# 台灣颱風湧浪預警系統芻議

### 林文宗<sup>1</sup> 梁乃匡<sup>2</sup>

## 摘 要

過去曾根據 Jeffreys 遮蔽效應,推導出湧浪逆風減衰效應半經驗式, 將梁湧浪模式改良,也進一步提出 Bret-Liang合成颱風波浪模式,並以 Topex 衛星遙測資料加以檢驗,結果比 WAM 模式好。本文再次應用 Bret-Liang 模式,加入考慮陸地遮蔽效應,計算實際颱風路徑所形成的波浪,並以民 國 85 至 89 年 5 個颱風期間於花蓮、蘇澳及東吉島實測 6 組颱風波高資料 加以比較,結果整體波高分佈趨勢尚稱合理,可進一步研究開發作為海岸 預警系統之波浪預報模式,其不失為一全盤瞭解颱風浪場,尤其是七級暴 風圈外湧浪的一個簡便實用的波浪預報法。

### 一、前言

臺灣位於西北太平洋,亞洲大陸的東南偶,夏天常有颱風侵襲及西南 季風盛行,冬天則有東北季風吹襲,它們所形成颱風波浪及季風波浪對港 口設施、海上運輸及沿海居民造成嚴重的威脅及破壞,其中尤以颱風波浪 的威脅破壞最大,對國家經濟發展產生一定的衝擊影響,因此研究颱風波 浪,進一步預測颱風波浪,以達到事前預防,減少災損發生以及提供颱風 波浪資料作為一般港口、船隻及堤防等設計參考,是海洋工程學者一項義 不容辭的工作及責任。鑑於颱風所引起的波浪遷涉颱風多變的風場及複雜 惡劣的海洋環境,過去颱風風場無法精確掌握,現場波浪資料取得困難重 重,因此到目前為止,雖然有很多學者對颱風波浪預報作研究但並沒有一 個令人滿意的結

1台東師範學院講師

<sup>2</sup>國立台灣大學海洋研究所教授

果,筆者過去即曾嘗試提出一種簡便颱風波浪模式,即筆者將梁湧浪模式 (Liang,1989,1990)加以改良,配上 Bretschneider 颱風波浪模式(Bretschneider and Tamaye,1976)後所提出的 Bret-Liang 颱風波浪模式,並藉由最新科技 Topex 衛星遙測到的大量波浪資料,對上述模式加以驗證,確實是一個值 得進一步研究及開發的簡單實用颱風波浪模式,結果也比 WAM 模式好, 特提供各界參考。

### 二、颱風風場模式

主要以 Holland(1980)所提出的修正 R-V 颱風模式計算模擬颱風分析風 場,其理論可參考林(1995),另林及梁(2000)也根據上述理論以三個參數即 最大暴風半徑(R)、氣壓降(P)及颱風前進速度(V<sub>f</sub>)來加以描述風場,其中 筆者經驗以 P=1056-1.05P<sub>o</sub>,R=0.1R7 及 V<sub>f</sub> 三參數計算 R-V 颱風模式模擬 風場。圖 1 為民國 81 至 85 年 7 個颱風期間 17 組 Topex 衛星軌跡點位遙 測值對 R-V 颱風風場模式值所繪之風速散佈圖(Scatter Diagram)及附註之統 計參數資料,由圖 1 資料顯示,R-V 颱風風場模式值與 Topex 衛星軌跡點 位遙測值之平均誤差為 0.79m/s,平均絕對誤差百分比為 25.5%,均根方差 為 4.31m/s,相關係數為 0.82,R-V 模式計算結果尚應可接受,因事實上颱 風風場快速隨時間及空間改變的特性,要達到完美的地步並不容易,畢竟 過去颱風期間能夠量測到並可拿來驗證的資料是如此少,特別是空間上連 續測點資料更不可能,如今拜 Topex 衛星科技之賜有連續點位遙測風速資 料,可提供驗證,以嘹解颱風模式風場的可靠性,這在過去是不容易辦到 的。

# 三、Bretschneider 颱風波浪模式

以 Bretschneider(1976)根據 51 個颱風, 並根基於 SMB 法所發展出的 颱風波浪模式, 其理論簡要說明如下:

遲滯颱風

 $H_{R} = K' \sqrt{R \mathsf{D} \mathsf{P}} \qquad (1)$ 

式中 H<sub>R</sub>為遲滯颱風最大暴風半徑 R 處的波高

U<sub>R</sub>為颱風中心 R 處的梯度風(節)

f 為柯氏參數(=0.525sin)

為緯度

如考慮颱風以 V<sub>f</sub>速度前進則

$$H_R^* = H_R (1 + \frac{1}{2} \frac{V_f \cos q}{U_{RS}})^2 \dots (3)$$

式中 H<sub>R</sub>\*為移動颱風最大暴風半徑 R 處的波高

為測站風向與颱風移動方向 V<sub>f</sub>的夾角 U<sub>R</sub>s為 U<sub>R</sub>換算 10 米 10 分平均風速(=0.865U<sub>R</sub>)

### 四、梁颱風湧浪模式及逆風效應改善

Bretschneider 颱風波浪模式只計算 R7 之內波浪,並沒考慮 R7 之外湧 浪部份,同時由於波繕法也無法正確推算湧浪部份,而事實上湧浪往往領 先颱風到達海岸,造成人民生命財產損失,因此湧浪部份不能忽略,梁乃 匡(1980, 1990)根據 Bretschneider 颱風波浪模式計算 R7 之內波浪結果,提 出湧浪預報模式如下:

移動颱風 R7 之外距颱風中心 rr(單位公里)處湧浪波高 H<sub>swell</sub>(單位公尺)

式中 C' =0.41 為經驗常數(Lin and Liang, 2000)

H<sub>R</sub><sup>\*</sup>為移動颱風最大暴風半徑 R 處的波高

R7 為颱風七級風暴風半徑(單位公里)

C<sub>x</sub> 為颱風接近或遠離測站之堆積或消散效應

梁湧浪預報模式(4)式,並沒有考慮颱風前進在左半側因逆風所引起的 減衰效應,常導致推算值偏大,其原因是波浪由波源傳至測站過程中,在 左半側部份風向與波浪傳播方向相反,即逆風,因此必須考慮因逆風所造 成的減衰效應比較合理,Lin & Liang(1999,2000)依據 Jeffreys(1925)遮蔽效 應推導出逆風效應式為。

 $E = E_0 \exp\left[- \frac{z}{(W+C)^2 X/T^4}\right].$  (5)

式中 為係數項,由 Topex 衛星遙測資料回歸出其值為 0.017(Lin and Liang, 1999, 2000)。

E及E。分別為波浪減衰之後及之前波能密度。

X 為減衰距離, C 為波速

T 為湧浪週期, W 為沿波向的風速分量

考慮逆風效應將原湧浪預報模式(4)式修改為

 $H_{swell} = C^1 H_R^* \sqrt{R7/rr} C_x C_{awd} \qquad (6)$ 

式中 c<sub>avd</sub> 為逆風減衰係數,其計算過程如下:針對每一 Topex 衛星軌 跡點位追判斷其波浪來源,波浪由波源至點位之傳播過程中,在波向線上 風場隨颱風位置變化而不斷改變,可應用 R-V颱風風場模式(Holland,1980; 林文宗,1995)計算波浪沿波向線每前進一小時所處位置之風場,再應用(5) 式關係分段累算每一點位上波浪逆風減衰係數。圖 2 及圖 3 分別為原來湧 浪式(4)及改良湧浪式(6)推算波高與民國 81 至 85 年 6 個颱風期間 6 組 Topex 衛星軌跡點位上遙測波高值比較統計後,所繪兩種模式推算值對 Topex 衛 星遙測值之波高散佈圖(Scatter Diagram),由圖顯示,經改良的湧浪式優於 原湧浪式,無論平均誤差、平均絕對誤差百分比、均根方差及回歸出之方 程式都比較好,而且颱風前進左半側方向因沒有考慮逆風減衰效應而導致 高估波高現象也有改善。

### 五、陸地遮蔽效應及驗證

當颱風暴風圈與波浪觀測站之間存在陸地障礙邊界或颱風暴風圈本身 部份受陸地遮蔽時,在計算波高時陸地遮蔽效應必須加以考慮,Liang及 Chien(1985)曾依據Liang(1973)之元素波模式(Elementary Wave Model)理論 導出陸地遮蔽效應修正係數 C<sub>1</sub>,其值為

式中 A' 為颱風七級暴風圈風域未被遮蔽部份

A為颱風七級暴風圈全風域

U<sub>rs</sub><sup>\*</sup> 為移動颱風距中心 r 處之元素波源實際風速

\*為元素波源處風向與該點至岸邊波浪測站連線之夾角

r<sub>d</sub>為元素波點源至波浪測站之距離

表 1 為民國 85 年賀伯(Herb)颱風(編號 9608)由 1996/07/30/23z 至 1996/07/31/15z 期間,其颱風路徑如圖 5.a 於花蓮測站實測及修正波高值以及遮蔽效應係數值之計算結果,表 2 為民國 87 年瑞伯(Zeb)颱風(編號 9810) 由 1998/10/15/18z 至 1998/10/16/18z 期間,其颱風路徑如圖 6.a 於花蓮測站 實測及修正波高值以及遮蔽效應係數值之計算結果,表 3 為民國 89 年象神 (Xangsane)颱風(編號 0020)由 2000/10/31/12z 至 2000/11/01/10z 期間,其颱 風路徑如圖 9.a 於花蓮測站實測及修正波高值以及遮蔽效應係數值之計算 結果,結果顯示,經陸地遮蔽效應係數修正的結果比較合理。

# 六、Bret-Liang 模式計算結果及驗證比較

以考慮逆風效應後改良的湧浪模式即(6)式,計算颱風 R7 之外湧浪波高(當波浪源(source)與測站之間距離大於暴風圈 R7 時), R7 之內波浪則以 Bretschneider 颱風波浪法計算(當波浪源(source)與測站之間距離小於暴風圈 R7 時),即 Bret-Liang 颱風波浪法,來求得颱風七級暴風圈內外波高推算 值,同時計算過程中也考慮前一節之陸地遮蔽效應。筆者等曾於第二屆國 際海洋大氣會議(2000)以民國 82 至 85 年間 Topex 衛星遙測到 5 個颱風計 8 組軌跡點位波高資料比較,並經統計後繪製 Topex 衛星遙測值與 Bret-Liang 模式值之波高散佈圖如圖 4 所示,當時推算時並沒考慮陸地遮蔽效應的問 題。筆者近期取得了民國 85 至 89 年 5 個颱風期間計 6 組花蓮、蘇澳及東 吉島實測波高資料,由於此 6 組是岸邊實測波高資料,必須加入考慮陸地 遮蔽效應的問題,圖 5a 至圖 9a 分別為 5 個颱風路徑圖,而圖 5b 至圖 9b 則為颱風對應之測站模式值與實測值比較圖,圖 10 則為統計所有 6 組實測 值與模式推算值所繪得的波高散佈圖。

# 七、結論及討論

Topex 衛星量測資料提供了風場及浪場驗證的寶貴資料,過去颱風模 式風場是否正確並無把握,因實測資料不多且都是近岸受地形影響或是鑽 井台上單點資料,如今 Topex 衛星遙測到開放大洋上大量連續線上品質不 錯的資料,正可拿來檢驗颱風風場模式的好壞,經驗證結果 R-V 颱風模式 應是一個合理適用的模式。

改良湧浪模式因有考慮逆風效應,比較合理,比原未改良湧浪模式好, 改良湧浪模式可以作為颱風七級暴風圈 R7 外湧浪預報法。

當颱風逐漸接近岸邊測站或中心登陸或從旁經過,颱風威力必受陸地 遮蔽影響而減弱或因波浪傳播路徑被陸地阻斷,測站波高開始變小,因此 理論上任何波浪模式都必須考慮此效應才合理,因為如沒考慮此效應則當 測站開始受陸地遮蔽影響之後岸邊測站推算波高值應會偏大,並不合理。 根據計算結果,Bret-Liang 颱風波浪模式因加入陸地遮蔽效應而使大部份 計算結果更趨完整合理。

筆者以改良湧浪模式計算 R7 之外湧浪,再配合 R7 之內波浪以 Bretschneider 模式計算(即 Bret-Liang 颱風波浪模式),同時考慮陸地遮蔽 效應,來計算颱風 R7 暴風圈內外波浪,根據與 Topex 衛星遙測軌跡點位 及岸邊實測波高資料比較結果顯示,與前者比較結果較好而與後者比較結 果稍差一些,其原因可能是 Topex 衛星點位遙測資料絕大部份都在開放大 洋不受陸地遮蔽效應影響而岸邊測站實測資料則受陸地遮蔽及颱風接近陸 地變形影響,因此雖然模式推算已考慮陸地遮蔽效應,但實際與理論乃有 誤差,必須進一步研究改善。

鑑於 WAM 等波譜模式無法對颱風波浪得到較好成果,由 Bret-Liang 模式推算結果,雖不滿意但尚可接受,Bret-Liang 颱風波浪模式的確不失 為一簡便實用的半經驗的颱風波浪預報法,值得進一步研究開發。

颱風風場是波浪場最重要能量來源,理論上有正確的風場資料才有可 能獲得正確的波浪場,可惜目前颱風模式風場尚無法盡善盡美,期盼將來 有更多更好的衛星量測資料(Topex 衛星雖有遙測風速資料但最大只記錄到 25.5m/s),可進一步改善模式風場,使颱風模式風場更完美,這還有待大家 努力。

### 參考文獻

- Bretschneider, C.L. and E.E. Tamage (1976), Hurricane wind and wave forecasting techniques, Proceedings 15<sup>th</sup> International Coastal Engineering Conference, 202-237.
- 2. Holland, G.J. (1980), An Analytical Model of the Wind and Pressure Profiles in Hurricane, Monthly Weather Review, 108, 1212-1218.
- Jeffreys, H. (1925), On the Formation of Water Waves by Wind, Proceedings Roy. Soc. ,A107(A472),189-206.
- 4. Liang,N.K. (1973), Elementary Wave Model and the Definition of "Fetch Area" in Wave Prediction, Acta Oceanographica Taiwanica, No.3.
- Liang,N.K., Chien,C.C. (1985), A Typhoon Swell Hindcasting Technique Modified by Land Sheltering Effect, Proceedings Air-Sea Interaction Workshop, Taipei ,299-311.
- Liang, N.K. (1989), A Revised Typhoon Swell Prediction Method' ,Habour Technology, 4, 1-10.

- Liang,N.K. (1990), A Study on Typhoon Swell Height Prediction, Acta Oceanographica Taiwanica, 25, 77-86
- 8. Lin, W.C. and Liang, N.K.(2000), A Study on Typhoon Swell Decay by an Adverse Wind, Acta Oceanographica Taiwanica, 38, 45-59.
- 9. 林文宗(1995), H-R-V 模式颱風與歐菲莉實測颱風之個案比較,國立台 東師範學院學報,6期,頁135-168。
- 10.林文宗、梁乃匡(1999),颱風湧浪逆風之探討,第二十一屆海洋工程研 討會論文集,頁109-114。
- 11.林文宗、梁乃匡,黃華興(2000),兩個颱風波浪推算模式與衛星資料的 比較,第二屆國際海洋大氣會議論文彙編—海洋,頁178-182。



圖 1 Topex 衛星軌跡點位遙測值對 R-V 模式值之風速散佈圖



圖 2 Topex 衛星軌跡點位遙測值對原湧浪模式值之波高散佈圖



圖 3 Topex 衛星軌跡點位遙測值對改良湧浪模式值之波高散佈圖



圖 4 Topex 衛星軌跡點位遙測值對 Bret-Liang 模式值之波高散佈圖



圖 5.a 賀伯颱風路徑圖



圖 5.b 賀伯颱風期間花蓮測站實測及模式波高值比較圖



圖 6.a 瑞伯颱風路徑圖



圖 6.0.b 瑞伯颱風期間花蓮測站實測及模式波高值比較圖



圖 6.1.b 瑞伯颱風期間蘇澳測站實測及模式波高值比較圖



圖 7.b 芭比絲颱風期間東吉島測站實測及模式波高值比較圖



# 圖 8.b 丹恩颱風期間東吉島測站實測及模式波高值比較圖



### 圖 9.b 象神颱風期間花蓮測站實測及模式波高值比較圖



圖 10 岸邊港口實測值對 Bret-Liang 模式值之波高散佈圖(6 組資料)

日期/時間	H1/3 <b>實測值</b> (m)	H1/3 推算值 (m)未修正	H1/3 修正值 (m)	陸地遮蔽修正 係數(C <sub>l</sub> )
1996/073023z	4.34	4.19	4.19	1.00
1996/073100z	4.51	4.16	4.16	1.00
1996/073101z	4.61	4.16	4.16	1.00
1996/073102z	4.67	4.68	4.68	1.00
1996/073103z	5.05	5.51	5.23	0.95
1996/073104z	4.93	5.45	5.07	0.93
1996/073105z	4.71	6.87	6.25	0.91
1996/073106z	6.52	6.89	6.13	0.89
1996/073107z	6.92	7.67	6.75	0.88
1996/073108z	5.90	7.63	6.57	0.86
1996/073109z	5.19	8.51	7.40	0.87
1996/073110z	5.24	8.38	7.12	0.85
1996/073111z	6.13	8.20	6.56	0.80
1996/073112z	6.33	9.13	6.48	0.71
1996/073113z	6.27	9.03	5.51	0.61
1996/073114z	5.94	9.02	5.23	0.58
1996/073115z	5.09	10.30	3.40	0.33

# 表1 賀伯颱風(9608)期間花蓮測站波高值及陸地遮蔽修正係數值

199607311245z 於蘇澳與基隆間登陸

日期/時間	H1/3 <b>實測值</b> (m)	H1/3 推算值 (m)未修正	H1/3 修正值 (m)	陸地遮蔽修正 係數(C <sub>l</sub> )
1998/101518z	6.39	4.09	4.09	1.00
1998/101519z	5.83	4.48	4.48	1.00
1998/101520z	缺	5.43	5.43	1.00
1998/101521z	缺	7.70	7.55	0.98
1998/101522z	缺	7.57	7.27	0.96
1998/101523z	缺	8.31	8.06	0.97
1998/101600z	缺	8.10	7.37	0.91
1998/101601z	6.87	8.17	7.03	0.86
1998/101602z	8.55	7.74	6.19	0.80
1998/101603z	8.67	8.24	5.93	0.72
1998/101604z	7.90	7.89	5.52	0.70
1998/101605z	7.16	7.60	5.09	0.67
1998/101606z	6.77	7.71	5.24	0.68
1998/101607z	6.05	6.13	3.68	0.60
1998/101608z	4.94	6.15	3.81	0.62
1998/101609z	4.83	6.16	3.94	0.64
1998/101610z	3.96	5.45	3.49	0.64
1998/101611z	4.03	4.84	3.29	0.68
1998/101612z	3.44	4.50	3.15	0.70
1998/101613z	3.25	4.23	3.00	0.71
1998/101614z	3.24	4.27	3.12	0.73
1998/101615z	3.00	3.86	2.86	0.74
1998/101616z	2.69	3.42	2.60	0.76
1998/101617z	2.79	2.49	1.97	0.79
1998/101618z	2.41	2.43	1.99	0.82

表2 瑞伯颱風(9810)期間花蓮測站波高值及陸地遮蔽修正係數值

日期/時間	H1/3 實測值	H1/3 推算值	H1/3 修正值	陸地遮蔽修正
	(m)	(m)未修止	(m)	係數(C <sub>l</sub> )
2000/103112z	1.44	1.83	1.46	0.80
2000/103113z	1.68	1.81	1.41	0.78
2000/103114z	1.80	1.94	1.67	0.86
2000/103115z	1.92	2.26	2.15	0.95
2000/103116z	2.43	2.39	2.29	0.96
2000/103117z	2.24	2.64	2.61	0.99
2000/103118z	2.57	2.68	2.68	1.00
2000/103119z	2.40	2.80	2.80	1.00
2000/103120z	3.29	3.19	3.19	1.00
2000/103121z	3.40	3.48	3.48	1.00
2000/103122z	3.03	4.53	4.48	0.99
2000/103123z	2.91	5.34	4.59	0.86
2000/110100z	3.32	6.16	4.99	0.81
2000/110101z	3.11	6.93	4.78	0.69
2000/110102z	3.21	6.94	4.65	0.67
2000/110103z	3.60	6.97	4.53	0.65
2000/110104z	4.60	6.82	4.09	0.60
2000/110105z	3.61	6.11	3.79	0.62
2000/110106z	6.16	5.53	3.15	0.57
2000/110107z	4.41	4.75	2.52	0.53
2000/110108z	4.72	4.39	2.24	0.51
2000/110109z	3.53	3.94	1.97	0.50
2000/110110z	2.98	2.83	1.50	0.53

表3 象神颱風(0020)期間花蓮測站波高值及陸地遮蔽修正係數值

# A Finite Element Model for Modified Boussinesq Equations

 Seung-Buhm Woo<sup>1</sup>, Philip L.-F. Liu<sup>1</sup>, Ting-Kuei Tsay<sup>2</sup> and Ching-Ho Su<sup>3</sup>
 <sup>1</sup> School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853, USA
 <sup>2</sup> Department of Civil Engineering, National Taiwan University, Taipei, Taiwan <sup>3</sup> Institute of Harbor and Marine Technology, Tai-Chung, Taiwan

Date: April 20, 2001

#### Summary

A new finite-element method is developed to solve two-dimensional modified Boussinesq equations. The governing equations are rearranged in such a way that it is suitable for applying the Galerkin finite element method. The present model uses linear triangular and rectangular elements and linear shape functions. To remove the third spatial derivative terms in the governing equations, an auxiliary variable is introduced. For time integration an implicit predictor-corrector iterative scheme is employed. Several different kinds of boundary conditions, including the perfect reflecting boundary, the absorbing boundary (sponge layer) and the incident wave boundary, are implemented. Numerical results are obtained for various examples.

## 1 Introduction

Boussinesq-type equations provide a means for studying water wave propagation over a gradual varying bathymetry. The core of the Boussinesq-type equations is made of the shallow water equations for linear nondispersive wave propagation. This basic foundation is expanded by adding terms that represent effects of nonlinearity and frequency dispersion.

Assuming that both the nonlinearity and the frequency dispersion are weak and are in the same order of magnitude, Peregrine (1967) derived the standard Boussinesq equations for variable depth with the depth-averaged velocity as a dependable variable. Peregrine's Boussinesq equations can be recast into similar equations in terms of either the velocity on the bottom or the velocity on the free surface. While the dispersion relationship and the wave celerity associated with these equations differ slightly, the order of magnitude of accuracy of these equations remains the same. Numerical results based on the standard Boussinesq equations or the equivalent formulations have been shown to give predictions that compared quite well with field data (Elgar & Guza 1985) and laboratory data (Goring 1978, Liu *et al.* 1985).

The applications of standard Boussinesq equations are limited to the shallow water depth because of the assumption of weak frequency dispersion effects. The standard Boussinesq equations written in terms of the depth-averaged velocity break down when the depth is greater than one-fifth of the equivalent deep-water wavelength. For many engineering applications including harbor oscillation computations, where the incident wave energy spectrum consists of many frequency components, a lesser depth restriction is desirable. Furthermore, when the Boussinesq equations are solved numerically, high frequency oscillations with wavelengths related to the grid size could cause numerical instability. To extend the applications to shorter waves many modified forms of Boussinesq-type equations have been introduced (e.g. Madsen et al. 1991, Nwogu 1993, Beji & Nodaoka 1996, Chen & Liu 1995). Although the methods of derivation are different, the resulting dispersion relations of the linear components of these modified Boussinesq equations are similar, and may be viewed as a slight modification of the (2,2) Pade approximation of the full dispersion relation for linear water wave (Witting 1984). It has been demonstrated that the modified Boussinesq equations are able to simulate wave propagation from deep water to shallow water including the wave-current interaction (Chen et al. 1998).

Despite of the success of the modified Boussinesq equations in intermediate and deep water, these equations are still restricted to weakly nonlinear interactions. As waves approach shore, wave height increases due to shoaling and wave breaks on most gentle natural beaches. The wave-height to water depth ratios associated with this physical process become too high for the Boussinesq approximation. Of course this restriction can be readily removed by eliminating the weak nonlinearity assumption (e.g., Wei *et al.* 1995). Strictly speaking, these strongly nonlinear equations can no longer be called Boussinesq-type equations since the nonlinearity is not in balance with the frequency dispersion, which is the spirit of the original Boussinesq assumption.

An one-dimensional finite element model, based on the strongly nonlinear and weakly dispersive equations, has been developed to calculate the transient, nonlinear wave propagation (Woo & Liu, 2001). The finite element model is based on the Petrov-Galerkin weighted residual method, in which the linear shape function and the cubic spline weighting function have been employed. The model has been successfully applied to several problems, including the shoaling of solitary wave, interactions of two solitons and the scattering of a nonlinear wave train by a submerged bar.

In the present paper, the research effort has been focused on the development of a two-dimensional model for modified Boussinesq equations. The Galerkin finite element is developed, using linear triangular or rectangular elements with linear shape functions. Although one auxiliary variable must be introduced so as to deal with the third spatial derivative terms in the governing equations, the resulting algorithm is still more computationally efficient than the Petrov-Galerkin weighted residual method.

# 2 Modified Boussinesq Equations

The physical system can be characterized by a typical wave amplitude a, a typical water depth,  $h_0$  and a typical wave number  $k_0$ . Two dimensionless parameters

$$\varepsilon = \frac{a}{h_0} \tag{1}$$

and

$$\mu^2 = (k_0 h_0)^2 \tag{2}$$

represent the nonlinearity and frequency dispersion in the system, respectively. The Boussinesq wave theory requires  $O(\varepsilon) \approx O(\mu^2) \ll O(1)$  so that the theory can be applied for weakly nonlinear and weakly dispersive waves. Following Liu's (1994) notation the two-dimensional continuity and momentum equations can be expressed as

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ (h + \varepsilon \eta) \mathbf{u}_{\alpha} \right] + \mu^2 \nabla \cdot \left[ C_1 h^3 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha}) + C_3 h^2 \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_{\alpha})) \right] = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_{\alpha}}{\partial t} + \nabla \eta + \frac{\varepsilon}{2} \nabla (\mathbf{u}_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_{\alpha}) + \mu^2 \left[ C_2 h^2 \nabla \left( \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}_{\alpha}}{\partial t} \right) + \beta h \nabla \left( \nabla \cdot \left( h \frac{\partial \mathbf{u}_{\alpha}}{\partial t} \right) \right) \right] = 0 \quad (4)$$

in which

$$C_1 = \frac{1}{2} \left( \beta^2 - \frac{1}{3} \right), \ C_2 = \frac{\beta^2}{2}, \ C_3 = \beta + \frac{1}{2}, \ \beta = \frac{z_\alpha}{h}$$
(5)

and  $\eta$  is the free surface displacement,  $\mathbf{u}_{\alpha}$  the horizontal velocity evaluated at  $z = z_{\alpha}$ , h the water depth, and z the coordinate measured upwards from the stillwater level. We remark here that although the order of accuracy of the above equations is of  $O(\mu^4)$ , the linear dispersion characteristics of these equations can be improved further by choosing  $z_{\alpha}$  properly. For instance, Chen & Liu (1995) suggested that in order to apply these equations in the intermediate to deep water the optimal value for  $z_{\alpha}$  should be -0.52h. Detailed discussions of this choice are given in Nwogu (1993) and Chen & Liu (1995).

Note that the third order spatial derivative terms appear in the continuity equation, but not in the momentum equations. Due to the presence of the third order spatial derivative, the linear Galerkin finite element cannot be applied directly. To reduce the order of highest spatial derivative, auxiliary variables are introduced, i.e.,

$$P := \nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha}, \quad R_1 := \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}, \quad R_2 := \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}, \quad R_3 := \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}$$
(6)

With these new variables the governing equations can be rewritten in a lower order form so that the highest spatial derivative in the governing equation is second order. Note that  $R_1$ ,  $R_2$ , and  $R_3$  will be calculated from the bathymetry data once before the time integration procedure begins, since water depth is invariant in time.

### 3 Numerical Schemes

The major effort of present research is to develop an efficient and accurate finite element model to solve governing equations (3) and (4) with a variable depth in an irregular domain. The proper choice of spatial approximation scheme and time integration scheme will be discussed briefly.

### 3.1 Spatial Approximation Schemes

#### 3.1.1 Galerkin finite element method

For the development of the Galerkin finite element method, the weighted residuals of the governing equations are required to be zero, i.e., equations (3) and (4) are multiplied by a weighting function W(x, y) and integrated over the spatial domain  $\Omega$ . Then the weak form of the governing equations is constructed by performing integration by parts and introducing integrals on the boundary  $\Gamma$ .

$$\begin{split} \iint_{\Omega} W \dot{\eta} \, dx dy \\ &= \iint_{\Omega} \left\{ \frac{\partial W}{\partial x} \left[ (h + \varepsilon \eta) u_{\alpha} + \mu^{2} \left( C_{1} h^{3} \frac{\partial P}{\partial x} \right. \\ &+ C_{3} h^{2} \left( \frac{\partial (hP)}{\partial x} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + u_{\alpha} R_{1} + \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} + v_{\alpha} R_{3} \right) \right) \right] \\ &+ \frac{\partial W}{\partial y} \left[ (h + \varepsilon \eta) v_{\alpha} + \mu^{2} \left( C_{1} h^{3} \frac{\partial P}{\partial y} \right. \\ &+ C_{3} h^{2} \left( \frac{\partial (hP)}{\partial y} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} + u_{\alpha} R_{3} + \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + v_{\alpha} R_{2} \right) \right) \right] \right\} d\Omega \\ &- \int_{\Gamma} \left\{ n_{x} W \left[ (h + \varepsilon \eta) u_{\alpha} + \mu^{2} \left( C_{1} h^{3} \frac{\partial P}{\partial x} \right. \\ &+ C_{3} h^{2} \left( \frac{\partial (hP)}{\partial x} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + u_{\alpha} R_{1} + \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} + v_{\alpha} R_{3} \right) \right) \right] \\ &+ n_{y} W \left[ (h + \varepsilon \eta) v_{\alpha} + \mu^{2} \left( C_{1} h^{3} \frac{\partial P}{\partial y} \right. \\ &+ C_{3} h^{2} \left( \frac{\partial (hP)}{\partial y} + \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial x} + u_{\alpha} R_{3} + \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + v_{\alpha} R_{2} \right) \right) \right] \right\} d\Gamma$$

$$(7)$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left\{ W - \mu^{2} \left[ W \left( C_{4} \frac{\partial h^{2}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{2} \right) + \frac{\partial W}{\partial x} \left( C_{5} h^{2} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\beta}{2} \frac{\partial h^{2}}{\partial x} \right) \right] \right\} \dot{u}_{\alpha} d\Omega \\ = \iint_{\Omega} \left\{ \mu^{2} W \left[ C_{2} \frac{\partial h^{2}}{\partial x} \frac{\partial \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} + \beta \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial (h \dot{v}_{\alpha})}{\partial y} \right] \right. \\ \left. + \frac{\partial W}{\partial x} \left[ \eta + \varepsilon \frac{1}{2} (u_{\alpha}^{2} + v_{\alpha}^{2}) + \mu^{2} \left( C_{2} h^{2} \frac{\partial \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} + \beta h \frac{\partial (h \dot{v}_{\alpha})}{\partial y} \right) \right] \right\} d\Omega \\ \left. - \int_{\Gamma} n_{x} W \left\{ \eta + \varepsilon \frac{1}{2} (u_{\alpha}^{2} + v_{\alpha}^{2}) + \mu^{2} \left[ C_{2} h^{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} \right) + \beta h \left( \frac{\partial h \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial h \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} \right) \right] \right\} d\Gamma \end{aligned} \tag{8}$$

$$\iint_{\Omega} \left\{ W - \mu^2 \left[ W \left( C_4 \frac{\partial h^2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} + \beta \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{\partial W}{\partial y} \left( C_5 h^2 \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\beta}{2} \frac{\partial h^2}{\partial y} \right) \right] \right\} \dot{v}_{\alpha} d\Omega$$

$$= \iint_{\Omega} \left\{ \mu^{2} W \left[ C_{2} \frac{\partial h^{2}}{\partial y} \frac{\partial \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \beta \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial (h \dot{u}_{\alpha})}{\partial x} \right] \right. \\ \left. + \frac{\partial W}{\partial y} \left[ \eta + \varepsilon \frac{1}{2} (u_{\alpha}^{2} + v_{\alpha}^{2}) + \mu^{2} \left( C_{2} h^{2} \frac{\partial \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \beta h \frac{\partial (h \dot{u}_{\alpha})}{\partial x} \right) \right] \right\} d\Omega \\ \left. - \int_{\Gamma} n_{y} W \left\{ \eta + \varepsilon \frac{1}{2} (u_{\alpha}^{2} + v_{\alpha}^{2}) + \mu^{2} \left[ C_{2} h^{2} \left( \frac{\partial \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} \right) + \beta h \left( \frac{\partial h \dot{u}_{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial h \dot{v}_{\alpha}}{\partial y} \right) \right] d\Gamma \right]$$
(9)

$$\iint_{\Omega} WP \ d\Omega = \iint_{\Omega} W\left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial y}\right) d\Omega \tag{10}$$

in which

$$C_4 = \frac{1}{2}\beta(\beta+1), \quad C_5 = \beta\left(\frac{1}{2}\beta+1\right),$$
 (11)

and  $n_x$  and  $n_y$  are the x and y components of the outward unit normal vector to the boundary, **n**, respectively.

The dependent variables are approximated in the form of linear combination of shape functions  $(\psi_j(x, y))$  and the corresponding nodal values of dependent variable as follows:

$$F(x, y, n\Delta t) \simeq \sum_{j=1}^{ND} \psi_j(x, y) \{F\}_j^n$$
 (12)

$$P(x, y, n\Delta t) \simeq \sum_{j=1}^{ND} \psi_j(x, y) \{P\}_j^n$$
 (13)

where  $F = \{\eta, u_{\alpha}, v_{\alpha}\}$ , 'ND' is the total number of nodes in the domain and  $n = 0, 1, 2, \ldots$ , represent the time levels. Similarly, the water depth and second-order spatial derivatives of the water depth are also approximated with the same set of shape functions.

The Galerkin finite element method is applied here so that the weighting function (W(x, y)) is the same as shape function  $(\psi(x, y))$ . Substituting (12) and (13) into the weak forms (7) ~ (10), we obtain the following matrix equations:

$$\sum_{j=1}^{ND} [M^F]_{ij} \{\dot{F}\}_j^n = \{f^F\}_i^n + \{q^F\}_i^n$$
(14)

$$\sum_{j=1}^{ND} [M^P]_{ij} \{P\}_j^n = \{f^P\}_i^n$$
(15)

in which i = 1, 2, ..., ND and  $\dot{F} = \{\dot{\eta}, \dot{u_{\alpha}}, \dot{v_{\alpha}}\}$ . The overdot in (14) represents the time derivative. Here,  $[M^F]$  and  $[M^P]$  denote the mass matrices corresponding to

dependent variables F and P;  $F = \{\eta, u_{\alpha}, v_{\alpha}\}$ . Similarly,  $\{f\}$  and  $\{q\}$  represent forcing vector and boundary integral, respectively.

### 3.2 Time integration scheme

The time integration scheme should be accurate enough so that the truncation errors will not produce any non-physical dispersion or dissipation. In this section, we shall describe the Adams-Bashforth-Moulton predictor-corrector scheme to integrate (7) ~ (10). This scheme is one of widely used time integration schemes. The basic idea of the procedure is described as follows. First, based on the solution from the current time step, an initial guess for the solution of the governing equation at the next time step is made (predictor stage). The predicted solution is inserted into the right-hand-side of the governing equation to find the updated – or "corrected" – solution (corrector stage). The updated solution is inserted back into the right-hand side of the governing equation to find another "updated" solution. This procedure is repeated until the difference between two successive updated solutions is smaller than error tolerance (Lapidus & Seinfeld 1971).

Specifically, in the present model the third-order Adams-Bashforth scheme is employed for the predictor step.

$$P[F]: [M^{F}]_{ij} \left(\frac{\{F\}_{j(0)}^{n+1} - \{F\}_{j}^{n}}{\Delta t}\right) = \frac{1}{12} \left[23\{f^{F}\}_{i}^{n} - 16\{f^{F}\}_{i}^{n-1} + 5\{f^{F}\}_{i}^{n-2}\right]$$
(16)

We remark here that the forcing vectors,  $\{f^u\}$  and  $\{f^v\}$  contain the time derivative of velocity ( $\{\dot{v}\}$  in  $\{f^u\}$  and  $\{\dot{u}\}$  in  $\{f^v\}$ ). For the predictor stage, these derivatives are evaluated as

$$\{\dot{r}\}_{i}^{n} = \frac{1}{2\Delta t} \left[ 3\{r\}_{i}^{n} - 4\{r\}_{i}^{n-1} + \{r\}_{i}^{n-2} \right] + O(\Delta t^{2})$$
(17)

$$\{\dot{r}\}_{i}^{n-1} = \frac{1}{2\Delta t} \left[ \{r\}_{i}^{n} - \{r\}_{i}^{n-2} \right] + O(\Delta t^{2})$$
(18)

$$\{\dot{r}\}_{i}^{n-2} = \frac{-1}{2\Delta t} \left[ 3\{r\}_{i}^{n-2} - 4\{r\}_{i}^{n-1} + \{r\}_{i}^{n} \right] + O(\Delta t^{2})$$
(19)

where  $\{r\}$  represents  $\{u\}$  or  $\{v\}$ .

Solving equations (16), one obtains solutions for the first predicted values,  $\{\eta\}_{j(0)}^{n+1}$ ,  $\{u\}_{j(0)}^{n+1}$  and  $\{v\}_{j(0)}^{n+1}$  at *j*-th node and (n + 1)-th time step. Using these values, the auxiliary variable is updated at the (n + 1)-th time level by solving equation (15); i.e.,

$$\{P\}_{j(0)}^{n+1} = [M^P]_{ij}^{-1} \{f^P\}_{i(0)}^{n+1}$$
(20)

To update the forcing vectors of the corrector stage, the time derivative terms in the forcing vectors need to be evaluated in the following manner:

$$\{\dot{r}\}_{i(0)}^{n+1} = \frac{1}{6\Delta t} \left[ 11\{r\}_{i(0)}^{n+1} - 18\{r\}_i^n + 9\{r\}_i^{n-1} - 2\{r\}_i^{n-2} \right] + O(\Delta t^3)$$
(21)

$$\{\dot{r}\}_{i(0)}^{n} = \frac{1}{6\Delta t} \left[ 2\{r\}_{i(0)}^{n+1} - 3\{r\}_{i}^{n} - 6\{r\}_{i}^{n-1} + \{r\}_{i}^{n-2} \right] + O(\Delta t^{3})$$
(22)

$$\{\dot{r}\}_{i(0)}^{n-1} = \frac{1}{6\Delta t} \left[ -\{r\}_{i(0)}^{n+1} + 6\{r\}_i^n - 3\{r\}_i^{n-1} - 2\{r\}_i^{n-2} \right] + O(\Delta t^3)$$
(23)

$$\{\dot{r}\}_{i(0)}^{n-2} = \frac{1}{6\Delta t} \left[ 2\{r\}_{i(0)}^{n+1} - 9\{r\}_i^n + 18\{r\}_i^{n-1} - 11\{r\}_i^{n-2} \right] + O(\Delta t^3)$$
(24)

After the forcing vectors are updated at the (n + 1)-th time level; i.e.,  $\{f^{\eta}\}_{i(0)}^{n+1}$ ,  $\{f^{u}\}_{i(0)}^{n+1}$ , and  $\{f^{v}\}_{i(0)}^{n+1}$ , the corrected solutions are then obtained by applying the fourth-order Adams-Moulton corrector method (Lapidus & Seinfeld 1971). The subsequent iteration procedure can be explained as follows. To obtain the s-th corrected value for  $\{\eta\}_{j(s)}^{n+1}$ , in which s denotes the number of iteration (s = 1, 2, ...), the continuity equation is integrated in the following manner:

$$C[\eta]: \{\eta\}_{j(s)}^{n+1} = \{\eta\}_{j}^{n} + \frac{\Delta t}{24} [M^{\eta}]_{ij}^{-1} \left(9\{f^{\eta}\}_{i(s-1)}^{n+1} + 19\{f^{\eta}\}_{i}^{n} -5\{f^{\eta}\}_{i}^{n-1} + \{f^{\eta}\}_{i}^{n-2}\right)$$
(25)

Using  $\{\eta\}_{j(s)}^{n+1}$ ,  $\{u\}_{j(s-1)}^{n+1}$ , and  $\{v\}_{j(s-1)}^{n+1}$ , we update the forcing vector  $\{f^u\}_{i(s-1)}^{n+1}$ . The momentum equation for  $u_{\alpha}$  can be integrated as

$$C[u_{\alpha}]: \{u\}_{j(s)}^{n+1} = \{u\}_{j}^{n} + \frac{\Delta t}{24} [M^{u}]_{ij}^{-1} \left(9\{f^{u}\}_{i(s-1)}^{n+1} + 19\{f^{u}\}_{i}^{n} -5\{f^{u}\}_{i}^{n-1} + \{f^{u}\}_{i}^{n-2}\right)$$
(26)

Likewise, with  $\{\eta\}_{j(s)}^{n+1}$ ,  $\{u\}_{j(s)}^{n+1}$  and  $\{v\}_{j(s-1)}^{n+1}$ , the forcing vector  $\{f^v\}_{i(s-1)}^{n+1}$  is updated and the momentum equation for  $v_{\alpha}$  is integrated as

$$C[v_{\alpha}]: \{v\}_{j(s)}^{n+1} = \{v\}_{j}^{n} + \frac{\Delta t}{24} [M^{v}]_{ij}^{-1} \left(9\{f^{v}\}_{i(s-1)}^{n+1} + 19\{f^{v}\}_{i}^{n} -5\{f^{v}\}_{j}^{n-1} + \{f^{v}\}_{i}^{n-2}\right)$$
(27)

If the next corrector step is required, then the forcing vector for auxiliary variable  $\{f^P\}_{i(s)}^{n+1}$  is updated using  $\{u\}_{j(s)}^{n+1}$  and  $\{v\}_{j(s)}^{n+1}$  and equation (15) is solved for  $\{P\}_{j(s)}^{n+1}$ .

The relative errors between two successive correction steps are defined as

$$\Delta e_{\eta} = \max\left(\frac{\{\eta\}_{j(s)}^{n+1} - \{\eta\}_{j(s-1)}^{n+1}}{\{\eta\}_{j(s)}^{n+1}}\right)$$
(28)

for  $\eta$ . Similarly,  $\Delta e_u$  and  $\Delta e_v$  are defined for  $u_{\alpha}$  and  $v_{\alpha}$ , respectively. The corrector step continues until  $\Delta e_{\eta}$ ,  $\Delta e_u$  and  $\Delta e_v$  are all less than  $10^{-4}$ .

### **3.3 Boundary conditions**

Applying an appropriate boundary condition is necessary to obtain proper numerical solutions in a finite computational domain. We have implemented three types of boundary conditions in this paper: (1) impermeable reflective wall boundary condition, (2) wave maker (or incident) boundary condition, and (3) absorbing (or outgoing) boundary condition. The details of the formulation are not shown here.

### 4 Numerical Results

In present numerical simulations two different types of finite element mesh are used. One is the structured three node triangular element and the other is the structured four node rectangular element.

### 4.1 Propagation of Solitary wave over constant depth

The small amplitude solitary wave can propagate over a long distance without changing shape. The present numerical scheme is first tested for this case. To avoid potential complications caused by the boundary conditions, the theoretical surface profile and the corresponding velocity field for a solitary wave are used as the initial conditions. The computational domain is made large enough that both the free surface displacement and the velocity vanish at the boundary throughout the entire numerical simulation.

Figure 1 shows snap shots of the solitary wave with amplitude 0.1 m over constant depth of 1 m. The crest of the initial solitary wave is located at x = 0. Therefore, at the moment shown in Figure 1, the wave has traveled a distance close to five hundred water depth. In the numerical computations rectangular element of  $\Delta x = \Delta y = 0.5(m)$ , the total number of element in x axis (nx) = 1000, in y axis (ny) = 4, and  $\Delta t = 0.05(sec)$  are used. The 'wavelength',  $\lambda$ , is defined as the width under the solitary wave where  $\eta/h_o \ge 0.001$  (Goring 1978). It is estimated as 30.3 m and the corresponding 'wave period' (T) is calculated from the linear dispersion relation as 9.2sec. There are roughly 60 elements within the solitary wave. Because the wave amplitude is quite small, the numerical results are almost identical to the theoretical solution.

### 4.2 Solitary wave shoaling on slopes

Numerical simulations for the shoaling of a non-breaking solitary wave over plane slope are performed. Through this analysis, the nonlinear portion of the present numerical model can be examined. The test case chosen here is the same as the one studied by Wei *et al.* (1995).

The crest of the initial solitary wave is located at x = 0, where the beach slope (1:35) begins. The water depth is 0.71 m at  $x/h_0 = 10$  and 0.2 m at  $x/h_0 = 28$ . The incident wave height is  $\epsilon = 0.2$ . In numerical computations, rectangular elements of  $\Delta x = \Delta y = 0.1(m)$ , nx = 500, ny = 5, and  $\Delta t = 0.02(sec)$  are used. As shown in Figure 2, the present numerical solutions agree well with that of Nwogu's (1993) weakly nonlinear models in terms of wave amplitude and the free surface shape.

### 4.3 Propagation of deep water wave

A numerical experiment is performed to evaluate the ability of simulating the propagation of periodic waves in deep water. The sinusoidal wave with wavelength 2 m, wave height 0.1 m is given as an initial condition over the constant water depth of 1 m. Here, rectangular elements of  $\Delta x = \Delta y = 0.1(m)$ , nx = 1000, ny = 4, and  $\Delta t = 0.02(sec)$  are used. The rightmost 1/4 wavelength of the initial condition are tapered off using a  $sech^2(0.5kx)$  to avoid the abrupt changes of the water surface at the edge. Since kh = 3.14 in this case, the conventional Boussinesq equations are not the appropriate model for its dispersion relation does not converge if kh > 3.016.

Figure 3 shows the snapshot of the free surface profile of the propagating waves at t = 17.3(sec). The vertical line denotes the location of a wave crest starting at x = 0(m) according to the exact phase speed calculated from the linear dispersion relationship. The phase speed of the present model agrees very well with the exact phase speed.

#### 4.4 Wave evolution in a rectangular basin

The two-dimensional model involves mixed derivative terms with respect to x and y which do not appear in the one-dimensional model. To verify the correctness of the numerical model implementation, wave propagation in a square basin is studied and numerical results are compared with analytic solutions.

The computational domain of  $0 \le x \le 9(m)$ ,  $0 \le y \le 9(m)$ , and structured uniform rectangular elements are used. Here,  $\Delta x = \Delta y = 0.2(m)$ ,  $\Delta t = 0.05(sec)$ are used so that nx = ny = 45. Water depth of 0.45 m and surface elevation of Gaussian shape

$$\eta_o = 0.045 \ e^{-2[(x-4.5)^2 + (y-4.5)^2]} \tag{29}$$

is given as an initial condition. The initial velocity is set to zero over the whole domain. The initial surface profile is axisymmetric about the center at x = y = 4.5(m) with the maximum wave height of 0.045 (m).

The perfect reflective wall boundary conditions are applied at each wall. Due to the gravitational forcing and boundary conditions, the initial wave propagate from the center and reflected back to the domain by four side walls. The snapshots of these phenomena are shown in Figure 4.

The axisymmetry is shown clearly (Figure 5), which implies the obliquely incident wave as well as normally incident wave to the wall are treated properly in the numerical model. The time history of free surface elevation of numerical solutions are compared with that of analytic solutions (Figure 6). The comparison shows good agreement in terms of wave height and phase. The slight discrepancy between the model and the analytic solution may be due the rather coarse grid resolution. It is expected that the comparison will be improved by using finer grid resolution.

By simulating this test case, we are able to check the stability of the numerical model associated with boundary condition. It is interesting to see how the corner boundary respond to the higher harmonic waves which is generated as time goes on. We ran the model until simulation time reaches 30 minute, which correspond to 36000 time step. The maximum iteration number was 5, indicating that the present model is stable. Also, we checked the conservative property of mass and energy. It is founded that there is no loss or gain of mass and energy.

## 5 Concluding Remarks

A new two-dimensional finite element method is formulated for the modified Boussinesq equations describing weakly nonlinear and weakly dispersive waves. The choice of the auxiliary variable for the treatment of the third order spatial variables in the governing equations is decided with the consideration of computational cost, boundary treatment and the possibility of extension to include higher order nonlinear terms. Several different types of boundary conditions have been considered, including the perfect reflecting boundary, total absorbing boundary (sponge layer) and the incident wave boundary condition. Several numerical examples have been presented and good agreements between present numerical results and existing analytical and other numerical solutions are obtained. Future work will be on the treatment of other types of boundary conditions, such as the partially reflective boundary, and different dissipative mechanism. The future investigations will also be focused on the harbor oscillations with different geometry.

# References

- Beji, S. and Nadaoka, K. 1996 "A formal derivation and numerical modeling of the improved Boussinesq equations for varying depth," *Ocean Engng.*, 23(8), pp. 691-704.
- [2] Chen, Y. and Liu, P. L.-F. 1995 "Modified Boussinesq equations and associated parabolic models for water wave propagation," J. Fluid Mech., 288, pp. 351-381.
- [3] Chen, Q., Madsen, P. A., Schaffer, H. A. and Basco, D. R., 1998 Wave-current interaction based on an enhanced Boussinesq approach", *Coastal Engng.*, 33, 11-39.
- [4] Elgar, S. and Guza, R. T. 1985 "Shoaling gravity waves: comparisons between field observations, linear theory and a nonlinear model", J. Fluid Mech., 158, 47-70.
- [5] Goring, D. G. 1978 "Tsunamis the propagation of long waves onto a shelf", Ph.D. dissertation, California Institute of Technology, Pasadena, CA.
- [6] Lapidus L., Seinfeld J. 1971 "Numerical solution of ordinary differential equations" Academic Press.
- [7] Liu, P. L.-F., 1994 "Model equations for wave propagations from deep to shallow water," in Advances in Coastal and Ocean Engineering, (ed. by P. L.-F. Liu), Vol. 1, pp. 125-157.
- [8] Liu, P. L.-F., Yoon, S. B. and Kirby, J. T. 1985 "Nonlinear refractiondiffraction of waves in shallow water," J. Fluid Mech., 163, 185-201.
- [9] Madsen, P. A., Murray, R. and Sorensen, O. R. 1991 "A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics," *Coastal Engineering*, 15, pp. 371-388.
- [10] Nwogu, O. 1993 "An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation," J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., 119(6), pp. 618-638.
- [11] Peregrine, D. H. 1967 "Long waves on a beach" J. Fluid Mech., 27, 815-882.
- [12] Wei, G., Kirby, J. T., Grilli, S. T., and Subramanya, R. 1995 "A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves," J. Fluid Mech., 294, pp. 71-92.
- [13] Witting, J. M. 1984 "A unified model for the evolution of nonlinear water waves", J. Comp. Phys., 56, 203-236.

[14] Woo, S.-B. and Liu, P. L.-F. 2001 "A Petrov-Galerkin finite element model for one-dimensional fully nonlinear and weakly dispersive wave propagation", *Int. J. Numer. Methods Fluids* (in press)



Figure 1: Comparison of numerical and theoretical solution of solitary wave propagating over constant depth at t = 146 (sec). (a/h = 0.1)



Figure 2: Numerical simulation of solitary wave shoaling on slope of 1:35 at time t = (a)5.18, (b)6.59, (c)7.68, and (d)8.28 (sec) 2D WN FEM: Present 2dimensional FEM, FN FDM: Fully nonlinear FDM (Wei et al. 1995), FN BEM: Fully nonlinear BEM (Grilli et al. 1994), WN FDM: Weakly nonlinear FDM (Nwogu 1993)



Figure 3: Propagation of deep water wave (kh = 3.14) at time t = 17.3 (sec)



Figure 4: Snapshot of free surface elevation for reflective wall boundary condition.


Figure 5: Contour of free surface elevation for reflective wall boundary condition.



Figure 6: Comparison of time history of surface elevation between numerical and analytical solutions.

# Are Poincare Waves Existed in The Chesapeake Bay

Jerome P.-Y. Maa and J.-I. Kwon\*

## ABSTRACT

Kelvin and Poincare waves are all caused by the Coriolis force when waves travel in a large straight channel. Although they all propagate along the channel, their frequency and amplitude are quite different. The amplitude of Kelvin waves decreases across the channel from the right to left hand side. Poincare waves have many modes with different frequencies and their wave amplitude has a sinusoid form across the channel.

Using a numerical three-Dimensional hydrodynamic model (EFDC model) on a straight channel with constant water depth, we are able to simulate Kelvin and Poincare waves. The numerical results were confirmed with the analytical solution.

The Chesapeake Bay extends about 315 km from its entrance to the head with an average width about 30 km. The average depth is about 7 meters. Kelvin waves induced by  $M_1$  and  $K_1$  tides had been identified, but Poincare waves have not been identified yet. Using the EFDC model to simulate  $M_2$  tide in the Chesapeake Bay, we have identified both Kelvin and possible Poincare waves. Because of the much high frequency for high order Poincare waves, they may responsible for other low frequency oscillation found in secondary embayments.

## **1.INTRODUCTION**

Kelvin and Poincare waves are all induced by the Coriolis force when waves travel in an idealized large straight channel with a constant water depth.

<sup>\*</sup> Virginia Institute of Marine Science, College of William and Mary,

Gloucester Point, VA 23062

Although the analytical solutions for these two wave forms were available long time ago (Pedlosky, 1987), the absolute wave amplitudes are still unknowns.

Thus, a numerical experiment using a well established numerical model to explore the relative significance is worthwhile. It is well known that the Coriolis force is important for large scale motion, for example, tidal waves travel in the Pacific Ocean. Is this force also important for tidal waves travel in a channel with only its length is as large as the tidal wave length? More important, are these waves can be found in reality, for example, in the Chesapeake Bay? Using tidal records along the Chesapeake Bay, Browne and Fisher (1988) have identified two modes of Kelvin waves induced by  $M_2$  and  $K_1$  component tides, respectively. Questions like "Can other tidal components also be capable of inducing Kelvin waves? Is it possible that Poincare waves also existed in the Chesapeake Bay?" remain unanswered.

While a sophisticate numerical three-dimensional (3-D) hydrodynamic model (Environmental Fluid Dynamic computing Codes, EFDC, Hamrick, 1992, 1996) is available at the Virginia Institute of Marine Science (VIMS), it is possible to carry out numerical experiments for identifying the existence of Kelvin and Poincare waves. Through this numerical exercise, we may also check the accuracy of the EFDC model, and address questions mentioned in the first paragraph. The objectives of this study are (1) using the analytical solution to check the accuracy of EFDC model, (2) using the EFDC model to analyze the characteristics of Kelvin and Poincare waves, (3) using the EFDC model to examine the possible existence of Poincare waves in the Chesapeake Bay, and (4) introducing a technique to identify small tidal wave signals.

## 2.LONG WAVES PROPAGATING IN A LARGE CHANNEL

Under the conditions of small amplitude (i.e.,  $h/H \ll 1$ ), hydrostatic, frictionless, and large scale tidal flows, the equations of motion for tidal waves travel in a large straight channel in one direction (Fig. 1) can be written as

where the Coriolis force term is important because of the large scale motion (Pedlosky, 1987). The continuity equation can be written as

$$\frac{\P \boldsymbol{h}}{\P t} + \frac{\P \boldsymbol{u} \boldsymbol{H}}{\P \boldsymbol{x}} + \frac{\P \boldsymbol{v} \boldsymbol{H}}{\P \boldsymbol{y}} = 0 \dots (3)$$

where H(x,y) is the mean water depth, g is the gravitational acceleration, h(x,y,t) is the water surface fluctuations, u and v are the two local horizontal velocity components in the x and y directions, respectively, t is time, and  $f = 2W \sin q$  is the Coriolis parameter with  $W = 7.3 \cdot 10^{-5} s^{-1}$  and q is the latitude.

#### **3.KELVIN WAVE**

Analytical solutions are available for the simple harmonic tidal waves propagate through a large straight channel with a constant water depth (Pedlosky, 1987). The channel length, L, is large or comparable with wave length,  $\mathbf{1}$ , and the channel width, W, is also on the order of wave length,  $\mathbf{1}$  (Fig. 1). Waves propagate into this channel from one side and eventually move out from the other end. Assuming the channel axis is parallel to the x direction and the y direction is the lateral direction. The lateral boundary conditions are v = 0 at y = 0 and y = W. The analytical solution of Eqs. 1 to 3 can be found in two modes. The first mode is called Kelvin waves that have a form as follows

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_{o} e^{-fy/C_{o}} \cos(kx \pm \P t + \boldsymbol{f})....(4)$$

where  $h_o$  is the unknown amplitude after the Kelvin waves are fully developed,  $C_o = (gH)^{1/2}$  is the wave phase velocity, k = 2p/I is the wave number. Note that  $s = C_o k$  and the negative sign represents Kelvin waves move in the positive x direction. The positive sign represents Kelvin waves go to the negative x direction, if existed. The along channel water particle velocity u can be obtained as

and there is no cross channel flow, i.e. v = 0. A conceptual diagram is given in Fig. 2 to show the development of Kelvin waves for a large straight channel. At

the entrance of this channel, the input sinusoidal tidal waves have constant wave amplitude across the channel (Fig. 2a). The wave amplitude profile across the channel for the fully developed Kelvin waves is shown in Fig. 2b. The following parameters: W = 60km, H = 3m, f = 0, f = 37 degrees and T = 22357.1 s (frequency = 4.4729 x 10<sup>-5</sup> Hz) were used to generate Fig. 2. Notice that the analytical solution (Eq. 4) only represents the fully developed Kelvin waves. The transition information from the profile given in Fig. 2a to 2b is not available.

#### **4.POINCARE WAVES**

The second mode of analytical solution is called Poincare waves and the solution is given as follows (Pedlosky, 1987).

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_{o} \stackrel{\acute{e}}{\underset{e}{\otimes}} \cos \boldsymbol{c} \stackrel{\mathbf{p}_{v}}{\overset{\mathbf{o}}{\overset{\mathbf{o}}}} \cdot \frac{Lf}{n\boldsymbol{p}C_{x}} \sin \boldsymbol{c} \stackrel{\mathbf{p}_{v}}{\overset{\mathbf{o}}{\overset{\mathbf{o}}{\overset{\mathbf{o}}}} (kx \pm \boldsymbol{s}_{n}t + \boldsymbol{f}) \dots (6)$$

$$u = \frac{\boldsymbol{h}_{o}}{H} \stackrel{\acute{e}C_{o}^{2}}{\stackrel{e}{e}C_{x}} \cos \stackrel{\widetilde{e}\boldsymbol{p}}{\stackrel{e}{e}W} \stackrel{\widetilde{o}}{\stackrel{e}{o}} - \frac{fL}{n\boldsymbol{p}} \sin \stackrel{\widetilde{e}\boldsymbol{p}}{\stackrel{e}{e}W} \stackrel{\widetilde{o}\overset{\widetilde{o}}{\stackrel{i}{e}}}{\stackrel{i}{W}} \cos(kx \pm \boldsymbol{s}_{n}t + \boldsymbol{f}) \dots (7)$$

$$v = -\frac{\mathbf{h}_{o}}{H} \frac{W}{\mathbf{s}_{n}\mathbf{p}} \stackrel{\acute{e}}{\overset{}{e}} f^{2} + \frac{C_{o}^{2}n^{2}\mathbf{p}^{2}}{W^{2}} \stackrel{\acute{u}}{\overset{}{u}} \sin \stackrel{\acute{e}}{\overset{}{e}} \frac{\mathbf{p}_{y}}{W} \stackrel{\acute{o}}{\overset{}{e}} \sin \left(kx \pm \mathbf{s}_{n}t + \mathbf{f}\right)....(8)$$

where n = 1, 2, 3, ... is integer which represents different mode of the Poincare waves,  $C_x = \mathbf{s}_n / k$  is the phase velocity in the x direction. The frequency,  $\mathbf{s}_n$ , of each mode of Poincare waves is given as

Notice the frequency for each mode of the Poincare waves are different by a factor of  $n\mathbf{p}/W$ . This is an indication of the channel width effect: The small the channel width, the large the frequency difference among each mode of the Poincare waves. For high order Poincare waves, the frequency can be high.

A conceptual diagram of showing the developed first three Poincare waves is given in Fig. 3. The input parameters are the same as those used to generate Fig. 2b. At the entrance of this channel, the input wave was the same as that given in Fig. 2a. After the transition zone, in which the wave amplitude changed gradually, the fully developed Poincare waves were plotted. The corresponding Poincare wave frequencies are  $\mathbf{s}_1 = 6.5099 \cdot 10^{-5} Hz$ ,  $\mathbf{s}_2 = 1.018 \cdot 10^{-4} Hz$ ,  $\mathbf{s}_3 = 1.434 \cdot 10^{-4} Hz$ , ...and  $\mathbf{s}_{12} = 5.4424 \cdot 10^{-4} Hz$ .

## **5.THE EFDC HYDRODYNAMIC MODEL**

The Environmental Fluid Dynamic computer Code (EFDC, Hamrick, 1992; 1996) developed at the Virginia Institute of Marine Science is a sophistic hydrodynamic model that capable of predicting small scale process, e. g., salinity front formation (Shen and Kuo, 1999). EFDC constitutes the hydrodynamic portion of HEM-3D (Park *et al.*, 1995). The basic hydrodynamic and transport portions of the model resemble the widely used Blumberg-Mellor model (Blumberg-Mellor, 1987) in both the physics and the computational scheme used. The model uses finite difference method to solve the full three-dimensional equation of motion for tidal flows (i.e., assuming hydrostatic) with free water surface, and the continuity equation for water mass. Non-linear terms and bottom friction terms are included. Bottom friction is specified as the bottom roughness height, r. Conservation of salinity and heat are also included. This model can handle surface wind stress, heat, salinity fluxes, freshwater discharge, and tidal forcing.

Mellor and Yamada's level 2.5 turbulence closure model is implemented in the model (Mellor and Yamada, 1982; Galperin *et al.*, 1988). Dynamically coupled transport equations for the turbulent kinetic energy and turbulent length scale are solved to provide an accurate representation of turbulent field.

The model uses sigma coordinates in the vertical direction and Cartesian or curvilinear-orthogonal coordinates in the horizontal direction. The finite difference model uses an internal-external mode splitting procedure to separate the internal shear or baroclinic mode from the external free surface gravity wave. The external model solution uses a semi-implicit scheme to allow large time steps, which are constrained only by the stability criteria of the explicit central difference or upwind advection scheme used for the nonlinear accelerations. Notice that in this study, vertical structure information is not needed. For this reason, three water layers were arbitrary selected. For other applications, the range of water layers can be changed significantly, e.g., up to 60 layers.

The model is capable of simulating density and topographically induced

circulation as well as tidal and wind-driven flows, spatial and temporal distributions of salinity and temperature. It also has the capability of simulating a moving boundary, which is especially usefully for those areas that have large tidal ranges or large tidal flats. The process of wet and dry cells can be important for better simulate not only hydrodynamics, but also water quality and sediment transport.

Although not thoroughly verified and tuned, the EFDC also has the basic and necessary codes for simulating sediment transport. If biological processes can be provided, this model can also be used to study lava transport and softshell fish migration.

In this study, we are checking the capability of using the EFDC to simulate Kelvin and Poincare waves. The difference in terms of governing equations between the EFDC model and the analytic solution given in the previous chapter are the nonlinear terms and the bottom friction terms. Both of these terms are not included in the analytical solution, but available in the EFDC model. The EFDC model, on the other hands, may have numerical friction/diffusion, and round-off errors involved. Nevertheless, a comparison of these two results can be used to establish the credential of the EFDC.

#### **6.NUMERICAL EXPERIMENT ON THE IDEAL CHANNEL**

In order to obtain comparable results, the EFDC model was used to simulate the waves in a large straight channel given in Fig. 1 with the same parameters, i.e., W = 60 km, H = 3m, q = 37 degrees, and T = 22357.1 s for  $M_4$  waves. For the numerical modeling, the extra parameters used are Dx = Dy = 2km, L=100km, bottom roughness r = 0 and 0.001 m, and Dt = 223 s. A simple harmonic  $M_4$  tidal waves are the only driving force on the left hand side of the channel. On the right hand side of this channel, free exit of any waves are permitted. The input tidal waves have an amplitude of 0.3 m and the frequency of  $M_4$  tide is  $4.4729 \times 10^{-5}$  Hz (i.e., T = 22357.1 s).  $M_4$  was chosen instead of the most dominant  $M_2$  tide because of the shorter wave length (121.22 km) in the given model domain. The total duration of model simulation was 40 tidal cycles, and the last five tidal cycles were used for analysis the tidal ranges.

The computed water surface elevations at each time step were recorded for the entire computing domain. The average wave height at each cell was calculated using the results of the last 5 tidal cycles. The wave height contours for zero roughness (Fig. 4) show the evolution of wave height within this rather short channel. Obviously it takes about 50 km to fully develop the Kelvin waves. Between x = 60 - 80 km, the wave height profile across the channel is similar to that given in Fig. 2b which can be seen clearly. The Coriolis force continuously affects the cross-channel wave height profile by showing the continuous increase (decrease) of wave height on the right (left) hand side of the channel.

For further checking the effects of bottom friction on the development of Kelvin waves, a commonly selected roughness height r = 0.001m was implemented in the model simulation. The results (Fig. 5) show a significant deviation from the theoretical solution.

