

93-75-7108  
MOTC-IOT-92-H2BA02

# 海岸保護及親水性結構物 最適化配置研究(3/4)



交通部運輸研究所  
中華民國九十三年五月

93-75-7108  
MOTC-IOT-92-H2BA02

# 海岸保護及親水性結構物 最適化配置研究(3/4)

著 者：蔡立宏、何良勝

交通部運輸研究所

中華民國九十三年五月

海岸保護及親水性結構物最適化配置研究  
(3/4)

交通部運輸研究所

GPN:1009301499  
定價 元

海岸保護及親水性結構物最適化配置研究(3/4)

著 者：蔡立宏、何良勝

出版機關：交通部運輸研究所

地 址：台北市敦化北路 240 號

網 址：[www.iot.gov.tw/chinese/lib/lib.htm](http://www.iot.gov.tw/chinese/lib/lib.htm)

電 話：(02)23496789

出版年月：中華民國九十三年五月

印 刷 者：

版(刷)次冊數：初版一刷 120 冊

本書同時登載於交通部運輸研究所網站

定 價： 元

展 售 處：

交通部運輸研究所運輸資訊組•電話：(02)23496880

三民書局重南店：台北市重慶南路一段 61 號 4 樓•電話：(02)23617511

三民書局復北店：台北市復興北路 386 號 4 樓•電話：(02)25006600

國家書坊台視總店：台北市八德路三段 10 號 B1•電話：(02)25787542

五南文化廣場：台中市中山路 6 號•電話：(04)22260330

新進圖書廣場：彰化市中正路二段 5 號•電話：(04)7252792

青年書局：高雄市青年一路 141 號 3 樓•電話：(07)3324910

## 交通部運輸研究所出版品摘要表

<b>出版品名稱：海岸保護及親水性結構物最適化配置研究(3/4)</b>			
<b>國際標準書號（或叢刊號）</b>	<b>政府出版品統一編號</b>	<b>運輸研究所出版品編號</b>	<b>計畫編號</b>
	1009301499	93-75-7108	92-H2BA02
<b>本所主辦單位：</b> 港灣技術研究中心 <b>主管：</b> 邱永芳 <b>計畫主持人：</b> 蔡立宏 <b>研究人員：</b> 何良勝、郭一羽、許泰文、張憲國、劉勁成、楊炳達 <b>楊炳達</b> <b>聯絡電話：</b> 04-26587177 <b>傳真號碼：</b> 04-26560661			<b>研究期間</b> 自 92 年 1 月 至 92 年 12 月
<b>關鍵詞：</b> 海岸保護；布拉格反射；親水性；最適化配置			
<b>摘要：</b>  <p>本研究根據親水性結構物必須兼具防災及休閒的功能，分別就具親水性質的系列潛堤及護岸之水力機制作探討。</p> <p>系列潛堤方面，將延續前二年的研究成果，繼續以理論、數值模式計算及水工試驗的結果，探討系列潛堤佈置的海岸保護效果。本研究前二年已收集國內外系列潛堤的理論、數值模式計算及水工試驗的結果，並分析歸納，分類製表加以比較，並針對系列潛堤在斜坡底床及平底床上佈置各式佈置，在各種波浪條件下的布拉格反射現象。本年度將利用 Miles (1981) 理論探討布拉格反射個影響參數間的關係，並進一步推導兩組不同間距組合而成的複合式系列潛堤反射率。此外，以 EEMSE(Hsu 等人 2003)模式，計算及探討波浪通過斜坡底床上佈置等間距系列潛堤之布拉格反射現象。</p> <p>親水性護岸方面，首先收集國內外親水性防波堤及堤岸的案例，加以歸納分析，綜合堤岸在安全上的考量及堤面的景觀美化與遊憩功能，探討研究親水性結構物的設計原則。此外，以 Wei 等人 (1995) 所提出之二階全非線性 Boussinesq 方程式為基礎，發展親水性結構物之波場模式，透過水理的計算來決定最適合的配置及斷面形式，作為規劃設計以及施政單位之參酌。</p>			
<b>出版日期</b>	<b>頁數</b>	<b>定價</b>	<b>本出版品取得方式</b>
93 年 5 月	206		凡屬機密性出版品均不對外公開。普通性出版品，公營、公益機關團體及學校可函洽本所免費贈閱；私人及私營機關團體可按定價購買。
<b>機密等級：</b> 限閱    機密    極機密    絕對機密 （解密【限】條件： 年    月    日解密，    公布後解密，    附件抽存後解密， 工作完成或會議終了時解密，    另行檢討後辦理解密） 普通			
<b>備註：</b> 本研究之結論與建議不代表交通部之意見。			

**PUBLICATION ABSTRACTS OF RESEARCH PROJECTS  
INSTITUTE OF TRANSPORTATION  
MINISTRY OF TRANSPORTATION AND COMMUNICATIONS**

TITLE: Studies on the Coastal Protection and the Optimum Layout of Seawall for Recreational Virtual Function (3/4)			
ISBN(OR ISSN)	GOVERNMENT PUBLICATIONS NUMBER 1009301499	IOT SERIAL NUMBER 93-75-7108	PROJECT NUMBER 92-H2BA02
DIVISION: HARBOR & MARINE TECHNOLOGY CENTER DIVISION DIRECTOR: Chiu Yung-Fang PRINCIPAL INVESTIGATOR: Tsai Li-Hung PROJECT STAFF: Ho Liang-Sheng Kuo, Yi-Yu, Hsu Tai-Wen, Chang Hsien-Kuo, Liou Jin-Cheng, Yan Bin-Dar PHONE: (04) 26587177 FAX: (04) 26560661			PROJECT PERIOD  FROM 01/2003 TO 12/2003
KEY WORDS: Coastal Protection, Bragg reflection, Promenade Revetment, Optimal Design			
ABSTRACT:  <p>Promenade revetments can provide various functions of safety, marine recreations, such as sitting, walking, and landscape beautification to well match the increasing demand. To build harmonic promenade revetments instead of traditional seawalls or revetments is a new trend of marine engineering. This study is an extension of a previous two-year project for the coastal protection and the optimum layout of seawall for recreational virtual function. Theories and numerical models are performed to study the propagation of monochromatic wave over a series of submerged breakwater and revetment in which the characteristics of Bragg reflection were investigated under the conditions of breakwater number (<math>N</math>), breakwater height (<math>D</math>), spacing interval (<math>S</math>), bottom slope (<math>\tan \beta</math>), and incident angel (<math>\theta</math>). In promenade revetment study, the present study collects the existed foreign examples of promenade breakwaters as well as revetments, and investigates the hydrodynamics of wave attacks on revetments, like wave reflection and run-up, by numerical calculations. As a result, the characteristics, recreation functions and construction cost of each type were listed to serve as a reference for future use. Empirical formulations of wave reflection and run-up are regressively obtained form the computed results in form of a surf parameter for sloping revetments. These simple formulations are easy to calculate and suitable for engineer's uses.</p>			
DATE OF PUBLICATION May 2004	NUMBER OF PAGES 206	PRICE	CLASSIFICATION SECRET CONFIDENTIAL UNCLASSIFIED
The views expressed in this publication are not necessarily those of the Ministry of Transportation and Communications.			

# 目 錄

中文摘要 .....	□
英文摘要 .....	□
目 錄 .....	III
表目錄 .....	V
圖目錄 .....	VI
照片目錄 .....	X
第一章 緒論 .....	1
1.1 前言 .....	1
1.2 研究動機及目的 .....	2
1.2.1 系列潛堤 .....	4
1.2.2 親水性堤岸 .....	4
1.3 研究方法與步驟 .....	6
1.4 本文組織 .....	7
第二章 案例說明 .....	9
2.1 親水性防波堤 .....	9
2.1.1 親水性防波堤的分類 .....	9
2.1.2 開發案例 .....	12
2.2 親水性堤岸 .....	19
2.2.1 親水性堤岸的分類 .....	20
2.2.2 開發案例 .....	21
第三章 理論解析 .....	69
3.1 控制方程式 .....	69
3.2 沙漣、沙洲及系列潛堤之反射率 .....	72
3.3 複合式系列潛堤之反射率 .....	76
第四章 數值模式 .....	83

4.1 系列潛堤水理模式 .....	84
4.1.1 控制方程式 .....	84
4.1.2 邊界條件 .....	91
4.1.3 數值方法 .....	95
4.2 堤岸水理模式 .....	102
4.2.1 Boussinesq 方程式簡介 .....	102
4.2.2 二階全非線性 Boussinesq 方程式 .....	106
4.2.3 波浪溯升與碎波 .....	110
4.2.4 數值方法 .....	116
4.2.5 模式驗證 .....	121
第五章 水理特性分析 .....	129
5.1 水平底床佈置等間距系列潛堤 .....	129
5.2 等間距系列潛堤佈置斜坡底床 .....	137
5.2.1 不同底床坡度佈置 .....	138
5.2.2 潛堤個數的影響 .....	142
5.2.3 潛堤佈置在不同水深的影響 .....	145
5.2.4 潛堤間距的影響 .....	146
5.2.5 潛堤高度的影響 .....	151
5.2.6 波浪碎波的影響 .....	154
5.3 斜坡堤岸 .....	157
5.3.1 分析方法 .....	157
5.3.2 計算條件及結果 .....	159
5.3.3 結果分析 .....	159
第六章 結論與建議 .....	171
6.1 結論 .....	171
6.2 建議 .....	172
參考文獻 .....	175
附錄 A 各型式系列潛堤反射率推導 .....	183



## 表目錄

表 2.1	親水性防波堤利用位置分類表.....	12
表 2.2	坡度與階梯高、踏面寬的參考值.....	32
表 2.3	親水性堤岸斷面比較表.....	68
表 4.1	各種型態 Boussinesq 方程式之重要特性 .....	106
表 5.1	系列潛堤佈置和波浪的條件.....	138
表 5.2	計算條件及模式計算結果.....	161
表 5.2	計算條件及模式計算結果 (續 1).....	162
表 5.2	計算條件及模式計算結果 (續 2).....	163
表 5.2	計算條件及模式計算結果 (續 3).....	164
表 5.2	計算條件及模式計算結果 (續 4).....	165

## 圖目錄

圖 1.1(a) 無潛堤佈置之波浪入射堤岸示意圖 .....	3
圖 1.1(b) 有潛堤佈置之波浪入射堤岸示意圖 .....	3
圖 2.1 親水性防波堤依親水設施位置之分類 .....	10
圖 2.2 日本和歌山縣芳養漁港親水性防波堤斷面圖 .....	13
圖 2.3 親水性堤岸斷面型式的分類 .....	21
圖 2.4 海堤各面坡可從事之遊憩活動參考指標 .....	22
圖 2.5 階梯示意圖 .....	31
圖 3.1 擾變底床及相對座標示意圖 .....	69
圖 3.2 不同形狀等間距系列潛堤示意圖 .....	74
圖 3.3 複合式系列潛堤示意圖 .....	76
圖 3.4 複合式系列潛堤示意圖 .....	78
圖 4.1 底床上考慮擾變地形參數示意圖 .....	85
圖 4.2 輻射邊界與座標示意圖 .....	92
圖 4.3 邊界條件設置及格點佈置示意圖 .....	93
圖 4.4 計算殘差與疊代次數關係圖 .....	101
圖 4.5 波浪通過系列潛堤佈置計算結果之波高分佈圖 .....	102
圖 4.6 Stokes 波理論之線性分散關係式各階 Padé 展開比較圖 .....	105
圖 4.7 狹窄溝槽示意圖 .....	111
圖 4.8 一維正向消波邊界條件示意圖 .....	118
圖 4.9 計算領域配置示意圖 .....	118
圖 4.10 水位 $h$ 和水平流速 $u$ 交錯網格示意圖 .....	119
圖 4.11 波浪通過梯形潛堤之調和波高分析圖 .....	123
圖 4.12 波浪傳遞於不同坡度之斜坡底床的波高分析 .....	124

圖 4.13	質量守衡之檢核 .....	125
圖 4.14	波浪傳遞於斜坡底床之波浪溯升 .....	126
圖 4.15	孤立波傳遞於斜坡底床之溯升 .....	127
圖 5.1	不同特性波浪通過不同潛堤個數 $N$ 的反射率 $R$ 變化圖 .....	130
圖 5.2	不同特性波浪通過不同相對堤高 $D/h$ 的反射率 $R$ 變化圖 .....	130
圖 5.3	不同特性波浪通過不同相對堤距 $B/S$ 的反射率 $R$ 變化圖 .....	131
圖 5.4	不同波浪入射角度通過系列潛堤的反射率 $R$ 變化圖 .....	131
圖 5.5	不同波浪條件 $kh$ 通過三種潛堤個數的反射率 $R$ 變化圖 .....	132
圖 5.6	不同 $N$ 及 $2S/L$ 之反射率 $R$ 變化圖 .....	134
圖 5.7	不同 $N$ 及 $D/h$ 之布拉格反射率尖峰值 $R_{max}$ 變化圖 .....	134
圖 5.8	不同 $D/h$ 及 $2S/L$ 之反射率 $R$ 變化圖 .....	135
圖 5.9	不同 $D/h$ 及 $B/S$ 之布拉格反射率尖峰值 $R_{max}$ 變化圖 .....	135
圖 5.10	不同 $B/S$ 及 $2S/L$ 之反射率 $R$ 變化圖 .....	136
圖 5.11	不同 $B/S$ 及 $D/h$ 之布拉格反射率尖峰值 $R_{max}$ 變化圖 .....	136
圖 5.12	斜坡上系列潛堤佈置示意圖 .....	137
圖 5.13	系列潛堤在不同底床坡度反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 ( $N=4$ , $B/S=0.24$ , $D/h=0.5$ ) .....	139
圖 5.14	不同底床坡度反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 .....	140
圖 5.15	系列潛堤在不同底床坡度反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 ( $N=4$ , $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ ) .....	141
圖 5.16	系列潛堤在不同底床坡度反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 ( $N=8$ , $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ ) .....	141
圖 5.17	不同底床坡度反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 .....	142
圖 5.18	系列潛堤在不同潛堤個數反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 ( $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=0.0$ ) .....	143

