$

當 ω 和 k_y 固定時，上式中的 $[C]$ 和 $[D]$ 可由 (2.2.14), (2.2.15) 及 (2.2.11) 完全決定，因此上式可做為圖二中的外圍邊界上的邊界條件。其他所需的邊界條件包括應用於自由表面的 (2.2.10) 式，以及在海底底床上須

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad \text{at} \quad z = -h(x), \quad (2.2.18)$$

其中 $\partial/\partial n$ 表沿垂直底床方向且向外之微分運算。

當邊界條件決定以後，即可求 (2.2.3) 的數值解，目前我們採用邊界元素法，故首先用 Green's identity formula 將 (2.2.3) 轉換為積分方程式

$$c\psi(\mathbf{x}) = -\frac{i}{4} \int_S \left\{ \psi(\mathbf{x}_s) \frac{\partial}{\partial n} \left[H_0^{(1)}(ik_y|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|) \right] - H_0^{(1)}(ik_y|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|) \cdot \frac{\partial}{\partial n} [\psi(\mathbf{x}_s)] \right\} dS(\mathbf{x}_s), \quad (2.2.19)$$

其中 $H_0^{(1)}(ik_y|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|)$ 表第一類零階 Hankel function，它乘以 $-i/4$ 即為 (2.2.3) 式 (一般稱為 Helmholtz equation) 之 fundamental solution。上式中的 \mathbf{x}_s 表邊界 S 上各點之位置向量， \mathbf{x} 則可為邊界內、外或其上各點之位置向量，而 c 的大小則依上述三種狀況而有以下的變化：

$$c = \begin{cases} 0, & \mathbf{x} \text{ is outside } S; \\ 1, & \mathbf{x} \text{ is inside } S; \\ \frac{1}{2}, & \mathbf{x} \text{ is on a smooth portion of } S; \\ \frac{\Delta\theta}{2\pi}, & \mathbf{x} \text{ is at a sharp corner on } S. \end{cases} \quad (2.2.20)$$

有關如何應用 Green's identity formula 將一微分方程式轉換為積分方程式，以及有關 fundamental solution 的定義和證明可參考 Kane (1994)。

為求積分方程式 (2.2.19) 中的未知函數 $\psi(x, z)$ 的近似解，可將邊界 S 分成許多小段，且在每一小段內將 ψ 和 $\partial\psi/\partial n$ 的變化用一個多項式內插函數做為其近似，此函數依其內插點 (又稱節點) 的位置和數目 (後者即決定多項式的幂數) 可有很多的選擇，目前我們選擇 three-node quadratic discontinuous elements。利用此種 boundary elements, (2.2.19) 內的積分可分段完成，其結果且以各節點上的 ψ 和 $\partial\psi/\partial n$ 表示。若我們進一步選擇 \mathbf{x} 亦位在某一節點上，則形成一個以各節點上的 ψ 和 $\partial\psi/\partial n$ 值為未知數的純代數式，且為一線性方程式。當 \mathbf{x} 在不同的節點上，我們即獲得不同的方程式，因此若在 S 上共有 N 個節點，則我們最終可獲得一組 N 個聯立線性方程式，表為

$$\sum_{j=1}^N H_{ij}\psi_j - \sum_{j=1}^N G_{ij} \left(\frac{\partial\psi}{\partial n} \right)_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.2.21)$$

其中 ψ_j 和 $(\partial\psi/\partial n)_j$ 即表在第 j 個節點上的 ψ 和 $\partial\psi/\partial n$ 值 (為未知)， H_{ij} 和 G_{ij} 則為此一聯立方程式之係數 (為已知)。

上述 N 個方程式共包含 $2N$ 個未知數，故無法立即求解，但我們可以用 (2.2.18) 消去在底床上各點的 $\partial\psi/\partial n$ ，再利用 (2.2.10) 將自由表面上各點的 $\partial\psi/\partial n$ 用同一點上的 ψ 表示，最後應用 (2.2.17) 式將位在外圍邊界上各點的 $\partial\psi/\partial n$ 用所有這些點上的 ψ 之線性組合來代表，因此 (2.2.21) 最後可化簡為

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}\psi_j = 0$$

或表為矩陣的形式

$$[A]\{\psi\} = 0, \quad (2.2.22)$$

其中 $[A]$ 表新的係數矩陣。

上式代表一個 $N \times N$ linear system，且為 homogeneous，故若它具有不為零的解，則 $[A]$ 的行列式必須等於零，如此即決定 edge waves 的離散關係式，因此目前的情況和淺水近似理論者類似，僅 (2.2.22) 的階數 N 遠大於 (2.1.18) 的階數 4。儘管如此，我們採用上一節的方式仍可對任何固定 k_y 值獲得使 $[A]$ 的行列式達到極小值的一些 ω 值。由於目前的計算較費時，故我們針對一單一斜坡外接一等深區地形僅以少數幾個 k_y 值來估計其所對應的 ω 值，因此在圖四中這些結果僅以分離的符號表示，而未連成曲線。

由這些符號可看出，由於斜坡的斜率僅為 0.05，且等深區的水深僅 550 m，而圖四的縱座標最大值所對應的 k_y 僅為 0.0009 rad/m，故仍屬淺水波，因此目前所獲得的準確方程式之數值解在圖四中和上一節所獲得的淺水近似解相當接近，此點顯示目前的模式應基本正確。

在 §2.1 中我們曾提及，對任何一種 mode 的 edge waves，當 ξ_2 足夠大時，其振幅將在離岸但尚未及於等深區時即衰減至很小，使在一單一斜坡外接一等深區地形上的解趨近於在一無限延伸斜坡地形上者。此一論點若屬正確，則本節所計算的結果應在 ξ_2 增大時和 Ursell (1952) 針對一無限延伸斜坡直接解 Laplace equation 所獲得的解析解逐漸接近，後者的離散關係式為

$$\omega^2 = gk_y \sin(2n+1)\beta, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

其中 β 表斜坡的角度，故在 $n = 0$ 時 (表第一個 mode)，由上式所獲得的 ω^2/k_y 代入 (2.1.11) 可得 $a_I = 0.0006$ ，但圖四中的數值解，當 ξ_2 最大時， $a_I = -0.07$ ，此一差距，當 ξ_2 更大時，預期仍不消失，故代表目前模式的數值誤差。

接下來我們針對目前所關心的二斜坡外接一等深區地形，應用相同的程式來計算，此時為了顯示解的詳細變化，我們以較多的 k_y 值來計算所對應的 ω 值，因此其結果可

連成圖四中的粗虛線。將它們和淺水近似解相比較可發現兩者的變化有相同的趨勢，且目前的解亦趨近於相同的點線，故和理論相符合（因為當 k_y 甚小時，(2.2.13) 可近似表為 (2.1.7)），因此目前的數值模式在 ξ_2 較小時應大致準確。

當對應於某一個 k_y 值之 ω 值決定以後，係數矩陣 $[A]$ 的每一個元素的值即可決定，此一矩陣為 singular，故必須消去 (2.2.22) 中的一個方程式，同時亦將未知向量 $\{\psi\}$ 中的某一個分量給定，然後用剩下的方程式求其餘各點上的 ψ 值，其結果將和上一節的結果一併在下一節討論。

2.3 結果及討論

圖四的結果實際代表各種 mode 的 edge waves 之頻率 ω 和波數 k_y 間的關係，但因兩者在圖中被無因次化，故圖上各點之 ω 值無法清楚地顯示。為改善此一現象，我們在圖四中亦將 $\omega = 2\pi/160$ rad/sec 的各點描出，故由圖四我們可以確定，當大陸棚的斜率為 0.05 時，有三種 modes 之 edge waves 的週期可為 160 秒，而其中的第三 mode 可因斜率為 0.257 的大陸坡的存在而發生顯著的變化，因此我們即針對週期為 160 秒的第三 mode 之 edge waves，應用前面兩節的方法計算其水面位移（在 §2.2 中我們雖求解流速勢，但後者可應用自由表面的邊界條件換算為水面位移），其結果如圖五所示。

當 x 極小時（表極靠近岸邊），由於水面和水底極接近，故在邊界元素法中可能產生相當大的誤差（詳細原因見 Kane 1994, §4.6），因此圖五中的準確方程式之數值解，在 x 極小時出現異常現象應不代表實際的狀況。