It would be interesting to see the evolution of Kelvin waves in a relatively long and narrow channel. Possible environments can be found in the Hudson Estuary and the Chesapeake Bay. Thus, a second case was tested with the following parameters, *i.e*, W = 30 km, L = 300 km, r = 0 and 0.001m, dx=dy=2km. Without bottom roughness, the continuous action of Coriolis force can cause a significant increase of wave height (Fig. 6a). With bottom friction, on the other hand, the Kelvin wave pattern (Fig. 1b) still prevail but the wave height decreases gradually in the long axis direction (Fig. 6b). The selection of roughness height r = 0.001 m is rather arbitrary and not fully justified yet. Nevertheless, it indicates a overwhelming effect on the wave height along the channel. Notice that in this case, the Kelvin waves requires about 30 km to developed, this number seems on the same order of the channel width.

In case for a narrow and short channel, the influence of Coriolis force is still not negligible, and the effect of the downstream end is also limited. The contours plot of wave height for a relatively short channel (Fig. 7) is very close to the corresponding portion of a much longer channel, e.g., the first 100 km plot given in Fig. 6b.

It is hard to see Poincare waves directly from the water surface elevations. Using the Fast Fourier Transform (FFT) to analyze the frequency components at selected cells, however, each mode of Poincare waves can be seen clearly. In the FFT analysis, 4096 data points were used. At the channel mouth, it is clearly shown that there is only one tidal component, which is the input  $M_4$  tidal wave (Fig. 8a). In the transition zone, all other waves emerged (Fig. 8b). Beyond the fully developed area (station C in Fig. 1), all modes of Poincare waves as well as the Kelvin waves can be clearly seen (Fig. 8c). Notice that the frequency of Kelvin wave is exactly the same as  $M_4$ . In other words, Kelvin waves are just a

modification of the across channel wave amplitude profile of the input waves. In Fig. 8c, the model calculated frequencies for the first two modes of Poincare waves ( $P_1$  and  $P_2$ ) have rather large difference with those given by the Analytical solution ( $A_1$  and  $A_2$ ). It looks like the EFDC model cannot reproduce  $A_1$  and  $A_2$ . It produces  $P_1$  instead. After the third mode, they matched reasonable well. It is not clear yet what cause the difference and may worth for more studies in the near future. The relative significance of each mode of Poincare waves can be depicted from the height at each frequency. In general, less than one tenth of the input tidal energy goes to the Poincare waves (Fig. 8c).

## 7.NUMERICAL EXPERIMENT ON THE CHESAPEAKE BAY

The Chesapeake Bay, the largest estuary in the U.S., extends about 315 km from the its entrance to the head near the mouth of Susquehanna River. The bay width varies from 18.5 km at the Chesapeake Bay entrance to about 35 km near the mouth of the Potomac River, and then narrows to about 6 km near the mouth of the Severn River (Fig 9). It has a surface area of about 11,400 km<sup>2</sup> and a shoreline of about 1200 km. The mean depth of the Bay is about 7 meters and the maximum depth is nearly 53 meters off Kent Island. The Bay is of sufficient large that the Coriolis force effect is not negligible. It is long enough to contain one complete wavelength of the dominant semi-diurnal tide and over one-half wavelength of the diurnal tide.

There are numerous studies on almost all subjects related to the Chesapeake Bay such as the natural resources, water quality, etc. One of the previous researches in the Chesapeake Bay was about the tide and tidal current in the bay (Browne and Fisher, 1988). Their research indicated that the mean tidal range in the bay varies between 0.3 m and 0.9 m. The mean range in the tributaries may be amplified. The average tidal currents vary from about 0.05 m/sec to slightly over 1 m/sec.

An available Cartesian gird for the Chesapeake Bay with a grid size of 1.8 Km in both x- and y-directions was used in this study (Fig. 9). This grid was generated for other purpose and was borrowed to check for the existence of Kelvin and Poincare waves. At this time there is yet no full calibration of the EFDC model using the grid given in Fig. 9. For this reason, there may be errors using this grid with EFDC. For our purposes to check the effects of Coriolis force, however, we believe the grid should be able to show the characteristics.

There are 96 grid cells in the x-direction, 180 grid cells in the y-direction, and 10 layers in the vertical direction. We have reduced the number of layers to only five layers because of the same reason given in the previous study case. There are 3,555 active water cells in each layer.  $M_2$  tidal (T = 44714.2 s or  $f_{M2}$  = 2.2364 x10<sup>-5</sup> Hz) with amplitude = 0.425 m is applied as the only forcing at the mouth of the bay. The computing time step is 232.9 s, and the EFDC model was run for 40 tidal cycles. The last 5 tidal cycles were used to find the tidal ranges, and the last 4096 points of time series records were used with FFT to analysis the wave components.

The tidal range along the east and west coasts of the Chesapeake Bay (Fig. 10) did show a noticeable difference. In the middle section (50 km < x < 150 km), tidal range on the right hand side (east side) of the bay is significantly large than the west side. This is because of the large bay width at this site can show the Coriolis force effect, exp(-fy/Co) in Eq. 5, more clearly. The reverse character of Kelvin waves (tidal range on the west coast is large than that on the east coast) for the first 20 km may be because of the reflection of incident waves on the west coast near Station D.

Spectrum analysis of time series at six selected stations (A to F, see Fig. 9) indicates that several modes of Poincare waves also existed from the results of this numerical experiment (Fig.11). The energy in any mode of Poincare waves, however, is much smaller than that of the Kelvin waves. The difference is about two order of magnitudes. Only occasionally, the first mode of Poincare waves has a relatively large energy (see Fig. 11b). It is not surprise to see the Poincare waves are not as strong as these given in an ideal case (e.g., Fig. 8). The varying water depth should be the main reason of causing this effect. Also noticed that some modes of the Poincare waves are relatively weak, e.g.,  $P_3$  and  $P_5$  in Fig. 11d as well as  $P_1$  in Fig. 11c. These may be attribute to the effect of varying geometry and bathymetry.

Data analysis of real tidal records to extract Poincare waves induced by all major tidal components is a difficult task because of the small energy for each mode of Poincare waves. sing a technique developed for lock-in-amplifier by electric engineering, however, it is possible to identify the usually nonmeasurable weak signals, in this case, the Poincare waves. Details are given next.

#### Lock-in Amplifier Technique

Let the small periodical signal is one component of the entire signal which can be described as

where  $A_o$  is the mean water level,  $A_n$  and  $\mathbf{f}_n$  are the amplitude, frequency, and phase of n-th wave component, respectively. The component that is required to be extracted has a amplitude  $A_k$ , frequency  $\mathbf{s}_k$ , and phase  $\mathbf{f}_k$ .

By multiplying Eq. 10 with Bcos ( $\boldsymbol{s}_k$ ), one obtains the following equation

using the trigonometry property:  $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a \cdot b) + \cos(a + b)]$ , Eq. 11 can be rewritten as

$$\boldsymbol{h}\boldsymbol{B}\cos(\boldsymbol{s}_{k}t) = A_{o}\boldsymbol{B}\cos(\boldsymbol{s}_{k}t) + \frac{1}{2}A_{k}\boldsymbol{B}[\cos(\boldsymbol{f}_{k}) + \cos(2\boldsymbol{s}_{k}t + \boldsymbol{f}_{k})] + \\ \overset{\circ}{\boldsymbol{a}}_{n^{1}k}\frac{1}{2}A_{n}\boldsymbol{B}([\cos(\boldsymbol{s}_{n} - \boldsymbol{s}_{k})t + \boldsymbol{f}_{n}] + \cos[(\boldsymbol{s}_{n} + \boldsymbol{s}_{k})t + \boldsymbol{f}_{n}]) \qquad (12)$$

In Eq. 12, only the second term on the right hand side is not a function of time t. This term  $(\frac{1}{2}A_k \mathbf{b}\cos \mathbf{f}_k)$  is actually a constant with two unknowns:  $A_k$  and  $\mathbf{f}_k$ . If applying a low-pass filter with a sufficiently low cutoff frequency to the results of Eq. 12, then only this term can pass through, and all other terms will be blocked by the filter.

Similarly if multiplying Eq. 10 with  $Bsin(\mathbf{s}_k + \mathbf{f}_b)$ , and using a similar trigonometry, one can obtain the following Equation.

$$\boldsymbol{h}\boldsymbol{B}\sin(\boldsymbol{s}_{k}t) = A_{o}\boldsymbol{B}\sin(\boldsymbol{s}_{k}t) + \frac{1}{2}A_{k}\boldsymbol{B}[\sin(\boldsymbol{f}_{k}) + \sin(2\boldsymbol{s}_{k}t + \boldsymbol{f}_{k})] + \\ \overset{\circ}{\boldsymbol{a}}_{n^{1}k}\frac{1}{2}A_{n}\boldsymbol{B}([\sin(\boldsymbol{s}_{n} - \boldsymbol{s}_{k})t + \boldsymbol{f}_{n}] + \sin[(\boldsymbol{s}_{n} + \boldsymbol{s}_{k})t + \boldsymbol{f}_{n}]) \qquad (13)$$

In Eq, 13, only the second term on the right hand side is not a function of time.

Using the same low-pass filter, the only term that can pass through is  $\frac{1}{2}A_kB\sin f_k$ . By adding the squares of these two low-pass filtered results, one will obtain a constant R as follows.

where lpf stands for low-pass-filtered. Now the amplitude of the wanted signal can be obtained as  $A_k = 2R^{1/2}B$ . The phase angle can be obtained as

$$\boldsymbol{f}_{k} = \tan^{-1} \frac{\acute{e}1 p f [\boldsymbol{h} \boldsymbol{B} \sin(\boldsymbol{s}_{k} t)] \dot{\boldsymbol{u}}}{\grave{e}1 p f [\boldsymbol{h} \boldsymbol{B} \cos(\boldsymbol{s}_{k} t)] \dot{\boldsymbol{u}}} \dots (15)$$

An application of the above process to extract the first three modes of Poincare waves at Station B from the time series generated from the EFDC model output has been implemented. The wave amplitudes are 0.0136 m, 0.0185 m, and 0.00254 m at frequency  $4.4725 \times 10^{-5}$ ,  $6.71 \times 10^{-5}$ , and  $8.945 \times 10^{-5}$  Hz, respectively. The program was written in Matlab language to take advantage of the excellent FFT subroutine available and the codes can be found from the author's web site www.vims.edu\~maa.

#### **8.CONCLUSIONS**

This exercise indicates that an analytical model and a well developed numerical model can work together to identify the development of weak wave generation processes. The following concluding remarks can be summarized:

- 1.Kelvin waves represent the effect of Coriolis force on the adjustment of wave amplitude profile across the channel. Its frequency is exactly the same as that of the input tidal waves.
- 2.A transition length, which is about the same as the channel width, is needed for the Kelvin waves to be fully developed in a straight channel.
- 3.The Coriolis force is important even the channel width is much smaller when compared with the wave length. The accumulated action of Coriolis force along the channel can be significant.

- 4.Bottom friction plays an important rule to balance the Coriolis force. Although their roles are not exactly opposite, the combined effect of the Coriolis force and the bottom friction is a gradually diminished Kelvin waves along the channel.
- 5.Poincare waves have a sinusoidal wave from across the channel. These waves are induced and represent the effect of Coriolis force on wave frequency. The importance of Poincare waves is rather insignificant because of the rather small wave amplitudes for each mode (less than one tenth of the Kelvin waves).
- 6.The EFDC model can reproduce Kelvin waves and almost all modes of the Poincare waves in.16 an ideal channel. The frequencies of the first two modes of Poincare waves, however, are not accurately simulated even in the ideal case. The reasons of having this difference are pending for the results of more studies.
- 7.The EFDC model with a untuned data set for the Chesapeake Bay can reproduce Kelvin waves in the Chesapeake Bay. The EFDC model also pointed out the possible modes of Poincare waves in the Chesapeake Bay.
- 8.Because of the irregular geometry and bathymetry, the possible Poincare waves in the Chesapeake Bay are much smaller than those for an ideal case (100 times less than that of the Kelvin waves).

## ACKNOWLEDGMENT

The support from US Environment Protection Agency, under contract No. XXXX is sincerely acknowledged. We also appreciate the help from Mr. M. Sisson by providing the grid for the Chesapeake Bay.

#### REFERENCES

(1)Browne, D.R. and C.W. Fisher, 1988, Tide and tidal currents in the Chesapeake Bay, NOAA *Techinal Report NOS OMA3*, U.S. Department of Commerce. 84 pp

- (2)Galperin, B., L.H. Kantha, S. Hassis, and A. Rosati, 1998, A quasi-equilibrium turbulent energy.17 model for geophysical flows. J. Atmospheric Sci., 45, 55-62.
- (3)Mellor, G.L., and T. Yamada, 1982, Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 20, 851-875.
- (4)Park, K., A.Y. Kuo, J. Shen, and J.M. Hamrick,1995, A three dimensional hydrodynamic-eutrophicaton model(HEM-3D): Description of water quality and sediment process submodel. Spec. Rep. In Appl. Marine Sci. and Oc. Engrg., No. 327, College of William and Mary, Virginia Institute of Marine Science, Gloucester Point, VA, 23062.
- (5)Hamrick, J.M., 1992, A Three-dimensional Environmental Fluid Dynamics Computer Code: *Theoretical and Computational Aspects*, Special Report No. 317, Virginia Institute of Marine Science, College of William and Mary, Gloucester Point, VA 23062.
- (6)Hamrick, J.M., 1996, User ™ Manual for the Environmental Fluid Dynamics Computer Code, Special Report No. 331, Virginia Institute of Marine Science, College of William and Mary, Gloucester Point, VA 23062.
- (7)Shen, J. and A.Y. Kuo ,1999, Numerical investigation of an estuarine Front and its associated eddy, J. of waterway, port, coastal, and ocean engineering, 125(3), 127-135.



Fig. 1. Computing Grid for the Idealized Straight Channel with Constant Water depth, W = 60 km, and L = 100 km.



Fig. 2. Coriolis Force Modified Kelvin Wave Amplitude Profile Across the Channel. (a) Input sinusoidal waves at the beginning of the channel, and (b) fully developed Kelvin waves in the channel.



Fig. 3. Coriolis Force Induced Poincare Waves. (a) Fully developed first mode wave amplitude across the channel. (b) Fully developed second mode wave amplitude. (C) Fully developed third mode of Poincare waves.



Fig. 4. Contours of Wave Height Showing the Development of Kelvin Waves for a Rather Short Channel without Bottom Friction. Waves come in from the left hand side and exit at the right hand side. Input wave height = 0.6 m, constant water depth = 3m.



Fig. 5. Contours of Wave Height Showing the Effect of Bottom Friction on the Development of Kelvin Waves for a Rather Short Channel. Bottom roughness height r = 0.001 m, waves come in from the left and exit at the right hand side, input wave height = 0.6 m.



Fig. 6. Contours of Wave Height Showing the Development of Kelvin Waves for a Narrow and Long Channel with (a) r = 0 m, and (b) r = 0.001 m. Waves Come in from the left handside and exit at the right hand ide, input wave height = 0.6 m, constant water depth = 3 m.



Fig. 7. Contours of Wave Height Showing the Development of Kelvin Waves for a Narrow and Short Channel with r = 0.001 m. It shows a similar contour plot for the first 100 km given in Fig. 6b.



Fig. 8. Spectrum Analysis Showing the Development of Kelvin and Poincare Waves for an ideal Straight Channel Givne in Fig. 1 without Bottom Friction. (a) At the entrance; (b) in transition zone, and (c) in fully developed zone with the analytic solution marked as crosses and A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, etc.



Fig. 9. Computational Grid for the Chesapeake Bay.



Fig. 10. Calculated Tidal Range along the Chesapeake Bay Showing the Kelvin Waves Caused by Coriolis Force



Fig. 11. Spectrum Analysis Showing the Kelvin and Poincare Waves in the Chesapeake Bay at Stations A to F .



Fig. 11. (Continue)

## 港池振盪之數值模擬計算

李兆芳

## 摘 要

本篇文章為以港池振盪問題的數值模擬計算為主題作論述。文章的內容包 括概述、等水深邊界元素法模式、任意水深港池振盪數值模式、實際港池模擬 計算案例、以及對於本文主題的結論。在概述中先說明港池振盪計算的主要目 的,接著由文獻的回顧說明港池振盪計算在概念上和在方法上的發展。等水深 港池振盪模式應可說是港池振盪數值計算的基礎,由於邊界元素法對於這個問 題的計算相當簡便,在電腦程式的撰寫上也相當簡單,因此本文以此為軸心說 明模式的架構,至於其他數值方法的模擬於此不另敘述。任意水深港池振盪數 值模式可說是等水深問題的進一步計算,但是由於不等水深的關係,在模擬計 算上選擇有限元素法模式較有利,在此也基於此作模式的說明。實際港池模擬 計算案例中,則是儘量把國內使用過港池振盪計算的案例結果引述出來,一方 面是數值模擬成果的展示,一方面也對所使用的方法試作討論。最後則為本文 主題綜合的結語。

#### 一、概述

所謂港池振盪計算主要目的是希望了解入射波浪進入已知港池後港池內外 波浪分佈的情形,而由於港池一般都是按照當地地形而興建在形狀上都不為規 則形狀,因此目前在計算上都利用數值方法如有限元素法、邊界元素法等等作 計算分析。

<sup>\*</sup>國立成功大學水利及海洋工程系教授

在文獻回顧理論解析方面, McNown (1952)使用理論和試驗方法分析波浪入 波峰且水面為水平。就求解問題而言這樣的假設並不恰當,因為這樣的條件是 要求的未知數之一,而且這樣的條件卻和封閉港池在邊界上的條件相同,而也 這樣所得到的結果即是港池發生共振的頻率和港池自然頻率(natural frequency)相 當接近,而值得研究的確是這樣的結果合試驗的結果相當一致。Kravtchenko and McNown (1955)使用類似 McNown (1952)的方法研究矩形港池之共振問題。所得 到的結果與前人類似自然也不意外。Apte and Marcou (1954)研究具有較大開口矩 形港池連接上一個長波浪渠道的問題,然而實際問題多為港池開口面向開闊的 海洋。Biesel and LeMehaute (1956)以及 LeMehaute (1961)則研究具有各種開口如 全開、半開、開口處有水深變化、和港池內有海灘等等,而研究成果之實用化 則需要有正確的如反射係數和水深變化波浪變化等之資料。

Miles and Munk (1961)對於矩形港池直接連上開闊海域的港池振盪問題先有 分析,他們最大的貢獻在於輻射(radiation) 波浪概念的引用,波浪入侵港池後由 於港池開口產生的繞射波浪往港外輻射出去帶走部份的波浪能量,而使得港內 的波高減小。他們的分析方法使用以 Green 函數為基礎的積分方程式求解,而 所得的解也限於矩形港池的問題上。由於他們所使用的方法港口處 Green 函數 的法線微分是 Delta 函數,因此分析的結果導致波浪進入較小開口港池後卻留在 港內而無法傳出去,顯示港口愈小港池振盪愈大的矛盾現象(harbor paradox)。這 樣的結果在當時引起一陣研究爭議當然不在話下,所引起的研究風潮應是較正 面的結果。LeMehaute (1962)即認為如果在模式中引入黏性能量損失(viscous dissipation)則這樣的結果應可避免。這樣的想法應是認為過多的波浪集中應會藉 由能量損失把不合常理的部份自動消除。而這樣的想法應是導致後來在研究上 在港池開口效應上面考慮所謂開口能量損失的動機吧。

Ippen and Raichlen (1962)以及 Raichlen and Ippen (1965)利用理論和試驗研究 矩形港池開口朝向一個具有很大反射率的矩形海域,他們研究的結果顯示入射 波入侵港池將產生某一程度的波浪離開港池,因此外海海域本身必須具有良好 的消波能力才能避免這種波浪反射,進而影響到港池內波浪的計算結果。這個 研究結果或許是導引以後的研究中著重處理輻射波浪的輻射邊界條件的導因 吧。在後續研究 Ippen, Raichlen and Sullivan (1962)證實在前述矩形海域中加入人 為能量消散機制可以抵制矩形港池和矩形外海海域間互相作用的情形。 Ippen and Goda (1963)也對於矩形港池直接連上開闊海域的港池振盪問題作 研究,相較於 Miles and Munk (1961)使用 Green 函數,他們使用富利葉轉換方法 求解海域領域,而所得到的結果理論與試驗也相當符合。值得一提的在試驗中 在外海海域的部份特別設置有效的能量消減設施。綜合上述理論解析終究只限 於規則港池如矩形或圓形港池之研究,至於自然型態的港池則只能訴諸於數值 方法求解了。

對於等水深矩形或圓形港池的波浪振盪問題已經有簡單的公式可供使用。 對於封閉式矩形港池長度遠大於寬度之自然共振週期為有名的Merian公式(Ippen, 1966)。對開放式狹長矩形港池之自然共振週期則為修正 Merian 公式,以及封閉 式圓形港池之自然共振週期(Wilson, 1972)。而 Lee (1969)則利用數值解析 10 ° 和 60 ° 開口之圓形港池之波浪共振模式。

模型試驗對於港池振盪問題的研究,從過去的發展到現在進行的情形,儘 管試驗方法仍有許多它本身的困難存在,仍然是大家公認結果最為可信的方法。 模型試驗方法由於先決條件必須具備有試驗水池、造波設備、以及相關觀測量 測儀器,加上在人力方面也要有相當的經驗等等,因此這種方法可說是越來越 是成本昂貴以及需要有足夠的時間才可論及。也因此理論解析和數值方法往往 先作為先行研究,然後再決定需要進行試驗的條件,如此也可提高試驗的效率。

類似波浪在港池中產生振盪的問題,在其他領域中也有類似問題之研究。 如聲波對於任意物體形狀產生的散射,聲波輻射或物體震動的問題,電磁波對 任意形狀的散射問題等等(Lee, 1969)。就數學上邊界值問題的求解而言問題是很 相似的,但是總是問題的物理特性方面仍有某一程度的差異,這也無怪乎有所 謂隔行如隔山的說法了。

在使用數值方法進行港池振盪計算方面,Leendertse (1967)計算長波在任意 港池形狀內的傳遞問題,方法上係使用有限差分法,而在港口的水位必須是給 定的。Hwang and Tuck (1969)則計算等水深任意港池銜接開放海域的問題。所使 用的分析方法為累加由於駐波所造成的散射波,以及求解積分方程式。在所使 用的方法中他們使用 Hankel 函數為基本函數,而其強度則藉由滿足控制方程式 以及邊界條件求得,然而在開放邊界上則設定在某一距離後波浪勢函數遞降為 零。基本上這個距離仍為未知數,或可藉由試誤法(trial and error method)訂出來。 Lee (1969, 1971)和 Lee and Raichlen (1972)使用邊界元素法求解港池振盪問題。 藉由 Helmholtz 方程式基本解的使用,配合元素的概念作計算求解。由於所使用 基本解已經滿足開放邊界的邊界條件,配合邊界元素法的使用,讓整個問題的 計算變得相當簡單。

在港池振盪問題計算中,常常遇到的問題為港池地形可能不為等水深,或 者港外海域不為等水深,在不等水深海域波浪問題數值模式的計算Berkhoff (1972) 提出所謂緩坡方程式(mild slope equation)之有限元素法計算。Chen and Mei (1974) 即利用這個概念,問題領域內不等水深部份利用有限元素法模擬,而港外海域 較遠處視為等水深部份利用邊界元素法模擬作計算,這樣的組合稱為 hybrid element method, Chen (1986) and Tsay, Zhu and Liu(1989) 在港池振盪計算中則引 入海底摩差效應、岸壁部份反射以及碎波能量損失的效應等等。陳和蔡(1990)在 模式的邊界條件上引入所謂局部之輻射邊界條件希望取代過去使用的無限領域 之邊界條件。周和林(1986),周、韓和朱(1992)應用邊界元素法計算港池振盪問 題,其所使用的方式則已經延伸到三維的問題上,控制方程式為 Laplace 方程式。 Chwang, Ou and Su (1990)則引用 Lee (1969)之方法並把透水性邊界的特性加入 模式中,探討透水性邊界對於港池振盪的影響以及有效應用降低或減輕港池振 盪的問題。蘇、蔡和歐(1991)應用所謂局部型式輻射邊界條件在港池振盪的計算 中,並探討其對於計算結果的影響。

有關港池振盪數值模擬計算,目前所處的位置應在視需求而直接應用在所 關心的相關港池位置,更新的理論探討已經不多見。本文在此也多視為文獻的 再次整理與說明,希望能把理論分析的依據作更詳盡的說明。終究溫故而知新, 由本文的說明也可以稍微看出相關港池振盪仍有可為的方向。

## 二、等水深邊界元素法模式

對於港池振盪數值計算一般都由等水深港池的計算入門,這一方面問題最 簡化,而數值計算的概念卻都已經涵蓋在內。數值方法計算等水深港池振盪, 一般應有使用有限差分法、有限元素法、以及邊界元素法。而就處理任意幾何 形狀的港池而言,後兩者有其方法上先天的優點。而就所發展電腦程式的大小 而言,第三者更有其輕薄短小的優點。因此在此也就邊界元素法模式加以說明。

所考慮的問題如圖一所示,平直海岸線上有一任意形狀港池,港池為單一

開口向外海,外海也考慮等水深海域。當任意角度入射波進入所考慮問題領域, 則希望能模擬港池內外波浪分佈的情形。在求解方法上,問題領域分成第(I)區 的外海,以及第(II)區的港池。問題中的波浪勢函數和水位均表示如下

 $\boldsymbol{h} = A_i \times f(x, y) \times e^{-iwt} \quad \dots \quad (2-2)$ 

式中 $A_i$ 為入射波浪的振幅, g為重力常數, w為波浪角頻率, K為波浪周 波數,表示式中和平面座標相關的為f(x,y),以下將以此函數描述所要求解的 問題。由於所考慮的問題為等水深,因此控制方程式可以表出為 Helmholtz 方程 式

$$\frac{\P^2 f}{\P x^2} + \frac{\P^2 f}{\P y^2} + k^2 f = 0$$
(2-3)

第()區含入射波  $f_i$ ,反射波  $f_r$ ,及受到港口影響產生之繞射波  $f_s$ ,而所要求解的為  $f_s$ 。第()區內要求的則為港內之波浪  $f_2$ 。所需邊界條件,就第()區而言,除港池開口之銜接條件外,在平直海岸上

代入 $f_I = f_i + f_r + f_s$ ,配合全反射波條件

$$\frac{\P(f_i + f_r)}{\P n} = 0$$
 (2-5)

則得

\_

$$\frac{\P f_s}{\P n} = 0 \tag{2-6}$$

另外,繞射波為離開港口往外海輻射出去,需符合所謂的 Sommerfeld 輻射條件。

至於第()區則控制方程式,同為 Helmholtz 方程式,邊界條件除港口之銜 接條件外,則為港池邊界條件。若港池皆為全反射,則

 $\frac{\P f_2}{\P n} = 0 \qquad (2-7)$ 

而港口之銜接條件為速度連續及壓力連續可寫出為

 $\frac{\P(f_i + f_r + f_s)}{\P n} = \frac{\P f_2}{\P n} \qquad (2-8)$ 

$$f_i + f_r + f_s = f_2$$
 ......(2-9)

以上所列出的為最簡單的情形,實用上各種不同的邊界條件皆可加入數值 模式中。

利用邊界元素法求解上述的邊界值問題,基本上這是含有兩個區域的問題, 可分別針對各個領域分別列出邊界元素方程式,然後再藉由銜接邊界條件把兩 個領域的方程式連接起來。由控制方程式導出邊界積分式,配合使用 Helmholtz 方程式之 Weber 基本解,則第()區港內邊界值問題之邊界積分方程式可寫為

式中上標 *i* 表示 source point ,  $H_0^{(1)}$ 為零階第一種類之 Hankel 函數其為 Helmholtz 方程式之基本解 (fundamental solution)。使用元素的概念 , 把邊界分 成若干元素 , 同時上述式子 source point  $f_2^i$ 計算在各元素上 , 則可得矩陣式

 $[H]{f_2} = [G]\dot{I}\frac{\P f_2 \ddot{U}}{\P n \dot{P}} \qquad .....(2-11)$ 

式中[H]和[G]分別為係數矩陣。值得留意的若引入港池邊界之條件,則

此時需注意的,積分邊界除港池開口,平直海岸外,亦會有一無限遠之假 想邊界。在無限遠之假想邊界上繞射波 f。趨近於零,同時 H<sup>(1)</sup>亦趨近於零。 在平直海岸線上,

$$\frac{\P f_s}{\P n} = 0 \qquad \dots \qquad (2-15)$$

且

因為  $\bar{r}$  方向和  $\bar{n}$  方向互相垂直。又在港口邊界

因此,上述邊界積分式(2-14)可化簡為只剩港口邊界之積分式

$f_{s}^{i} = \frac{i}{2} \grave{\Phi}_{B} H_{0}^{(1)} \times \frac{\P f_{2}}{\P n} ds \qquad (2-18)$
上式中 AB 表港口開口。在港池開口
$\frac{\P f_s}{\P n} = -\frac{\P f_2}{\P n} \tag{2-19}$
則式子(2-18)可改寫為
$f_s^i = -\frac{i}{2} \grave{\Theta}_{\mathcal{B}} H_0^{(1)} \times \frac{\P f_2}{\P n} ds \qquad (2-20)$
引進前述港口邊界所使用元素之概念 , 上式可寫出矩陣式
${f_s}_{L'1} = [B]_{L'L} {C}_{L'1}$ (2-21)
由第()區之定義 $f_I = f_i + f_r + f_s$ ,則式子(2-21)可寫成
${f_I} - {f_i + f_r} = [B]_{L'L} \{C\}_{L'1}$ (2-22)
再利用港口處壓力連續之條件, $f_1 = f_2$ ,則式子(2-22)可寫出矩陣式
$[M] \times \{C\} = [B] \times \{C\} + \{f_i + f_r\} \qquad (2-23)$
由移項整理可得
$\{C\} = ([M] - [B])^{-1} \{f_i + f_r\} \qquad (2-24)$

由上式入射波  $f_i$ 已知,反射波  $f_r$ 由全反射計算出,另由邊界元素法算出係 數矩陣[M]和[B],則港口邊界上各元素位置之  $C \circ \frac{\P_2}{\P_n}$ 即可計算。而由此,則 港池邊界上的  $f_2$ 值即可算出,另外平直海岸之  $f_s$ 值亦可計算出來。

至此,港池內任意位置之函數值亦可算出

而波浪的放大因子 (amplification factor)可表出為

式中分母為入射波加上反射波,即以全反射波浪之振幅作為參考值表出港 內波浪之變化。而港內和港外之波浪分佈情形皆可算出。至此,則對於利用邊 界元素法計算等水深港池振盪問題的描述也告一段落。

以上為描述使用 Weber 基本解,配合邊界元素法,計算等水深港池振盪問題之主要架構,至於其他相關之計算,如元素之選擇以及元素之積分計算,Hankel函數之計算等等,可參考 Lee(1969)或其他邊界元素法之參考書籍。

## 三、任意水深港池振盪模式

考慮任意形狀不等水深港池以及具有緩變水深變化之近岸海域(如圖二所示),港口附近配置有防波堤等突出外海人工結構物。所要計算的問頭為波浪入 侵港池海域時,海域波浪的分佈情形,同時要了解哪種週期的波浪入侵港池內, 哪個位置會產生較大的波浪。分析這個問題的基本概念是,當入射波浪自外海 傳入海域時,在港口外海域由於受到水深地形變化、海岸線防波堤配置等之影 響,將產生反射波浪,以及由於受到港池開口之效應,將產生所謂繞射波浪, 而波浪傳入港內後則受到港池內結構配置之影響也產生變化。而整個波浪場則 由入射波、反射波和繞射波,以及港域內波浪互相連結起來形成所要求解的波 浪場。利用數值模擬求解此一問題的方法,是將問題領域分為外海處半無限領 域以及包括港池海域之有限領域等兩個區域。如圖二所示,有限領域並不限於 只包括港池,而可以包括防波堤所保護的港池以及防波堤外的部分港池外海域。 而有限領域所以這樣圈定,其原因在於反射波的計算,藉由海岸線延伸的直線 反射波才能由給定的入射波直接計算。半無限領域則為有限領域以外的海域, 為由銜接邊界和無限邊界所圈劃出來,銜接邊界為有限領域在外海部分的邊界,
無限邊界則為一假想邊界延伸到無限遠處,值得留意的是銜接邊界和無限邊界 都取為半圓形,主要目的在於讓具有輻射現象的繞射波浪能夠輻射出去通過無 限邊界。在這樣的概念下,基本上入射波是已知給定的,而反射波則是由海岸 線所延伸出去的直線所造成的,可由所給定的入射波直接由入反射波計算方法 直接算出,相對於入射波也可說是已知表示式的。而未知的部分則為半無限領 域的繞射波,以及有限領域內的波浪場。在一般的模擬計算中,由於問題中所 關心的為港池內或者港口附近的波浪變化,半無限領域的部份或較遠離港池或 者以為較深水的海域,而也為數值計算方便起見,因此半無限領域一般的假設 為等水深,而相對的有限領域則為緩變之不等水深區域。另外,這裡所描述的 內容入射波浪為單一週期規則波之線性理論,所求解的則為穩定週期性運動的 問題。

如圖二所示,所取之直角座標系統為 X 軸與海岸線平行, Y 軸向外海為正, Z 軸垂直向上為正, Z=0 為靜水面。外海半無線領域及有限領域別以領域 及 稱之,領域 及領域 之相連邊界為半徑 R<sub>0</sub>之半圓,以B<sub>1</sub>表示。領域 則包 含了港池內及港外半徑 R<sub>0</sub>之半圓區內水域部分,所包括海岸邊界、防波堤邊界 及港池岸壁邊界以 B<sub>2</sub>表示。假設領域 為等水深 h<sub>1</sub>,領域 之水深變化為 h<sub>2</sub>(x,y),各領域內之水面波形變化為**h**<sub>j</sub>(x,y,t),j=1,2,以下文中下標代表所屬 領域。入射波浪**h**<sub>i</sub>(x,y,t)之振福為 A<sub>i</sub>,週期為 T(波長為 L,週波數為K),波向 為與正 X 軸成 **q**<sub>0</sub>角度,其複數表示為:

 $\mathbf{h}(x, y, t) = A_t e^{-i[K(x\cos q_b + y\sin q_b) - w]}$ (3-1)

式中 為入射波之角頻率 ( $=2\mathbf{p}/T$ )。各領域內水位變化 $\mathbf{h}_{j}(x, y, t)$ 可表示 為

 $h_i(x, y, t) = f_i(x, y)e^{iwt}$ , j=1,2.....(3-2)

式中 $f_1(x,y)$ 及 $f_2(x,y)$ 分別稱為領域 及領域 之波浪水位函數。所求解海 域波浪場之數學模式可表示如下:

(1) 控制方程式:

$$\tilde{N}^2 f_1 + K_1^2 f_1 = 0$$
 在領域 內......(3-3)

式中 $\tilde{N} = (\frac{\P}{\P_x}, \frac{\P}{\P_y})$ 為二維梯度運算子, $c_2 = L_2 / T$ 為波數, $c_{2g} = kc_2$ 為群速。 其中 $\kappa$ 定義為

 $\mathbf{k} = 0.5 [1 + 2K_2 h_2 / \sinh(2K_2 h_2)] \dots (3-5)$ 

式中 $k_2 = 2\mathbf{p}/L_2$ 為周波數 上述 (3-3)式為 Helmholtz方程式之型態,(3-4) 式則為緩坡方程式(mild slope equation)。

(2) 邊界條件:

式中*ñ*表示邊界面上離開領域向外之單位法線向量,(3-7)式中a表示邊界上 之消能係數,其值與波浪入射角、相位及港池岸壁之反射係數有關。

外海領域 之波浪水位函數  $f_1$ ,除了包括入射波  $f_i$ 外,還包括受到直線海 岸線影響產生的反射波  $f_r$ 及受到防波堤配置和港池開口影響而向外傳播之散射 波  $f_s$ ,因此  $f_1$ 可表示為

 $f_1 = f_i + f_r + f_s$  .....(3-9)

其中散射波 f<sub>s</sub> 係由港池開口往外海方向輻射出去,在無窮遠處滿足波浪輻射條件:

$$\lim_{k_0 r \otimes \neq} \sqrt{r} \underbrace{\overset{\otimes}{\mathsf{C}}}_{\mathsf{e}} \P + iK \underbrace{\overset{\circ}{\div}}_{\varphi} f_s = 0 \quad \dots \tag{3-10}$$

對於上述邊界值問題,本文介紹的方法對於領域 使用理論解析法,領域 使用有限元素法合併求解。

外海半無限領域 入射波之波浪水位函數 f, 可表示如下:

式中 $e_0 = 1$ ,  $e_n = 2(n = 1, 2...)$ ,  $J_n$ 為第一類 n 階 Bessel 函數, (r, )為極座 標,  $i = \sqrt{-1}$ 。由於海岸線為直線, 則反射波之波浪水位函數  $f_r$  可表示如下:

散射波 ƒ, 滿足荷姆茲方程式(3-3)式及輻射條件 , 其解可表出為

$$f_s = \mathop{\mathsf{a}}\limits_{n=0}^{*} H_n^1(K_0 r) [\mathbf{a}_n \cos(n\mathbf{q}) + \mathbf{b}_n \sin(n\mathbf{q})] \quad \dots \quad (3-13)$$

式中 $H_{u}^{1}$ 為第一類的 n 階 Hankel 函數,  $a_{u}$ 及 $b_{u}$ 為待定之未知係數。

對於領域 有限港域之求解,由於不等水深之條件,在數值模擬計算上應 以使用 domain method 計算較為合適,本文則介紹有限元素法。使用有限元素法 求解領域 ,控制方程式為緩波方程式(3-4)式,文獻中有使用所謂泛函數 (functional)求解者。這個方法為針對所要求解問題先得到一個泛函數,此泛函數 的變分(variation)運算將足以讓問題的邊界值問題(boundary value problem)完全重 現,意即此泛函數即代表所要求解的問題,對於這點一般都是需要證明的。而 在求解上則利用有限元素的概念代入函數中,然後令泛函數一次變分為零,建 立聯立方程式求解。這個方法的困難之處在於泛函數的式子得來不易,一般都 是利用到果為因、倒推的方法,加上聰明才智盡力去求得。而這個方法的最大 優點在於所求解問題並不限於線性問題,其實其最大的威力(power)更在於非線 性問題上面。對於線性問題其實即可以利用加權殘差法(weighted residual method) 按部就班輕鬆得到,避開泛函數的得來不易。領域的泛函數型式可表出為

$$F = \frac{1}{2} \overset{\bullet}{\underset{w}{\overset{\bullet}{e}}} c_{2}c_{2g} (\tilde{N}f_{2})^{2} - \overset{\bullet}{\underset{v}{\overset{\bullet}{e}}} \frac{c_{2g}}{C_{2}} \overset{\bullet}{\overset{\bullet}{\overset{\bullet}{g}}} w^{2}f_{2}^{2} \overset{\bullet}{\overset{\bullet}{u}} dA$$
  
+  $\grave{Q}_{1}c_{1}c_{1g} (-\frac{1}{2}f_{1} + f_{2}) \frac{\Pf_{1}}{\Pn} dS - \frac{1}{2} \grave{Q}_{1}c_{1}c_{1g} (f_{i} + f_{r}) \frac{\Pf_{1}}{\Pn} dS$  .....(3.14)  
+  $\frac{1}{2} \grave{Q}_{2}iaK_{2}f_{2}^{2}dS$ 

對於上式(3-14)使用一次變分,再配合部份積分以及 Green 定理,可得 -  $\underset{W}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{2}C_{2g}\tilde{N}^{2}f_{2} \times df_{2} \times dA + \underset{B_{1}}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{1}C_{1g}\frac{\P_{1}}{\P_{n}} + C_{2}C_{2g}\frac{\P_{2}}{\P_{n}}) \times df_{2} \times dS$ +  $\underset{B_{1}}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{1}C_{1g}(-f_{1}+f_{2}) \times \frac{\P df_{1}}{\P_{n}} \times dS + \frac{1}{2} \underset{B_{1}}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{1}C_{1g}(-df_{s}\frac{\P f_{s}}{\P_{n}} + f_{s}\frac{\P df_{s}}{\P_{n}}) \times dS$  .....(3-15) +  $\underset{B_{2}}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{2}C_{2g}(\frac{\P f_{2}}{\P_{n}} + iaK_{2}f_{2}) \times df_{2} \times dS - \underset{W}{\overset{W}{\longrightarrow}}C_{2}^{C_{2g}}W^{2}f_{2} \times df_{2} \times dS = 0$ 

上式中, 第四個積分項由於 f<sub>s</sub>和 df<sub>s</sub>均滿足 Laplace 方程式, 因此可由 Green 定理證明該項積分為零。另外由整個式子為零, 亦可推論出領域 的控制方程 式和邊界條件均可重現。

利用(3-14)式配合有限元素法計算,可使用二維元素的概念,將領域 以有限元素建立數值計算網格,然後將函數表示式以元素上節點之函數值表示,元素 上之函數 f<sup>e</sup>、波速c<sup>e</sup>、群速度c<sup>e</sup><sub>g</sub>及波速與群速度之比**k**<sup>e</sup>可利用節點上之函數值 表示如下:

 $f^{e} = \bigotimes_{i=1}^{M} \mathbf{x}_{i} f_{j}^{e} = \{\mathbf{x}^{e}\}^{T} \{f^{e}\}$ ....(3-16a)

$$c^{e} = \mathop{\mathsf{a}}_{j=1}^{M} \mathbf{x}_{j} c_{j}^{e} = \{\mathbf{x}^{e}\}^{T} \{c^{e}\} \quad \dots \qquad (3-16b)$$

$$c_{g}^{e} = \mathop{\mathsf{a}}\limits_{j=1}^{M} \mathbf{x}_{j} c_{gj}^{e} = \left\{ \mathbf{x}^{e} \right\}^{T} \left\{ c_{g}^{e} \right\} \qquad (3-16c)$$

 $\boldsymbol{k}^{e} = \overset{M}{\overset{}_{\boldsymbol{j}=1}} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{j}} \boldsymbol{k}_{\boldsymbol{j}}^{e} = \left\{ \boldsymbol{x}^{e} \right\}^{T} \left\{ \boldsymbol{k}^{e} \right\}$ (3-16d)

式中上標 e 表示元素,下標 j 表示節點位置,符號{}表示行矩陣, x<sup>e</sup><sub>j</sub>為節 點之形狀函數。將上述表示式代入泛函數(3-14)式,然後把所有元素的結果累加 起來得到整個領域的矩陣式,再令泛函數一次變分為零,則可得到用以求解之 聯立方式組。最後整理得到之矩陣方程式為

 $[K]_{N'N} \{f_2\}_{N'1} = \{Q\}_{N'1} \qquad (3-17)$ 

式中[K]為一對稱的勁度矩陣,N 為領域之節點總數。由(3-17)式可以利用 高斯消去法求解節點之波浪水位函數值。在此須注意的為,(3-14)式中相關到第 I 區的函數表示式均需利用到入射波(3-11)、反射波(3-12)、繞射波(3-13)的表示 式代入計算。

對於上述利用泛函數方法計算的方式也可利用加權殘差法的概念取代,這 種作法為將控制方程式乘上加權函數對問題領域作積分,然後高階微分項作部 份積分引入邊界條件。由(3-4)式配合使用加權函數或用形狀函數z可得

$$- \underset{w}{\overset{}}{w} \overset{}{v} \varkappa (C_2 C_{2g} \overset{}{\mathsf{N}} f_2) dA + \underset{w}{\overset{}}{\overset{}}{v} \overset{}{c}_{2g} \overset{}{w} \varkappa \mathscr{I}_2 dA + \underset{s}{\overset{}}{v} \varkappa C_2 C_{2g} \frac{\P f_2}{\P n} dS = 0$$
(3-18)

式中第三項邊界積分可分成港池開口以及港池其餘邊界,分別代入 Neuman 形式邊界條件,然後配合使用元素的概念整合得到矩陣式,再代入 Dirichlet 形 式邊界條件,最後求解矩陣得到領域中節點的函數值。

#### 四、實際應用案例

由前述介紹的港池振盪數值模式,目前都已經應用到實際的海域地形。以 最近國外的文章為例子, Jeong, et al (1996), Demirbilek, Xu and Panchang (1996), Murakami, Yoshida and Irie (1999) 除了應用模式在實際地形,也都進一步探討目 前模式在應用上如何再進一步改進模式等,如數值模式中外海海域都假設為等 水深、海岸線為全反射條件等,又開放邊界上的條件如何更進一步模擬實際的 海域情形等等。

在國內港池振盪數值模式的發展和應用,主要為因應計算國內各港灣相關 改善計畫而產生。所模擬計算案例應以花蓮港案最為大家所熟悉,當初為由港 研所主導,針對花蓮港務局委託港研所對花蓮港改善計畫研究的結果作一公開 的研討,希望能藉由大家的研討作出一個能實際改善花蓮港港池振盪的方法。 台灣東部海岸由於長浪侵襲情形相當明顯,因此港灣改善計畫都或多或少有進 行港池振盪計算檢討,如蘇澳港擴建工程案,即考慮到防波堤延伸方向以及長 度對港池內穩靜度的影響。台灣西岸雖然不像東岸那樣由所謂長浪造成港池穩 靜問題,但是港池振盪計算也提供港灣海域波浪分佈情形之結果,因此西部海 域也有進行類似的數值模擬,如高雄左營港第二港口的設置,即利用港池振盪 計算的概念探討第二港口的設置對於港域波浪分佈的影響。

本文雖然在前面章節說明數值模式理論架構,其目的只在對於數值模式的 計算程序作詳細的說明,至於模式計算結果的驗證與結果精確度的討論,由於 已經有不少的文獻成果,在此則不再另為敘述。倒是在模式的實際應用上,給 定一已知港池需要計算港域波浪的分佈情形,如何圈定所要計算的海域和港池 範圍,配合數值模式的理論基礎,則是本文所要另外闡述的一個重點。以下本 文則以花蓮港作為說明的對象。如圖三所示為花蓮港附近海域地形,給定這樣 的地形要把前述港池振盪數值模式套上來計算,首先遇上的困難便是模式的地 形架構根本無法套上,因為所謂平直海岸線在這種情形根本是不存在的,那麼 解決之道就事在人為。圖四即為一種作法,雖然港池開口與海岸線大約垂直, 仍然得就這區域的海岸線找出可拉直線的範圍,然後就港池開口的位置圈出一 個半圓,半圓以內即為有限港域的部份,半圓以外則為外海海域的部份。如此 定出的數值模式計算領域,優點在於前述的數值模式可以直接應用,但是缺點 則為計算所用的元素個數會不少,如使用三角形元素,則數值計算領域的有限 元素格網如圖五所示,圖中所使用三角形元素個數有 98296 個,而節點個數則 有 49985 個。

數值計算領域的選取若配合數值模式的理論設限 , 除了前述的問題之外 , 另外值得思考的問題也因應而起。由圖四可看出 , 入射波浪由外海進入有限港

域後,到達港口之前,由於港口前方到所取半圓這個區域仍有海岸地形變化, 因此波浪由半圓位置到達港口會有所謂淺化的現象折射和繞射產生,然後波浪 才進入港池內。因此在考慮港池內波浪水位的放大因子時候,如(2-26)式,分母 所出現的全反射波將是外海的給定量,而非港口處的值,這時候港口以外海域 的地形變化,對於港池振盪的影響分析將是另一重要的課題。

另外值得一提的,前述左營港第二出口的設置探討,由於第二出口的設置, 港池變為有兩個開口,此時要計算港池振盪問題,前述的數值模式理論架構顯 然無法使用。如果以理論先來考慮,入射波分別由兩個港口進入港池,將先有 所謂位相差,然後分別藉由平直海岸線產生反射波,當然受到兩個港池開口的 影響,兩個港口都有繞射波浪產生,分別往外海傳遞繞射出去。如此很自然的 作法,便是在兩個港口分別取兩個半圓,讓繞射波浪分別輻射出去。而所關心 的港內波浪放大因子,此時似乎只好使用外海的全反射波浪了。

# 五、結語

港池振盪數值模式的基本架構以目前而言可說發展已經相當完善,真正 遇上的問題可能多在實際應用上,所考慮港域地形無法完全的套入理論架構 上,因此,新的數值模式理論架構因應而生。本文撰寫的出發點,乃是由基本 港池振盪數值模式的介紹,包括等水深邊界元素法模式和任意水深港池振盪有 限元素法模式,讓讀者對於數值模式有清楚的認識後,在藉由實際應用計算案 例,花蓮港池振盪計算,說明數值模式使用所應有的考慮,以及因應問題特性 在模式應用上值得思考的方向。文章開始也作文獻的回顧讓讀者有個港池振盪 模式發展的概念,不過這部份和以往的文獻內容可能大同小異,能夠說的或許 有較清楚的概念罷!而由實際應用案例檢討結果,在港池振盪計算中,港池開 口附近的海岸地形所產生的波浪淺化作用對於港池振盪計算結果的影響值得進 一步研究。另外,港池若有兩處開口,給定入射波應有位相差的考慮,以及兩 個開口分別有繞射波的想法也可以作一參考。

參考文獻

(1) Apte, A.S. and Marcou, C., Seiche in Ports, Proc. of the Fifth Conference on

Coastal Engineering, Grenoble, France, pp.85-94, 1954.

- (2) Berkhoff, J.C.W., Computation of Combined Refraction Diffraction, Proc. 13<sup>th</sup> Coastal Engineering Conference, 1972.
- (3) Biesel, F. and LeMehaute, B., Mouvements de Resonance a Deux Dimensons dans une Enceinte Sous L'Action d'Ondes Incidentes, LaHouille Blanche, July-August, pp.348-374, 1956.
- (4) Chen, H.S., Effects of Bottom Friction and Boundary Absorption on Water Wave Scattering, Applied Ocean Research, Vol.8, pp.99-104, 1986.
- (5) Chen, H.S. and Mei, C.C., Oscillations and Waves Forces in an Offshore Harbor, Ralph M. Parsons Laboratory, Report No.190, MIT, 1974.
- (6) Chwang, A.T., Ou, S.H. and Su, C.H., Wave Oscillations inside Porous Wall Harbors, Proc. the 5<sup>th</sup> Conference on Hydraulic Engineering, Taiwan, ROC, pp.853-868, 1990.
- (7) Demirbilek, Z., Xu, B. and Panchang, V., Uncertainties in the Validation of Harbor Wave Models, Proceedings of the International Conference on Coastal Engineering, pp.1256-1267, 1996.
- (8) Hwang, L.S. and Tuck, E.O., On the Oscillations of Harbors of Arbitrary Shape, Submitted to J.F.M. (publication pending) 1969.
- (9) Ippen, A.T., Editor, Estuary and Coastline Hydrodynamics, McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.
- (10) Ippen, A.T. and Goda, Y., Wave Induces Oscillations in Harbors: The Solution for a Rectangular Harbor Connected to the Open Sea, Report No.59, Hydrodynamic Laboratory, MIT, 1963.
- (11) Ippen, A.T. and Raichlen, F., Wave Induced Oscillations in Harbors: The Problem of Coupling of Highly Reflective Basins, Report No.49, Hydrodynamics Laboratory, MIT, 1962.
- (12) Ippen, A.T., Raichlen, F. and Sullivan, R.K., Wave Induced Oscillations in Harbors: Effect of Energy Dissipators in Coupled Basin Systems, Report No.52, Hydrodynamics Laboratory, MIT, 1962.
- (13) Jeong, W.M., Chae, J.W., Park, W.S., and Jung, K.T., Field Measurements and Numerical Modeling of Harbor Oscillations during Storm Waves, Proceedings of the International Conference on Coastal Engineering, pp.1256-1267, 1996.
- (14) Kravtchenho, J. and McNown, J.S., Sciche in Rectangular Ports, Appl. Math.,

Vol.13, pp.19-26, 1955.

- (15) Lee, J.J., Wave-Induced Oscillations in Harbors of Arbitrary Shape, Report KH-R-20, W.M. Kerk Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California, Institute of Technology, Berkeley, California, 1969.
- (16) Lee, J.J., Wave-Induced Oscillations in Harbors of Arbitrary Geometry, J.F.M., Vol.45, pp.375-394, 1971.
- (17) Lee, J.J. and Raichlen, F., Oscillations in Harbors with Connected Basins, J. Waterways, Ports, Coastal and Ocean Engineering Division, ASCE, Vol.98, No.Ww3, pp.311-332, 1972.
- (18) Leendertse, J.J., Aspects of a Computational Model for Long Period Water Wave Propagation, Memorandum, RM-5294-PR, The Rand Corporation, 1967.
- (19) LeMehaute, B., Theory of Wave Agitation in a Harbor, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.87, No.Hy2, pp.31-50, 1961.
- (20) LeMehaute, B., Discussion of the paper "Harbor Paradox" by J. Miles and W. Munk, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol.88, No.WW2, pp.173-185, 1962.
- (21) McNown, J.S., Waves and Seiche in Idealized Ports, Gravity Wave Symposium, National Bureau of Standards, 1952.
- (22) Miles, J. and Munk, W., Harbor Paradox, J. Waterway and Harbors Division, ASCE, WW3, pp. 111-130, 1961.
- (23) Murakami, K., Yoshida, A. and Irie, I., Characteristics of Harbor Oscillation and Ship Motion Induced by Long Period Waves, Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Engineering Conference, Brest, france, May 30-June 4, pp.552-557, 1999.
- (24) Raichlen, F. and Ippen, A.T., Wave Induced Oscillations in Harbors, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.91, No.Hy2, pp.1-26, 1965.
- <sup>(25)</sup> Tsay, T.K., Zhu, W. and Liu, P.L-F., A Finite Element Model for Wave Refraction, Diffraction, Reflection and Dissipation, Applied Ocean Research, Vol.11, No.1, pp.33-38, 1989.
- (26) Wilson, B.W., Seiches, Advanced Hydroscience, Vol.8, pp.1-94, 1972.
- (27) 周宗仁和林炤圭,應用邊界元素法解析任意地形及水深之港池水面波動 問題,第八屆海洋工程研討會論文集,第111-129頁, 1986.
- (28) 周宗仁、韓文育和朱忠一, 消波式碼頭對港內水面振動之影響, 第六屆

水利工程研討會論文集,第668-679頁, 1992.

- (29) 陳柏旭和蔡丁貴,局部輻射邊界條件在水波數值模式上的應用,中華民國第十二屆海洋工程研討會論文集,第1-18頁,1990.
- (30) 蘇青和,多孔消波體波能消散解析及其應用於港池之研究,博士論文, 國立成功大學水利及海洋工程研究所,民國八十二年。
- (31) 蘇青和 蔡丁貴和歐善惠,數值方法及輻射邊界在港池共振應用之探討, 中華民國第十三屆海洋工程研討會論文集,第23-37頁,1991.



# 圖一 等水深港池振盪數值模擬示意圖



圖二 任意水深港池振盪模擬問題示意圖



# 圖四 花蓮港港池振盪計算數值領域圖



圖五 花蓮港港池振盪有限元素格網圖

# 近岸颱風波浪推算之研究

歐善惠<sup>1</sup> 廖建明<sup>2</sup> 許泰文<sup>1</sup> 臧效義<sup>3</sup> 鄧秋霞<sup>4</sup>

## 摘 要

為了推算近岸地區之颱風波浪,本文使用有限元素法建立波浪數值模 式,用以模擬外海風浪之生成發展及其在近岸海域之傳遞特性。文中理論 架構於波浪作用力平衡方程式,而波浪非線性交互作用和能量成長與消散 的機制模擬方面,則以第三代風浪模式為基礎。本文同時利用球面座標之 控制方程式,使模式能適用於大範圍海域之計算並提高數值計算之精度。 在模式之建立方面,以分步法之數值技巧降低控制方程式之維度以節省記 憶空間和計算時間;並使用有限元素法計算不規則海岸邊界及複雜地形, 改善前人使用巢狀格網逐步計算的繁複過程。模式驗證方面,由氣壓分佈 資料利用海面風場模式生成所需之風場,進行東吉島 1995 年 1 月至 3 月之 季風風浪推算及碧利斯颱風侵台時颱風波浪之推算,經與實測數據比較, 結果呈現合理之一致性。

#### 一、前言

台灣位於北太平洋西部,四周環海,地處亞熱帶,因其地理位置特殊, 故在夏秋兩季常受到颱風的威脅。近年來台灣致力於海上資源的開發,港 口興建與海岸工程日益增多,為了防範海岸地區受到颱風波浪的破壞,建 立合適的波浪模式來模擬颱風造成海岸地區的波浪變化為首要任務,良好 的 波 浪

<sup>1</sup> 國立成功大學水利及海洋工程學系教授

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>國立成功大學水利及海洋工程研究所博士班研究生

3國立台灣海洋大學河海工程學系副教授

4國立成功大學水利及海洋工程研究所碩士班研究生

模式不僅可以有效預測出巨浪發生時間及波壞區域,更可作為日後設計港 灣結構物之標準,因此本文之目的即是建立一套適用於台灣海岸之波浪數 值模式,期能對海岸工程之設計規劃有所助益。

波譜預報數值模式首先是由 Gelci 和 Vassal (1957) 提出,大致上可將 整個波譜數值計算模式分成三個階段,分別稱之為第一、第二及第三代波 譜法。西元 1970 年以前的波譜法統稱為第一代波譜法,如日本學者 Uji 和 Isozaki (1972) 的 MRI 模式,義大利學者 Cavaleri 和 Malanotte-Rizzoli (1981) 的 VENICE 模式。歐美國家於 1968 年在北海進行一大型現場觀測 計畫稱為 JONSWAP ,其研究成果指出不同成份波之間的非線性交互作用 對波譜發展有極為重要之影響,此一論點造就了新一代波譜法的產生,1970 年至 1985 年中所發展出的風浪模式可稱之為第二代波譜法 SWAMP (1985) 將第一代與第二代波譜法作一系統的整理,分析出未來風浪模式應改進之 處,而近十年來吾人對於波浪演化的過程亦有較明確的瞭解,對波譜的發 展並不加以任何的限制與規定,此類風浪模式有效改善第一代與第二代風 浪模式的缺失,稱之為第三代波譜法,如 WAMDI (1988) 所提出的第三代 風浪模式 WAM (WAve Model)及 Tolman (1989) 加入潮流對波浪的影響而 發展的 WAVEWATCH 模式。

最近幾年由荷蘭 Delft 大學主導發展之波浪模式 SWAN (Simulating WAves Nearshore) (Booij 等人, 1996), 具有第三代風浪模式的特徵, 且有預測近岸海域風浪之功能。此模式已由學者 Holthuijsen 等人 (1997) 和 Booij 等人 (1998) 以實測風浪資料驗證其可行性。而歐等人 (1999, 2001) 也曾利用 SWAN 模式對侵襲台灣之颱風風浪做過一系列之研究與模擬, 但由於台灣海岸地形的複雜與多變, 為求解析上的精確度, 遂利用 SWAN 模式之巢狀格網功能逐步縮小解析範圍, 此一做法雖能有效提高波浪解析的精確度, 但建立格網的前置作業卻相當繁複費時。因有限元素法之不規則格網有利於不規則邊界與地形變化較劇烈處的格網加密, 為改進計算流程與提高精確度, 本文以有限元素法為基礎來解析波浪作用力平衡方程式, 同時也利用第三代風浪模式之各項特徵, 架構成適用於近岸與遠域波浪模擬之波浪模式。

### 二、理論方法

由 Bretherton 和 Garrett (1968) 利用荷米頓法則(Hamilton principle) 推導出單一成份波浪作用力平衡方程式(the wave action balance equation),考慮波譜的形式表示,則通用型態之波浪作用力平衡方程式可 表示為

$$\frac{\P}{\P t}(NJ) + \frac{\P}{\P x}(C_xNJ) + \frac{\P}{\P y}(C_yNJ) + \frac{\P}{\P s}(C_sNJ) + \frac{\P}{\P q}(C_qNJ) = \frac{JS_{total}}{s} \dots \dots (1)$$

式中  $N = N(t, x, y, k_x, k_y)$  為波浪作用力密度波譜 ,  $C_x \ C_y \ C_s$  與  $C_q$  分 別表示波浪作用力在 x, y, s 與 q 空間中之傳遞速度 , 轉換因子  $J = C_g / |k|$  , 等號右側之  $S_{total}$  表示為波浪成長與消散之來源項。利用微分 法則 , 則式 (1) 存在下列關係

$$J[\frac{\P N}{\P t} + \frac{\P}{\P x}(C_x N) + \frac{\P}{\P y}(C_y N) + \frac{\P}{\P s}(C_s N) + \frac{\P}{\P q}(C_q N)] + N(\frac{\P J}{\P t} + C_x \frac{\P J}{\P x} + C_y \frac{\P J}{\P y} + C_s \frac{\P J}{\P s} + C_q \frac{\P J}{\P q}) = \frac{JS_{total}}{s}$$
(2)

若轉換因子在 x、y、s、q 空間緩慢變化時,則式 (2)中之第二項可視 為零,而式 (2)則可表示成

$$\frac{\P N}{\P t} + \frac{\P}{\P x}(C_x N) + \frac{\P}{\P y}(C_y N) + \frac{\P}{\P s}(C_s N) + \frac{\P}{\P q}(C_q N) = \frac{S_{total}}{s} \dots (3)$$

上式則為簡化之波浪作用力平衡方程式。考慮計算大範圍波浪場時,地球 曲率會影響波浪的傳遞,為使模式適用於大範圍之波浪場變化的計算,本 文利用球面座標上之波浪作用力平衡方程式,如

$$\frac{\P N}{\P t} + \frac{\P}{\P I} (C_I N) + (\cos f)^{-1} \frac{\P}{\P f} (C_f N) + \frac{\P}{\P s} (C_s N) + \frac{\P}{\P q} (C_q N) = \frac{S_{total}}{s} \dots \dots (4)$$

式中  $C_1$ 、  $C_f$ 、  $C_s$  與  $C_q$  為空間之傳遞速度。而波浪作用力平衡方程式 其右側成長與消散項 ( $S_{total}$ )表示波浪在傳遞過程中所產生之能量成長與 消散,若以波浪條件來分類各種成長與消散機制,波浪在深海中,主要之 波浪成長與消散為風浪成長、白沫消散與非線性交互作用;在中間性水深 時則需要考慮底床摩擦所造成之底床摩擦消耗;淺水時則需要加入因碎波 形成之碎波消耗與淺水時所產生之非線性效應。

# 三、數值模式

本文首先利用分步法(Fractional step method) 將複雜的波浪作用力平 衡方程式分解成三個物理概念上相同的空間加以求解,使方程式之維度降 低,且可針對不同物理特性之空間,利用適合之數值方法來求解。

$$\frac{N^{n+1/3} - N^n}{Dt} + \frac{\P}{\P s} (C_s N) = 0$$
(5)

$$\frac{N^{n+1} - N}{Dt} + \frac{\Pi}{\Pi q} (C_q N) = 0 \dots (6)$$

$$\frac{N^{n+1} - N^{n+2/3}}{T} + \frac{\Pi}{\Pi q} (C_q N) + \frac{\Pi}{\Pi q} (C_q N) = S \dots (7)$$

$$\frac{1}{Dt} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - N}} + \frac{1}{\sqrt{n}} (C_x N) + \frac{1}{\sqrt{n}} (C_y N) = S_{total} \dots (7)$$

式 (5) 為波浪頻率空間領域,本文採用通量校正傳輸法加以求解(Flux correction transport method) (Boris 和 Book, 1973)。而式 (6) 為波浪角度 空間領域,則使用 Crank-Nicolson 格式之隱式差分法加以求解。關於平面 x 與 y 空間上的求解方式,為節省計算時間並增加精確度,本文利用泰勒-葛勒金 (Taylor-Galerkin)有限元素法 (Donea, 1984; Selmin 和 Donea, 1985) 來處理平面空間之求解,其離散方程式如下

$$\{\mathbf{M} + \mathbf{Q}[\mathbf{D}t(\mathbf{V}\mathbf{M}_{a} - \mathbf{S}\mathbf{M}_{a}) - \frac{\mathbf{D}t^{2}}{2}(\mathbf{V}\mathbf{M}_{b} - \mathbf{S}\mathbf{M}_{b})]\}\mathbf{N}^{n+1}$$
  
= 
$$\{\mathbf{M} - (1 - \mathbf{Q})[\mathbf{D}t(\mathbf{V}\mathbf{M}_{a} - \mathbf{S}\mathbf{M}_{a}) - \frac{\mathbf{D}t^{2}}{2}(\mathbf{V}\mathbf{M}_{b} - \mathbf{S}\mathbf{M}_{b})]\}\mathbf{N}^{n+2/3}$$
(8)

式中粗體字表示為矩陣形式。

 $\mathbf{M} = \grave{\mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{o}}^{\, T} \ddot{\mathbf{o}} \, d\mathbf{W}.....(9)$ 

$$\mathbf{V}\mathbf{M}_{a} = \grave{\mathbf{Q}}\ddot{\mathbf{o}}^{T}\dot{\mathbf{o}}_{,x_{i}}C_{i}d\mathbf{W}...(10)$$

$$\mathbf{SM}_a = \mathbf{M}$$
 .....(12)

$$\mathbf{SM}_{b} = \mathbf{\dot{Q}}(\mathbf{\ddot{o}}^{T} C_{\mathbf{y}}) n_{i} d\mathbf{G} - \mathbf{\dot{Q}} \mathbf{\ddot{o}}_{,x_{i}}^{T} \mathbf{\ddot{o}}_{,x_{i}} C_{\mathbf{y}} d\mathbf{W} \dots (13)$$

式中 ö 為內插函數,本文利用三角線性元素來求解。而 ö<sup>T</sup> 為 ö 之轉 置矩陣。而 A 代表積分領域, *l* 為邊界上之積分領域, *n<sub>i</sub>* 為邊界上之法 向量。在此處之加權因子 Q,本文取 Q=1/2,即為 Crank-Nicolson 隱式 法格式,故式 (8) 具有無條件穩定之型態。