圖 5.19	系列潛堤在不同潛堤個數反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/30$ )	143
圖 5.20	系列潛堤在不同潛堤個數反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/20$ )	144
圖 5.21	系列潛堤在不同潛堤個數反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/10$ )	144
圖 5.22	系列潛堤在不同斜坡底床位置佈置圖	145
圖 5.23	系列潛堤在不同斜坡底床位置反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $B/S=0.48$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/10$ )	146
圖 5.24	不同潛堤間距佈置反射率 $R$ 與 $2S'/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=0$ )	148
圖 5.25	不同潛堤間距佈置反射率 $R$ 與 $2S'/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/30$ )	149
圖 5.26	不同潛堤間距佈置反射率 $R$ 與 $2S'/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/20$ )	149
圖 5.27	不同潛堤間距佈置反射率 $R$ 與 $2S'/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/10$ )	150
圖 5.28	不同潛堤間距及個數佈置示意圖	150
圖 5.29	不同潛堤間距及個數佈置的反射率 $R$ 與 $2S'/L$ 關係圖	
	( $D/h=0.5$ , $\tan \beta=1/20$ )	151
圖 5.30	不同潛堤相對堤高反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $B/S=0.24$ , $\tan \beta=0$ )	152
圖 5.31	不同潛堤相對堤高反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $B/S=0.24$ , $\tan \beta=1/30$ )	153
圖 5.32	不同潛堤相對堤高反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	
	( $N=4$ , $B/S=0.24$ , $\tan \beta=1/20$ )	153
圖 5.33	不同潛堤相對堤高反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖	

	$(N=4, B/S=0.24, \tan \beta=1/10)$ .....	154
圖 5.34	有、無碎波發生反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 $(N=4, D/h=1/2, B/S=0.24, \tan \beta=1/10)$ .....	155
圖 5.35	有、無碎波發生反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 $(N=4, D/h=1/2, B/S=0.48, \tan \beta=1/10)$ .....	156
圖 5.36	有、無碎波發生反射率 $R$ 與 $2S/L$ 關係圖 $(N=8, D/h=1/2, B/S=0.48, \tan \beta=1/10)$ .....	156
圖 5.37	波浪通過斜坡之自由表面水位空間變化圖.....	158
圖 5.38	波浪溯升高度 $R_u/H_o$ 與碎波相似參數 $\xi$ 之關係圖 .....	166
圖 5.39	波浪溯升高度 $R_u/H_o$ 之數值結果與回歸函數比較圖 .....	167
圖 5.40	波浪反射率 $K_r$ 與碎波相似參數 $\xi$ 之關係圖 .....	168
圖 5.41	波浪反射率 $K_r$ 之數值結果與回歸函數比較圖 .....	169
圖 6.1	各方案評選流程圖 .....	173
圖 6.2	各方案評選之層級結構圖 .....	173
圖 A.1	複合式系列潛堤示意圖 .....	183
圖 A.2	複合式系列潛堤示意圖 .....	186

## 照片目錄

照片 2.1	淡水第二漁港親水性防波堤.....	13
照片 2.2	金門羅厝漁港親水性防波堤碼頭設施及沙灘.....	13
照片 2.3	將軍漁港親水性防波堤.....	15
照片 2.4	日本大阪府二色港親水性防波堤.....	15
照片 2.5	日本和歌山縣海洋城親水性防波堤.....	16
照片 2.6	日本愛知縣名古屋港親水性防波堤.....	17
照片 2.7	日本香山縣高松港親水性防波堤.....	17
照片 2.8	日本北海道網走港親水性防波堤.....	18
照片 2.9	日本新潟縣直江津港親水離岸堤.....	18
照片 2.10	日本兵庫縣淡路島浦港親水離岸堤.....	19
照片 2.11	日本福井縣和田港親水離岸堤.....	19
照片 2.12	大分縣別府港.....	24
照片 2.13	大阪府尾崎漁港(1).....	24
照片 2.14	大阪府尾崎漁港(2).....	25
照片 2.15	大阪府淡輪箱作海岸.....	25
照片 2.16	沖繩縣金武灣港.....	26
照片 2.17	神奈川縣金澤海公園.....	26
照片 2.18	澎湖.....	27
照片 2.19	北海道膽振海岸.....	28
照片 2.20	東京都葛西臨海公園.....	28
照片 2.21	若狹灣沿岸.....	29
照片 2.22	福岡縣博多港百道地區.....	29
照片 2.23	福岡縣博多港海岸百道姪濱地區.....	30

照片 2.24	豪斯登堡 .....	30
照片 2.25	花蓮南濱親水性堤岸受颱風波浪破壞情形.....	33
照片 2.26	三重縣三木里港.....	34
照片 2.27	大阪府二色港.....	34
照片 2.28	外海府海岸 .....	35
照片 2.29	兵庫縣東播磨港.....	35
照片 2.30	和歌山 一 .....	36
照片 2.31	神奈川縣江 島海岸(1).....	36
照片 2.32	神奈川縣江 島海岸(2).....	36
照片 2.33	神奈川縣金澤海公園.....	37
照片 2.34	新潟縣信濃川 .....	37
照片 2.35	靜岡縣松崎港.....	38
照片 2.36	北海道膽振海岸 .....	40
照片 2.37	熊本縣茂木根港海岸茂木根地區.....	40
照片 2.38	大阪府尾崎地區(a) .....	41
照片 2.39	大阪府尾崎地區(b).....	41
照片 2.40	小境海岸 .....	42
照片 2.41	北海道膽振海岸 .....	42
照片 2.42	伏木漁港.....	43
照片 2.43	佐和田海水浴場.....	43
照片 2.44	沖繩縣 海灘.....	44
照片 2.45	京都府久美濱港.....	44
照片 2.46	岩手縣大野漁港.....	45
照片 2.47	岩手縣吉里吉里漁港.....	45
照片 2.48	神奈川縣橫須賀海濱 一 .....	46

照片 2.49	能登海水浴場 .....	46
照片 2.50	茨城縣河原子海岸 .....	47
照片 2.51	愛知縣三河港 .....	47
照片 2.52	新潟縣信濃川河口 .....	48
照片 2.53	新潟縣姬川港 .....	48
照片 2.54	福井縣和田港 .....	49
照片 2.55	大阪府淡輪箱作海岸 .....	49
照片 2.56	山口縣德山下松港 .....	50
照片 2.57	兵庫縣神戸港 .....	50
照片 2.58	兵庫縣神戸港海岸須磨地區 .....	51
照片 2.59	沖繩縣平良港 .....	51
照片 2.60	京都府宮津市天橋立(a) .....	52
照片 2.61	京都府宮津市天橋立(b) .....	52
照片 2.62	岩手縣大野海岸 .....	53
照片 2.63	香川縣內海港 .....	53
照片 2.64	宮城縣鹽釜港 .....	54
照片 2.65	神奈川縣湘南港 .....	54
照片 2.66	富山縣伏木富山港海岸新湊地區施工中 .....	55
照片 2.67	東京都東京港南大森防潮堤 .....	56
照片 2.68	東京都板橋 .....	57
照片 2.69	東京都隅田川 .....	57
照片 2.70	香川縣內海港 .....	58
照片 2.71	熊本縣棚底港 .....	58
照片 2.72	冰見漁港 .....	60
照片 2.73	兵庫縣尼崎西宮戶屋港海岸甲子園地區 .....	60



照片 2.74	香川縣津田港海岸琴林地區 .....	61
照片 2.75	宮崎縣美美津港海岸美美津地區 .....	61
照片 2.76	富山縣伏木富山港海岸新湊地區實施前 .....	62
照片 2.77	熊本縣富岡港海岸富岡地區 .....	62
照片 2.78	福井縣福井港 .....	63
照片 2.79	北海道小樽港 .....	63
照片 2.80	石川縣小木港 .....	64
照片 2.81	長崎縣福江港 .....	64
照片 2.82	宮城縣松島港 .....	65
照片 2.83	神奈川縣橫濱港山下公園 .....	65
照片 2.84	高知縣長濱海岸 .....	66
照片 2.85	廣島縣尾道糸崎港 .....	66
照片 2.86	廣島縣嚴島港 .....	67

# 第一章 緒論

## 1.1 前言

台灣海岸在地形學的變遷上，由古代幼年期隆起沖積海岸，演變至目前老年期之全面侵蝕形海岸。海岸地區的災害主要由颱風及暴潮等所引起，又逢 70 年代，台灣經濟起飛，工、商、農及漁業蓬勃發展，政府提出全省海岸築堤計畫，以保護海岸地區不受侵蝕，並進行商港、工業港、漁港及遊艇港的新建及擴建。早期築堤及建港的設計施工，在考量成本、環境現況以及當時海岸工程技術的因素下，堤岸的建築多以保護堤後安全為目的。堤岸材料以漿砌塊石為主，爾後改建的堤岸改為混凝土材料，因此目前大部分的堤岸多為陡坡式混凝土堤。早期以防止天然災害侵襲的觀念及作法，雖然可以達到保護目標地區的目的，但由於堤岸或防波堤直接抵抗波浪，致使波浪能量容易被轉移至堤腳或鄰近地區，導致沙灘逐漸消失，防波結構物受損甚至崩塌。以往硬式工法的海岸保護設施，長期以來，終因整體規劃不當，而造成台灣許多海岸地區，發生不可收拾的後遺症並付出慘痛的代價。

近年來，由於國民所得大增以及受世界潮流衝擊，國人環保意識高漲，而且對遊憩休閒設施需求逐漸殷切，海洋環境已成為民眾生活之一部份，致使海岸空間利用規劃必須滿足更高之期望。因此海岸結構物之設置，從過去防止海浪侵蝕破壞，保護海岸地區生命財產安全的單純目的，轉變成包含景觀美化與遊憩行為並重等多功能的目標。當前，工程與景觀的調和及親水性設計已成為設計海岸保護設施時必要考慮的因素。因此結合海岸工程技術與景觀工程技術去創造親水性堤岸，以建立兼顧遊憩行為、景觀與安全性綜合考量的親水性堤岸設計為台灣海岸工程很重要的課題。

往昔一般海岸結構物的設計，大多以保護陸地或經濟開發為主，如海堤的建設雖然防止浪潮的入侵，但同時也扼阻了人們與海洋的接觸機

會，忽略了自然生態、景觀和人類親近水邊的權利。近年來海岸區自然化的觀念在歐美及日本等先進國家已廣泛被採納，在保護海岸的同時並利用海洋及海岸天然資源做為休閒遊憩的地方，例如法國的海岸開發政策是以生態景觀和休閒利用為第一優先，產業活動反而居次。日本在2000年4月頒定新的海岸保護法，其中要求海岸保護及海岸環境改善及海岸空間利用必須走向軟式的海岸保護措施，並提供人們最舒適親水的空間。故近年來日本在海岸港灣開發時，非常注重結構物與海域生態環境的諧和性，對海岸的防災大部份都以“面”的保護工法取代了“線”的保護工法，亦即利用離岸堤、突堤、潛堤等保障岸前沙灘，再配合親水性護岸等工法，使兼具防災與親水的功能，並創造優良的整體生存環境。

親水性結構物係指能提供民眾釣魚、散步、親近海洋、海中生物及從事海上娛樂等考量所建造之防波及休憩構造物。親水性結構物的基本設施包括：防波堤、護岸、突堤、防沙堤、防潮堤及導流堤等；在附屬設施上包括沙灘、釣場、步道、綠地及休憩設施等。基本設施與附屬設施相互協調佈置，許多的附屬設施均在基本設施上加以利用。複合式的親水性結構物設施，提供大風浪時防止海岸災害，而平時提供人們親水遊憩之空間。故親水性結構物除了保護堤岸安全之功能，亦加入提供遊憩及景觀美化等設施，使堤岸更具多樣功能，而且與附近環境更為協調。因此親水性結構物的佈置已成為國內外海岸規劃之未來趨勢。

## 1.2 研究動機及目的

親水性結構物的佈置必須兼具防災及休閒的功能，由於親水性護岸並無法完全防禦波浪的侵襲，故在親水性護岸設施常必須配合另一道的防波結構物。防波結構物必須考量兼顧人們親水及良好的視野景觀的條件，在柔性工法中的系列潛堤，符合上述親水及防禦波浪的條件。圖 1.1 為傳統堤岸在堤前是否有多設置一道防波設施(潛堤)的比較圖。圖 1.1(a) 顯示堤岸前無潛堤設置，波浪將直接衝擊堤岸，全部能量由堤岸結構物

承受，如此堤岸不但容易遭受破壞，大波浪亦容易越過堤岸危害岸上人民之生命及財產。圖 1.1(b) 顯示堤岸前若多設置防波潛堤，當波浪入設時，已有部分波浪被外海，如此入射至堤岸的波浪及能量均相對減小，對消波結構物破壞減少，而岸上人民及建築物所受的衝擊亦能降低。

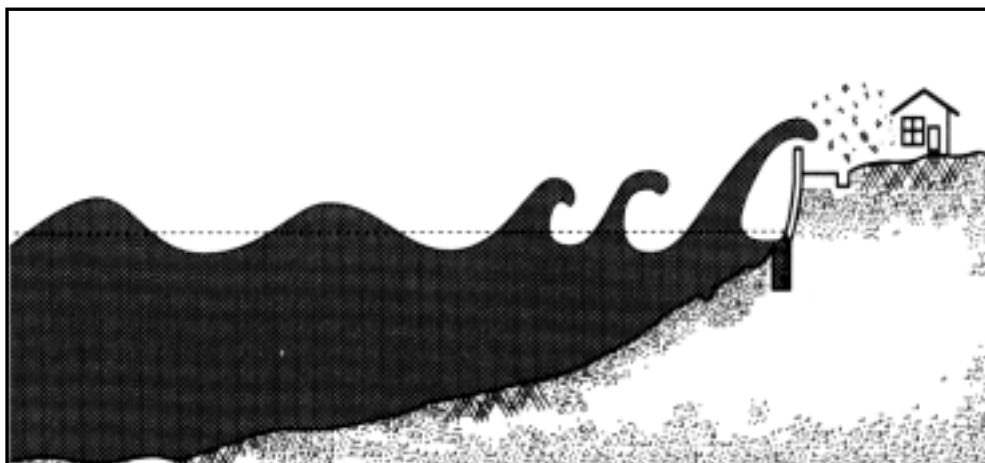


圖 1.1(a) 無潛堤佈置之波浪入射堤岸示意圖

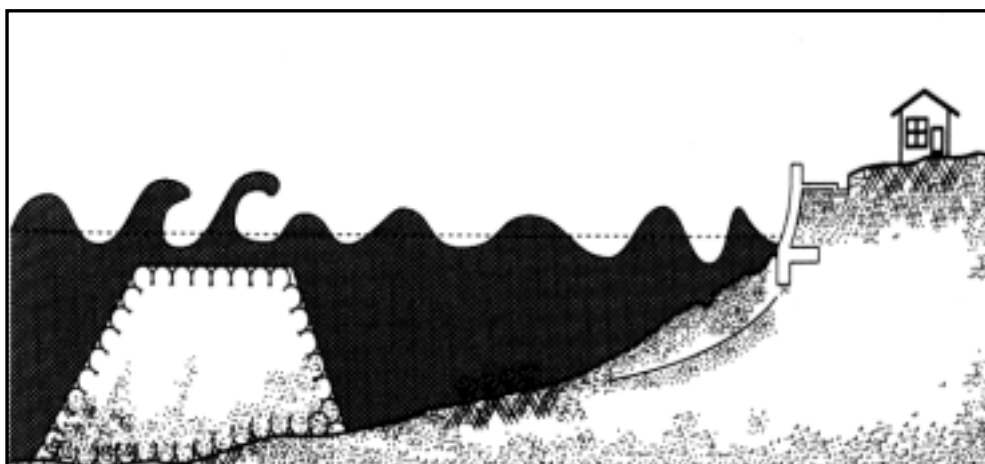


圖 1.1(b) 有潛堤佈置之波浪入射堤岸示意圖

本研究對於親水性結構物根據上述觀念，於親水性堤岸前佈置符合親水功能的消波結構物-潛堤。故本研究將分別就具親水性的系列潛堤及護岸的水理機制作探討，以理論及數值模式計算探討海岸保護的效果。