在圖五中，針對一單一斜坡外接一等深區地形，應用淺水近似理論所獲得的結果（亦繪於圖三）和圖三中 Eckart (1951) 針對一無限延伸斜坡所導出的淺水近似解幾乎完全吻合，此點和圖四中的細虛線和細實線的交點之 $-a_I$ 值十分接近於 2 的事實有關，皆代表外海等深區的存在對此 edge waves 的影響甚小（因它在此區域內的振幅已很小）。

另一方面，在圖五中，同樣針對一單一斜坡外接一等深區地形，淺水近似解和準確方程式之數值解兩者卻有不小的差距，此種差距應不是由淺水近似的誤差所造成，其理由有二：

一、在 Schäffer & Jonsson (1992) 之 Fig.1 中，即使 $h_x = 0.1$ ，Eckart (1951) 的淺水近似解在 $n = 2$ 時仍可和 Ursell (1952) 的準確解十分接近，而目前斜坡的斜率僅為 0.05，且所獲得的淺水近似解又和 Eckart (1951) 的解極接近，故淺水近似的理論在目前的狀況應相當準確。

二、在上一節我們曾發現，目前的準確方程式數值解中的離散關係式之解含有誤差，故上述的差距可能是因輸入的 k_y 值（對應於 160 秒的週期）不準確所產生，為證實此

點，我們重複圖五的計算，但在求準確方程式之數值解時，改用淺水近似解中的 k_y 值輸入，如此所獲得的水面位移在圖六中即和淺水近似解相當接近，因此證明上述的論點。

圖六中另兩條曲線分別代表針對一雙斜坡（斜率分別為 0.05 和 0.257）外接一等深區地形所估計的水面位移之淺水近似解和準確方程式數值解，而後者亦使用前者之 k_y 值，故兩者的差距亦較圖五者大幅縮小，因此顯示淺水近似理論在此種地形下仍可適用。

由圖六亦可看出，目前所發展的解 Laplace equation 的數值模式雖在估計離散關係式時有明顯的誤差，但在全面估計其流場分佈時，除極靠近岸邊外，應十分準確。而更重要的是，此一數值解雖含數值誤差，但可適用在任何斜率和任何深度，因此若它和淺水近似解兩者皆顯示週期為 160 秒的 edge waves 之存在，此一現象應可確定。由圖四和圖六我們亦確定，至少在估計第三 mode 之 edge waves 時，大陸坡的存在不可忽略。

由圖四，當週期為 160 秒時，第三 mode 的 edge waves 之沿 y 方向的波長約為 16 公里，而第一和第二 modes 的波長因超出圖四的範圍而無法由圖四獲得，但因它們和 Eckart (1951) 的解極接近，故由 (2.1.14) 可得第一 mode 的波長約為 2 公里，第二 mode 約為 6 公里。此三種 modes 在實際自然界何者較易發生可能和引發它們的機制有關，但不論是那一種 mode 被引發且累積至相當大的能量，當其一部份能量進出港灣並向外散射時，其一小部份仍將再度被 trapped 在岸邊，形成各種 mode 之 edge waves，故在估計港灣共振時，三種 modes 的 edge waves 可能皆須考慮，其方式我們將在下一章討論。

第三章 由 edge waves 引發港灣共振現象

在上一章對大陸棚坡上所發生的 edge waves 詳加研究後，本章即發展一估計由 edge waves 引發港內海水振盪現象的數值模式，應用此一模式我們將證明 edge waves 可有效引發港灣共振。

3.1 數值方法

經由上一章的計算已決定做為入射波的 edge waves 之流速勢分佈 (在此表為 ϕ_i)，此一沿海岸線行進的入射波，當行進至一港的入口時，其一部份能量將進出港灣，使原來的入射波的能量轉換為由港灣入口附近向四周散射的波。所有此種因港灣存在而對 ϕ_i 所產生的修正項，可用一個所謂的輻射波函數 (radiated wave function) ϕ_r 來代表，故實際的流速勢

$$\phi = \phi_i + \phi_r. \quad (3.1.1)$$

由於在港外的 ϕ_i 已知，且我們僅考慮線性波，故在港外區域我們可僅針對 ϕ_r 求解，而在港內則必須求 ϕ 。此一安排原為 Lautenbacher(1970) 和 Lee(1971) 等人所採用，其目的在使未知函數在無窮遠處趨近於零，但目前由於 ϕ_r 亦含 edge waves，故即使在無窮遠， ϕ_r 仍不消失，但上述安排仍有助於我們設定新的 radiation condition，並將它應用在足夠遠的外圍邊界上。

圖七即顯示我們目前所選擇的外圍邊界的形狀，其中 \overline{AB} 和 \overline{EF} 表在斜坡上的外圍邊界， \overline{BCDE} 則位在等深區內。由於在斜坡上的輻射波若不為 edge waves，則經過多重折射及反射後終將向外海行進，故在離港口無窮遠的大陸棚坡上， ϕ_r 應僅含 edge waves，因此在此地區

$$\phi_r = \sum_{n=1}^M a_n f_n(x, y, z, t), \quad (3.1.2)$$

其中 M 表在目前地形下所有可能發生的 edge waves 之 modes 的總數目， f_n 即為我們在第二章所獲得的這些有相同頻率的 edge waves 的解，這些 edge waves 的行進方向亦已知 (即沿著海岸線且離開港口的方向)，故儘管上式中的係數 a_n 未知，但仍可由上式導出類似於 (2.2.17) 的 $\{\phi_r\}$ 和 $\{\partial\phi_r/\partial n\}$ 間的關係式，此種關係式即可應用於 \overline{AB} 和 \overline{EF} 上做為其近似的邊界條件。

另一方面，在距離港口無窮遠處的等深區內，除了緊鄰斜坡區附近有振幅已相當小 (見圖六) 且以指數型態繼續衰減 (見 (2.1.8)) 的 edge waves 的運動外，其餘廣闊海域內的輻射波仍應滿足 Sommerfeld radiation condition

$$\lim_{kr \rightarrow \infty} (kr)^{1/2} \left(\frac{\partial}{\partial r} - ik \right) \phi_r = 0,$$

其中 (r, θ) 表圖七中的極座標, k 表輻射波的波數 (為定值), 因此若圖七中的外圍邊界 \overline{BCDE} 離港口甚遠, 我們可將其邊界條件近似表為

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - ik\right) \phi_r = 0. \quad (3.1.3)$$

此外, 在自由表面的邊界條件仍為 (2.2.10), 而在所有固定邊界上, 包括港內和港外的底床以及港的不透水岸壁上, 皆須

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0. \quad (3.1.4)$$

此兩種邊界條件皆為線性及 homogeneous, 且入射波 ϕ_i 亦滿足相同的條件, 故這些邊界條件亦為 ϕ_r 所滿足。同理, 由於 ϕ 和 ϕ_i 皆滿足 Laplace equation, 故 ϕ_r 亦須滿足此一方程式, 因此在港內和港外我們雖求解不同的函數, 但求解的方法並無不同 (僅港外需另外滿足外圍邊界條件)。然而由於 ϕ 和 ϕ_r 不相同, 我們仍須將港內和港外分開處理, 此時因在港內和港外的交界面上無邊界條件可資應用, 故欲在兩區域內獲得唯一解, 須在其交界面上從事 matching 的過程, 此一過程涉及 (3.1.1) 式, 因此入射波函數 ϕ_i 得以進入模式內。

上述將兩區域分開處理再 match 的過程, 在邊界元素法中可自然實施, 此即所謂的 multizone boundary element analysis (參看 Kane 1994), 但後者一般是在多區域內解相同的函數, 其目的為減少計算所需的時間, 而目前由於我們須解不同的函數, 故別無選擇, 須採用此一方法。

首先, 在港內和港外兩區域分別導類似於 (2.2.21) 的聯立方程式, 其過程和 §2.2 所描述者大致相同, 但因目前需考慮三度空間的變化, 故邊界 S 目前為一個封閉的面, 而非一條封閉的線, 因此將其分割所獲得的 elements 亦為一些面, 其形狀和其節點的數目及位置可有很多的選擇, 目前我們選擇 six-node triangular elements。當邊界 S 被分成這些 elements 後, 我們即可將下面的積分方程式 (以解港內的 ϕ 為例) 中的積分分段實施, 並將其結果用各節點上的 ϕ 和 $\partial\phi/\partial n$ 近似表示:

$$c\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left\{ \phi(\mathbf{x}_s) \frac{\partial}{\partial n} \left[\frac{1}{r} \right] - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial n} [\phi(\mathbf{x}_s)] \right\} dS(\mathbf{x}_s). \quad (3.1.5)$$