關於邊界條件方面本文利用波浪傳遞至陸地邊界時,假設無波浪反射 的情況下,波浪能量會被陸地完全吸收。而外海開放邊界則是利用完全輻 射邊界條件,假設波浪能量只能由內傳遞至外邊界,因此邊界外之波浪能 量則完全無法進入計算領域內。而起始條件之給定方面,利用 JONSWAP 經 驗式給定在風浪條件下之起始計算值。關於穩定條件方面,考慮時間間距 過大時容易造成數值延散效應過大,而使所求得之波浪作用力波譜喪失其 意義或誤差過大,故在此仍應限制時間間距使得各格網中之可蘭數不遠大 於 1。另外,模式中限制各成份波浪在每一時間步驟中能量生成與消散之 變動值不得大於 10% (WAMDI Group, 1988),以免能量變動過大造成數值 上的不穩定。

## 四、實例計算

#### 4.1 季風風浪之計算

為驗證本文模式之適用性,本節利用中央氣象局所提供之風場與大氣 壓力資料作為模式計算之用,資料的時間範圍為 1995 年 1 月至 3 月, 其時間間隔為 12 小時,網格大小為 60×60 km<sup>2</sup>。水深資料則來自國科會 海洋科學研究中心之台灣附近海域海底地形第六版(TaiDBMV6)(Liu 等 人,1998)其格網間距為 500 公尺,資料範圍為東經 117 至 125 度、北 緯 18 至 27 度;並且參考美國 NOAA(National Oceanic and Atmospheric Administration)之 NGDC(National Geophysical Data Center)及 SIO (Scripps Institution of Oceanography)所成立的全球陸地與海底地形資料庫 (MEST v6.2)(Smith 和 Sandwell,1997),其格網間距為 2 弧分,約為 3.6 公 里,其資料範圍涵蓋整個地球。模式計算時所利用之水深資料乃是由上述 兩者之海底地形資料內插而成,如圖 1 中所示。模式計算範圍與格網配置 為南至北緯 10°,北至北緯 45°,西至中國大陸約在東經 119°,東至東經 140°。波浪模式中採用線性三角元素,計算領域中共有 2315 個元素與 1253 個節點,水深小於 1000 公尺以內之格網分佈較密,其中最小之三角形邊

長約為 0.05 弧度,約為 5.5 公里,而遠離台灣與陸地邊界之格網分佈較 疏,其中最大之三角形邊長約為 4.5 弧度,約為 450 公里,如圖 2 中所 示。關於離散化波譜之格網分佈,頻率格網點中之最小與最大頻率分別為 0.01 Hz 至 0.5 Hz,採指數遞增分佈共 20 個頻率帶,方向波譜之解析度 為 15 度,共計 24 個方位角。



圖 2 格網配置圖 (1253 個節點, 2315 個元素)

由於波浪模式的主要外力為風,故風場正確才能校驗波浪模式之正確 性。為了獲得更精確的風場,本文利用艾克曼動力理論為基礎之海面風場 模式計算本文模式所需之風場資料。模式中風向之東-西與南-北之分量 *u* 與 *v* 分別表示如下:

$$u = \stackrel{\acute{e}}{\underline{e}} \frac{1}{r_a} \frac{\P p}{\P x} C_d U - \frac{1}{r} \frac{\P p}{\P y} f_{\acute{U}}^{\acute{U}} (C_d^2 U^2 + f^2) \dots (14)$$

式中  $\mathbf{r}_a$ 為空氣密度,  $C_d$  (=1.0136<sup>7</sup>10<sup>-5</sup>)為表面拖曳係數,  $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ 為 平均風速, f (= 2 $w \sin \mathbf{f}$ ) 為科氏力參數。

利用推算之風場資料做為波浪模式之輸入條件,計算 1995 年 1 至 3 月之東吉島之波浪場分佈,計算時距為 30 分鐘。圖 3 至圖 8 分別為 1995 年 1 至 3 月東吉島測站之有義波波高與平均週期之時序列圖,圖中黑點 分別為實測波高及週期值,點虛線為 SWAN 模式 (方,2000) 之計算值, 點線為李 (1995) 的第二代風浪模式推算值,實線為本文模式之計算值,從 圖中可看出三個不同模式的計算結果與實測資料在趨勢上大致相同。更進 一步針對本文模式與實測值作相關係數的比較,其相關係數在 1995 年 1 至 3 月之計算中分別為 0.75,0.70 與 0.87,而平均均方根誤差分別為 0.55 公尺、0.49 公尺與 0.62 公尺,其平均準確度約為 76 %,平均方均根誤差 約為 0.51 公尺,由此可知本文模式在推算季風風浪方面有一定之合理性。 但在波浪平均週期方面則有低估之現象,其原因可能為由波譜積分所得之 平均週期與零上切法之統計週期所造成的差異。



圖 3 1995 年 1 月東吉島測站之有義波波高之時序列變化圖



圖 4 1995 年 1 月東吉島測站之平均週期之時序列變化圖



圖 5 1995 年 2 月東吉島測站之有義波波高之時序列變化圖



圖 6 1995 年 2 月東吉島測站之平均週期之時序列變化圖



圖 7 1995 年 3 月東吉島測站之有義波波高之時序列變化圖



圖 8 1995 年 3 月東吉島測站之平均週期之時序列變化圖

#### 4.2 颱風風浪之計算

本文採用修正之 Rankin-Vortex Model (Holland, 1980)作為模型化颱 風風場,模式內所考慮到的外力有壓力梯度力、離心力及地球自轉所導致 的科氏力。而模型颱風壓力分佈的形式,本文選用指數形式,其壓力剖面 可由式 (16) 表示 (Myers, 1954)

 $P_r = P_0 + \mathsf{D}P \, e^{-r_0/r} \,....(16)$ 

其中  $P_r$  為距颱風中心 r 處的壓力 ,  $P_0$  為颱風中心氣壓 ,  $DP = P_4 - P_0$  為 距颱風中心無限遠的氣壓  $P_4$  與颱風中心氣壓  $P_0$  的氣壓差 ,  $P_4$  在本文 設定為 1 大氣壓 (1013.3 mb),  $r_0$  為最大暴風半徑, 在此採用 Graham 和 Nunn (1959) 之建議為

$$r_{0} = 28.52 \tanh[0.0873(\mathbf{f} - 28)] + 12.22 / \exp[(1013.3 - P_{0})/33.86] + 0.2V_{f} + 37.22$$
.....(17)

式中  $V_f$  為颱風前進速度 , f 為緯度。由式 (16) 對距離作微分可得到壓 力梯度公式

其中  $\mathbf{r}_a$  為大氣密度,  $U_r$  為旋衡風速 (cyclostrophic wind speed), 而 旋衡風與梯度風  $V_r$  (gradient wind speed) 之關係為

 $V_r^2 + f \ r V_r = \frac{1}{r} r \frac{dP_r}{dr}$ ....(19)

 $V_r^2 + f \ r V_r = U_r^2$  .....(20)

其中  $V_r$  為距颱風中心 r 處的梯度風速,  $f = 2w \sin f$  為科氏參數。因波浪 模式所需風速為海面上十公尺處的風速,故須將梯度風轉換成海面上十公 尺處之風速  $V_r$  (Powell, 1980),如下式

$$V_{rs} = 0.8V$$
 .....(22)

再考慮颱風的前進速度

 $V_{rs}^* = V_{rs} + 0.5V_f \cos q$ ....(23)

其中 V<sub>r</sub> 為行進中颱風距颱風中心 r 處的實際合成風速。

為了驗證模式在推算颱風風浪之可行性 , 以上述之 R-V 模式與海面風 場模式產生之風場資料提供本文模式所需之風場資料以計算碧利斯颱風期 間台灣附近海域之波浪變化。圖 9 為碧利斯颱風之路徑圖,圖 10 與圖 11 分別為碧利斯颱風期間花蓮測站之有義波波高與週期時序列圖,由圖中之 比較中可知,利用 R-V 模式之風場資料所計算的最大波高為 8.5 公尺, 週期為 8.8 秒,發生時間為民國 89 年 8 月 23 日 1 時;利用海面風場 模式所計算之最大波高為 7.1 公尺,週期為 8.5 秒,發生時間為民國 89 年 8 月 23 日 0 時; 而實測資料之最大波高為 7.2 公尺, 週期 9.6 秒, 發 生時間為民國 89 年 8 月 22 日 22 時。由三者比較中發現,最大波高之 發生時間方面 , 利用 R-V 模式與海面風場模式所計算之結果皆較實測值 略晚,且 R-V 模式在最大波浪發生前的波高與週期有明顯低估之現象產 生。反觀由海面風場模式所提供之風場資料經波浪模式之模擬結果,在波 高與週期方面皆與實測值有良好之趨勢。由於利用不同風場資料計算時皆 不改變波浪模式中參數,而兩者之模擬結果卻大不相同,其原因可能為 R-V 風場模式只提供颱風範圍內之風場資料,對於颱風來臨前之風場資料並 未加以提供,使得波浪模式無法獲得正確的風場資料造成模式有低估的情 況發生。

圖 12 與圖 13 分別為碧利斯颱風於龍洞測站之有義波波高與週期時 序列圖,由圖中之比較,利用 R-V 風場模式所模擬之最大波高為 4.6 公 尺,週期為 7.1 秒,發生時間為民國 89 年 8 月 23 日 2 時;利用海面 風場模式所計算之最大波高為 6.4 公尺,週期為 8.1 秒,發生時間為民國 89 年 8 月 23 日 0 時;而實測資料之最大波高為 5.0 公尺,週期 9.0 秒,發生時間為民國 89 年 8 月 22 日 20 時。至於 R-V 模式在最大波 高發生前之波高與花蓮測站具有相同之趨勢,皆有明顯低估之現象產生, 而海面風場模式所模擬之結果在龍洞測站有高估之情況,波浪週期則具良 好之一致性。綜合台灣東部花蓮與龍洞兩測站之推算結果,由於碧利斯颱 風來襲時首當其衝, R-V 風場模式不因地形阻礙而有未知的影響,故風場

模擬較為準確的情況下,所獲之波場模擬可信度亦較高。

圖 14 至圖 19 分別為七股、新竹與金門測站其有義波波高與週期之 時序列圖,利用 R-V 模式之模擬結果方面,由於七股、新竹與金門皆為 台灣西部海域之測站,除了較靠近碧利斯颱風中心之七股測站有較好之模 擬結果外,新竹與金門測站之模擬結果僅供參考。而利用海面風場模式之 模擬結果方面,則大幅度改善了利用 R-V 風場資料所模擬之結果,且波 高與週期皆與實測值大致相符。由於背景風場與地形之影響,R-V 風場模 式並不能準確的模擬台灣海峽內之風場分佈情況,導致在台灣西部之颱風 風浪推算準確性偏低。

綜合上述碧利斯颱風其風場與波場之模擬與比較,利用海面風場模式 所產生之風場資料進行颱風波浪之模擬結果中顯示,本文波浪模式在風場 模擬準確性較高情況下,所模擬出之波浪場具合理性。而 R-V 模式所產 生之風場資料在未受地形影響或靠近颱風中心處的波浪模擬可信度較高。









## 圖 11 碧利斯颱風於花蓮測站之波浪週期時序列圖



### 圖 12 碧利斯颱風於龍洞測站之波高時序列圖







# 圖 14 碧利斯颱風於七股測站之波高時序列圖



# 圖 15 碧利斯颱風於七股測站之波浪週期時序列圖







## 圖 17 碧利斯颱風於新竹測站之波浪週期時序列圖



# 圖 18 碧利斯颱風於金門測站之波高時序列圖



圖 19 碧利斯颱風於金門測站之波浪週期時序列圖

# 五、結論

為了推算近岸地區之颱風波浪,本文使用有限元素法建立波浪數值模 式,用以模擬外海風浪之生成發展及其在近岸海域之傳遞特性。因此本文 利用分步法、差分法與有限元素法為數值技巧,針對通用型波浪作用力平 衡方程式進行求解,配合波浪在不同環境中之能量成長與消散機制,模擬 台灣附近海域之波浪場中之風浪演變,其模擬過程中得到以下幾點結論:

- 由於控制方程式為通用型波浪作用力平衡方程式,其能適用於近岸與遠域之波浪推算,且本文模式包含近岸與遠域波浪模擬所需之波浪能量成長與消散機制,具有第三代風浪模式之各項特徵。而本文採用有限元素法為數值技巧,其不規則格網之特性,有利於不規則邊界與地形變化較劇烈處的格網加密,以節省巢狀格網之計算流程,對於複雜地形與大規模海域之模擬可提高其計算精度。
- 由季風風浪之模擬中,利用海面風場模式作為波浪模式計算之風場輸入 來源,經波浪模式計算後所得之波高具有合理性,其與實測值間之相關 係數約為 0.76,平均均方根誤差約為 0.51 公尺。但在波浪平均週期方 面則有低估之現象,其原因可能為由波譜積分所得之平均週期與零上切 法之統計週期所造成的差異。

- 综合颱風波浪之推算結果,利用海面風場模式所產生之風場資料進行颱 風波浪之模擬結果中顯示,本文波浪模式在風場模擬準確性較高情況 下,所模擬出之波高與週期皆具合理性。
- 4. Rankin-Vortex 風場模式無法正確模擬出有效暴風範圍外的風場及颱風 受地形影響的風場改變,對於推算最大波高之值具合理性,但在週期方 面之預測並無良好之結果,且在最大波高發生之時間皆有延遲之現象出 現。因此若推算點位於不受地形影響及颱風暴風範圍內時,可獲得較佳 之風浪推算結果。

#### 致 謝

感謝中央氣象局、國立成功大學近海水文中心與港灣技術研究中心所 提供之相關波浪與氣象資料,使得本文得以完成,謹致感謝之意。

# 參考文獻

- (1) Booij, N., L.H. Holthuijsen and IJ.G. Haagama, (1998) "Comparison the Second-Generation HISWA Wave Model with the Third-Generation SWAN Wave Model," *Proceedings of 5<sup>th</sup> International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting*, Jan. 27-30, Melbourne, Florida, pp. 215-212.
- (2) Booij, N., L.H. Holthuijsen and R.C. Ris, (1996) "The SWAN Wave Model for Shallow Water," *Proceedings of 24<sup>th</sup> International Conference* on Coastal Engineering, ASCE, Orlando, Vol. 1, pp. 668-676.
- (3) Boris, J.P. and D.L. Book, (1973) "Flux Corrected Transport I, SHASTA, a Fluid Transport Algorithm that Works," *Journal of Computational Physics*, Vol. 16, pp. 85-129.
- (4) Bretherton, F.P. and C.J.R. Garrett, (1968) "Wave Trains in Inhomogeneous Moving Media," *Proc. Roy. Soc. London*, Vol. A302, pp. 529-554.
- Cavaleri, L. and P. Malanotte-Rizzoli, (1981) "Wind Wave Prediction in Shallow Water Theory and Applications," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 86, No. C11, pp. 10961-10973.
- (6) Donea, J., (1957) "A Taylor-Galerkin Method for Convective Transport

Problem," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 20, pp. 101-Gelci, R. and J. Vassal, "Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires," Bull. Inform. Comité Central Oceanogr. D' Etude Côtes, Vol. 9, pp. 416-435.

- Gelci, R. and J. Vassal, (1957) "Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires," Bull. Inform. Comité Central Oceanogr. D'Etude Côtes, Vol. 9, pp. 416-435.
- (8) Graham, H.E. and D.E. Nunn, (1959) "Meteorological Conditions Pertinent to Standard Project Hurricane," Atlantic and Gulf Coasts of United States, National Hurricane Research Project, Report No. 3, U. S. Weather Service.
- (9) Holthuijsen, L.H., N. Booij, R.C. Ris, J.H. Andorka Gal and J.C.M. de Jong, (1997) "A Verification of the Third-Generation Wave Model SWAN along the Southern North Sea Coast," *Proceedings 3<sup>rd</sup> International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis*, WAVES' 97, ASCE, pp. 49-63.
- (10) Liu, C.S., S.Y. Liu, S.E. Lallemand, N. Lundberg and D. Reed, (1998)
   "Digital Elevation Model Offshore Taiwan and Its Tectonic Implications," *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, TAO, Vol. 9, No.4, pp. 705-738.
- Myers, V.A., (1954) "Characteristics of United States Hurricanes Pertinent to Levee Design for Lake Okechobeem," FL. Hydromet. Rep. 32, 126p. [Govt. Printing Office, No. C30.70:32].
- (12) Ou, S.-H., J.-M. Liau and T.-W. Hsu and S.-Y. Tzang, (2001)
   "Simulating typhoon waves by SWAN wave model in coastal waters of Taiwan," A paper submitted to Ocean Engineering, accepted.
- (13) Powell, M.D., (1980) "Evaluations of Diagnostic Marine Boundary Layer Models Applied to Hurricanes," *Monthly Weather Review*, Vol. 108, pp. 758-766.
- (14) Selmin, V., J. Donea and L. Quartapelle, (1985) "Finite Element Methods for Nonlinear Advection," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 52, pp. 817-845.
- (15) Smith, W., and D. Sandwell, (1997) "Measured and Estimated Seafloor Topography," World Data Center-A for Marine Geology and Geophysics Research Publication RP-1, Announcement 97-MGG-03.
- (16) SWAMP Group (24 Authors), (1985) Ocean Wave Modeling, Plenum Press, New York, 255p.
- (17) Tolman, H.L., (1989) "The Numerical Model WAVEWATCH: A Third Generation Model for the Hindcasting of Wind Waves on Tides in Shelf

Seas," *Communication on Hydraulic and Geotechnical Engineering*, Delft University of Technology, Report No. 89-2.

- Uji, T. and I. Isozaki, (1972) "The Calculation of Wave Propagation in Numerical Prediction of Ocean Waves," *Pap. Meteorol. Geophys.*, Vol. 23, pp. 347-359.
- (19) WAMDI Group, (1988) "The WAM Model A Third Generation Ocean Wave Prediction Model," *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 18, pp. 1775-1810.
- (20) 李汴軍 (1995)「第二代波譜模式在台灣海峽南部之應用」,中華民國第十七屆海洋工程研討會論文集,145頁-159頁。
- (21) 歐善惠、許泰文、臧效義、方介群、廖建明 (1999)「應用 SWAN 波 浪模式推算台灣附近海域颱風波浪之研究」,中華民國第二十一屆 海洋工程研討會論文集,87頁-95頁。
- (22) 方介群 (2000) 「應用 SWAN 風浪模式推算台灣附近海域之颱風 波浪」,國立成功大學水利及海洋工程研究所論文。

# 數值黏性造波水槽之發展及其應用

#### 黃清哲<sup>1</sup> 董志明<sup>2</sup> 張興溪<sup>3</sup>

# 摘要

本文介紹如何以數值方法求解二維非穩態的 Navier-Stokes 方程及完整 的自由液面邊界條件,建立二維數值黏性造波水槽。造波水槽中入射波浪係 藉由一置放於數值領域中之直推式造波板所產生。數值造波所造之微小振幅 波、有限振幅波及孤立波之水位、流體速度及壓力經與解析解比較皆相當吻 合。在確立數值模式的準確性後,本文討論利用本數值黏性造波水槽模擬波 浪通過潛堤及剛性砂漣流場之結果。最後,如何將此模式延伸探討波浪與可 透水結構物之互制作用,本文也作了詳盡的介紹。

、 前言

在有關海洋及海岸的研究上,造波水槽是相當重要的設備。雖然造波的 方式種類繁多,但目前實驗室造波水槽之造波機主要有兩種,分別是直推式 (piston-type)及直擺式(flape-type)。直推式造波機由於造波板之運動與淺水波 水質點之運動較為類似,一般常用於造淺水波;而直擺式造波機則常用於造 深水波(Dean and Dalrymple, 1984)。直推式造波機主要是藉由造波板以正弦 函數(sinusoidal)的型式運動來造波,而直擺式造波機則藉由一下方固定於一 樞軸之平板以正弦函數的型式擺動來造波。Havelock (1929)由線性波浪理論 求得直推式及直擺式造波之理論解。Ursell et al. (1960)以實驗驗證直推式造 波線性理論解的準確性;而直擺式造波線性理論解的準確性則經由 Hudspeth et al. (1981)以實驗驗證。

<sup>1</sup>國立成功大學水利及海洋工程學系副教授

<sup>2</sup>環球技術學院環境資源管理學系助理教授

<sup>3</sup>國立成功大學水利及海洋工程學系博士生

Goda (1967)由實驗中發現如果藉由直推式造波板以正弦函數運動來造 有限振幅波,則造出的波形不再是永久波形。由於有限振幅波中含有主頻波 及高倍頻波,而高倍頻波中一般含有強制波(bound wave)及自由波(free wave) 成份。強制波波速與主頻波一樣,因此在前進時不會從主頻波中分離出來。 自由波滿足頻散關係(dispersion relation),且由於其週期較主頻波低,波速 較慢,因此在傳播過程中會與主頻波分離,而造成波形隨著位置及時間不斷 改變。Madsen (1971)由理論驗證上述現象並提出消除高倍頻波中自由波的方 法。

在海岸工程的研究上,孤立波(solitary wave)常用來表示海嘯(tsunami)、 颱風暴潮(storm surge)及其他長波之特性,因此如何於造波水槽中造出孤立 波也是重要課題。Goring and Raichlen (1980)推導出以直推式造波板造出一 階孤立波所需造波板之位移函數。在實驗室造波水槽中如何造出微小振幅 波、有限振幅波、孤立波、Cn 波(Cnoidal wave)、不規則波及三維方向波在 Hughes (1993)的書中"Physical models and laboratory techniques in coastal engineering"第7章中有詳盡的介紹。基本上在實驗室造波水槽中造波的技術 已相當成熟。

由於電腦科技進步神速,利用電腦模擬造波水槽近來逐漸受到重視。數 值造波的發展主要有兩個方向。其一為忽略流体的黏滯性並假設流場為非旋 流(irrotational flow),因此主要是利用邊界元素法解 Laplace 方程及非線性自 由液面邊界條件。此方法的優點為較為簡便,但其缺點為忽略流体的黏滯性 並假設流場為非旋流,與實際流場不合。Ohyama and Nadaoka (1991)及 Grilli and Horillo (1997)即利用上述方法發展出二維數值造波水槽。另一種數 值造波模式考慮流体的黏滯性,因此解的是黏性流体的運動方程式,Navier-Stokes 方程及完整的自由液面運動及動力邊界條件。Huang et al. (1998)即是 以上述方法建立二維數值黏性造波水槽,並將其應用於探討不同波浪底床邊 界層之特性(董及其他,2001),波浪與潛堤之交互作用(Huang and Dong, 1999),波浪通過剛性砂漣之特性(Huang and Dong,2001b)等。

發展數值造波水槽困難的地方主要有:一、如何處理自由液面。由於自 由液面是解的一部份,因此模擬造波水槽首要之務在於準確計算出自由液 面。目前常用的方法有 Marker and Cell (簡稱 MAC 法)及 Volume of Fluid (簡稱 VOF 法)。MAC 方法主要是在自由液面上佈置標示點(marker), 藉由追蹤這些標示點的位置,得知自由液面隨時間的變化。二、造波板的運

動。造波板的運動需隨著所欲造出之波形而改變。目前主要是藉由造波理論 求出波浪水位變化與造波板位移函數間的關係。三、下游邊界條件。數值造 波水槽與實驗室造波水槽一樣,不能將造波水槽無限延長,為了消減波浪反 射,實驗室造波水槽尾端常放置消波設施。理論上在造波水槽下游邊界,必 需滿足輻射條件,亦即波浪是向外傳遞的。目前數值造波水槽在處理下游輻 射條件時最常用的方法有三種,分別是 1. Sommerfeld 輻射條件,2. 延伸網 格,3. 放置吸波層。第一種方法之優點為相當簡單,但由於其係從波動方程 式推導出來,僅適用於單一速度波浪之輻射。在實際應用上,波浪經淺化變 形常會有高頻自由波出現,其速度與主頻波不同,因此波浪中混有不同速度 之成份波。如何使此種波或其他不規則波外傳而沒有反射實非易事。第二種 方法較第一種方法更為簡單,只是將數值計算網格延長使得波浪不會碰到數 值計算域的邊界,但其代價則是會增加計算時間及資料儲存量。第三種方法 則是在數值造波水槽末端放置吸波層,相關理論可參閱 Ohyama and Nadaoka (1991)及 Clement (1996)。

本文主要是介紹如何以數值方法求解 Navier-Stokes 方程及完整的自由 液面邊界條件,模擬出數值黏性造波水槽。數值造波水槽中之入射波浪係藉 由一置放於數值領域中之直推式造波板所產生。數值造波所造之微小振幅 波、有限振幅波及孤立波之水位及流體速度、壓力經與解析解比較皆相當吻 合。在確立數值模式的正確性後,本文討論不同型態波浪通過潛堤及剛性砂 漣流場之特性。最後,本文介紹如何將此數值黏性造波水槽延伸探討波浪與 可透水結構物之互制作用。

#### 二理論術

本文探討如何藉由解 Navier-Stokes 方程及自由液面邊界條件模擬出二 維數值造波水槽。數值造波水槽之示意圖如圖 1 所示。入射波浪主要是由位 於 *x* = 0 的直推式造波板產生,造波水槽靜水深為*h*<sub>o</sub>。入射波浪波高大小取決 於造波板衝程(stroke) *S*<sub>o</sub> 的大小。數值造波水槽所造之波浪包括微小振幅 波、有限振幅波及孤立波。對於二維不可壓縮黏滯性流體,連續方程式及動 量方程式在直角座標系(*x*, *y*)的無因次形式為

$$\frac{\eta_{\mu}}{\eta_{\nu}} + \frac{\eta_{\nu}}{\eta_{\nu}} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{f\!\!/u}{f\!\!/t} + u \frac{f\!\!/u}{f\!\!/x} + v \frac{f\!\!/u}{f\!\!/y} = -\frac{f\!\!/p}{f\!\!/x} + \frac{1}{R_e} \left(\frac{f\!\!/^2 u}{f\!\!/x^2} + \frac{f\!\!/^2 u}{f\!\!/y^2}\right) \dots (2)$$

$$\frac{f\!\!/v}{f\!\!/t} + u \frac{f\!\!/v}{f\!\!/x} + v \frac{f\!\!/v}{f\!\!/y} = -\frac{f\!\!/p}{f\!\!/y} + \frac{1}{R_e} \left(\frac{f\!\!/^2 v}{f\!\!/x^2} + \frac{f\!\!/^2 v}{f\!\!/y^2}\right) \dots (2)$$

式中u和v為流場在x和y方向的速度分量,t表示時間,u為流體之運 動黏滯係數, p為流體動壓力(hydrodynamic pressure), 而 Re 表示雷諾數, 定 義為

$$\operatorname{Re} = \frac{u_o h_o}{u} \tag{4}$$

無因次化所選取的參考量分別為長度選靜水深h。, 而在速度方面, 因造 微小振幅波時造波板的速度函數為 $u = u_s \sin st$ ,而生成孤立波時造波板的的 速度函數則為 $u = u_a \sec h^2 [K(x - ct)]$ ,式中s為角頻率、 $K = (3H_i/4h_a^3)^{1/2}$ 、  $c = [g(H_i + h_a)]^{1/2}$  ( $H_i$  為入射波波高),故以速度振幅  $u_a$  為參考速度。時間無 因次化參考量為長度的參考量除以速度參考量,亦即h<sub>a</sub>/u<sub>a</sub>。

求解如圖 1 所示之波浪流場所需的邊界條件有 1.)在自由液面上必須滿 足運動條件及動力條件,2.)在不透水底床上要滿足沒有滑動(no-slip)的邊界 條件,3.)造波板上的側向邊界條件,4.)下游面之側向邊界條件如輻射條 件,及 5.)初始條件。上述條件將於下列仔細加以說明。在自由液面上,流 體與自由液面兩者在自由液面法線上的速度分量必須一樣,亦即流體質點不 會從自由液面上分離出來。可以數學式子表示如下:

$$\frac{\P h}{\P t} + u \frac{\P h}{\P x} = v \tag{5}$$

式中h=h(x,t)為自由液面位置,其為x及t之函數。(5)式為從 Euler 描述 觀點所得到之方程式。在處理自由液面位置之變化,本數值模式採用 Lagrange 的描述方法,即追蹤自由液面上標示質點(marker)的移動,得知自 由液面隨時間的變化,亦即

 $x_{k}^{n} = x_{k}^{n-1} + u_{k} \mathsf{D}t, \quad y_{k}^{n} = y_{k}^{n-1} + v_{k} \mathsf{D}t$  (6)

式中 $u_k$ , $v_k$ 為自由液面上標示質點之水平及垂直速度,n及n-1表示連續 的兩個時段,而D為數值計算上時間間距(time step)。
自由液面上法線方向的應力等於大氣壓力而切線方向的應力總和等於 零。在不考慮表面張力下可寫為

$$n_i \mathbf{S}_{ij} n_j = -p_{atm} \dots (7)$$

 $t_i s_{ij} n_j = 0; \quad i, \quad j = 1 \quad or \quad 2 \dots (8)$ 

式中我們考慮壓力為錶計壓力則大氣壓力可設定為零。 n;及 t;分別表示 自由液面上法線及切線方向的單位向量。將自由液面運動及動力條件無因次 化可得

$$p = \frac{\mathbf{h}}{F_r^2} + \frac{2[1 + (\frac{\P \mathbf{h}}{\P_x})^2]}{R_e[1 - (\frac{\P \mathbf{h}}{\P_x})^2]} \frac{\P v}{\P y} ....(9)$$

$$\frac{\P u}{\P y} = -\frac{\P v}{\P x} + \frac{4}{\left(\frac{\P h}{\P x}\right)^2 - 1} \frac{\P v}{\P y} \frac{\P h}{\P x}$$
(10)

式中  $p = p(x, \mathbf{h})$ 為自由液面流體之動壓力, Fr為福祿數(Froude number), 定義為  $Fr = u_o / \sqrt{gh_o}$ 。本數值模式利用(9)式求出自由液面上流體之動壓力, 而(10)式則用來求得自由液面流體質點之水平速度。

造波板右方流體的速度等於造波板的速度。亦即在直推式造波板右方流 體的速度祗有水平方向分量。然而當造波板前進或後退時,顯然地,自由液 面也會跟著上升或下降。如何準確地處理自由液面與固體表面接觸線 (contact line)移動的問題,目前尚屬研究範圍。在本數值模式中,我們祗簡 單地設定在與造波板接觸的自由液面下兩個計算格點上垂直速度不等於零, 其餘皆為零。

本數值模式根據波方程式及連續方程式,定義下游側向邊界條件如下:

$$p_{t} + cp_{x} = 0$$

$$u_{t} + cu_{x} = 0$$

$$(11)$$

$$\frac{\P u}{\P x} + \frac{\P v}{\P y} = 0$$

式中  $c = \sqrt{g \times tanh(kh)/k}$  為波速。上式用於微小振幅波時有不錯的效果,但對於有限振幅波或不規則波則效果欠佳,因此本文採用延長網格來處

理有限振幅波及孤立波之下游側向邊界。黏滯性流體在物體表面上必須滿足 沒有滑動(no-slip)的邊界條件,即在渠道底床不透水部份,流體速度的水平 及垂直分量皆為零。此外,流體水平速度",垂直速度<sup>v</sup>及動壓力<sup>p</sup>起始值均 設為零,即起始條件為整個水槽是靜態的。

## 三、數值方法

本文使用有限解析法離散控制方程式,動量方程式(2)及(3)式經離散後,可得各元素內速度的離散形式為:

 $f_p = (C_s f_s + C_n f_n + C_w f_w + C_e f_e + C_t f_p^{n-1}) + C_p S_f$ (12)

式中f 代表 x 及 y方向的速度分量 u 及 v, S<sub>f</sub> 為 R<sub>e</sub> tp/fx 或 R<sub>e</sub> tp/fx 的差分化 形式,而係數的求法請參閱 Chen and Patel (1987)。由(12)式可知 P 點上的變 數 f<sub>p</sub>與相鄰 4 個格點上的變數,前一個時刻該點的變數及壓力梯度有關。因 此在假設壓力值之後,可由(12)式求出速度分量 u、 v。求解 Navier-Stokes 方程時,在某一壓力場下,由動量方程式解出的速度場必須滿足連續方程。 當解出的速度場不滿足連續方程時,需修正原來的壓力場。然而在求解的方 程式中,並沒有可以用來修正每個疊代步驟中壓力場的關係式。Patankar (1980)所發展的 SIMPLER 算法便是從控制方程式中加以推衍出壓力方程及 壓力校正方程,使 Navier-Stokes 方程的整個求解過程形成一個完整的疊代迴 路。本文使用 SIMPLER 的算法求解 Navier-Stokes 方程式。

四 波 派 流 湯

## 4.1 線性波數值結果之驗證

為驗證本數值模式的準確性,數值計算所得波形、流場速度、壓力及作 用在底床上剪應力等結果將與解析解比較。本節中我們討論靜水深(*h<sub>o</sub>*)40 cm 之造波水槽所造週期(T)為 1.25 秒、波高(H)1 cm 之波浪。由頻散關係得 知波長(L)為 2.05 cm,其*Ur*數值為 0.67,*Ur*數定義為 *HL<sup>2</sup> / h<sub>o</sub><sup>3</sup>*。圖 2 (a)所示 為此波浪的水位時序列及頻譜,由頻譜可知此波浪只含一階波的成份,表示

#### 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣

波浪為線性波。因此本節中波形、流場速度及壓力等之理論值,主要是根據線性波浪理論所得。圖2(b)及2(c)為此波浪條件下,八個不同相位從底床至 0.9 h。間流體水平及垂直速度的剖面。圖中速度的理論值主要是由勢流波浪 理論所得,而底部邊界層內之速度根據 Dean and Dalrymple (1984)為

$$u = \frac{gHk}{2\boldsymbol{s}\cosh kh_o} \left[\cosh ky \cos \boldsymbol{y} \cdot e^{-\sqrt{s/2u}y} \cos \boldsymbol{y} + \sqrt{\frac{\boldsymbol{s}}{2\boldsymbol{u}}}y\right]....(13)$$

$$v = -\frac{gHk}{2s\cosh kh} [\sinh ky\cos(y+p/2) + k\sqrt{\frac{u}{s}}e^{-\sqrt{\frac{s}{2u}}y}\cos\frac{\varpi}{\xi}\sqrt{\frac{s}{2u}}y + y + \frac{3}{4}p\frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} k\sqrt{\frac{u}{s}}\cos\frac{\varpi}{\xi} + \frac{3}{4}p\frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} (14)$$

式中y = kx - st。為了詳細比較邊界層內流場數值解與理論解的差異, 我們將數值解及理論解所得不同波浪相位時邊界層內流體水平及垂直速度示 於圖 3(b)及圖 3(c);在y=1.5d處,  $d = \sqrt{2n/s}$ ,流體動壓力p於一週期內的 變化示於圖 3(d);而圖 3(e)為底床剪應力 $t_o$ 於一週期內的變化。由圖 2 及圖 3 可知本模式的數值解與解析解非常吻合。此外,由圖 3(c)中可知波浪邊界 層內垂直速度遠小於水平速度,所以本文在下述中將不再討論垂直速度。

#### 4.2 非線性波數值結果之驗證

Madsen (1971)指出當直推式造波機以正弦函數運動造出有限振幅波時, 會產生高階之自由波,其波速與主頻波之波速不同,因此會使波形變得不規則。因此本文中 Stokes 二階波主要是根據 Madsen 理論來生成,如何利用 Madsen 理論於數值造波水槽中造出 Stokes 二階波請參閱 Dong (2000)。圖4 (a)為靜水深 ( $h_o$ ) 40 cm 之造波水槽所造週期 (T) 為 3 秒、波高 (H) 5 cm 波浪的水位時序列及頻譜圖,由頻譜圖可知此波浪除了主頻波外還有二倍頻波,因此在比較數值解與理論解時,我們需用 Stokes 波浪理論。圖4(b)及 4(c)為八個不同波浪相位,從底床至 0.9 $h_o$ 間流體水平及垂直速度的分佈。圖中除邊界層外,流場速度主要是由 Stokes 波浪理論算得。圖5(a)至(d)分別為非線性波浪的水位、邊界層內之水平速度、壓力及底床剪應力之數值及理論結果。圖4 及圖 5 中 Stokes 二階波之水位為

#### 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣

式中L為波長。邊界層內水平速度根據 Mizuguchi (1987)可寫為

 $u = u_1 + \overline{u}_2 + \widetilde{u}_2 \qquad (16)$   $u_1 = \operatorname{Re} \left\{ U_1 \left( 1 - e^{-ay} \right) e^{ist} \right\} \qquad (17)$ 

$$\overline{u}_{2} = \operatorname{Re}\left\{U_{1}\frac{dU_{1}^{*}}{dx}\left[-\frac{3(1+i)}{4}+\frac{1-i}{4}e^{-2y'}+e^{-y'}\left(\frac{1+3i}{2}e^{-iy'}-\frac{i}{2}e^{iy'}-\frac{1-i}{2}y'e^{-iy'}\right)\right]/s\right\}.$$
(18)

$$\vec{x} + U_1 = \frac{as}{\sinh kh_o} e^{-ikx} , U_2 = \frac{3H^2 sk}{16\sinh^4 kh_o} e^{-2ikx} , \quad \vec{a} = \frac{1+i}{d} , \quad \vec{y} = \frac{y}{d} , \quad U_1^*$$

為 $U_1$ 之共軛複數。Stokes 二階 波的動壓力可表示為

$$p = \mathbf{r}g \frac{H}{2} \frac{\cosh ky}{\cosh k_b} \cos \mathbf{y} + \frac{3\mathbf{p}\mathbf{r}gH^2}{4L\sinh 2kh_b} \frac{\dot{\mathbf{e}}\cosh 2ky}{\mathbf{\hat{e}}\sinh^2 kh_b} - \frac{1}{3} \frac{\dot{\mathbf{u}}}{\dot{\mathbf{u}}}\cos 2\mathbf{y} - \frac{\mathbf{p}\mathbf{r}gH^2}{4L\sinh 2kh_b} [\cosh 2ky] \dots (20)$$

由圖 2 至圖 5 可知本數值造波水槽所造之微小及有限振幅波之水位與流 場與解析解完全吻合。

## 4.3 孤立波波形及流場之驗證

一般文獻很少討論孤立波邊界層之特性,然由於海嘯(tsunami)、颱風暴 潮(storm surge)及其他海面長波之特性常用孤立波來表示,因此了解孤立波 邊界層之特性實用上相當重要。本文中數值造波水槽是根據 Goring and Raichlen (1980)的方法造出孤立波。其造波條件為水深 0.4m,波高 6.25cm。 孤立波的水位、邊界層內之水平、垂直速度、邊界層內動壓力及底床剪應力 之數值及理論結果示於圖 6(a)-(e)。圖 6 中時間無因次化之參考量為 (g/h<sub>o</sub>)<sup>-1/2</sup>。圖 6(a)為本模式所造孤立波與孤立波理論波形的比較圖,由圖可知 兩者結果相當吻合。圖 6(b)所示為孤立波不同相位邊界層內水平流速 u 之剖 面。孤立波邊界層水平流速的二階解為(Huang and Dong, 2001a)

$$\frac{u_1}{u_c} = [(1 + \frac{1}{2}\frac{H}{h_o})\sec h^2 \mathbf{x} \cdot \frac{7}{4}(\frac{H}{h_o})\sec h^4 \mathbf{x}] - \frac{2}{\sqrt{p}} \overset{\texttt{¥}}{\mathbf{Q}} \{(1 + \frac{1}{2}\frac{H}{h_o})\sec h^2 [\mathbf{x} \cdot (\frac{\mathbf{b}y}{\mathbf{a}})^2] \cdot \frac{7}{4}(\frac{H}{h_o})\sec h^4 [\mathbf{x} \cdot (\frac{\mathbf{b}y}{\mathbf{a}})^2] \} e^{-\mathbf{a}^2} d\mathbf{a} \dots (21)$$

其中 $u_c = cH/h_o$ ,  $\mathbf{x} = Kct$ ,  $\mathbf{b} = (\sqrt{Kc/\mathbf{u}})/2$ ,  $c = \sqrt{g(h_o + H)}$ ,  $\kappa = (\sqrt{3H/4h_o})/h_o$ 。由圖 6(b)中可看出最大水平流速是發生在波峰經過時。此 外,儘管孤立波內流體質點的速度絕大部份皆為正值,但由於波峰過後水位 下降形成逆向壓力梯度(adverse pressure gradient),使得邊界層內流體產生分 離,流體向負 x 方向流動。圖 6(c)為孤立波邊界層內在不同相位之垂直流速 分佈圖,由圖可知波峰來臨時之垂直流速為零。圖 6(d)為孤立波邊界層內動 壓力 p之時序列變化圖,由圖可知動壓力的變化幾乎與水位的變化一致,因 此可知孤立波壓力是幾乎呈靜水壓分佈。圖 6(e)所示為孤立波底床剪應力隨 時間變化的圖形,縱軸 $t_o$ 以4 $ru_c\sqrt{Kcu}/\sqrt{p}$ 無因次化,由圖可知剪應力之峰值 仍落後水位峰值一相位,若以所取時間為一週期則剪應力約落後水位相位為 所取週期的 7%。

## 五、波浪與潛堤之交互作用

在海岸的保護工法上,除了傳統的岸邊結構(海堤、消波塊...等)保護 外,近年來專家學者於近岸水域建構離岸潛堤,其設置的用意為提早破壞波 浪結構及消散波力與能量,減少波浪對海岸的直接衝擊,進而達到保護灘線 與維護自然景觀的目的。因此近岸波浪與潛堤間的相互作用就成為相當重要 的課題。

波浪通過潛堤在沒有碎波的情形下,有兩種主要的現象:一、由於倍頻 波的產生致使波浪變形;二、在潛堤表面及附近會有流体分離及渦流產生。 早期學者嘗試由淺水波理論,如 Boussinesq 方程及 KdV 方程去模擬波浪通 過潛堤之變形。由於 Boussinesq 方程之推導是建立在波浪弱非線性與弱頻散 性上,因此在描述波浪通過潛堤後波形急遽變化時會有問題。為了克服此缺 陷,Peregrine (1967)推導出水深變化下長波之運動方程式。Madsen et al. (1991)在原來的 Boussinesq方程中加入一改良頻散特性的項。Battjes and Beji (1991)結合上述兩種方法而提出一新的方程式,並將其應用於模擬波浪通過 梯形潛堤之變形(Beji and Battjes,1994)。不過上述方法有一個缺點,亦 即改良頻散特性的項需乘以一係數,而此一係數為未知數。此外,Ohyama and Nadaoka (1994)利用利用其所發展的數值造波水槽探討波浪通過潛堤之特 性。由於其造波水槽沒有考慮流体的黏滯性,因此只探討波浪的變形。 Huang and Dong (1999)及 Dong and Huang (1999)利用本文所介紹的數值黏性 造波水槽探討波浪與潛堤之交互作用。不同參數對波浪變形及渦流尺度的影響作了有系統的探討。這些參數包括:入射波浪之 Ur 數(Ursell number)、KC 數(Keulegan-Carpenter number)及潛堤之寬高比(aspect ratio)。由於篇幅的限制,本文僅就一般探討波浪通過潛堤文獻中較少提及的流場特性做一說明。圖7所示為靜水深 25cm、波高 3.5cm、週期 2.5 秒之波浪通過堤寬 25cm、堤高 12.5cm之潛堤時,不同時刻之水位及流場速度。由圖7可看出當波谷通過潛堤上方時,潛堤右上方會產生流体分離,並逐漸發展成一逆時鐘方向之渦流;此外,在潛堤左側也形成一逆時鐘方向之渦流,此渦流會逐漸擴散(diffuse)並且上升。相反的,當波峰通過潛堤上方時,潛堤左上方會產生流体分離,而在潛堤右側則有一逆時鐘方向之渦流。

## 六波浪通過影響所生之渦流

有關波浪通過砂漣之研究,基本上可分兩方面來討論。一個主要是自由 液面之變化,根據 Davies & Heathershaw (1984)之研究顯示,波浪通過波形 底床時,會有反射波產生。當波浪波長為波形底床波長的兩倍時,波形底床 前方反射波大增會形成駐波,此時透射波較小,此即所謂的「布拉格反射共 振現象」(resonant Bragg reflection)。Davies & Heathershaw (1984), Mei (1985)及 Kirby (1986) 分別以實驗、理論及數值方法探討不透水波形底床之 布拉格反射共振現象。Mase et al. (1995)加入波形底床之透水性來解析問 題。另一個研究重點在於波浪通過砂漣時所引致之渦流現象。傳統文獻主要 是探討振動流(oscillatory flow)通過砂漣時之流場。由於波浪通過砂漣之流場 與振動流的情形並不完全相同,因此近年來學者開始探討自由液面波通過砂 · 漣之渦流現象。Huang and Dong (2001b)利用本文所述之數值造波水槽探討不 同入射波浪,包括微小振幅波、有限振幅波及孤立波,通過不同形狀砂漣之 特性。一般而言,當波峰通過漣峰時,會在漣峰右側(漣背)形成一順時鐘 方向之渦流;而當波谷通過漣峰時,會在漣峰左側形成一逆時鐘方向之渦 流,此特性與波浪通過潛堤時相類似。此外,計算結果顯示當規則波 (periodic waves)通過砂漣時,砂漣附近的流体質點由於渦流的作用會被向上 捲起並朝波浪前進方向移動。但是當孤立波通過砂漣時,砂漣附近的流体質 點由於渦流的作用也會被向上捲起,但卻朝波浪前進相反方向移動,參閱圖 8、9及10。

## 七、波浪與透水結構物之交互作用

## 7.1 孔隙介質流

孔隙介質中流体之運動方程式,最早係由 Darcy (1856)藉由實驗所推導 出來的達西定律(Darcy's law)

$$\underline{u} = -\frac{k_s}{m}\tilde{N}p \qquad (22)$$

式中<u>u</u>為滲透速度(seepage velocity)或稱為達西速度(Darcian velocity),  $k_s$ 為內部滲透係數(intrinsic permeability),其因次為 $L^2(L: 長度)$ 。達西定律 基本上表示流体運動過程中驅使流体流動之壓力與阻力的平衡,其中阻力與 速度成正比。Forchheimer (1901)發現當流体速度夠大時,達西定律不再適 用,並將其修正為

$$-\tilde{N}p = au + bu^2 \tag{23}$$

式中 a 及 b 為需由實驗決定的係數,加入非線性阻力項主要是考慮高雷 諾數流的情形。後續的學者由不同的實驗條件,提出許多不同的 a 及 b 值。 如 Ward (1964)由因次分析及實驗結果提出下列孔隙介質流体運動方程式

- 
$$\tilde{N}p = \frac{m}{k_s}u + C_f \frac{m^2}{k_s^{1/2}}$$
....(24)

式中 $c_f$ 為紊流阻力係數,其值為 0.550。對非穩態(unsteady)孔隙介質流,Solitt and Cross (1972)結合其所推導出的非穩態阻力項及 Ward (1964)所提出的阻力項得到

$$S \frac{\P \underline{v}}{\P t} = -\frac{1}{r} \tilde{N} p - \frac{n}{k_s} n_w \underline{v} - \frac{C_f}{k_s^{1/2}} n_w^2 \underline{v} |\underline{v}| \qquad (25)$$

式中  $s=1+(1-n_w)C_M/n_w$ 為慣性係數(inertial coefficient),  $c_M$ 為附加質量 (added mass)係數,  $v_A$ 為流体之內部速度(intrinsic velocity),其與一般所稱之 滲透速度或達西速度 u的關係式為  $v=u/n_w$ ,其中 $n_w$ 為孔隙率。上式中並未考 考慮孔隙流体之對流慣性力及黏滯力項。最早於孔隙介質流体運動中考慮流 体黏滯力為 Brinkman (1947),其建議在高滲透性孔隙介質流的動量方程式中 加入黏滯力項,因此將達西定律改寫為

$$-\tilde{N}p = \frac{m}{k_s}\underline{u} - m^*\tilde{N}^2\underline{u}$$
(26)

式中 m<sup>\*</sup>為流体的有效動力黏滯係數,對均質(homogeneous)及各向同性 (isotropic)的孔隙介質, m<sup>\*</sup> = m。如果我們將對流慣性力及黏滯力項加入(25) 式中,則可得高滲透性孔隙介質中黏性流体之連續方程式及動量方程式為

$$\frac{\pi u}{\pi k} + \frac{\pi v}{\pi y} = 0 \qquad (27)$$

$$S \frac{\pi u}{\pi t} + u \frac{\pi u}{\pi x} + v \frac{\pi u}{\pi y} = -\frac{1}{r} \frac{\pi p}{\pi x} + u (\frac{\pi^2 u}{\pi x^2} + \frac{\pi^2 u}{\pi y^2}) - \frac{u n_w}{k_s} u - \frac{C_f n_w^2}{\sqrt{k_s}} u \sqrt{u^2 + v^2} \qquad (28)$$

$$S \frac{\pi v}{\pi t} + u \frac{\pi v}{\pi x} + v \frac{\pi v}{\pi y} = -\frac{1}{r} \frac{\pi p}{\pi y} + u (\frac{\pi^2 v}{\pi x^2} + \frac{\pi^2 v}{\pi y^2}) - \frac{u n_w}{k_s} v - \frac{C_f n_w^2}{\sqrt{k_s}} v \sqrt{u^2 + v^2} \qquad (29)$$

為了數值處理方便起見,將方程式(27)至(29)無因次化。無因次化所選 取的參考量與第二節相同。式(28)及(29)無因次化後可寫為

$$S\frac{\P u}{\P t} + u\frac{\P u}{\P x} + v\frac{\P u}{\P y} = -\frac{\P p}{\P x} + \frac{1}{R_e}(\frac{\P^2 u}{\P x^2} + \frac{\P^2 u}{\P y^2}) - Ku - K_f u\sqrt{u^2 + v^2}$$
(30)

無因次參數 K 、 K<sub>f</sub> 分別定義為

$$K = \mathbf{u}n_{w}h_{o} / k_{s}u_{o}, \quad K_{f} = C_{f}n_{w}^{2}h_{o} / \sqrt{k_{3}} \quad \dots \qquad (32)$$

#### 7.2 界面邊界條件

求解如圖 11 所示之波浪流場所需之邊界條件有純水區域(w)與孔隙介質 區域(p)交界面處須滿足流體之速度及應力連續的邊界條件。Deresiewicz and Skalak (1963)推導出在交界面上流體之速度與應力必須連續的邊界條件。由 於透水潛堤除底部不透水外另有頂部、右側及左側三個交界面,而這三個交 界面處理方法相同,故本文僅以頂部之交界面作說明,在頂部交界面上流體 速度連續的邊界條件可表示為

$$u_w = n_w u_p \qquad , \qquad v_w = n_w v_p \qquad (33)$$

下標 "w", "p"分別表示交界面上區域(w)與區域(p)流體之物理量。頂部交 界面上流體之法線應力與切線應力連續的邊界條件可表示如下:

$$(n_i \mathbf{s}_{ij} n_j)_w = (n_i \mathbf{s}_{ij} n_j)_p \dots (34)$$

$$(\boldsymbol{t}_{i}\boldsymbol{s}_{ij}\boldsymbol{n}_{j})_{w} = (\boldsymbol{t}_{i}\boldsymbol{s}_{ij}\boldsymbol{n}_{j})_{p} \dots (35)$$

將頂部交界面上流體之速度與應力連續的邊界條件無因次化,式(33)至 式(35)寫成無因次的型式其分別為

$$u_w = n_w u_p \qquad , \qquad v_w = n_w v_p \tag{36}$$

$$(-p + \frac{2}{R_e}, \frac{\pi}{\pi})_w = (-p + \frac{2}{R_e}, \frac{\pi}{\pi})_p$$
 (37)

$$\left(\frac{f_{u}}{f_{y}} + \frac{f_{v}}{f_{x}}\right)_{w} = \left(\frac{f_{u}}{f_{y}} + \frac{f_{v}}{f_{x}}\right)_{p} \dots (38)$$

#### 7.3 數值方法

由於有限解析法無論在求 u,v 甚至 p 時均須與上、下、左、右的相鄰值建 立控制方程式,但在處理區域(w)與區域(p)交界面上流體之物理量時,因為 兩區域的控制方程式不同,故應謹慎避免運用到不同區域的值。基於上述的 觀念,將交界面的數值網格做了特別處理。如圖 12 中,在邊界上佈置 uw,up,vw,vp分別表示區域(w)與區域(p)的水平、垂直流速。流速及壓力的第 二個下標 u, i及 r 分別表示其在頂部、左側及右側交界面時的值,因三個交 界面之處理方法類似,故此處也僅以頂部之處理方法作說明。水平流速之求 法為先利用 Gauss-Seidel 方法於區域(w),至於第一次疊代時,頂部交界面上 的邊界值 uw 先使用上一時刻的值,求得區域(w)的水平流速後再利用切線應 力連續式(38)與水平速度連續之邊界條件式(36)得 uw u,upu, 然後同理利用 Gauss-Seidel 方法於區域(p)於是整個水平流速可得。而垂直流速的求法和水 平流速類似,只是在頂部交界面上區域(p)網格的 vpu 值利用連續方程式於該 網格則可得到,而 vwu 使用質量通量連續之邊界條件式(36)得。另外,壓力項 的求法仍是以 SIMPLER 算法來求,不過圖中的 Pwu 以 Pw1,Pw2,Pw3 利用三點外 插公式求之,而 Ppu之壓力使用法線應力連續之邊界條件式(37)求得。至於左 側及右側交界面之分量利用相類似之方法可得,因此整個交界面的邊界值均 可處理。

7.4 波浪與透水潛堤之交互作用

本節將模擬波浪通過透水潛堤,計算結果將與 Losada et al. (1997)的實驗結果比較以驗證模式的準確性。造波條件為週期 1.8sec、波高 4.29cm 及水深 0.475m。透水潛堤高 0.385m、寬 0.8m,由小礫石組成,孔隙率 $n_w$ 為 0.521,中值粒徑  $D_{50}$ 為 2.09cm。透水潛堤之滲透係數  $\kappa_P$ 及紊流阻力係數  $c_f$ 分別以 McDougal (1993)與 Arbhabhiramar and Dinoy (1973)提出之經驗式計算

$$k_{s} = 1.643 \, {}^{\prime} \, 10^{-7} \left(\frac{D}{10}\right)^{1.57} \frac{n_{w}^{3}}{\left(1 - n_{w}\right)^{2}} \dots \tag{37}$$

$$C_f = 100[D(\frac{n_w}{K_p})^{1/2}]^{-1.5}$$
(38)

求得 $k_s = 3.22^{-1}10^{-7} m^2$ ,  $C_f = 0.73$ 。慣性係數 S 一般需由實驗決定,許多 相關論文中均取 S=1 計算,故本研究亦以 S=1 來從事所有之數值模擬。

圖 13 為透水潛堤附近各波高計之水位時序列變化,設潛堤左側為 x=0,則圖13(a)至(f)相對應位置分別為x=-4、4、44、68、140及212cm。 圖 14 為透水潛堤附近主頻至四倍頻波高空間上之變化,由潛堤前方 4cm 起 共設 18 支波高計,前 10 支波高計相距 8cm,後 8 支波高計相距 24cm。圖 13、14 中實線為數值模擬結果,符號點為 Losada et al. (1997)實驗資料。由 圖 13 及 14 可看出本數值模式的結果與實驗值相當接近,至於有些微差異之 原因,有可能是實驗之二次反射或者是利用上述學者之經驗公式來估算滲透 係數 Kp、紊流阻力係數 cr 及慣性係數 S 時,還未能完整反應波浪通過透水潛 堤之特性。波通過相同幾何形狀之透水與不透水潛堤時,其波形之差異示於 圖 15 及圖 16。圖中入射波浪之靜水深為 40cm、波高 2cm、週期 2 秒, 而 堤寬為 2m、堤高 0.3m。透水潛堤於水槽中 15m 起放置,至於透水潛堤內部 特性參數與前述 Losada et al. (1997)之實驗一樣。圖 15 為透水與不透水潛堤 主頻至三倍頻波高之比較圖,由圖知當波浪通過透水潛堤時各倍頻波高均較 不透水潛堤之波高大幅衰減,知其能量損失較大。另外,在潛堤上游無論透 水與不透水都有由反射造成之局部駐波(partial standing wave)的情形。圖 16 為波浪通過透水與不透水潛堤在不同時刻全水槽之水位圖,實心與空心三角

形分別表示波浪通過透水與不透水潛堤時高階自由波由前個主頻波分離,然 後逐漸被下個主頻波趕上的現象。由圖中可了解當波浪通過透水潛堤時,自 由液面水位波高較小、非線性現象較弱,因此造成較大之能量損失。另外, 波浪通過潛堤後,不透水潛堤之波形較不規則,這是由於不透水潛堤分離出 來之自由波波高較大且數量較多,如箭頭所指之自由波透水潛堤就無此波 形,當 t=12.49s 時實心三角形所指處,透水與不透水潛堤恰都開始形成自由 波且幾乎以相同之速度前進,再與箭頭所指之自由波比較發現自由波之間亦 會相互追逐,這是因為自由波必須滿足頻散關係的結果。

## 八 結論 建議

上述數值造波水槽計算結果與理論結果或實驗結果比較皆非常吻合,足 證數值模式之準確性。由於此黏性造波水槽能探討流體的黏性效應,因此研 究成果對海岸工程更具實用價值。例如:由第六節的研究中可看出不同入射 型態之波浪會造成砂漣附近流体質點軌跡不同,有助於了解波浪作用下漂砂 之機制。此外,可應用第七節所述的模式來比較透水與不透水潛堤在實際應 用時的差異。鑑於此數值模式之準確性及其在海岸工程上應用相當廣泛,後 續的研究計畫擬將其延伸探討下列三個主題:(1)波浪通過可透水剛性砂 漣之特性,(2)發展處理波浪碎波之數值模式,(3)發展黏性流体中三維 數值造波水槽。

# 參考文獻

- Arbhabhiramar, A. M. and A. A. Dinoy (1973). Friction Factor and Reynolds Number in Porous Media Flow. *Journal of the Hydraulics Division*, ASCE Vol.99, No.HY6, pp. 901-911.
- (2) Battjes, J.A. and S. Beji (1991). Spectral Evolution in Waves Traveling over a Shoal. In: Peregrine, D.H. (Ed.), *Proc. of the Nonlinear Water Waves Workshop*, University of Bristol, Bristol, pp 11-19.
- (3) Beji, S. and J.A. Battjes (1994). Numerical Simulation of Nonlinear Wave Propagation over a Bar. *Coastal Eng.*, Vol. 23, pp. 1-16
- (4) Brinkman, H.C. (1947). A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles. *Appl. Sci. Res.*, Vol. 1, pp. 27-34.

- (5) Chen, H.C. and V.C. Patel (1987). Laminar Flow at the Trailing Edge of a Flat Plate. *AIAA J.*, Vol. 25, pp. 920-928.
- (6) Clement, A. (1996). Coupling of Two Absorbing Boundary Conditions for 2D Time-Domain Simulation of Free Surface Gravity Waves. J. Comput. Phy., Vol. 126, pp. 139-151.
- (7) Darcy, H. (1856). Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon. Victor Dalmont, Paris.
- (8) Davies, A.G. and Heathershaw, A.D. (1984). Surface Wave Propagation over Sinusoidally Varying Topography, *J. Fluid Mech.*, Vol. 144, pp. 828-845.
- (9) Dean, R.G. and R.A. Dalrymple (1984). *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists.* Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- (10)Deresiewicz, R. and R. Skalak (1963). On Uniqueness in Dynamic Poroelasticity. Bulletin of the Seismological Society of America. 53, No. 4, pp. 783-788.
- (11)Dong, C.M. (2000). The Development of a Numerical Wave Tank of Viscous Fluid and its Applications. Ph. D. Thesis, National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan.
- (12)Dong, C.M. and C.J Huang (1999). Vortex Generation in Water Waves Propagating over a Submerged Rectangular Dike. *9th Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, Vol. 3, pp. 388-395.
- (13)Forchheimer, P.H. (1901) Wasserbewegung durch Boden. Zeitschrift des Vereines, Deutscher Ingenieur, Vol. 45, pp. 1782-1788.
- (14)Goda, Y. (1967). Travelling Secondary Wave Crests in Wave Channels. *Rep. No. 13*, Port & Harbor Res. Inst., pp. 32-38.
- (15)Goring, D. and F. Raichlen (1980). The Generation of Long Waves in the Laboratory. *17rd Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp. 763-783.
- (16)Grilli, S.T. and J. Horrillo (1997). Numerical Generation and Absorption of Fully Nonlinear Periodic Waves. J. Eng. Mech., Vol. 123, pp. 1060-1069.
- (17)Havelock, T.H. (1929). Forced Surface Wave on Water. *Philosophical Magazine*, Series 7, Vol. 8, pp. 569-576.
- (18)Huang, C.J., E.C. Zhang, and J.F. Lee (1998). Numerical Simulation of Nonlinear Viscous Wavefields Generated by a Piston-type Wavemaker. *J. Eng. Mech.*, Vol. 124, pp. 1110-1120.
- (19)Huang, C.J. and C.M. Dong (1999). Wave Deformation and Vortex Generation in Water Waves Propagating over a Submerged Dike, *Coast. Engrg.* Vol. 37, pp. 123-148,.
- (20)Huang, C.J., and C.M Dong. (2001a). On the Interaction of a Solitary Wave and a Submerged Dike, submitted to Coastal Eng.
- (21)Huang, C.J. and C.M. Dong (2001b). On the Propagation of Water Waves over Rigid Sand Ripples, submitted to J. Waterway, Port, Costal, and Ocean Engrg.

- (22)Hudspeth, R.T., J.W. Leonard, and M.C. Chen (1981). Design Curves for Hinged Wave Makers: Part I Theory; Part II Experiments. *ASCE*, Vol.107, pp. 533-574.
- (23)Hughes, S.A. (1993). Physical Models and Laboratory Techniques in Coastal Engineering, (Chap. 7: Laboratory wave generation). World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore.
- (24)Kirby, J.T. (1986). A General Wave Equation for Rippled Beds, *J. Fluid Mech.*, Vol. 162, pp. 171-186.
- (25)Losada I.J., M.D. Patterson and M.A. Losada (1997). Harmonic Generation Past a Submerged Porous Step. *Coastal Engineering*, Vol. 31, pp. 281-304.
- (26)Madsen, O.S. (1971). On the Generation of Long Waves. J. Geophys. Res., Vol. 76, pp. 8672-8683.
- (27)Madsen, P.A., R. Murray, and O.R. Sorensen (1991). A New Form of the Boussinesq Equations with Improved Linear Dispersion Characteristics, Part 1. *Coastal Eng.*, Vol. 15, pp. 371-388.
- (28)Mase, H., Takeba, K., and Oki, S.I. (1995). Wave Equation over Permeable Rippled Bed and Analysis of Bragg Scattering of Surface Gravity Waves. J. *Hydraul. Res.*, Vol. 27, pp. 587-601.
- (30)McDougal, W. G. (1993). State of the Art Practice in Coastal Engineering. National Cheng Kung University, pp. 10.25-10.28.
- (31)Mei, C.C. (1985). Resonant Reflection of Surface Waves by Periodic Sandbars, *J. Fluid Mech.*, Vol. 152, pp. 315-335.
- (32)Mizuguchi, M. (1987). Second-order Solution of Laminar Boundary Layer Flow under Waves. *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 30, pp. 9-18.
- (33)Ohyama, T. and K. Nadaoka (1991). Development of a Numerical Wave Tank for Analysis of Nonlinear and Irregular Wave Field. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 8, pp. 231-251.
- (34)Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.
- (35)Peregrine, D.H. (1967). Long Waves on a Beach. J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 815-827.
- (36)Sollit, C. K. and R. H. Cross (1972). Wave Transmission Through Permeable Break-waters. Proc. 13<sup>th</sup> *Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 1872-1864
- (37)Ursell, F., R.G. Dean, and Y.S. Yu (1960). Forced Small-amplitude Water Waves: A Comparison of Theory and Experiment. *J. Fluid Mech.*, Vol. 7, pp. 32-53.
- (38)Ward, J.C. (1964). Turbulent Flow in Porous Media. J. Hydraulic Division, HY 5, pp. 1-12.

- (39)黃清哲、張興漢(1999) 波浪通過剛性多孔介質底床特性之研究,中國土 木水利工程學刊第十一卷,第三期,第597頁-608頁。
- (40)董志明、黃清哲、洪志豪、張興漢(2001)波浪邊界層之數值模擬(投稿中國土木水利工程學刊)。

Madsen, O.S. (1971). On the Generation of Long Waves. J. Geophys. Res., Vol. 76, pp. 8672-8683.

- Madsen, P.A., R. Murray, and O.R. Sorensen (1991). A New Form of the Boussinesq Equations with Improved Linear Dispersion Characteristics, Part 1. *Coastal Eng.*, Vol. 15, pp. 371-388.
- Mase, H., Takeba, K., and Oki, S.I. (1995). Wave Equation over Permeable Rippled Bed and Analysis of Bragg Scattering of Surface Gravity Waves. *J. Hydraul. Res.*, Vol. 27, pp. 587-601.
- McDougal, W. G. (1993). State of the Art Practice in Coastal Engineering. National Cheng Kung University, pp. 10.25-10.28.
- Mei, C.C. (1985). Resonant Reflection of Surface Waves by Periodic Sandbars, J. Fluid Mech., Vol. 152, pp. 315-335.
- Mizuguchi, M. (1987). Second-order Solution of Laminar Boundary Layer Flow under Waves. *Coastal Eng. in Japan*, Vol. 30, pp. 9-18.
- Ohyama, T. and K. Nadaoka (1991). Development of a Numerical Wave Tank for Analysis of Nonlinear and Irregular Wave Field. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 8, pp. 231-251.

Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.

- Peregrine, D.H. (1967). Long Waves on a Beach. J. Fluid Mech., Vol. 27, pp. 815-827.
- Sollit, C. K. and R. H. Cross (1972). Wave Transmission Through Permeable Break-waters. Proc. 13<sup>th</sup> *Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp. 1872-1864
- Ursell, F., R.G. Dean, and Y.S. Yu (1960). Forced Small-amplitude Water Waves: A Comparison of Theory and Experiment. J. Fluid Mech., Vol. 7, pp. 32-53.
- Ward, J.C. (1964). Turbulent Flow in Porous Media. J. Hydraulic Division, HY 5, pp. 1-12.
- 黃清哲、張興漢(1999) 波浪通過剛性多孔介質底床特性之研究,中國土木水利工程學刊第 十一卷,第三期,第597頁-608頁。
- 董志明、黃清哲、洪志豪、張興漢(2001)波浪邊界層之數值模擬(投稿中國土木水 利工程學刊)。



圖 1 數值造波水槽之示意圖



圖 2 線性波水位 h 及底部至自由液面 (u,v) 之驗證圖。
 (-----)為數值解,( 等符號)為理論解析解



圖 3 線性波水位h 及邊界層 (u,v, p,t₀) 之驗證圖。(-----)
 為數值解,( 等符號) 為理論解析解



圖 4 非線性波水位 h 及底部至自由液面 (*u*,*v*) 之驗證 圖。 (-----)為數值解, ( 等符號)為理論解析



圖 5 非線性波水位 h 及邊界層 (*u*, *p*, *t*<sub>o</sub>) 之驗證。(-----) 為數值解,( 等符號)為理論解析解



圖 6 孤立波之水位 h 及底部邊界層 (*u*,*v*,*p*,*t*<sub>o</sub>) 變量變化 圖。 (-----)為數值解, ( 等符號)為理論解析 解



(e)





圖 7 靜水深 25cm 波高 3.5cm 週期 2.5s 之波浪通過堤寬 25cm 堤高 12.5cm 之潛堤時不同時刻之水位及流場









圖 9 靜水深 17cm 波高 6cm 週期 1.09s 之波浪通過漣高 1cm 漣長 5cm 之砂漣所產生流場流體質點在 3 個週期內 之軌跡













圖 11 透水潛堤之示意圖



圖 12 透水潛堤交界面數值網格處理之示意圖



圖 13 透水潛堤附近各波高計之水位時序列圖



#### 圖 14 透水潛堤附近主頻至四倍頻波高空間上之變化圖



#### 圖 15 透水與不透水潛堤主頻至四倍頻波高之比較圖



圖 16 不同時刻透水與不透水潛堤全水槽之水位圖

# 緩坡方程式之研發與應用

許泰文<sup>1</sup> 藍元志<sup>2</sup> 溫志中<sup>3</sup> 曾鈞敏<sup>4</sup> 阮香蘭<sup>5</sup>

## 摘 要

對於波浪在傳遞過程中的種種效應,本文以時變性拋物線型緩坡方程式為基礎,建立一波場模式 (TPMSE),使其能模擬波浪在傳遞過程中的非線性淺化效應、 波浪碎波、底床摩擦效應及透水底床下的能量消散效應。文中首先建立緩坡方程 式的能量消散式,對於邊界設定時所需的條件,本文以輻射邊界條件來加以計算。 利用時變性拋物線型方程式疊代計算的特點,處理輻射邊界條件在邊界處所需的 波浪角度。數值方法採用交替方向隱式法 (ADI) 進行模式的建立。文中分別選定 相關的試驗數據進行波浪大角度入射、能量消散效應以及模式計算效率之驗證與 檢定工作。驗證結果顯示,本文發展之波場模式,可有效模擬波浪廣角度入射之 問題,能量消散計算亦可適切描述波浪的變形效應。

# 一、前言

波浪由深海傳遞至近岸,受水深地形或海岸結構物影響產生變形,其主要的 變形效應則包含有:淺化、折射、繞射、反射、碎波及能量消散等。上述之各種 波浪變形效應,通常是共存的,因此在建置波浪模式時,上述的各種變形效應應 同時加以考量。目前工程界研究波浪變形的方法,主要為求解緩坡方程式。緩坡

<sup>1</sup>國立成功大學水利及海洋工程系教授

<sup>2</sup>國立成功大學水利及海洋工程系博士

<sup>3</sup>國立成功大學水利及海洋工程系博士候選人

<sup>4</sup>經濟部水資源局科長

<sup>5</sup>經濟部水資源局副工程司

方程式為 Berkhoff (1972)所提出,近代學者依據緩坡方程式的特性,將方程式推 導為橢圓型、非時變性拋物線型及雙曲線型。對於前述三種模式,在現今的海岸 工程界已被廣泛的使用。Li (1994)引入緩慢時間座標於 Booij (1981)推導的時變 性雙曲線型方程式中,將方程式簡化為時變性抛物線型模式。依 Li (1994)所述, 此種模式為一時變性方程式,對於邊界條件的設置與橢圓型態方程式相同,方程 式在穩態時所得的解與橢圓型態相同。雖然 Li (1994)所推導的方程式,在應用上 有著方便使用的特點,然而對於此種模式的卻甚少被使用。因此,本文將對此類 型方程式進行一系列模式應用的探討。

在求解緩坡方程式中所需的邊界條件方面,許多模式是以輻射邊界條件 (radiation boundary condition)進行邊界條件的設置。由於輻射邊界條件為一非線 性的方程式,在求解過程中波浪於邊界處的角度與波浪函數無法同時得知,因此 前人所使用的輻射邊界條件的技巧,多是以級數近似展開方式來模擬邊界處的波 浪角度 (Booij,1981;Kirby,1986;Daylrmple 等人,1989;Maa 等人,2001)。 不過,近似的輻射邊界條件仍對於邊界角度殘存部份的計算誤差,將導致邊界處 殘留反射波浪於計算域中影響波場分佈的正確性,尤其在波浪大角度入射邊界時 問題尤為明顯。

本文主要目的在於以時變性拋物線型緩坡方程式,建立一波場數值模式 (TPMSE)。對於輻射邊界條件邊界條件的處理,將利用時變性拋物線型緩坡方程 式可於數值運算上以疊代方式求解的特性,逐步求得邊界上之波浪角度,據此解 決波浪廣角度入射問題。在近岸的計算過程中將以能量通率的觀點,引用半經驗 公式來模擬波浪於近岸處所產生的波浪碎波及能量消散。模式並同時考慮底床之 透水效應,使其能更適切的描述實際波浪的變形效應。對於應用緩坡方程式計算 陡變地形時,則考慮方程式的高階底床地形影響量。文中將針對各種變形效應進 行計算,並與試驗資料相比較,以驗證模式之適用性,並檢驗模式執行效率。

# 二、波浪控制方程式

## 2.1 波場控制方程式

本文所選取的波浪模式,以 Suh 等人 (1997) 所推導含有底床非線性項之雙曲線型緩坡方程式為基礎,進行模式之延伸。基本控制方程式中,所含的效應包

7 - 2

括有波浪的淺化、折射、繞射及反射,並於方程式中考慮底床之非線性項(底床 曲率項及底床斜率平方項係數)。方程式如下所示:

$$-\frac{\P^{2}\mathsf{F}}{\P t^{2}} + \tilde{\mathsf{N}} \times (CC_{g}\tilde{\mathsf{N}}\mathsf{F}) + [k^{2}CC_{g} - \mathsf{w}^{2}]\mathsf{F} + [f_{1}(kh)g\tilde{\mathsf{N}}^{2}h + f_{2}(kh)(\tilde{\mathsf{N}}h)^{2}gk]\mathsf{F} = 0$$
(1)

式中F 為波浪勢能函數, t 為時間變量, C 為波速,  $C_g$  為群波波速, k 為波 浪週波速, w 為波浪角頻率, g 為重力加速度, h 為水深,  $f_1$  及  $f_2$  為底床曲率及 底床斜率平方項係數, 其表示式分別如式(2)與式(3)所示。

$$f_{1}(kh) = \frac{-4kh\cosh(kh) + \sinh(3kh) + \sinh(kh) + 8(kh)^{2}\sinh(kh)}{8\cosh^{3}(kh)[2kh + \sinh(2kh)]}$$
$$-\frac{kh\tanh(kh)}{2\cosh^{2}(kh)}$$
.....(2)

$$f_{2}(kh) = \frac{\operatorname{sech}^{2}(kh)}{6[2kh + \sinh(2kh)]^{3}} \times \{8(kh)^{4} + 16(kh)^{3} \sinh(2kh) \\ - 9 \sinh^{2}(2kh) \cosh(2kh) \\ + 12(kh)[1 + 2\sinh^{4}(kh)][kh + \sinh(2kh)]\}$$
.....(3)

對於式(1)所描述的波浪變形效應,只涵蓋波浪未碎波前之波形變化,對於波 浪於近岸所產生的能量消散,並不能適切的加以表達。為同時考慮波浪的能量消 散效應, Hsu 和 Wen (2000, 2001) 於方程式中考慮波浪於近岸之碎波效應,並於 方程式中加入波浪能量消散係數 *f<sub>d</sub>* (wave energy dissipation coefficient),並同時考 慮底床摩擦效應與波浪非線性淺化效應,則式(2)之延伸型態緩坡方程式可改寫為 下列型式:

$$-\frac{\P^{2}\mathsf{F}}{\P t^{2}} + \tilde{\mathsf{N}} \times (CC_{g}\tilde{\mathsf{N}}\mathsf{F}) + [k^{2}CC_{g}(1+if_{D}) - \mathsf{w}^{2}]\mathsf{F} + [f_{1}(kh)g\tilde{\mathsf{N}}^{2}h + f_{2}(kh)(\tilde{\mathsf{N}}h)^{2}gk]\mathsf{F} = 0$$
.....(4)

式中能量消散係數  $f_D = d g_s + (1 - d \phi f_d + f_b)$ ,  $f_b \oplus f_s$ 分別代表底床摩擦項及 非線性淺化項。係數d ф在波浪在傳遞過程中,在近岸處未產生碎波時, d  $\phi = 1$ ;若 於近岸處產生碎波後, d  $\phi = 0$ 。

對於本文所引用的非線性淺化、碎波能量消散及底床將一緩慢時間變量引入 緩坡方程式中,其變量為

 $\bar{t}$  為緩慢時間變量, e為攝動參數 (perturbation coefficient), 且 e << 1。根據式 (5), 則流速勢可進一步寫成

$$\mathsf{F}(x, y, t) = \overline{\mathsf{y}}(x, y, \overline{t})e^{-i\mathsf{w}t} \tag{6}$$

式中y 為加入攝動參數之流速勢。將式(6)代入式(4),並將二階微小量省略,只保 留一階以下各項,則可得一個延伸型時變性拋物線型緩坡方程式,如下式所示:

- 
$$2 \operatorname{wi} \frac{\P \overline{y}}{\P t} = \widetilde{N} \times (CC_g \widetilde{N} \overline{y}) + CC_g k^2 (1 + if_D) \overline{y}$$
  
+  $[f_1(kh)g \widetilde{N}^2 h + f_2(kh)(\widetilde{N}h)^2 gk] \overline{y}$  .....(7)

為簡化此控制方程式,文中引用 Radder (1979) 之尺度因子,如式(8)所示:

則式(7)可簡化為

 $-\frac{2\mathrm{w}i}{CC_{e}}\frac{\P\mathrm{f}}{\P t} = \tilde{\mathrm{N}}^{2}\mathrm{f} + k_{c}^{2}\mathrm{f} \qquad .....(9)$ 

其中

$$k_{c}^{2} = k^{2}(1 + if_{D}) - \frac{\tilde{N}^{2}\sqrt{CC_{g}}}{\sqrt{CC_{g}}} + \frac{[f_{1}g\tilde{N}^{2}h + f_{2}(\tilde{N}h)^{2}gk]}{CC_{g}}....(10)$$

對於波浪碎波之能量消散係數 $f_d$ ,本文採用 Dally 等人 (1985) 之碎波公式

$$f_d = \frac{K_2}{kh} (1 - \frac{K_1^2}{4g^2})$$
(11)

$$g = |A| / h$$
 (12)

其中A為波浪之振幅,係數 $K_1 = 0.4$ , $K_2 = 0.15$ 。碎波指標 g,則採用 Isobe 等人 (1987) 的建議

其中 $\tan b$ 為海床坡度, $L_0$ 為深海波長。

底床摩擦係數 f<sub>b</sub>方面,根據 Dean 和 Dalrymple (1984) 及 Hsu 和 Jan (1998) 之 紊流邊界層結果,得到

式中

 $C_{wf} = 0.1 \left( A_b / k_s \right)^{-0.36}$ ....(16)

$$A_b = \frac{A}{\sinh kh} \tag{17}$$

 $k_s = 2d_{90}$  or  $k_s = 2.5d_{50}$  ....(18)

其中, d<sub>90</sub>與d<sub>50</sub>分別為底床土壤 90%與 50% 之均質粒徑。

至於波浪非線性淺化係數 ƒ。則依蔡等人 (1995) 之建議得到下列之關係式

$$f_{s} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & for U_{r} \pounds 30 \\ \frac{1}{7} & h (-\frac{4}{7} + S_{1} + S_{2}) \tan b \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \frac{1}{kh} (-\frac{3\sqrt{U_{r}} - 10\sqrt{3}}{1.5\sqrt{U_{r}} - 2\sqrt{3}} + S_{1} + S_{2}) \tan b & for 50 \pounds U_{r} \pounds 50 \\ \end{bmatrix}$$
.....(19)

其中

$$S_1 = \frac{2n - 1}{2n} .....(21)$$

$$S_{2} = \frac{k_{0}h - h^{2}(k^{2} + k_{0}^{2})}{4n^{2}\sinh^{2}kh}$$
(22)

## 2.2 考慮透水介質效應之TPMSE 模式

台灣近年為海岸保護之需求,已在部份海域設置離岸之具透水消波特性之直 立堤或潛堤。本文考量在具有透水潛堤之地區波浪受透水層特性的影響產生波浪 變形,因此在 TPMSE 模式中加入模擬透水介質效應之功能。

考慮波浪通過具有透水層(透水潛堤)之底床,其中透水層厚度為 h<sub>p</sub>,透 水層至水面之深度為 h。Rojanakmthorn 等人 (1989) 提出考慮透水層效應之橢

7 - 6

其中, $n_0$ 為透水層孔隙率, $S = n_0 + (1 - n_0)C_M$ , $C_M$ 為虛擬質量係數, $f_p$ 為線 性摩擦因子。波浪週波數 k 滿足下列延散關係 (dispersion relation)

當底床無透水層存在時, 即S=1、 $f_p=0$ 、 $h_p=0$ , 則係數 $a_p$ 可簡化為

*CC*<sub>*s*</sub>,則式(23)可簡化為傳統之橢圓型態緩坡方程式,式(31)可簡化為傳統之延散 方程式。

應用 Rojanakmthorn 等人 (1989) 提出的理論至 TPMSE 模式中,其控制方程 式為

$$-\frac{\P^{2}\mathsf{F}}{\P t^{2}} + \tilde{\mathsf{N}} \times (\mathsf{a}_{p}\tilde{\mathsf{N}}\mathsf{F}) + [k^{2}\mathsf{a}_{p}(1+if_{D}) - \mathsf{w}^{2}]\mathsf{F} + [f_{1}(kh)g\tilde{\mathsf{N}}^{2}h + f_{2}(kh)(\tilde{\mathsf{N}}h)^{2}gk]\mathsf{F} = 0$$
(32)

令  $F(x, y, t) = \overline{y}(x, y, \overline{t}) e^{-iwt}$  ( $\overline{t} = et$ ) 代入式(32)中,並忽略 $e^2$ 項,則方程式為

- 
$$2wi\frac{\P \overline{y}}{\P t} = \widetilde{N} \times (CC_g \widetilde{N} \overline{y}) + k^2 a_p (1 + if_D) \overline{y}$$
  
+  $[f_1(kh)g \widetilde{N}^2 h + f_2(kh)(\widetilde{N}h)^2 gk] \overline{y}$  .....(33)

令 
$$\overline{\mathbf{y}} = \mathbf{f} / \sqrt{\mathbf{a}_p}$$
,最後可得到  
-  $\frac{2iw}{\mathbf{a}_p} \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{f}} = \tilde{\mathbf{N}}^2 \mathbf{f} + k_c^2 \mathbf{f}$ ....(34)

式中

至於線性摩擦因子 f<sub>p</sub> 需由下式計算

$$f_{p} = \frac{1}{W} \frac{\mathbf{\hat{O}} \mathbf{\hat{O}}_{i}^{T} \mathbf{\hat{i}}_{k_{p}}^{2} |\vec{u}_{s}|^{2} + \frac{n_{0}^{3} C_{p}}{\sqrt{k_{p}}} |\vec{u}_{s}|^{3} \mathbf{\hat{\mu}}_{j}^{d} t \ d''}{\mathbf{\hat{O}} \mathbf{\hat{O}}_{j}^{T} n_{0} |\vec{u}_{s}|^{2} dt \ d''} \qquad (36)$$

式中, $C_p$ 為透水層之紊流摩擦係數, $k_p$ 為透水層之滲透係數,單位為長度平方, n 為流體運動黏滯性係數, $\bar{u}_s$ 為透水層內部流體速度。由式(36)可知,線性摩擦 因子  $f_p$ 需要疊代求解。

三、數值模式

3.1 數值方法

對於數值方法的選取,文中選取交替方向隱式法 (Alternating Direction Implicit Method),簡稱 ADI 法求解式(7)。波場差分網格示意圖,如圖 1 所示。其控制方程式式(7)的數值差分式如下:





圖1 波場模式格網示意圖

$$f_{p,q} = -\frac{2w}{(a_p)_{p,q}}$$
....(39)

$$d_{y}^{2}f_{p,q}^{n} = \frac{f_{p,q-1}^{n} - 2f_{p,q}^{n} + f_{p,q+1}^{n}}{Dy^{2}}$$
.....(41)

式(37)至式(41)中,下標p代表x軸方向的第p個格點,下標q代表y軸方向的第q個格點,上標n代表時間,Dt代表差分時間段,Dx、Dy分別為x、y軸之差分間距。

由於所選取的差分方法為隱式法,所以於計算上無顯式法求解時有著穩定度 (stability)的問題。

#### 3.2 邊界條件

對於波浪通過計算邊界所需給定的條件,本文模式中則是採用幅射邊界 (radiation condition) 來加以處理。其邊界條件可分為完全吸收、部分吸收邊界條 件及給定邊界條件。

(1) 吸收及部分吸收邊界條件

對於波浪通過邊界時,所使用的邊界條件若無任何反射波浪產生,則此邊界 將波浪完全吸收,此邊界條件為完全吸收邊界條件。若於邊界上只吸收部份的的 波浪能量,則稱為部份吸收邊界,其數學式如式(42)

 $\frac{d\mathbf{f}}{dt} = \hat{\mathbf{a}} \frac{\P\mathbf{f}}{\P t} + C \frac{\P\mathbf{f}}{\P r} = 0, \quad \P B$ (42)

上式中 $\hat{a}$  為吸收係數。假設 $\hat{a} = 1$ ,則波浪完全通過邊界;若 $\hat{a} = 0$ ,則於邊

界上產生全反射;若0<â<1,則為部份吸收邊界,式中â值的決定,需依邊界 上的物理特性加以決定。r為波浪的路徑。利用 $r = |r| = x \cos q + y \sin q$ 之關係, q'為波浪於邊界上的角度。則上式關係可進一步表示

$$\frac{\P r}{\P x} = \cos q', \quad \frac{\P r}{\P y} = \sin q' \tag{43}$$

代入式(41)可得x方向的邊界條件為

$$\frac{\P f}{\P x} \mp ik \cos q' f = 0, \quad \P B_{x\pm}$$
(44)

式(44)中¶ $B_x$ 為 x軸的邊界。同理可知,對於波浪通過垂直於 y 軸的幅射邊界 ¶ $B_y$ , 可得式(45)

$$\frac{\P f}{\P y} \mp ik \sin q^{t} = 0, \quad \P B_{y\pm}$$
(45)

由於在數值模式計算時,無法先得知波浪入射邊界的夾角 q¢,故文中利用 數值方式疊代求解,將邊界角度疊代至收斂。此一處理方式叫能適用於大角度波 浪入射之條件 (Hsu 和 Wen, 2000)。

(2) 給定邊界條件

\_.

當波浪入射遇結構物所產生的反射波浪通過邊界時。於離岸邊界上包含有入 射波波場及反射波波場。由於入射波場為已知,而反射波波場未知且為離岸方向, 若波浪沿x方向正向入射及反射,其邊界條件可以下式表示:

 $\frac{\P f}{\P x} = ik(f_i - f_r) = \pm ik_x f + 2ik_{xi}f_i, \quad \P B_{\pm}$ (46)

式中 $f_i$ 表示為正x方向的入射波,  $f_r$ 表示為負x方向的反射波。

#### 3.3 收斂條件

對於本模式所採取的收斂條件為殘差小於e時為其收斂條件。其殘差表示式

如式(47)所示:

$$E_{rr} = \frac{\sqrt{\mathop{a}\limits_{p}} \mathop{a}\limits_{q}^{a} ABS\left(f_{p,q}^{n} - f_{p,q}^{n-1}\right)^{2}}}{\mathop{a}\limits_{p} \mathop{a}\limits_{q}^{a} ABS\left(f_{p,q}^{n}\right)} \qquad (47)$$

式中  $E_{rr} < 10^{-4}$ 。此模式計算時,時間的變化(Dt)為疊代的參數指標,且此參數 為影響其收斂速度的重要參數。Dt參數的型式如下:

其中N<sub>w</sub>為無因次參數,其值界於O(1) O(10) 之間。

# 四、模式驗證與討論

本文建立之 TPMSE 波場模式以 Hsu 和 Wen (2000) 延伸型緩坡方程式為基礎,另外考慮底床摩擦效應、非線性淺化效應、以及透水介質效應等。文中將針對波浪大角度入射問題、近岸過程中的能量消散效應、陡變地形效應、以及計算執行效率,進行一系列的探討。

## 4.1 大角度入射問題

本文使用的數值疊代近似方法,對於邊界處波浪廣角度入射問題進行計算,因此所採用之輻射邊界條件為原始輻射邊界條件,與一般採用近似輻射邊界條件的處理方式不同。其間的差異如表 1 所示,表中  $k_x^*$  為 原始波數  $k_x$  的近似波數。

為探討波浪在廣角度入射邊界下,以不同階數的輻射邊界條件計算時所產生 的影響,本文選取波浪入射水平底床上的潛沒圓球之問題,進行原始輻射邊界條 件與近似輻射邊界條件之探討。模式計算之入射波浪條件其週期為*T* =1sec,入 射角度為 q<sub>0</sub> = 80°。對於計算時所採用區域大小為30m<sup>7</sup>60m,所採用的格網間

輻射邊界條件	近似展開式	使用角度限制
一階	$f_{x} = ik_{x}^{*}f$ ; $k_{x}^{*} = k$	$q_o < 10^o$
二階	$f_x = ik_x^* f_x, k_x^* = k[1 - \frac{1}{2}\sin^2 q]$	$q_o < 30^o$
三階	$f_x = ik_x^* f$ ; $k_x^* = k[\frac{c_1 - a_1 \sin^2 q}{1 - b_1 \sin^2 q}]$	$q_{o} < 70^{o}$
	$c_1 = 0.9947; a_1 = 0.8901;$ $b_1 = 0.4516$	
原始邊界條件	$f_{x} = ik_{x}^{*}f$ ; $k_{x}^{*} = k_{x} = k\cos q$	$q_{o} < 90^{o}$

表1 輻射邊界條件在x 方向上的近似展開式 (Hsu 和 Wen, 2000)



(a) 原始輻射邊界條件

(b) 3 階近似輻射邊界條件

圖2 波浪入射水平底床上潛沒圓球波高分佈圖  $(q_0 = 80^\circ)$ 。

距為 Dx = Dy = 0.1m,計算所需的格點數為 301<sup>'</sup> 601 點,至於計算時所採用的時間變量則為 Dt = 0.05 sec。計算結果如圖 2 所示,圖 2 (a) ~ (b)分別為利用原始邊界條件,以及 3 階近似輻射邊界條件計算所得之結果。圖中顯示,在邊界設定上,若以原始邊界條件加以計算,則所得的波高分佈型態具有軸向對稱的分佈型態。由於 3 階近似輻射邊界條件,受邊界反射影響明顯的範圍約為  $q^{\circ} > 70^{\circ}$ ,

故在計算斜向入射  $q_o = 80^\circ$ 時,以3 階近似輻射邊界條件計算所得結果,其反射效應已明顯影響計算域內的波高分佈。本文模式在計算波浪廣角度入射邊界問題時,原始邊界條件保持著波數向量守恆的關係, $k_x^2 + k_y^2 = k^2$ ,故在計算時可較正確的預估波浪在邊界處的入射角度,減少因邊界條件所產生的反射波浪,使其能適切的處理波浪廣角度入射邊界問題。

## 4.2 碎波與能量消散效應驗證

#### 4.2.1 波浪非線性淺化及碎波能量消散效應驗證

對於波浪通過不等水深地形時,所產生的非線性淺化效應以及碎波效應,文 中以 Nagayama (1983) 波浪通過複式斷面底床地形的試驗進行驗證。其試驗條件 之波浪條件為:波高 $H_0$  = 7.0cm、週期T = 1.18sec、波浪入射角 $q_0$  = 0°。圖 3 為利用本文模式計算所得之結果,與傳統緩坡方程式及試驗資料之比較。於圖中 顯示,以傳統緩坡方程式計算近岸波場,若對於波浪碎波不加以處理,則於近岸 處波高值會明顯抬升,並呈現一不合理的分佈情形,其波高值將會影響整體的波 高分佈。若以傳統緩坡方程式加入碎波能量消散項計算時,於 x = 4.0m 處及 x =1.0m 附近處將有能量消散,此現象與試驗資料相吻合,但於碎波點附近處的波高 分佈則有明顯低估的情形發生。圖 3 中實線為加入非線性淺化效應,及碎波能量 消散效應項計算所得的結果。加入波浪非線性效應後,利用本文模式在描述波浪 的非線性淺化效應上,與試驗值有著良好的趨勢與結果。另外,圖中三角點為波 浪所在位置的 Ursell number ( $U_r$ )分佈圖,其結果可明顯得知,於愈靠近近岸處 波浪的非線性效應明顯增加。

## 4.2.2 底床摩擦效應驗證

本文以波浪通過底床中質粒徑 $d_{50} = 0.05m$ 的粗糙底床進行計算,對於加入 底床摩擦效應計算所得之波高分佈與假設底床為光滑底床條件下下計算所得之結 果進行比較。計算時所採用的波浪條件為 $H_0 = 0.06m$ , T = 1.19sec,底床坡度 為 1/30。由圖 4 可知,在為考慮底床摩擦效應時,模式中加入非線性淺化效應與 碎波能量消散效應計算所得結果與光滑底床試驗值相接近。但在粗糙底床條件下 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣



圖 3 波浪正向入射複合坡度底床下波高分佈圖 (Nagayama, 1983)



## 圖 4 波浪通過非光滑底床摩擦效應之比較

波浪能量在傳遞過程中產生衰減,所得的波高分佈較光滑底床條件下為低。粗糙 底床下因波高衰減,故波浪碎波發生的位置較靠近岸邊。

## 4.2.3 透水介質效應驗證

對於透水介質效應之驗證工作,本文選用 Rojanakmthorn 等人 (1989) 所作

之試驗資料進行。試驗配置如圖 5 所示,於坡度 1/20 的斜坡底床上置放一梯型透水潛堤。潛堤之堤面坡度為1/3,堤頂水深為*D*<sub>s</sub>,堤頂寬度為*B*,潛堤特性參數及試驗條件如表 2 所示。依據試驗之資料進行模式之計算,其結果如圖 6 所示, 其中圖形縱座標 h<sub>ms</sub> 為波浪之均方根平均振幅。由圖形比較結果可知,考慮透 水潛堤效應之模式計算結果與試驗結果相當吻合。圖 7 為假設潛堤為不透水堤時 之結果,可明顯發現若不考慮潛堤之透水特性,模式計算結果將試驗結果有明顯 的差異。

## 4.4 陡變地形影響

對於波浪通過陡變地形時所產生的效應,本文以 Davies 和 Heathershaw's (1984) 所做的正弦沙漣試驗,進行傳統緩坡方程式與本文模式進行探討。試驗的條件如下:沙漣底床振幅 $A_k$  = 5.0cm、沙漣底床之波長I = 100cm、沙漣底床之沙漣個數N = 10、水平底床之水深  $h_c$  = 3.13cm。本文選定數值計算的格網間距為 Dx = 0.05m, Dt = 0.013sec,其所對應的 Diffusion numbers 及 Courant numbers



圖 5 波浪通過透水潛堤試驗之示意圖

模型參數	S		${m C}_f$	$k_p(m^2)$	
	1.0		0.332	3.77×10 <sup>-7</sup>	
試驗編號	<i>B</i> (cm)	$D_s(\mathrm{cm})$	$D(\mathrm{cm})$	T(sec)	$H_0(\mathrm{cm})$
1	235	8.0	39.0	1.81	4.47

表2 模型試驗之特性係數及試驗條件


圖 6 波浪通過透水潛堤時波浪均方根平均振幅 h<sub>ms</sub> 之分佈



圖 7 不考慮潛堤滲透效應時,通過潛堤之波浪均方根平均振幅 **h**<sub>m</sub>,之分佈圖

分別為 $D_f = 0.25$ ,  $C_f = 0.90$ 。其計算時將波浪特性與底床地形特性相結合,以 波浪波長與沙漣底床波長之比值為探討的參數,進行反射率計算。計算結果如圖 8 所示,圖中實線代表延伸型態緩坡方程式,虛線代表緩坡方程式,以本文模式 計算所得的結果,明顯的較傳統緩坡方程式為佳。圖中結果顯示,在波浪受陡變 地形影響下,以傳統緩坡方程式計算沙漣前方的反射率將會產生明顯低估的情形, 在共振頻率2k/K = 1附近處最為明顯,而傳統緩坡方程式則與試驗值相接近。



圖 8 波浪通過正弦沙漣底床反射率分佈(N = 10)

### 4.5 計算效率

本文選取三種具代表性之波浪模式,進行與 TPMSE 模式進行計算效率之分 析,分別為:(1) RDE 模式(橢圓型)、(2) PBCG 模式(橢圓型)、(3) MIKE 21's EMS 模式(雙曲線型)。對於上述四種模式的基本比較,選定 Berkhoff 等人於 1982 年 所做波浪通過橢圓淺灘之試驗地形進行計算。模式網格之尺寸及相關參數列於表 3。各種波浪模式計算時間與所需記憶體則如表 4 所示,其中本文之 TPMSE 模式 之記憶容量最少,RED 模式所需之記憶容量最多;計算時間則以 MIKE 21's EMS 模式最短,PBCG 模式所需計算時間最長。整體而言,本文 TPMSE 模式之計算 效率相當高。

波高 (m)	週期 (sec)	入射角 (deg)	水深 (m)
0.01	1.0	0	0.04-0.45
格點間距 (m)	計算區域 (m)	計算區域格點	總數
0.1	20 x 25	201 x 251	49,123

表3 各模式計算使用之參數

模式名稱	疊代次數	計算時間 (sec)	所需記憶體 (MB)
RDE		1056	26.20
PBCG	10103	7015	11.48
MIKE 21' s EMS	96	661	6.87
TPMSE (本文)	1200	1600	2.7

表4 各波浪模式計算效率之比較表

PS. 所使用的計算機為 Pentium 233 Personal computer 含有 64 MB 的記憶體, 在 Windows 95 系統下計算。

# 五、結論

本文以時變性拋物線型緩坡方程式發展 TPMSE 波場模式,計算波浪於近岸 處所產生的波浪變形,其中包含有探討波浪廣角度入射邊界問題,波浪的非線性 淺化效應,碎波及能量消散變形效應,底床摩擦效應及孔隙介質底床效應及波浪 通過陡變地形的影響進行特性分析。此外,並對模式計算效率進行比較分析。以 上探討經整理得到以下結論:

- 對於處理波浪廣角度入射邊界所產生的問題,本文提出以時變性抛物線型方程 式配合輻射邊界條件,以數值疊代方式得到正確的邊界條件。經數值計算結果 顯示,利用此方法可有效的解決波浪廣角度入射時的邊界問題。
- 2. 對於描述波浪於近岸所發生碎波及能量消散效應,本文以能量通率守恆觀點將 各種效應直接加入方程式中。數值計算結果顯示,對於以往波浪在近岸淺化及 波浪碎波時波高分佈偏低的情形,可有效的加以改善,另外對於具透水底床或 透水潛堤的特殊地形,本文 TPMSE 模式亦可預測出合理的結果。利用此方法 可有效的描述波浪於近岸處所產生的變形效應。
- 本文模式考慮陡變地形之基本特性,在緩坡方程式中加入曲率項 Ñ<sup>2</sup>h 和坡度
  平方項 |Ñh|<sup>2</sup>,對於波浪通過沙漣或系列潛堤問題,可以合理模擬,提高計算
  之精度。
- 4. 經比較各類型的緩坡方程式,本文發展之 TPMSE 模式在建構模式及邊界條件

上,有著使用方便及效率高的特點,能模擬波浪從深海傳遞至淺海的各種變形 效應,本模式適用於較大範圍海域之計算。

## 誌 謝

本文為經濟部水資源局支助計畫之部份成果,計畫編號為 MOEA/WRB/-8900020V1,特此誌謝。

參考文獻

- (1) Berkhoff, J. C. W. (1972). Computation of Combined Refraction-Diffraction. Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., Canada, ASCE, pp. 471-490.
- (2) Berkhoff, J. C. W., N. Booy and A. C. Radder (1982). Verification of Numerical Wave Propagation Models for Simple Harmonic Linear Water Waves. Coastal Eng., Vol. 6, pp. 255-279.
- (3) Booij, N. (1981). Gravity Waves on Water with Non-Uniform Depth and Current. Rep. No. 81-1, Department Civil Engineering, Delft University of Technique, Delft, The Netherlands.
- (4) Dally, W. R., R. G. Dean and R. A. Dalrymple (1985). Wave Height Variation Across Beaches of Arbitrary Profile. Journal of Geophysical Research, Vol. 90 (C6), pp. 11917-11927.
- (5) Dalymple, R. A., K. D. Suh, J. T. Kirby and J. W. Chae (1989). Models for Very Wide-Anfle Water Waves and Wave Diffraction. 2: Irregular Bathymetry. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 201, pp. 299-322.
- (6) Davies, A. G. and A. D. Heathershaw (1984). Surface Propagation over Sinusoidally Varying Topographt. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 144, pp. 419-446.
- (7) Dean, R. G. and R. A. Dalrymple (1984). Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 262-271.
- (8) Hsu, T. W. and C. C. Wen (2000). A Study of Using Parabolic Model to Describe Wave Breaking and Wide-angle Wave Incidence. Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol. 23, No. 4, pp. 515-527.

- (9) Hsu, T. W. and C. C. Wen (2001). A Parabolic Equation Extended to Account for Rapidly Varying Topography. Ocean Engineering, Vol. 28. (accepted)
- (10) Hsu, T. W. and C. D. Jan (1998). Calibration of Businger-Arya Type of Eddy Viscosity Model's Parameters. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Vol. 125, No. 5, pp. 281-284.
- (11) Kirby, J. T. (1986). Rational Approximations in the Parabolic Equation Method for Water Waves. Coastal Engineering, Vol. 10, pp. 355-378.
- (12) Li, B. (1994). An Evolution Equation for Water Waves. Coastal Engineering, Vol. 23, pp. 227-242.
- (13) Maa, J. P. Y., T. W. Hsu and D. Y. Lee (2001). An Enhanced Computer Program for Wave Transformation. A paper submitted to Ocean Engineering.
- (14) Radder, A. C. (1979). On the Parabolic Equation Method for Water Wave Propagation. Journal of Fluid Mech., Vol. 95, No. 1, pp. 159-176.
- (15) Rojanakamthorn, S., M. Isobe and A. Watanabe (1989). A Mathematical Model of Wave Transformation over a Submerged Breakwater. Coastal Engineering in Japan, Vol. 32, No. 2, pp. 209-234.
- (16) Nagayama, S. (1983). Study on the change of wave height and energy in the surf zone. B.Eng. thesis, Yokohama National University.
- (17) Suh, K. D., C. Lee and W. S. Part (1997). Time-Dependent Equations for Wave Propagation on Rapidly Varying Topography. Coastal Eng., Vol. 32, pp. 91-117.
- (18) 蔡清標、陳鴻彬、許修党 (1995), 碎波帶波高變化之計算,港灣技術,第十
  卷,第一期,93頁-111頁。

# 布袋外海波浪聚焦現象之探討

### 劉景毅1 洪逸銘2 黃煌煇3

# 一、緒論

嘉義縣布袋海域位處外傘頂洲南側,有許多潛沒砂洲散佈其間,最大者 為在急水溪口外海 10 公里處之葛城潛洲(圖 1)。在冬季,受外傘頂洲遮蔽效 應之影響,布袋海域之波浪較靜穩。在夏季,布袋海域則主要受來自西南向 之湧浪的影響,尤其當有颱風經過台灣南部海域時。此外,葛城潛洲位處布 袋海域之西南側,當來自西南向的波浪入射時,入射波容易因海底潛洲之影 響而形成聚焦(Focus)現象,此使得布袋海域之波浪可能因聚焦效應而明顯增 大,此將影響布袋商港之規劃設計條件。惟由於布袋海域目前並無任何實測 波浪資料,上述波浪聚焦現象無法經由實測波浪資料證實,而本文應用二個 波浪模式與水工模型試驗來檢驗此一現象。

# 二、波浪模式

本文分別使用美國工程兵團發展之 RCP(Regional Coastal Processes)模式 (Ebersol,1986)與成大水工所依據 Li(1994)所發展之 SWM 模式來檢驗布袋海 域之聚焦現象。分述如下:

1. RCP 模式

RCP 模式為一應用甚廣之波浪模式,模式本身考慮波浪由外海向近岸 傳遞時,因水深變化而產生之折射、繞射與淺化效應,但反射波部份則予 以省略。RCP 模式已由多組實驗室波浪資料驗證,並實際應用於近海波浪

<sup>1</sup> 國立成功大學水工試驗所數理組組長

<sup>2</sup> 國立成功大學水工試驗所技術員

<sup>3</sup> 國立成功大學水工試驗所所長

之模擬計算(Ebersol,1985),其在波浪因地形產生之折、繞射與淺化效應之 計算上可得相當不錯之成果。此外,由於 RCP 模式的穩定性佳,可以使 用較大之格網間距,因此應用於較大區域之波浪計算時有其優勢。因為 RCP 模式已廣泛應用於近海波浪之模擬且其相關資訊取得較易,故在此不再贅 述。

2. SWM 模式

SWM 模式為成大水工所依據 Li(1994)所發展之波浪模式,其控制方程式簡述如下:

在海底底床坡度很小之假設下  $(\tilde{N}h/kh = O(e) \ll 1)$ , Berkhoff (1972)推 導出二維橢圓型態之緩坡方程式如下:

 $\tilde{\mathsf{N}} \times (cc_g \tilde{\mathsf{N}}\mathsf{F}) + cc_g k^2 \mathsf{F} = 0 \qquad (1)$ 

式中F為流速勢,C為波速,C<sub>g</sub>為群波速度,k為週波數,  $\tilde{N} = (\P/\P x, \P/\P y), x$ 表垂直海岸線座標,y為平行海岸線座標。Li(1994) 應用攝動法在假設F(x,y,t) = Y(x,y,t)e<sup>-iw</sup>且 $y = \frac{f}{\sqrt{cc_g}}$ 時,可推縯出時變 之抛物線型緩坡方程式:

 $-\frac{2\mathbf{w}i}{cc_g}\frac{\P}{\P}\frac{\mathbf{f}}{t} = \tilde{\mathbf{N}}^2 \mathbf{f} + k_c^2 \mathbf{f} \qquad (2)$ 

其中 
$$k_c^2 = k^2 - \frac{\tilde{N}^2 \sqrt{cc_g}}{\sqrt{cc_g}}$$

當波浪傳播至非常近岸時將產生碎波現象,為解決碎波問題,許多學 者在緩坡方程式中加入考慮能量消散項。根據 Isobe(1987)之建議,(2)式可 以修改為:  $-\frac{2\mathbf{w}i}{cc_{g}}\frac{\P \mathbf{f}}{\P t} = \tilde{N}^{2}\mathbf{f} + k_{c}^{2}\mathbf{f} \qquad (3)$   $\mathbf{H} \mathbf{h} k_{c}^{2} = k^{2}(1+f_{d}) - \frac{\tilde{N}^{2}\sqrt{cc_{g}}}{\sqrt{cc_{g}}}$   $f_{d} = \frac{5}{2} \tan \mathbf{b} \sqrt{\frac{1}{k_{0}h}} \sqrt{\frac{\mathbf{g} \cdot \mathbf{g}_{g}}{\mathbf{g}_{s} \cdot \mathbf{g}_{g}}}$   $\mathbf{g} = a/h$   $\mathbf{g}_{g} = 0.135$   $\mathbf{g}_{s} = 0.4 \quad (0.57+5.3 \tan \mathbf{b})$ 

$$\boldsymbol{g}_b = 0.53 - 0.3 \exp(-3\sqrt{h/L_0}) + 5 \tan \boldsymbol{b}^{3/2} \exp[-45(\sqrt{h/L_0} - 0.1)^2]$$

式中w為角頻率, tan b為海底底床坡度, a 表波浪振幅, h 為水深,  $L_0$ 為深水處之波長,  $h_b$  為碎波水深,  $g_b$  為碎波指標, 當 $g > g_b$ 時, 模式計算 將需考慮能量消散項  $f_d$ 。本文係以 ADI 數值技巧解析上述方程式。

# 三、波浪模式之校驗

本文以數組廣被引用之實驗室波浪資料來驗證 SWM 模式,分述如下:

# 1.波浪入射等坡度橢圓型淺灘附近之波高分佈

本文使用與 Berkhoff(1982)相同之等坡度橢圓形淺灘來檢驗模式模擬 波浪折繞射與波浪聚焦之能力,圖2 所示為模式模擬所得之波高等值分佈 圖,圖3 則為八個斷面之波高與實驗室資料之比較。圖中結果顯示模式模 擬所得之波高與實驗室資料相當吻合。 2.波浪入射半球型淺灘附近之波高分佈

本文以 Dalrymple(1989)之半球形淺灘計算案例來檢驗本文模式在波浪 大角度入射時之準確性。本文分別計算入射角度為 0°與 60°時之波高分佈 情形(圖 4),結果顯示入射波浪通過球形淺灘後,等波高線呈左右對稱之 分佈,此為預期中之合理分佈趨勢,與 Dalrymple (1989)以相同條件模擬 所得結果亦相當吻合。

3.海岸結構物附近之波高分佈

為檢驗本文模式模擬海岸結構物附近波場之適用性,本文依據(Hsu, et al., 1999)選取下列三個計算案例來檢核模式。分述如下:

(1) 波浪正向入射離岸堤附近之波高分佈

本文以 Watanabe 和 Maruyama(1986)之水工模型試驗所量得的波高資 料來驗證模式模擬所得離岸堤附近之波高分佈。圖 5 為本文模式模 擬所得之波高分佈情形,圖中結果顯示離岸堤前之波高等值線較密 集,此乃入射波與反射波重疊後所形成之駐波,而離岸堤後則因離 岸堤之遮蔽效應使得波高明顯偏小,而離岸堤堤端兩側之波高等值 線分佈則顯示入射波碰到離岸堤後所產之繞射現象。圖 6 所示則為 模式模擬所得於六個斷面之波高與水工模型試驗結果之比較。圖中 實線表本文模式之計算結果,黑點則為 Watanabe 和 Maruyama (1986) 之試驗結果。圖中結果顯示,本文模式計算所得之波高分佈,無論 在離岸堤前或堤後均與試驗值相當穩合。

(2) 波浪斜向入射突堤附近之波高分佈

本文以 Watanabe 和 Maruyama(1986)之突堤試驗結果驗證模式模擬所 得波浪斜向入射時突堤附近之波高分佈。圖 7 所示為波浪斜向入射 後,突堤前與突堤後之波高分佈情形,圖中結果顯示在突堤堤體為 全反射之情況下,突堤堤前之波高等值線較密,此乃入射波與反射 波疊加之結果,而突堤後邊則因堤體之遮蔽,波高明顯偏小。而堤 端繞射點附近,波高等值線呈彎曲形狀,其變化趨勢與等水深情況 下之繞射現象相符。圖 8 所示則為 3 個斷面的波高與水工模型試驗 結果之比較。圖中實線表本文模式之計算結果,黑點則為 Watanabe 和 Maruyama(1986)之試驗結果。比較結果顯示,本文模式計算所得 之波高分佈,無論在突堤前或突堤後均與試驗值相當穩合。

(3) 波浪斜向入射離岸堤附近之波高分佈

本文以 Ou 等人(1988)之模型試驗結果驗證模式模擬所得波浪斜向入 射離岸堤附近之波高分佈。圖 9 為本文模式模擬所得之波高分佈情 形,圖中結果顯示離岸堤前斜向 30°之波高等值線較密集,此乃入射 波與反射波重疊後所形成之駐波,而離岸堤後則因離岸堤之遮蔽效 應使得波高明顯偏小,而離岸堤堤端兩側之波高等值線分佈則顯示 入射波碰到離岸堤後所產之繞射現象。圖 10 所示則為模式模擬所得 於 4 個斷面之波高與水工模型試驗結果之比較。圖中實線表本文模 式之計算結果,黑點則為 Ou 等人(1988)之試驗結果。圖中結果顯示, 本文模式計算所得之波高分佈,無論在離岸堤前或堤後均與試驗值 相當吻合。

# 四、布袋外海波浪聚焦現象數值模擬

本文首先應用 RCP 模式模擬布袋海域之波浪分布狀況,模式之模擬範 圍南起急水溪口海域,北至雲林縣口湖海域,外海邊界則取至水深約 40 公 尺處,涵蓋面積達 32 公里×20 公里。模式先分別使用 10 公尺、25 公尺、50 公尺網格間距進行測試,模擬結果顯示三者差異不大,由於所欲模擬之區域 相當廣大,故本文 RCP 模式最後使用之網格間距為 50 公尺。當使用入射波 高為 1 公尺,波向為西南向,週期分別為 3 秒、4 秒、6 秒與 8 秒時之狀況 時,模式模擬結果顯示(圖 11),當波浪週期為 3 秒時,由於波長較短,而葛 城潛洲處之水深約為 7~10 公尺(其週圍水深約為 20 公尺),因此入射波浪仍 未受到海底底床之影響,故未發生波浪聚焦現象。惟當波浪週期增加為4 秒、 6 秒與 8 秒時,波浪在葛城潛洲東北側海域會產生明顯之聚焦現象,且週期 越大聚焦現象越顯著。大致而言,聚焦處之波高約增為入射波高的兩倍,而 其位置大都仍在布袋商港外海側。圖 12 所示則為模式模擬入射波高為 1 公 尺,波向為西南向,週期為 6 秒,但將葛城潛洲移除後之模擬結果,圖中結 果顯示當葛城潛洲不存在時,圖 11 中發生於葛城潛洲東北側海域之波浪聚 焦現象亦消失,此結果顯示葛城潛洲存在之地形因素應為造成上述聚焦現象 之原因。

本文再以 SWM 模式模擬布袋海域之波浪場,因受限於模式網格間距之 限制與電腦容量,SWM 模式使用之網格間距減為 10 公尺,模擬範圍減為 20 公里×20 公里,主要係省略外傘頂洲及其北側區域,但南側邊界稍為往南移, 以確保模擬結果不受邊界之影響。當使用波高、週期分別為1 公尺、6 秒,1.45 公尺、10 秒,1.6 公尺、14 秒,波向為西南向之入射波條件時,模式模擬所 得布袋海域之波浪場如圖 13 所示,圖中相對波高之定義為海域內任意位置 上之波高(H)與入射波高(H<sub>0</sub>)的比值。圖 13 之結果顯示,當週期為 6 秒之西 南浪入射時,葛城潛洲的存在亦使得其東北側海域發生波浪聚焦現象,聚焦 處之波高約增為原來的兩倍,當入射波浪周期增長時,波浪聚焦現象更明顯, 發生的範圍亦增大,且不局限在葛城潛洲東北側海域。若與 RCP 模式之模 擬結果(圖 11)比較,SWM 模式顯然較受地形變化因素的影響,故其模擬結 果顯示在地形變化稍劇處即會產生波浪聚焦現象。反之,只有在海底地形變 化劇烈處,RCP 模式之模擬結果方會顯現波浪聚交現象,此應與個別模式的 特性有關。

最後,本文亦收集布袋海域水工模型試驗結果進行比較(成功大學水工 試驗所研究試驗報告第 241 號,2000),此試驗係於一長 50 公尺、寬 20 公 尺、深 1 公尺之中型試驗水槽進行,試驗目的主要是布袋海域的漂砂模擬, 試驗採用水平比尺為 1/600,垂直比尺為 1/100,歪比為 6,因此試驗結果僅 能提供作為定性上的比較。試驗進行時先於葛城潛洲東北側海域佈置 48 支 波高計,然後分別以波高 1.45cm、週期 1sec、SW 波向及波高 1.6cm、週期 1.4sec、SW 波向作為造波條件,模擬所得之波浪場如圖 14 所示,圖中結果 顯示波浪聚焦效應主要發生在葛城潛洲東北側海域,壽島西側海域與布袋商 港南側海域等,其與數值模式之模擬結果在定性上相當吻合。

# 五、結論

 本文應用兩個波浪數值模式與水工模型試驗來檢驗海中潛沒砂洲對波浪 折繞射之影響,雖然各波浪模式對布袋海域錯綜複雜地形之感受程度不 一,而水工模型試驗則受限於模擬範圍過大所導致之歪比尺問題,此造 成各模式之模擬結果在定量上不盡相同,惟整體而言,潛沒砂洲所導致 波浪聚焦之現象應是存在,且為研究布袋海域波浪場所必須注意之問 題。

- 波浪模式模擬結果顯示潛沒砂洲的存在的確會對入射之波浪產生類似放 大鏡之於陽光的聚焦效果,此使得聚焦處的波高明顯增大,惟聚焦的位 置與程度與入射波浪之波向與週期有密切的關係。而由於布袋海域的最 大離岸潛洲(葛城潛洲)位處布袋海域的西南側,而布袋海域夏季之湧浪 與颱風波浪主要來自西南方,因此潛洲對夏季波浪的聚焦效果將對布袋 海域之波浪場產生一定程度之影響。根據模式之模擬結果,當波浪週期 在 10 秒以內時(發生頻率較高之長週期波浪),波浪聚焦位置大都發生在 外海,其對海岸結構物的規劃設計影響較小,但當波浪週期再增加時, 波浪聚焦位置將往近岸方向移動,其對海岸結構物之影響將較大。
- 目前波浪模式之校驗大都以將模式模擬結果與實驗室量測資料相比較來 為之,惟由於它們代表的大都是規則海底地形條件下之波浪傳遞狀況, 因此即使波浪模式已經過多組實驗室波浪資料之驗證,當將其應用於錯 綜複雜海底地形之波浪傳遞模擬時,其模擬結果之可信度在定量上仍有 待加強。

# 參考文獻

- (1) Berkhoff, J. C. W. (1972) "Compution of combined refraction- diffraction", Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., Vol.1, pp.705-720.
- (2) Berkoff, J.C.W., N. Booy and A.C. Radder (1982) "Verification of Numerical Wave Propagation Model for Simple Harmonic Linear Water Waves", Coastal Eng., Vol. 6, PP.255-279.
- (3) Isobe, M. (1987) "A Parabolic Equation Model for Transformation of Irregular Wave Due to Refraction, Diffraction and Breaking.", Coastal Eng. in Japan, Vol.30, pp.33-47.
- Watanabe, A. and K. Maruyama (1986) "Numerical Modeling of Nearshore Wave Field under Combined Refraction, Diffraction and Breaking.", Coastal Eng. in Japan, Vol.29, pp.19-39.
- (5) Ebersol, B.A., M.A. Cialone and M.D. Prater (1986) "Regional Coastal Processes Numerical Modeling System", Department of the Army. Waterway Experiment Station, Crop of Engineers.
- (6) 成功大學水工試驗所 (2000) "布袋國內商港整體規劃水工模型試驗及 數值模擬分析研究計畫",成功大學水工試驗所研究試驗報告第 241 號。
- (7) Li, B. (1994a) "A Generalized Conjugate Gradient Model for the Mild Slope Equation", Coastal Eng., Vol.23, pp215-225.
- (8) Li, B. (1994b) "An Evolution Equation for Water Waves", Coastal Eng., Vol.23, pp227-242.
- (9) Ou, S.H., Tzang, S.Y., and Hsu, T.W. (1988) "Wave Field behind the Permeable Detached Breakwater.", Proc. 21th Conf. on Coastal Eng., Malaga, ASCE, pp.659-741.
- (10) Dalrymple, R. A., Suh, K.D., Kirby, J.T., and Chae, J.W. (1989) "Model for Very Wide-Angle Water Waves and Wave Diffraction. 2 : Irregular Bathymetry.", J. Fluid Nech., U.K., 201, pp299-322.



圖 2 SWM 模式模擬橢圓形淺灘背後之波高等值分佈圖



圖 3 SWM 模式模擬橢圓形淺灘背後之波場與 Berkhoff(1982)實測資料之比較



圖 4 SWM 模式模擬波場與 Dalrymele(1989)之球形淺灘計算實例比較



圖 5 模式模擬所得波浪垂直入射時離岸堤附近之波高分佈



圖 6 模式模擬所得波高與 Watanabe 和 Maruyama(1986)實測資料 之比較(波浪垂直入射)



Y=5.2m 4.5 Calculated . Experiment 3.5 3 H(cm) 2.5 2 1.5 •\_• 0.5 30 X(\*0.1m) 4.5 Y=4.8m Calculated . Experiment 4 3.5 (III) 2.5 H 2 1.5 0.5 30 X(\*0.1m) Y=3m 4.5 Calculated Experiment • 3.5 3 (III) 2.5 1.5 0 30 X(\*0.1m)

圖 7 模式模擬所得波浪斜向入射時突堤附近之波高分佈

圖 8 模式模擬所得波高與 Watanabe 和 Maruyama(1986)實測資料 之比較(波浪斜向入射)



圖 9 模式模擬所得波浪斜向入射時離岸堤附近之波高分佈



圖 10 模式模擬所得波高與 Ou 等(1988)實測資料之比較



圖 11 波高係數分佈等值圖(入射波高 H=1 公尺, T=3 秒, 西南向)



圖 11 (續 1)波高係數分佈等值圖(入射波高 H=1 公尺, T=4 秒, 西南向)



圖 11 (續 2)波高係數分佈等值圖(入射波高 H=1 公尺, T=6 秒, 西南向)



圖 11 (續 3)波高係數分佈等值圖(入射波高 H=1 公尺, T=8 秒, 西南向)



圖 12 假設無葛城洲存在時之波高係數分佈等值圖(入射波高 H=1 公尺, T=6 秒, 西南向)

2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣















圖 13 SWM 模式模擬所得布袋海域之波高係數分佈等值圖



圖 14 模型試驗模擬所得波高係數分佈圖

# Mike21 數值模式在台中港海域之應用

# 簡仲璟<sup>1</sup> 莊文傑<sup>2</sup> 江中權<sup>3</sup>

## 摘 要

台中港務局為達成在最短時間內讓 3,000~4,000TEU 級貨櫃輪及 125,000DWT 級散貨輪能由第一港口安全進泊之目標,乃執行第一港口第二 期擴建工程計畫。該擴建工程計畫主要包括北防波堤延伸,以增加港口遮蔽 區範圍、南防波堤堤頭及南內堤堤頭部分拆除,以提高船舶操航安全性。本 研究針對規劃中所提出之各擴建替選方案,利用 MIKE21 進行波浪與海流數 值模擬計算,以了解各方案對於港口遮蔽區、港池靜穩及港區海域海流的影 響,藉此評估及研選較佳佈置方案。

### 一、引言

過去數年來貨櫃船大型化趨勢相當明顯,各大航商新造船隻超過巴拿馬 極限型的比例不斷增加。因此有意至台中港投資之航商及業者,為因應未來 航運需求,均盼望能及早進行第二港口闢建計畫或進一步改善第一港口,以 安全進泊第三或第四代大型貨櫃船、超巴拿馬極限型散貨輪及受風面較大之 汽車運輸船。台中港務局雖有闢建第二港口之構想,但因該計畫規模龐大, 影響因素極多,執行時程恐緩不濟急。因此台中港務局先規劃執行第一港口 第二期擴建工程計畫,達成在最短時間內讓 3,000~4,000TEU 級貨櫃輪及 125,000DWT 級散貨輪能由第一港口安全進泊台中港之計畫目標。該擴建工 程計畫主要包括北防波堤延伸,以增加港口遮蔽區範圍、南防波堤堤頭及南

<sup>1</sup>港灣技術研究中心研究員兼組長

<sup>2</sup>港灣技術研究中心研究員

<sup>3</sup>港灣技術研究中心助理研究員

內堤堤頭部分拆除,以提高船舶操航安全性。本研究針對規劃中所提出之各 擴建替選方案進行波浪與海流數值模擬計算,以了解各方案對於港口遮蔽區、 港池靜穩及港區海域海流的影響,藉此評估及研選較佳佈置方案。

### 二、問題剖析及處理對策

依台中港現有港口條件對於 3,000~4,000TEU 級貨櫃輪及 125,000DWT 級散貨輪是否能由第一港口安全進泊是本研究欲先釐清的問題。一般船舶進 出港之難易程度,除受港口航道現況與船舶船型、操控性、噸位之限制外, 尚與海氣象自然因素及人為因素等息息相關,茲將影響船舶進出港之主要障 礙概列如下:

#### 2.1 問題剖析

#### 2.1.1 風力

根據風力統計資料,台中港海域在東北季風期間,風向大多為NNE向, 而港口內主航道方向約為WNW,航道與主風向約略垂直。冬季季風期間, 風速大於18m/sec(已達輕度颱風強度)佔全冬季10.1%。於此期間台中港進港 船舶通過南外防波堤頭及南內防波堤堤頭間之主航道時,若船長操控反應不 夠機警,船速不足或舵效不佳,將有可能使進港船舶偏離預定航道,以致擱 淺或碰觸南北內外防波堤之虞。為避免橫風作用不利操船,目前台中港之進 港船舶皆採60°(舶艏與正北向夾角)之航向進港。

台中港北外防波堤延長 850m 後,6 萬載重噸散裝船在風速小於 20m/sec 情況下,依領港及船長經驗表示皆能安全進港。惟規劃進港大型船舶長度超 過 230m,因此當氣象條件不佳時,仍要求全天候允許安全操航,則尚需相 關配合措施,以進一步改善操船環境。

### 2.1.2 波浪

台中港進港船舶接近港口且在防波堤等結構物有效遮蔽區以外時,波浪的作用常導致船舶橫搖(Rolling)與橫移(Sway)運動,此兩種船舶運動將造成領港船接近不易,造成登輪困難。同時,對船舶操控之穩定性亦構成威脅。

北外防波堤延伸 850m 後,由於延伸之防波堤已可提供相當範圍的波浪 遮蔽區,在海氣象條件容許條件下,引水人員在防波堤所形成遮蔽區內登輪 雖已不成問題。但為因應船舶大型化之發展,對大型船舶而言,現有防波堤 及後續擴建計畫延建之防波堤所形成之遮蔽區範圍是否足夠,與領港登輪是 否尚有障礙等因素,仍有待後續研究確認。

#### 2.1.3 海流

台中港在北外防波堤延伸 850m 前,原北外防波堤頭附近因防波堤向海 側伸展阻礙既有流場之結果,港口附近存有甚強之橫流。在強盛季風期間, 港口南側亦伴隨反時鐘方向旋轉環流。強流、強風與波浪共同作用結果,致 使早期進泊大型船舶甚為不容易,引水人登輪亦十分困難。尤其當進港船隻 船艏進入防波堤遮蔽區內,而船艉仍受浪、流作用,使船隻受到極大扭力作 用,船艏常有左偏現象,造成進港船舶無法在航道上保持預定航向,造成擱 淺或碰觸航道北側之北防波堤堤頭的潛在危機。

北外防波堤延伸 850m 後,登輪區遮蔽效果增加,北防波堤堤頭附近橫 流流向偏西、流速減小,而港口南側環流尺度增大,強度減弱。但強盛季風 期仍然威脅計畫進港大型船舶之操航安全。此外,由於台中港潮差較大,因 此漲落潮期間大量水體進出港域,造成內堤口流速偏大。尤其在退潮時流向 港外之海流,其主流在通過內堤口,受防波堤影響產生複雜之環流,對於大 型船舶之進出港操航勢必產生相當程度之影響。

因此,台中港區之海流不僅對大型船舶進入外港口階段造成影響,其在 船舶進入主航道及通過內堤口,以至停船待轉階段亦須注意其效應。

#### 2.1.4 港口航道段之限制

台中港進港航道寬度受到港勤船渠突出海堤之影響,最窄處寬度僅約 270m(水深大於 13m)。依一般規範標準,應已可滿足原計畫船舶所需單向航 道之寬度需求。但台中港進港航道因垂直恆風方向,加上流況變化之影響, 船舶操航較為困難,在港內水域靜穩度允許之情況下,應盡可能加寬航道。 此外,大型船舶進港因受海流及橫風作用與舵效之考量,於航道上不僅無法 減速且常需加速進港,以致進入迴船池後,距離 8A 碼頭已不足 1,000m 造成 停船安全距離不足。此時必須調整航向,使船舶停止於南北主航道或北、中 泊渠。

### 2.2 處理對策

由於台中港為既有設施,將來可能採行之措施不外乎拆除部份防波堤以 拓寬航道,繼續延建北外防波堤以擴大港口前遮蔽水域範圍,以及浚深拓寬 航道水域等工程。據此本研究共研擬九個替選方案(不包括現況之零方案) 如表 2-1。

替 選	南防波堤	南內堤	北防波堤		備註
方案	拆除長度	拆除長度	延伸長度	延建方向	
零方案	0m	0m	0m	_	現狀佈置
方案一	170m	50m	480m	WNW 向	
方案二	170m	100m	480m	WNW 向	
方案三	170m	150m	480m	WNW 向	
方案四	170m	150m	480m	W 向	
方案五	170m	100m	750m	WNW 向 480m 轉 W 向 270m	
方案六	170m	50m	750m	WNW 向	
方案七	170m	50m	480m	W 向	
方案八	170m	50m	750m	WNW 向 480m 轉 W 向 270m	
方案九	93m	50m	480m	WNW 向	

表 2-1 台中港港口二期擴建工程替選方案一覽表

上表所提之各替選方案,對於前述問題得到何種程度的改善?是否附帶 產生負面影響?必須深入加以評估,其主要評估及探討課題如下:

■因應操航安全需求,北防波堤延建較適長度及方向。

- 商、漁港水域靜穩需求, 南內、外堤最大拆除長度。
- ■因應操航安全需求,南內、外堤最小拆除長度。

■商、漁港水域靜穩度及改善方案。

一般而言,這些課題,必須經由海流數值計算、波浪折繞射數值計算、 快速(Fast-Time)及真時(Real-Time)操船模擬試驗、平面遮蔽水工模型試驗、 漂沙水工模型試驗等繁複評估工作,方可能予以量化以作客觀比較。由於篇 幅關係在本文中將只針對數值計算的結果作應用說明。

### 三、港域靜穩度分析(Mike21-NSW 及 EMS 模組)

#### 3.1 模式建立及驗證

#### 3.1.1 模式建立

數值計算採用丹麥水工研究所發展之 MIKE21-NSW 近岸波浪模式。先計算外海波浪經海床地形淺化、折射作用後,近岸海域波浪分佈狀況。再依 MIKE21-EMS 波浪遮蔽模式,採橢圓緩坡方程式,計算港口遮蔽區及港內水 域之靜穩度。

本計算地形資料為台中港民國 86 年之水深測量結果,由於模式電腦記 憶容量限制,計算範圍將包含各替選方案防波堤最大可能延伸海域。計算之 波浪條件,則選擇影響台中港水域靜穩度較為明顯之 N、WNW、W、WSW 及 SW 五個波向,週期則選用出現頻率最高之 8 秒;另外對前述後四個波向, 搭配週期 10 秒及 12 秒進行模擬。入射波高之設定,為於計算中引入碎波效 應,因此不論冬季季節性風浪或夏季之颱風波浪皆設為 3 公尺。此外,南、 北防波堤之反射係數設定為 1.0,其餘堤面及碼頭則設定在 0.5~0.8 之間。最 後計算港域之靜穩度將以波高遮蔽係數 K<sub>d</sub> (= H/H<sub>o</sub>) 表示。

### 3.1.2 模式驗證

台中港港域內外並無與模擬條件相同之實測波高紀錄可供模式驗證之 用,因此本研究乃引用以往辦理之水工遮蔽試驗部分研究結果(波高 3m、 週期 8sec、現況佈置)進行比較。試驗結果如圖 3-1(a)~3-1(c),相對應之數 值模式計算結果如圖 3-2(a)~3-2(c),由各相對應圖比較發現,W 向波浪作用 時,兩者在港內之波高遮蔽係數值甚為吻合;WSW 向波浪作用時,除迴船 池水域外,其他水域靜穩度一致性仍甚良好;SW 向波浪作用時,整體港域 之靜穩度也相似。