### 1.2.1 系列潛堤

親水性潛堤部分將延續前二年的研究成果，繼續以理論解析及數值模式計算的結果，探討系列潛堤佈置的海岸保護效果。本研究前二年已完成收集國內外系列潛堤的理論、數值模式計算及水工試驗的結果，並分析歸納，分類製表加以比較，並針對系列潛堤在斜坡底床及水平底床上佈置各式佈置，在各種波浪條件下的布拉格反射現象。

本年度將以 Miles (1981) 理論為基礎，利用理論解析探討布拉格反射之影響參數間的關係，並進一步推導兩組不同間距組合而成的複合式系列潛堤反射率，探討布拉格反射現象。此外，以模擬波浪通過擾變地形較為準確之方程式(EEMSE, Hsu 等人 2003)為基礎，考慮碎波效應，計算波浪通過斜坡底床上佈置等間距系列潛堤之波場，並探討布拉格反射現象。

### 1.2.2 親水性堤岸

親水性堤岸與傳統堤岸最大的不同，在於親水性堤岸所提供的遊憩行為與堤面的景觀美化，所以在親水性堤岸的設計原則中，如何選擇海岸適合的遊憩行為、堤岸的斷面型式以及堤岸的景觀美化為其設計的重點。其歸納分析結果可作為規劃設計以及施政單位之參酌。

本研究收集國內外目前親水性護岸及防波堤的案例，加以歸納分析，並透過透過水理的計算及試驗結果，探討各式斷面型式的海岸保護效果。水工試驗雖可實際將所設計之配置，利用適度比尺於試驗室中試驗，但試驗室中由於場地、經費及時間限制，並無法執行多樣及特殊的配置試驗，故必須配合數值模擬計算，經由數值模擬計算提供各種配置的效果，再與水工模型試驗相互配合驗證，利用多評準決策的方法，提出親水性結構物最適化配置，期由計畫成果提供研究、施政及設計單位之參酌，多評準決策的方法將於建議中說明。

親水性護岸研究的目的是為建立一套設計親水性堤岸的原則。研究的

內容包括：收集國內外既有的親水性堤岸實例，依堤岸的斷面型態作整合和分類，並綜合堤岸在安全上的考量以及堤面的景觀美化與遊憩功能，探討親水性堤岸的設計原則；亦即在安全性的基礎下，提出適合的遊憩行為和堤岸型式以及堤岸的景觀美化的一般性設計原則，作為往後從事親水性堤岸之海岸工程者的因循與參考。

在緩傾斜堤的適用性方面：青木等 (1989)，在「緩傾斜堤的設計手法」中提到，緩傾斜堤適用的海岸環境為 (1) 於具有廣闊前灘，海底坡度平緩，或在直立型護岸前面增設，作為機能改良補強之用；(2) 在海底坡度比較平緩的地方，代替直立型護岸前的消波工使用；(3) 直立型護岸前較深水域有離岸堤或消波堤存在時；(4) 海底坡度相當緩的海岸，堤腳水深稍大，可設在護岸前，作為改良或補強。而不適用的地區包括急遽侵蝕的海岸、漂沙活動顯著的海灘及前灘狹窄且海灘坡度大的海岸。

就堤岸的防災性來說：青木等 (1989) 以四種不同海堤堤面的粗糙度及透水性做實驗，結果顯示堤面的粗糙度與透水性越高，波浪的溯升與反射率則越小。高 (1999) 以模型實驗研究平面式與階梯式緩坡堤岸的水理特性，發現階梯式緩坡斷面在反射率、相對溯升及越波量都有較佳的特性。

在堤體安全性來看：青木等 (1989) 提到緩傾斜堤在工程設計上必須注意的事項，包括在堤體中不要設置隔板，避免海水侵入造成堤體崩壞；堤面的被覆工需注意重量與厚度；緩傾斜堤堤腳若設在水際線附近，堤面易受揚力而受損；為避免堤面磨損及堤身內部材料被淘出，坡面被覆至少要 50cm 以上，內部材料的粒徑應由上層至下層逐漸變小，下層和上層的粒徑比  $d_t/d_b > 0.15$ 。在防止海堤的堤址沖刷方面，當海灘坡度緩於 1:30 時並不會發生堤址沖刷，但若要在侵蝕的海岸建築緩傾斜堤，且結構物必須建於海中時，在基礎工的設計方面，必須讓基礎工承受侵蝕後的坡度不能大於 1:2，以防止堤址沖刷。涂 (1996) 以實驗研究海堤坡度與堤趾刷深值的關係，發現堤趾刷深度隨著坡度變緩而降低。此外，蔡和張 (1996) 以模型實驗研究堤面粗糙度對堤趾刷深的影響，結

果顯示，粗糙堤面能大幅削減水流強度，可防止堤趾發生劇烈地形沖刷。

在堤面坡度的影響方面：杉浦 (1994) 針對緩坡海堤的研究顯示，堤岸坡度越緩時，抑制波浪的效果愈好。相較於傳統堤岸，緩坡堤岸具有更好的海岸保護效果，並且兼具較高的親水性及景觀美化；曾 (1999) 對於緩坡堤岸最佳面坡的研究中指出，在緩坡堤岸與傳統堤岸具有相同的水理條件下，降低緩坡堤岸的堤高，可以大幅減低緩坡堤岸的建造成本，所以就安全性與經濟性的考量下，緩坡堤岸的最佳面坡設計在  $\cot \beta = 4 \sim 8$  間（此時的海灘設計坡度為 1：30）。

對於堤面提供遊憩行為方面：磯部 (1998)，在海岸的環境創造一書中，提出海岸的自然條件與遊憩行為的相關性，包括海水浴場、風帆船、海釣等遊憩行為的適用條件以及波浪靜穩度對於遊憩行為的影響。另外日本在河川親水性的規劃方面亦有相當多的研究，參考這類的書籍對於河堤親水性設施的資料，整理出河堤可以提供遊客觀景、散步、抓蝦、輕微跑跳等遊憩行為。

翁 (2000) 在海下技術季刊「漫談親水護岸之配置」，提及親水護岸的平面配置主要以人的方便性、舒適性、安全性為考量；在斷面的配置應考慮護岸附近之環境，斷面形狀則以軟性為主要訴求；護岸的材料除了耐久性外，必須兼具與環境的協調性。

對於親水性堤岸的景觀規劃方面，可參考景觀美學與建築類的書籍中對於結構物的造型、建構材料或美學因子，如顏色及曲線等的法則。

## 1.3 研究方法與步驟

### 1. 文獻收集

波浪通過系列潛堤波場及反射率相關理論已於前二年(90, 91)報告中完成。本年度將針對親水性結構物的文獻報告作收集，並歸納整理其優劣及適用的條件，作為本計畫及今後研究參考。

## 2.理論解析

本年度以 Miles (1981) 理論為基礎，進一步推導波浪通過兩組不同間距組合而成的複合式系列潛堤反射率。探討布拉格反射發生時，布拉格反射的代表參數與潛堤佈置條件及波浪條件之關係。

## 3.波場模式

波場模式必須具備波浪的淺化、反射、折射、繞射及碎波等效應。故在波浪通過系列潛堤的波場模式上，應用 Hsu 等人 (2003) 所發展演進型式緩坡方程式並加入碎波效應，探討布拉格反射發生的各種現象。另外在親水性結構物波場模式上，應用 Wei 等人 (1995) 所提出二階全非線性布斯尼斯方程式發展近岸坡場模式，分析的項目包括：(1)親水防波堤堤前沖刷機制水理特性分析。(2)堤前反射率分析。(3)堤面波浪溯升分析。

## 4.提出各種配置方案之防禦效果

由完整的波場模式計算波場分佈，進一步計算反射率，評估各式親水性結構物的防禦效果及優劣，提供研究、施政及設計單位對各式的親水性結構物配置方案之波場機制及防禦效果更進一步了解，作為今後研究、施政及規劃設計之參酌。

## 1.4 本文組織

本研究共分為六章，第一章為緒論，說明本文研究背景、動機、目的及方法。第二章對親水性結構物的案例作說明，並進行分類，歸納整理國內外有關親水性結構物的文獻報告，比較優劣及適用的條件。第三章為理論解析，擴展 Miles (1981) 理論解析出波浪通過複合系列潛堤之反射率。第四章為水理模式，分別說明系列潛堤及親水性結構物所應用之波場模式及數值方法。第五章系列潛堤及護岸的水理特性，探討波浪通過系列潛堤及護岸的各種效應。第六章為結論與建議。



## 第二章 案例說明

根據親水性一詞的定義，可知親水性結構物意指，除了安全保護海岸的考量外，必須兼顧遊憩與景觀美化等功能。因此，本研究蒐集了國內外親水性結構物相關案例之圖片、照片以及相關書籍，將具有提供遊憩行為以及景觀設計的防波堤或堤岸，整理成資料庫，作為往後設計親水性結構物之參考。

為達到人們易於接近海洋的目的，在親水性結構物提供遊憩行為的功能方面，常必須利用減緩堤面坡度或改變堤面型式，以達到結構物的親水性及遊客遊玩的舒適度。所以親水性結構物提供的遊憩行為與堤岸斷面型式的配合程度，影響了海岸結構物提供“親水性”的成功與否。

不同的結構物斷面型態，會影響海岸結構物提供遊憩行為的舒適性，本研究根據收集的資料，依照結構物堤面的斷面型態來分類，並將親水性結構物堤面可提供的遊憩行為加以分類及說明。

### 2.1 親水性防波堤

親水性防波堤為突出於水中之防波結構物，兩側均面海，一側向外海方向，另一側則為港內方向，種類包括：防波堤、防潮堤、突堤、防砂堤及導流堤等構造物。主要功用防禦波浪、水流、潮汐、河流、漂砂及風力等自然條件，並視實際而必須具備船隻繫留及穩定水域等功能。此外，在親水性考量上須具備保護民眾安全、散步、觀景及釣魚等休憩設施，必須符合舒適且安全的目的。本節針對張等人 (2003) 以及其他文獻對於親水性防波堤的分類及功能加以整理敘述如後。

#### 2.1.1 親水性防波堤的分類

為能符合不同的親水機能，根據不同的現場地形及海氣象條件，親

水性防波堤在上部設施上可分類為前側式、中央式、後側式、平面式及複合式等，如圖 2.1 所示。

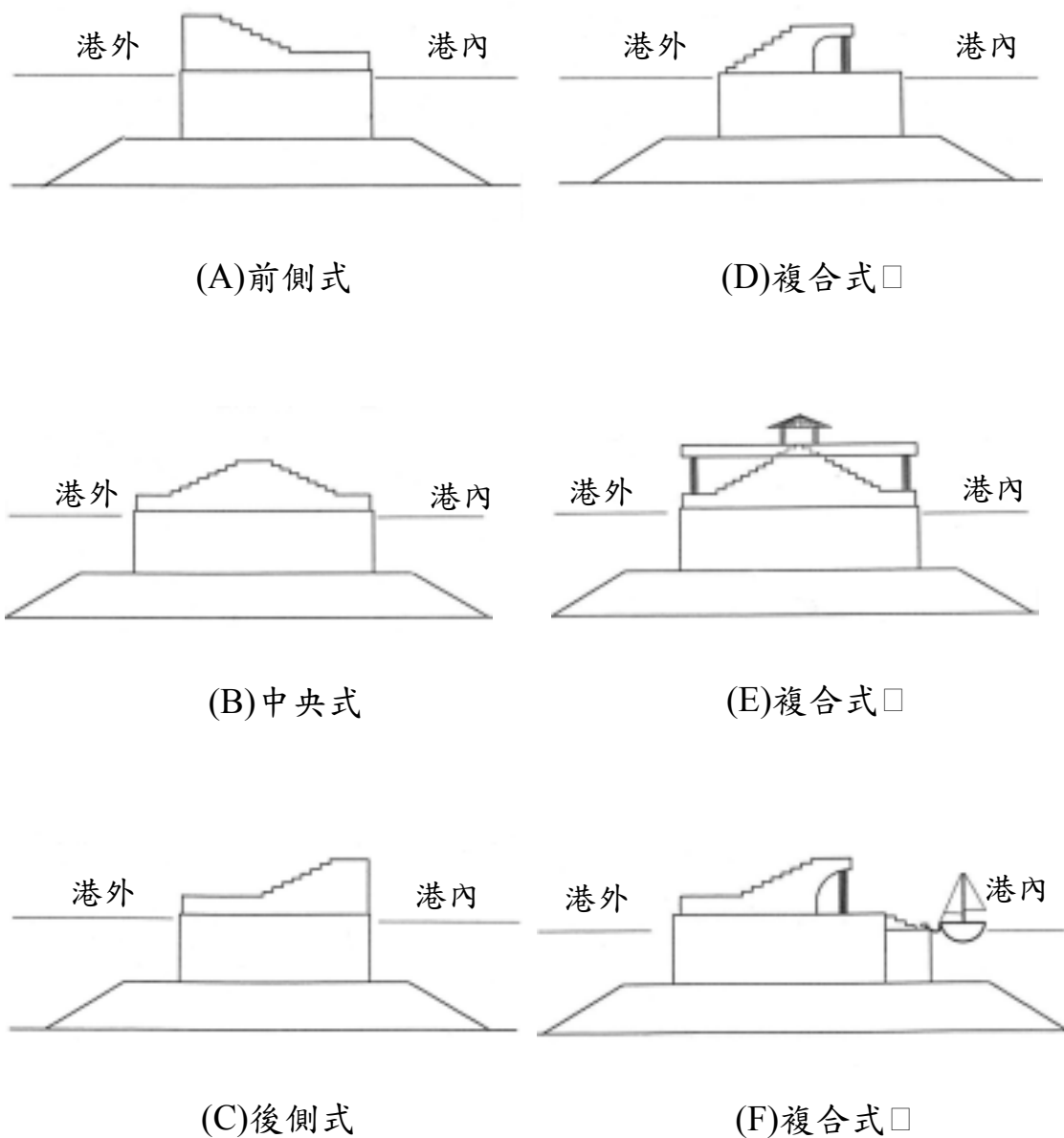


圖 2.1 親水性防波堤依親水設施位置之分類

不同型式防波堤由於功能性的差異，致使結構佈置亦不同，分類說明如下：

#### 1.前側式

港內側無障礙物，於防波堤向港內側之區域可以設置階梯及車行通道，提供民眾良好之觀景設施，亦可以觀賞港區所舉行之活動，如圖 2.1(A)所示。

#### 2.中央式

港內、外側均無障礙物，能夠向港內側及港外側觀景及應用，如圖 2.1(B)所示。

#### 3.後側式

港外側無障礙物，於防波堤向港外側之區域可以設置階梯，提供民眾良好之眺望場地，亦可觀賞海上所舉辦之活動，如圖 2.1(C)所示。

#### 4.平面式

當需要較寬闊堤面之利用時，堤體上部工法採用平面式，如淡水第二漁港親水性防波堤。

#### 5.複合式

親水設施下部留通路，利用不同高度的平面空間作複合式功能，上部因為位處高點，可以眺望更遠處，提供民眾良好的視野。而下部具有休息、遮雨、遮陽及避風之功能，當從事各項活動時，較不易受天候之影響，如圖 2.1(D)、(E)及(F)所示。