上式中 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|$, 而 $1/4\pi r$ 則為 3D Laplace equation 之 fundamental solution。

經由上述過程我們在港內和港外分別得到

$$[H] \{ \phi \} - [G] \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial n} \right\} = 0, \quad (3.1.6)$$

$$[H_r]\{\phi_r\} - [G_r]\left\{\frac{\partial\phi_r}{\partial n}\right\} = 0. \quad (3.1.7)$$

接下來我們將此兩個矩陣方程式的行與列重新安排及劃分。首先將 (3.1.6) 劃分為以下的 blocked matrix equation

$$\begin{bmatrix} [H_{MM}] & [H_{MC}] \\ [H_{CM}] & [H_{CC}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi)_M\} \\ \{(\phi)_C\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_{MM}] & [G_{MC}] \\ [G_{CM}] & [G_{CC}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi/\partial n)_M\} \\ \{(\partial\phi/\partial n)_C\} \end{Bmatrix}, \quad (3.1.8a, b)$$

其中 $\{(\phi)_M\}$ 和 $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$ 僅含港內和港外交界面上各節點的值，而 $\{(\phi)_C\}$ 和 $\{(\partial\phi/\partial n)_C\}$ 則包含其餘節點上的值。由於在港內和港外交界面以外的邊界上之邊界條件皆已給定，故由它們可以將 $\{(\partial\phi/\partial n)_C\}$ 內所有元素用 $\{(\phi)_C\}$ 者表示或消去，因此在代入上述邊界條件後，上式中的 $[G_{MC}]$ 和 $[G_{CC}]$ 將併入 $[H_{MC}]$ 和 $[H_{CC}]$ ，因此由 (3.1.8b)

$$\{(\phi)_C\} = [H_{CC}]^{-1} \left([G_{CM}]\{(\partial\phi/\partial n)_M\} - [H_{CM}]\{(\phi)_M\} \right). \quad (3.1.9)$$

將上式代入 (3.1.8a) 可得

$$[F]\{(\phi)_M\} = [E]\{(\partial\phi/\partial n)_M\}, \quad (3.1.10)$$

其中

$$[F] = [H_{MM}] - [H_{MC}][H_{CC}]^{-1}[H_{CM}], \quad (3.1.11)$$

$$[E] = [G_{MM}] - [H_{MC}][H_{CC}]^{-1}[G_{CM}]. \quad (3.1.12)$$

同理，由 (3.1.7) 式我們可得

$$[F_r]\{(\phi_r)_M\} = [E_r]\{(\partial\phi_r/\partial n)_M\}, \quad (3.1.13)$$

其中 $[F_r]$ 和 $[E_r]$ 的定義和 (3.1.11) 及 (3.1.12) 類似，僅 H 和 G 用 H_r 和 G_r 取代。

在 (3.1.10) 和 (3.1.13) 中的未知向量僅含港內和港外交界面上各節點之 ϕ 和 $\partial\phi/\partial n$ 及 ϕ_r 和 $\partial\phi_r/\partial n$ ，由於 $\phi = \phi_i + \phi_r$ ，且 ϕ 和 $\partial\phi/\partial n$ 在交界面上必須連續，故由 (3.1.13) 我們先獲得

$$\{(\partial\phi/\partial n)_M\} = \{(\partial\phi_i/\partial n)_M\} + [E_r]^{-1} \left([F_r]\{(\phi)_M\} - [F_r]\{(\phi_i)_M\} \right). \quad (3.1.14)$$

將其代入 (3.1.10), 並留意 (3.1.14) 的 $\partial/\partial n$ 和 (3.1.10) 的 $\partial/\partial n$ 相差一個符號, 則我們最後獲得

$$[M_1]\{(\phi)_M\} = [M_2]\{(\phi_i)_M\} + [M_3]\{(\partial\phi_i/\partial n)_M\}, \quad (3.1.15)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} [M_1] &= [F] + [E][E_r]^{-1}[F_r] \\ [M_2] &= [E][E_r]^{-1}[F_r] \\ [M_3] &= [E] \end{aligned} \right\} \quad (3.1.16)$$

在 (3.1.15) 之等號右邊的項 (表 forcing terms) 皆已知, 且係數矩陣 $[M_1]$ 亦已知, 故由 (3.1.15) 可計算 $\{(\phi)_M\}$, 再將其代入 (3.1.14) 則可獲得 $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$, 最後將兩者代入 (3.1.9) 即可算出港內所有邊界上各點的 ϕ 值, 因而可估計由 edge waves 引發港灣共振之放大率, 後者我們定義為在港內頂端中點 (即圖七中的 P 點) 之 $|\phi|$ 和在海岸線上 ($x = 0$) 之 $|\phi_i|$ 的比值。由於 ϕ 和 ϕ_i 目前皆為複數, 故其絕對值表振幅。

最後我們強調, 在 (3.1.10) 和 (3.1.13) 兩個聯立方程式中的未知數僅含港內和港外交界面上各節點之流速勢及其導函數, 且它們所含的方程式遠少於原來的 (3.1.6) 和 (3.1.7), 因此由 (3.1.6) 和 (3.1.7) 分別導出 (3.1.10) 和 (3.1.13) 的過程代表一種 substructuring process (詳情見 Kane 1994)。此一過程對不同的問題有不同的功用, 目前我們除應用它從事 matching 的工作以外, 尚配合前面所提的 multizone analysis 的方法, 將港外廣大面積分成許多 zones, 然後一次處理一個 zone, 先獲得其內的 (3.1.7) 式, 再選擇此 zone 和其他 zone 之交界面上各節點的未知數做為 $\{(\phi_r)_M\}$ 和 $\{(\partial\phi_r/\partial n)_M\}$ 中的元素, 進而導出適用於此 zone 的 (3.1.13) 式。此時原 (3.1.7) 式中的係數矩陣 $[H_r]$ 和 $[G_r]$ 內各元素的值即不需保留, 故它們在電腦記憶體中的位置可在處理其他 zone 時重複使用, 因此可節省大量記憶體空間。

3.2 結果及討論

在本節中我們針對一個如圖八所示的地形, 應用上一節的數值方法, 估計某固定頻率固定 mode 之 edge waves, 行經各種長度之矩形港灣, 引發港內海水振盪之放大率, 其目的在證明能量僅集中在岸邊的 edge waves 亦可有效引發港灣共振。

為達到上述目的, 我們選擇能量最集中的第一 mode 的 edge waves 做為入射波, 由於此一 mode 如 §2.3 所述不易受離岸較遠的大陸坡的影響, 故圖八中的海底地形僅為一單一斜坡連接外海等深區地形。另外圖三顯示, 第一 mode 的 edge waves

在斜坡上 $x\omega^2/(gh_x) > 5$ 的區域，其振幅已衰減至很小，因此當我們目前定 $h_x = 0.05$, $\omega = 2\pi/160 = 0.03927 \text{ rad/sec}$ ，且定圖八中的 $x_1 = 1600 \text{ m}$ (因此 $h_1 = 80 \text{ m}$)，則入射波的振幅在斜坡區和等深區的交界處已衰減至很小，故由上一章的討論得知，其分佈甚至不受外海等深區的影響 (但後者對 radiated waves 有影響)，因此 (3.1.15) 式中的 $\{(\phi_i)_M\}$ 和 $\{(\partial\phi_i/\partial n)_M\}$ 在目前的情況可直接由 Eckart (1951) 的解決定。

上述的設定另有一個好處，即在此一地形下，僅第一 mode 的 edge waves 的週期可為 160 秒 (見圖九)，故在 (3.1.2) 之等號右邊如今僅含一項，因此在圖七的 \overline{AB} 和 \overline{EF} 上之邊界條件如今可化簡為

$$\frac{\partial\phi_r}{\partial n} = ik_y\phi_r, \quad (3.2.1)$$

其中 k_y 可直接由 (2.1.14) 式求得十分準確的值。

需強調的是，目前的設定儘管使情勢簡化，但由 edge waves 引發港內海水振盪的所有過程及特性在此仍發生，故目前的計算可達到充份驗證 edge waves 能否引發港灣共振此一問題的目的。