圖 3-2(a)港口擴建數值模擬計算 W 向波浪波高遮蔽係數色階圖



圖 3-1(b)港口擴建水工模型試驗 WSW 向波浪波高遮蔽係數



圖 3-2(b)港口擴建數值模擬計算 WSW 向波浪波高遮蔽係數色階圖



圖 3-1(c)港口擴建水工模型試驗 SW 向波浪波高遮蔽係數



圖 3-2(c)港口擴建數值模擬計算 SW 向波浪波高遮蔽係數色階圖

### 3.2 模擬結果討論

由於港口靜穩度數值計算成果,所呈現港內水域波浪遮蔽係數僅為港內 波高與外海入射波高之比值。為檢討實際影響程度,必須依外海全年波高、 週期、及波向分佈實測資料,以綜合分析港內波高出現機率。由於本港外海 並無長期波向資料,本案為保守起見,假設外海風向與波向一致,同時在颱 風來襲時,假設其波向皆為影響本港最嚴重 WNW 向,則依上述港內水域靜 穩度計算結果、本港長期波高週期觀測成果、以及本港 50 年迴歸期設計波 高推算結果,可計算得各替選方案港內各主要水域波高出現機率及可能出現 最大波高。一般國際港埠規劃基準,港內無法作業時間(碼頭前緣波高小於 0.8m 以下)全年應小於 5%以下。依上述計算成果,本計畫依各替選方案延 長北防波堤及拓寬航道後,港內主要繫泊碼頭水域仍可符合靜穩度之基本需 求。但就 8A 碼頭前緣部份侵入波高可能大於設計要求。本計畫所研擬之各 替選方案主要是不同北防波堤延長方式與不同南內、外堤拆除長度的組合而 成。因此針對此兩部份對港池靜穩影響及港口遮蔽效果說明如下:

### 3.2.1 北防波堤延長後對遮蔽範圍影響

北防波堤延長主要目的為在港口前緣形成浪、流穩靜之遮蔽區,以提高 領港登輪安全性;同時對於船舶進入港口前能有較穩靜水域調整船位與船 向。各替選方案北防波堤不同延伸長度及方向所形成遮蔽區面積、遮蔽航線 長度及遮蔽航行時間如表 3-1 所示。其中北防波堤延建 480m,遮蔽範圍將 擴大並涵蓋目前規定之距港口 0.5 浬領港登輪點,且遮蔽航行時間由現況佈 置的 5 分鐘明顯增至 9.3 分鐘,此對船隻進港操航安全很有助益。北防波堤 延建 750m 之方案遮蔽區範圍雖然更大,但遮蔽航行時間增加有限。

方案別	零方案	方案一~三	方案四	方案五
北防波堤延伸長度	0m	480m	480m	750m
遮蔽區面積	44ha	152ha	140ha	202ha
遮蔽航線長度	920m	1,714m	1,643m	1,928m
遮蔽區航行時間	5min	9.3min	8.9min	10.5min

表 3-1 北防波堤不同延建規模遮蔽範圍比較

- 註:1.遮蔽區面積以N向波浪作用時,0.5 等繞射係數線與-15m 等深線所包 圍面積。
  - 2.遮蔽航線長度為目前060 航線進入遮蔽區後至外堤口前距離(不含南防波堤拆除增加之長度)。

3.遮蔽區航行時間為假設船舶以6節航速行經遮蔽航線所需時間。

#### 3.2.2 北防波堤延長對港口附近水域靜穩度影響

北防波堤延長雖可遮蔽東北季風風浪,如圖 3-3,但在夏季西南向季風 或颱風波浪來襲時,對港內水域靜穩度反而有不利影響。北防波堤延建後, 當 W~SW 向波浪作用於直立堤體,波浪經反射作用與入射波高形成短峰波 現象,如圖 3-2(c),雖然此短鋒波對大型船舶航行影響不大,不過仍將影響 小型船隻航行穩定性。將來如北防波堤繼續延長後,將使反射波浪影響範圍 加大,但延長堤段之反射浪並不致作用於港口附近水域,該水域之影響主要 為既有堤段所造成。



圖 3-3 港口擴建數值模擬計算 N 向波浪波高遮蔽係數色階圖

#### 3.2.3 北防波堤延長對港內水域靜穩度影響

依各方向波浪試驗結果,WNW 向波浪將直接侵入港內,由計算結果可 知,即使現況佈置也無法有效阻擋此方向波浪侵入,尤其在中泊渠入口之水 域,遮蔽係數可達 0.5,如圖 3-4。其他 W~SW 向波浪之波向線與北防波堤 法線夾 22.5°~67.5°,波浪經堤體反射後所形成短鋒波主要分佈於北防波 堤堤頭至內堤口港外及主航道水域,對內港區水域靜穩度影響並不顯著。



圖 3-4 港口擴建數值模擬計算 WNW 向波浪波高遮蔽係數色階圖

#### 3.2.4 航道拓寬對港內水域靜穩度影響

南內、外堤拆除部份堤體以拓寬航道後,將使得侵入港內波能增大。由 於本港航道方向朝 WNW 向,此方向波浪將直接侵入港內水域,受到影響最 大者為迴船池、北突堤碼頭區前緣、及中泊渠入口附近水域。替選方案一~ 方案三將港口航道拓寬 50m~100m 後,港內迴船池附近水域波高並無明顯 增大趨勢,但其影響範圍則有向中泊渠擴大現象。方案四將北防波堤向西轉 折,對阻擋 WNW 向波浪直接侵入將有顯著助益;方案五北防波堤沿原有方 向延建 480m 再向西轉折 270m,對阻擋 WNW 向波浪侵入之功能並不明顯。

其他 W ~SW 向波浪對港內水域靜穩度之影響,主要集中於港口主航道。替選方案一~方案三將航道拓寬後,侵入港內波能將略為增加,但影響幅度仍十分有限,漁港水域靜穩度與現況佈置相近。

### 四、海流流場模擬計算(Mike21-HD 模組)

海流數值模擬之目的,旨在探討港口防波堤延長或航道拓寬後,海流型 態及特性之改變。此流場資料將為船舶操航安全模擬,以及海岸侵淤變遷之 重要資料。本研究海流數值模擬計算,主要探討課題為檢討北防波堤延長, 對堤頭流場之影響,及南內堤拆除長度,對內堤口流速變化之影響;以及建 立港口鄰近海域流場,提供操船模擬試驗建立環境背景使用。

#### 4.1 模式建立及驗證

#### 4.1.1 模式建立

本本計算使用 MIKE21-HD 模擬各替選方案之海流流況,模式中考量波 浪作用力、潮汐水位變化、風力、大氣壓力、地球自轉柯氏力及海底底床摩 擦等因素,可模擬海水水位變化及潮流流況。

本研究為配合操船模擬海流環境設定之需要,並為充分瞭解潮汐與冬季 風所造成之海流對台中港港區之影響,計算條件以 1996 年 1 月冬季大潮潮 汐變化為依據,計算期間自 1996/01/21 0:00:00 至 1996/01/23 12:00:00 總計算 時距共 2 日又 12 小時。同時並以彰化芳苑站之潮位作為大域計算區域南側 邊界之控制水位,台中大安站潮位作為北側邊界控制水位;台中港站潮位則 作為計算結果驗證之用。雖然計算開始係選用冬季期間之水位邊界條件,但 在未將季風影響計入考量前,單純的海流計算可類比為台中港夏季或冬季風 速較小期間之海潮流流況。而對於冬季季風期間海潮流流況模擬,採用十分 鐘平均風速 15m/sec、20m/sec,以及風向 NE 進行模擬計算。

由於海流數值模擬計算最困難之處即在計算區域上之邊界條件設定,正 確且品質良好之邊界條件為海流數值模擬計算準確之先決條件。根據資料收 集結果得知,台中港南、北兩側具有充足潮汐水位資料之海氣象測站甚為有 限,南側最近測站僅有芳苑一站,北側則為台中大安測站。另為配合計算精 度之要求,同時將計算區域分為大域及小域二種,網格間距分別為 500m 及 50m,各計算區域所涵蓋之計算範圍分別為 62.5km×60km 及 18.4km×12km, 各計算區域位置、範圍及相關之地形如圖 4-1、圖 4-2 所示。海側之計算範 圍及其邊界線係依海圖恒流方向劃定,主要考量實際計算時可方便設定海側 之邊界條件,故大域計算之海側邊界係取其與恒流方向平行。


#### 4.1.2 模式驗證

圖 4-3 與圖 4-4 分別為 ST.1 及 ST.2 兩測站實測與計算海流之驗證比較結 果。由圖 4-3 中,發現 ST.1 之實測海流大小及方向與模擬計算結果皆甚吻合, 尤其風速強盛時,其吻合度更好。風速較弱期間,由於計算潮流強弱大小變 化之影響,因此造成計算海流大小在實測海流值上有振盪變動之現象。另外 由圖 4-4 亦可發現計算海流大小及方向之變化特性與實測結果亦甚一致,其 中計算海流方向與實測值之些微偏差,係由於計算網格點與實測點未能完全 重疊所致。這種因點位位置差異所造成之流向偏差,在近結構物處因流向變 化較劇烈而較明顯,例如 ST.2 測站流向受北防波堤之影響。至於計算水位之 準確性,由圖 4-3 比較可知其與實測水位之一致性也甚相符。

#### 4.2 模擬結果討論

針對上述海流數值模擬結果,可得到各計算方案在不同風力條件下,隨 著潮汐水位變化之海流流場,以現況佈置為例如圖 4-5(a)~圖 4-5(c)。為方便 比較各替選方案的流場特性,特參考船舶進港航線選取 A~G 共七個觀察點 如圖 4-6 所示。圖中 A 點表船舶進港操航起始區; B 點表領港登輪區; C 點 表北堤區; D 點表外堤口區; E 點表主航道區; F 點表內堤區; G 點則表迴船 池區。茲就各計算方案模擬結果所反映之流場特性比較說明如後。



1 - 14



圖 4-5(c)低潮位海流流場

圖 4-6 進港航線與海流評估點位

#### 4.2.1 北防波堤延建對流場影響

#### 4.2.1.1 延建長度對流速流向影響

根據替選方案一、六及零方案,在 20m/sec 風速下,於 A、B、C、D 點隨潮位變化的流速、流向比較發現北防波堤延伸後,A 點的流速於高潮時 段將有增大的現象,而於低潮時段則將有減小的情況如圖 4-7。其中又以北 防波堤沿原有堤線延長 750m 的方案六較方案一明顯(高潮時約增大 25 cm/ sec。而低潮時約減小 25 cm/sec),此流速增大或減小的原因主要為北防堤 堤頭強制裂流(因結構物造成)流束,隨北防波堤的延長而往西移動。

零方案中 B 點於高潮時段流速約 120 cm/sec,而方案一及方案六則大幅 減小至約 10~30 cm/sec,且其中以方案一的流速稍大如圖 4-8。但方案一、 六中 B 點於低潮時段的流速則較零方案稍大,約增加 10cm/sec。其原因與上 述分析結果相同,由於裂流流束中心偏離 B 點往西移動所致。至於 C、D 及 F 點於不同方案下之流速變化比較結果,則呈現流速分佈近似之情形,不過 方案一、六於平潮時段之流速仍較零方案小。



#### 4.2.1.2 延建方向對流速流向影響

由方案六、八及零方案在 B、D 點流速流向分佈如圖 4-9 與圖 4-10 之比 較結果可知,高潮時段 B 點的流速於方案六、八皆明顯較零方案減小,但於 低潮時段則較零方案稍大。方案六、八之北防波堤延建長度均為 750m,但 其中方案八有轉折,其 B 點流速相對較方案六大,其原因主要係由於方案六 中北防波堤沿原堤線方向延長,並未轉折,故其強制裂流流束向西偏離較大。 至於 D 點的流速於方案六及方案八很相近,但當平潮時段則其流速皆較零方 案為小,F 點也有相同情形。

同樣由方案一、七及零方案在 B、D 點之比較如圖 4-11 與圖 4-12,可 看出北防波堤採不同方向延建 480m 對流場之影響趨勢亦與前述延長 750m 之方案相同。不過由於方案七的北防波堤延伸方向是朝西,因此其 B 點的流 速較方案一大些。其原因同樣是強制裂流流束向西偏離程度以方案一較大。

#### 4.2.1.3 北防波堤延建產生之流場變化對操船之影響

台中港船舶進港操航起始點大約在 A 點附近,此時為了要利用船體本身 遮蔽北方傳遞過來的波浪,以便領港能利用船側背浪區順利登輪,船隻約朝 東北東向航行,待領港登輪後(此時船位約在 B 點),船隻轉向約北北東開始 進行接近外堤口的動作。因此登輪區若有穩靜的流場,對於船隻的轉向動作 將有所助益,同時也關係到船隻進入外堤口的操船狀況,例如船位、船速、 航向及舵角等等。所謂「好的開始是成功的一半」,故在船隻起航時,就能 提供一個良好的操航環境是相當重要的。而北防波堤延伸固然可以提供一個 較廣闊的遮蔽區域外,也可得到一個較有利於操航的流場環境。

#### 4.2.2 南內、外防波堤拆除長度對內、外堤口流場影響

#### 4.2.2.1 南內、外堤拆除對流速流向影響

由各方案模擬結果顯示,南防波堤拆除僅對外堤口流速(D點)有影響,拆除愈長流速愈小。至於南內堤拆除後對內堤口流速之影響可從方案一、二及 三中之 D 及 F 點比較結果得知, D 點的流速、流向,隨南內堤拆除長度不同 並沒有明顯差異如圖 4-13,但位於內堤口的 F 點的流速於平潮時段則稍有不 同:南內堤拆除長度愈長,此點的流速則愈小如圖 4-14。因此南內堤的拆除 將影響內堤口處 F 點流速大小,但對於其他觀察點則無影響。





#### 4.2.2.2 南內、外堤拆除產生之流場變化對操船影響

雖然南防波堤的拆除對漁港及商港水域的穩靜會有些許不利的影響(入 港波浪能量增加),但由於進港船隻在進入外堤口時需作大角度轉向,以避 免撞上北防波堤,同時也為後續進內堤口時預作準備(調整船位、航向及船 速等)。因此外堤口的流速若能有效減小,對操航安全將有極大助益。

南內堤拆除對商港水域的靜穩也會有些許不利的影響,不過進港船隻若 欲停靠第二、三貨櫃中心或西碼頭區時,則於進入內堤口時需再作一次大角 度的轉彎,以避免撞上 30 號或 29 號碼頭。因此在港內水域靜穩需求符合下, 內堤口流速若能有效降低,對船隻操航當然也是有利。

#### 五、結語

本研究利用 MIKE21 模組,針對台中港二期擴建所研擬之各替代方案, 進行波浪場及海流流場之數值模擬計算,以明瞭各替代方案對台中港海域之 海況影響,並根據其影響結果,由船舶操航安全與港池靜穩需求觀點,評估 各替代方案之優劣,藉此研選較佳的港口擴建方案。根據本研究結果顯示 MIKE21 數值模擬計算模組,於台中港海域之海況模擬成果良好,對於港口 擴建所可能造成之波浪場分佈及海流場分佈變化,也能有充分的瞭解,同時 也對替代方案的研選提供具體的比較數據。

一般港口擴建所施行之外廓防波堤延建、航道拓寬或港池浚深等,其所 造成之港池靜穩度影響,除了可藉數值模型之模擬計算獲得瞭解外,也可利 用物理模型之水工模型試驗作檢核。但對船舶進出港而言,無法忽略之港口、 航道、內堤口或迴船池等水域流場,若以物理模型來檢驗是相當困難的事。 因此利用數值模擬計算的方式,探討由於港口擴建而產生港灣水域流場之改 變是必須的,根據其計算結果除了瞭解各不同擴建方案的流場變化情形外, 同時也提供快速(Fast-Time)或真時(Real-Time)操船模擬時所需之海流 流場背景資料。

此外,無論在港灣規劃或港口擴建,海氣象現場觀測、水工模型試驗與 數值模擬計算,雖然都是不可或缺的工作,但重要的是三者之間如何協調及 整合,需事先作妥善的溝通。例如現場觀測資料是否充足?以供水工試驗或 模式計算之用;水工試驗與模式計算兩者模擬條件是否一致性?以便兩者結 果之比較。綜合而言,由本研究之結果顯示,MIKE21 模組對港灣水理環境 之變化具有良好的模擬與分析能力,同時相較於水工模型試驗則有較佳的資 源再使用率,因此本模組在港灣規劃工作上具實際應用價值。

# 參考文獻

- 1."台中港進出港指南",台中港務局編印,民國 83 年 11 月。
- 2."台灣海域海氣象特性之研究",港灣技術研究所,84-研(二),民國84年
  6月。
- 3."台中港港口第二期擴建工程規劃",港灣技術研究所,專刊第160號,民國88年5月。
- 4. "User guide and reference manual of MIKE 21", DHI, 1994 •
- 5. "台中港港口擴建水工模型試驗研究",港灣技術研究所,專刊第47號, 民國 77 年 6 月。

# Mike21 軟體之於港灣工程規劃設計上之應用

## 吳南靖<sup>1</sup> 廖學瑞<sup>2</sup>

# 摘 要

本文說明 mike21 水力數值模擬軟體中各種波浪模式之理論與用途,並 以實例說明應用於港灣工程規劃設計之情形。

# 一、引言

港灣工程係百年大計,在工程規劃時除須考量其興建對附近海域之流況 及地形變化之影響外,尚須探討港池靜穩度對港內貨物卸收作業之影響;另 於工程設計時,必須考量堤前入射波高,能否準確地推算堤前入射波高將影 響工程安全及造價。相較於水工模型,數值模擬於預測流場、波場及地形變 化具有較經濟且省時之特性,擁有快速、準確、易於操作之模擬軟體除有助 於縮短規劃設計所需作業之時間,並可提高對所考量物理現象預測推算之精 確度,相對亦可提昇工程顧問公司之競爭力。惟任何軟體均受制於理論之發 展而有其限制性,故利用套裝軟體於實際工作首先必須瞭解軟體之適用性及 限制,因此本文除說明 MIKE21 軟體應用於實際工作上之情形外,亦著重於 各波浪模式間之比較。

# 二、各波浪模式之理論

## 2.1 外海波譜模式(OSW 模式)

OSW 模式係以能量法計算風力作用下外海之波場,其控制方程式為:

<sup>1</sup> 財團法人中華顧問工程司港灣部工程師

<sup>2</sup> 財團法人中華顧問工程司港灣部副理

$$\frac{\P E}{\P t} + \frac{\cos \boldsymbol{q}}{C} \frac{\P (ECC_g)}{\P x} + \frac{\sin \boldsymbol{q}}{C} \frac{\P (ECC_g)}{\P y} + \frac{C_g}{C} (\sin \boldsymbol{q} \frac{\P C}{\P x} - \cos \boldsymbol{q} \frac{\P C}{\P y}) \frac{\P E}{\P \boldsymbol{q}} = S$$

其中E(t,x,y,w,q): 為波譜能量密度函數

- t:為時間變數
- x,y:為卡氏坐標之空間變數
- w:為角頻率
- q:為波浪行進方向
- C<sub>g</sub>:為群波速度
- C: 為波速
- S:為外力因子,此模式中為風力、不同頻率波間之交互作用及波浪能 量消散效應

解此方程式之結果,可得下列幾項波浪特性參數:

- (1)示性波高 H<sub>mo</sub>
- (2) 譜峰週期 Tp
- (3)平均週期 T<sub>01</sub>
- (4)平均週期 T<sub>02</sub>
- (5) 譜峰波向q<sub>p</sub>
- (6)平均波向q<sub>m</sub>
- (7) 波向分佈標準差s

示性波高定義為  $H_{mo} = 4\sqrt{m_o}$ 

其中, m<sub>o</sub> 為總能量,  $m_o = \mathbf{\hat{O}}^{2\mathbf{p}} \mathbf{\hat{O}}^{*} E(\mathbf{w}, \mathbf{q}) d\mathbf{w} d\mathbf{q}$ 平均週期定義為  $T_{01} = 2\mathbf{p}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{\hat{O}}}{m_o} \frac{\mathbf{\hat{O}}}{\frac{1}{2}}$ ,  $T_{02} = 2\mathbf{p}_{\mathbf{f}}^{\mathbf{c}} \frac{\mathbf{\hat{O}}}{m_o} \frac{\mathbf{\hat{O}}}{\frac{1}{2}}$ 

其中,m<sub>n</sub>為能量對角頻率的n次矩, $m_n = \mathbf{\hat{Q}}^{2\mathbf{p}} \mathbf{\hat{Q}}^{\mathbf{*}} \mathbf{w}^n E(\mathbf{w}, \mathbf{q}) d\mathbf{w} d\mathbf{q}$ 平均波向定義為q<sub>m</sub>=tan-1(b/a)

方向分佈標準差定義為 $\boldsymbol{s} = \left[ 2\sqrt{1 - (a^2 + b^2)} \right]^{1/2}$ , 譜峰週期及波向則定義為 頻譜中能量密度函數最大值所對應之週期及波向。

# 2.2 近海波譜模式(NSW 模式)

NSW 模式以能量法計算外海波浪傳遞至近海之折射情形,其控制方程 式如下:

$$\frac{\P(C_{gx}m_{o})}{\P x} + \frac{\P(C_{gy}m_{o})}{\P y} + \frac{\P(C_{q}m_{o})}{\P q} = T_{o}$$
$$\frac{\P(C_{gx}m_{1})}{\P x} + \frac{\P(C_{gy}m_{1})}{\P y} + \frac{\P(C_{q}m_{1})}{\P q} = T_{1}$$

其中m<sub>o</sub>(x,y,q)為波譜零次矩

 $m_1(x,y,q)$ 為波譜一次矩

Cgx 及 Cgy 分別為群波速度 x、y 方向之分量

C<sub>a</sub>:q方向的波浪行進速度

x,y:坐標變數

 $T_0$ 和  $T_1$ 為 Source Terms,包含風、底床摩擦、碎波等因素。

n 次矩 m<sub>n</sub>(q)定義為  $m_n(q) = \overset{*}{\mathbf{Q}} \mathbf{w}^n E(\mathbf{w}, q) d\mathbf{w}$ 

其中w為角頻率

E(w,q)為能量密度函數

Cg、Cq可由線性波浪理論求得

其計算結果包含下列幾項:

- (1)示性波高 H<sub>mo</sub>
- (2)平均週期 T<sub>m</sub>

(3)平均波向q<sub>m</sub>

(4) 波向分佈標準差s

其定義分別與 OSW 模式中之 H<sub>mo</sub>、T<sub>01</sub>、q<sub>m</sub>、s相同。

# 2.3 抛物線緩坡方程式波浪模式(PMS 模式)

PMS 模式係以解算抛物線緩坡方程式之方式推算外海波浪傳遞至近海 之折射情形,其控制方程式係由 Berkhoff(1972)所推導之橢圓緩坡方程式簡 化而成,橢圓緩坡方程式用以描述單頻線性波浪在底床平緩區域經折、繞、 反射等各種現象達到擬穩態(Quasi-Steady)時之波高及相位分佈,橢圓緩坡方 程式之型式如下:

 $\tilde{N}$  (CC<sub>g</sub> $\tilde{N}$ f)+(k<sup>2</sup>CC<sub>g</sub>+iwW)f=0

此為複變數方程式,其物理意義在於方程式之實部

其中 Ñ為二維梯度運算子, 
$$\mathcal{E}_{\mathbb{T}^n}^{\mathfrak{A}}$$
,  $\frac{\mathbb{T} \ddot{\mathcal{E}}}{\mathbb{T}^n}$ ,  $\frac{\mathbb{T} \ddot{\mathcal{E}}}{\mathbb{T}^n}$ 

 $i = \sqrt{-1}$ 

C(x,y)為相位速度

C<sub>g</sub>(x,y)為群波速度

f(x,y)為自由液面之速度勢,與流體勢能函數F之關係如下:

$$\mathsf{F}(x, y, z, t) = \frac{g}{W} \mathbf{f}(x, y) \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} e^{-iw}$$

其中z為以平均水位線為基準之垂直方向空間變數

d 為水深

k 為週波數,=2p/L

W為能量消散項=E<sub>diss</sub>/E

Ediss/E 為單位時間面積之能量消散率

E為單位面積之平均能量

w為角頻率=2pf

L為波長

f 為頻率

#### 自由液面h與f 之間的關係為

 $h=f(x,y)e^{-i(wt+p/2)}$ 

在考量緩坡之情形下,f可表示為

 $f(x,y) = A^*(x,y)e^{iy}$ 

其中A\*(x,y)為能量振幅函數

y(x,y)為相位函數,  $Y = \overset{x}{O} kdx$ 

在忽略波浪向後散射之現象時,橢圓緩坡方程式可簡化如下:

$$A_{x} - i(k - k_{o})A + \frac{A}{2C_{g}}(C_{g})_{x} - \frac{i}{2wC_{g}}(CC_{g}A_{y})_{y} + \frac{W}{2C_{g}}A = 0$$

其中 $A^*(x,y)=A(x,y)e^{iq}$ 

 $\boldsymbol{q} = k_o x - \mathbf{\check{O}}^x k dx$ 

k<sub>o</sub>為 y 軸上 k 的平均值

下標 x 表 x 方向之偏導數,下標 y 代表 y 方向之偏導數

由上式解得 A(x,y)及q後,即可求得 A\*,進而求出h,則可知計算區內 各點波高。

由於本模組所用之理論為線性波浪理論,適用於疊加原則,程式中提供 讓使用者輸入任一頻譜之功能,程式會自動將各方向、各頻率之波浪折、繞 射結果計算出,再依其能量分佈疊加而成完整的波場。

程式計算結果包含以下項目:

- (1)波高:若模擬規則波,則輸出波高H,若為不規則波,則輸出之波高 為示性波高Hmo,Hmo之定義與NSW、OSW同。
- (2)週期:若模擬規則波,則輸出週期T,若為不規則波,則輸出之譜峰 週期T<sub>p</sub>,由於不同週期之成份波遇地形變化時之折射角均不相同,T<sub>p</sub> 在不同位置有不同的值。

(3)平均波向q<sub>m</sub>,其定義與NSW、OSW相同。

# 2.4 橢圓緩坡方程式波浪模式(EMS 模式)

EMS 模組係以橢圓緩坡方程式模擬波場,其控制方程式於 PMS 模式中已有介紹,於此不再贅述,程式中為迅速求解,特將緩坡方程式拆成三個方程式,如下:

$$\frac{\P P^*}{\P t} + CC_g \frac{\P h}{\P x} = 0$$
$$\frac{\P Q^*}{\P t} + CC_g \frac{\P h}{\P y} = 0$$
$$\frac{C_g}{\P t} \frac{\P h}{\P t} + \frac{\P P^*}{\P x} + \frac{\P Q^*}{\P y} = 0$$

其中h=S(x,y,t)e<sup>-iwt</sup>,為自由液面

 $P^*=P(x,y,t)e^{-iwt}$ ,為x方向瞬時之單位流量

 $Q^*=Q(x,y,t)e^{-iwt}$ ,為y方向瞬時之單位流量

以疊代方式疊代至 S、P、Q 成為穩態(Steady State)時, S(x,y)即為振幅。 在反射、折射、繞射同時考慮之情形下,波場極為複雜,本模式之輸出結果 並不包含波向,僅為波高一項。

# 2.5 Boussinesq 方程式波浪模式(BW 模式)

BW 模式係以解 Boussinesq 方程式之自由液面變動量之方式達到求得波高分佈之目的,其控制方程式為質量守恆及動量守恆方程式,分別表示如下:

$$\frac{\P h}{\P t} + \frac{\P p}{\P x} + \frac{\P q}{\P y} = 0$$

$$\frac{\P p}{\P t} + \frac{\P}{\P x} \left(\frac{p^2}{h}\right) + \frac{\P}{\P y} \left(\frac{pq}{h}\right) + gh \frac{\P h}{\P x} + \frac{gp \sqrt{p^2 + q^2}}{Ch^2} - E\left(\frac{\P^2 p}{\P x^2} + \frac{\P^2 q}{\P y^2}\right) = \frac{1}{3} Dh\left(\frac{\P^3 p}{\P x^2 \P t} + \frac{\P^3 q}{\P x \P y \P t}\right)$$

$$\frac{\P q}{\P t} + \frac{\P}{\P x} (\frac{pq}{h}) + \frac{\P}{\P y} (\frac{q^2}{h}) + gh \frac{\P h}{\P y} + \frac{gq \sqrt{p^2 + q^2}}{Ch^2} - E(\frac{\P^2 p}{\P x^2} + \frac{\P^2 q}{\P y^2}) = \frac{1}{3} Dh(\frac{\P^3 q}{\P y^2 \P t} + \frac{\P^3 p}{\P x \P y \P t})$$

其中

h(x,y,t)為自由液面

p(x,y,t)為 x 方向之通量

q(x,y,t)為 y 方向之通量

D(x,y)為平均水深,h=D+h

C為 Chezy 底床摩擦係數

E為 Eddy 渦滯係數

p=uh , q=nh

其中u(x,y,t)為 x 方向之縱積分平均流速

n(x,y,t)為 y 方向之縱積分平均流速

由於波浪作用下流體水平流速分量在垂直方向之分佈極複雜,學者們對 其分佈有不同之假設,但在淺水中則各種假設趨於一致,即淺水中垂直方向 上各點之水平流速約等於平均流速,故以往 Boussinesq 方程式僅能準確描述 淺水區之波浪,在水深較深之範圍則依不同假設之水平流速分佈剖面有不同 之結果,丹麥水力研究所(DHI)經實驗驗證,其 BW 模式所假設之水平流速 分佈剖面在水深波長比(h/L)高達 0.5 時仍可得到相當準確地之模擬結果。

在波浪入射持續作用一段時間達到擬穩態(Quasi-Steady)後,可由方程式 解得之結果h求得波高之分佈,波高與h之關係如下:

 $H_{mo} = 4\sqrt{\frac{\mathbf{h}^2 - (\mathbf{h})^2 / N}{N-1}}$ , N 必須包含數十個週期,若入射波浪為 規則波則僅須數個週期,惟其波高 $H_{reg} = \frac{(\mathbf{x}_{max} - \mathbf{x}_{min})}{2}$ , $H_{mo}$ 係依能量定義求得, 而 $H_{reg}$ 係依波形求得,兩者關係為 $H_{mo} = \sqrt{2}H_{reg}$ 。

# 三、各波浪模式間之比較

本文為比較不同模式間之差異,除以數個簡單例子來對不同模式進行說 明外,亦將以實際工程案例說明 MIKE21 軟體應用於實際工作上之情形。

10 - 7

各例之概述如下:

- 例一: 以 NSW 及 PMS 模擬波浪斜向入射至一平直、均匀坡度海中有一離 岸堤之地形,比較兩模組對折、繞射現象之描述能力。
- 例二:以 EMS 模擬前例之波場,與 PMS 比較兩模組對反射現象之描述能力,並說明 EMS 模組對入射波向之限制。
- 例三: 以 BW 模擬前例之波場, 說明 BW 模組描述非線性效應之能力, 以 及對水深條件之限制。
- 例四: 以 BW 模擬波浪通過一水下台階衍生之波形變化,並與 kittitanasuan(1993)之實驗比較,以說明波浪在淺化後之非線性效應。

## 3.1 NSW 模式與 PMS 模式間之比較

為比較 NSW 及 PMS 模式描述波浪折、繞射現象之能力,本例分別以兩 模式模擬波浪斜向入射至一平直、均匀坡度海中有一離岸堤之波場,底床坡 度為 1/50,水深 5m 處有一平行海岸長度為 200m 之離岸堤,波浪由水深 10m 處以與海岸法線夾 10 度角之角度入射,入射波浪之示性波高 Hs 為 1.5m, 譜峰週期 Tp 為 7.2 秒,另為比較單頻規則波(Monochromatic regular wave)與 不規則波之差異性,本文將以PMS 模式分別計算規則波與不規則波。以NSW 模式計算之結果則詳圖 3-1 所示,以 PMS 模式模擬 JONSWAP 不規則波及 Parametric Random 波之計算結果則詳圖 3-2 及圖 3-3 所示。由圖可知,以NSW 模式模擬之結果與以 PMS 模式模擬 JONSWAP 不規則波之結果除離岸堤堤 後部份之波高分佈不同外,其餘範圍之波高分佈則大致相同,以 PMS 模式 模擬之結果在堤後有繞射現象,以 NSW 模式模擬之結果則無;而在堤前部 份,均無反射波所造成之駐波現象產生,而以 PMS 模式模擬 Parametric Random 波之結果則波高略為偏大,但分佈亦大致相同。如此顯示兩模式均 可描述波浪折射現象,均無法描述波浪反射現象,但堤後繞射現象之描述方 面,則以 PMS 較佳。以 PMS 模式模擬單頻規則波之計算結果則詳圖 3-4 所 示。由圖可知波浪由深水傳遞致淺水波高逐漸變大,到水深約 2.5m 處波高 達 1.9m(約為水深之 0.78 倍), 然後波高急劇變小, 波高逐漸變大乃因淺化現 象所造成,而波高急劇變小則為碎波產生之結果,且規則波所產生之碎波帶 較不規則波為窄,但堤後繞射現象下之波高分佈則與不規則波極為接近。





圖 3-4 以 PMS 模式模擬單頻規測波之波場

# 3.2 PMS 模式與 EMS 模式間之比較

為比較 EMS 及 PMS 模式描述波浪受地形或結構物影響反射現象之能 力,並基於 EMS 模式對入射波向之限制,特將前例之地形檔沿逆時針方向 旋轉 10°,並以 Parametric Random 波為入射條件,模擬結果詳圖 3-5 所示。 由圖可知,以 EMS 模式模擬之結果於堤前出現重複波之現象,而堤後之波 高亦較以前節以 PMS 模式模擬者為大,此乃因 EMS 模組中波浪遇到結構物 會反射,而在 PMS 中波浪遇到結構則被吸收之故,其餘地區除南北邊界附 近外,波高亦大致相同。邊界附近波高之不同,乃海棉層所造成,無法避免, 應用 EMS 模式時唯有儘量使吸收邊界遠離計算之目標區,方能穫得較合理 之結果。由於結構物四週通常設有保護層,可減少波浪能量以達保護之目的, 波浪通常不會完全自結構物反射。本文另假設波浪遇結構物僅反射 60%之能 量,再次以 EMS 模式進行模擬,其結果詳圖 3-6 所示。由圖可知,堤前反 射區之波高值較全反射者為小,而堤後之波高分佈較接近 PMS 模式之模擬 結果,而其餘部份則與以 EMS 模式模擬堤體為全反射者幾乎一致。



之波浪反率 100%

之波浪反率 60%

# 3.3 EMS 模式與 BW 模式間之比較

BW 模式之功能與 EMS 模式相近,其不同在於:(1)BW 模式能描述非 線性現象,而 EMS 模式不行,(2) BW 模式能以各種不規則多向波之波譜為 入射條件,而EMS模式只能以單頻規則波及Parametric Random 波為入射條 件, (3) EMS 模式能處理碎波現象, 而 BW 模式不行。有關非線性現象, 於 下一節將有進一步說明。為比較 BW 模式與 EMS 模式之差異,本節將以 BW 模式模擬前例之波場,另為說明規則波受非線性效應影響而產生之波形變 化,乃以單頻規則波為入射條件。由於 BW 模式無法處理碎波現象,在水深 過淺之地區若不採取一些措施,將無法順利模擬(會 Blow up)。由先前所述, 本文所模擬之狀況在水深 2.5m 處會發生碎波,故本節之模擬,在水深小於 2.5m 處加大其底床摩擦係數,並在岸邊加海棉層,此舉對模擬結果之合理性 並無多大影響。依先前所述,要以 BW 模式推算波高分佈必須使自由液面變 動量(Surface displacement)達到穩態(Steady state),因此,取離岸堤前水深 6m 處之自由液面變動量繪成時序列圖,以判斷是否達到穩態。自由液面變動量 時序列圖詳圖 3-7 所示,由圖可知於波浪作用 5 分鐘時已達穩態,故取 5~6 分之自由液面變動量進行波高分析,另由圖可看出波形非正弦函數曲線,此 為非線性效應所造成。其波高分佈則詳圖 3-8 所示,由圖可知,其波高較以 EMS 模式模擬之結果為大,惟其堤前反射及堤後繞射之趨勢則大致相同。

## 3.4 非線性效應之說明

為說明波浪在淺化後之非線性效應,本節將模擬波浪於狹長渠道中通過 一水下台階所產生之波形變化,並與kittitanasuan 等人之實驗(1993)比較,水 下台階之配置詳圖 3-9,入射條件為一波高 1.63cm,週期 1.85sec 之單頻規 則波,模擬與實驗結果之比較詳圖 3-10 所示,由圖中可看出波浪進入台階 後,波形隨著距離漸遠而變得愈來愈不規則,在台階後兩個波長內波形與實 驗結果相當吻合,顯示 BW 模組對非線性效應之描述相當準確,此乃線性理 論(EMS、PMS 等)無法模擬之部份,所求得之波高亦較接近確切值。



(結構物之波浪反率 60%)



圖 3-9 Kittitansuan 等人之實驗配置(1993 年)



圖 3-10 實驗與模擬 t=20T時之瞬時水位剖面比較圖

# 四、實例應用

Mike21 軟體在台灣已應用多時,曾利用相關案例諸如旗津海岸治理規 劃、中油永安液化天然氣港、觀塘工業港等研究,本文特利用中油永安液化 天然氣港及旗津海岸治理規劃之研究成果,並增加相關模擬之比較性,茲說 明如下:

# 4.1 BW 模式應用於港池靜穩度數值模擬

高雄永安液化天然氣港位於高雄縣永安鄉海岸,為台灣目前唯一之天然 氣進口港,隨著經濟發展,天然氣需求增加,中油公司擬擴建碼頭,並為求 管理之方便性,亦將一併增建防波堤。為評估所規劃之配置是否能提供良好 遮蔽以利船舶於新建碼頭順利作業,需進行港池靜穩度數值模擬。依永安地 區自然條件分析結果及 LNG 船舶入港條件限制,乃以 W、WNW 及 NW 向 波高 1.5m 週期 7.0sec 之波浪為入射條件,由於當地無波譜資料,乃用單頻 單向規則波為入射條件,所採用之地形為中興工程顧問公司於民國 87 年所 測之實測水深資料,另為驗證數值模擬成果之合理性與正確性,乃委託成大 水工所進行水工模型遮蔽試驗(成大水工所乃以 J-S 分佈之單向不規則波進行 試驗)。計畫之初先對現況配置進行數值模擬及模型試驗,圖 4-1 為模擬現有 配置下受 NW 向波浪作用下之波高分佈,圖 4-2 則為成大水工所完成模型試 驗後所分析出之波高分佈,由圖可知兩者波高分佈相差很大,經研判應是水 工模型試驗尚未達到穩態所致,遂取數值模擬尚未達到穩態時之自由液面變 動量進







圖 4-2 模型試驗之相對波高分佈圖

行波高分析,所得結果果然與模型試驗之成果一致(詳圖 4-3 所示);遂請成 大水工重新進行試驗,加長造波時間,所得之結果則與數值模擬較為接近(詳 圖 4-4 所示)。由於模擬範圍內有一大段是近岸淺水區,然與目標區尚有一段 距離,故依前一章所述之方法採取修正措施,以防模擬無法順利進行,經與 模型試驗比較,知此種假設顯然不影響模擬結果之合理性。



圖 4-3 以模擬達到穩態前 4 分鐘之自由液面變動量 分析之相對波高分佈圖

圖 4-4 重做模型試驗之相對波高分佈圖

# 4.2 NSW 模式及 PMS 模式應用於海岸地形變遷之數值模擬

於進行高雄市旗津區海岸線治理規劃,為分析其海岸地形變化之特性, 乃以 mike21 進行數值模擬,在分析 SSE W 共六個方向之颱風波浪折射分 佈後,發現外海波浪經淺化折射後多以 SSW 向入射作用於海灘,故選用 SSW 向之波浪做為海岸地形變遷之驅動波浪。圖 4-5 為以 NSW 模式模擬 20 年迴 歸期 SSW 向颱風波浪(波高 6.8m,週期 11.9sec)自外海向岸傳遞之折射情形, 由模擬結果得知水深 20m 處之波高變為 6.19m,波向角則由 202.5 度轉為 209.7 度。依此結果做為以 PMS 模式模擬局部波場及地形變化之入射條件,圖 4-6 為地形變化數值模擬之起始地形,圖 4-7 則為以 PMS 模式模擬波場之結果, 以 PMS 模式模擬波場另可產生碎波所造成之幅射應力場,藉以模擬沿岸流 之流場(詳圖 4-8 所示),由圖可知沿岸流以碎波帶附近較大。圖 4-9 為波浪 作用 6 小時後之地形,圖 4-10 則為前後之地形變化,由圖可知,一港口外 航道附近有明顯之淤積產生,此現象與高雄港務局每年為維持航道深度必須 進行浚深之情形不謀而合。



圖 4-5 以 NSW 模式模擬 20 年迴歸期 SSW 向 颱風波浪折射圖

圖 4-6 地形變遷數值模擬之起始地形





圖 4-7 以 PMS 模式模擬近岸地區之波場

圖 4-8 模擬碎波造成沿岸流之流況



圖 4-9 模擬波浪作用 6 小時後之地形

圖 4-10 波浪作用前後之地形變化

## 4.3 中油永安液化天然氣港臨近海域潮汐流場數值模擬

為評估該計畫之興建對船隻操航安全性之影響,需進行潮汐流場數值模擬,潮汐流場數值模擬之控制方程式亦為質量守恆及動量守恆方程式,於此 不再贅述。數值模擬分採大區域及局部區域模式進行,大區域模擬以高雄港 至安平港之海域為模擬範圍,其模擬結果可提供作為局部區域模擬之邊界條 件,大區域及局部區域模擬之範圍詳圖 4-11 及圖 4-12 所示。為求模擬成果 之正確,本公司委推託成大水工所於現場三點進行流速及流向觀測,其位置 以標於圖 4-12 上。大區域模擬係以高雄港、安平港之實測潮位調合分析結 果為南、北邊界條件,因考量最不利於操航之狀況,所選定之模擬時段為海 流實測資料期間之朔望日前後(2001/02/21~02/24),西邊界因潮流大多平行於 海岸線而假設為無流通邊界條件。南、北邊界條件及大區域模擬成果永安潮 位時序列圖詳圖 4-13 所示,由圖可知永安潮位大致介於高雄港及安平港潮 位之間,初步判斷並無違反質量守恆定律,故進一步進行局部區域模擬。圖 4-14 圖 4-16 分別為三個流速計實測資料與模擬結果之比較,圖上顯示兩者 大致吻合,圖 4-17 及圖 4-18 則分別為漲、退潮之流速向量及流速分佈圖。



10 - 17



圖 4-14 LNG1 流速計實測值與模擬結果比較圖



圖 4-15 LNG2 流速計實測值與模擬結果比較圖



圖 4-16 LNG3 流速計實測值與模擬結果比較圖



# 五、結論

Mike21 之波浪模式中,OSW 模式用以模擬外海波場,其結果做為近海 波場模擬之入射條件;NSW 模式用以模擬波浪自外海傳遞至近海地區之折 射情形;PMS 模式亦用以模擬波浪自外海傳遞至近海地區之折射情形,且能 模擬 NSW 模式所不能模擬之繞射現象,惟其所須網格尺寸較小,模擬之範 圍相對亦較小;EMS 與 BW 模式同為模擬模擬港池靜穩度之工具,然 EMS 模式雖可處理 BW 模式所不能處理之碎波問題,卻無法處理多向不規則波之 入射,也無法模擬非線性效應所造成之波浪變形。以 BW 模式模擬港池靜穩 度時須注意所模擬之成果是否以達穩態,水深過淺處會 Blow up 之情形須加 以排除,且其邊界海棉層不可距目標區太近。由本文所述之經驗,Mike21 確實有相當程度之準確度,且其簡單之操作程序及易於操作之介面可縮短工 程人員於規劃設計所需作業時間,大大提高其工作效率,然使用者在面對具 備不同功能之各種模式時,若不對其用途、適用時機、限制條件及參數設定 有一定程度之了解,也只能大嘆 Garbage in garbage out。期望使用者能切記 這一點,更希望國內各研究機構能致力發展屬於我們自己的軟體,以提昇國 家總體之競爭力。

參考文獻

- (1) Danish Hydraulic Institute (1998), "DHI Software Mile21 User Guide and Reference Manual".
- (2) Berkhoff, J.C.W. (1972) "Computation of Combined refractiondiffraction", Proc. 13<sup>th</sup> Cont. Eng. ASCE, Vancouver, 471-490.
- (3) Kirby, J.T., "Rational approximations in the parabolic equation method for water waves", Coastal Eng., Vol.10, pp.355-378.
- (4) Kittitanasuan, W., Goda, Y., and Shiobara, T., (1993), "Deformation of nonlinear waves on a rectangular step", Coastal Eng. in Japan, Vol.36, No.2, pp.133-153.

# 數值模式在港灣規劃之應用 -以金門水頭商港為例

蘇國旭1 龔誠山2

# 摘 要

港灣規劃過程中極需要大量自然條件資料以作為規劃依據之參考,然 而對新的港灣卻常重要資料付之闕如,應用數值模式數據可彌補不足之處, 本文即以中興工程顧問公司執行金門水頭商港規劃過程中,所使用模式之 應用作實例闡述,其中有些模式是自行研發,也有是商業軟體模式,模式 應用除了可提供港灣基本水理特性分析,也輔助港灣安定性分析及港灣對 環境衝擊分析,本文不僅作個別模式之功能介紹,也強調模式彼此相互關 係,從規劃實例應用中確立,數值模式在現今港灣規劃過程中是不可或缺 一環,對於調查資料不足區域,更是不可或缺之工具。

# 一、前言

金門因其臨近大陸,加上島嶼、淺灘、灣道多及海域潮差大,形成金 門獨特地形與地理位置,也影響船舶航行至鉅,在此規劃港灣與臺灣本島 不盡相同,比如臺灣西部海岸較平直,許多水理特性可參照臨近相關資料 如潮差海流、波高等、甚至用內差方法值均可參考,在金門地區卻可在一 個灣澳變化下,產生不同潮流流況、波場。金門過去因海域開發案不多, 實測資料相當缺乏,有必要進行海域水理模擬工作,以瞭解本區整體海域 水理特性,並進而比較不同港池配置方案之變化及建構後對附近區域之影 響。

本文主要整理自中興工程顧問公司所執行金門水頭商港整體規劃中應 用數值模式部份(中興工程,1988),雖然金門水頭商港已進入設計階段, 現 T 中興工程顧問公司水利工程部工程師—

2 中興工程顧問公司水利工程部協理

今設計方案也作了些調整,不過從模式應用角度來看,規劃過程中至少應 用9種以上數值模式作為輔助港灣規劃,本文除了分別闡述模式應用成果, 也討論模式應用中遭遇的問題,以提供作為後續相似規劃工作之參考。

## 1.1 模式應用整理

數值模式應用在金門商港規劃案中可分成三項課題:港灣水理特性分析、港灣安定性分析、港灣對環境衝擊分析,第一項是探討在本區海域之水位、波浪、海流條件,包括本公司研發及修改之暴潮(SURGE)與颱風波 浪(TYWAVE)模式,二者都是以歷年氣象局發佈颱風資料作為模式參數, 並完成不同回歸年之分析,近岸波浪傳遞之模式採用美國兵工團所發展RCP 模式,海流分析則以丹麥水工所研發 MIKE 21 HD 模組執行。

第二項則分析不同港灣佈置之安全性,以輔助研擬較佳之佈置方案, 在港灣遮蔽方面,分別以 MIKE 21 EMS 與 BW 模組產生規則波及不規則 波,在快速操船是委拖台灣大學造船及海洋工程學系完成,可參考金門水 頭商港整體規劃報告(1998)。

規劃課題	應用模式	輸入條件	模式功能
	暴潮模式 (SURGE)	颱風行徑、中心氣 壓、暴風半徑	不同回歸年暴潮偏差
	颱風波浪模式 (TYWAVE)	颱風行徑、中心氣 壓、暴風半徑	不同回歸年深海波浪 波向、波高、週期
	近海波浪模式 (RCP)	深海波浪波向、波 高、週期	折繞射後港池入射之 波向、波高、週期
	潮流模式 (MIKE 21 HD)	邊界潮位	不同方案之流況
	規則波模式 (MIKE 21 EMS)	港池入射之波向、 波高	較佳遮蔽之港灣佈 置、港池共振分析
港灣安定性分析	不規則波模式 (MIKE 21 BW)	港池入射之波譜	較佳遮蔽之港灣佈 置、不規則波分析
	操船模式	不同方案流況	較佳港口佈置
港灣對環境 衝擊分析	地形變遷模式 (LITPACK)	潮位、潮流、波向、 波高事件機率	對臨近岸線地形變遷 分析
	1		

表1 金門商港規劃應用模式資料整理

溢油模式 (OIL-SPILL)	不同方案之流況	溢油可能影響範圍

第三項是模擬建港完成後可能對臨近地區之影響,探討海岸線變遷及 溢油污染衝擊範圍,海岸線變遷由丹麥水工所研發 LITPACK 完成,溢油 則是以本公司自行發展 OIL-SPILL 模式模擬。

除操船模式屬委外,4個是自丹麥水工引進之商用軟體,僅有執行檔。 另外 4 個是本公司自行研發或修改之模式,有原始程式碼,以上資料整理 如表1所示。

#### 1.2 模式應用成果

#### 1.2.1 暴潮模式(SURGE)

颱風暴潮計算主要藉由中興工程顧問公司自行研發的暴潮數值模式以 計算暴潮偏差,模式包括水理模式及風場模擬兩部分,二者之間以氣壓、 風應力連結,水理模式是二維差分模式,動力機制包括非線性,地球自轉 偏向力,壓力梯度及風應力,渦旋摩擦力。風場模式是為梯度風(gradient wind) 模式,包含壓力梯度、科氏力、離心力,該模式是參數型模式,所需參數 包括中心氣壓,最大暴風半徑。中央氣象局可提供此二項至少每六小時一 筆之資料,此外颱風行進路線及摩擦力影響均在本模式考慮之內,模式輸 出可得暴潮偏差之時間序列。本模式模擬之暴潮推算已經全省多處驗潮站 實測資料進行驗證,模擬結果與實測相當一致,模式含蓋範圍包括金門地 區,因此可作為金門地區暴潮模擬之用。

本公司為海洋工程暴潮位設計需要,已收集超過50年颱風氣象資料, 由於金門地理位置較為接近大陸,由中央氣象局發佈之颱風資料並非都會 影響金門,颱風資料應先經篩選。假設颱風中心路徑距離金門300公里之 內才會影響金門如圖1所示,收集這些具影響力之颱風氣象資料,以本公 司研發之暴潮模式,模擬其對金門地區可造成的暴潮偏差,其中最大暴潮 偏差約為124公分,由1949年 Nelly颱風所造成,暴潮偏差分佈可參考圖 2,雖然大部份颱風經過臺灣地區會減緩其強度,然而也有些颱風仍可能為 金門帶來相當大之災害威脅,作海岸結構物設計時,必須將颱風暴潮影響 列入設計條件。

對於工程設計要求而言,暴潮重現期值將作為海岸結構物設計之參

考,利用 50 年最大暴潮偏差模擬成果,再配合標準誤差(standard error) 計算,可以得到 GUMBEL 分佈相當接近模擬值,以該組資料推算 GUMBEL 非 超越機率分佈為

 $F=\exp[-\exp(X-u)/a]$  ....(1)

其中 a=0.78s, u=Xm-0.5772a, Xm 為平均值,s 為標準差異值,圖 3 為 GUMBEL 分佈與模擬資料機率分佈之比較,顯示以 GUMBEL 分佈推出 金門暴潮偏差重現期值與模擬值相當接近,圖4 為重現期值之推算,50年 重現期值為125 公分,100年重現期值為143 公分。

一般海事工程之設計水位除考濾天文高潮位外亦應加上颱風所造成暴 潮之影響。本計畫以數值模式計算方法模擬金門附近海域暴潮發生過程, 並統計分析超過 50 年暴潮模擬資料,計算其暴潮重現期值,以作為金門水 頭商港海事工程暴潮位設計之用。金門商港建設具相當重要性,暴潮位設 計建議以 50 年重現期之暴潮偏差再加大潮平均高潮位為設計水位。

## 1.2.2 颱風波浪模式(TYWAVE)

波浪為海岸構造物最主要之外力來源之一,對本計畫相關海岸構造物 之安定而言,因港址附近海域受地形之遮蔽影響季節風所能產生之波浪波 高不大,影響最大的為多發生於每年夏秋之際的颱風所產生之巨大波浪。 颱風之發生為一隨機事件,其所產生波浪之決定需利用當地長期實測之資 料,經極端值統計分析方法以決定規劃設計所需之波高。由於金門地區並 無足夠之實測資料作參考分析,在工程設計上只好以推估值來加以分析。

本公司對於颱風波浪之模擬修改成功大學湯麟武研發之波浪推算模式 分析,經統計過去台灣地區從民國 34 年至 85 年間共發生 241 次颱風平均 每年約發生 5 次,以平均颱風暴風半徑 300 公里為標準選取對本地區有影 響之颱風,在 52 年間共發生 126 次,平均每年發生 2.4 次,因此由颱風發 生次數而言可假設金門地區平均每年都發生有影響之颱風。由於水頭商港 受到大、小金門兩島嶼之遮蔽,部份波浪無法傳至港址,故依金門之地形 選取南測外海水深約 20 公尺處為颱風波浪推算位置。依颱風影響期間實測 中心氣壓、相對應之行進方向及移動速度進行模擬,重現金門地區歷年之 颱風波浪。再將此推算結果以各種統計方式分析,發現本區之颱風波浪統 計分佈比較屬 Pearson III 分佈特性。表 2 為推算點處各設計迴歸期之颱風

波浪,可用來作為港址之外海設計波浪條件。由表知本區外海波浪以 S 及 SSE 向之波高最大,其它方向波高就逐漸減弱,就一般港灣構造物設計年 限之 50 年迴歸期而言, SSE 向之波高達 6.11 公尺, S 向則為 5.12 公尺。

迴歸期	SSV	N	S		SS	E	SE	3	ES	E	E	2
(年)	Hs(m)	Ts(s)										
2	1.70	4.99	2.35	5.87	2.62	6.20	2.29	5.80	2.09	5.54	2.06	5.50
5	2.51	6.07	3.41	7.07	3.92	7.58	3.31	6.97	2.95	6.58	2.82	6.43
10	2.99	6.62	4.01	7.67	4.67	8.28	3.88	7.54	3.40	7.06	3.23	6.88
20	3.43	7.09	4.52	8.14	5.32	8.83	4.36	8.00	3.78	7.45	3.57	7.24
25	3.56	7.23	4.67	8.28	5.52	9.00	4.51	8.13	3.90	7.56	3.67	7.34
50	3.96	7.62	5.12	8.67	6.11	9.47	4.93	8.50	4.22	7.87	3.95	7.61
100	4.33	7.97	5.54	9.01	6.65	9.88	5.32	8.83	4.51	8.13	4.22	7.87

表2 颱風波浪推算成果表

## 1.2.3 近海波浪模式 RCP

金門水頭商港主要藉西南側金門港道作為船隻進出要道,颱風波浪也 由該港道由臺灣海峽進入金門水頭商港,外海入射波向以 SE、SSE、S、 SSW、SW 為主,波浪先受大、小金門淺灘影響,再穿入金門島岬,水頭 商港可能受到遮蔽,然而港區延伸至深水的海事結構亦有可能承受到颱風 波浪,先以 TYWAVE 計算外海颱風波浪,再以 RCP 波浪模式推算外海波 浪傳遞至水頭商港分佈之情形,並作為擬定海堤設計波高之參考依據。

依據表 2 推算資料外海波浪以 SSE 向最大值,圖 5 為應用 RCP 推算結果,大部份波浪是循著岬口港道中央進入,以 50 年迴歸期、波高各波向 推算整理如表 3 所示,該表數據將作為遮避模擬輸入條件。

外海波浪方向	SE	SSE	S	SSW	SW	NNW
外海波浪推算方法	TYWAVE	TYWAVE	TYWAVE	TYWAVE	TYWAVE	SMB
外海波浪入射波高(m)	4.93	6.11	5.12	3.96	3.40	3.63

表3 RCP 模式波放推算結果

外海波浪入射週期(s)	8.50	9.47	8.67	7.62	7.06	5.98
金門水頭推算波高(m)	2.43	1.73	3.78	3.29	2.92	2.31
金門水頭推算波向	SW	SW	SW	SW	SW	SW

## 1.2.4 潮流模式(MIKE 21 HD)

本計畫應用 MIKE21 HD 模式,進行本區之海流模擬工作,其步驟先 建立粗、細兩套網格,粗網格除作金門附近海域大範圍流況、溢油模擬之 用外並提供細網格的邊界條件,細網格模擬結果則可進一步作水頭商港附 近細部模擬,其結果將用於操船模擬、溢油、地形變遷及港埠規劃設計之 用。

	M2	S2	K1	O1
地名	振幅(遲角)	振幅(遲角)	振幅(遲角)	振幅(遲角)
廈門(Xiamen)	1.98(359)	0.46(63)	0.27(277)	0.18(245)
料羅彎(Liao Lu Wan)	1.60(90)	0.54(125)	0.31(139)	0.24(122)

表4 金門潮汐分潮資料整理

單位: 振幅(M) 遲角(度)

粗網格模擬以金門港道為中心,含蓋 50X60 公里,外圍邊界以料羅灣的4 個分潮(M2、S2、K1、O1)作輸入條件(如表 4)。料羅灣的半日潮(M2) 運角與廈門的遲角相差 90 度,前者領先後者,可見潮流在此區由外往內傳 進應受地形影響,各地流況特性及發生時間也不相同。圖 6 為漲潮開始, 圖 7 漲潮流況,各港道潮流均可超過 1.5 m/s 以上,其方向流速也都符合海 圖標示。從以上模擬結果可以看出金門附近水理深受當地地形影響,大網 格模擬符合海圖海流標示與當地船家經驗,本項模擬輸出將可作進一部水 頭商港細網格流況模擬的邊界條件。

細網格佈置,主要分析水頭商港附近流況。過去此區海流觀測資料有限,因應水頭商港計畫,在港灣附近施放海流儀,這些實測資料將作為模

式模擬之驗証。細網格模擬範圍,以水頭商港為中心,含蓋 7.5x8 公里, 細網格邊界條件由粗網格計算之通量與水位輸入,除了現況流場模擬,還 加上水頭商港佈置選定三種規劃方案,為了解水理差異及操船難易情形, 分別將三個佈置方案作為基本地形,以相同的邊界條件進行漲退潮模擬。

潮流水理計算結果如圖 8 及圖 9 所示,該圖為漲潮流況,岬頭間潮流 最強在港道中央右側,然而過了岬頭強流則偏向左側,流速可達 2 m/s,圖 中亦顯示地形效應迫使海流反轉而形成內迴流,此特殊流況對金門水頭而 言形成漲潮期間產生南流情形,內迴流規模也隨時間而異,一個潮汐循環, 幾乎三分之二時間流向往南,因此也對當地地形帶來南向沖刷機會,也是 水頭商港流況特色之一。

圖 10 預定為港口堤頭附近實測資料與模擬比對結果,其中水位是相 當接近,流速雖然有些遲角,不過一般趨勢尚稱吻合,水理模擬結果顯示 已可掌握水頭商港附近流況特性,將供操船模擬、溢油、地形變遷及港埠 規劃設計之用。

#### 1.2.5 港池穩靜度模擬-規則波分析

不同港口外廓及港內佈置都會造成港域穩靜度變化,雖然水工模型試 驗與數值模擬都可作港池穩靜度分析工具,惟前者所需人力、經費遠超過 後者,因此本計畫先行以 MIKE 21 的 EMS 模組作規則波港池遮蔽數值模 擬,比較不同方案之優缺點,以作為最佳方案選擇之依據。

MIKE 21 EMS 模組是由丹麥水工所發展之港池遮蔽數值模式,其計算基礎是以有限差分法求解 Elliptic Mild-Slope Equation,含蓋機制包括波 浪之折、繞射及碎波,模式對海岸結構物的反射與穿透係數皆可指定。

以金門地區來說,雖然季風及颱風為主要波浪外力,但是臨近地形對 水頭商港提供東北季風屏障,使原本就較弱的季風影響幾乎可以省略,因 此港池穩靜度乃以颱風波浪造成的影響作為討論對象,港池入射波以 RCP 模式推算 50 年回歸期波浪至港口前緣為輸入條件(如表 3 所示)。圖 11 為 方案二 SW 波向遮蔽結果,藉 EMS 模式模擬可提供不同波向不同方案遮 蔽成效。

本計畫同時利用 MIKE 21 模式的 EMS 模組,針對水頭商港替選方案 二佈置,進行港池振盪模擬計算,港池振盪計算主要藉由不同的頻率、波 長波浪傳遞模擬,以瞭解港池方案佈置幾何形狀、水深及遮蔽條件是否對 輸入波浪造成共振現象,使得港內部分位置可能發生波高異常情形。以金 門水頭地理位置而言,北方波浪行進距離有限,因此長波主要來自南方, 根據颱風波浪 RCP 模式模擬,又以入射方向以 SW 及 SSW 為主,港池振 盪波浪模擬週期由5秒變化至200秒,水位取高水位7.1m。為求完整性, 波高選取位置以港池南側、東側及北側各一,計算結果以相對波高表之。 依照矩型港池模擬經驗,共振發生時,相對波高可放大5倍以上,因此對 放大倍數較高者,作更深入討論。

圖 12 及圖 13 為 SW 及 SSW 波向模擬結果,波高反應與週期有密切 關係,其中以南側碼頭顯示較大反應,週期約發生在 100 秒,該週期波相 對波高也僅達 1.7 及 1.2 倍,因此該方向該週期入射波可直接進入,但並未 造成共振放大的結果。

## 1.2.6 波港域穩靜度模擬-不規則波分析

EMS 模組模擬結果已就單一頻率、單一方向波浪進行港池穩靜度分 析,各方案中以替選方案二為最佳方案,應用 MIKE21 BW 模組分析該方 案佈置,檢驗在不規則波作用下港域穩靜度是否良好,BW 模組以波浪頻 譜作輸入條件模擬造波現象,並提供港域任意點之波高反應係數,以檢驗 港池穩靜度是否良好,模擬結果將配合不規則波港池遮蔽試驗之水工模型 試驗,以確保模擬成果可信度,再藉由港域方案佈置修正之模擬,提出港 池穩進度改善建議。

在本節數值模擬中,輸入波浪頻譜以 Johnswap (頻譜參數s<sub>a</sub> = 0.07,s<sub>b</sub> = 0.09)為設計頻譜,最大偏離角度 30 度,計算波浪至少 50 個波浪,由於 結果必須與水工模型試驗比對,其模擬背景條件盡量維持一致,包括量測 波數、造波位置。此外,岸壁反射係數亦可作不同值設定,水工模型試驗 開始先採用全反射岸壁,因此模式亦採用全反射,換句話說港域無消波功 能設計先行模擬,視遮蔽情形再修定岸壁消波係數,模擬案例整理如表5:

	週期(s)	波高(m)	主要波向	水位(m)
--	-------	-------	------	-------

表5 不規則波模擬背景整理

季風	6	1.5	SW	5.79
颱風	8.67	3.78	SW43	7.1
颱風	8.67	3.78	SW53	7.1

圖 14 為 SW43 度波向波高反應係數模擬結果,由於 BW 含有不同週 期的組合波,與 EMS 模擬比較下,其波浪反應呈較多短波紛擾現象,港外 波高係數為1,雖然外港是以全反射,但是其波高反應係數仍由1.0 降至0.5, 惟內港水域亦維持在 0.3 以上。相同背景水工模型試驗結果可參考圖 15, 二者各區波高反應係數接近,因此數值模擬結果可以信賴。

在模擬不規則波遮蔽過程中,發現其港內波高反應係數在 0.3 以上, 以入射波高 3.78 而言,港內振幅超過 1 公尺,相當不利船隻停泊,為改善 此一不利因子,可增加港池消波功能,在數值模擬計算中依據波浪週期及 波高,變更內外港岸邊透水性,由全反射變為反射係數為 0.6,變更後的模 擬結果顯現反射波紛擾情形大為改善,而岸邊波高反應係數維持在 0.1 範 圍,因此消波功能增加則使颱風波浪限制在外港,而使替選方案二在颱風 波浪條件下仍有安全的穩靜度。以上比較結果顯示 BW 模組亦可作為改善 遮蔽對策成效分析工具之一。

## 1.2.7 地形變遷模式(LITPACK)

水頭商港建立後對附近海岸地形變遷影響是重要課題,這是因為水頭 北側臨近浯江溪口生態敏感區,該區域存在紅樹林,因此成為金門重要溼 地之一,本計畫以丹麥 DHI 發展之 LITPACK 模式進行模擬,整理實測海 象資料作輸入條件,模擬水頭商港完成後十年間海岸地形可能之變遷。

LITPACK 模式所需輸入海象條件,是經由整理實測資料完成,統計 影響地形變遷之波浪事件整理如表 6,影響地形變遷之潮流及潮位事件整 理如表 7。除表 6 及表 7 資料,底質粒徑則來自實測分析,LITPACK 模式 計算海岸基本線如圖 16,其中北堤基點在 1500 公尺處,浯江溪口範圍在 其右側 500 公尺以上,若該範圍海岸線變遷量過大,則將視為受到水頭商
港建造之衝擊。LITPACK 計算十年間海岸線變遷結果如圖 17,圖中顯示 基線是呈淤積現象,不過淤積量相當小,以基座為起點,十年來離岸淤積 約10公尺,距離護岸越遠越緩和,超過300公尺後,影響已經相當微小。 浯江溪溪口範圍在500公尺之外,因此水頭商港的建構對海岸線變遷影響 未及於浯江溪口。

波向	波 高(m)			
(N 順時+)	0.5	0.7	0.9	1.
-112.5	0.3	0.0	0.0	0.0
-90.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-67.5	0.3	0.0	0.0	0.0.
-45.0	0.1	0.0	0.0	0.0
-22.5	1.3	0.3	0.3	0.0
0.0	0.3	0.7	0.0	0.0
22.5	5.7	0.3	0.0	0.3
週期(s)	9	10	11	11

表6 金門水頭影響地形變遷之波浪事件統計(百分比)

表7 金門水頭影響地形變遷之潮流、潮位事件整理統計(百分比)

流速	潮位(m)				
(m/s)	3.2	1.6	0.0	-1.6	-3.2
0.5	2	2	2	2	2
0.25	2	2	2	2	2
0.0	6	6	6	6	6
-0.25	4	4	4	4	4
-0.5	4	4	4	4	4
-0.75	2	2	2	2	2

1.2.8 溢油模式(OIL-SPILL)

溢油模擬工作主要應用中興工程顧問公司研發之近岸海域溢油漂移擴 散模式 SINOSPILL 模式連結丹麥 DHI 發展之 MIKE21 水理模式與粒子模 式,再結合溢油特性如擴散、溶解、岸邊沉積機制,使模式更具完整性及 實用性。本模式輸出結合動畫影像,可連續顯示油污移動分佈,能更有效 判斷溢油可能之漂移方向及範圍。

遠域、近域兩套網格模式、風場以平均風 4 m/s 東北風代表冬季、夏 季則以無風場作背景條件、釋油位置遠域以外港防波堤,近域則以船席為 模擬位置、釋油釋放時間以開始漲潮及退潮作為模擬對象。

以金門地區來說,潮流流速可達 2-3 節,其中半日潮最為顯著,溢油 範圍深受潮流狀態,尤其是起始條件而呈不同分佈,因此利用溢油模式模 擬可分別討論當溢油發生在漲潮階段與退潮階段所影響範圍。

## 二、討論

從表 1 整理資料,發現除了不規則波模式是採實測波譜與地形變遷所 需之波向、波高外,其餘模式應用所需資料可從中央氣象局颱風資料、潮 汐表直接推估,因此這些模式應用方法,不僅適用於金門,也可應用在凡 是實測資料缺乏之地區,短期內即可提供可信度高之資料,以供港灣規劃 之參考。

對於金門、離島地區,許多臺灣規劃港灣不再適用,比如過去許多規 劃案常使用侵臺路徑分類方法,即缺乏客觀性也對金門區域毫無用處,本 次規劃過程在颱風波浪與暴潮都採用歷年颱風路徑、氣壓作輸入參數,逐 一模擬重現有威脅性的颱風事件。模式應用只需輸入颱風參數即可模擬出 金門地區 50 年迴歸期之水位與波浪條件。

本次模式應用另一項特色是模式連結應用,以港灣遮蔽來說,先以颱 風波浪計算外海波浪,計算結果再作 RCP 近海波浪之輸入,接著以 RCP 結果求得港池遮蔽之入射波,加上由暴潮模擬作水位參考。另外地形變遷 及溢油模擬也都先依賴粗、細網格海流模擬作為基礎,因此模式有著環環 相扣關係。

# 三、結 論

雖然本報告是以金門商港為例,但每個海域也都存在該區特有水理之 特性,規劃港灣能搜集到實測資料是最理想,然而對一個新的港灣成立之 初,卻是往往不足,尤其是歷年資料,應用數值模式除了可彌補觀測資料 之不足外,亦可作不同規劃方案比較、改善對策效益分析以及建港後對臨 近環境衝擊評估等功能,提供港灣特性、量化之預測,因此現今港灣規劃 過程中,數值模式已是必備的工具。

# 參考文獻

- (1) 中興工程顧問公司(1988)金門水頭商港整體規劃。
- (2) 中興工程顧問社(1986)近岸海域溢油污染之漂移擴散研究 SEC/R-HY-97-01。
- (3) 中興工程顧問社(1987)颱風暴潮推算 SEC/R-HY-97-04。
- (4) US Army Corps of Engineers(1986)Regional Coastal Processes-RCPWAVE, Technical Report CERC-86-4.
- (5) Danish Hydraulic Institute(1988)MIKE 21 User Guide and Reference Manual.
- (6) Danish Hydraulic Institute(1988)LITPACK User Guide and Reference Manual.