茲將以上各式的親水性防波堤利用位置分類製如表 2.1 所示：

表 2.1 親水性防波堤利用位置分類表

利 用 分 類	港 外	上 部	港 內
前 側 式	—	○	○
中 央 式	○	○	○
後 側 式	○	○	—
平 面 式	—	○	—
複 合 式	○	○	○

### 2.2.2 開發案例

淡水第二漁港位於淡水河出海口右岸，近年來由於捷運淡水線通車後，為因應海岸遊憩發展趨勢，充份利用漁港資源，提高港區有效利用，而轉型朝向功能多元化漁港發展，業已成為淡水有名之觀光景點。在淡水第二漁港的設施包括一座美輪美奐的浮動碼頭，此外，原沿淡水河南防波堤之胸牆高度遮蔽堤外河海視界，因此於防波堤上增設 330 多公尺的木棧步道以擴展視野，俾將淡水河口風光及觀音山、大屯山景緻盡收眼簾，沿線並設有瞭望台、階梯、休息座椅及照明設備等還有、堤岸咖啡和超大的港區公園。傍晚時分，可坐在木板棧道上，或倚著圍欄，欣賞淡水的夕落，從晨曦至黃昏甚至夜晚，都會有不少民眾或是情侶前來欣賞美景。充滿異國風情的美景，使漁人碼頭成為北部地區最受歡迎的觀光休閒景點之一。同時為避免整建工程混凝土化而與自然環境不調和，採用木製之軟性材料設計，如照片 2.1 所示。

金門羅厝漁港如照片 2.2 所示，位於大陸棚海域，附近島嶼羅列，底棲及中表層洄游魚類相當豐富，漁港碼頭設置結合親水功能，具有維護安全的欄杆及親水沙灘，於碼頭上，可觀看具有歷史意義的四維坑道以及漁船進出，使該漁港兼具觀光服務之功能。



照片 2.1 淡水第二漁港親水性防波堤



照片 2.2 金門羅厝漁港親水性防波堤碼頭設施及沙灘

台南縣將軍漁港的整建，為符合現代親水性多用途之功能，漁港內防波堤採用親水設計，設施中包括：觀景階梯、安全護欄及消波結構物等，如照片 2.3 所示。遊客可欣賞海景及遊船，並可享用現撈海產。日本大阪府二色港的親水性防波堤，採用片面階梯式防波堤，於堤上進行彩繪，展現更佳的親和力，如照片 2.4 所示。。

日本和歌山縣海洋城（Wakayama Marina City）為和歌浦灣填海造地之人工島，佔地約 49 公頃。全區結合海釣公園、遊樂場、遊艇港、遊艇俱樂部、旅館、魚貨直銷中心以及展示中心等多功能設施，屬都市近郊型之複合式休閒觀光場所。此海洋城建造之目的在創造親水性空間，著名之親水性防波堤長約 1 公里，規劃設計時除符合防浪防沙之保護船隻及港區穩靜安全基本功能外，並針對市民休憩進出之安全、散步、賞景及釣魚等需求，設計符合保護堤岸、親水與景觀機能之防波堤，上部工法採雙層構造，如照片 2.5 所示。

日本和歌山縣芳養漁港西防波堤的佈置，除確保港池穩靜外，並考量減低對外側海域沙丁魚幼魚成長環境的影響，且顧及漁港後方住宅區居民以及觀光人潮之安全、視野及釣魚休閒機能。因此防波堤的設計其外側為開孔沉箱式，而內側為直立式並由消波塊堆放。除了降低越波的可能性與波浪之衝擊，並保障釣客及遊客之安全。堤上設有觀景步道、釣魚平台及綠地等設施，如圖 2.2 所示。類似之親水性防波堤如日本愛知縣名古屋港，如照片 2.6 所示。另外，如日本香山縣高松港親水性防波堤，可眺望瀨戶內海，提供觀景及散步等親水機能，如照片 2.7 所示。日本北海道網走港亦位於流冰海域，南防波堤鄰接流冰觀光船碼頭，亦採用親水性防波堤，供居民及觀光客賞景及休憩，如照片 2.8 所示。

離岸堤亦可依據親水性的需求而建造，日本新潟縣直江津港親水離岸堤，於堤上附設台階，使人能涉水至較深水域觀海及從事親水活動，如照片 2.9 所示。日本兵庫縣淡路島浦港親水離岸堤，提供進行海水浴的民眾安全的水域，避免掉落較深水域，如照片 2.10 所示。另外，亦可於堤頂進行之彩繪，增加結構的生動活潑，如照片 2.11 所示。



照片 2.3 將軍漁港親水性防波堤



照片 2.4 日本大阪府二色港親水性防波堤





照片 2.5 日本和歌山縣海洋城親水性防波堤

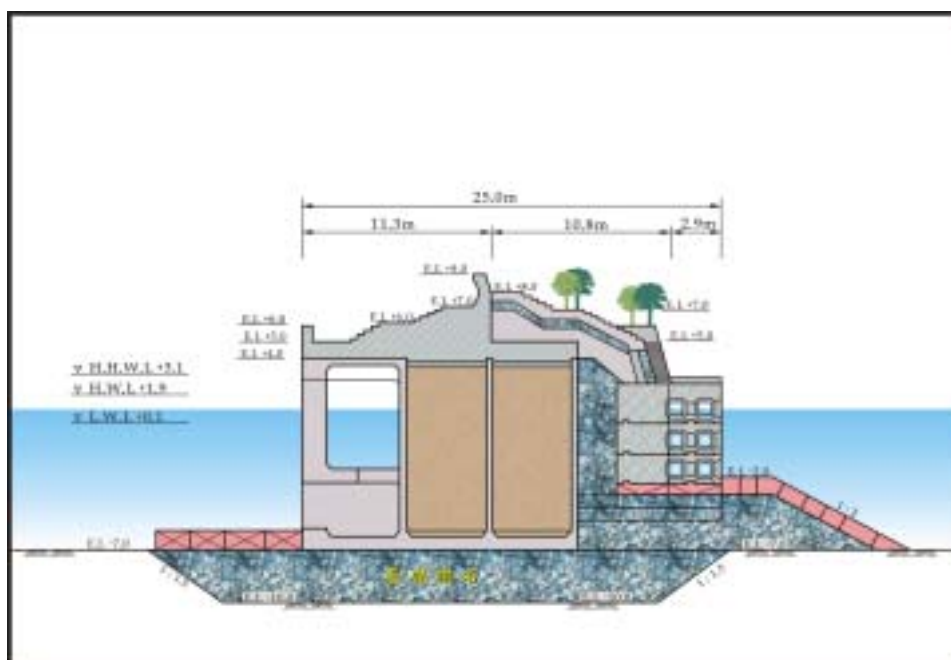


圖 2.2 日本和歌山縣芳養漁港親水性防波堤斷面圖

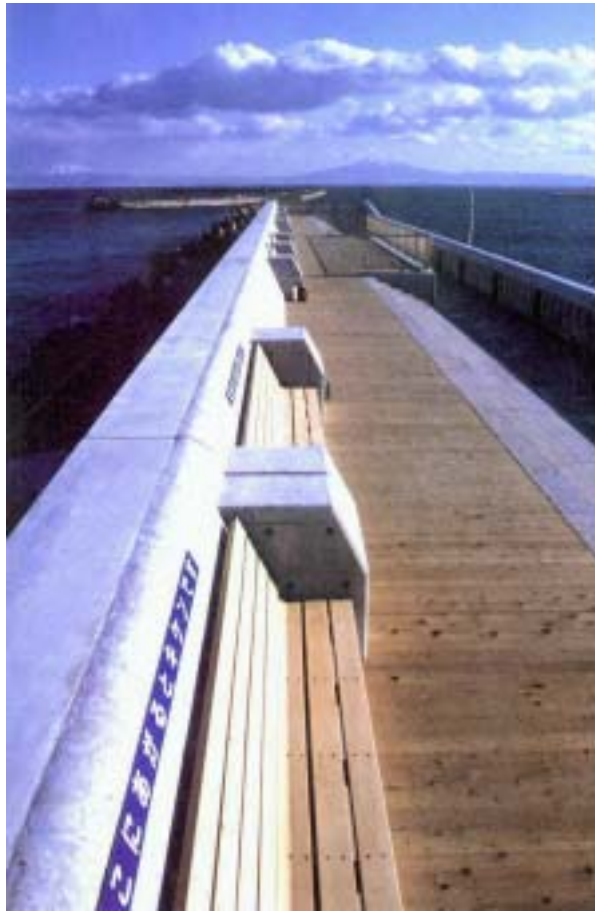




照片 2.6 日本愛知縣名古屋港親水性防波堤



照片 2.7 日本香山縣高松港親水性防波堤



照片 2.8 日本北海道網走港親水性防波堤



照片 2.9 日本新潟縣直江津港親水離岸堤



照片 2.10 日本兵庫縣淡路島浦港親水離岸堤



照片 2.11 日本福井縣和田港親水離岸堤

## 2.2 親水性堤岸

堤岸的功能不僅須防護後側土地及建築物免受波浪、潮流及海嘯等侵襲，亦提供民眾安全和舒適。與一般堤岸設計上之不同考量，親水性堤岸不僅須具備防護惡劣海象的侵襲，尚須考量堤岸上以及堤岸後腹地機能，如需檢討釣魚平台之方便性、展望台之眺望性、水邊步行的舒適性、海水浴的安全性以及各項遊戲設施的娛樂性等。因此，親水性堤岸須考量各項功能性的需要，而佈置不同型式親水性堤岸。本研究將親水性堤岸的分類敘述如下：

### 2.2.1 親水性堤岸的分類

堤岸的斷面型式影響堤岸所能提供的遊憩行為及舒適性，所以本研究將親水性堤岸依據堤面的斷面型式做分類。將堤岸分為：斜面式、台階式、混合式及直立式。其中斜面式又依照堤面坡度的不同，將坡度大於 1:3 的堤岸分為陡坡斜面式，坡度小於 1:3 為緩傾斜式。在緩傾斜式中，因為堤面平緩，可以讓遊客自由在堤面上散步，在整體的設計上比較沒有拘束的感覺；在建造成本方面，因堤岸坡度緩，相對於陡坡堤岸，成本就比較高，但在與陡坡堤岸相同的水理條件下，可降低堤高以減少建造成本；不過緩傾斜式只適用海底坡度極平緩處。

台階式的斷面堤岸，依照台階的踏面寬將小於 45 公分者分為階梯式，大於 80 公分者為階段式。階段式依照踏面的製作方式分為組合階段式和整砌階段式，而組合階段式又依踏面的型式分為鏤空及無鏤空兩種型式。在相同的堤面坡度下，此種堤岸斷面型式的建造成本比斜面式高，但具有較好的消波效果，在景觀設計的變化上也比較多。

混合式斷面為斜面式與台階式的混合，此種型式綜合了斜面式與台階式在親水性的優點，遊憩行為與景觀變化更多，但成本更高，在堤身安全性上，要特別注意堤面型式變化的交接處。