在圖八中港內水深 h_0 在各點均相同，且為一矩形港灣，其寬度定為 640 m，但其長度 l 則加以變化，以決定在週期固定情況下前面所定義的放大率 (表為 R) 隨 kl 值變化的情形，其中 k 表此一週期的波在港內的 wave-number。由於在目前所設計的電腦程式中，邊界元素的尺寸在不同的區域無法做不同的選擇，故上述條件設定後，我們選擇水平邊界上的元素之長度為 160 m，因而 l 值僅能為其倍數，因此在一個有限的範圍內我們僅能獲得離散的幾個 kl 值所對應的 R 值。而為獲得更詳細的 R 隨 kl 值變化的情形，我們針對每一個 l 值皆測試兩種不同的 h_0 值 (因而產生不同的 k 值)，故可獲得較多的 kl 和 R 對應的關係。此兩組結果在圖十中我們用不同的符號加以區別。

上述兩種變化 kl 值的方式，不論是經由變化 l 值或經由變化 h_0 值，皆和以往針對一個固定尺寸的港灣，經由變化入射波週期 (因而導致 k 改變) 的方式不同。由於當 edge waves 的頻率改變時，其振幅沿垂直海岸線方向的變化亦改變 (見圖三)，再加上此一振幅沿離岸方向急劇衰減，故目前所估計的 R 值無法和以往的結果做定量的比較，但我們仍可預期由目前的方式所獲得的 R 隨 kl 值變化的函數之 peaks 的位置應和以往的位置大致接近，故在圖十中我們亦將 Lee (1971) 針對一個矩形港灣所估計的 R 值描繪其中以供參考。

Lee (1971) 所考慮的入射波的行進方向是和海岸線垂直，故其 R 值最小亦接近於 1，但目前入射的 edge waves 為沿海岸線行進，且其振幅沿離岸方向急劇衰減，故當共振未發生時，目前的 R 值如圖十所示遠小於 1，但由圖十我們可清楚地看到，當

共振發生時，目前的 R 值迅速增加到和 Lee 的共振時的結果相當的程度，因此顯示 edge waves 可十分有效地引發港灣共振。

圖十亦顯示，即使港外的地形及入射波的種類不同，目前最低的兩個共振 modes 仍和 Lee (1971) 的結果一樣，分別發生在 $kl = \pi/2$ 和 $kl = 3\pi/2$ 的附近。由於圖十中 peaks 的位置和較困難的外圍邊界條件的設定關係不大 (但後者對共振時的放大率的估計卻有很大的影響)，故較易獲得準確的結果，因此目前的計算至少在顯示共振的發生及 peaks 的位置上應十分可信。

第四章 結論

在本研究中我們首先針對一可粗略代表台灣東岸海底地形的兩相連片斷平面斜坡外接一等深區地形，求其 edge waves 之「淺水近似解析解」及「準確方程式數值解」，前者可避免數值誤差，後者則可適用於任何斜坡及任何水深，因此當兩者皆顯示週期約 160 秒的 edge waves 可發生時，我們即大致確定此種波浪應可出現在台灣東岸。

由於 edge waves 的能量可在岸邊累積至相當大，而其他同週期但不同種類的波浪則不斷的被反射回外海，因此簡和曾 (1998) 在台灣東岸所觀測到的長週期波浪，當週期為 160 秒時，應主要為 edge waves，此一週期亦接近於花蓮港的共振週期，故接下來我們即發展一數值模式來估計由 edge waves 引發一矩形港灣內海水振盪的強弱，以驗證 edge waves 可有效引發港灣共振。

由於 edge waves 行進在一岸邊斜坡上，且目前的模式所求解的未知函數亦含 edge waves，故目前我們無法假設港外的水深為等深。另一方面，由於 edge waves 被 trapped 在岸邊，故若實際無垂直於海岸線的牆或海底階梯將其反射，則即使在離港口無窮遠的岸邊，其能量亦不消失（其他使 edge waves 的能量逐漸散失的作法，不論其是否實際發生，皆使目前的數值計算更複雜，甚至不可行），因此目前的模式使用一種新的 radiation condition 來描述此一現象，並防止 numerical reflection。此種 radiation condition 原本適用於無窮遠，故目前的模式須在一較大的範圍內求解，而為節省大量電腦記憶空間，且為了將港內和港外分開處理以便應用上述的 radiation condition，我們採用 3D multizone boundary element analysis with substructures 解 Laplace equation，此一電腦程式雖極為龐大，但仍可在一 PC 上運算。

應用上述程式計算各種長度的矩形港灣在相同 edge waves 入射下其振幅的放大率顯示，由於 edge waves 並非垂直入射，且因其振幅沿離岸方向急劇衰減，故一般情況，其放大率遠小於 1，但當港灣的長度改變使其自然頻率接近於入射的 edge waves 之頻率時，其放大率急劇增大，因此明顯證明 edge waves 可有效引發港灣共振。

目前的模式未來將被修改及擴充使能針對花蓮港各種防波堤改善方案估計其共振強度，此一模式雖未考慮能量損失及非線性效應，但若兩者對各種改善方案下的共振強度有大約相同比率的影响，或兩者的影响不足以改變這些方案的共振強度之大小順序，則應用此一經修改及擴充後的模式，我們將可選出花蓮港的最佳改善方案。

誌 謝

本文作者萬分感謝 Professor Phillips 對本問題所提供的指導與建議, 包括提醒作者應十分小心避免在邊界上產生 numerical reflection。作者亦感謝黃鐸教授對台灣東岸的 edge waves 此一議題所提供的寶貴意見。另外, 陳炫杉教授所寄的論文和電腦程式及陳冠宇博士所推薦的論文對作者亦有很大的幫助, 故特表謝意。最後需指出的是, 本研究的基本構想曾參考張金機主任所轉述的梅強中教授之「花蓮港的共振可能是由 edge waves 所引發」的建議, 特此誌謝。

參考文獻

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1972) **Handbook of Mathematical Functions**. Dover, New York.
- Chen, H. S. (1986) Effects of bottom friction and boundary absorption on water wave scattering. *Appl. Oc. Res.*, 8: 99–104.
- Eckart, C. (1951) Surface waves on water of variable depth. Wave Rep. 100, Scripps Inst. of Oceanogr., Univ. of California, La Jolla.
- Elgar, S., Herbers, T. H. C., Okihira, M., Oltman-Shay, J. & Guza, R. T. (1992) Observations of infragravity waves. *J. Geophys. Res.*, 97: 15573–15577.
- Guza, R. T. & Thornton, E. B. (1985) Observations of surf beat. *J. Geophys. Res.*, 90: 3161–3172.
- Huntley, D. A., Guza, R. T. & Thornton, E. B. (1981) Field observations of surf beat, 1. Progressive edge waves. *J. Geophys. Res.*, 86: 6451–6466.
- Hwang, L.-S. & Tuck, E. O. (1970) On the oscillations of harbours of arbitrary shape. *J. Fluid Mech.*, 42: 447–464.
- Kane, J. H. (1994) **Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Lautenbacher, C. C. (1970) Gravity wave refraction by island. *J. Fluid Mech.*, 41: 655–672.
- Lee, J.-J. (1971) Wave-induced oscillations in harbours of arbitrary geometry. *J. Fluid Mech.*, 45: 375–394.
- Liu, P. L.-F. (1989) A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf. *J. Fluid Mech.*, 205: 163–170.
- Mei, C. C. (1978) Numerical methods in water-wave diffraction and radiation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10: 393–416.
- Mei, C. C. (1983) **The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves**. Wiley, New York.
- Mei, C. C. & Benmoussa, C. (1984) Long waves induced by short-wave groups over an uneven bottom. *J. Fluid Mech.*, 139: 219–235.
- Molin, B. (1982) On the generation of long-period second order free waves due to changes in the bottom profile. *Ship. Res. Inst. Rep.*, 68, Tokyo, Japan.
- Munk, W. H. (1949) Surf beats. *Trans. Am. Geophys. Union*, 30: 849–854.
- Neu, W. L. & Oh, I. (1987) Edge waves on linear segmented topographies *Proc. Coastal Hydrodyn.*, Newark, Del., pp. 227–240.