圖 2 1949 年 NELLY 颱風暴湖偽差模級圖

















圖10 B站第一季水位、流速向量、流速、流向時間序列模擬與實測比對



NIS G WISFFRAME DOC



5055 F:\khs\DOC\FRAME-P2.doc



5055 Fikhs/DOC/FRAME-P2 due

I.



# 海岸溢淹模式之建立與應用

蔡長泰<sup>1</sup> 許泰文<sup>1</sup> 張有德<sup>2</sup>

# 摘 要

台灣地區四面環海,每當颱風來襲時沿海地區易受暴潮影響而產生海岸 溢淹的情形。本文建立海岸溢淹模式,用以評估颱風暴潮之海水溢淹區域與 範圍,作為海岸災害防救及管理之重要資訊。又因沿海地區地形地貌複雜, 本文先利用地理資訊系統劃分淹水格區,並以套疊分析系統結合 DTM 資料求 得格區的分界高程和位相關係。依據這些資料再結合暴潮模式和擬似二維淹 水模式預測沿海地區之淹水範圍、深度與時間。應用海岸溢淹模式模擬花蓮 沿海地區之海水溢淹有良好的演算結果。

一、 緒論

台灣地區夏季常受颱風侵襲,根據中央氣象局 1896 年至 1997 年之颱風 資料統計結果顯示,每年平均約有 3.5 次颱風侵襲台灣。颱風之低氣壓及強風 常導致海水位異常上升。由於近岸水位上升,加上海面風浪變大,造成波浪 之碎波線靠近海岸線,而碎波線之內移將增加颱風波浪對海岸結構物的破 壞,使有關防禦性之海岸結構物承受巨大波力而有潰堤之危險,海

堤也因水位上升而使波浪越過堤頂而造成海水倒灌。民國85年賀伯颱風 來襲,大潮與暴潮偏差同時發生,潮位的異常上升對上游的洪水產生頂托作 用,海水越過現有海堤致使台灣西部沿海地區遭受洪水與海水倒灌之雙重災 害,如何加強海岸防救措施及災害管理,實為當今海岸工程規劃的當務之急。

<sup>1</sup>國立成功大學水利及海洋工程系教授

<sup>2</sup>國立成功大學水利及海洋工程系博士研究生

美國聯邦事務管理局(FEMA)發展海岸暴潮溢淹模式(1985)曾應用於台灣

#### 台北 台灣

海岸暴潮溢淹演算(郭等人,1998),該模式可處理海岸地區之特殊地形與地物,如低窪地形、河流、沙洲、海灣、沼澤、海岸植物及建築物等,並可模擬潮位漲落之移動邊界。荷蘭水力研究室(DHI)所發展之 MIKE21 模式亦為國內研究單位或顧問公司應用於溢淹之演算。台灣沿海地區及海岸之地形地貌複雜,大部分海岸地形變化不規則,東北部海域屬於大陸礁棚邊緣地帶,海底地形為大陸棚邊緣之分界,水深變化甚為複雜;沿海低地多有利用,密佈道路、排水路、村莊社區及魚塭埤池等。因此在台灣沿海之溢淹演算方面, FEMA之海岸暴潮溢淹模式及MIKE21模式等應用有限差分法所建立之模式, 在劃分計算網格時,較難將地面道路或建築物等複雜的地物地貌作適當之分 區。故本文應用擬似二維流之觀念建立地文性擬似二維淹水模式,以道路、 排水路、村莊社區及魚塭埤池等可有較詳實之處理。

模擬大範圍區域的淹水過程時,需分析處理大量的水文及地文資料,而 地理資訊系統具有快速且精確處理與展示空間資料的能力,故本文整合海域 颱風暴潮模式、擬似二維淹水模式與地理資訊系統而建立海岸溢淹模式 (coastal flooding model),以應用於沿海地區的淹水模擬,求得沿海地區可能的淹 水範圍、深度與時間。暴潮模式係利用選擇性堆積二階段顯式有限元素法建 立數值模式(許等人,1999),此模式可處理不規則邊界,在複雜海岸線能提高 計算精度。擬似二維淹水模擬方面,本模式應用地理資訊系統軟體,以自動 化的方式產生淹水格區,由淹水格區連續方程式及流量律求解水理特性,評 估可能受影響的淹水範圍。

### 二海靈翺戰

暴潮主要是起因於氣象擾亂衍生的氣壓與風場之變化而產生水位的突 升,亦即由風作用在水體表面所產生的水位上升(wind setup)與因颱風中心的壓 力梯降所造成的水位上升(pressure setup)的結果。若假設在水深方向之壓力分 佈為靜水壓,且垂直方向的加速度可省略不計時,依水深平均法的觀念,可 將三維的連續方程式及動量方程式化簡為二維的方程式。

$$\frac{\P h}{\P t} + \frac{\P (h+h)u}{\P x} + \frac{\P (h+h)v}{\P y} = 0 \qquad .....(1)$$

$$\P u \qquad \P u \qquad \P u \qquad \P h \qquad c \qquad t_{yy} \qquad t_{yy} = 1$$

$$\frac{\P v}{\P t} + u \frac{\P v}{\P x} + v \frac{\P v}{\P y} = -g \frac{\P h}{\P y} - fu - \frac{t_{by}}{r(h+h)} + \frac{t_{wy}}{r(h+h)} - \frac{1}{r} \frac{\P p}{\P y} \qquad (3)$$

式中:x, y為卡式座標軸;u, v為x, y方向之垂直積分平均流速;h為水 深;h為暴潮水位變化;g為重力加速度;f為科氏力參數(f = 2wsinf);w為地 球旋轉角速度( $w = 7.292^{-10^{-5}sec^{-1}}$ );f為緯度;t為時間; $t_{bx}, t_{by}$ 為x, y方向水流剪 應力; $t_{wx}, t_{wy}$ 為x, y方向表面風剪應力;r為海水之密度;p為壓力。

### 三、擬似二維金以莫以建立

### 3.1 淹水分區連續方程式

平原地區常密佈農田、魚塭、鹽田、社區及各項建設如道路、排水路及 各種人工結構物,地形地物都非常複雜;因此 Cunge(1980)以擬似二維流的觀 念,認為可將洪氾區分成若干分區,選擇每一分區中具有代表性位置之水位 代表分區的水位,則可由水流連續方程式及分區間之流量律,建立擬似二維 淹水模式演算淹水過程。對於河流之上游集水區,亦可視地形地物之分佈, 劃分小溪流之集水區及土地利用方式分區。這些小集水區及土地利用分區亦 均可應用擬似二維流之觀念演算降雨-逕流過程。

擬似二維淹水模式是採用連續方程式為基本控制方程式,以顯示法將之 離散化為差分式,即將洪氾區分成若干個分區,任一分區i與其相鄰各分區間 之連續方程式可表示如下:

 $A_{si} \frac{dZ_{i}}{dt} = P_{i}(t) + \mathring{a}_{k} Q_{i,k}(Z_{i}, Z_{k})$ (4)

式中 $A_{si} = t$ 時刻i分區之水面的水表面積;  $P_i(t) = t$ 時刻i分區之降雨量;  $Q_{i,k} = thakhi + g_{i,k} = t$ 

應用有限差分法可離散化(4)式成為差分式如下所示:

$$A_{si}^{n} \frac{DZ_{i}}{Dt} = P_{i}^{n} + \mathring{a} Q_{i,k} \qquad (5)$$

 $Q_{i,k}(Z_i(t), Z_k(t)) = qQ_{i,k}^{n+1} + (1 - q)Q_{i,k}^n$ (6)

式中:  $\Box_{i}$ 為 $t_{n}$ 時刻至 $t_{n+1}$ 時刻之時距,  $\Box_{i}$ 、  $A_{si}$ 、及 $P_{i}$ 各為 i 分區在  $\Box$  時距 中之水位增量,平均水表面積及單位時間降雨; t為 $t_{n}$ 時刻至 $t_{n+1}$ 時刻間的某 一時刻,即 $t_{n} \pounds t \pounds t_{n+1}$ ; q為加權係數介於 0 到 1 之間;  $Q_{i,k}^{n}$ ,  $Q_{i,k}^{n+1}$ 各表示 $t_{n}$ 時刻 與 $t_{n+1}$ 時刻由 k 分區流進 i 分區之流量。應用(5)式及(6)式以演算淹水過程時, 若取 = 0 時則為顯式差分法,若是 10 時則為隱式差分法。計算上,雖 隱式法較能節省計算之時間,但演算過程中,模擬區域需同時有適當之起始 水深,此對於氾濫淹水過程常不易達到,故本文採用顯式差分之求法,即取 =0,則由式(5)及式(6)可得 $t_{n}$ 時刻至 $t_{n+1}$ 時刻之水位增量  $\Box_{i}$ 可表示如下:

由式(7)得出  $DZ_i$ 後,  $t_{n+1}$ 時刻之水位  $Z_i^{n+1}$  可表示如下:

 $Z_i^{n+1} = Z_i^n + \mathsf{D}Z_i \qquad (8)$ 

分區間之流量可視分區間之邊界狀況採用適當之流量公式,例如若為高 於地面之道路為界,則可應用堰流公式計算流量;若以涵洞為兩分區間之水 流道路,則可應用涵洞水流公式計算流量;若兩分區之交界無障礙物,則可 應用曼寧公式計算流量。故對於起始<sub>1</sub>時刻各分區之水位及相鄰分區間的邊 界形式,可計算分區間之流量,再由式(7)計算各分區中於內時刻內之水位增 量,並由式(8)求得<sub>12</sub>時刻的水位。使用同樣的步驟則可陸續求得<sub>12</sub>,<sub>13</sub>,<sub>14</sub>.......等 之水位。於開放邊界,則需要有流量或是水位歷線,以求得邊界之流量。因 此由適當之起始條件及邊界條件,即可求得淹水過程中,各個分區的水位變 化歷線。

### 3.2 顯式法擬似二維淹水模式計算流程

應用顯式法建立之擬似二維淹水模式模擬沿海地區之淹水過程時,演 算流程說明如下:

- 1.程式計算之初需先輸入各格區之幾何資料,包括格區之編號、面積、 代表高程、交界處的高程及長度、中心座標 x、y 值、相鄰之格區數、 格區間的位相關係、格區間水流之交換型態等。
- 2.給定總計算時數 mm 值及計算時距 dr 值。

3.給定起始條件與邊界條件。

4.依據相鄰格區間的水位,計算相鄰格區間之流量。

5.若 m=mm(計算總時數)則程式結束,反之則進行下一時刻之計算直至 時間終了。

## 四海岸溢到其间地警察的总

本文利用數值高程地形資料,並配合 Arc/Info 中網格分析次系統中的物 件導向語言 Watershed 計算分析集水區,得到各支流之次集水區;對河流發 源處之格區劃分需再作細分。因為河流及排水路亦是格網的一部份,所以 需視情況不同給予適當的寬度,對埤池、社區等特殊地貌,需要再套疊到 上述的格網。有道路及鐵路通過之格區,可再細分為二格區,若是格區過 長或面積過大,則可以配合等高線將其再劃分為數格區。對於太小的格區, 則和相鄰格區做適當的合。

在完成格區的劃分後,必須利用地理資訊系統分析格區的位相關係: 格區及相鄰格區的編號與交界長度;再計算各格區之屬性資料:面積值、 中心點的二度分帶座標、平均高程值及格區周長等,以得到淹水模式計算 所需的幾何資料,再利用程式語言整理幾何資料及位相關係成為淹水模式 的資料輸入格式後,才能進行淹水模式之計算。

## 五、花蓮沿海暴朝益奄募疑

本研究所選定的研究區域為台灣東部花蓮地區,配合地理資訊系統進 行淹水格區的自動化劃分。因颱風期間多挾帶暴雨,形成之洪水亦造成沿 海平原氾濫,故本文結合暴潮模式和擬似二維淹水模式,可演算花蓮沿海 地區之洪水與暴潮的交互作用,評估可能受潮汐影響的淹水範圍。

所需之輸入資料包括(1)海岸地形水深資料,(2)海岸氣象資料,(3)海岸 結構物及(4)地面道路設施或建築物等基本資料。本文使用 ARC/INFO 的地理 資訊系統來處理地文資料,在研究中使用的是由國立中央大學太空及遙測 中心所提供之數值高程資料(DTM),資料之格式為UTM 二度分帶座標與 高程值之 ASCII檔,輸入 ARC/INFO 後轉成 gid 格式之檔案,花蓮地區數值 高程地形圖如圖1所示。由圖1可看出,花蓮地區上游流域的地勢非常陡峻, 而沿著省道公路以東地勢則非常平緩。

利用圖 1, 分別將花蓮地區進行數值高程資料之窪陷點的識別與填平, 再以八方網格的計算方式作流向分析,並進一步完成流量累積分析,在給 定 8000 流量累積門檻值,分別產生花蓮地區河系分佈,如圖 2。



12 - 6



圖2 花蓮地區之河系分佈圖

利用 Arc/Info 中網格分析次系統中的物件導向語言 Watershed 計算分析其 集水區,得到各河川線之次集水區及各河源處之集水區,利用 Arc/Info 套疊 分析次系統中 Union 指令套疊上圖 2。接著針對花蓮地區的河系,利用 Buffer 指令,取 250 公尺之河寬,再利用 Identity 指令套疊加入圖 2。花蓮沿海地區 有兩條省道公路經過,將其視為沿海溢淹格區之邊界套疊,並針對沿岸部 分格區以人工數化方式做局部加密。

再分別取面積值小於 0.02 平方公里格區與相鄰格區合併,將因套疊產 生的狹長格區消除,也將一些過小格區與相鄰格區合併,而得到淹水格區 圖。劃分完成之淹水格區如圖 3 所示,可將研究區域劃分為 802 個淹水格區。





將地理資訊系統運算的資料整理完成後,利用 Fortran 程式讀取分析出 的資料並完成海岸溢淹模式所需之輸入檔,再經由賀伯颱風所衍生之暴潮 水位資料(圖 4)去求得花蓮沿海地區可能的淹水範圍、深度與時間。



圖4 賀伯颱風之暴潮歷線

花蓮沿海地區經由地理資訊系統共分成 802 個格區,下游邊界條件為 49小時連續暴潮水位資料,計算時距取為 0.2 秒,經由海岸溢淹模式演算結 果可得沿海格區溢淹水深如圖 5 所示。圖中以秀姑巒溪溪口為例,顯示在沿 海地勢較平緩及河流溪口處有潮汐溢淹的情形,於局部地區甚至有超過 1.5 公尺的最大淹水深度。



圖 5 賀伯颱風之最大溢淹水深分佈圖

本文模型颱風之路徑示於圖 6。根據許等人(1999)之研究,本路徑之颱 風中心氣壓較符合甘貝爾極值分佈,其分佈函數為

 $DP_{c} = 88.82 + 28.67k$  .....(9)

而T為重現期。暴潮模式中所使用之參數為颱風中心半徑 $r_0$ =30km, 颱 風速移動度 $v_i$ =25km/hr,本文模擬5年、10年、20年及50年重現期之暴潮 偏差結果示於表1。



重現期	中心氣壓	累積機率	暴潮偏差
(year)	$DP_c$ (mb)	PP (%)	$h_e$ (cm)
5	109.54	80	85.0
10	126.32	95	99.2
20	142.41	98	113.5
50	163.23	99	132.3

表1 各重現期模型颱風模擬之暴潮偏差

花蓮沿海省道公路以東的地區其地勢非常平緩,由數值高程資料(DTM) 所讀取的沿海地區溢淹格區高程約在10公尺以下,局部地區為低窪易淹水的 地區。圖7及圖8為5年及50年重現期之暴潮歷線,圖9及圖10則為兩種暴 潮發生時,花蓮沿海地區之局部最大溢淹水深分佈圖(以秀姑戀溪溪口為例)。 圖中顯示在沿海地勢較平緩及河流溪口處有潮汐溢淹的情形,於地勢低窪地 區其甚至有超過1公尺的最大淹水深度。



圖 7 5 年重現期距之潮汐頻率歷線







圖95年重現期距之潮汐頻率之最大溢淹水深分佈圖



圖1050年重現期距之潮汐頻率之最大溢淹水深分佈圖

# 六 結論

本文建立海岸溢淹模式,用以評估各種可能侵襲颱風造成之暴潮水位變 化及海岸溢淹範圍。本模式包括兩個主要模式,即(1)暴潮模式,(2)擬似二維 淹水模式,並應用地理資訊系統軟體,以自動化方式產生淹水格區。暴潮模 式之數值方法採用有限元素法,可應用於不規則邊界及複雜水深地形而提高 計算精度。格區劃分則選擇以各種障礙物作為分區邊界,在每一分區中,其 中心高程作為辨識流向之依據,而整個演算區域之格網類似有限體積法,此 一處理方式能提高模式之精度及演算能力。

本文模擬賀伯颱風侵襲花蓮海岸之溢淹範圍、深度及時間,模擬結果顯示,在秀姑巒溪及花蓮溪河口位置及局部海岸低窪地區均有明顯的淹水,與 實際情形相符。本文同時模擬5年、10年、20年及50年重現期之暴潮歷線, 據此演算花蓮區域之溢淹區域及影響範圍,其計算結果可作為海岸災害防救 及管理之重要參考。

# 參考文獻

- (1) 周天穎,周學政(1997)"ArcView 透視 3.X",松崗電腦圖書資料股份有限公司。
- (2) 林建元(1994)"地理資訊系統 ARC/INFO 入門"松崗電腦圖書資料股份有限公司。
- (3) 張有德(2000)"流域淹水格網自動化劃分之研究", 國立成功大學水利及海洋 工程碩士論文。
- (4) 郭金棟,蔡丁貴,簡仲和,蕭茂鎮,陳文俊(1998)"海岸防護區防護計畫之研擬工作計畫()-海岸侵蝕及暴潮溢淹"。
- (5) 許泰文,廖建民,李兆鑫(1999)"以選擇性堆積二階段顯式有限元素法推算 台灣東北海岸之颱風暴潮",中國土木水利工程學刊。
- (6) 楊昌儒、蔡智恆、蔡長泰(1998)"應用地裡資訊系統評估淹水災害損失",中國土木水利工程學刊第10卷第1期,93頁-p100頁。
- (7) Counge, J.A. (1980) "Two-dimension modeling of flood plain", Chap. 17 of Unsteady Flow in Open Channel, K. Mahmood and V. Yevjevich eds., Water Resource Publishung Limitted, London, pp. 18-19, pp. 22-24.
- (8) Danish Hydraulic Institute (1992) MIKE21 Hydrodynamic Model, Use's Guide and Reference Manual.
- (9) FEMA, 1985, Coastal flooding hurricane storm surge model, Vol. & , Federal Emergency Management Agency , Washington D.C.

# 海岸線變遷模式發展

# 林銘崇1 蕭松山2 張國強3

# 摘 要

海岸地形變遷受當地地形、氣象、海象及人為結構物等影響,為一複雜之 海岸動力過程,因此,建立一具有可信度之數值模式為近年來海岸工程學者之 重要研究課題。本文首先回顧相關之海岸線變遷數值模式,介紹其重要之理念 與經驗,進而介紹單線模式之理論與解析解,最後以安平港附近海岸線為例, 數值計算其變化。期望經由文獻回顧、理論介紹及實例計算,能提供為建立一 良好的預測分析海岸線變遷數值模式之參考。

# 一、前言

台灣四面環海,地窄人稠,土地資源十分有限,加上近年來經濟快速成長, 工廠、都市、交通等建設急速增加,為因應未來土地之需要,迫使海埔地加速 開發,以增加土地面積。台灣之河川限於地勢,大都由東向西流,然而坡陡流 急,自上游攜帶大量泥沙下流入海,在河口出海處,由於流速驟減,產生大量 泥沙沈積,成為海埔地之重要沙源。台灣西海岸地形也因為這許多河川在此入 海,加以波浪、潮流等複雜水理作用下,漂砂運動非常顯著,使西海岸地形劇 烈變化,再加以近百年來由於河川之治理控束及水土保持之推展,使得海岸線 之變化益形激烈與複雜。此等變遷直接影響到海埔新生地的規劃以及海岸開發 工程的設計,若能建立一良好預測分析海岸地形變化之數值模式,對於海埔地 的開發利用以及海岸的保護方面將有經濟上、安全上及效率上等實質的助益。

<sup>1</sup>國立台灣大學造船及海洋工程學系教授

<sup>2</sup>國立台灣海洋大學河海工程學系副教授

<sup>3</sup> 經濟部水資源局科長

由於海岸地形變遷受當地地形、氣象、海象及人為結構物等影響,為一複 雜的海岸動力過程。一般海岸地形變遷之研究,大抵利用現場實測資料統計分 析、水工模型試驗及數值模式推算等方法。其中現場實測資料統計分析需長期 詳細的地形、氣象、海象等資料,惟現場資料蒐集不易,在應用上常受限制; 水工模型試驗方面,缺點為模型製作成本高,且動床模型相似律難以符合實際 海域複雜之水理現象,另試驗需花較長的時間,故常應用於大型的開發案,對 於一般開發往往無法廣泛應用。數值模式方法在模擬實際海域的應用上較具彈 性,針對解析問題可快速獲得所需結果,在高效率的電腦時代,數值模式較省 時省力且花費有限。因此,建立一具有可信度之數值模式為近年來海岸工程學 者之重要研究課題。

### 二、相關文獻回顧

海岸地形變遷數值模擬之建構,首先必須針對解析問題作必要之假定,應 用適當的控制方程式來描述現地實際水理現象,期透過數值解析掌握自然動力 現象變化與海岸間之力學機制。一般數理計算模式大抵包括波浪計算、輻射應 力計算、流場計算、泥沙傳輸計算、地形變化計算等五大項,因海岸地形變遷 之過程受三維自然營造力影響而具有隨機性變化之特徵,但應用於實際海岸地 形變化時,隨著所關注之地形變化時間及空間範圍不同,所使用之計算模式亦 有所不同,如圖一所示為 Horikawa (1988)對海岸地形變化模式之時間與空間尺 度的分類。



圖一 海域地形變化模式之時空範圍 (Horikawa 1988)

關於數值解析海岸地形變化之研究,始於 1956 年 Pelnard-Considere 提出之 理論解析模式。該模式假設海岸線其附近海灘地形之等深線在向離岸方向上平 行移動,而其斷面形狀保持不變,因此海岸地形的變化可由某一條等深線的變 化來決定,該條等深線一般即以海岸線表示(圖二)。此種理論一般即稱之為單 線理論或單線模式 (one-line theory 或 one-line model)。在此單線模式中,假設 沿岸輸砂量的變化為造成海岸線變遷之主要原因。由於計算簡單,應用方便、 容易,因此對於一般海岸地形變化之探討實不失為一良好的模式。



圖二 Pelnard-Considere 之單線模式網格

隨後有許多學者乃根據此種單線理論加以改良,如 Bakker (1968)提出雙 線模式,以任兩條等深線來模擬海灘變化情形,並考慮向離岸之輸沙,以突破 單線模式中海灘坡度保持不變的假設,Willis (1978)即採其有關向離岸輸沙的 概念,加以發展;Price (1972)等人改進 Pelnard-Considere 之坡度假定,設地 形變化元素呈一三角稜柱體,並以 Komar 及 Inman (1970)所提出之沿岸輸砂 量計算公式,應用於單線模式之數值計算,此模式假定與海岸垂直方向之輸砂 影響可以忽略不計,對於長期性之海岸線變化預測,頗為有效;其次,Ozasa 及 Brampton (1980)亦根據 Price 等之構想,提出在有結構物 66%,因碎波波高 在沿岸方向之梯度變化所造成沿岸輸砂率改變之數值計算模式;另外還有 Le Mehaute 及 Soldate (1980),Perlin 及 Dean (1985),及至近年之 Hanson (1989) 及 Kraus et al. (1994)。

目前國外已有部分單線模式發展為商業用軟體以為應用,如美國 CERC 之 GENESIS 模式,波蘭 IBW PAN 之 SAND94 模式,丹麥水利學院之 LITPACK 模式,荷蘭 Delft Hydraulics 之 UNIBEST 模式等。以上四模式之理論基礎均建 基在一維輸砂守恆原則下,基本上均假設通過與海岸線成垂直之控制斷面 的泥沙在漂沙移動限界水深內活動,此限界水深之決定一般視研究區之地形、 底質、波高之特性而有不同。通常使用這些模式有二個步驟,第一為計算受水 動力過程作用下,通過控制斷面之沿岸輸沙率,通用之輸沙公式如Bijker (1974), Van Rijn (1984a,b), CERC (1984)等經驗公式均一併建立在模式中,第二為計算 相鄰兩斷面間因通過各斷面之沿岸輸沙率不同而產生泥沙單位體積差量,在泥 沙移動界限水深之限制下直接反應至岸線侵蝕後退或淤積前進變化上。上述四 模式間功能差異性,如表一所示。

國內目前常用之海岸地形變遷模式,其使用功能與狀況,本文亦蒐集整理 如表二所示。

### 三、理論公式與解析解

海岸地形變化一般以海岸線變遷來描述,如以一條灘線表示,則稱為單線 模式 (one-line model)。本模式始於 1956 年由 Pelnard-Considere 所提出,模式 將海灘斷面的坡度視為定值,並假設海岸線在其沖淤變化的過程中,坡度恆保 持固定,再根據斷面間沿岸漂沙量守衡關係,導得地形變化連續方程式,據此 計算海岸之變化歷程。

如圖三所示,海岸線起始位置在  $x = x_0$ ,漂沙活動寬度為 B, $h_i$ 為漂沙始 動水深,則 Pelnard-Considere 之單線模式公式為





圖三 單線模式之海灘斷面(郭一羽,2001)

圖四 單線模式示意圖(郭一羽,2001)

# 表一 大尺度模式功能比較表(M. Szmytkiewicz et al, 2000)

功能項	模式名稱	UNIBEST-LT	LITPACK	GENESIS	SAND94
1.2-D 地	形水深	利用建立斷面水深剖面	利用建立斷面水深剖面	模式執行所需	模式執行所需
2.入射波	皮條件	示性波	均方根波	示性波	示性波
3.入射時	<b>持变波浪值</b>			0	$\bigcirc$
4.波浪彎	色形解析方式	Battjes-Janssen 公式	Battjes-Janssen 公式	Mild-slope equation type	Battjes-Janssen 公式
5.結構周	团总射现象	$\triangle$	0	0	$\bigtriangleup$
6.沿岸流	5.解析	Longuet-Higgins 公式	Longuet-Higgins 公式	$\triangle$	Longuet-Higgins 公式
7.底質特性		$\triangle$	0	$\triangle$	$\bigtriangleup$
8.沿岸輸砂率計算		Engelunf-Hansen,Bijker,			Bijker, rant-Madsen,
		van Rijn,Bailard,CERC	DHI model	CERC-type 經驗式	Ackers-White, van
		等經驗式			Rijn 等經驗式
能解	突堤型式	0	0	0	$\bigcirc$
力析 岸 離岸堤型式		$\bigtriangleup$	0	0	$\bigtriangleup$
送結構	海堤、護岸型式	0	0	0	0
物	養灘型式	0	0	0	$\bigcirc$

△ 未考慮 ○ 已考慮

### 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月

#### 台北 台灣

## 表二 國內常用海岸地形變遷模式其使用功能與狀況一覽表

類型	名稱	使用單位	功能	注意事項
商	丹麥水工試驗所(DHI)	中興工程顧問	·MIKE21 NSW 二維波浪場傳播計算	· 方程式本身均只能求解定常波場。
用	MIKE21 STW <sup>①</sup>	公司	計算研究區內二維平面波高、波向分佈。以波	模式為拋物線方程式受限於 $\Delta x: \Delta y=1:4$ 。
套	MIKE21 MT@	(12345)	譜能量觀點求解波動密度方程式,計算波浪受	模式中於淺水區域計算,均由風浪能譜之轉換及
裝	LITPACK③	交通部運研所	風、碎波、底床摩擦及流阻絕等效應所造成波	地形摩擦效應等理論建立,目前多採經驗式,應
模	以上地形變遷模式均須	港灣技術研究	浪傳播中變形情形,以及近岸區波浪輻射應	用時應加強實測資料驗証。
式	先進行波、流場模擬即	中心(①④⑤)	力。	<ul> <li>由於計算區海陸邊界上常缺流量資料,若以水位</li> </ul>
	MIKE21 NSW④	海洋大學河海	·MIKE21 HD 二維流場計算	為邊界條件時,易使流場計算因邊界效應影響產
	MIKE21 HDS	工程系(①④⑤)	计算研究匾範圍內二維水深平均流速、流向分	生誤差,故模擬範圍最好約3倍研究區範圍。
			佈。以流通量密度觀點求解流體連續方程式及	計算時由於非線性及邊界穩定問題,分析時間不
			動量守恆方程式,計算水流受潮汐、風、科氏	宜太長約1~5潮期為主。
			力、波浪輻射應力、流體剪應力及底床摩擦等	流場校正驗証之實測資料最好平均分佈在整個研
			效應產生之水流變化情形。	究區,且深水、淺水區均有。
			・MIKE21 STW 二維地形變化計算	洞流對結構物影響很大,對於數值分析精度及格
			計算研究區範圍內海底床高程變動情形。利用	網間距應審慎選取。
			深度平均之流速(含波浪效應),通過紊流邊界	<ul> <li>・受限於計算機能力無法進行泥砂傳輸歷時變化,</li> </ul>
			層理論計算格網上懸浮質濃度分佈,以推算泥	應用上還是以代表性波、流場計算海底床二維侵
			砂傳輸量,再經漂砂守恆方程式計算二維底床	淤變化。
			地形變動量。	採代表性波、流場計算時,通常以線性疊加模擬
			·MIKE21 MT 二維輸泥量計算	非線性實際變化,時間愈長誤差量愈大,也因此
			主要計算微小粒徑之泥(mud)傳輸情形。利用	二維模式不適用來做長期預測。
			傳導-擴散方程式計算砂源(如河口)傳輸範圍	·砂粒沉降速度與粒徑大小非常敏銳,率定時應特
			及輸砂量。	別謹慎。
			·LITPACK 一維岸線變遷計算	<ul> <li>主要用來做為地形長期變化預測,然因海岸動力</li> </ul>
			計算研究區範圍內長期海岸線變動情形。沿海	作用機制尺度不同,或為10秒(波浪)、12小時(潮
			岸線選定具代表性地形斷面,計算在波及流作	汐)、2-3 天(風吹流)、6 個月(河川輸砂),故通常
			用下通過橫斷面間之輸砂量變化量,反應在漂	預測時均假定未來 10-20 年間海、氣象條件與模
			砂移動限界水深區域內造成岸線前進後退變	擬輸入條件類似。
			化。	岸線變動主要因輸砂量變化反應在限界水深區域
				內,因此適當確定漂砂限界水深為重要事項。

#### 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月

### 台北 台灣

# 表二 國內常用海岸地形變遷模式其使用功能與狀況一覽表(續一)

類型	名 稱	使用單位	功能	注意事項
商用套裝模式	荷蘭 DELFT 水工試驗所 COMOR、UNIBEST 以上地形變化模式均須進 行波、流場模擬有 HISWA、TRISULA	工研院能資所	HISWA 二維波場計算模式、TRISULA 二維流場 計算模式、COMOR 二維地形變遷計算模式、 UNIBEST 一維岸線變遷模式,其理論架構及功 能均與 DHI 發展模式類同,唯有各模式中所引用 經驗式及參數略有不同,此外數值分析技巧上方 法亦略有不同。	同 DHI 模式
學術研究模式	依據日本WATANABE 3 模式之基本理論改良而 成之模式: ·波浪模式有 CERC 之 RCPWAVE 模式及求解 Mild-Slope 方程式模式 ·流場求解連續方程式及 動量守恆方程式模式 ·輸砂計算利用 watanabe 經驗公式求解泥砂底床 運動	成功大學水利 及海洋工程系 台灣大學造船 及海洋工程系	<ul> <li>二維波浪傳播計算         計算研究區內二維平面波高、波向分佈。當波 浪由外海傳播至近岸淺化、折射變形採用美國 工程兵團(CERC)發展之 RCPWAVE 模式計 算,近岸區若地形較複雜或有結構物存在時, 採用 Mild-Slope 方程式計算波浪繞射效應。此 外台灣大學另於模式中加入波、流共存效應。     </li> <li>二維流場計算         計算研究區範圍內二維水深平均流速、流向為變 數求解流體連續方程式及動量守恆方程式,同 樣亦考慮潮汐、風、科氏力、波浪輻射應力、 流體剪應力及底床摩擦等效應產生水流變化情 形。     </li> <li>二維輸砂及地形變化計算         計算研究區範圍內海底床高程變動情形。模擬時輸入格網上波、流場資料,利用 watanbe 發展之輸砂率經驗式推算格網上底床泥砂變動 量,再經由漂砂守恆方程式計算二維底床地形     </li> </ul>	<ul> <li>·波浪模式本身亦只能求解定常波場。</li> <li>波場計算所輸入之波浪條件為單一規則波,此有別於商用模式所輸入之不規則波譜再計算,因此應用時須加以注意。</li> <li>近岸區波場以求解 Mild-Slope 方程式,雖然程式本身為橢圓型態,但為求計算快速將方程式簡化為拋物線型,以差分法計算,此時尚可計算波浪因複雜地形產生繞射變形,但對於因結構物而產生波浪繞射變形則仍有待商確。</li> <li>·流場模式與商用模式所採用理論基礎及外力條件類同,故應用時之注意事項可參酌上述。</li> <li>·輸砂量計算目前均止於利用經驗式推算,理論基礎與計算方式亦與商用二維模式類同,唯應用時在經驗式選取上是否真能適合台灣環境,應在驗証上詳加探討。</li> </ul>

令 沿 岸 漂 沙 量 為  $Q_y = F \sin \theta_b \cos \theta_b$ , 從 圖 四 中 可 得 知 ,  $\theta_b = \theta_0 - \tan^{-1}(\partial x_0 / \partial y)$ ,代入上式並利用能量守恆關係 $\partial F / \partial y = 0$ ,可進一步獲得二階全微分方程式:

$$\frac{\partial x_0}{\partial t} - \frac{F}{(1-\lambda)h_i} \frac{\partial^2 x_0}{\partial y^2} = 0$$
 (2)

上式利用下列起始及邊界條件:

$$t = 0 , \quad x_0 = 0$$
  

$$y = 0 , \quad \partial x_0 / \partial y = \tan \alpha_0$$
(3)  

$$y \to \pm \infty , \quad x_0 = 0$$

解得

$$x_{0} = h_{i}\alpha_{0} \left\{ 2\sqrt{\frac{A_{0}\tau}{\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4\sqrt{A_{0}\tau}}\right) - \xi \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{2\sqrt{A_{0}\tau}}\right) \right\} \dots (4)$$

其中  $A_0 = F/(1-\lambda)h_i$ ,  $\xi = y/h_i$ ,  $\tau = Ft/h_i^3$ , 而誤差函數 erfc(x) 定義為

$$erfcx = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{x_0} e^{-p^2} dp$$
 .....(5)

# 四、數值計算例

本文以 Willis (1978)所提出之模式為數值計算之基礎。Willis 模式乃利 用 Price 所提之三角稜柱體地形變化構想,以漂砂濃度乘流量方法,在單線上 加入向離岸輸沙之考慮,並改進雙線模式繁雜的缺點,發展而成之海岸線變 化模式。波場計算係採用 RCPWAVE 模式,將其得到之碎波波高及波向角代 入沿岸流公式中,以求得流量及輸沙濃度,再將之相乘可得到輸沙量,以海 岸地形變化模式求得海岸線之變化量,建立預測海岸線變化之數值模式。

## 4.1 計算條件

計算條件給定係依據台南安平鄰近海域相關自然條件資料,並參考現場 實測資料進行安平港附近岸線變化數值計算。

(1) 入射波浪條件:

數值計算之波浪入射條件乃利用實測成果及蒐集之相關資料進行模擬, 選用波向、波高及週期等如表三:

波浪資料 波向	波高(m)	週期(sec)	天數(日/年)
SW1	0.9	7.9	30.8
W1	0.72	7.9	67.3
NW1	0.93	7.9	23.2
SW2	2.0	8.0	_
W2	1.0	6.0	_
NW2	1.0	6.0	_

表三 波浪基本資料

(2) 粒徑條件

由於鹽水溪口至安平港在水深 0 m 附近 d<sub>50</sub>=0.268 mm,安平港口至二仁 溪口在水深 0m 附近 d<sub>50</sub>=0.266 mm,故選用中值粒徑 d<sub>50</sub>=0.27 mm 進行數值模 擬。

(3) 潮位

由於海岸地形變遷數值模擬以選定主要季風波向進行計算,因此潮位將 考慮平均潮位及最高高潮位進行計算後,再依其結果選擇最適合之條件進行 模擬。

(4) 計算網格條件

參考波浪理論及數值模擬相關限制後,決定計算網格如下:

計算領域:沿岸方向取5公里,向離岸方向取5公里

網格間距:  $\Delta x = \Delta y = 10m$ 

時間間距:  $\Delta t = 0.1$  秒

數值計算初始水深地形圖如圖五所示,沿岸方向與北向夾角為 25 度,配合 1996 年實測之地形進行校核,並計算時間比尺。



Y(m)

圖五 1991 年實測水深地形圖

## 4.2 計算結果與討論

(1) 海岸線變遷數值模擬驗證

依據成大水利研究所針對安平港鄰近海域所作之水工模型試驗結果顯示,優勢波浪方向為 SW 向,大致與海岸線垂直,漂沙以向離岸為主,沿岸 方向之漂沙量相對較少,因此在平常波浪作用下本區海岸極為安定,唯有在
颱風期易發生侵蝕。為使數值時間比尺精確計算,嘗試以組合波況重現岸線 變化。以 SW2、W2、NW2之波況為主,因此組條件夏季波向 SW2之波高較 大,對岸線變化之影響亦相對較大,考量常年分配之機率,以 SW2 三個月、 W2 六個月、NW2 三個月為數值時間一年循環計算一至四年,計算結果如圖 六、圖七、圖八、圖九,侵淤量整理如圖十。

計算數值時間一年後(圖六),安平港南側海岸變化基微,北防波堤以北 1 公里為侵微淤積區,更北側約 500 公尺則為侵蝕。計算數值時間二年後(圖 七),安平港以南約 800 公尺之海岸開始出現淤積現象,而安平港北側靠近北 防波堤之淤積減少,更北側之侵蝕亦減緩,而漸趨於一平衡狀態。計算數值 時間三年後(圖八),安平港以北已呈現侵淤平衡之狀態,而南側之淤積趨勢 及淤積量已與 1996 年之實測值相當接近。計算數值時間四年後(圖九),安 平港以北仍呈侵淤互現之狀態,唯靠近北防波堤稍有淤積,而距南防波堤南 側約 200~700 公尺處之淤積已超過 1996 年之實測值,但其趨勢仍相當一致。 綜觀以上之計算結果,經過數值時間三年計算之海岸線變化與 1996 年之實測 值最為一致,故選定以此條件為計算依據,即數值計算時間三年約等於現場 五年之岸線變化。





圖七 數值模式計算二年後之岸線圖



圖八 數值模式計算三年後之岸線圖



圖九 數值模式計算四年後之岸線圖



圖十 數值模式計算一至四年與實測之侵淤比較圖

(2) 海岸線變遷預測

以 1996 年之實測岸線為起始值,分別以數值時間三、六、九年計算模擬 實際五、十、二十年後之岸線變化,計算結果如圖十一、圖十二、圖十三所 示,並將其侵淤量整理如圖十四。

由圖十一中可發現,預測五年後,安平港北防波堤處之岸線幾乎不變, 往北約1公里之範圍為稍微淤積,北端約500公尺則為侵蝕。圖十二及圖十 三在此區域亦呈現相同之趨勢,且漸趨於平衡。由地形水深圖中可發現計算 範圍北端有一坡度陡變,其為民國71年~73年抽砂供五期重劃區填土所造成, 應為計算結果在此區出現侵蝕現象之成因,惟隨著計算時間增加,此區亦漸 趨穩定,並有些微回淤之趨勢。

在安平港南側部分,雖然沿岸輸沙之量不大,但因輸沙之優勢方向為由 東南往西北,受到防波堤之攔阻,在距安平港南防波堤約1公里之範圍內有 較顯著之淤積,但其量並不大;更往南則呈現侵淤互現之狀態。由圖十四之 侵淤量變化可發現,本區海岸雖呈北侵南淤之狀態,但依趨勢言,近十年來 已漸趨穩定,預測其岸線至二十年後亦不致出現劇烈之侵淤變化。









圖十四 數值模式預測之侵淤比較圖

## 五、結論

- 本文蒐集國內外有關海岸地形變遷計算模式之相關文獻研究,並綜合整 理歸類,取其重要之理念與經驗,作為建立國內一良好的預測分析海岸 地形變遷數值模式之參考,進而對配合海岸空間之開發利用及海岸保護 提供良好助益。
- 應用海岸線變遷單線數值模式於台南安平附近海岸,計算結果顯示,若 僅使用單一優勢波浪條件,無法準確重現岸線之變化趨勢。使用混合之 波況,以結合本區較特殊之較大夏季波高,模擬冬、夏季輪替之波流作 用,可較易計算出符合實測資料之岸線變遷。
- 經與實測之 1991 年及 1996 年之資料比對,應用本海岸變遷單線數值模 式計算三年後,可大致重現其變化,故數值時間比尺可定為數值時間三 年約等於現場五年之變化量。

- 由於本文計算例之岸線變遷計算模式屬於單線模式,對計算之時間需求 遠較平面模式少,可以快速預估岸線之變化,尤適於大範圍之岸線變遷 預測。
- 經計算結果顯示,台南安平附近海岸線近十年來變化不大,侵淤變化最 大處亦僅數十公尺,未來若無大型海岸結構物施作,預測其岸線變化將 趨於平衡。

### 誌 謝

本文係經濟部水資源局專題研究計畫「建立波潮流與海岸變遷模式」 (編號 MOEA/WRB-8900020V)之部分研究成果,承蒙經濟部水資源局補 助經費,特予誌謝。

# 参考文獻

- Bakker W.T. (1968) "The Dynamics of a Coast with a Groin System", Proc. of the 11<sup>th</sup> Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp.492-517.
- 2. Delft Hydraulics (1991) "User's Manual for UNIBEST".
- Hanson H. and N. C. Kraus (1989) "GENESIS: Generalized Model for Simulating Shoreline Change," Department of the Army, US Army Corps of Engineers.
- 4. Horikawa K. (1988) "Nearshore Dynamics and Coastal Processes", University of Tokyo Press.
- Komar P.D. and D.L. Inman (1970) "Longshore Sand Transport on Beaches", J. Geophys. Res., Vol.75, No. 30, pp.5914-5927.
- 6. Kraus N.C., H. Hanson and S.H. Blomgren (1994) "Modern functional

design of groin systems", 24th Int. Conf. Eng. Kobe, pp.1327-1342.

- Le Mehaute B. and M. Soldate (1980) "A numerical model for prediction of shoreline changes", CERC Misc. Rep. Coastal Eng. Res. Center. US Army Corps of Engineers.
- Marek Szmytkiewicz, J. Biegowski, L. M. Kaczmarek (2000) "Coastline Change Nearby Harbour Structures: Comparative Analysis of One-line Models Versus Field Data" *Coastal Engineering*, Vol. 40, pp. 119-139.
- 9. Ozasa H. and A.H. Brampton (1980) "Mathematical Modeling of Beaches Backed be Seawalls, " Coastal Engineering, Vol. 4, No.1, pp 47-64.
- Pelnard-Considere R. (1956) "Essai de Theorie de I'Evolution des Formes de Rivage en Plages de Sable et de Galets", 4<sup>th</sup> Journals de I'Hydraulique, Les Energies de la Mer.
- Price A.W., K.W. Tomlinson and D.H. Willis (1972) "Predicting Change in the Plane Shape of Beaches", Proc. of the 13<sup>th</sup> Conf. on Coastal Eng., ASCE. pp. 1321-1329.
- 12. Perlin M. and R.G. Dean (1985) "3-D model of bathymetric response to structures", J. Waterw. Port Coast Ocean Eng. ASCE, 111(2), 153-170.
- Willis D.H. (1978) "Sediment load under waves and current", Proc. 16th Coast Eng. Conf., ASCE, pp.1626-1637.
- 14. 郭一羽主編(2001)海岸工程學,文山書局, pp.235-236。

# MIKE21-BW 模式在數值試驗上的應用

### 陳冠宇

# 摘 要

本文是分別以花蓮港港池共振、海嘯傳播、台中港波浪遮蔽以及瘋狗 浪等相關波浪問題為例,介紹丹麥水工(DHI) Mike21 模組之 Boussinesq Wave (BW)模式數值試驗 這些例子說明結果可繪成動畫,便於觀察比較的 Mike21 BW 模式適合描述近岸的各種波浪現象,是波浪數值試驗的極佳工具。

## 一、MIKE21-BW 模式簡介

對於海岸及港灣工程的主要舞台 - 近岸海域, Boussinesq 方程是最適合的波動方程式。相對於同樣用來描述淺水弱非線性波的 Korteweg-de Vries(KdV)方程或 K-P 方程, Boussinesq 方程由於容許朝向正負兩方向的波動存在,因此能描述近岸地區甚為重要的反射現象。雖然本方程較為複雜,但基於其實用性仍吸引許多學者潛心研究。

古典的 Boussinesq 方程只適用於非常淺的淺水波,因此造成應用上很 大的局限。包括丹麥水工試驗所等世界著名之研究團體皆致力研究將 Boussinesq 方程的應用範圍由淺海推廣到較深的海域。Mike21-BW 模式即 為DHI 在此方向上努力的成果。其方式是重新推導一組方程

 $S_t + P_x + Q_y = 0$  .....(1)

$$P_{t} + \overset{\widetilde{\mathbf{g}}P^{2}}{\underbrace{\widetilde{\mathbf{g}}}_{d}} \overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\underset{\mathbf{g}}{\pm}} + \overset{\widetilde{\mathbf{g}}PQ}{\underbrace{\widetilde{\mathbf{g}}}_{d}} \overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\underset{\mathbf{g}}{\pm}} + gdS_{x} + \mathbf{y}_{1} = 0....(2)$$

\* 港灣技術研究中心助理研究員

$$Q_{t} + \overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{d}}} \overset{\widetilde{\mathbf{o}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{d}}} + \overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{d}}} \overset{\widetilde{\mathbf{o}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{\overset{\widetilde{\mathbf{g}}}{d}}} + gdS_{y} + \mathbf{y}_{2} = 0$$
(3)

其中

$$\mathbf{y}_{1} = - \overset{\text{ad}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{\text{ch}}{\overset{\text{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}}{\overset{ch}}{\overset{ch}}}{\overset{$$

$$\mathbf{y}_{2} = -\overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{e}} B + \frac{1}{3} \overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{\partial}} h^{2} (Q_{yyt} + P_{xyt}) - Bgh^{3} (S_{yyy} + S_{xxy})$$
  
$$- hh_{y} \overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{e}} Q_{yt} + \frac{1}{6} P_{xt} + 2BghS_{yy} + BghS_{xx} \overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{e}} - hh_{x} \overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{e}} P_{yt} + BghS_{xy} \overset{\mathfrak{g}}{\overset{\mathfrak{g}}{e}}$$
.....(5)

變數 S 表水面高程, P 與 Q 代表 x 與 y 方向之質量通量, h 為靜水深, d 為 總水深, B 稱為線性色散因子(linear dispersion factor)。當 B=0 時, 方程回 歸古典 Boussinesq 方程。

根據色散關係式的分析, B=1/15 方程式可以適用到 <sup>h</sup>/<sub>L</sub> 大於 0.5 的水深 範圍,因此已可以滿足近海水域的計算要求。不過為了計算快速起見,一 般只要水深與週期條件許可,仍儘量以 B=0 進行計算。

本模式在波形與波高各方面的比較,當波高小於 3/4 碎波波高的條件下 皆能達到一定的準確度;對於小振幅波的波速計算也與理論吻合。因此 Mike21-BW 模式可說是目前發展相當成熟而完備的波浪模式。

# 二、數值試驗之利弊探討

相對於物理模型試驗,數值試驗有以下諸多優點:

- 1.較為經濟,不需要龐大的試驗場地與昂貴的造波造流及量測設備。
   地形與海氣象條件的更動更為容易,操作時也只需少許的人力與電力。
- 可以永久保存並隨時重現試驗的結果,試驗條件與結果也可以保留 供事後檢驗。相對的,物理模型並不能完整保留全部的結果,事後 要再補作試驗也很困難。
- 3.數值試驗可以呈現全面的結果,而物理模型只能提供有限個測點的 結果。
- 4.物理模型受到縮尺比率的限制,無法對大區域的模擬提供可靠的結果。數值試驗基本上只要電腦容量許可,計算範圍並無限制。

然而,受限於現有的理論,數值模型對某些複雜物理現象尚無法描述。 再者,由於數值模型的操作具有相當大的人為調整空間,數值運算法也難 免有誤差產生,造成數值試驗的可信度低於物理實驗。不過這些缺點隨著 相關研究的密集投入已有大輻的改善;尤其近岸的波浪模式發展更臻成熟。 而數值模式的各項優點更因電腦近年來軟硬體的突飛猛進而更為加強。

本中心有鑑於數值實驗已是大勢所趨,除自力進行模式研發外,並積 極引進丹麥水工之 MIKE21 二維模組。本文即以該模組中最完備的 Boussinesq Wave (BW)模式進行的數值試驗及其結果。

## 三、MIKE21-BW 模式在線性問題的應用

在 MIKE21 模組中,最經濟、穩定、且方便而又能涵蓋反射、繞射等 各種波浪現象的模式首推橢圓緩坡(EMS)方程。因此對於小區域的線性波浪 問題,工程師的第一選擇是採用 EMS 模式而非 Boussinesq 波浪模式。然而 MIKE21-EMS 採用的緩坡方程是以求解穩定解(Steady State Solution)為目 的,對瞬時解(transient solution)則無能為力。再者,MIKE21-EMS 模式本身 並不支援規則平面波以外的入射條件,對於不規則波或是邊緣波之類在空 間分布不均勻的情形,MIKE21-EMS 模式只能以數個規則造波線來近似模 擬。基於這些原因,我們在求解線性波浪問題時仍需借助較複雜的 MIKE21-BW 模式。以下謹就我們利用本模式進行的各項線性波數值試驗的 目的與結果加以說明。

### 3.1 花蓮港港池共振數值試驗

港池的共振頻率與各個位置的放大率可以利用緩坡方程式依照不同入 射波頻率逐步求解而得。根據以往學者對花蓮港的研究,雖然採取的模式 與計算範圍不盡相同,但是求得的共振週期(160秒左右)卻相當一致。因 此緩坡方程應該是計算港池共振相當方便而有效的工具。

然而,如果我們想進一步瞭解港池由平靜到共振的過程或是探討港池 共振時的振態,甚至想要探究波浪在港內如何傳播進而據以研擬出改善共 振的具體方法時,穩態的緩坡方程即有所不足。MIKE21-BW模式雖然每一 頻率之運算較費時,卻能提供更多有用的資訊。因此,先以緩坡方程決定 共振頻率,再以 BW 模式做進一步採討,不失為一兩全其美的方法。本研究 即以以往研究所得之共振週期(161 秒)進行數值試驗。

試驗結果顯示,當港內受到長波入射約二小時後,港池內水粒子的運動軌跡漸趨一直線,證實我們之前的判斷-振態為縱方向之駐波-是正確的。如圖2所示,流速大而容易造成斷纜的地點也可一覽無遺。

### 3.2 海嘯傳播之數值試驗

如上所述, MIKE21-EMS 模式無法求解非週期性之振盪。而海嘯因不 具有典型的週期性(至少對第一個波是如此),因此即使在非線性不明顯的深 海,仍應採用 MIKE21-BW 模式加以模擬。

台灣位處大陸棚的邊緣,而造成海嘯的地震大多發生在大陸棚。因此 利用在深海傳播並傳回陸棚的側向波(lateral wave)可以較快測得並反推海嘯 的正確波高與到達時間。本研究即以數值實驗測試其可行性。如圖 3 所示 為數值試驗之範圍,右半部深度約 60 公尺,而左半部為 120 公尺深。模擬 開始時,右上角水面忽然抬升(參見圖 3)。隨後水波即向四方傳播。在距波 源一段距離後,陸棚區波浪的波前呈一直線而非圓形,此即為典型的側向 波(參見圖4)。因此利用測向波設置海嘯預報系統應具可行性。

## 3.3 台中港二期擴建計劃數值遮蔽試驗

台中港二期擴建計劃之主要內容為延長北堤與縮短南內堤、南外堤, 以提供進港船隻舶船的便利並加強對冬季季風波浪的遮蔽。但是對於夏季 季風波浪與可能的颱風波浪,新配置的遮蔽性較差。為釐清相關問題並化 解可能的疑慮,港研中心除執行 MIKE21-EMS 模式計算並輔以物理模型試 驗外,另以 MIKE21-BW 模式進行一系列的試驗。

本試驗目的在求得防波堤佈置對線性波之遮蔽效果,因此採用極小之 入射波高以消除可能的非線性效應。由於遮蔽效果只與相對於入射波的相 對波高有關,因此降低入射波高並不影響結果。利用 MIKE21-BW 模式解 得之瞬時波高,我們可以獲得全區域的波浪動畫,以印證台中港口附近的 波浪特性。如圖 5 所示, MIKE21-BW 模式清楚顯示了波浪的折射、繞射等 效應,前導波的頻散與北堤的短峰波效應也十分明顯。

附帶一提的是,雖然本研究採用的入射波非線性極弱,但長時間在港 內不斷重覆反射下,仍可清楚看出二次諧波之產生(參見圖 6)。

## 四、MIKE21-BW 模式在非線性波之應用

有別於 MIKE21 模組中其它的波浪模式, MIKE21-BW 能處理非線性 的波浪問題。非線性波雖然較為複雜,但部份現象仍普遍為學者所熟知。 舉例來說,由於二次諧波的產生,波形常因而變形,波峰變陡而波谷變緩。 此外,由於非線性的逐步累積,波浪的傳播特性可能會大幅改變,進而產 生碎波或各種孤立波現象,也可能會產生如下節的特大波浪現象。

有關二次諧波的相關數值試驗,國內學者的相關論文已進行多項比對, 在此不再重覆。若要就非線性引致的傳播特性進行試驗,則尚有許多困難 待克服。舉例而言,非線性的累積需要相當時間,而此時間常遠大於波浪

14 - 5

穿越數值運算區域所需的時間。即令以一強加的逆向水流,使波速降低, 但此時數值模型中波浪的演化已摻雜波與流的交互作用而更為複雜。因此 必須採取 4.1 節之預備試驗。

## 4.1 瘋狗浪數值試驗之預備試驗

近年來有關突浪(freak wave)之相關研究證實突浪現象可以由非線性薛 丁格方程(NLS)於某些邊界條件下產生,如文獻[5]。由於突浪與瘋狗浪有若 干相同點,因此本研究可以先利用 NLS 計算出類似瘋狗浪發生時所需要的 海象條件,再將此海象條件代入 MIKE21-BW 模式。如此則不必太大的計 算範圍即已足夠。薛丁格方格因屬於一維的波動方程,又可藉座標轉換將 波速減少到最小,因此可以最少的計算時間求得結果,是相當理想的預備 試驗工具。

### 4.1.1 NLS 理論及其在瘋狗浪之應用

NLS 為描述波群演化之通用方程式。據其中頻散項與非線性項的關係, NLS 可分為兩類;即兩者同號的 NLS+與兩者異號的 NLS-方程。

 $iA_t + A_{zz} + 2|A|^2 A = 0$  (*NLS*+) .....(6)

與

 $iA_t - A_{zz} + 2|A|^2 A = 0$  (*NLS*-) .....(7)

NSL+具有邊頻不穩定與費米 — 帕斯達 — 鳥蘭(FPU)再現等現象,而 NLS-的 解因為非線性作用加強了波群的分散性,因此將單調地分散。甚至反向: 對於波群中間部分的波浪,閉鎖長波猶如一反向的流;但是加上背景流場, 總體的對流(advection)效應相當於一反向的閉鎖長波。因此最後導得包絡方 程為 NLS+。

根據文獻[6] Korteweg de Vries (KdV)方程的週期波解隱含 NLS-方程。

這是因為在第二階(以振幅為攝動參數)時由幅射應力產生 set-down 所致。 此一 set down 即所謂閉鎖長波(Locked Long wave)。由於 KdV 方程適合描 述淺水波,因此一般淺水波群將逐步分散。

然而,如果水體存在一與波浪傳遞同向的水流,閉鎖長波的效應將減 弱甚至反向:對於波群中間部分的波浪,閉鎖長波猶如一反向的流;但是 加上背景流場,總體的對流(advection)效應相當於一反向的閉鎖長波。因此 最後導得的包絡方程為 NLS+。基於 NLS + 的不穩定特性,諸如瘋狗浪等 現象就能以理論加以解釋。

### 4.1.2 預備實驗之結果

如圖 7 所示是我們以考慮同向流作用的薛丁格方程計算的結果。以 sech 函數為起始值,經過一段時間後可得到如圖 7-a 對稱但不規則的包絡形狀。 之後區域內最大的波高因非線性作用而直線上升,在短時間內波高增加約 70%,如圖 7-b。這還是未考慮淺化效應的結果。如果加上淺化,波高增加 的幅度肯定更為驚人。因此吾人可以大膽推測非線性作用至少能解釋部分 的瘋狗浪現象。

### 4.2 瘋狗浪數值試驗

欲將以上現象在 Mike21-BW 模式上重現,必須將正則座標轉成物理的 座標。根據淺水 KdV 方程導出之 NLS 經 x 座標平移後得

 $i\overline{A}_{t} - \frac{ck^{2}h^{2}}{2}\overline{A}_{xx} + \frac{9}{4}\frac{C}{h^{4}k}\left|\overline{A}\right|^{2}\overline{A} = 0....(8)$ 

將此式與(7)式相比較,即可求得t與t,V與x以及A與 $\overline{A}$ 的關係式。在水 深 h=10 公尺,波數 k 為 0.06/公尺的情形下,可得

x = 7.709 V,

 $\overline{A} = 5.189A$  ,

t = 2t

由此關係式求得之入射波時間序列如圖 8 所示。在試驗初期,波高最高只 有 0.2155 公尺,但是因為非線性伴隨的波長成長則達 0.34 公尺(參見圖 9)。

## 五、結論與討論

由以上各項試驗可以看出 Mike21-BW 模組是一強而有力的工具。不論 是線性的共振、側向波、繞射、頻散、反射及折射等現象,或是非線性的 成長及倍頻現象等,都可以利用此模式表現出來。多利用此一數值工具將 可減少許多物理模型的花費。

數值模式的使用並不代表放棄物理實驗,而是將有限的時間、精力與 經費作更有效的利用;以較經濟的數值試驗對各種條件進行篩選後,再以 物理模型作最後的確認。此外,對於物理現象更深入的理論分析與更全面 而完整的數值試驗,也是我們再進一步探討以上四個例子的相關波浪問題 時所要努力的方向。

# 參考文獻

- Danish Hydraulic Institute, User Guide and Reference Manual, Mike 21 Boussinesq Wave Module -- Release 2.7, 1998.
- (2) Liu, P. L.-F., 1994 "Model equations for wave propagations from deep to shallow water," in Advances in Coastal and Ocean Engineering, ,Vol. 1, pp. 125-157.
- (3) P.L.-F.Liu and T.-K. Tsay, "Harbor Oscillations Induced by Nonlinear Transient Waves (I)" Institute of Harbor and Marine Technology Report, 1999.
- (4) J.T.Kirby, C.Lee and C.Rasmussen, "Time-Dependent Solutions of the Mild-Slope Wave Equation", International Conference of Coastal Engineering, ASCE, 1992,

- (5) K. L. Henderson, D.H. Peregrine and J.W. Dold, Unsteady Water Wave Modulations : Fully Nonlinear Solutions and Comparison with the Nonlinear Schroedinger Equation, 1999, Vol. 29, 341-361.
- (6) J. P. Boyd and G.-Y. Chen "Weakly nonlinear wavepackets in the KortewegdeVries equation: The KdV/NLS connection", Mathematics and Computers in. Simulation, Vol. 55, 317-328 (2001).