上述依斷面型的分類示如圖 2.3。

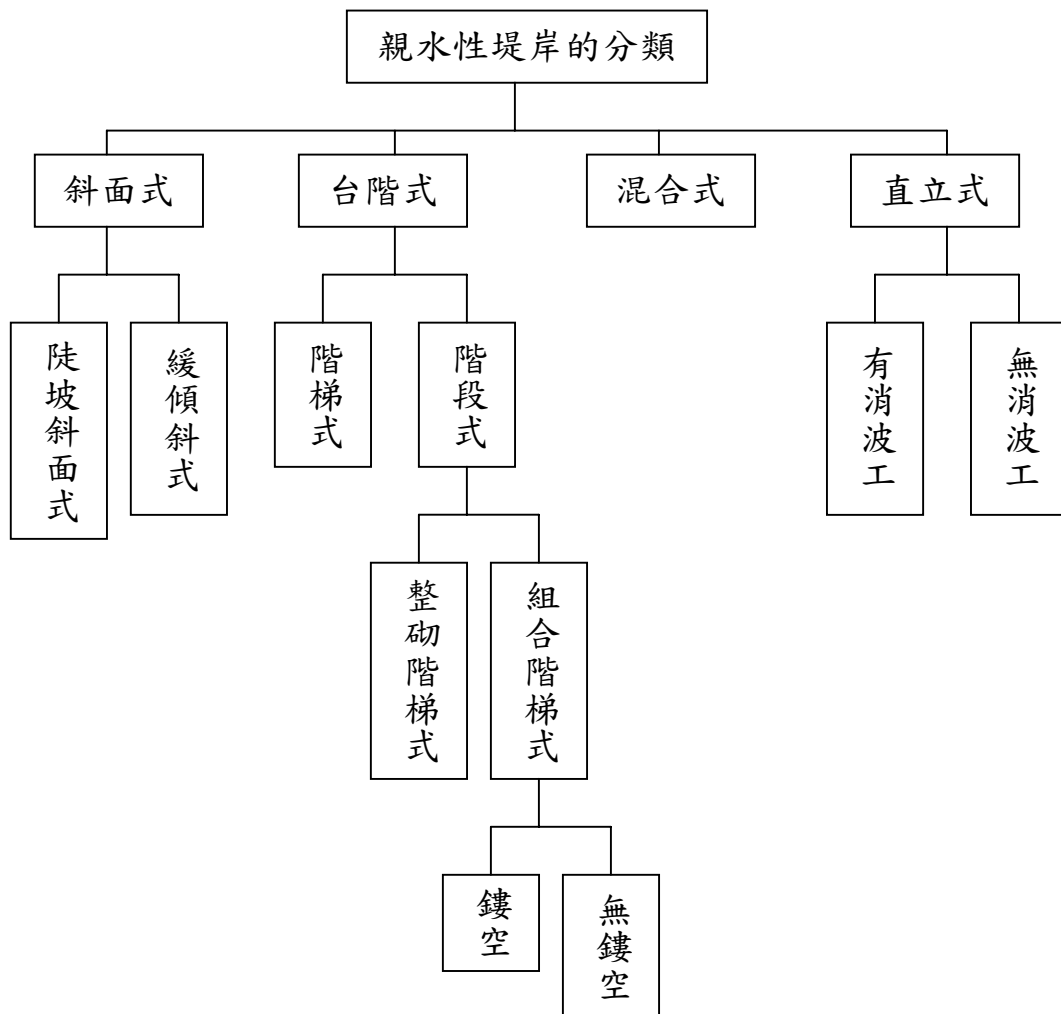


圖 2.3 親水性堤岸斷面型式的分類

## 2.2.2 開發案例

### 1. 斜面式

#### (1) 型態：

斷面型式為一個平緩的斜面。因為緩坡海堤的適用性，所能提供的遊憩行為與傳統陡坡海堤有極大的不同，依照日本定義緩坡海堤坡度在  $\cot \alpha \geq 3$  的情況下（片平，1996），本文將堤面坡度大於 1：3 的斜面分為陡坡斜面式，而坡度小於 1：3 的緩傾斜式。

## (2)適用性：

在堤岸“親水性”的利用上，通常堤面坡度越緩越好，所能提供的遊憩行為也會增多。但因為不是所有的自然條件都適合構築緩傾斜堤，根據青木等人 (1989) 的研究結果知，不適用的自然環境有：正急速受侵蝕或海岸線漂沙顯著的海岸；或前灘較小，設置緩坡堤岸可能會有大量越波的場所。所以在此種自然條件下應採用陡坡斜面式。在安全性的考量上，緩傾斜堤具有廣闊前灘，海底坡度平緩的海岸或有離岸堤消波設施的場所，適合緩傾斜堤設置。緩傾斜式的堤岸斷面，大多用在海灘坡度極為平緩的地方。

## (3)遊憩行為：

陡坡斜面式，因為坡度較陡，所以大多只能在堤頂散步、觀景、及堤釣。緩傾斜式，可提供觀景、休息、散步、坐臥、輕微的跑跳、戲水、及風帆船等。另外，緩坡堤岸在不同面坡的設計下，使得民眾在堤岸上所從事遊憩行為的可行性，及舒適性亦有所差異。因此，經日本多年使用緩坡堤岸的經驗，歸納整理出與海堤面坡相配合之遊憩活動規劃參考指標示如圖 2.4。

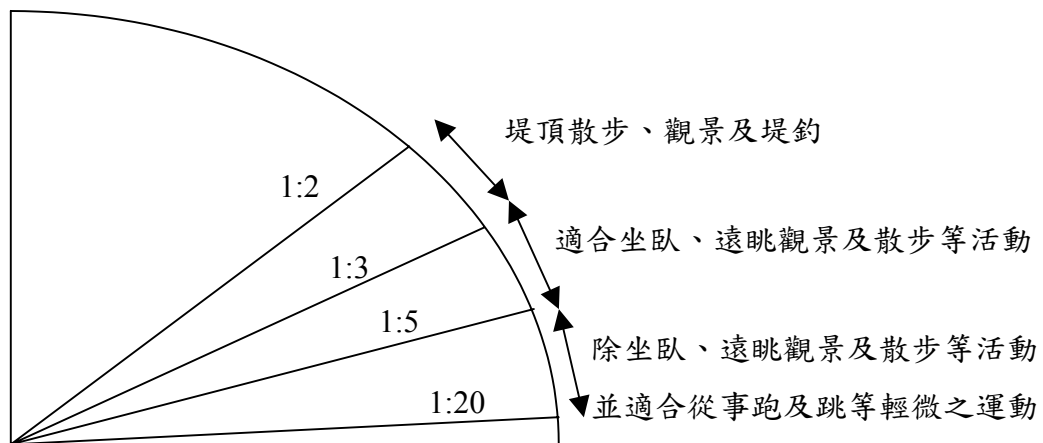


圖 2.4 海堤各面坡可從事之遊憩活動參考指標

#### (4)安全性：

在堤岸對於堤後土地的防災性來看，當堤面的坡度越緩時，波浪的溯升、反射率，以及越波率就越小，所以在堤高不降低的原則下，當斜面式的堤面坡度越緩，堤岸即愈安全。

#### (5)親水性：

陡坡式的堤岸，因堤面坡度陡，所以堤面並不能提供遊憩行為，只能利用在堤頂觀景、散步、堤釣等，所以親水性較低。

堤岸若使用緩傾斜式，當堤面坡度愈緩，則可以提供越多的遊憩活動。在曾（1999）的研究中指出，在相同抑制波浪與海岸保護的水理效果下，減緩堤面的坡度，也可以有效的降低堤岸堤高，這樣堤岸的建造，對於遊客在海岸整體的視覺上比較沒有隔閡，心理情緒上也較舒適，而且雖然緩坡堤成本比陡坡堤貴，但在降低堤高時，也可同時降低成本。所以緩坡堤岸對於親水性及經濟效益上都有正面的效果，若同時考慮緩坡堤岸的建造成本與堤岸的親水性，建議堤岸坡度為 1：6。

而緩傾斜式斷面在遊憩行為上，最大的優點是可以讓遊客自由的漫步在堤面上，而比較沒有拘束的感覺，且景觀上較具完整性；但由於人在坡度大於 1：10 的地方行走會較吃力，所以在設置緩傾斜式時，如堤面坡度能緩於 1：10 會感覺較舒適。

斜面式又依照堤面坡度分為陡坡斜面式及緩傾斜式。本研究將斜面式護岸整理如下：

##### a.陡坡斜面式





照片 2.12 大分縣別府港



照片 2.13 大阪府尾崎漁港(1)





照片 2.14 大阪府尾崎漁港(2)



照片 2.15 大阪府淡輪箱作海岸



照片 2.16 沖繩縣金武灣港



照片 2.17 神奈川縣金澤海公園





照片 2.18 澎湖

b.緩傾斜式



照片 2.19 北海道膽振海岸



照片 2.20 東京都葛西臨海公園



照片 2.21 若狹灣沿岸



照片 2.22 福岡縣博多港百道地區





照片 2.23 福岡縣博多港海岸百道姪濱地區



照片 2.24 豪斯登堡

## 2. 台階式

以踏面寬度大小分為階梯式與階段式兩種，踏面寬度小於 45 公分屬於階梯式；踏面寬大於 80 公分屬於階段式。

### (1) 階梯式

#### a. 型態：

堤面斷面型式為階梯狀。在設計階梯式時，必須注意階梯高度（ $S_R$ ）及階梯踏面寬（ $S_T$ ）的設計，斷面示意如圖 2.5，兩者之間有一準則如式 (2.1)：

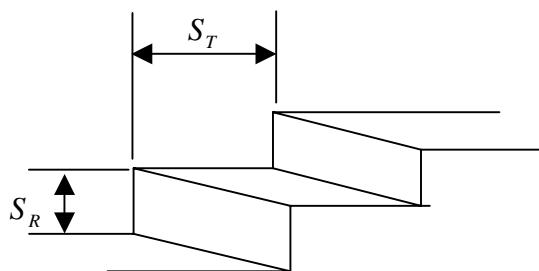


圖 2.5 階梯示意圖

$$2S_R + S_T = 60 \sim 65cm \text{ (老人或小孩約 } 57cm \text{)} \quad (2.1)$$

基本上根據人體舒適感、安全性及景觀上的考量，在設計時應注意通常階梯高應大於 10 公分，小於 18 公分；而階梯踏面寬應大於 26 公分，小於 45 公分。表 2.2 為堤面坡度與階梯高、階梯踏面寬設計的參考值(“河川的親水規劃與設計”)：

表 2.2 坡度與階梯高、踏面寬的參考值

坡度	成人				小孩、老人	
	$2S_R + S_T = 65$		$2S_R + S_T = 60$		$2S_R + S_T = 57$	
	$S_R$	$S_T$	$S_R$	$S_T$	$S_R$	$S_T$
1 : 1.0	21.7	21.7	20.0	20.0	19.0	19.0
1 : 1.5	18.6	27.9	17.1	25.7	16.3	24.4
1 : 2.0	16.3	32.5	15.0	30.0	14.3	28.5
1 : 2.5	14.4	36.1	13.3	33.3	12.7	31.7
1 : 3.0	13.0	39.0	12.0	36.0	11.4	34.2

b.適用性：

根據階梯的準則，此種斷面較適用於陡坡堤岸，以提供遊客上下堤岸為主，一般局部性的使用較多。堤岸堤面坡度約為 1 : 1.5 ~ 1 : 3 左右，多用在堤前常年有沙和礫灘的海岸，讓遊客可輕易走到海灘上。

c.遊憩行為：

在階梯上休息、觀景以及走下海灘活動。

d.安全性：

在相同坡度，同樣堤面材質下，消波功能比斜面式斷面來的好；但此型堤面材質大多以人工的混凝土堤為主，與其他材質（如天然石塊）相較透水性較差，所以反射率較大，需注意堤基沖刷，造成堤體崩壞，如花蓮南濱海岸（許和張，2001），如照片 2.25，故在台灣東部容易受颱風大波浪侵襲地區，常須於堤岸前加設消波設施，如離岸堤或離岸潛堤等。若將斷面做成透水性增加消波效果，但在工程上要注意堤面下材料的淘空。



e.親水性：

此種斷面設計，海岸海側常有沙灘或者離岸堤結構物保護岸側，階梯功能只為使遊客可以很輕易的利用堤面走下堤面，或者增加整齊階梯的景觀，故所能提供遊憩行為較少，而且階梯在景觀的設計上會比較沒有變化。



照片 2.25 花蓮南濱親水性堤岸受颱風波浪破壞情形

本研究將階梯式護岸整理如下：



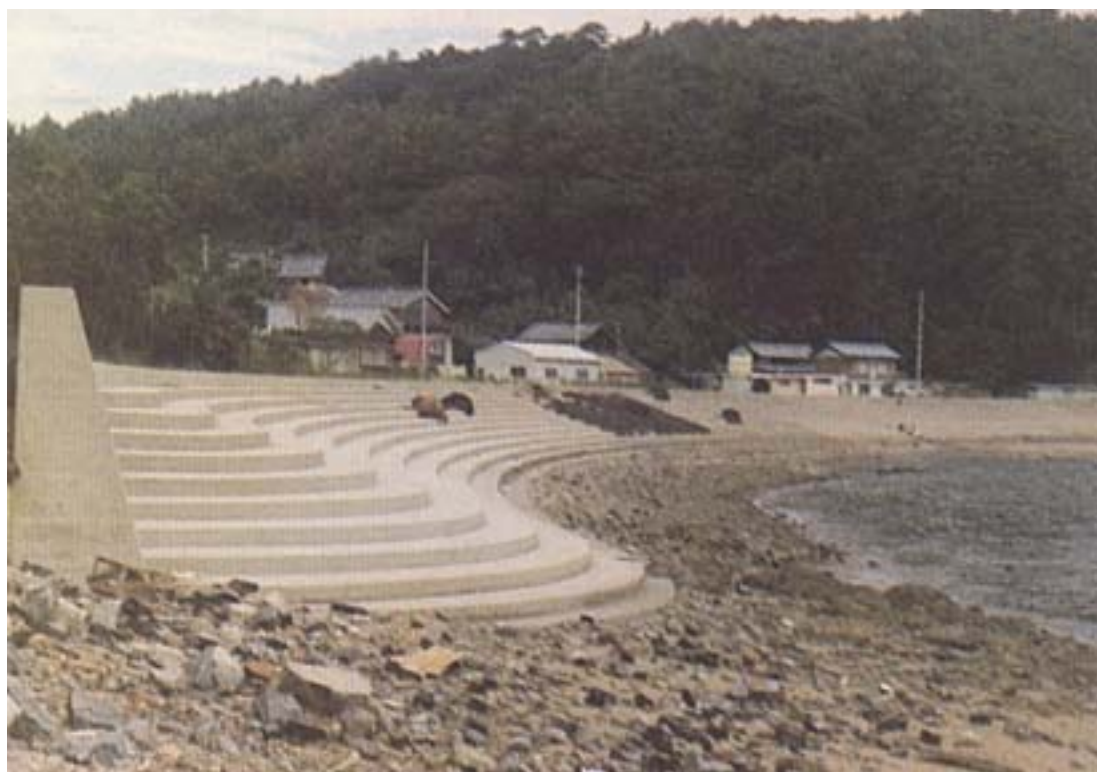
照片 2.26 三重縣三木里港



照片 2.27 大阪府二色港



照片 2.28 外海府海岸



照片 2.29 兵庫縣東播磨港





照片 2.30 和歌山 一



照片 2.31 神奈川縣江 島海岸(1)



照片 2.32 神奈川縣江 島海岸(2)