- Schäffer, H. A. (1993) Infragravity waves induced by short-wave groups. *J. Fluid Mech.*, 247: 551–588.
- Schäffer, H. A. (1994) Edge waves forced by short-wave groups. *J. Fluid Mech.*, 259: 125–148.
- Schäffer, H. A. & Jonsson, I. G. (1992) Edge waves revisited. *Coastal Eng.*, 16: 349–368.
- Symonds, G., Huntley, G. A. & Bowen, A. J. (1982) Two dimensional surf beats: long wave generation by a time-varying break point. *J. Geophys. Res.*, 87: 492–498.
- Thompson, E. F., Chen, H. S. & Hadley, L. L. (1996) Validation of numerical model for wind waves and swell in harbors. *J. Wtrwy., Port, Coast. and Oc. Engrg., ASCE*, 122: 245–257.
- Tucker, M. J. (1950) Surf beats: sea waves of 1 to 5 min. period. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 202: 565–573.
- Ursell, F. (1952) Edge waves on a sloping beach. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 214: 79–97.
- Webb, S. C., Zhang, X. & Crawford, W. (1991) Infragravity waves in the deep ocean. *J. Geophys. Res.*, 96: 2723–2736.
- 曾相茂 (1996) 花蓮港港灣設施改善計畫之研究—現場海氣象調查, 期末報告, 港灣技術研究所。
- 蘇青和、蔡丁貴、張金機 (1996) 花蓮港港灣設施改善計畫之研究—數值模擬, 期末報告, 港灣技術研究所。
- 簡仲璟、曾相茂 (1998) 台灣海域海氣象現場調查與即時回報系統建立之應用研究, 港灣技術研究所。
- 徐進華 (1995) 長波非線性效應研究, 港灣技術研究所。
- 徐進華 (1996) 花蓮和蘇澳港附近長波研究, 港灣技術研究所。