圖 1 港內流向隨時間的變化圖(當港內開始不穩靜,外 港流向呈一橢圓)



圖 2 共振引致的流速分布圖(箭頭的大小與方向代表流 速與流向,在東堤外的流況則與入射波相當)











圖 5 台中港受西南西向週期 12 秒之波浪入射呈現的各種現



圖 6 台中港港內非線性累積產生之倍頻現象



圖7 在正則座標系(canonical coordinates) 中, 波群包絡線突然變大的現象





圖 9 Mike21-BW 數值試驗產生的波浪非線性成長現象

# 河口海水入侵之數值模擬

蔡丁貴<sup>1</sup> 王瑞雯<sup>2</sup> 蘇青和<sup>3</sup>

# 摘 要

本研究旨在建立河口海水入侵之水理模式。以一「鹽水楔」之觀念來 處理淡海水之交會,亦即假設淡水與海水為分層不相混合之二水體,因此 存在有交界面;海水由於密度較大,在下層以鹽水楔之形式入侵河口,至 與河川下流之水體達平衡時得到一穩定之鹽水楔。控制方程式部分以連續 方程式及動量方程式,藉由深度積分將三維之控制方程式化簡為深度平均 之二維方程式,復以壓力平衡之觀點建立垂直方向交界面與水位抬升之關 係,以求得淡海水交界面位置。數值計算方面基於空間離散性選擇使用有 限元素法,因其在網格切割與邊界條件處理上較具彈性,藉由弱化形式的 處理所得轉化後的有限元素方程式將整個領域切割為微小元素做近似積 分,並以時間分割法(Split-time method)做時間積分之處理。本文嘗試以 平面二維之模式搭配垂直方向之計算,模擬整個流場之三維變化,期待以 一較簡化之方式取代複雜、計算量大之三維模擬,以提供解決此類問題另 一方向之思考。本研究嘗試模擬各種狀況下淡海水交界面之位置及海水入 侵河口之終點,包括上下游邊界條件之設定、底床傾斜坡度、交界面摩擦 係數之選定與潮汐之影響等。

# 一、前言

感潮河段係連接河川與海洋此兩大不同性質水系之過渡水域,因此流

況

- 1台灣大學土木系教授
- 2 台灣大學土木系碩士
- 3港灣技術研究中心研究員

相當特殊,且具有豐富的生態資源、水源及航運利用,往往成為人口集中 之區域。人類對於河川資源具有高度需求,然而感潮河段內之水位升降及 鹽分入侵對於民生、農業、工業及動力用水之水量、水質、河口生態、地 下水質及水位有重要影響,因此必須加以深入研究,瞭解其特性,方能對 資源做最有效的利用與保護。

早期對河口水理特性作系統性的基礎研究,首推 Pritchard(1952,1954, 1956)對美國維吉尼亞 James River 河口環流(Estuarine circulation)之觀 測與分析。Pritchard 發現由於海水與淡水密度之差異,促使水流的淨流速 或餘流(Tidal-averaged velocity or residual current),在水深處是向內陸流, 在近水面處是向外海流,而造成因重力推動的河口重力環流(Gravitational circulation)。之後有關河口及感潮流之水理研究重要者有,Hansen(1956) 概述垂直積分方程式之構想,Heaps(1969)觀測北海(North Sea)的風湧 浪(Wind surges)並以球座標之線性積分動力方程式表示,Reid與 Bodine (1968)以垂直積分方程式為基礎建立暴風湧浪(Storm surge)之模式, 但沒有考慮對流項(Convective acceleration terms),Ianuiello(1977)推導 潮流所引起之餘流(Residual current),Haas(1977)首先闡述大潮、小潮 週期之變化對鹽分垂直分佈之影響。河口之潮流動力學方面,則有 Ippen 與 Harleman(1966)的詳細研究。

以淡海水分層不相混合的觀念研究河口海水入侵之現象者首推 Schijf 與 Schönfeld (1953),其對密度分層之交界面定義在密度最大與密度最小 值之平均值處(一般而言即為密度變化最大之處)。並假設下層為靜滯、底 床無摩擦,交界面之摩擦係數為定值,沿渠道軸向積分得到一維的海水層 長度與形狀之表示式。

Keulegan (1966)提出鹽水楔(saline wedge)概念 ,並以實驗驗證分層理論, 並提出「束縛的鹽水楔 (Arrested saline wedge)」此一名詞,如圖 1。

15 - 2

「若不考慮初始條件,只考慮水流、水深、海水鹽度為定值,則鹽水的入侵 與消退運動將漸漸停止,此時靜止的型態便稱為束縛的鹽水楔。」

Harleman(1966)其對鹽水楔形成機制之解釋:當淡水入流至河口, 若潮汐的變動不大,便缺乏足夠的能量以造成交界面之混合,因此會形成 一淡水層凌駕於鹽水楔之現象。 Harleman(1966)將束縛鹽水楔視作穩定 非均匀二層流之一特例(Steady nonuniform of a two-layered system),因而 由能量方程式及連續方程式推導出鹽水楔的形狀公式。

Yih (1980) 以內湧浪 (internal surges) 及能量守恆觀點來推導鹽水楔 入侵上溯淡水的距離。Balloffet 與 Borah (1985)將 Keulegan (1966)與 Schijf 及 Schönfeld (1953) 之理論應用在密士失必河 (Mississippi River) 之鹽分 入侵模擬上,以預測河川下游部分之渠道拓寬鹽分入侵現象改變之狀況。 Arita 與 Jirka (1987) 以「零速線」(Zero velocity line) 之觀念重新定義 鹽水楔。Partheniades (1990)將靜止鹽水楔視作達到定常性 (Stationary) 之內面波 (Internal wave)。

Wang 與 Connor (1975)建立之深度多層環流模式 (Multi-layered models),深度垂直方向上做分層切割,給定不同之參數值以描述漸變之流場狀況。然此模式無法模擬較符合物理現象之鹽水楔形式,得到海水層厚度由出海處向內陸河川上游遞減之結果。

本文旨在探討河口海水入侵之現象,以淡海水分層不相混合之觀念進 行分析,尋找其交界面與鹽水楔入侵河川之終點。現今研究河口淡海水分 佈之問題多以假設水平方向為均勻等斷面之垂直二維模式,或以三維模式 分析之。對於垂直二維模式而言,可完整地模擬鹽分在水深方向之變化, 然就空間尺度較大之河口範圍而言,假設在河寬方向為均勻分佈似乎並不 合理;而三維模式,或對現場資料的需求量大,需檢定及驗證之參數過多, 在計算資源上之耗費量大,客觀來說未必經濟可行。因此本文嘗試以平面 二維之河口水理模式配合垂直方向以壓力平衡之觀念推求淡水與海水之交 界面,以建立海水入侵之數值模式。

# 二、理論解析

本文控制方程式以連續方程式及動量方程式為基礎,假設在淺水中深 度方向之水理變化不大,將三維之控制方程式沿深度方向積分,得到垂直 平均之平面二維時變流(Transient)方程式,並引入風剪力與底床摩擦之 經驗公式以減少未知數數目。垂直方向以壓力平衡觀念,得水面位移與淡 水層厚度關係式,將二維水理模式所求之水面位移代入垂直方向之關係式 以得淡水層厚度,反覆迭代至收斂便可求解淡海水之交界面與海水入侵終 點。

### 2.1 控制方程式

考慮變密度流體,則連續方程式可以表示為:

 $\frac{\P \mathbf{r}}{\P t} + \frac{\P(\mathbf{n})}{\P x} + \frac{\P(\mathbf{r})}{\P y} + \frac{\P(\mathbf{r})}{\P z} = e \qquad (2.1)$ 

其中  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, t)$  為水體密度,  $u \le v \le w$  分別為 x-, y-, z- 方向之速 度分量, e 為外加單位體積質量增率 (Rate of adding mass per volume)

x 及 y 方向之動量方程式為

$$\frac{\P(\mathbf{r}v)}{\Pt} + \frac{\P(\mathbf{r}uv)}{\Px} + \frac{\P(\mathbf{r}v^2)}{\Py} + \frac{\P(\mathbf{r}vw)}{\Pz} + \mathbf{r}fu = -\frac{\Pp}{\Py} + \frac{\P\mathbf{t}_{xy}}{\Py} + \frac{\P\mathbf{t}_{yy}}{\Py} + \frac{\P\mathbf{t}_{zy}}{\Pz} + \mathbf{r}m_y$$
(2.3)

其中  $m_x$ ,  $m_y$  為內部源流之動量, f 為科氏力係數。 $f = 2w \times in f$ 。w: 地球自轉之角速度。f:緯度。在式 (2.2) 及 (2.3) 中已假設垂直方向速 度 w 很小,因此科氏力只考慮 rfu與rfv。垂直 z 向之動量方程式為靜壓 分佈

$$\frac{\P p}{\P z} = -rg \qquad (2.4)$$

2.2 邊界條件

邊界條件分為運動邊界條件與動力邊界條件。

## 2.2.1 運動邊界條件 (Kinematic boundary conditions)

1.自由水面 (Free surface), z = h(x,y,t)

2.底床 (Bottom) 不透水邊界, z = -h(x,y,t)

2.2.2 動力邊界條件 (Dynamic boundary conditions)

將施於表面之作用力投影於 x, y, z 方向,得到

1.在自由水面時

 $\boldsymbol{t}_{x}^{s} + p^{s} \frac{\boldsymbol{\P}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\P}x} = \stackrel{e}{\boldsymbol{\Theta}} p \frac{\boldsymbol{\P}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\P}x} - \boldsymbol{t}_{xx} \frac{\boldsymbol{\P}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\P}x} - \boldsymbol{t}_{yx} \frac{\boldsymbol{\P}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\P}y} - \boldsymbol{t}_{zx} \stackrel{u}{\boldsymbol{U}}_{z \to h} \qquad (2.7a)$ 

$$\boldsymbol{t}_{y}^{s} + p^{s} \frac{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{y}} = \stackrel{e}{\boldsymbol{\theta}} p \frac{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{t}_{xy} \frac{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{t}_{yy} \frac{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{\Pi}\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{t}_{zy} \stackrel{\check{\boldsymbol{U}}}{\boldsymbol{\check{\boldsymbol{U}}}_{z=\boldsymbol{h}}} \qquad (2.7b)$$

### 2.在底床時

 $\boldsymbol{t}_{y}^{b} - p^{b} \frac{\P h}{\P y} = \stackrel{\acute{e}}{\underset{e}{\Leftrightarrow}} (p - \boldsymbol{t}_{yy}) \frac{\P h}{\P y} - \boldsymbol{t}_{xy} \frac{\P h}{\P x} + \boldsymbol{t}_{zy} \stackrel{\acute{u}}{\underset{u_{z=-h}}{\check{u}}} \qquad (2.8b)$ 

## 2.3 深度積分方程式

在淺水水體中,沿深度方向之水理變化較不顯著,因此,以深度積分 方程式與其變數便足以描述其現象。

對連續方程式式 (2.1) 做深度積分以消除 z 方向之變化,此處之積分 下界是以淡海水交界面起算,這是由於整個計算之流場定義在淡水層的部 分,海水層則視為淡水層底部固定不動之底床,因此

$$\dot{\mathbf{O}}_{h}^{h} \frac{\|\mathbf{r}\)}{\|t} dz + \dot{\mathbf{O}}_{h}^{h} \frac{\|(\mathbf{r}u)\|}{\|x} dz + \dot{\mathbf{O}}_{h}^{h} \frac{\|(\mathbf{r}v)\|}{\|y\|} dz + \dot{\mathbf{O}}_{h}^{h} \frac{\|(\mathbf{r}w)\|}{\|z\|} dz = \dot{\mathbf{O}}_{h}^{h} edz \qquad (2.9)$$

利用 Leibnitz's rule 以轉換積分與微分之階次,帶入自由水面與底床

之運動邊界條件式(2.5)及(2.6), 並定義深度積分後的變數:總水深 H, x 及 y方向單位寬度流量 q<sub>x</sub> 及 q<sub>y</sub>。

$$H = \overset{h}{\mathbf{O}}_{h} dz = h + \mathbf{h} \qquad q_{x} \circ \overset{h}{\mathbf{O}}_{h} u dz \qquad q_{y} \circ \overset{h}{\mathbf{O}}_{h} v dz \qquad (2.10)$$

令 q<sub>I</sub> 為水平單位面積之淨體積增率(Net rate of volume addition per unit horizontal area), 如此可包含透水底床、降雨或入滲問題。則連續方程式可 改寫為

動量方程式部分,則對式 (2.2)及(2.3) 做深度積分,並代入運動邊界 條件式(2.5)及(2.6),動力邊界條件式(2.7)及(2.8)且定義深度積分 量

其次為計算上之方便,以總壓取代靜壓之表示,並重新定義密度,表 為平均值  $\mathbf{r}_0$ 加上微變量  $D\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}(x, y, t) = \mathbf{r}_o + D\mathbf{r}(x, y, t)$ ,並假設局部瞬時變 量相較於平均值而言很小,  $D\mathbf{r} \ll \mathbf{r}_0$ ,且定義  $F_p = \overset{h}{\mathbf{O}} pdz - \frac{1}{2} \mathbf{r}_o gh^2$ ,則可得

$$\frac{\P(q_x)}{\P} + \frac{\P}{\P_x} \frac{h}{O_h} u^2 dz + \frac{\P}{\P_y} \frac{h}{O_h} uv dz fq_y + \frac{\P}{\P_x} (F_p - F_{xx}) - \frac{\P(\mathbf{r}F_{yx})}{\P_y} + \frac{-\mathbf{t}_x^s + \mathbf{t}_x^h}{\mathbf{r}_0} - \frac{\mathbf{r}_x^s + \mathbf{t}_x^h}{\mathbf{r}_0} - \frac{\mathbf{r}_x^s - \frac{p^s}{\mathbf{r}_0} \frac{\P H}{\P_x} - g\mathbf{h}_{\P_x} - \frac{\mathbf{D}\mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} gH_{\P_x} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\P(q_{y})}{\P t} + \frac{\P}{\P x} \overset{h}{O}_{h}^{h} uv dz + \frac{\P}{\P y} \overset{h}{O}_{h}^{h} v^{2} dz + fq_{x} - \frac{\P(\mathbf{r}F_{xy}^{'})}{\P x} + \frac{\P}{\P y} (F_{p} - F_{yy}^{'}) + \frac{-\mathbf{t}_{y}^{s} + \mathbf{t}_{y}^{b}}{\mathbf{r}_{0}}$$

$$- \frac{m_{y}}{\mathbf{r}_{0}} - \frac{p^{s}}{\mathbf{r}_{0}} \frac{\P H}{\P x} - gh \frac{\P h}{\P x} - \frac{\mathsf{D}\mathbf{r}}{\mathbf{r}_{0}} gH \frac{\P h}{\P y} = 0$$

$$(2.14)$$

# 2.4 底床與自由水面摩擦力以及內部應力之經驗公式

由於未知數之數目仍多於方程式數目,因此在底床與自由水面摩擦以 及內部應力方面引入經驗公式以解決此問題。

# 2.4.1 底床摩擦

以單位寬度流量來表示剪應力,

其中底床摩擦係數 C<sub>f</sub> 大致可由以下幾種經驗式估算

# 2.4.2 水面摩擦

自由水面方面,考慮由風造成之剪應力。設剪應力與風速有以下之關

係

 $t_s = r_{air} C_D U_{10}^2$  .....(2.17)

其中  $\mathbf{r}_{air}$  為空氣密度(約 1.2 kg/m<sup>3</sup>), U<sup>10</sup> 為水面以上十公尺處之風速, 摩擦係數 (Wind drag coefficient) C<sub>D</sub> 之估算採下式:

$$C_{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \frac{1.25}{U_{10}^{\frac{1}{5}}} & U_{10} \ \text{\pounds} \ 1m/\text{sec} \\ 0.5' \ U_{10}^{\frac{1}{5}} & 1 < U_{10} \ \text{\pounds} \ 15m/\text{sec} \\ \frac{1}{2} 2.6' \ 10^{-3} & U_{10}^{-3} \ 15m/\text{sec} \end{bmatrix}$$
(2.18)

## 2.4.3 內部應力 (Internal stress)

由內部剪應力造成的摩擦項則以包含渦流黏滯係數(Eddy viscosity coefficient)之深度積分變數表示之,

其中 E<sub>ij</sub> 是一個對稱的渦流黏滯係數矩陣,與平均流速、水深、水面 應力與歷史流況有關,一般而言其值介於 1~10<sup>5</sup> m<sup>2</sup>/sec。

# 2.5 控制方程式、初始條件及側向之邊界條件

若定義整體平均值 (Ensemble average) (即垂直平均, Vertical average), 將以上定義代入控制方程式式 (2.9) (2.13) 及 (2.14), 重新 整理得

$$\frac{\P H}{\P t} + \frac{\P q_x}{\P x} + \frac{\P q_y}{\P y} = q_1 \qquad (2.20)$$

$$\frac{\P q_x}{\P t} + \frac{\P (\overline{u} q_x)}{\P x} + \frac{\P (\overline{u} q_y)}{\P y} - f q_y + \frac{\P (F_p - F_{xx})}{\P x} - \frac{\P F_{yx}}{\P y} + \frac{1}{r_0} (t_x^s - t_x^b) - \overline{m}_x$$

$$- \frac{1}{r_0} \bigotimes_{e}^{e_p s} \frac{\P H}{\P x} + \mathsf{Dr}g H \frac{\P h \bigotimes_{v \neq v}}{\P x \bigotimes_{v \neq v}} g h \frac{\P h}{\P x} = 0$$

$$(2.21)$$

流場問題則須初始條件及邊界受力或流量進出條件。初始條件可表示 為

$$(q_x, q_y) = (q_{x0}(x, y), q_{y0}(x, y))$$
 "  $(x, y)$  in W,  $t = 0$ , .....(2.23)

$$H = h + h = h + h_0(x, y)$$
 "  $(x, y)$  in  $W, t = 0$  .....(2.24)

其中 W 是整個內部場域 (Domain), 初始時間可選擇為零。邊界條 件方面可分以下三種

(1)入流邊界(Discharge boundary)其中 S<sub>q</sub>為入流邊界(Discharge boundary),
 在 S<sub>q</sub>邊界正向與切線方向流量分別為:

$$q_{n} = \mathbf{a}_{nx}q_{x} + \mathbf{a}_{ny}q_{y} = q_{n}^{*}$$
,  $q_{s} = -\mathbf{a}_{ny}q_{x} + \mathbf{a}_{nx}q_{y} = q_{s}^{*}$ .....(2.25)

其中 $\mathbf{a}_{nx} = \cos(n, x)$ ;  $\mathbf{a}_{ny} = \cos(n, y)$ , 星號"\*"表設定值 Prescribed value )。 對於非黏流而言,沒有剪應力作用因此切線方向的流量  $q_s$ 必須為零。 (2)必要條件(Essential)

(3) 自然條件 (Natural)

對於非黏流而言,沒有剪應力作用切線方向的分量 $\frac{\P h}{\P s} = 0$ 必須為零。

## 2.6 淡海水交界面關係式之推導

本模式應用連續方程式及動量方程式解出平面二維之流場後,再應用 壓力平衡之關係,假設淡水與海水為不相混合之分層水體,估計淡水層之 厚度以求出交界面位置。此推求淡海水交界面之觀念亦曾應用在地下水力 學中。由於應用壓力平衡之觀念時須定義一參考水位面(Reference level) 以作為水位抬升 h 與淡水層厚度 h<sub>f</sub> 之基準,因此在此須分為兩種狀況來 討論。

## 2.6.1 無潮汐作用 (Tideless condition)

在無潮汐作用情況下,參考水位面以平均海水位來定義,為一固定不動之高程,見圖 2。由參考水位面往上起算至自由水面處為水位抬升 h; 由參考水位面向下至淡海水交界面處定義為淡水層厚度  $h_f$ 。另外定義一能量基準面  $H_s$  (Reference datum)有別於渠道之底床,以說明在底床非為水平之情況下關係式仍為適用。其中<sup>h</sup>為水面抬升,自平均海水面至自由水面; $h_f$ 為淡水層厚度,自平均海水面至淡海水交界面; $H_s$ 為能量基準面至平均海水面。控制方程式之推導如下,令淡水中之水頭 $H_{f} = \frac{p_f}{gr_f} + z_f$ ,海

水中的水頭 $H_{ts} = \frac{p_s}{gr} + z_s$ , 並引入以下三基本假設:

(1) 垂直方向速度變化不大,可假設等勢能線為鉛垂 $H_t = H_s + h_s$ 。

(2) 忽略潮汐影響,則海水面不動即 H<sub>ts</sub>=H。

(3) 在交界面上壓力值連續,即  $p_f = p_s$ ,或 $(H_f - z_f)gr_f = (H_s - z_s)gr_s$ ,

其中  $z_f = z_s = H_s - h_f$ 。

將基本假設之條件帶入方程式中,得到

當推導深度積分方程式時,所使用的深度是由底床計算至自由水面, 然而在此處之計算範圍僅為淡水層之部分,相對而言可將海水視為「固定 不動之底床」,因此必須修正水深,改為由淡海水交界面至自由水面處,此 時底床摩擦係數亦隨之改為交界面摩擦係數,因此式(2.28)須與式(2.20) (2.21)(2.22)做反覆迭代,當結果趨於收斂時便可得淡海水交界面之位 置。

## 2.6.2 潮汐作用 (Tidal condition)

考慮潮汐作用對海水入侵之影響,必須對參考水位面重新定義,以得 到合理之水面位移 h 與淡水層厚度  $h_f$  之關係,見圖 3。將參考水位面定 義為原始參考水位面(Original reference level,即平均海水面)加上由於潮 汐造成在出海口處之水位變化,也就是以出海口處之總水深作為參考水位, 因此當潮位上下移動時便直接反應在交界面之位置變動上,再經迭代過程 做修正。h與  $h_f$  之關係推導如下:令  $H_{tf} = [Hs + F(t)] + h$ ,  $H_{ts} = [Hs + F(t)]$ , 在 交界面上滿足  $z_f = z_s = [H_s + F(t)] - h_f$ ,代入  $(H_{tf} - z_f)gr_f = (H_{ss} - z_s)gr_s$ 同樣可得

雖然在此處 **h** 與 h<sub>f</sub> 的關係式和無潮汐作用下所推導之結果(2.28)看 來相同,但在此處 h 之定義已和 無潮汐作用下之情形不同,必須以高於 出海口處新水位之差作為新的水面位移之值。

## 三、 數值方法

數值模式根據控制方程式(2.20)(2.21)及(2.22)採用葛勒金(Galerkin) 有限元素法,建立數值模式。首先將控制方程式及包含邊界條件之動量方 程式乘上權重函數後之積分式弱化形式,即以有限元素法表示控制方程式, 則將連續方程式及運動方程式乘上 gh ,則對單一元素而言有限元素之積 分式,得對整個領域加總後得到系統方程式

$$M_{h} \frac{\P H}{\P t} + G_{x} Q_{x} + G_{y} Q_{y} - M_{h} Q_{I} = 0$$
(3.1)

$$M \frac{\P Q_{y}}{\P t} - G_{y}^{T} h + E_{xy} Q_{x} + E_{yy} Q_{y} + f M Q_{x} = P_{y} \dots (3.3)$$

其中 $E_{xx}$ 、 $E_{xy}$ 、 $E_{yy}$ 、 $M_h$ 、M、 $G_x$ 、 $G_y$ 、 $P_x$ 及 $P_y$ 為係數矩陣。H、  $Q_x$ 及 $Q_y$ 為變數矩陣。控制方程式(3.1)(3.2)(3.3)經結合 $Q_x$ 及 $Q_y$ 整理 可簡化為

$$M_1 \frac{\P H}{\P t} + G_1 Q = P_H \dots (3.4)$$

 $M_2Q_2 - G_1^t h + EQ + CQ = P_Q$ .....(3.5)

其中 $M_1$ 、 $M_2$ 、 $G_1$ 、 $G_1^T$ 、E及 C為係數矩陣。H及Q 為變數矩陣。。其次以時間分割法(Split-time method)來處理時間積分(Time integration)的部分。定義 ç 在時間上取  $t_{n-\frac{1}{2}}$ ,  $t_{n+\frac{1}{2}}$ , ; Q 在時間上取  $t_n$ ,  $t_{n+1}$ , , 則 控制方程式(3.4)及(3.5)之近似式為

$$M_{1} \overset{\mathbf{o}}{\underset{n+1}{\otimes}} - \mathbf{h}_{n-1/2} \overset{\mathbf{o}}{\overset{\mathbf{o}}{\otimes}} = - \mathsf{D}t G Q_{n} + \mathsf{D}t P_{H} \overset{\mathbf{o}}{\underset{n-1}{\otimes}} - \mathbf{h}_{n-1/2}, Q_{n} \overset{\mathbf{o}}{\overset{\mathbf{o}}{\otimes}} - \cdots$$
(3.6)

$$M_{2}(Q_{n+1} - Q_{n}) = - \operatorname{Dt} G^{T} \mathbf{h}_{n+\frac{1}{2}} + \operatorname{Dt}(E+C)Q_{n} + \operatorname{Dt} P_{Q} \overleftarrow{\mathbf{g}}_{n+\frac{1}{2}}^{T}, \mathbf{h}_{n+\frac{1}{2}}^{T}, Q_{n} \overleftarrow{\mathbf{g}}_{n+\frac{1}{2}}^{T}.$$
(3.7)

## 四、數值計算結果

數值計算方面,以長 30000 公尺、寬 2500 公尺之矩形渠道為例,分 別探討不同邊界條件設定、不同渠道底床斜率、不同交界面摩擦係數以及 在潮汐作用等效應,對於淡海水交界面位置之影響。有限元素網格為三角 形元素,渠寬與渠長分別做 10<sup>7</sup> 120 等分,可得 2400 個元素與 1331 個結 點,網格左端 11 個結點為海洋邊界之結點,右端 11 個結點則為河川邊界 結點,另餘兩邊則為無流通量之陸地邊界即 $_{q_n} = q_s = 0$ 。海洋邊界處之結點 給 予 一 固 定 或 時 變 之 水 位 抬 升 h=h<sup>\*</sup> 或 取 自 然 邊 界 條 件  $\P h / \P n = (\P h / \P n)^*$ ;河川邊界處之結點以線性方式漸升 h 由零至一定值 **h**<sub>2</sub>,並給予程式一段起動(Spin up)之時間。平均海水位設定在出海口 底床以上 8.0 公尺處,計算之時間間隔之選取與網格大小有關此處取 5 sec。當平面二維模式所得之計算結果達穩定後代入水面位移 h 與淡水層 厚度 h 之關係式以迭代求解,收斂條件取相對誤差 1'10<sup>-2</sup> 為容忍極限, 則可得靜止之鹽水楔形狀與入侵終點。各項係數部分,底床摩擦係數 C<sub>f</sub> 取 0.01 並在整個空間上為定值;渦流黏滯係數  $E_{xx} = E_{xy} = E_{yy} = 500 \text{ m}^2/\text{s}$  亦為 定值; 交界面摩擦係數 C<sub>i</sub> 取 0.001, 但在第 4.4 節另有詳細之討論。起 始條件之水面位移與流量皆為0,暫不考慮科氏力及風力之影響。

15 - 14
4.1 海洋邊界條件之影響

在矩形渠道計算過程中海洋邊界條件則有兩種設定方式,分別為:

1.必要邊界條件(Essential boundary condition):  $h=h^{*}$ , 此處令出海口之 水面抬升 h=0。

2.自然邊界條件(Natural boundary condition):  $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{m}} = \widehat{\mathbf{e}} \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{n}} \stackrel{\circ}{\stackrel{\circ}{\stackrel{\circ}{\circ}}}, \quad 此處令 \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{m}} = 0$ ,

即出海口處之水面坡降為零。由於河川入流至海洋後渠道寬度驟然變大, 流速減緩,因此做如此假設應甚為符合自然現象;而在缺乏海洋水位歷線 觀測資料時以水位梯度取代給定之水位值亦較為合理。

將兩種海洋邊界條件皆代入同樣條件之渠道計算,結果見圖4、圖5, 可以清楚地看出,兩者之結果實非常接近。

#### 4.2 河川邊界條件之影響

在矩形渠道計算過程中河川邊界給予一假設之水位歷線,以線性方式 由原水位 **h**=0 公尺抬升至一固定高度 **h**<sub>2</sub>;同前例取長 30000 公尺、寬 2500 公尺,底床水平之矩形渠道,水深 8.0 公尺,海洋之邊界條件以 **h**=0 之必要條件作為設定。上游水面最終抬升高度分別設定為 0.3 公尺、0.6 公 尺、1.0 公尺、1.5 公尺,探討其對海水入侵終點之影響,計算結果見圖 6、 圖 7。

在尚未迭代求解交界面之前,參考交界面及入侵終點處由圖及表可以 明顯看出,河川上游給予不同之水位抬升對計算結果有很大之影響。相對 於最低之上游水面位移 0.3 公尺,其他的河川上游條件所得入侵終點之計 算結果相當於其與 0.3 公尺時之反比。但考慮實際海水入侵後以鹽水楔之 上界做為淡水水深之計算基準,同時摩擦係數由底床摩擦係數 C<sub>f</sub> =0.01 改 為交界面摩擦係數 C<sub>i</sub> =0.001,則鹽水楔明顯地往上游移動,並且差距較之 參考值為小,即使上游抬升為五倍之高度,亦僅使海水入侵距離往外海由

29187.5 公尺移動至 18250.0 公尺處,餘原入侵長度 62.5%左右,因此可得 一結論:上游水位抬升對海水入侵有明確之影響,但入侵長度不至於與河 川上游水位成等倍退縮。

### 4.3 底床傾斜之影響

本例之渠道長寬仍同前例,長 30000 公尺,寬 2500 公尺,底床則改 為等坡度傾斜,渠道全長皆為等水深 8.0 公尺,下游採必要邊界條件,更 改渠道底床坡度,分別為斜率 0.00001、0.00005、0.00010、0.00020,則 上游底床較下游分別提高 0.3 公尺、1.5 公尺、3.0 公尺、6.0 公尺,計算 結果如圖 8 所示。渠底坡度傾斜對於海水入侵有明顯的影響,當坡度由 0.00001 變為 0.00005,五倍之傾斜度,則海水入侵終點由離河口 29041.7 公尺外移至18775.0 公尺,餘原入侵長度之 64.6 %左右;而當坡度由0.00001 變化至 0.00020 時,海水入侵終點由離河口 29041.7 公尺外改變至 8250.0 公尺,餘原入侵長度之 28.4 % 左右。因此,當坡度不大時,海水入侵之 變化對於協率改變較為敏感;反之,當坡度較大時,入侵終點受坡度改變 的影響較小。

若將上節中河川上游邊界條件設定為水面抬升 0.3 公尺及 1.5 公尺之 二例與此處因渠底坡度造成河川上游水位亦較下游提升 0.3 公尺及 1.5 公 尺之二例比較,如表 1,所得的結果幾乎相同,顯見海水入侵終止處與上 下游水位差有極大之關係。

#### 4.4 交界面摩擦係數之影響

原來之深度平均二維水理模式在作垂直積分時積分範圍是由底床至自 由水面,底床摩擦係數可選擇以 Manning、Darcy 或 Chezy 公式得之。 然而當代入水面位移與淡水層厚度之關係式時,積分範圍改為由交界面至 自由水面處,因此「底床」摩擦係數亦應隨之改為交界面摩擦係數。

由於 C<sub>i</sub> 值的不確定性極高,由過去之計算經驗知,鹽水楔之交界面

位置對 C<sub>i</sub> 值的設定會有很敏感的反應,因此此處嘗試以不同之 C<sub>i</sub> 值驗 證其與海水入侵之關係。

計算條件如前例題,為長 30000 公尺、寬 2500 公尺之矩形渠道,網 格切割為 10<sup>2</sup>240 等分,渠道底床為水平無傾斜,底床摩擦係數為 C<sub>f</sub> =0.010,上游水面位移為 0.6 公尺,計算結果如圖 9,交界面摩擦係數由 0.0005 0.0200 變化。由於海水入侵段之淡水層所使用的下部邊界之摩 擦係數乃為交界面摩擦係數,一般而言比底床摩擦係數來的小,因此在海 水入侵段之水面線坡降明顯比無海水入侵段來的緩,且相較於未考慮摩擦 係數之改變,亦即所謂無海水入侵時之參考交界面位置可見,摩擦係數的 設定對鹽水楔上溯河川上游之終止處有很大的改變。

#### 4.5 潮汐之影響

考慮潮汐之影響,今在出海口處調整水面位移隨潮汐變化,潮汐振幅 為 1.0 公尺,週期為 45000 秒,以下式表示: $F(t)=1-\cos\frac{2pt}{T}$ 其中 F(t)為 潮汐在時間 t 時的潮位,T為週期 45000 秒,即 12.5 小時。計算時間為一 整個週期,每 2500 秒繪製一次結果,參考水位則以出海口之總水深為基 準,亦即參考水位在此處是隨潮汐漲落而變動,與之前討論中參考水位為 固定之高程不同,而原始的參考水深則設定在低潮位 8.0 公尺;渠長仍為 30000 公尺,渠寬 2500 公尺,底床坡度 0.00020,因此上游較下游底床 提高 6 公尺,各項係數分別為: $C_i = 0.001$ 、 $C_f = 0.010$ 、 $E_{xx} = E_{xy} E_{yy} = 500m^2/s$ 。計算結果如圖 10。

計算時是在出海口給予一潮位,再經由反覆迭代收斂得到淡海水交界 面位置。參考水位面隨潮位而調整,這是由於整個水位面被潮汐帶動而升 高,因此水面位移與淡水層厚度亦應隨之調整起始位置,由河口潮位起算。 海水入侵長度方面,則隨著漲潮而往河川上游移動,落潮時往下游河口退 卻,與自然現象相符合。

### 五、結論與討論

- 本研究以二維有限元素法模式為基礎,以求解近岸河口淡海水交界面位 置及海水入侵長度。一般以垂直分層方式給予密度變化之方法,並不易 反應自然界中海水以一鹽水楔之形式入侵河川之現象,同時亦無法求解 海水入侵終點處。本研究以平面二維模式配合垂直方向之壓力平衡式, 將複雜的三維流況以較為簡化的二維方式模擬之,大量減少所需率定的 參數及計算資源。
- 邊界條件方面,一般而言是在渠道的上下游分別給予水位歷線或流量歷線。河川上游邊界給予一假設之水位歷線,以線性方式由原水位 h=0 公尺抬升至一固定高度h2。下游海洋邊界部分,就水面位移 h=0 或水面坡降 (h/fn=0 這兩種設定而言,結果上幾乎沒有差別,僅在出海口處以 (h/fn=0 之設定會得到一微小之水面位移值,整體而言,選用任一下游海洋邊界條件對河川上游海水入侵之結果影響不大。)
- 渠道底部傾斜與否對於海水入侵的程度有很大的影響,尤其當坡度較小時鹽水楔長度對傾斜度之微小變化會有敏感之反應。然總括而言,不論 是由於河床地形特性或是河川水理條件而造成上下游水面高程不同,海 水入侵現象主受水位差影響。
- 淡海水交界面之摩擦係數與鹽水楔長度會有反比之關係,且交界面摩擦 係數一般而言比底床摩擦係數來得小,因此計算結果在有海水入侵段之 水面線坡降會比上游無海水入侵段來得平緩,或可以此作為指標,在現 場調查時觀察河川水面線之坡度變化,以為判斷海水入侵的依據之一。
- 潮汐作用方面,隨著漲潮,參考水面應跟著潮位變動以反應整個水位之 變動;海水在漲潮時往河川上游入侵,落潮時往下游河口處消退,此計 算結果與實際現象相符。
- 6. 未來將引用實際現場觀測資料以驗証本模式之實用性。

# 參考文獻

- (1)Arita, M. and Jirka, G.H. (1987), "Two-Layer Model of Saline Wedge. : Entrainment and Interfacial Friction", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 113, No. 10, 1229-1248.
- (2)Arita, M. and Jirka, G.H. (1987), "Two-Layer Model of Saline Wedge. II:"Prediction of Mean Properties", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 113, No. 10, 1249-1263.
- (3)Abraham, G. and, Eysink W.D. (1971), "Magnitude of Interfacial Shear in Exchange Flow", Journal of Hydraulic Research, Vol. 9, No. 2, 125-151.
- (4)Dermissis, V. and Partheniades, E.( 1984 ), "Interfacial Resistance in Stratified Flows", ASCE, Vol. 110, No. 2, 231-250.
- (5)Haas, L. W., 1977. The effect of the neap-spring tidal cycle of the vertical salinity structure of the James, Your, and Rappahannock Rivers, Virginia, USA. Estuarine and Coastal Marine Science, 5, 485-496.
- (6)Harleman, D.R.F. (1966), "Handbook of Fluid Dynamics", Addison-Wesley Pub. Co., Ch26:26-1 26-19.
- (7)Harleman, D.R.F. (1991), "Keulegan Legacy: Saline Wedges", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 117, No. 12, 1616-1625.
- (8)Heaps, N.S., "A Two-Dimensional Numerical Sea Model", Royal Society of London, Philosophical Transactions, Ser. A, Vol. 265, No. 1160, October, 1969.
- (9)Ianuiello, J. P., 1977. Tidally induced residual currents in estuaries of constant breadth and depth. J. of Marine Research, 35, 735-786.
- (10)Ippen, T. and D. R. F. Harleman (1966), "Estuary and Coastline Hydrodynamics", Ch10:493-545, McGraw-Hill.
- (11) Ippen, T., editor, "Estuary and Coastline Hydrodynamics", Ch11:546-574,

McGraw-Hill, 1966.

- (12)Kjerfve, B. (1988), "Hydrodynamics of Estuaries", CRC Press, Inc.
- (13)Strack, O. D.L. (1989), "Groundwater Mechanics", Prentice-Hall.
- (14)Partheniades, E. (1990), "Stratified flow, salinity intrusion, and transport processes", Handbook of Coastal and Ocean Engineering, Vol. 3.
- (15)Pritchard, D. W., 1952. Estuarine hydrography. pp.243-280. In: Advances in Geophysics, Vol. 1, Academic Pres Inc. New York, NY.
- (16)Pritchard, D. W., 1954. A study of the salt balance in a coast plain estuary. J. of Marine Research, 13(1), 133-144.
- (17)Pritchard, D. W., 1956. The dynamic structure of a coastal plain estuary. J. of Marine Research, 15(1), 33-42.
- (18)Rao, S.S. (1989), "The Finite Element Method in Engineering", Pergamon Press.
- (19)Reid, R. O. and Bodine, B. R. (1968), "Numerical Model for Storm Surges in Galveston Bay", Journal Waterways and Harbours Division, ASCE, WW1, February.
- (20)Wang, J.D. and Connor, J.J. (1975), "Mathematical Modeling of Near Coastal Circulation", Ph.D. Thesis, M.I.T.
- (21) Yih, C.S. (1980), "Stratified Flows", Academic Press.
- (22)Zienkewicz, O.C. and Cheung, Y.K. (1967), "The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics", McGraw-Hill.
- (23)Zienkewicz, O.C. (1971), "The Finite Element Method in Engineering Sciences", McGraw-hill.
- (24)李森淵(1998),"感潮河系水理及質量傳輸之現場量測及數值模擬", 博士論文,國立臺灣大學土木工程學研究所。
- (25)柳文成(1998),"感潮河系之水理與水質動態傳輸模擬研究",博士論

文,國立臺灣大學農業工程學研究所。

模 擬 型 態		上下游水 位差 (m)	海水入侵參考位置 ( m )	海水入侵終點(m)			
上游設定固定 之水面抬升		0.3	23750.0	29187.5			
		1.5	3799.0	18250.0			
底床傾 斜坡度	1 × 10 <sup>-5</sup>	0.3	23305.6	29041.7			
	$\frac{1}{5}$ 5 × 10 <sup>-5</sup> 1.5		4657.0	18775.0			

表1 相同之上下游邊界水位差在不同型態下之海水入侵終點比較





### 圖 4 下游採自然邊界條件之海水入侵模擬







圖 6 上游邊界採不同之水面位移所求得之海水入侵模擬比較。 無海水入侵時之參考位置。



圖 7 上游邊界採不同之水位抬升所求得之海水入侵模擬比較。 海水入侵後之水面線與淡海水交界面位置。





圖 10 潮汐作用與海水入侵終點關係

# 潮流數值模擬邊界條件之設定

### 莊文傑<sup>1</sup> 蔡丁貴<sup>2</sup> 江中權<sup>3</sup>

### 摘 要

本研究首先介紹台灣南部海域之潮汐與海流特性,接著以應用 MIKE21-HD 水動力數值計算模式為核心,針對台灣南部之開放海域,探討潮流數值 模擬計算與其邊界條件設定之相關問題。文中,開放海域上之邊界條件分別 將從 1.巢狀網格(nested grids)之序列計算結果中求取,或 2.直接自頻率領域 (frequency domain)模式(莊文傑, 2000; Lin et al, 2000; Tsay et al, 2000)針對 顯著之分潮計算所求得之環台灣海域分潮振幅與相位空間分佈萃取,再結合 IOS (Institute of Ocean Sciences, Canada)之潮汐預報模式預報邊界潮位加以設 定。經由潮流數值模擬計算結果之比較得知,採用以上兩種邊界條件之取得、 設定方式皆可有效、準確地進行潮流數值模擬計算。唯採用方法一不但需有 大範圍之海域地形及跨國之潮位資料相配合,且巢狀網格(nested grids)之序 列組織與相關邊界潮位之計算程序甚為煩瑣、費時,於特定計算時段要求下, 其因此亦缺乏機動性與效率;而採用方法二將可觀地可改善方法一之缺點, 其中,最明顯之優點為可針對局部小範圍海域地形,機動性與有效率地掌握 開放海域上潮位邊界條件之設定。

一、引言

潮流(tidal currents)為具時變(transient)特性之大尺度(large scale)流體運動,且為近岸海域長期質量運送(mass transport)之主要動力,其形成主要係由空間上潮位梯度之逐時變化所引起。數值模擬上,通常使用經水深積分處理

2國立台灣大學土木工程學系教授

3交通部運輸研究港灣技術研究中心助理研究員

後之二維淺水波方程式系統來加以計算。計算系統中,除必需考量因地球自 轉效應引致之科氏力(Coriolis forces)影響外,潮流之趨動力尚必須藉具空間 分佈變化特性之逐時潮位,透過開放海域上之人為邊界來輸入設定。因此, 於局部海域範圍內,逐時潮位於人為邊界上輸入設定之有效掌握,將密切地 影響潮流數值模擬結果之準確性與特性呈現。

有鑑於此,劉肖孔(1983)為配合當時國內多項經濟建設之需要,在行政 院科技顧問組禮聘下,即曾運用傳統性之三維(3-D)水動力方程組建置「中國 海域三度空間數值模式」,並針對台灣環島鄰近海域從事潮汐水動力與暴潮、 天文潮及潮流等相關課題之模擬應用研究,惟模式之運作必須與其「太平洋 之海流模式」銜接運算。Li (1987)及李賢文(1989)則使用經水深積分處理簡 化後之二維模式,引用 Ogura (1933)提供之調和分析常數,透過內差 (interpolation)方式處理開放海域邊界條件,並據以研究台灣周圍海域潮流與 潮汐水位之變化。Lu & Warren (1992)為探討嘉義外傘頂沙洲之變遷,亦曾使 用丹麥水力研究所研發之 MIKE21- HD 二維水動力模式(DHI, 1994)進行台灣 海峽潮流與潮位變化模擬,但相關邊界條件之取用與設定並無清楚的描述。 近期內,國家海洋科學研究中心為發展台灣環島海域三維海流數值預報模 式, 詹森 等(1999)曾採用 Semtner (1986)所研發之海洋環流模式, 並結合富 基、東引、後壁湖及中國大陸沿岸南端之東山島潮位迴報(hindcast)資料,進 行台灣海峽之潮汐與潮流數值模擬。莊文傑(2000) 為驗證台灣海峽之潮汐波 動震盪特性及莊、江(2000a) 為求得台灣環島海域之潮位變化與潮流特性 , 即皆曾擴展研究範圍至包含中國渤海、東海與南海、西太平洋及台灣海峽等 海域, 並引用中國大陸、韓國、日本、及菲律賓沿海之預報潮位資料設定相 關邊界條件。Tsay (1991) 發展大尺度頻率領域(frequency domain) 水動力模 式, 莊文傑(2000)及 Lin et al. (2000; 2001)等依據該模式除確認半日型潮汐 分潮潮波於台灣海峽具共振(resonance)特性外, Tsay et al. (2000)及 Juang et al. (2000)等進而應用該模式可簡易計算求得環台灣海域各主要分潮振幅與相 位之空間分佈優點,著手預報台灣環島沿岸及近岸海域之潮位變化。綜觀以 上採用水動力模擬方式以探討台灣環島鄰近海域潮流之相關研究可看出,接 近二十年來,國內眾多學者專家無不殫精竭慮地試圖有效掌握開放海域上之 潮位變化,藉以進一步能準確地提供台灣環島海域全面性之潮汐與潮流特

<sup>·</sup> 交通部運輸研究所港灣技術研究中心研究員

性, 俾供海象資訊相關應用所需之參考。

今年一月十四日約下午五點左右,滿載鐵礦砂之希臘籍三萬五千噸級貨 輪阿瑪斯(AMORGOS)號,於墾丁國家公園龍坑自然生態保護區東北方外海, 如圖 1,距岸約一千八百公尺、水深約二十米深處觸礁擱淺(劉 等,2000a), 隨後,因部分船艙破裂導致約五百噸燃油外洩,外洩燃油經風、浪及海潮流 等之輸送,因此,造成龍坑自然生態保護區沿岸約達三公里之污染,整個事 件經新聞媒體紕漏後,於同年二月成為社會矚目之焦點,並造成政治圈之震 撼,導致環保署署長林俊義因而辭職下台。另一方面,由於台灣環島近岸海 域相關之海象特性研究及油污染擴散模擬長時期並未受到應有之重視,故事 件發生當時,不僅政府相關決策部門缺乏適時、有效之海象資訊供防災決策 之參考,甚至迄今約二個月後,相關學術研究單位尚無法準確地掌握台灣南 部近岸海域之波浪及海潮流等資訊。其中之困難處,除台灣環島近岸海域之 水深地形資料庫不夠完備、健全外,台灣南部近岸海域直接面對廣闊之開放 海域,而開放海域上並無適切、準確地潮位及海潮流等邊界條件設定所需之 資訊可供研究應用應為最重要之原因。鑑此,本文內將以台灣南部墾丁近岸 海域之海潮流研究為例,藉數值模擬計算闡釋面對廣闊之開放海域之邊界條 件取決方式與設定方法,並期藉本文能對即時海象資訊之演算與掌握有所助 益。

### 二、台灣環島海域之潮汐與潮流

臺灣恰位於東亞大陸棚架之邊緣,北瀕中國東海,東面西太平洋,南隔 巴士海峽與菲律賓相望,臺灣海峽環繞臺灣西海岸,海峽總長度約600公里, 最窄寬度約僅150公里,平均水深不及80米。台灣環島海域之潮汐特性受 大陸棚架及臺灣海峽地形之影響甚為明顯,半日型分潮潮波,如M<sub>2</sub>與S<sub>2</sub>等, 於臺灣海峽水域內因而呈現出潮波共振之特性(莊文傑,2000;Lin et al.,2000; 2001),致使臺灣西海岸南、北兩端水域之潮差與潮時約對中部海域呈現對 稱分布之趨勢,且環島海域潮型大都屬半日潮型。另鑑於半日型分潮潮波之 部分重複駐波振盪特性,於台灣東北及西南部海域上,因其恰分別約座落於 半日型分潮潮波之部分重複駐波結點(nodes)上,故不僅其潮型偏向全日潮 型、潮時變化緩慢,其潮差甚且皆甚小:以1995年全年實測潮位為分析例(劉 文俊,1999),可得台中港之平均潮差高達367.6公分,但基隆港僅54.3公分,

高雄港 49.2 公分,台灣南部墾丁南灣海域約 66.5 公分(2001 年二月),台東 富崗亦不過 96.2 公分。再依據潮汐實測資料之調合分析結果整理(莊文傑, 2000),可得台灣環島海域潮汐各主要分潮之振幅與相位分布,如圖 2 所示。 針對台灣南部海域,應用相關潮汐測站上之調合分析常數,結合 IOS (Institute of Ocean Sciences, Canada)之潮汐預報模式可得 2001 年二月全月台東富崗 (FK-7191)、墾丁南灣(Nanwan-7187)、恆春蟳廣嘴(Xun-Guang- Zui)及高雄港 (KH-7183)之預報潮位變化分別如圖 3 所示。配合平均潮差,再觀察圖 3 可 知,台灣南部海域之平均潮差具由東向西遞減之趨勢,且台東富崗海域之潮 位變化明顯呈現半日潮型態(莊文傑, 2000;莊、江, 2000b);由鵝鑾鼻之墾丁 南灣海域開始,往西繞過貓鼻頭,北行至恆春蟳廣嘴,再更北至高雄港,預 報潮位之變化型態普遍皆呈現混合潮偏全日潮型態。單純從以上平均潮差與 潮位之變化型態觀點出發,可想見地,欲有效掌握台灣南部海域之潮汐特性 已甚不容易,想進一步研究該海域之潮流,其困難度更是可預期地。

於台灣環島海域之潮流特性探討上,國內相關學術研究單位普遍皆投注 焦點於臺灣海峽海域內,有關台灣東北及西南部海域內之潮流特性研究,迄 今尚不多見。劉肖孔(1983)首先於「中國海域三度空間數值模式」之研究中, 針對台灣海峽水域之潮流進行模擬計算,其有關之研究結論簡要節錄如下: 1.潮流的方向,在台灣海峽以南為順時鐘旋轉,海峽以北則相反。一般而言, 離岸遠者為「旋迴型」,離岸近者呈「反覆型」。2.台灣海峽各點之潮位以廈 門及台中以南最高,潮流流速之變化,並以淡水以北(因總流量大)、布袋與 澎湖之間(因水淺化及岸形之加速作用)及台灣灘附近(因水淺)等三海域較 大。3. 台灣海峽南段海域,因海域水深大、潮位變化小,所以流速較小。4. 太平洋潮,經台灣北部,進入海峽時,必須轉向、加速,所以區域性的變化 大。在理論上,這兩種因素均屬「非線性」作用,以致產生相當可觀的「殘 餘流」,所以潮流流向之回原性小。莊文傑 (2000)及莊、江 (2000)於交通部 運輸研究所港灣技術研究中心支持下,為克服近岸海域潮流計算之邊界條件 萃取、設定問題 , 曾進行 「台灣四周海域海流數值模擬研究」, 該研究結論 摘要節錄如下:1. 在台灣海峽內,不論北、中、南水域,最大之潮流流速一 般皆發生於當台中港之潮位為平潮位時。且在台灣海峽北端海域之最大流速 約達 45cm/s,最小流速約為 10cm/s 左右,潮流流向隨潮位高低而作逆時鐘 方向旋轉之變化。在漲潮期間,最大流速約保持為正西(270°)方向;在退潮 期間,最大流速約保持為正東(90°)方向。2.在台灣海峽中部海域,其最大及 最小流速之變化較不規則,最大流速約在 17cm/s 至 28cm/s 間,最小流速僅 約 7cm/s 至 10cm/s, 潮流流向隨潮位高低亦作逆時鐘方向旋轉之變化, 唯漲 潮時段最大流速約為正北(0°)方向,退潮時段則轉變為正南(180°)方向。3.在 台灣海峽南端海域,其最大流速可達約 80cm/s,最小流速仍約有 20cm/s,潮 流流向隨潮位高低作順時鐘方向旋轉之變化 , 漲潮時段內 , 最大流速為正北 向,退潮時段內,最大流速為正南向。4.當台中港海域之潮位在漲潮時段, 則由低潮位開始,台灣海峽南、北兩端之潮流將分別從陸架緣端外開始流向 台灣海峽中部水域,各陸架緣端內流向海峽中段水域之潮流速度於台中港區 潮位漲至平潮時刻時達到最大,並於台中港區潮位達到高潮時刻時減到最 小,其後,當台中港潮位處於退潮時段,由高潮時刻至平潮位期間,台灣海 峽南、北兩端之潮流分別以順時鐘及逆時鐘旋轉方向 , 潮流轉而自陸架上流 向陸架外。流出之潮流速度於台中港水位為平潮位時再次達到最大,而後, 随著台中港區水位逐漸接近低潮位而流出之速度才漸減小。接著再回復至台 中港潮位處於漲潮期間之流況,如此週而復始。5.台灣海峽中段或台中港海 域之潮位振盪起伏狀況,明顯地主控著台灣海峽水域整體潮流流速之變化特 性。

於觀測潮流方面,國家海洋科學研究中心曾以海研三號,使用船碇式流 剖儀(VM-ADCP)進行台灣海峽內之兩航次(532 與 550 航次)潮流觀測,王玉懷 (1999)依據觀測結果分析後得:在距離約 30 公里之布袋至馬公間,半日潮平 均流速為 117cm/s, 全日潮平均流速為 32cm/s; 在距離約 130 公里之澎湖至金 門間,半日潮平均流速為46.7 cm/s,全日潮平均流速為7.9cm/s。本年初,阿 瑪斯號油污事件後,部分國內相關學術研究單位為瞭解台灣南部墾丁海域之 潮流特性,釐清油污擴散之動力、路徑與長期可能之擴散方向與範圍,交通 部運輸研究所港灣技術研究中心與國立中山大會海洋環境及工程學系曾組織 團隊,於二月十五日至二十二日間,在圖 1(左上)所示之紅點位上(南測站 21 °54.2579'N, 120°50.2056'E, 水深 21.5 公尺;北測站 21°55.2199'N, 120 °51.5366'E,水深35.4 公尺),以ADWCP 流剖儀定點進行波浪與海流量測, 部分表層海流之量測結果如圖 4 所示。約同期間,國家海洋科學研究中心亦 曾於二月十四日至十五日,以海研一號於事故海域蒐集基本水文與流場資料 (劉 等, 2000b), 圖 5 所示即為船載都普勒流剖儀於水面下 8m 測量所得之平 面表層海流流速分布。兩趟測量分別於1小時30分鐘內完成,兩趟間隔3小 時 12 分鐘, 且分別對應漲 退潮中期, 測量期間, 船上風速儀記錄分別為 18 m/s 和 20 m/s,風向南南西,風速相當強勁。從流速向量分布圖可以看出,台灣 南部墾丁海域之潮流流場明顯受漲、退潮作用,漲潮時段,海水繞過鵝鑾鼻 南端進入南灣,再由貓鼻頭南端離開,流速約 50 100 cm/s;退漲時段,則 整個流向相反。

### 三、台灣環島海域之潮流數值模擬

### 3.1 潮流數值計算模式 MIKE21-HD

傳統地,三維(3-dimensional)淺水長波(shallow-water wave)水動力方程組 可表示如下:

$$\frac{\P u}{\P t} + \frac{\P(uu)}{\P x} + \frac{\P(uv)}{\P y} + \frac{\P(uw)}{\P z} - fv + \frac{1}{r} \frac{\P p}{\P x} - \frac{1}{r} \frac{\acute{e} \P t_{xx}}{\reg} + \frac{\P t_{xy}}{\P y} + \frac{\P t_{xz}}{\P z} \overset{``u}{\reg} = 0 \dots (1)$$

$$\frac{\P v}{\P t} + \frac{\P(vu)}{\P x} + \frac{\P(vv)}{\P y} + \frac{\P(vw)}{\P z} + fu + \frac{1}{r} \frac{\P p}{\P y} - \frac{1}{r} \frac{\acute{e} \P t_{yx}}{\reg} + \frac{\P t_{yy}}{\P y} + \frac{\P t_{yz}}{\P z} \overset{``u}{\reg} = 0 \dots (2)$$

$$\frac{\P p}{\P z} + rg = 0 \dots (3)$$

$$\frac{\P u}{\P x} + \frac{\P v}{\P y} + \frac{\P w}{\P z} = 0 \dots (4)$$

式中,(x, y, z)分別為右手卡氏座標(Cartesian coordinate)系統之座標, 座標原點置於平均水面, z 軸垂直水面向上為正;(u, v, w)為與座標軸 對應之水體運動速度分量; t表時間; f = 2Wsin f表科氏力參數(Coriolis parameter);  $W = 7.3^{\prime} 10^{-5} S^{-1}$ 為地球自轉角頻率(angular frequency); f為計算 水體所在之緯度值; p表示水壓力; r表水密度;  $t_{ij}$ :i; j = x, y,z, 為動量消 耗應力張量(stress tensor);  $g = 9.8ms^{-2}$ 為地球上之重力加速度。為一般海域潮 流數值模擬之應用需要,應用淺水近似特性,即 $p = r_g V$ ,則在水深為h(x, y)之水域裏,三維淺水長波動力方程組亦可進一步表示如下:

$$\frac{\P v}{\P t} + \vec{u} \times \tilde{\mathbf{N}}v + fu = -g \frac{\P V}{\P v} + \frac{1}{r} \frac{\P}{\P z} \overset{\text{Re}}{\mathbf{e}} A_v \frac{\P v}{\P z} \overset{\text{O}}{\mathbf{e}} + \frac{1}{r} A_h \overset{\text{Re}}{\P} \frac{\P^2 v}{\P x^2} + \frac{\P^2 v}{\P y^2} \overset{\text{O}}{\stackrel{\text{I}}{\mathbf{e}}}, \qquad (6)$$

$$\frac{\P \boldsymbol{z}}{\P t} + \frac{\P}{\P x} \dot{\mathbf{O}}_{h}^{0} u dz + \frac{\P}{\P y} \dot{\mathbf{O}}_{h}^{0} v dz = 0.$$
(7)

式中,  $A_h$ 為水平方向之渦動滯度(horizontal eddy viscosity);  $A_v$ 為垂直方向之渦動滯度(vertical eddy viscosity), 而V(x, y, t)表示淺水長波自由水面之波動位移。

在潮波之大尺度波長與地轉效應考量下,由於一般海域之水深相對於潮 波之大波長而言,其相對水深比值實際上仍甚小,因此,可假定潮波之運動 特性其在水深方向之變化不大,故而可對一般含時間因素之空間上三維的水 動力系統方程式,式(1)至式(4),以水深方向積分處理後,簡化為如下含時 間變化之 MIKE21-HD 二維水動力計算系統(DHI, 1994):

連續方程式:

上列式中, p, q(x, y, t):分別為x及y向之流量強度 $(m^3/s/m) = (uh, vh)$ ; I:單位平面源流之大小 $(m^3/s/m^2)$ ; e:蒸發損失率(m/s); C(x, y):Chezy

阻力係數  $(m^{1/2}/s)$ :  $f_w$ :風摩擦係數;  $V, V_x, V_y(x, y, t)$ :分別為風速及其在 x及 y 方向之速度分量(m/s); W(x, y):柯氏(Coriolis)力參數,與緯度有關( $S^{-1}$ );  $P_a(x, y, t)$ :大氣壓力( $kg/m/s^2$ )。

本研究以應用 MIKE21-HD 二維水動力計算系統為核心。該水動力數值 計算模式係採用交替方向隱式(ADI:alternating direction implicit)有限差分法以 求解式(8)至(10)之水動力系統方程式(DHI, 1994)。模式求解計算中,各計算 網格位置上之時空變量並以雙向刮掃(double sweep)方式處理。詳細之空間網 格與時階分割分別如圖 6 所示。因此,連續方程式,式(8),在無質量增損情 況下,其 x 及 y 方向之 ADI 差分型式可分別表示為

x\_方向:

$$2 \times \underbrace{\underbrace{\overset{n+1/2}{\overleftarrow{e}} - \underline{z}^{n} \ddot{o}}_{D_{t}}}_{= \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{e}}}_{j,k}} + \frac{1}{2} \times \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{f}} \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{e}}}_{p} - p_{j-1} \ddot{o}_{j-1}}_{p} \underbrace{\overset{n+1}{\overleftarrow{e}}}_{= \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{e}}}_{D_{x}}} + \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{e}}}_{p} \underbrace{\overset{n+1/2}{\overleftarrow{e}}}_{D_{x}} \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{e}}}_{p} \underbrace{\overset{n}{\overleftarrow{f}}}_{p} \underbrace{\overset{n}}_{p} \underbrace{\overset{n}}_{p} \underbrace{\overset{n}}_$$

y\_\_方向:

$$2 \times \underbrace{\underbrace{\underbrace{e}}_{k}^{n+1} - \underline{z}^{n+1/2} \overset{o}{\ominus}_{j,k}}_{k} + \frac{1}{2} \times \underbrace{\underbrace{\frac{1}{k}}_{k}^{n} \underbrace{\underbrace{e}}_{j}^{n} - p_{j-1} \overset{o}{\vdots}_{j}^{n+1}}_{k} + \underbrace{\underbrace{e}}_{k}^{n} \underbrace{\underbrace{e}}_{j}^{n} - p_{j-1} \overset{o}{\vdots}_{j}^{n} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{\underbrace{e}}_{j}^{n} - p_{j-1} \overset{o}{\vdots}_{j}^{n} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{e}_{j}^{n} - p_{j-1} \overset{o}{\vdots}_{j}^{n} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{e}_{j}^{n} - p_{j-1} \overset{i}{\vdots}_{j}^{n} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{j} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{j} \overset{i}{\downarrow}_{j}}_{k} + \underbrace{e}_{k}^{n} \underbrace{e}_{j} \underbrace{e}_{$$

而動量方程式,在忽略大氣壓力、風力及其他波浪有效應力後,式(9)等 號左右各項可逐項表示為

時間變化項:

重力影響項:

### x\_方向對流項:

$$\frac{\P \underset{\mathbf{k} \in \mathbf{h}}{\text{po}} \overset{\mathbf{\acute{e}}}{\mathbf{p}} \underset{\mathbf{k} \in \mathbf{h}}{\text{po}} \overset{\mathbf{\acute{e}}}{\mathbf{p}} (p_{j+1} + p_j)^{n+1}}{2} \times \frac{(p_{j+1} + p_j)^n}{2} \times \frac{1}{2} \overset{\mathbf{h}}{\mathbf{h}} (p_{j+1} + p_{j-1})^{n+1}} \times \frac{(p_j + p_{j-1})^n}{2} \times \frac{1}{2} \overset{\mathbf{\acute{e}}}{\mathbf{h}} (p_j + p_{j-1})^n} \overset{\mathbf{\acute{e}}}{\mathbf{h}} (p_j + p_{j-1})^{n+1}} \overset{\mathbf{\acute{e}}}{\mathbf{h}} (p_j + p_{$$

$$\overline{u^{2}}\mathsf{D}t\frac{\mathbf{D}^{n}p}{\P x^{2}} @\mathsf{D}t\overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} h^{*}\overset{\mathfrak{g}^{2}}{\overset{\star}{\mathsf{g}}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \overset{\mathfrak{g}p^{n}}{\mathsf{\xi}} \qquad (16)$$

### x — 方向動量交換項:

$$\frac{\P}{\P y \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{e}} h \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{o}}}_{\mathbf{f}} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{h}} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{s}}} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{s}} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{s}}_{k+1} + p_{K}^{b} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{o}}}_{\mathbf{j}} \times v_{j+1/2,k}^{n+1/2} - \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{e}} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{s}}_{k+1} + p_{k-1}^{b} \overset{\mathbf{o}}{\mathbf{o}}}_{\mathbf{j}} \times v_{j+1/2,k-1}^{n+1/2} \overset{\mathbf{u}}{\mathbf{u}} \overset{\mathbf{1}}{\mathbf{t}}_{\mathbf{j}}$$
(17)

### 摩擦阻力項:

$$\frac{gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \gg \frac{gp_{j,k}^{n+1}\sqrt{p^{*2}+q^{*2}}}{C^2h^{*2}} \qquad (18)$$

### 地轉效應項:

$$W \times q \gg W q \approx$$
 (19)

$$h_{j,k}^{n} = d_{j,k} + \mathbf{z}_{j,k}^{n}$$
;  $h^{*} = \frac{1}{2} \times (h_{j+1} + h_{j})_{k}^{n}$  .....(20)

$$v_{j+1/2,k-1}^{n+1/2} = \frac{2(q_j + q_{j+1})_{k-1}^{n+1/2}}{(h_{j,k-1} + h_{j,k} + h_{j+1,k-1} + h_{j+1,k})^n} \qquad (22)$$

#### 2001海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣

$$v^* = \frac{1}{2} \times (v_{k+1/2} + v_{k-1/2})_{j+1/2}^{n+1/2} \qquad (24)$$

$$q^{*} = \frac{1}{8} (q_{j,k}^{n-1/2} + q_{j+1,k}^{n-1/2} + q_{j,k-1}^{n-1/2} + q_{j+1,k-1}^{n-1/2} + q_{j,k}^{n+1/2} + q_{j+1,k}^{n+1/2} + q_{j+1,k-1}^{n+1/2} + q_{j+1,k-1}^{n+1/2}) \dots (26)$$

$$h^* = 1/2(h_{j+1} + h_j)_k^n \dots (27)$$

$$C = M \not \approx h^{*^{1/6}} \tag{28}$$

式(28)中, C表 Chezy number, 而M表 Manning number。至於式(10)內 各項之差分處理可彷照式(13)至式(27)方式編寫。

#### 3.2 數值計算參數

使用有限差分法必須首先決定差分格距及時距,俾使數值之穩定條 (stability condition)得以達成。而一般採用之數值穩定條件係以 Courant Number(*C*,)滿足下式加以限制,

式中, C<sub>max</sub>為計算變數之最大計算訊號傳遞速度, Dx 與 Dt 分別為空間 與時間格距。除此之外,在選定之計算海域範圍內,為考量能量消散(energy dissipation)與平衡及為長時期計算數值穩定之達成,因此,一般之水動力計 算系統必須含括有能量消散之機制,而此機制之運轉於 MIKE21-HD 模式中, 係透過底床摩擦與渦度係數之設定與調整來達成。

MIKE21-HD 模式中,底床摩擦係數一般可選擇 Chezy Number(*C*) 或使用 Manning Number(*M*)表示,兩者之關係為 $C = Mh^{1/6}$ , *h*為計算區之水深, *C*及*M* 之單位分別為 $m^{1/2}/s$ 及 $m^{1/3}/s$ , 且M = 1/n, *n*為一般文獻中所定義使用之 Manning Number。依據計算經驗,當計算區域水深變化較大時,底床 摩擦係數建議使用 Manning Number 設定,其選用範圍約在 20 至 40 間。

渦度係數(E)主要用來計算動量方程式中之紊流效應,藉以消散(damping) 選定計算海域範圍內散射波(scattering waves)之振盪及表現小網格之尺度影

響,一般其大小必須滿足下列限制:

$$E \, \mathbf{\hat{t}} \, \frac{\mathbf{D}x^2}{2\mathbf{D}t} \qquad (30)$$

並可依下式估算

式中, Dt 為時距, Dx 為網格間距, V 為計算海域內之代表流速。對於 流場係隨時空而變化時, 渦度係數尚可依 Smagorinski 公式計算(DHI, 1994), 即

$$E = C_s^2 \mathsf{D}^2 \stackrel{\acute{e}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} \frac{\P U}{\P x} \stackrel{\acute{o}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} + \frac{1}{2} \stackrel{\emph{e}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} \frac{\P U}{\P y} + \frac{\P V}{\P x} \stackrel{\acute{o}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} ^2 + \stackrel{\emph{e}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} \frac{\P V}{\P y} \stackrel{\acute{o}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} \stackrel{\acute{u}}{\underset{\acute{e}}{\otimes}} \dots$$
(32)