照片 2.33 神奈川縣金澤海公園



照片 2.34 新潟縣信濃川





照片 2.35 靜岡縣松崎港

## (2)階段式

### a.型態：

斷面亦成階梯狀，但踏面寬至少大於 80 公分。通常  $n$  人可以散步的場合，步道寬為：

$$(60 \times n) + 20 + (n - 1) \times 10 \text{ cm} \quad (2.2)$$

所以 1 人可散步的寬度為 80 公分，兩人的寬度則為 150 公分。

### b.適用性：

此種堤岸斷面也為緩傾斜堤的一種，所以適用性與緩傾斜式相同，日本一般在設計緩坡堤岸時，海灘坡度緩於 1:30 時即可適用。消波效果比緩傾斜式好，且在遊客舒適性上，堤面所需坡度不需像緩傾斜式這麼緩，所以適用性也較高。

c.遊憩行為：

可休息、觀景、散步及坐臥等。

d.安全性：

在堤岸堤面坡度相同的情況下，台階式斷面對於抑制波浪、防止越波、及溯升等防災力比緩傾斜式好，而階段式又比階梯式佳（高，1999）；此種堤面材質大部分是用混凝土塊，若在設計時讓各土塊間互有空隙，增加堤面的透水性，可以加強堤岸的消波效果，並減低堤體的崩壞，但需注意濾層，避免淘洗。

e.親水性：

階段式的設計相較於階梯式，可提供較多的遊憩功能，且堤面的景觀美化上也有較多的變化，如階段的顏色、造型等。而同時考量成本經濟性與工程安全性下（曾，1999），階段式最佳堤面坡度建議為 1：4～1：8。但若堤前常有海水接觸，階段上可能會有青苔，造成遊客戲水的危險。

本研究將階段式護岸整理如下：

(1)組合階段式

組合階段式依據踏面的型式分為鏤空及無鏤空兩種。在相同的堤面坡度下，此堤岸斷面型式的建造成本比斜面式高，但具有較好的消波效果，尤其以鏤空型式消波效果更加，在景觀設計的變化上也比較多。

a. 鏤空



照片 2.36 北海道膽振海岸



照片 2.37 熊本縣茂木根港海岸茂木根地區



b.無鏤空



照片 2.38 大阪府尾崎地區(a)



照片 2.39 大阪府尾崎地區(b)



照片 2.40 小境海岸



照片 2.41 北海道膽振海岸



照片 2.42 伏木漁港

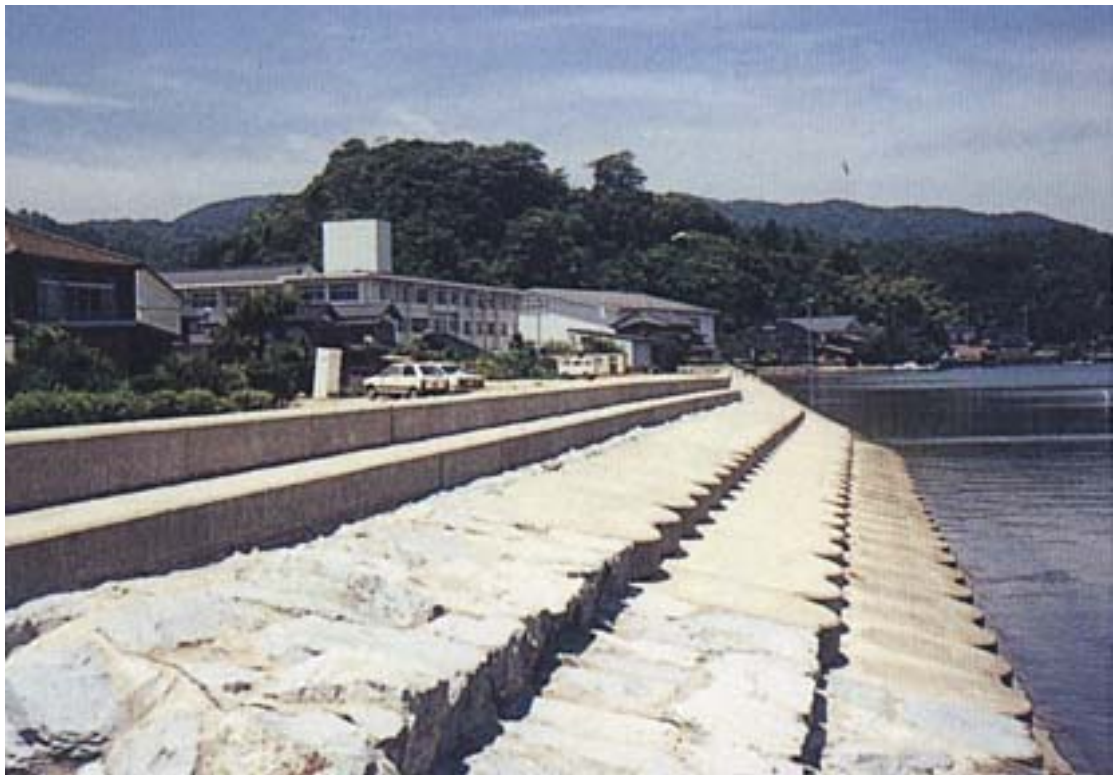


照片 2.43 佐和田海水浴場





照片 2.44 沖繩縣 海灘



照片 2.45 京都府久美濱港



照片 2.46 岩手縣大野漁港



照片 2.47 岩手縣吉里吉里漁港





照片 2.48 神奈川縣橫須賀海濱 一



照片 2.49 能登海水浴場



照片 2.50 茨城縣河原子海岸



照片 2.51 愛知縣三河港





照片 2.52 新潟縣信濃川河口



照片 2.53 新潟縣姬川港





照片 2.54 福井縣和田港

(2)整砌階段式



照片 2.55 大阪府淡輪箱作海岸



照片 2.56 山口縣德山下松港



照片 2.57 兵庫縣神戶港





照片 2.58 兵庫縣神戶港海岸須磨地區



照片 2.59 沖繩縣平良港



照片 2.60 京都府宮津市天橋立(a)



照片 2.61 京都府宮津市天橋立(b)





照片 2.62 岩手縣大野海岸



照片 2.63 香川縣內海港



照片 2.64 宮城縣鹽釜港



照片 2.65 神奈川縣湘南港



照片 2.66 富山縣伏木富山港海岸新湊地區施工中

### 3.混合式

#### (1)型態：

可分為階梯混合式—斜面式與階梯式交互並排的混合式；階段混合式—斜面式與階段式的混合，其中包括了兩型交互並排，或上為階段式，下為斜面式的混合。

#### (2)適用性：

階梯混合式的適用性與階梯式相同，而加入斜面式的利用可以增加堤岸造型的變化。

階段混合式可以提供多樣化的遊憩行為，適用於利用率較高的海岸地區，增加堤岸的景觀變化及堤岸的親水性。



(3)遊憩行為：

休息、觀景、散步、坐臥、戲水、風帆船等。

(4)安全性：

堤岸的防災力介於台階式與斜面式之間；但就堤體本身的安全性來看，在施工設計上，應要注意台階式與斜面式的交接處，避免堤身的崩壞與一些工程上的問題。

(5)親水性：

混合式包含了前述各種斷面型式的優點，增加了堤岸的遊憩功能及景觀上的多樣化。但在階段式下設置斜面式的斷面型式，要注意遊客人身的安全性，避免戲水滑倒。

本研究將混合式護岸整理如下：



照片 2.67 東京都東京港南大森防潮堤





照片 2.68 東京都板橋



照片 2.69 東京都隅田川



照片 2.70 香川縣內海港



照片 2.71 熊本縣棚底港

#### 4. 直立式

(1) 型態：堤身為傳統的直立壁。

(2) 適用性：

用於堤前水深大，或不適宜建緩傾斜堤的海岸地區，如防波堤、防洪牆、碼頭等地區。

(3) 遊憩功能：堤頂上散步、瞭望、釣魚、或乘坐遊艇等。

(4) 安全性：

傳統混凝土之直立堤，即以安全為最主要之考量，對於海岸地區有一定的保護功效。

(4) 親水性：

在必須建直立堤處，堤體上設置輔助設施，也能提供許多遊憩功能，也可以達到親水性的要求。如在直立堤上設置人工步道、遊艇碼頭等；或在防洪牆上設置台階、欄杆，也可讓遊客安全的在堤上觀景、散步等。但此種型式都較為人工化，遊客也無法真正接觸到海水。

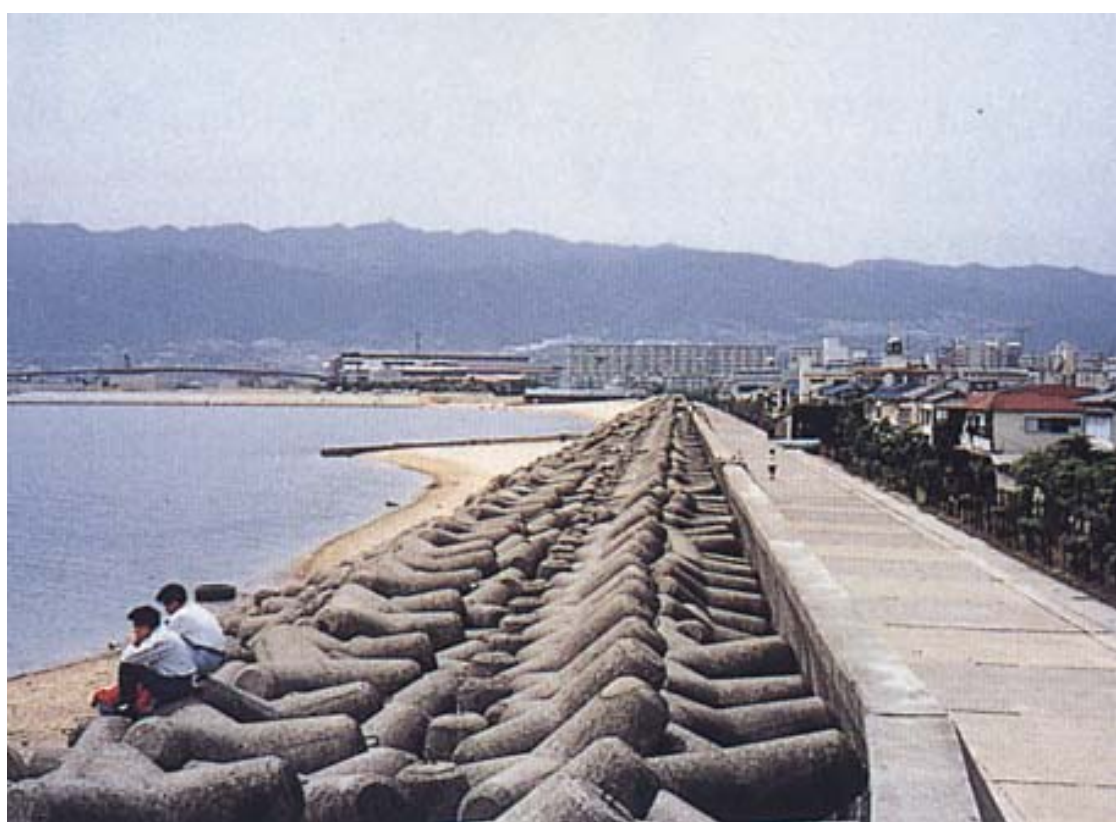
直立式護岸依實際須防禦的海象條件及其使用之功能，分為有消波工及無消波工兩種，有消波工的設置由於必須抵禦較強波浪或潮流，無消波工設置由於當地波浪或潮流較小，或者在堤岸之前有沙灘或其他消波設施如離岸堤，本研究將直立式護岸的相關案例照片整理如下：

##### a. 有消波工





照片 2.72 冰見漁港



照片 2.73 兵庫縣尼崎西宮戶屋港海岸甲子園地區



照片 2.74 香川縣津田港海岸琴林地區



照片 2.75 宮崎縣美美津港海岸美美津地區





照片 2.76 富山縣伏木富山港海岸新湊地區實施前

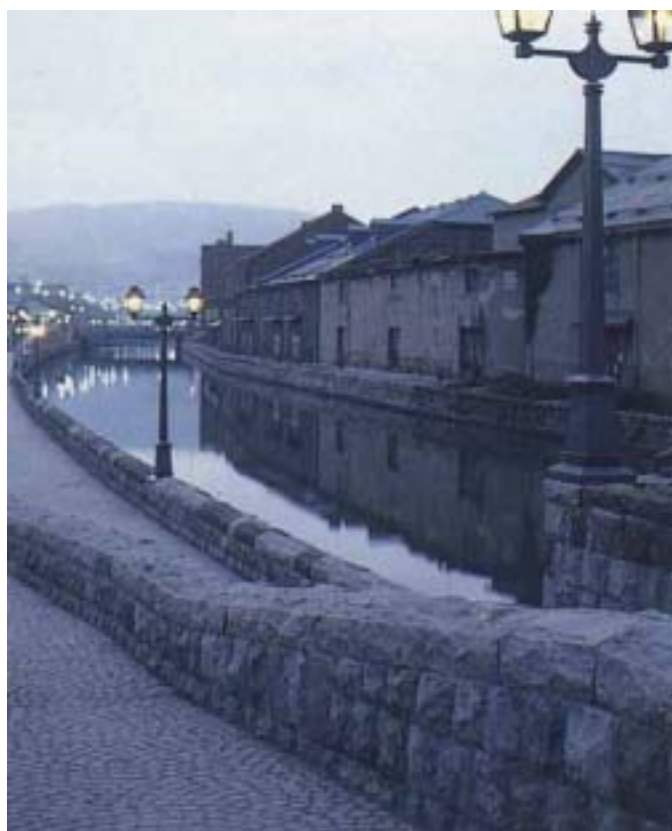


照片 2.77 熊本縣富岡港海岸富岡地區



照片 2.78 福井縣福井港

b.無消波工



照片 2.79 北海道小樽港





照片 2.80 石川縣小木港



照片 2.81 長崎縣福江港



照片 2.82 宮城縣松島港



照片 2.83 神奈川縣橫濱港山下公園



照片 2.84 高知縣長濱海岸



照片 2.85 廣島縣尾道系崎港





照片 2.86 廣島縣嚴島港

根據上述對於各種斷面堤岸的描述，將各斷面的型態、適用性、遊憩行為與特徵，整理為表 2.3。

表 2.3 親水性堤岸斷面比較表

型式			型態與適用性	遊憩行為	特徵
斜面式	陡坡斜面式		堤面坡度陡於 1：3，用於前灘太小、漂沙顯著、或設置緩坡堤會有大量越波的地區。	堤頂散步、觀景、及堤釣。	建築於不適用緩坡堤處，親水性較低，成本也較低。
	緩傾斜式		堤面坡度緩於 1：3，適用於具有廣闊前灘、海堤坡度極為平緩、或有離岸堤或其他保護工法的海岸。	觀景、休息、散步、坐臥、輕微的跑跳、戲水或風帆船等。	確保水陸域的連續性，親水性高，防災力與堤體穩定度好，成本較高。
台階式	階梯式		適用於陡坡堤岸，或前有沙灘處，一般以居部性使用較多，堤面坡度約 1：1.5～1：3。	在階梯上休息、觀景、走下海堤活動。	屬陡坡堤，但防災力、親水性比陡坡堤好。
	階段式	組合階段式	屬於緩傾斜堤，適用性與緩傾斜堤大致相同，但海灘坡度緩於 1：30 時即可使用，適用性較高。	休息、觀景、散步、及坐臥等。	親水性較高，在應用上也有較多的變化，成本高。
		鏤空無鏤空			
整砌階段式					
混合式			與台階式相同，適用於利用率較高的地區。	觀景、休息、散步、坐臥、輕微的跑跳、戲水、走下堤岸活動或風帆船等。	混合式綜合了上述兩式的優點，但在合併處應考慮工程上協調性的問題。
直立式	有消波工		用於堤前水深大、或不適宜建立緩傾斜堤的海岸地區。	堤頂散步、瞭望、釣魚或乘坐遊艇等。	建築於堤趾水深大的海岸等，親水性很低，景觀上有生硬的感覺。
	無消波工				