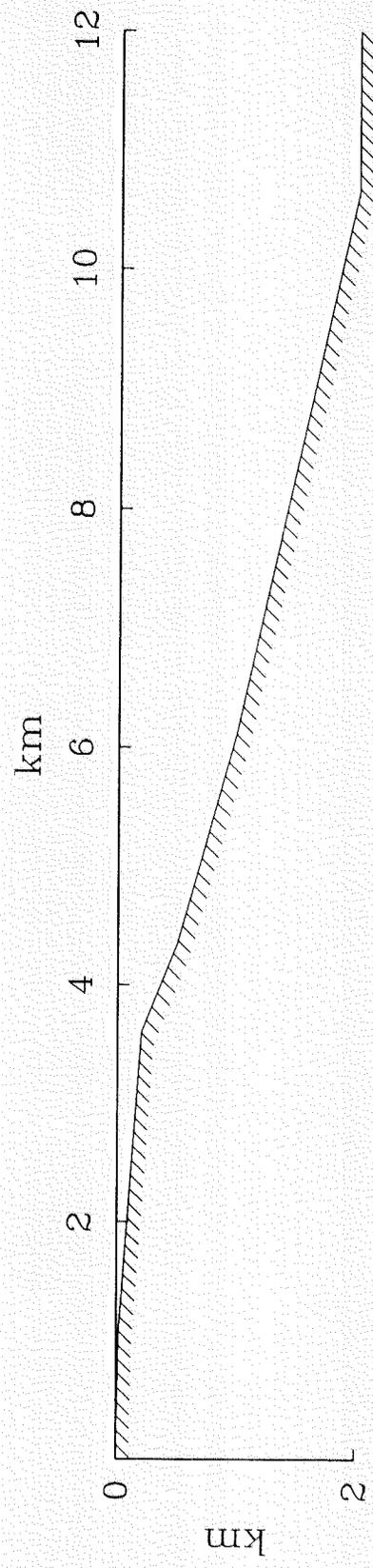


圖 1. 台灣東岸海底地形略圖。

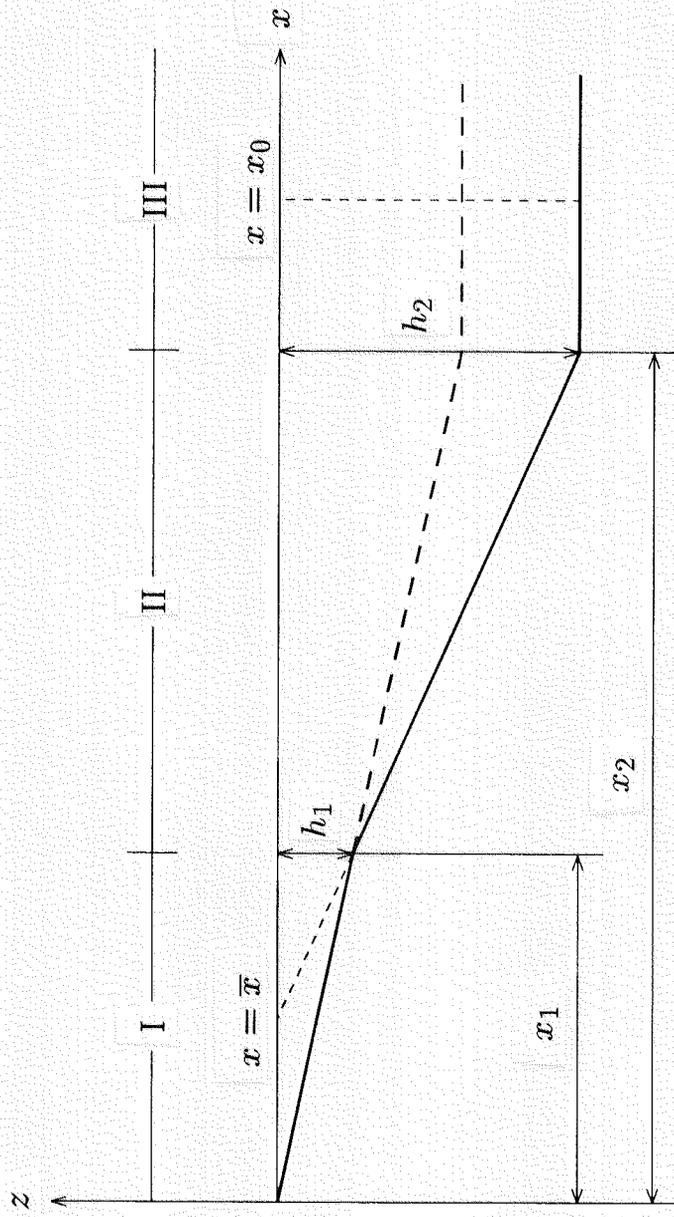


圖 2. 示意圖。

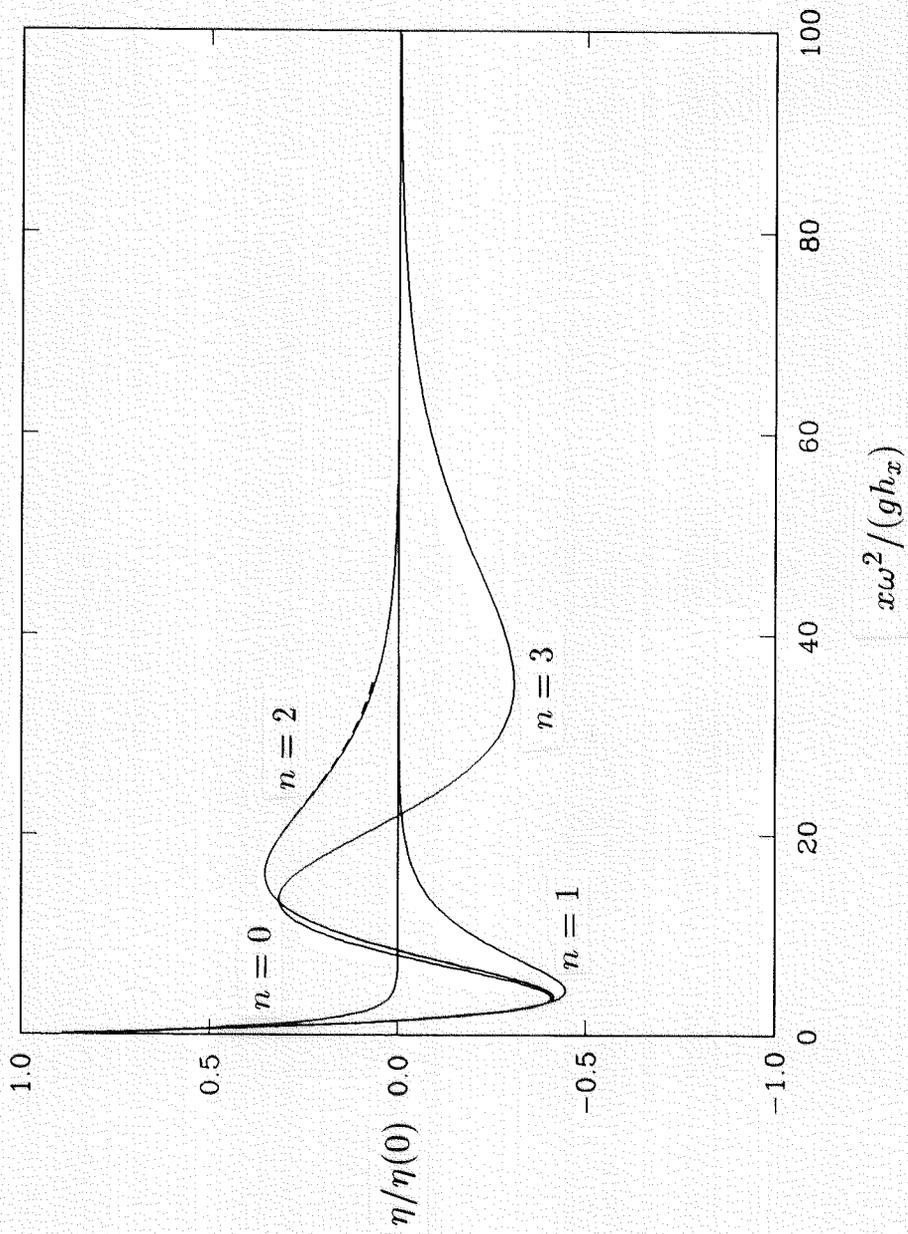


圖 3. Eckart(1951) 的解 (實線) 以及目前針對一單一斜坡外接一等深區地形所獲得的第三 mode ($n = 2$) 之淺水近似解 (虛線)。

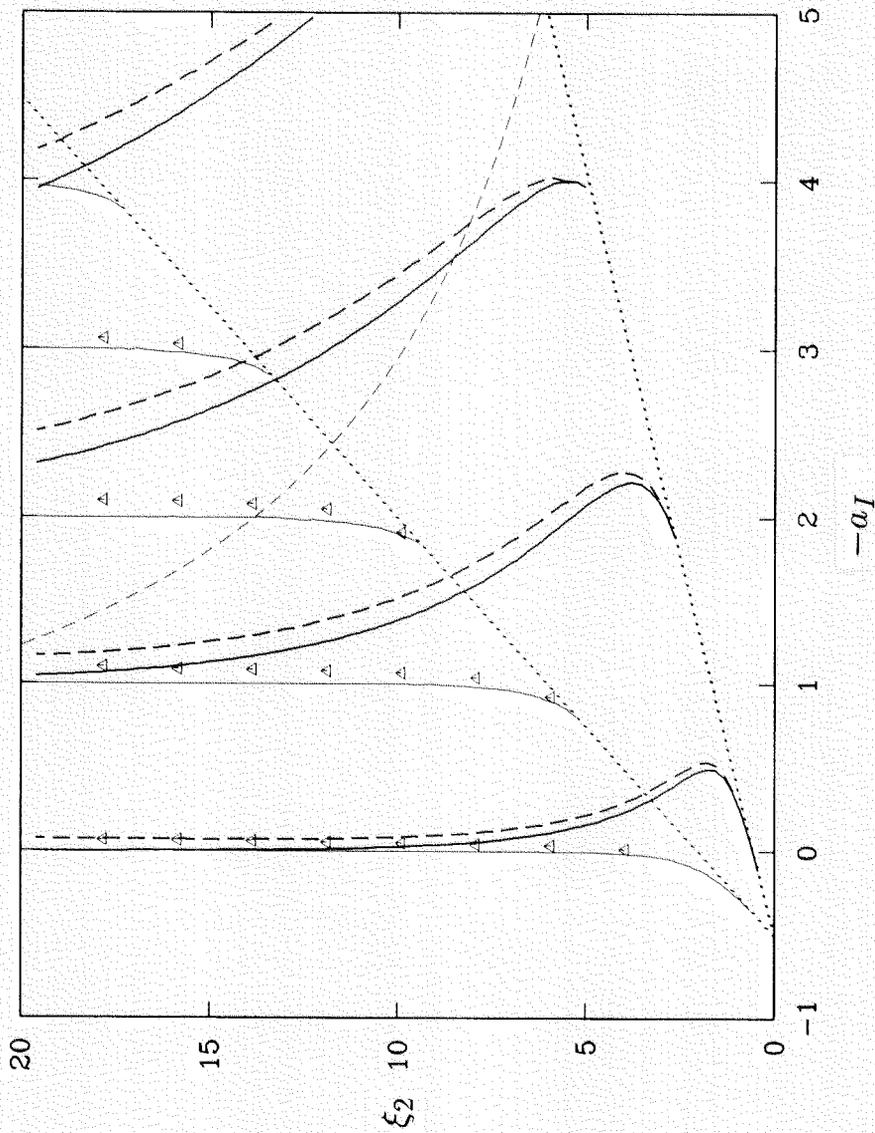


圖 4. 在一段或兩段平面斜坡外接一等深區地形上 edge waves 之離散關係式。
 細線和粗線分別代表一段和兩段斜坡情況之淺水近似解，三角符號和粗虛
 線則為其相對應之準確方程式數值解，兩條點線表在此兩種地形下 (2.1.7)
 式的解，細虛線表週期為 160 秒的等值線。

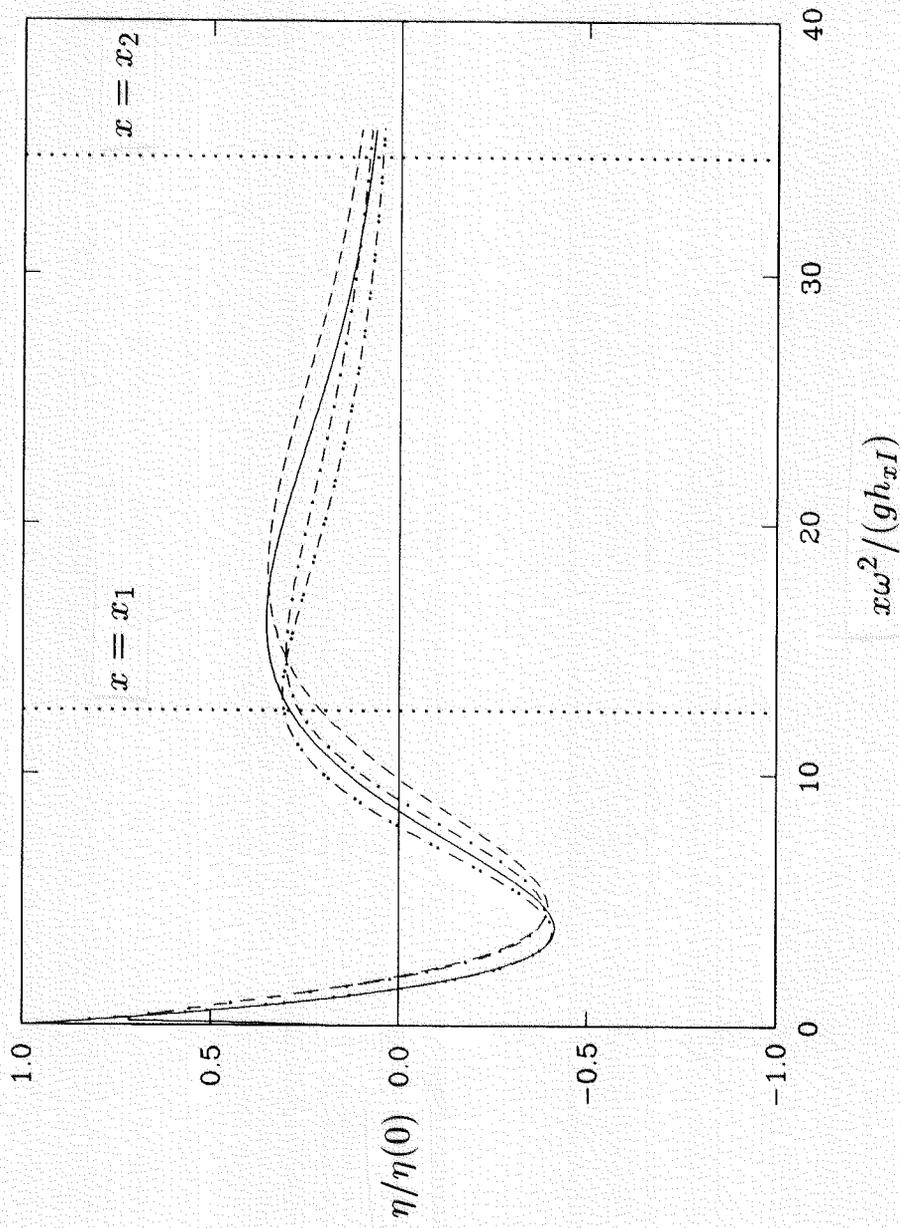


圖5. 與圖4情況相同之週期為160秒的 edge waves 之水位移。實線和虛線分別代表一段斜坡情況之淺水近似解和準確方程式數值解，...和...則分別代表在兩段斜坡情況下之上述兩種解。