式中,U,V分別表示水深平均之 x 及 y 向流速分量,D為網格間距, $C_s$ 可於 0.25 至 1.0 間選用。從式(30)至式(32)中觀察,E之大小與時距及網格距皆有分不開之關係。依據計算經驗,使用式(3.33)之公式設定渦度係數,一般選定 $C_s = 0.5$ 。

#### 3.3 計算海域與邊界

鑑於臺灣環島面對之全面開放海域特性,如圖 7,進行臺灣南部海域之 潮流計算前,為開放海域側正確邊界條件萃取(extracting)、設定(setting)之必 要,採用 MIKE21-HD 模式進行巢狀網格(nested grids)之序列計算時,於考 量地形之解析度下,其計算海域分別選定如圖 7 中所示之藍色(區域)、紅色(局 部)與橘色(細部)巢狀邊界範圍。區域計算海域範圍內,水深與地形資料係依 據我國海軍海洋測量局出版之各不同比例尺海圖綜合後逐點輸入建置。區域 與局部計算海域範圍內之水深地形,經網格數位化後分別可得如圖 8 與圖 9。 圖 8 中,區域計算範圍明顯地含括中國渤海、黃海、東海與南海,並包含台 灣海峽及西太平洋等海域,計算邊界橫跨中國大陸、韓國、日本、及菲律賓 等國之沿岸。於此跨國界之計算邊界上,公布且具有分潮常數可供預報邊界 潮位之潮位測站位置,經整理可得如下附表所示(莊文傑, 2000;莊、江, 2000a)。 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣

No	Station Statio		Grid	Location		M2		S2		K1		01	
	Name	N₀.	Coordinate	Latitude	Longitude	Amp.	Phase	Amp.	Phase	Amp.	Phase	Amp.	Phase
1	Waglan Island	7122	(31,0)	22°11	114°18	0.33	268	0.13	298	0.35	299	0.28	250
2	Pratas	7152	(57,0)	20°42	116°43	0.20	271	0.10	287	0.20	312	0.20	247
3	Nagabungan	5001	(85,0)	18°29'	120°34	0.08	192	0.06	215	0.16	313	0.17	269
4	Port S. Vicente	5005	(101,1)	18°31	122°08	0.39	152	0.20	190	0.11	210	0.10	191
5	Baten Ko	7717	(101,67)	26°11	127°47'	0.57	190	0.22	224	0.22	212	0.17	182
6	Gaja	7726	(101,77)	27°02	127°58	0.52	200	0.23	232	0.19	216	0.14	195
7	Nakano Shima	7740	(101,97)	29°50'	129°51'	0.58	197	0.24	236	0.23	204	0.15	169
8	Kottoi	8073	(79,127)	34°19 <sup>'</sup>	130°54	0.32	292	0.16	324	0.12	309	0.13	263
9	Sasuna No	7606	(85,127)	34°38'	129°24	0.45	256	0.21	292	0.06	221	0.05	209
10	Pusan Hang	7566	(90,127)	35°06	129°02	0.40	236	0.19	273	0.04	143	0.02	109

應用上列附表所示相關潮汐測站上之調合分析常數,以 IOS (Institute of Ocean Sciences, Canada)之潮汐預報模式設定區域計算範圍之邊界潮位條件 後,將其與 MIKE21-HD 模式結合,則區域計算範圍內之潮位(以色階顏色表 示)與潮流(以箭矢大小及方向表示)之計算結果可得如圖 10 所示,臺灣環島 沿岸計算結果之準確性可參閱莊、江(2000a)之研究驗證。依據上述區域計算 範圍內之潮位與潮流之時空分布計算結果,於進一步計算局部與細部計算範 圍內之潮位與潮流時,其邊界潮位或潮流條件可逐步自其上一巢狀海域範圍 之計算結果中萃取應用。

採用有限元素法,依據頻率領域模式(Tsay, 1991;莊文傑, 2000;Lin et al., 2000;2001)進行臺灣環島海域之潮位分布變化計算時,臺灣環島海域之計算範圍與邊界,經網格化後可得如圖 11 所示。圖 11 中,計算範圍係以中國大陸之泉洲為圓心,並以 732 公里為半徑劃定。計算海域內,三角形有限元素皆為結構化正交(Orthogonal)網格。網格之產生係由台灣大學蔡丁貴教授製作、提供。總體計算海域內,三角形元素總共有 17,582 個,節點總共有 8,940 點,但各元素之帶寬最大僅達 150,因此,可大幅度降低計算機記憶體之需求,同時亦可使矩陣運算具可觀之效率。計算海域內,除台灣環島陸地外,其他較小之島嶼,如澎湖、綠島、蘭嶼、金門、馬祖、琉球群島等,其水深以 3 米替代設定。開放海域邊界上,平均水深約為 3,058 米。邊界控制採用 無反射之局部輻射條件(local radiation condition) (陳、蔡, 1990)設定。

依據上述頻率領域模式,針對臺灣環島海域之主要分潮分別計算後(莊 文傑, 2000),可得半日(M<sub>2</sub>)及全日(K<sub>1</sub>)分潮之振幅與相位分布分別如圖 12 與

圖 13 所示。以台中港主要分潮常數為基準率定後,則台灣環島沿岸,M<sub>2</sub>及 K<sub>1</sub> 實測與計算分潮之振幅與相位之驗證比較結果分別可得如圖 14 與圖 15。 針對臺灣南部之局部海域範圍而言,仔細觀察圖 14 與圖 15 可知,在頻率領 域模式之計算結果中,儘管半日(M<sub>2</sub>)及全日(K<sub>1</sub>)分潮之計算振幅與相位,其 準確度尚有待進一步提昇,但當針對臺灣南部沿岸既有之潮位測站位置,萃 取上述經率定後之各主要分潮常數,再以 IOS 之潮汐預報模式預報逐時潮 位,並經與實測潮位驗證比較後,可得計算之預報逐時潮位其準確度仍是可 接受地(Tsay et al., 2000; Juang et al., 2000)。鑑此,依據頻率領域模式針對臺 灣環島海域計算所得之各主要分潮常數,將可於萃取、預報後,直接將其應 用於細部計算海域範圍之邊界潮位條件設定上。採用上述方式直接設定邊界 潮位條件之方法,其最大之優點係在避免巢狀海域範圍必需反覆逐步萃取、 設定邊界條件之困擾,同時,可大幅提昇細部海域計算之準備作業效率與機 動性。

### 四、台灣南部海域之潮流數值模擬與邊界條件設定

### 4.1 台灣南部細部範圍之計算海域

為清楚地掌握台灣南部海域之潮流特性,於顧慮水深與地形之適當解析 度下,其細部範圍之數值模擬計算海域選取如圖 16 所示。圖中,計算海域 之縱軸正向(+y)取向正北,網格間距(Dy)為 300 公尺;橫軸正向取向正東, 網格間距(Dx)亦為 300 公尺,縱軸及橫軸上之網格數皆為 167,全細部範圍 計算海域之長×寬約為 50km×50km。台灣南部恆春半島以近于 U 形陸地方式 由北而南以約達 90 格距之深度縱插入計算海域中,恆春半島東側最北陸地 距計算邊界僅 73 (94~ 167)格距;西側最北陸地距計算邊界更僅有 32 (0~32) 格距。計算海域中,水深過半超過 600 米,恆春半島東側海床坡度陡峻,水 深變化甚大,最深處更遠超過 1000 米。大陸棚架(水深 100 米內)繯繞恆春半 島 U 形陸地,並明顯地自鵝鑾鼻南端海域向西擴展。於此水深與地形具複雜 變化之細部範圍數值模擬計算海域內,為數值穩定度(numerical stability)之考 量,最大計算時距僅能以 Dt = 2 秒設定,因此所得之 Courant Number (C,)值 約達 0.8,幾乎已達數值穩定控制之臨界值。以如此微小之計算時距,針對 圖 16 所示之細部範圍計算海域,使用 CPU- 800MHz 之 PC 進行期間達 15 日之潮流逐時數值模擬,其電腦計算之總耗時約為 24 小時左右。也由此可 見,即時(now-cast)與及時(in time)潮流逐時數值模擬計算之困難度。

### 4.2 MIKE21-HD 計算模式之邊界條件設定型式

於一般之水動力數值模式中,邊界條件之型式通常可分為下列三種類型:

1. Neuman:  $\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{n}} = c$ ,相當於流速(velocity)或流通量(flux)給定;

2. Dirichlet:  $\mathbf{j} = c$ ,相當於水位(surface elevation)給定;

3.Cauchy: 
$$a\frac{\mathbf{U}}{\mathbf{n}} + b\mathbf{j} = c$$
, 屬類型1及類型2之組合, 為混合型

各類型中, a、b及c為可隨時間變化之常數(constant)計算量; j 為計算 變量(variables); n 為計算邊界法線方向(normal direction)之單位向量。 MIKE21-HD 模式中,對開放海域邊界提供 Dirichlet 類型(水位)或 Neuman 類 型(流通量)兩種類型之邊界條件型式供選擇設定。此外,於邊界上,為沿邊 界流通量(FAB: Flux Along Boundary)於計算中設定之需要,於模式起動前, 尚可對 FAB 之計算型式作如下之選擇:

0: 設定水流(flow)係以直交(perpendicular)方式通過計算邊界,即 FAB=0;

- 1:通過計算邊界之水流方向可自動由邊界之前一計算網格上之水流方 向外差(extrapolation)給定,然後,據以計算FAB;
- 2:當通過計算邊界之水流方向完全已知(explicitly),則計算模式可自 動據以計算 FAB;
- 12:本項為選擇型式1及2之組合,當計算模式判知水流方向係自計 算邊界流出,則計算模式自動設定 FAB=1,其他狀況則設定 FAB=2。

根據以上 MIKE21-HD 模式對計算邊界提供之選擇類型及 FAB 型式之設 定選項,可推知該模式於陸海交界之邊界上係引用滑動邊界條件(slip boundary condition)型式,即使用 Neuman 類型,僅令垂直陸海交界邊界上之 流通量為零。

本研究係以應用 MIKE21-HD 水動力數值計算模式為核心,於針對台灣 南部細部範圍海域進行潮流數值模擬前,當開放海域邊界條件係反覆逐步萃 取自巢狀海域範圍之計算結果時,其邊界條件之設定可彈性地自 Neuman 或 Dirichlet 類型中挑選,但使用頻率領域模式直接萃取邊界預報潮位資料時, 其邊界條件之設定將僅能使用 Dirichlet 類型。儘管如此,使用頻率領域模式 直接提供 Neuman 類型之邊界條件刻正由國內蔡丁貴教授及莊文傑研究員積 極研究中,預期來年,本項研究將具成果,屆時,可提供邊界條件設定之更 彈性選擇。

### 4.3 細部範圍海域之潮流數值模擬與邊界條件設定問題之檢討

應用 MIKE21-HD 水動力數值計算模式,針對台灣南部細部範圍海域, 圖 16,進行潮流數值模擬計算,忽略計算海域水深變化激烈之現實,全計算 海域之底床摩擦係數以 Manning Number=32 設定;渦度係數依 Smagorinski 公式,式(32),選用 *C*<sub>s</sub>=0.5,並由模式自動計算。

於考慮風速作用下,取定常均勻風速為 10m/s,為當開放海域邊界條件 係反覆逐步萃取自巢狀海域範圍之計算結果,並設定計算海域之北邊界皆具 Neuman 邊界類型,其他開放海域則為 Dirichlet 邊界類型時,台灣南部細部 範圍海域於南灣海域不同漲、退潮時段之潮流數值模擬計算結果可得如圖 17,將其與圖 5 所示之實測潮流流速分布相對照比較,可得本研究計算結果 之準確度是可確認地。於不考慮風速作用下,則相關之潮流數值模擬計算結 果可得如圖 18。

以同樣方式引用上述開放海域上之邊界條件,當計算海域之所有開放海 域之邊界皆設定為 Dirichlet 類型時,計算結果可得如圖 19 所示,圖 19 明顯 地顯示,於長時段模擬需求下(本研究預設計算時段為 15 日整),計算模式將 因邊界強制潮位之設定與計算海域之能量消散機制(底床摩擦及渦度效應)不 足,終將導致計算模式不穩定並且發散(blow-up)。當開放海域邊界條件設定 係使用頻率領域模式直接萃取自邊界之預報潮位資料時,計算結果如圖 20 所示,由於計算海域之所有開放海域邊界條件僅有 Dirichlet 類型可供選擇, 因此,圖 20 所示之計算結果與圖 19 類似,仍同樣因邊界強制潮位之設定與

計算海域之能量消散機制不足,而面臨計算模式不穩定終致發散之問題。

當所有開放海域上之邊界條件皆設定為 Dirichlet 類型時,為確認該類型 邊界條件之有效性與計算模式之穩定及收殮性,本研究曾使用台灣南部局部 範圍海域,圖9,之水深地形進行計算,計算結果如圖21所示。由計算結果 可充分說明,即使邊界上之潮位皆強制設定,但只要計算海域之範圍適當地 擴大,計算海域內之能量消散機制將因此而自動提昇,致使計算模式達成其 應有之穩定及收殮性要求。此外,比較圖18 與圖19 計算結果之邊界條件設 定差異亦可得知,當於選定之細部範圍海域進行水動力數值計算時,計算模 式之不穩定與發散性可藉 Neuman 類型之邊界條件適當引入、使用而克服。

### 五、結論

為於局部小範圍海域進行水動力數值計算時,能全面直接地掌握開放海 域上之邊界條件與其變化,本研究依據頻率領域模式之優點,提出機動性且 具效率地設定解決方案。並以台灣南部局部範圍海域為計算例,驗證其有效 性與可行性。至於在預先規劃選定之細部範圍海域進行水動力數值計算時, 計算模式常因全開放海域邊界條件皆使用 Dirichlet 類型而導致計算模式之不 穩定與發散等問題,可藉 Neuman 類型邊界條件之適當引入、使用或調整並 加大計算海域範圍(與選擇巢狀海域範圍之構想一致)而順利克服。

面對計算模式產生不穩定且發散之問題,通常之解決之道尚有加強計算 海域內之能量消散機制途徑。惟加強計算海域之能量消散機制一般係透過底 床摩擦及渦度係數之不斷率定(calibration)與調整方得達成,因此,儘管本文 亦思嘗試採用此一途徑,但限於完稿時程之限制,加以計算刻正進行中,故 相關計算結果容後俟機再敘。

## 參考文獻

- [1] DHI (1994), "MIKE 21-Coastal Hydraulics and Oceanography Tidal Analysis and Prediction Module", User Guide, Release 2.4, Danish Hydraulic Institute.
- [2] Juang, W.J., Tsay, T.K. and Lin, M.C. (2000), "Tidal Predictions Using a Frequency-Domain Model". Proc.-Ocean the 2<sup>nd</sup> International Ocean and

Atmosphere Conference, COAA 2000, Centeral Weather Bureau, Taipei, 235~240.

- [3] Li, H.W. (1987), "A Numerical Predictive Model of Tides in the Seas Adjacent to Taiwan". Proc. the National Science Council, Part A: Physical Science and Eng., Taipei, Taiwan, 11(1), 74~ 89.
- [4] Lin, M.C., Juang, W.J. and Tsay, T.K. (2000), "Applications of the Mild-Slope Equation to Tidal Computations in the Taiwan Strait". Journal of Oceanography, 56, 625~642.
- [5] Lin, M.C., Juang, W.J. and Tsay, T.K. (2001), "Anomalous Amplification of Semidiurnal Tides along the Western Coast of Taiwan", Ocean Engineering, to appear.
- [6] Lu, Q.M. and Warren, R. (1992), "Current Simulation in the Taiwan Strait. Proc. 14th Conf. Coastal Engineering, R.O.C., 128~147.
- [7] Ogura, S. (1933), "The Tides in the Sea Adjacent to Japan. Bulletin of the Hydrographic Department, Imperial Japanese Navy, 7, 189 pp.
- [8] Semtner, A.J. (1986), "Finite Difference Formulation of a World Ocean Model. Proc. the NATO Advanced Study Institute on Advanced Physical Oceanographic Numerical Modeling, Edit by J.J. O'brain, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 608 pp.
- [9] Tsay, T.K. (1991), "Linear Surface Waves over Rotating Fluids", J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 117(2), 156~171.
- [10]Tsay, T.K., Juang, W.J. and Lin, M.C. (2000), "Tidal Prediction around Taiwan". Proc. the 4<sup>th</sup> Workshop on Ocean Models for the APEC Region (WOM-4), Tainan, Chinese Taipei, 12-1~12-20.
- [11] 劉文俊 (1999), 台灣的潮汐, ISBN 957-97334-9-X, 第二版, 自費出版.
- [12]劉肖孔 (1983), 中國海域三度空間數值模式. 行政院科技顧問組, 156 pp.
- [13]李賢文 (1989), 台灣鄰近海域潮汐預報數值模式. 第二屆海洋數模式研 習會論文集, 台灣省政府交通處港灣技術研究, 179~195.
- [14] 莊文傑 (2000), 台灣海峽潮波協振盪之研究. 國立台灣大學造船及海洋 工程學研究所博士論文, 284 pp.

- [15] 莊文傑、江中權 (2000a), 台灣四周海域海流數值模擬研究. 交通部運輸 研究所港灣技術研究中心, MOTC-IOT-IHMT-NA8916, 257 pp.
- [16]莊文傑、江中權 (2000b), 臺灣海峽兩岸之潮汐特性. 第十一屆水利工程 研討會論文集, 臺灣大學, I:15~21.
- [17] 詹森、邱朝聰、連棨慧 (1999),海科中心台灣海峽海況即時預報模式第 二年--潮汐、潮流數值模擬結果之驗證. 台灣海峽海況即時預報模式計畫 (TSNOW)研討會論文摘要集. 國家海洋科學研究中心,22~33.
- [18]王玉懷 (1999), **TSNOW 現場觀測資料報告**. 台灣海峽海況即時預報模式 計畫(TSNOW)研討會論文摘要集. 國家海洋科學研究中心, 16~21.
- [19]劉康克、溫良碩、詹森、邵廣昭 (2000a),阿瑪斯號油污事件後墾丁海域 生態環境之初探及後續研究之芻議-附錄四,陳錕山,【衛星遙測影像】,國 立中央大學太空及遙測中心.
- [20]劉康克、溫良碩、詹森、邵廣昭 (2000b),阿瑪斯號油污事件後墾丁海域 生態環境之初探及後續研究之芻議-附錄三,詹森、王玉懷、李宏仁,【海 況及氣象資料彙整】,國家海洋科學研究中心.
- [21]陳柏旭、蔡丁貴 (1990), 局部輻射邊界條件在水波數值模式上之應用. 中 華民國第十二屆海洋工程研討會論文集, 1~18.



圖 1 台灣南部墾丁近岸海域之地形水深及阿瑪斯號貨輪觸礁擱淺位置 資料來源:「阿瑪斯號油污事件後墾丁海域生態環境之初探及後續研究之芻議」 -附錄四,陳錕山,【衛星遙測影像】,國立中央大學太空及遙測中心.



圖 2 台灣環島海域潮汐主要分潮之振幅(a)與相位(b)分布



圖 3 民國 90 年二月全月台東富崗(a)、墾丁南灣(b)、恆春蟳廣嘴(c)及 高雄港(d)之預報潮位



(南測站)(北測站)(北測站)(北測站)(北測站)



圖 5 墾丁南灣海域平面實測海流流速示意圖

資料來源:「阿瑪斯號油污事件後墾丁海域生態環境之初探及後續研究之芻議」 -附錄三, 詹森、王玉懷、李宏仁,【海況及氣象資料彙整】,國家海洋科學研究中心



圖 6 MIKE21-HD 交替方向隱式有限差分法之空間網格與時階分割



圖 7 臺灣環島(藍色)與南部(紅、橘色)海域潮流計算之邊界範圍

#### 2001 海洋數值模式研討會 民國 90 年 5 月 台北 台灣



圖8臺灣環島海域潮流計算之邊界範圍與水深地形



16 - 23



16 - 24



圖 11 臺灣環島海域頻率領域有限元素法網格與潮流計算之邊界範圍


圖 12 臺灣環島海域半日型 M2分潮之振幅(左)與相位(右)分布



圖 13 灣環島海域全日型 K1分潮之振幅(左)與相位(右)分布



圖 14 臺灣環島沿岸半日型 M2分潮之實測與計算振幅(左)及相位(右)驗證



圖 15 臺灣環島沿岸全日型 K1分潮之實測與計算振幅(左)及相位(右)驗證



圖 16 臺灣台灣南部細部範圍計算海域之水深與地形



圖 17 台灣南部細部範圍海域之潮流數值模擬計算結果 參考潮位基準:南灣海域;風速=10m/s NE



圖 17(續)台灣南部細部範圍海域之潮流數值模擬計算結果 參考潮位基準:南灣海域;風速=10m/s NE



參考潮位基準:南灣海域;無風



參考潮位基準:南灣海域;無風



圖 19 巢狀海域範圍邊界條件設定為 Dirichlet 類型之計算發



圖 20 頻率領域模式邊界條件設定為 Dirichlet 類型之計算發散



圖 21 台灣南部局部範圍海域邊界條件設定為 Dirichlet 類型之 潮流數值模擬計算結果,參考潮位基準:南灣海域

# 台灣海峽短期預報系統之發展

詹森<sup>1</sup> 王玉懷<sup>2</sup> 邱朝聰<sup>3</sup>

### 摘 要

國家海洋科學研究中心正在發展高解析度(水平 3 km 網格 垂直 28 層)。 三維的台灣海峽水位、海流、溫度和鹽度短期預報(nowcast)系統。第一階段 工作裡,經由潮汐資料的分析、理論解析和數值實驗,驗證台灣海峽半日潮 M,在西側是沿大陸海岸向南傳遞的凱文波(Kelvin wave),當凱文波抵達海峽 南端台灣灘和南海海盆連接處,因地形驟深而發生反射,致海峽東側形成近 (以駐波現象,並造成半日潮波振幅在海峽中段放大;全日潮 K, 同為由北向 南的行進波,但在海峽南端地形驟變處,接上由呂宋海峽傳進南海的 K<sub>1</sub>潮 波,所以看似未因地形而中斷。模式的水位邊界條件,採用兩套方式取決, 一是取大範圍二維潮汐模式結果,推算南北兩開口邊界上主要分潮振幅和相 位,分別相對台灣本島南北兩端潮位調和常數之轉移函數,再代入台灣海峽 三維模式,模擬結果以9個潮位站(其中3站靠大陸海岸5站靠台灣西海岸、 1 站於東吉島)觀測資料檢驗,其中 M。潮位的平均方根誤差為 0.115 m, Ku 為 0.094 m; 第二種方式是以觀測資料等化(assimilation)法, 以等區域二維線 性模式反推邊界條件,再代入三維模式,經過四次疊代運算後,模擬 Mo 和 K<sub>1</sub> 潮位平均方根誤差大幅降為 0.063 m和 0.061 m, 而由這二套方式模擬之 潮流與海峽中 6 個流速測站資料比較 , M<sub>2</sub> 潮流百分誤差在 40%以下。大體 而言,這套短期預報模式已達上線作業的程度,然就應用模式結果於輔助搜 索救援、污染推估等目的而言,仍待風吹送流和長期平均流注入模式後,才 更具有實用價值。

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>國家海洋科學研究中心助研究員(email: jansen@odb03.ncor.ntu.edu.tw)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>國家海洋科學研究中心博士後研究員

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>國家海洋科學研究中心研究助理

## 一、引言

台灣地窄人稠,百分之九十以上的居民,居住於緊臨台灣海峽的狹長西 海岸地帶,數百年來島上的民生、工業和經濟發展均和台灣海峽關係密切, 為減輕台灣海峽對海岸地帶可能引致的災害,及管理與永續經營海洋資源, 亟待建立一套台灣海峽短期預報系統,提供預報資訊供一般大眾與政府相關 部門查詢與參考,而發展海洋預報系統亦是各海洋國家之趨勢,像臨近的日 本、韓國與新加坡均有成功發展細網格海洋預報模式之經驗(參閱 Yoshioka, 2000; Chan et al., 2000; Suk et al., 1999)。有鑑於此, 國科會於民國 86年8月 核定由國家海洋科學研究中心負責發展台灣海峽短期預報模式(Taiwan Strait Nowcast Model Study, 簡稱 TSNOW), 計畫分三階段建立台灣海峽潮汐、潮流、 溫、鹽度預報模式:第一階段主要工作包括設置岸邊水位長期觀測站、進行 水文及流量觀測,以及三維數值模式潮位、潮流後報(hindcast)結果之校驗等; 第二階段將在模式中加入海面風場的作用,使模式海洋產生風吹送流;第三 階段再加入流場溫、鹽度的變化,以產生斜壓流;發展模式之同時,亦將建 立預報結果之展示與查詢系統。這個計畫最終目標是希望預報成果應用於污 染擴散模擬、海難救援、環保政策之制定及海洋資源管理等。經過兩年多的 努力, TSNOW 已大致完成第一階段任務, 本文即要介紹第一階段工作內容 和成果。

海洋預報模式的發展,通常是從觀測與了解海洋現象開始,接著解釋海 洋各種現象背後的動力機制,再接著以數值模式模擬與驗證已知現象,並校 驗模式結果,最後才是根據各種觀測資訊預測海洋。在發展過程中,現場觀 測工作佔了很大比例,像了解海洋、設定模式邊界條件到模式結果之比對校 驗都需要觀測資料。第一階段最主要的成果之一,就是從許多觀測資料的分 析結果,讓我們對台灣海峽潮沒潮流特性及其動力機制有更深一層的認識, 從以往認為潮汐由南北兩端匯入,到潮波共振盪(參閱 Lin et al., 2000),到最 近向南行進波與近似駐波共存之推論,在本文中有進一步解釋。接著有關數 值模式的發展,從決定模擬範圍、建立模式地形、定義邊界條件到測試,與 一般程序相似,主要差別在開口邊界條件之設定,本研究採兩套方式互補, 一是從更大區域潮汐模式結果導出調和常數轉移函數推算,另一是以二維線 性模式根據模式區域內觀測資料反算(invert)模式邊界條件。配合對模擬區域 潮波行為的了解,兩者均可合理地定義模式開口邊界條件,這點對提高預報 準確度相當有幫助,關於這兩套方式如何與 TSNOW 模式結合,以下章節有

較詳細的說明。

在介紹觀測資料、數值模式前,首先需了解台灣海峽地形結構,因為淺 海地區潮波行為和海流特徵,受海底地形影響甚巨。圖 1 是集合全球水深資 料(ETOPO5)、國內三艘海洋研究船蒐集的水深資料和由海圖上數位化的水 深值所繪製的等深線圖,經過網格化處理的水深資料,可以透過網路進入海 科中心資料庫取得(http://duck2.oc.ntu.edu.tw/depth/ek500.html)。圖上水深變 化,清楚地呈現了台灣海峽裡海谷、深溝、隆起等等複雜的地形構造。在北 半部包括兩個南北向的凹陷,靠台灣這邊的叫"觀音凹陷",最深處水深超過 80 m,西邊的稱"烏坵凹陷",水深較淺,海峽中部的地形隆起稱為"雲彰隆起", 從彰化、雲林海岸向西北延伸約達中線附近,水深約 40 m,由於這道隆起的 阻擋,對台灣海峽的海流造成很大的影響。再往南,於海峽東南部是大家較 熟悉的"澎湖水道", 北邊沿雲彰隆起西緣而下,向南呈喇叭狀開口,水深變 化由北端 60 m,往南驟增至 500 m以上。台灣海峽西南部是一片淺灘地形, 一般稱"台灣灘",平均水深僅 20 m左右,台灣灘南側邊緣和南海海盆連接處, 水深突然變深,且可深達數千公尺。

接下來即依觀測資料分析結果概述台灣海峽潮汐、潮流特徵;然後是數 值模式簡介,包括模式控制方程式、邊界條件設定等;緊接數值模式後,是 模式後報潮汐、潮流與觀測資料之校驗;最後是一簡短結論。

#### 二、觀測資料分析

觀測工作包括岸邊與島嶼潮位觀測、定點海流觀測和使用研究船進行水 文與流速探測,本文將只報告潮位和部分定點海流之觀測和分析結果。為設 定模式邊界條件和驗證模式結果之需,海科中心自 86 年起陸續在金門 烏坵、 馬祖、東吉島、布袋、富基、後壁湖等地設置潮位站(測站位置見圖 1),採用 台大海研所自製溫壓儀(誤差在公分內)進行水位長期觀測,此外為驗證過去 對台灣海峽潮汐特性的認知,亦商請中央氣象局海象中心提供淡水、新竹、 台中和高雄之潮汐資料。潮位資料經過篩選後進行調和分析(Foreman, 1977), 表1列出各測站 5 個主要分潮 O<sub>1</sub>、K<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>、M<sub>2</sub>、S<sub>2</sub>的振幅和相位,時間採格 林威治時間(GMT),相位對應西元 1901 年 1 月 1 日 0 時。表 1 所列數據和以 往分析結果一致,基本特徵亦和前人研究成果大致相同,例如半日潮主要分 量為 M<sub>2</sub>,M<sub>2</sub>潮振幅在台灣南北兩端小,從馬祖到烏坵向東橫越海峽到新竹 與台中之間振幅最大,這也是早為人熟知的現象。值得注意的是從 M<sub>2</sub>潮相

位來看,靠大陸沿海馬祖、烏坵、金門分別為 64°、89°、112°,相同地方 N<sub>2</sub> 和 S<sub>2</sub>相位變化同樣由小而大,台灣西海岸從新竹到台中一帶半日潮相位變化 極小,綜合起來即類似行進波與駐波共存的現象;全日潮相位則為由北向南 遞增,顯示全日潮波在台灣海峽裡只是單純的由北往南前進的長波。

對於台灣海峽東半部半日潮近似駐波行為,已有 Lin et al. (2000)以潮波 共振(co-oscillating tide)理論分析與解釋,本文則解釋行進波與駐波共存的現 象。地形上,台灣海峽南部有台灣灘以及急劇深化的地形,當半日潮波抵達 此時,相當於長波碰到陡峭地形,為理論分析方便,我們把系統簡化成如圖 2 地形,入射波 <sub>i</sub>由水深 H<sub>1</sub>向水深 H<sub>2</sub>方向前進,在 x=0 處因地形不連續, 一部分反射 <sub>r</sub>,一部分透射 <sub>i</sub>,如不計摩擦力與柯氏力,控制方程式可以寫 成

$$\frac{\P u}{\P t} = -g \frac{\P z}{\P x} \tag{1}$$

$$\frac{\|\boldsymbol{z}\|}{\|\boldsymbol{t}\|} + H \frac{\|\boldsymbol{u}\|}{\|\boldsymbol{x}\|} = 0 \tag{2}$$

 $u \in x$  方向速度,  $t \in H$ 時間,  $g \in L$ 重力加速度, 是水位變化量。假設波動解 為 $(u, z) \sim (\hat{u}, \hat{z})e^{i(st-kx)}$ ,代入(1)、(2)式產生 $\hat{u} = \pm (g/H)^{1/2}\hat{z}$ 。在淺水和深水區水 位和速度解分別為

$$\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}}_i e^{ist} + \hat{\mathbf{Z}}_r e^{ist}, \quad u = u_i e^{ist} + u_r e^{ist} \quad \mathbf{\Pi}$$

$$\boldsymbol{Z} = \hat{\boldsymbol{Z}}_{t} e^{i\boldsymbol{S}t}, \quad \boldsymbol{u} = \hat{\boldsymbol{u}}_{t} e^{i\boldsymbol{S}t}$$

在接近 x=0 的地方, 波動解必須滿足兩個邊界條件, 即水位連續和流量連續, 結果

 $\boldsymbol{V}_{r} - \boldsymbol{V}_{r} = \boldsymbol{V}_{r} \qquad (3)$ 

以上兩式相加,再引入穿透和反射係數 $\mathbf{k}_i = \hat{\mathbf{z}}_i / \hat{\mathbf{z}}_i$ 和 $\mathbf{k}_r = \hat{\mathbf{z}}_{,r} / \hat{\mathbf{z}}_i$ 得到

$$\mathbf{k}_{t} = \frac{2\sqrt{H_{1}/H_{2}}}{1+\sqrt{H_{1}/H_{2}}}$$
  $\&$   $\mathbf{k}_{r} = \frac{\sqrt{H_{1}/H_{2}}}{\sqrt{H_{1}/H_{2}}+1}$ 

當 *H*<sub>1</sub>>> *H*<sub>2</sub> 發生穿透係數*k*, ® 0 和反射係數 *k*, ® -1(負值表示反射波 相差 180°)的現象,換言之長波在水深驟減的地形上幾乎不能透入深水區,而 在淺水區發生駐波現象,四分之一入射波長的地方為駐波反節點(antinode), 在 *x*=0 處因振幅趨近 0,所以有可能被誤以為節點(node)。這個現象很早以前 Hilaly(1969)即以實驗證明,後來 Dean and Dalrymple 亦由理論推導證明(詳見 Dean and Dalrymple,1991),將其應用於台灣海峽半日潮波特殊行為尚稱合 理。後續數值實驗和更大區域潮汐模式結果,均支持這項推論,同時也顯示 由東海陸棚沿大陸海岸以凱文波(Kelvin wave)形式向南傳遞的半日潮波,是 台灣海峽半日潮主要能量來源,通過台灣南端巴士海峽沿澎湖水道進台灣海 峽之潮波能量相對小許多;潮波能量通量在西半部往南並止於台灣灘南坡, 東半部台中海域趨近 0;至於全日潮波則是單純的凱文波由北向南傳遞。以 上細節已另文探討(Jan et al., 2001)。

除潮位觀測外,我們也與台大海研所和工研院能資所合作採用 RDI 生產 之都普勒流剖儀在台灣海峽中 6 個定點(見圖 1 中 WC1 WC4、EWC 和 PHC 點),進行長期海流觀測。表 2 是各測點海流 K<sub>1</sub> 和 M<sub>2</sub> 分量調和常數,台灣海 峽裡的潮流仍以半日潮 M<sub>2</sub> 分量最大,在澎湖水道北邊 PHC 點 M<sub>2</sub> 潮流振幅 達0.693 m/s,海峽中部從烏坵到台中之間 M<sub>2</sub>潮流振幅從 0.295 m/s 遞減至 0.053 m/s。K<sub>1</sub>潮流振幅在烏坵以東 EWC 點最大,潮流振幅為 0.113 m/s。由潮流與 水位變化推算的潮波能量通量顯示近烏坵測點能量向南傳遞,台中海域測點 能量通量相對的小許多,這個結果也吻合海峽西半是凱文波,東半近似駐波 的現象。

#### 三、數值模式與邊界條件

近年來,數值模式在國內海洋界蓬勃發展,模式之多堪稱人手一個,選 用何者模式做為本系統之核心是 TSNOW 計畫首先面臨的問題。現今有許多 運用於海洋科學及海洋工程研究之數值模式,不論是自行撰寫的或是公用模 式或是商業軟體,每個模式理論基礎大同小異,移植於不同區域亦都必須按 區域特性調整模式參數,因此祇要有原程式碼,採用哪個模式倒不是個很重要的問題,反而熟知模擬區域海洋現象及背後的物理過程,我們認為才是建 立預報系統的首要工作。

由於本系統最終包括溫、鹽度的計算,夏季時垂直層化強烈的海流在台 灣海峽地形坡度變化大的地方,將產生顯著的斜壓(baroclinic)調整,數值模 式垂直軸採 座標者(如 Princeton Ocean Model, POM),不適處理這類狀況, 因此決定採用垂直方向每層厚度固定(z-level)的模式。目前使用的模式主要依 據 Semtner (1986)所建立,模式的控制方程式經過靜水壓近似(hydrostatic)和 Boussinesq 近似後如下列方程式:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{r}P_x + \tilde{N}(A_M\tilde{N}u) + vu_{zz}$$
(5)

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{r}P_y + \tilde{N}(A_M\tilde{N}v) + vv_{zz}$$
(6)

$$P_z = -\mathbf{r}g$$

$$u_x + v_y + w_z = 0$$
 ......(8)

$$\frac{DT}{Dt} = \tilde{N}(A_{H}\tilde{N}T) + KT_{zz} \dots (9)$$

$$\frac{DS}{Dt} = \tilde{N}(A_H \tilde{N}S) + KS_{zz}$$
(10)

上列式中 (u,v,w) 代表(x,y,z) 三個方向的速度分量 , P 是壓力 , T 是溫 度 , S 是鹽度 , f 是柯氏參數 , r 是密度 , g 是重力加速度 ,  $(A_m, n)$  分 別是(1), (2)式中水平和垂直黏滯係數 ,  $(A_h, K)$  則是溫、鹽平衡方程式(5)和(6) 式之水平和垂直擴散係數 , 運算符號  $\frac{D}{Dt} = \frac{\P}{\Pt} + u \frac{\P}{\Px} + v \frac{\P}{\Py} + w \frac{\P}{\Pz}$  ,  $\tilde{N} = \frac{\P}{\Px} + \frac{\P}{\Py}$ 。 模式運算上是把速度場分成正壓(barotropic mode)和斜壓(baroclinic mode)兩 部分運算 , 這兩部分之間的連結方式和普林斯頓大學的海洋模式 (POM; Blumberg and Mellor, 1987) 相似 , 目前所用的程式碼改自 Chao and Paluszkiewicz (1991) 的模式 , 這個模式曾被用來研究南海環流(例 Shaw and Chao, 1994)。 模式區域如圖 1 兩條橫越台灣海峽南北端之虛線包圍,地形依海科中心 台灣周邊海域 1"(約 1.8 km)網格水深資料建立, x, y 軸網格系統向右旋轉 33° 使 y 軸平行海峽走向,解析度為 3 km x 3 km,水平 x 和 y 方向計有 127 格 和 132 格,產生橫寬 381 km,縱長 396 km的區域,模式變數包括速度(*u*, *v*, *w*)、 水位*h*和溫、鹽度(T, S)等在每個網格中採交錯式的排列方式,即"Arakawa B" 式網格。垂直深度分為 28 層,第一層厚 6.1361 m,每向下一層增加 11.1%, 每層厚度關係式為

$$dz(1) = 6.1361$$
  
 $dz(k) = dz(k-1)/0.9$  for  $k = 2,28$ 

邊界條件:

- 1. 水平方向所有固體邊界不可穿透及無法滑動。
- 2. 海底摩擦邊界條件:  $(t_b^x, t_b^y) = Cd(u^2 + v^2)^{1/2}(u, v)$ , 其中  $t_b$ 是海底 摩擦應力, *Cd* 是無因次摩擦係數, 一般用 0.002 0.005。溫、鹽度 在穿過海底的通量為 0 即  $\P(T,S)/\P = 0$ , 在第一階段尚未用到溫、 鹽度的計算。
- 3. 海面可施加風應力:  $(\boldsymbol{t}_{s}^{x}, \boldsymbol{t}_{s}^{y}) = \boldsymbol{r}_{0}\boldsymbol{n} \frac{\P(u, v)}{\P_{z}}$ ,  $\boldsymbol{t}_{s}$ 是海面風應力,海面鹽 度通量設為0,可以設定海面熱通量條件。
- 開口邊界上,可以設定水位變化推動模式流場,正壓場垂直平均速 度邊界條件採臨近及其本身共6個速度的平均;斜壓場速度邊界條 件類似。
- 5. 水平摩擦係數以速度水平梯度推算(Smagorinski, 1963):

$$A_{M} = C \mathsf{D} x \mathsf{D} y \overset{\acute{\mathbf{e}}}{\underset{\mathbf{e}}{\mathbf{e}}} (\frac{\P u}{\P x})^{2} + (\frac{\P v}{\P x} + \frac{\P u}{\P y})^{2} + (\frac{\P v}{\P x})^{2} \overset{\acute{\mathbf{u}}}{\underset{\mathbf{u}}{\mathbf{u}}}^{1/2}$$

C 為無因次係數,一般用 0.1 0.2。垂直摩擦係數據 Pacanowski and Philander(1981) 發表的方法,以分層穩定無因次參數理查森 (Richardson)數推算,在海水密度均一的情況下,垂直摩擦係數成為  $51 \text{ cm}^2/\text{s}_{\circ}$ 

- 6. 溫、鹽度平衡式中水平擴散係數一般用較水平摩擦係數小一個數量 級之數值,垂直擴散係數亦以理查森數決定。第一階段未用到。
- 7. 積分時間步級在正壓模計算用 5 sec, 斜壓模計算用 30 sec。

推動模式潮汐、潮流的主要動力是南、北開放邊界上的潮位變化。邊界 潮位的取得最直接的方法即觀測,剛開始海科中心也嘗試在南邊界上施放潮 位儀蒐集潮位資料,但在屢遭破壞蒐集不到資料的情形下,決定採用數值運 算的方法推算開口潮位邊界條件。

對許多小區域數值模式來講,並不是祇有台灣海峽有南北邊界觀測不易 的問題,即使模擬區域小到河口、半封閉海灣等,都還是會遭遇同樣的難題, '這種情形下, 標準的做法是截取更大區域模式結果當做邊界條件(參閱如 Davis and Furnes, 1980; Lynch and Naime, 1993), 為此我們也建立了一個大區域、二 維(水深平均)的潮汐模式,模式區域在東經 99° 130°和北緯 2° 41°之間, 水平解析度 1°/8, 邊界條件由全球潮汐模式截取而來(Kantha, 1995)。以模式 推算之 M<sub>2</sub>、K<sub>1</sub> 潮為例,圖 3 和圖 4 是這兩個分量的等振幅、等相位分佈, 模擬結果和其它模擬東海或南海潮汐的結果一致(如 Kang et al., 1998; Fang et al., 1999; Lefevre et al., 2000)。圖 3 告訴我們 M2 潮波由西北太平洋進入東海 後,以凱文波形式沿大陸東南海岸向南,但似乎止於台灣海峽南部,圖4顯 示 K<sub>1</sub> 潮波同樣自東海傳下,但至台灣海峽南部並未因地形驟變而受到阻擋, 經進一步分析(詳見 Jan et al., 2001a), K1 潮波在此處被從呂宋海峽進到南海 的 K<sub>1</sub> 潮波接走。從二維模式取得台灣海峽南北邊界模擬結果,由調和分析得 到邊界上主要分潮的調和常數,然後計算振幅和相位對兩開口邊界東端即富 基與後壁湖潮位站調和常數的轉移函數,再由觀測資料得到富基與後壁湖的 振幅和相位調和常數,即可以分別推算任一時間,北和南邊界的潮位變化, 代入三維、高解析度的 TSNOW 模式當做邊界條件。圖 6 是以後壁湖站 M<sub>2</sub> 調和常數推算連續 24 小時南邊界潮位變化,圖6顯示東、西兩端水位變化幾 乎反相位,節點發生在地形梯度最大的地方,如果以東、西兩端水位線性內 插中間水位代表南邊界,勢必產生很大的計算誤差。北邊開口邊界水位則幾 乎同相位變化,水位分佈近似線性關係。

另一種常用的方式是以反算(inverse)模式,由模式計算結果和觀測資料 比較,經過反覆運算降低誤差以得到邊界最佳值(參考 Das and Lardner, 1991; Lardner, 1993)。傳統上以複雜的三維模式反算邊界條件,約耗費 50 100 次 疊代運算,在作業模式上應用,似乎不太有效率。因此我們採用一種加速收 斂的方法(Coutier at al., 1994; Thompson et al., 2000),以二維線性 adjoint 模式 的結果當初始值,代進 TSNOW 模式邊界條件,計算模式結果和觀測值的誤 差,再代回二維線性 adjoint 模式推算邊界水位最佳修正量,然後再回到 TSNOW 模式計算。經由大約 4 次的疊代運算以後,模式結果距觀測值的誤差即不再顯著降低。關於前述利用反推模式求算 TSNOW 邊界條件的細節, 我們有另文探討(Jan et al. 2001b)。

TSNOW 模式的潮位邊界條件即擬以上述兩種方法交替設定,在短期預 報作業系統上,可以這兩種方式互補,其作業架構如圖 6 所示,好處是確保 作業系統經常可以取得較正確的邊界條件。

#### 四、模式模擬結果與驗證

南、北邊界潮位變化以 5 個主要分潮 O<sub>1</sub>、K<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>、M<sub>2</sub>、S<sub>2</sub> 合成,模擬 結果經調和分析後,其中單一分潮結果與以單一分潮為邊界條件的模擬結果 相差甚微,於此不擬討論其間差異。模擬結果的檢驗,包括前述兩種邊界條 件取決方式的比較,模擬潮位和 9 個潮位站觀測資料的比較,以及模擬潮流 和 6 個海流觀測點位的比較如后。

以下僅舉主要半日潮 M<sub>2</sub> 與全日潮 K<sub>1</sub> 分量計算結果為例說明。圖 7 與圖 8 分別顯示以二維大區域模式結果為邊界條件,代入 TSNOW 模式計算結果 之 M<sub>2</sub> 與 K<sub>1</sub> 分潮等相位、等振幅分佈,以及深度平均潮流橢圓大小。暫不論 模擬誤差,兩種邊界條件取決方法計算結果,等相位、等振幅線配置相似, 而圖 7 潮波等相位線顯示推算之 M<sub>2</sub> 潮沿大陸海岸往南行進,在海峽東半部 則近似駐波,和觀測結果相當吻合。等振幅分佈在馬祖和烏坵之間最大,大 約 2 m,其次在新竹至台中間沿海,從布袋以南之澎湖水道水域半日潮振幅 最小。圖 8 中 K<sub>1</sub> 分潮相位分佈顯示全日潮波由北向南通過台灣海峽,靠西側 海岸振幅略大於東側。與其它較大區域二維潮汐模式(例如 Lefevre et al., 2000) 比對,不論全日或半日潮模擬結果之等相位、等振幅線分佈幾乎一致,因此 圖 7 和圖 8 中等潮汐線分佈可視為台灣海峽之標準型態,任何覆蓋這個區域 的潮汐模式,若其模擬結果與圖 7、圖 8 差別很大的話,那可能是邊界條件 或模式邏輯出了問題。

分析圖 7 與圖 8之中垂直平均潮流橢圓的分佈特徵, M<sub>2</sub>潮流從彰化以南、 澎湖水道和台灣灘海域相當強勁,潮流振幅高達 2 m/s(約 1 節),潮流走向約 與海岸平行,橢圓長軸遠較短軸大,北部海域觀音凹陷上潮流亦不小,潮流

最小之區域約在台中外海,這點也可驗證海峽東半部半日潮近似駐波。K<sub>1</sub>潮 流在整個台灣海峽裡都不大,潮流振幅多半在0.1 0.2 m/s。模式模擬近台灣 西海岸的潮流橢圓,與以往港研中心、成大水工試驗所、工研院能資所等單 位實測潮流橢圓大部分一致。

測點實測資料校驗方面,以模擬潮位和馬祖、烏坵、金門、淡水、新竹、 台中、布袋、高雄與東吉島 9 個潮位站實測資料比較,以及模擬潮流和烏坵 東方,烏坵至台中之間 4 個測點和澎湖水道北端都普勒流剖儀觀測結果比較。 關於這些校驗,常見的做法是取模式時序資料相應同一位置觀測值繪圖比較, 這種以視覺判別的方式常可藉加粗曲線、縮小時間軸或潮位、流速軸長度等 繪圖技巧,造成所謂模式結果吻合觀測值的印象,我們不擬採用這種方式校 驗。另一為人常用的校驗法乃是計算模擬結果與觀測值間的平均方根誤差 (RMS error),即一個潮汐週期平均之模式-觀測值偏差量,定義為:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \mathop{\mathsf{a}}\limits_{0}^{T} (M - O)^{2}}$$

式中 M 是模式計算值, O 是觀測值, T 是潮汐週期。上式已把模擬潮位振幅 和相位誤差同時計入了。本文另定義無因次的模式衡量參數(model skill factor, MSF):

$$MSF = 1 - \frac{e^2}{h^2}$$

<sup>2</sup> 是誤差變異量(error variance), <sup>2</sup> 是觀測數據變異量,當 MSF=1 表示模擬結果與觀測值完全一致,反之當 MSF 0表示模擬結果完全不對,一般 MSF 愈接近1代表模式表現愈好。

表 3 為以較大區域二維潮汐模式導出開口邊界調和常數轉移函數,再代入 TSNOW 模式邊界條件之運算結果,於 9 個潮位測站之 5 個主要分潮調和常數、模擬潮位平均 RMS 誤差和模式衡量參數 MSF,其中 M<sub>2</sub>潮 RMS 為 11.5 cm 看似最大,但因 M<sub>2</sub>潮潮位變化也最大,所以相對而言模式表現算是比較好的(MSF=0.99) K<sub>1</sub>和 S<sub>2</sub> 的模擬結果相對地較差,兩者的 MSF為 0.75 和 0.84。整體看來,模擬潮位各分量的 RMS 誤差在 12.3 cm 以內,而經過仔細調整的

區域潮汐模式模擬結果, RMS 誤差約 16 cm(Lefevre et al., 2000), 因此第一階 段 TSNOW 模式表現堪稱可以接受。表 4 則是以二維線性模式反算開口邊界 條件,再代入 TSNOW 模式之運算結果,模擬潮位之 RMS 誤差除 O<sub>1</sub> 潮其餘 均大幅降低,模式 MSF 提高到至少 0.89(K<sub>1</sub>潮),模式表現更好。

模擬潮流的誤差,當然也是校驗模式的重點。圖 9 是 6 個海流測點觀測 與模式推算垂直平均潮流橢圓  $K_1$  與  $M_2$  分量的比較,雖然不是非常吻合,但 最起碼潮流強弱和橢圓走向還大約一致,前文提到利用視覺比較繪圖結果, 不免摻雜主觀因素,所以這裡還是要用數據來說明誤差情形。表 5 為 TSNOW 模式以二維線性模式反算結果為邊界條件之模擬結果,這裡以台灣海峽裡 6 個都普勒流剖儀測點垂直平均流速之  $K_1$  和  $M_2$  分量調和常數,和表 2 觀測數 據計算潮流 RMS 誤差,結果  $K_1$ 和  $M_2$  分量的模擬 6 個測點平均誤差為 0.059 m/s 和 0.093 m/s,對應的百分比誤差為 89%和 35%,顯然  $K_1$ 潮流的模擬在這 6 個測點改善空間還很大,但必須注意的是  $K_1$ 潮流振幅相較  $M_2$ 潮流小許多, 從整體流速來衡量,它的誤差算是比較次要。

#### 五、結論

國家海洋科學研究中心在國家科學委員會支持下,正分三階段發展高解 析度(水平網格解析度為 3 km)、三維的台灣海峽水位、海流、溫度和鹽度短 期預報(nowcast)系統,第一階段預期完成模式後報潮汐潮流之校驗,第二階 段將以衛星遙測風場加入模式,第三階段要再加入溫、鹽度變化的模擬。

在第一階段裡,經由潮位潮流資料的分析、簡化的數學分析解和數值實驗,驗證台灣海峽 M<sub>2</sub> 潮在西側是沿大陸海岸向南傳遞的凱文波,當凱文波 抵達海峽南端台灣灘和南海海盆連接處,因地形驟深發生反射致海峽東側形 成近似駐波現象,同時造成半日潮波振幅在海峽中段放大;K<sub>1</sub>潮為由北向南 的行進波,在海峽南端地形驟變處,巧妙地接上由呂宋海峽傳進南海的 K<sub>1</sub>潮 波,所以看似未因地形而中斷於台灣海峽南部。

在潮汐模式預報方面,採用兩套方式取決開 水位邊界條件,一是取大 範圍二維潮汐模式結果,推算兩開口邊界上主要分潮振幅和相位相對台灣本 島南北兩端潮位調和常數之轉移函數,再置入台灣海峽三維模式,模擬結果

以9個潮位站(其中3站靠大陸海岸、5站靠台灣西海岸、1站於澎湖南方東 吉島)觀測資料檢驗,半日潮主要分量 $M_2$ 潮位的平均方根誤差為0.115 m,全 日潮 $K_1$ 的平均方根誤差為0.094 m;第二種方式是以觀測資料等化法,以等 區域二維線性模式反推邊界條件,再將邊界條件代入三維模式計算潮汐,經 過四次疊代運算後, $M_2$ 和 $K_1$ 潮位平均方根誤差分別為0.063 m和0.061 m, 而由這二套方式計算之潮流與海峽中6個流速測站資料比較,主要之 $M_2$ 潮 流百分誤差在40%以下。

配合短期預報系統發展之進度追蹤,以及模式結果的展示,我們在海科 中心網頁底下建立了 TSNOW 的網頁,希望透明化所有的發展過程與模式結 果,將來也希望免費提供各界使用模式產品,例如潮汐、潮流查詢或為更小 區域更高解析度模式之邊界條件,當然我們也希望使用者回報模式結果與觀 測值的顯著差異,做為我們改善模式的依據。網址如下:

#### http://duck2.oc.ntu.edu.tw/tsnow/new/index.html

綜言之,就模式後報潮汐、潮流的誤差而言,這套短期預報模式應達可 作業的程度,然就應用模式結果於輔助搜索救援、污染推估等目的而言,仍 待風吹送流和長期平均流注入模式後,本系統才更具有實用價值。

#### 致謝

本計畫承國科會資助,美國馬里蘭大學趙慎餘教授和紐約卅立大學汪東 平教授指導,台灣大學海洋研究所王冑教授、陳慶生教授、唐存勇教授與交 通部港研中心徐進華博士協助潮波行為之分析與解釋,台灣大學海研所楊台 興先生、何文華技術員、工研院林勝豐研究員、本中心研究助理葉惟鏞先生、 連棨慧小姐(已離職)、胡智凱先生、孫佩君小姐協助現場工作和資料處理。

# 參考文獻

(1) Blumberg, A. F., and G. L. Mellor, 1987: A description of a threedimensional coastal ocean circulation model. in Three-Dimensional Coastal Ocean Models, Vol. 4, edited by N. Heaps, pp. 208, AGU, Washington,

D.C.

- (2) Chan, E.-S., K. YH Gin, and P. Tkalich 2000. Coupled modelling of Singapore seas and ambient waters. Abstracts, International workshop on operational ocean prediction around Korean waters. Pusan, Korea.
- (3) Chao, S.-Y. and T. Paluszkiewicz, 1991: The hydraulics of density currents over estuarine sills. Journal of Geophysical Research, 96, 7065-7076
- Courtier, P., J. N. Thepaut, and A. Hollingsworth, 1994, A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach, Q. J. R. Meteorol. Soc., 124, 1783-1807.
- (5) Das, S. K., and R. W. Lardner, 1991, Variational parameter estimation for a two-dimensional numerical tidal model, Int. J. Numer. Methods Fluids, 15, 313-327.
- (6) Fang, G., Y.-K. Kwok, K. Yu ,and Y. Zhu 1999, Numerical simulation of principal tidal constituents in the South China Sea, Gulf of Tonkin and Gulf of Thailand. Continental Shelf Research, 19, 845-869
- (7) Foreman, M. G. G., 1977. Manual for tidal heights analysis and prediction. Pacific Marine Science Report 77-10, Institute for Ocean Sciences, Sidney, Canada.
- (8) Jan, S., C.-S. Chern, J. Wang, S.-Y. Chao, and T.-Y. Tang. 2001a. A numerical study on the behavior of tidal waves in the Asian marginal seas. Submitted.
- (9) Jan, S., Y.-H. Wang, D.-P. Wang, and S.-Y. Chao. 2001b. Incremental influence of boundary forcing for a three-dimensional tidal model: Tides in the Taiwan Strait. Continental Shelf Research. Submitted.
- (10) Kang, S.-K., S.-R. Lee, and H.-J. Lie 1998, Fine grid tidal modeling of the Yellow and East China Seas. Continental Shelf Research, 18, 739-772
- (11) Kantha, L. H. 1995. Barotropic tides in the global oceans from a nonlinear tidal model assimilating altimetric tides. Part I: Model description and results. Journal of Geophysical Research, 100, 25283-25308
- (12) Lardner, R. W., 1993. Optimal control of open boundary condition for a numerical tidal model. Computer Methods in Appl. Mech. Engr., 102, 367-387.
- (13) Lefevre, F., C. Le Provost, and F. H. Lyard. 2000. How can we improve a global ocean tide model at a regional scale? A test on the Yellow Sea and

the East China Sea. Journal of Geophysical Research, 105, 8707-8725.

- (14) Lin, M-C., W.-J. Juang, and T.-K. Tsay, 2000, Application of the mildslope equation to tidal computations in the Taiwan Strait, Journal of Oceanography, 56, 625-642.
- (15) Lynch, D. R., and C. E. Naimie, 1993. The M<sub>2</sub> tide and its residual on the outer banks of the Gulf of Maine. Journal of Physical Oceanography, 23, 2222-2253.
- (16) Pacanowski, R. C., and S. G. H. Philander. 1981. Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans. Journal of Physical Oceanography, 11, 1443-1451.
- (17) Semtner, A.J., 1986: Finite difference formulation of a world ocean model.
   Proceedings of the NATO advanced study institue on advanced physical oceanographic numerical modelling, ed. by J. J. O'brain, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 608pp.
- (18) Smagorinsky, J. 1963. General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment. Monthly Weather Review 91:99-164.
- (19) Shaw, P.-T. and S.-Y. Chao, 1994: Surface circulation in the South China Sea. Deep Sea Research I, 41, 11/12, 1663-1683
- (20) Suk, M-S., K.-I. Chang, S.-Y. Nam, and S.-H. Joo 1999. Operational ocean prediction system development in Korea. Proceedings of the second workshop on ocean models for the APEC region (WOM-2). Beijing. 1C-1 12.
- (21) Thompson, K. R., M. Dowd, Y. Lu, and B. Smith, 2000. Oceanographic data assimilation and regression analysis. Environmetrics, 11, 183-196.
- (22) Yoshioka, N. 2000. Operational nowcast system of the western north Pacific Ocean in JMA. Abstracts, International workshop on operational ocean prediction around Korean waters. Pusan, Korea.

表 1 台灣海峽 11 個潮位站(位置見圖 1)之 O<sub>1</sub>、K<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>、M<sub>2</sub> 和 S<sub>2</sub> 分量調和常 數。A 代表振幅(單位 m), G 代表相位(°), 相位參考時間為 1901/1/1/0:00 ET,時區採用 GMT。\*代表中央氣象局潮位站。

			<b>O</b> <sub>1</sub>		<b>K</b> <sub>1</sub>		N <sub>2</sub>		M <sub>2</sub>		<b>S</b> <sub>2</sub>	
潮位站	緯度(N)	經度(E)	А	G	А	G	А	G	А	G	А	G
馬祖(MT)	26° 10'	119° 57'	.25	088	.31	120	.40	042	2.10	064	.66	096
烏坵(WC)	24° 59'	119° 27'	.25	112	.39	147	.35	056	2.05	089	.55	126
金門(KM)	24° 24'	118° 25'	.27	124	.33	157	.31	091	1.70	112	.49	152
富基(P1)	25° 18'	121° 36'	.18	092	.21	116	.10	045	.47	073	.12	092
淡水*(TS)	25° 11'	121° 24'	.18	097	.20	126	.20	061	.99	080	.30	112
新竹*(HC)	24° 51'	120° 55'	.20	106	.23	134	.30	064	1.61	085	.47	118
台中*(TC)	24° 20'	120° 33'	.20	115	.24	145	.33	067	1.73	090	.50	123
布袋(BD)	23° 23'	120° 09'	.19	126	.21	161	.12	055	.63	075	.16	107
東吉(DG)	23° 15'	119° 40'	.19	125	.20	159	.09	053	.50	079	.10	112
高雄*(KS)	22° 37'	120° 17'	.16	129	.18	167	.04	333	.18	351	.07	353
後壁湖(P3)	21° 57'	120° 45'	.20	105	.22	134	.05	309	.26	312	.11	323

表 2 台灣海峽裡 6 個都普勒流剖儀測點(位置見圖 1)垂直平均流速之 K<sub>1</sub>和 M<sub>2</sub>分量調和常數 Maj代表半長軸(單位 m/s), Min代表半短軸(單位 m/s), O 是長軸方向(°), G 是相位(°), 時區採用 GMT。

				<b>K</b> <sub>1</sub>		$M_2$					
測點	緯度(N)	經度(E)	Maj	Min	0	G	Maj	Min	0	G	
WC1	24° 59'	119° 29'	0.091	0.001	29	305	0.295	0.065	31	264	
WC2	24° 50'	119° 48'	0.047	0.017	38	238	0.221	0.105	37	252	
WC3	24° 39'	120° 08'	0.031	0.013	31	223	0.127	0.068	32	233	
WC4	24° 28'	120° 28'	0.015	0.0	49	213	0.053	0.001	48	224	
EWC	25° 00'	120° 08'	0.113	0.010	40	288	0.310	0.110	25	214	
PHC	23° 51'	119° 52'	0.075	0.033	69	338	0.693	0.060	67	348	

表 3 以較大區域二維潮汐模式結果應用於 TSNOW 模式邊界條件計算結果,9 個潮 位站(位置見圖 1)之 O<sub>1</sub>、K<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>、M<sub>2</sub>和 S<sub>2</sub>分量調和常數。A 代表振幅(單位 m), G 代表相位(°),相位參考時間為 1901/1/1/0:00 ET,時區採用 GMT。

湖位站	$O_1$		<b>K</b> <sub>1</sub>		$N_2$		M <sub>2</sub>		$\mathbf{S}_2$	
/刊 1立 9日	A C	£	А	G	А	G	А	G	Α	G
馬祖	.24 8	37	.35	137	.39	43	1.97	63	.06	351
烏坵	.27 10	)6	.33	150	.36	70	1.88	87	.22	149
金門	.28 11	16	.32	145	.27	92	1.39	106	.36	161
淡水	.18 9	98	.26	184	.19	61	.98	81	.02	281
新竹	.21 10	)8	.34	156	.30	66	1.61	84	.10	181
台中	.23 11	1	.34	151	.31	65	1.66	82	.17	164
布袋	.22 11	17	.28	148	.12	46	.62	60	.08	112
高雄	.21 11	18	.14	118	.02	338	.14	337	.09	2
東吉	.22 11	17	.28	151	.09	58	.45	71	.05	123
Mean RMS (m)	0.025		0.094		0.025		0.123		0.115	
MSF	0.97		0.75		0.9	98	0.99		0.84	

表 4 以反算法取得 TSNOW 模式邊界條件計算結果,9 個潮位站(位置見圖 1)之 O<sub>1</sub>、 K<sub>1</sub>、N<sub>2</sub>、M<sub>2</sub>和 S<sub>2</sub>分量調和常數、RMS 誤差和模式衡量參數(MSF)。A 代表振 幅(單位 m),G 代表相位(°),相位參考時間為 1901/1/1/0:00 ET,時區採用 GMT。

涸 <b>位</b>	$O_1$		<b>K</b> <sub>1</sub>		$N_2$		M <sub>2</sub>		$S_2$	
川立山	Α	G	Α	G	Α	G	Α	G	Α	G
馬祖	.25	89	.29	121	.39	042	2.11	63	.65	95
烏坵	.29	111	.31	140	.36	071	1.95	91	.57	127
金門	.38	124	.35	136	.29	088	1.60	113	.46	149
淡水	.12	105	.19	161	.17	071	.86	81	.23	119
新竹	.21	126	.29	152	.30	070	1.55	88	.45	123
台中	.26	125	.32	145	.32	067	1.68	88	.49	123
布袋	.24	109	.23	142	.12	057	.68	72	.15	107
高雄	.13	120	.23	169	.02	244	.18	333	.09	317
東吉	.23	117	.24	149	.09	077	.52	85	.10	130
Mean RMS (m)	0.046		0.061		0.030		0.063		0.028	
MSF	0.91		0.89		0.98		0.99		0.99	

表 5 TSNOW 模式以二維線性模式反算結果為邊界條件之模擬結果,在台灣 海峽裡 6 個都普勒流剖儀測點垂直平均流速之 K<sub>1</sub>和 M<sub>2</sub>分量調和常數。 Maj 代表半長軸(單位 m/s),Min代表半短軸(單位 m/s),O是長軸方向(°), G 是相位(°),時區採用 GMT。

			$K_1$		$M_2$				
測點	Maj	Min	0	G	Maj	Min	0	G	
WC1	.047	.015	5	208	.242	.186	0	239	
WC2	.061	.003	20	206	.241	.084	27	251	
WC3	.062	.004	30	196	.169	.032	29	235	
WC4	.070	.007	56	191	.119	.006	60	211	
EWC	.075	.012	19	204	.306	.070	26	212	
РНС	.145	.024	102	40	.579	.044	81	358	
RMS error (m/s)		0.0	059			0.0	93		



圖 1 台灣海峽等深線及海底地形。圖中圓黑點代表潮位站位置,灰色方塊點 代表都普勒流剖儀施放地點。



#### 圖 2 長波經過陡降地形示意圖。



圖 3 大區域二維潮汐模式計算結果,半日潮 M<sub>2</sub>分量等振幅(虛線)、等相位 線(實線)分佈。



圖 4 大區域二維潮汐模式計算結果,全日潮 K<sub>1</sub>分量等振幅(虛線)、等相位線 (實線)分佈。



圖 5 由較大區域二維潮汐模式推導出調和常數轉移函數,計算 TSNOW 南邊 開口沿邊界水位之每小時變化。



圖 6 以兩套方式互補求取 TSNOW 邊界條件示意圖。



圖 7 TSNOW 模式計算結果,半日潮 M<sub>2</sub>分量等振幅、等相位線分佈,以及 垂直平均潮流橢圓



圖 8 TSNOW 模式計算結果,全日潮 K<sub>1</sub>分量等振幅、等相位線分佈,以及垂 直平均潮流橢圓。



圖 9 在 6 個海流測點位置, TSNOW 模式計算  $K_1$  和  $M_2$  垂直平均潮流橢圓和 實測潮流橢圓之比較。