### 第三章 理論解析

本研究在前一年(92)以 Miles (1981) 的理論為基礎，將底床佈置進一步推導為水平底床上佈置各式系列潛堤的反射率解析解，本年度再利用前一年所得到的結果，延伸推導得到波浪通過兩組不同等間距之複合式系列潛堤反射率解析解。茲將整個理論解析過程說明如下：

#### 3.1 控制方程式

在微小振幅波的條件下，波浪通過等水深  $h$ ，底床變化函數為  $z = \delta(x)$  二維斷面。入射波的流速勢函數可表示為

$$\Phi^{(i)} = \text{Re}\{Ae^{[i(k \cos \theta x + k \sin \theta y - \omega t)]} \cosh k(z + h)\} \quad (3.1)$$

其中

$$k \tanh kh = \omega^2 / g \quad (3.2)$$

式中  $\Phi^{(i)}$  為入射波流速勢，Re 為複數的實部， $A$  為波浪振幅， $i = \sqrt{-1}$  為單位虛數， $x$  為波浪前進方向， $z$  為水深方向且定義向上為正， $z = -h$  為底部， $\omega$  為角頻率， $g$  為重力加速度， $k \cos \theta$ 、 $k \sin \theta$  分別為週波數  $k$  在  $x$ 、 $y$  方向上的分量， $\theta$  為波向角。底床佈置及座標示意如圖 3.1 所示

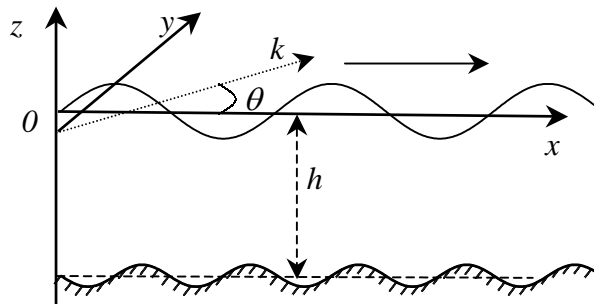


圖 3.1 擾變底床及相對座標示意圖

根據 Laplace 方程式及 Wehausen 和 Laitone (1960) 所提出的表面和底床邊界條件為

Laplace 方程式：

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad , \quad -h + \delta < z < 0 \quad (3.3)$$

線性化自由表面運動和動力邊界條件 (KFSBC 和 DFSBC)：

$$\Phi_z = \hat{K} \Phi \quad , \quad z = 0 \quad (3.4)$$

不透水底部邊界條件 (BBC)：

$$\Phi_z = \delta' \Phi_x \quad , \quad z = -h + \delta \quad (3.5)$$

其中  $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$ ， $\delta$  為底床地形擾變量， $\delta' = d\delta/dx$ 。

流速勢函數須滿足  $x$  在正無窮遠處為透射波形式，在負無窮遠處為入射波與反射波疊加之形式，如下：

$$\Phi \sim \text{Re} \left\{ A \left[ \hat{T} e^{ik \cos \theta x} \right] e^{i(k \sin \theta y - \omega t)} \cosh k(z+h) \right\} \quad , \quad x = \pm \infty \quad (3.6)$$

式中  $\hat{R}$  為反射率， $\hat{T}$  為透射率，此二值可由下列方法求得。假設式 (3.3) 至式 (3.6) 的解可表示為

$$\Phi = \Phi^{(i)} + \text{Re} \left\{ \tilde{\Phi}(x, z) e^{[i(k \sin \theta y - \omega t)]} \right\} \quad (3.7)$$

在  $\tilde{\Phi} = O(\varepsilon)$  的假設下，其中  $\varepsilon \equiv \max(\delta/h, \delta')$  為一微小量，將上式代入式 (3.3)~式 (3.6)，並將式 (3.5) 之底床邊界條件泰勒展開於  $z = -h$  處，略去小於  $O(\varepsilon)$  之階量，最後可得

$$\tilde{\Phi}_{xx} + \tilde{\Phi}_{zz} - (k \sin \theta)^2 \tilde{\Phi} = 0 \quad , \quad -h < z < 0 \quad (3.8)$$

$$\tilde{\Phi}_z = \hat{K} \tilde{\Phi} \quad , \quad z = 0 \quad (3.9)$$



$$\check{\Phi}_z = (ik \cos \theta \delta' - k^2 \delta) A e^{(ik \cos \theta x)} = q(x) \quad , \quad z = -h \quad (3.10)$$

$$\check{\Phi} \sim A \begin{bmatrix} (\hat{T} - 1) e^{(ik \cos \theta x)} \\ \hat{K} e^{(-ik \cos \theta x)} \end{bmatrix} \cosh k(z + h) \quad , \quad x \rightarrow \pm\infty \quad (3.11)$$

利用有限餘弦轉換法 (finite cosine transform) 求解式 (3.8) 並結合式 (3.9)~ (3.11) 的邊界條件，可求得反射率和透射率過程如下：

$$\check{\Phi}_\kappa(x) = \int_{-h}^0 \check{\Phi}(x, z) \cos \kappa(z + h) dz \quad (3.12)$$

式 (3.12) 的逆轉換為

$$\check{\Phi}(x, y) = 2 \sum_{\kappa} (h - \hat{K}^{-1} \sin^2 \kappa h)^{-1} \check{\Phi}_\kappa(x) \cos \kappa(z + h) \quad (3.13)$$

其中  $\kappa = ik$  由下式決定

$$\kappa \tan \kappa h = -\hat{K} \quad (3.14)$$

轉換式 (3.8)，並應用式 (3.9)、式 (3.10) 及式 (3.13) 等邊界條件可得

$$\check{\Phi}_\kappa''(x) - (\kappa^2 + k^2 \sin^2 \theta) \check{\Phi}_\kappa(x) = q(x) \quad (3.15)$$

式 (3.15) 的解可由變異係數法 (variation of parameters) 求得為

$$\check{\Phi}_\kappa(x) = -\frac{1}{2} \hat{\beta}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-\hat{\beta}|x-\xi|)} q(\xi) d\xi \quad (3.16)$$

其中

$$\hat{\beta} = (\kappa^2 + k^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \quad (3.17)$$

將式 (3.16) 代入式 (3.15) 則

$$\check{\Phi} = - \sum_{\kappa} \hat{\beta}^{-1} (h - \hat{K}^{-1} \sin^2 \kappa h)^{-1} \cos \kappa(z + h) \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-\hat{\beta}|x-\xi|)} q(\xi) d\xi \quad (3.18)$$

式 (3.18) 在  $x = \pm\infty$  處為

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} \approx & (ik \cos \theta)^{-1} (h + \hat{K}^{-1} \sinh^2 kh)^{-1} \\ & \cosh k(z+h) e^{(\pm ik \cos \theta x)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(\mp ik \cos \theta \xi)} q(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (3.19)$$

將式 (3.10) 之  $q(x)$  代入式 (3.19)，並對  $\delta'$  進行部分積分，最後與式(3.11) 比較可得反射率及透射率為

$$\hat{R} = \frac{1}{ik \cos \theta (h + \frac{\sinh^2 kh}{\hat{K}})} \left[ (k \cos \theta)^2 - (k \sin \theta)^2 \right] \int_{-\infty}^{\infty} e^{(2ik \cos \theta x)} \delta(x) dx \quad (3.20)$$

$$\hat{T} = 1 - \frac{1}{ik \cos \theta (h + \frac{\sinh^2 kh}{\hat{K}})} \left[ (k \cos \theta)^2 + (k \sin \theta)^2 \right] \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx \quad (3.21)$$

式 (3.20) 及式 (3.21) 為 Miles (1981) 所得到結果。

Kirby 和 Anton (1990) 以 Kirby (1986) 所發展的 EMSE 解析線性波在微小水深變化 ( $O(k\delta) \ll 1$ ) 的運動現象，在 EMSE 中考慮一維問題並忽略微小底床變化造成波速及群波波速變化，利用拉普拉斯轉換解析出反射率，表示式為

$$\hat{R} = -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \quad (3.22)$$

式 (3.22) 為式 (3.20) 在波浪正向入射時的反射率簡化式。

### 3.2 沙漣、沙洲及系列潛堤之反射率

Kirby 和 Anton (1990) 以式 (3.22) 應用於正弦形沙漣底床，底床函數及反射率表示如下：

$$\delta(x) = \begin{cases} b \sin(Kx), & 0 \leq x \leq N_r \ell \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.23)$$

$$R = \begin{cases} \left| \frac{\alpha b}{2} \frac{\left(\frac{2k}{K}\right)}{\left(\frac{2k}{K}\right)^2 - 1} \sin\left(\frac{2k}{K} \pi N_r\right) \right|, & \frac{2k}{K} \neq 1 \\ \frac{\alpha b \pi N_r}{4}, & \frac{2k}{K} = 1 \end{cases} \quad (3.24)$$

式 (3.23) 及式 (3.24) 中  $b$  為底床擾動振幅， $N_r$  為底床沙漣個數。

Kirby 和 Anton (1990) 另外利用富立葉級數展開法計算波浪通過人工沙洲的反射率。他們將底床變化函數以富立葉級數表示：

$$\delta(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(nKx) \quad (3.25)$$

其中  $C_n$  為富立葉級數之係數， $K = 2\pi/S$  為底床週波數， $S$  為人工沙洲間距。將上式代入式 (3.22) 則反射率表示為

$$\hat{R} = -2ik\alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n I_n \quad (3.26)$$

其中

$$I_n = \begin{cases} \frac{1}{k} \frac{\hat{\gamma}^2}{\hat{\gamma}^2 - n^2} e^{ik(N-1)S} \cos(n\pi) \sin(KNS) & , \quad \hat{\gamma} \neq n \\ \frac{1}{2} NS & , \quad \hat{\gamma} = n \end{cases} \quad (3.27)$$

且  $\hat{\gamma} = 2S/L$ 。

若人工沙洲的底床擾變量  $\delta(x)$  為已知，可以由式 (3.26) 富立葉級數方式或直接由式 (3.22) 積分方式求得反射率值。若以直接積分方式，推導波浪通過等間距矩形、三角形和半餘弦形的系列潛堤反射率，三種型式系列潛堤佈置示意圖如圖 3.2 所示。

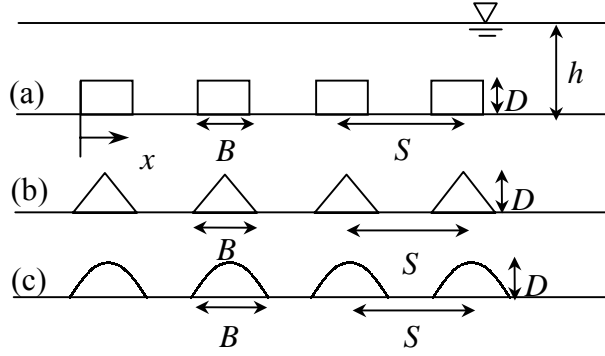


圖 3.2 不同形狀等間距系列潛堤示意圖

圖中  $D$  為潛堤高度， $S$  為潛堤間距， $B$  為潛堤寬度。若潛堤個數為  $N$  個，則三種形狀系列潛堤底床高度變化函數表示式如下：

矩形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D, & nS \leq x \leq nS + B, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.28)$$

三角形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{2D}{B}(x - nS), & nS \leq x \leq nS + \frac{B}{2}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ -\frac{2D}{B}(x - B - nS), & nS + \frac{B}{2} \leq x \leq nS + B, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.29)$$

半餘弦形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} - nS \right) \right], & nS \leq x \leq nS + B, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.30)$$

將三種系列潛堤的底床函數代入式 (3.22) 積分求得反射率結果如下：



矩形型式：

$$\hat{R} = -2i\alpha D \frac{\sin(kB)\sin(kSN)}{\sin(kS)} e^{ik[B+S(N-1)]} \quad (3.31)$$

式 (3.31) 取絕對值則波浪通過等間距矩形系列潛堤反射率為

$$R = \left| \frac{2\alpha D \sin(kB)\sin(kSN)}{\sin(kS)} \right| \quad (3.32)$$

三角形型式：

$$\hat{R} = -\frac{2i\alpha D}{kB} [1 - \cos(kB)] \frac{\sin(kSN)}{\sin(kS)} e^{ik[B+S(N-1)]} \quad (3.33)$$

式 (3.33) 取絕對值則波浪通過等間距三角形系列潛堤反射率為

$$R = \left| \frac{2\alpha D [1 - \cos(kB)] \sin(kSN)}{kB \sin(kS)} \right| \quad (3.34)$$

半餘弦形型式：

$$\hat{R} = -4ik\alpha D \frac{\pi \cos(kB)}{B \left[ \left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2 \right] \sin(kS)} e^{ik[B+S(N-1)]} \quad (3.35)$$

式 (3.35) 取絕對值則波浪通過等間距半餘弦形系列潛堤反射率為

$$R = \begin{cases} \left| \frac{4\pi k\alpha D \cos(kB) \sin(kSN)}{B \left[ \left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2 \right] \sin(kS)} \right|, & \frac{\pi}{B} \neq 2k \\ \left| \frac{k\alpha D B \sin(kSN)}{\sin(kS)} \right|, & \frac{\pi}{B} = 2k \end{cases} \quad (3.36)$$