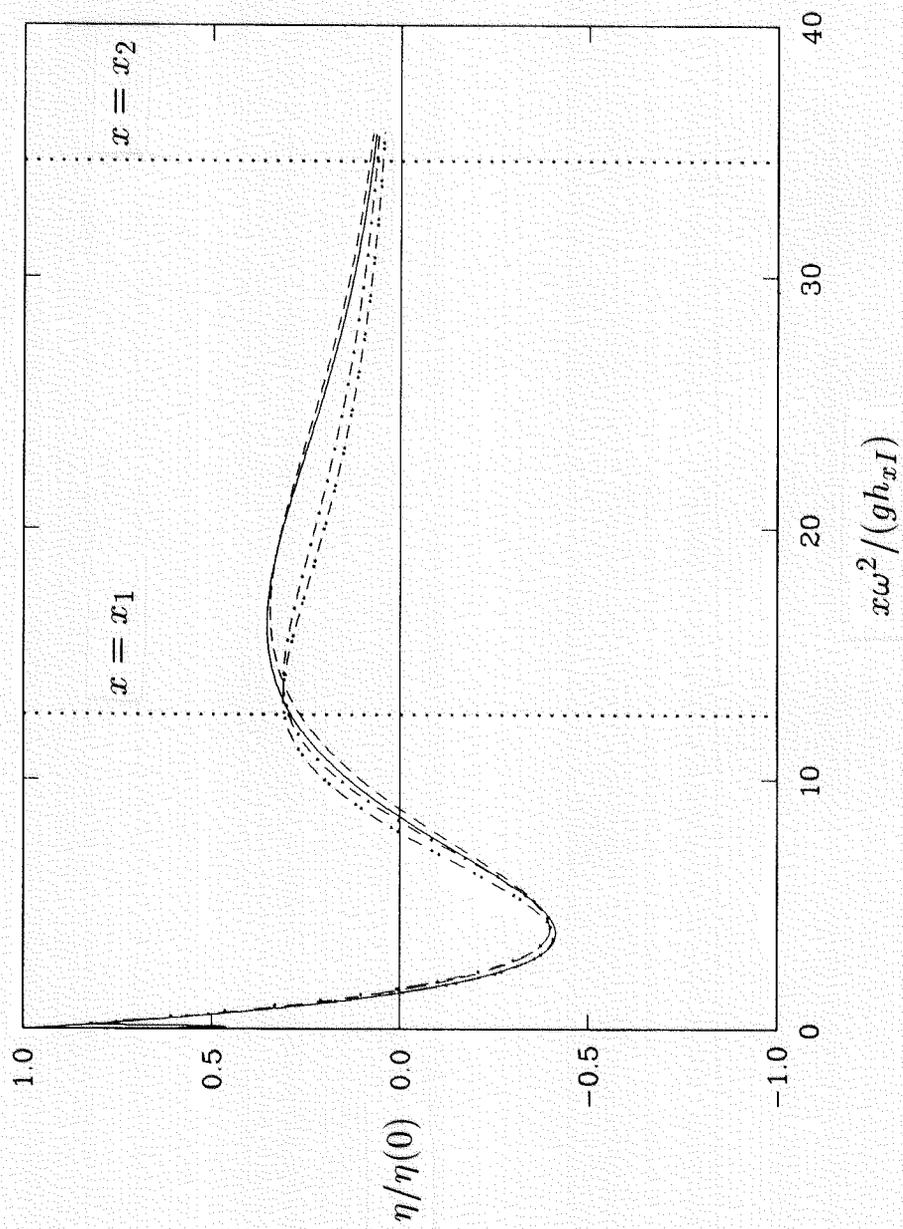


圖6. 和圖5相同, 僅準確方程式數值解中的 k_y 改用淺水近似解的值輸入。

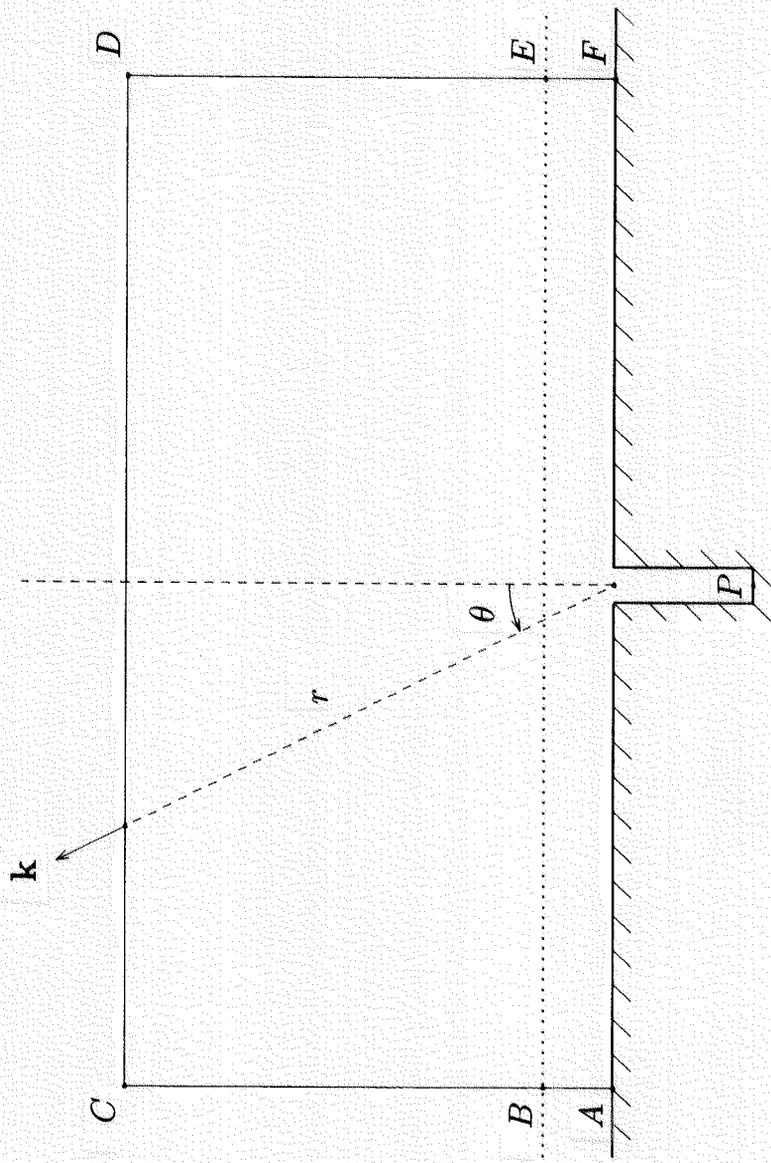


圖 7. 外圍邊界之平面圖。

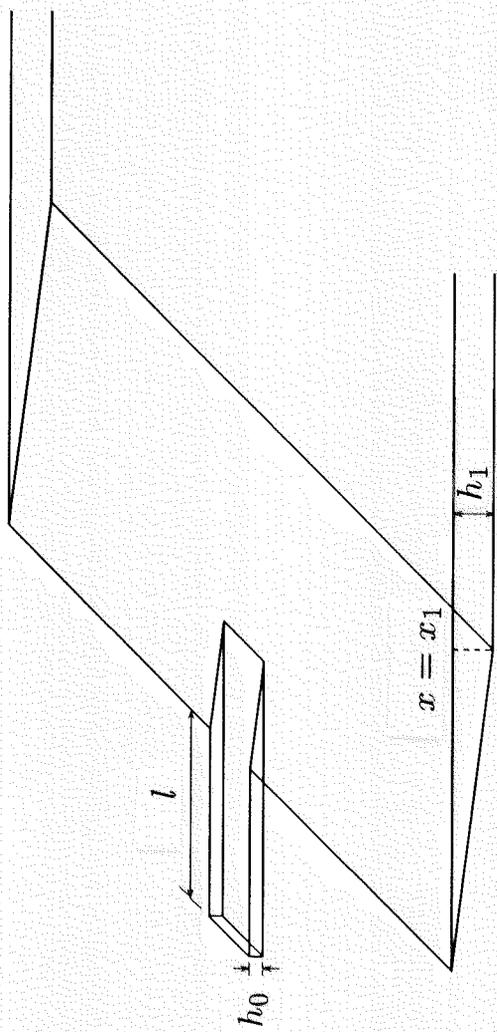


圖 8. 港灣及海底地形圖。

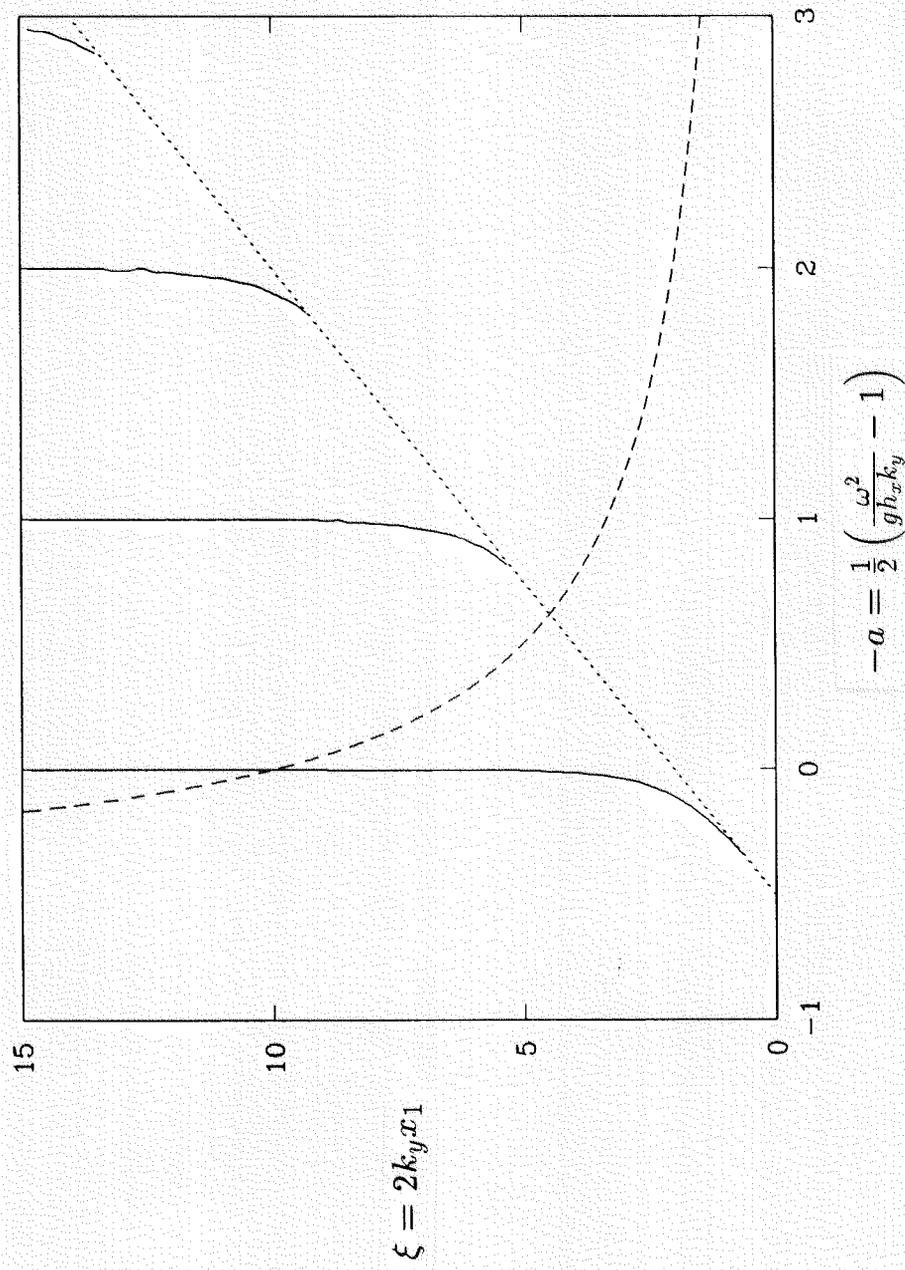


圖9. 在圖8所示的地形中，當 $h_x = 0.05$ ， $x_1 = 1600$ m 時，edge waves 之離散關係式 (實線) 及週期為 160 秒的等值線 (虛線)。

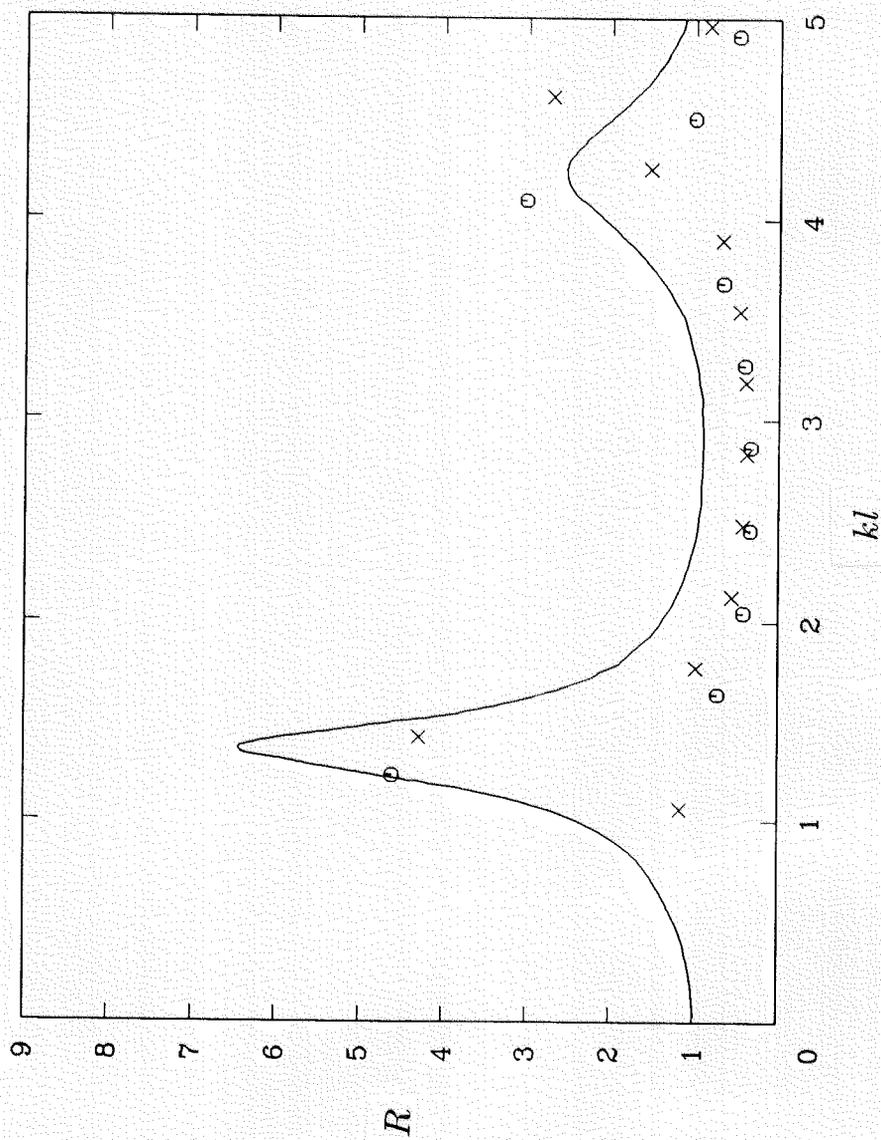


圖 10. 矩形港灣放大率的變化。實線為 Lee (1971) 的結果，圓圈和叉號則分別代表目前針對港內水深 $h_0 = 24$ m 和 $h_0 = 32$ m 情況所估計的值。

花蓮港港內和港外長波數值模式研究

著者：徐進華
出版機關：交通部運輸研究所臺灣技術研究中心
地址：台中縣梧棲鎮中橫十路二號
網址：www.ihmt.gov.tw
電話：(04)6564216
出版年月：中華民國九十年六月三十日
印刷者：建州企業有限公司
地址：台中縣清水鎮高美路 174-10 號
電話：04-26270966
版(刷)次冊數：初版一刷 150 冊
工本費：100 元
展售處：
交通部運輸研究所臺灣技術研究中心 電話：(04)6564216

GPN：1009002129 (平裝)