### 3.3 複合式系列潛堤之反射率

若將理論擴展為不等間距的複合式系列潛堤反射率。圖 3.3 為複合式系列潛堤佈置示意圖。

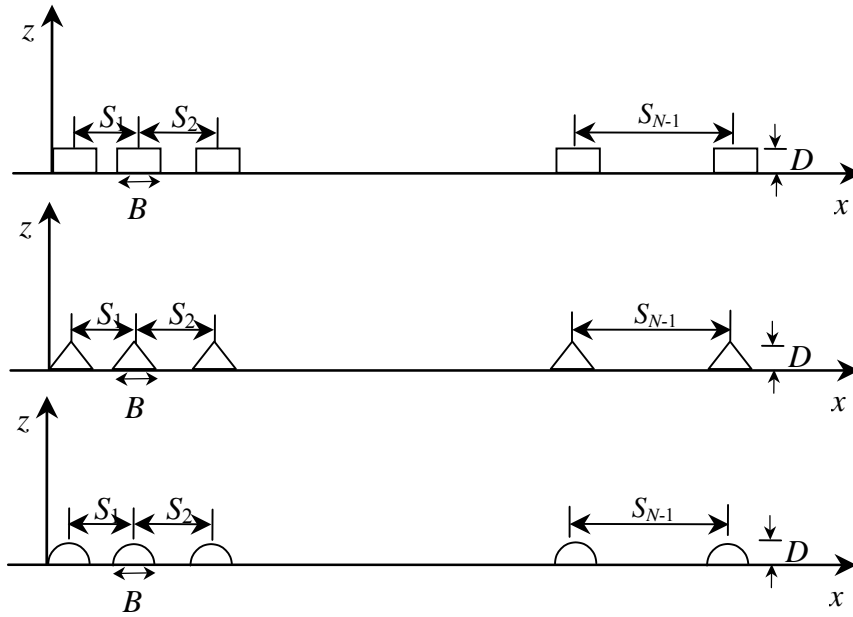


圖 3.3 複合式系列潛堤示意圖

圖中  $S_n$  為第  $n$  個及第  $n+1$  個潛堤間距， $N$  為潛堤個數， $x$  為波浪傳遞方向， $z$  軸向上為正。複合式矩形系列潛堤底床高度變化可表示為

矩形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D, & \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq B + \sum_{n=0}^{N-1} S_n, \quad S_0 = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.37)$$

三角形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{2D}{B} \left( x - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + \frac{B}{2} & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ -\frac{2D}{B} \left( x - B - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n + \frac{B}{2} \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + B & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \quad (3.38)$$

半餘弦形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) \right] & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + B & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \quad (3.39)$$

將以上三式代入式 (3.22) ，以直接積分方式推算反射率如附錄 A ，  
則波浪通過複合式系列潛堤的反射率可表示為

矩形型式：

$$\hat{R} = -\alpha D \left( e^{2ikB} - 1 \right) \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik \sum_{n=0}^{N-1} S_n} \quad (3.40)$$

三角形型式：

$$\hat{R} = \frac{-\alpha D}{ikB} \left( e^{ikB} - 1 \right)^2 \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik \sum_{n=0}^{N-1} S_n} \quad (3.41)$$

半餘弦形型式：

$$\hat{R} = -2ik\alpha D \frac{\frac{\pi}{B} \left( e^{2ikB} + 1 \right)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik \sum_{n=0}^{N-1} S_n} \quad (3.42)$$

若複合式系列潛堤配置以較為簡單的潛堤間距佈置，將系列潛堤分

為前後兩組，各組的潛堤個數相同，潛堤間距亦相同，前後兩組潛堤間距不同，佈置圖如圖 3.4 所示：

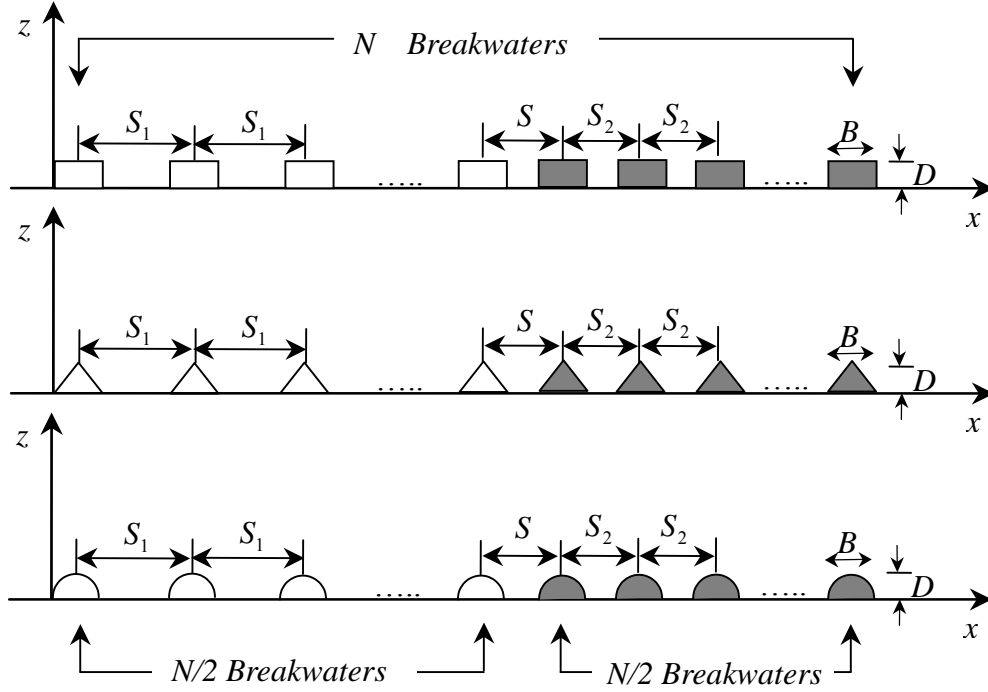


圖 3.4 複合式系列潛堤示意圖

圖中第一組系列潛堤間距為  $S_1$ ，第二組系列潛堤間距為  $S_2$ ，兩組潛堤間距為  $S$ ，若  $S = S_2$ ，則底床高度變化可表示為

矩形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D, & nS_1 \leq x \leq nS_1 + B, & n=0,1,\dots,\frac{N}{2}-1 \\ D, & (\frac{N}{2}-1)S_1 + nS_2 \leq x \leq (\frac{N}{2}-1)S_1 + nS_2 + B, & n=1,2,\dots,\frac{N}{2} \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (3.43)$$

三角形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{2D}{B}(x - nS_1), & nS_1 \leq x \leq nS_1 + \frac{B}{2}, \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{2D}{B} \left\{ x - \left[ \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \right] \right\} \\ \quad, \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + \frac{B}{2}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ -\frac{2D}{B} [x - (B - nS_1)], & nS_1 + \frac{B}{2} \leq x \leq nS_1 + B, \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ -\frac{2D}{B} \left\{ x - \left[ B + \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \right] \right\} \\ \quad, \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + \frac{B}{2}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.44)$$

半餘弦形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D \cos \left\{ -\frac{\pi}{B} \left[ x - \left( \frac{B}{2} + nS_1 \right) \right] \right\}, & nS_1 \leq x \leq nS_1 + B, n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} \\ D \cos \left\{ -\frac{\pi}{B} \left[ x - \left( \frac{B}{2} + nS_2 + \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 \right) \right] \right\}, & \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + B, n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.45)$$

以直接積分方式將式 (3.43) ～式 (3.45) 代入式 (3.22)，推導過程如附錄 A，則波浪通過兩組不同等間距之複合式系列潛堤反射率的結果如下：



矩形型式：

$$\hat{R} = -2i\alpha D \left\{ \frac{\sin(kB)\sin(kS_1 \frac{N}{2})}{\sin(kS_1)} e^{ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin(kB)\sin(kS_2 \frac{N}{2})}{\sin(kS_2)} e^{ik[B+(N-2)S_1+(\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\} \quad (3.46)$$

將式 (3.46) 取絕對值，則矩形複合式系列潛堤反射率可表示為

$$R = 2\alpha D \sqrt{A_1^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_1 A_2 + A_2^2} \quad (3.47)$$

其中

$$A_1 = \frac{\sin(kB)\sin\left(\frac{kS_1 N}{2}\right)}{\sin(kS_1)} \quad (3.48)$$

$$A_2 = \frac{\sin(kB)\sin\left(\frac{kS_2 N}{2}\right)}{\sin(kS_2)} \quad (3.49)$$

若系列潛堤配置皆為等間距，則式 (3.46) 及式 (3.47) 可簡化如式 (3.31)及式 (3.32) 所示。

三角形型式：

$$\hat{R} = -\frac{2i\alpha D}{kB} [1 - \cos(kB)] \left\{ \frac{\sin kS_1 \frac{N}{2}}{\sin kS_1} e^{ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin kS_2 \frac{N}{2}}{\sin kS_2} e^{ik[B+(N-2)S_1+(\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\} \quad (3.50)$$

將式 (3.50) 取絕對值，則三角形複合式系列潛堤反射率可表示為

$$R = 2\alpha D \sqrt{A_3^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_3 A_4 + A_4^2} \quad (3.51)$$

其中

$$A_3 = \frac{[1 - \cos(kB)] \sin\left(\frac{kS_1 N}{2}\right)}{\sin(kS_1)} \quad (3.52)$$

$$A_4 = \frac{[1 - \cos(kB)] \sin\left(\frac{kS_2 N}{2}\right)}{\sin(kS_2)} \quad (3.53)$$

若系列潛堤配置皆為等間距，則式 (3.50) 及式 (3.51) 可簡化如式 (3.34) 及式 (3.35) 所示。

半餘弦形型式：

$$\hat{R} = \frac{-4ik\pi\alpha D \cos(kB)}{B \left[ \left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2 \right]} \left\{ \frac{\sin(kS_1 \frac{N}{2})}{\sin(kS_1)} e^{ik[B + (\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin(kS_2 \frac{N}{2})}{\sin(kS_2)} e^{ik[B + (N-2)S_1 + (\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\} \quad (3.54)$$

將式 (3.54) 取絕對值，則半餘弦形複合式系列潛堤反射率可表示為

$$R = \begin{cases} \left| \frac{4\pi k \alpha D \cos(kB)}{B \left[ \left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2 \right]} \right| \sqrt{A_5^2 + 2 \cos\left[\frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2}\right] A_5 A_6 + A_6^2}, & \frac{\pi}{B} \neq 2k \\ k \alpha D B \sqrt{A_5^2 + 2 \cos\left[\frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2}\right] A_5 A_6 + A_6^2}, & \frac{\pi}{B} = 2k \end{cases} \quad (3.55)$$

其中

$$A_5 = \frac{\sin\left(\frac{kS_1 N}{2}\right)}{\sin(kS_1)} \quad (3.56)$$

$$A_6 = \frac{\sin\left(\frac{kS_2N}{2}\right)}{\sin(kS_2)} \quad (3.57)$$

若系列潛堤配置皆為等間距，則式 (3.54) 及式 (3.55) 可簡化如式 (3.35)及式 (3.36) 所示。

## 第四章 數值模式

波浪由深海傳遞至近岸，受水深地形或海岸結構物的影響產生變形，其主要的變形效應包含淺化、折射、繞射、反射、碎波及能量消散等效應。上述之波浪變形效應通常是共存的，因此在建立波浪模式時，應同時考慮各種變形反應之影響。目前利用水深積分之勢能流描述近岸波浪變形之數值模式主要可分成兩大類，即緩坡方程式 (Mild-Slope Equation, MSE) 及 Boussinesq 方程式，緩坡方程式是以線性波為理論基礎，假設水深變化是緩變的，利用水深積分的方式，將三維的波浪問題簡化為平面二維型式，但在非線性波及不規則波的分析上並無法適切地描述，但就工程實用性觀點而言，緩坡方程式建置的波浪數值模式，可以利用較小計算容量與較短的時間計算較大範圍，因此，頗受國內外從事研究及應用實務作為波場計算工具。另外，為了克服緩坡方程式在實際應用上的限制，近年來應用 Boussinesq 方程式探討於時空領域的波浪變形乃至於碎波等問題，已積極而快速地發展中。

本研究再數值模式計算上，分別以緩坡方程式及 Boussinesq 方程式模擬波浪入射系列潛堤以及親水性堤岸之波場分佈。第一部份，延續前一年以演進型式緩坡方程式(EEMSE)為基礎所發展之模式，持續探討波浪通過系列潛堤之布拉格反射現象。第二部分，為能更貼切地模擬波浪入射親水性堤岸真實的波浪特性，應用 Wei 等人 (1995) 所提出的二階全非線性 Boussinesq 方程式 (2nd-order fully nonlinear Boussinesq equations) 來發展近岸波場模式，並於本章針對 Boussinesq 方程式的原理及其數值方法作一基本介紹，最後再對所發展之波場模式與試驗資料進行驗證。

## 4.1 系列潛堤水理模式

傳統的緩坡方程式在推導過程中，假設海床坡度為緩變，水深地形空間的變化梯度遠小於波形的變化梯度，忽略了擾變地形影響量，即  $|\nabla_h h| \ll |\nabla_h \eta|$ ，忽略的底床地形參數包括底床曲率項 ( $\nabla_h^2 h$ )、底床斜率平方項 ( $|\nabla_h h|^2$ ) 及底床地形擾變量 ( $\delta$ )。本研究探討波浪通過系列潛堤所產生的布拉格反射，考量實際海域斜坡底床設置潛堤，造成緩變底床上具有局部地形的擾變，故上述三種底床地形影響量均不可忽略。本研究以演進型式緩坡方程式 (EEMSE, Hsu 等人, 2003) 為基礎，控制方程式中考慮除上述底床地形影響量，並進一步加入波浪傳遞至近岸過程中，發生碎波能量消散所造成影響。以 EEMSE 模式模擬波浪通過各種系列潛堤佈置的波場變化，並以潛堤前方的波高變化計算其反射率以及透射率，探討系列潛堤佈置的布拉格反射效應、反射率及透射率變化的情形，茲將數值模式敘述如後。

### 4.1.1 控制方程式

假設流體為非旋性且不可壓縮，故滿足 Laplace equation，可表示為

$$\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad -h'(x, y) \leq z \leq \eta(x, y, t) \quad (4.1)$$

式中  $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$  為三維波浪流速勢； $x$  為垂直海岸方向座標，向岸為正； $y$  為沿岸方向座標，向右為正； $z$  為水深方向座標，向上為正； $t$  為時間； $h'(x, y)$  為含擾變地形水深變化函數； $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  為水平梯度因子； $\eta(x, y, t)$  為水位變化函數，包含擾變地形底床及相對座標示意如圖 4.1 所示。

波浪自由表面滿足伯努力方程式 (Bernoulli equation)，此即自由表面動力邊界條件 (DFSBC)，可以下式表示：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + g\eta + \frac{p_\eta}{\rho} = C(t), \quad z = \eta(x, y, t) \quad (4.2)$$



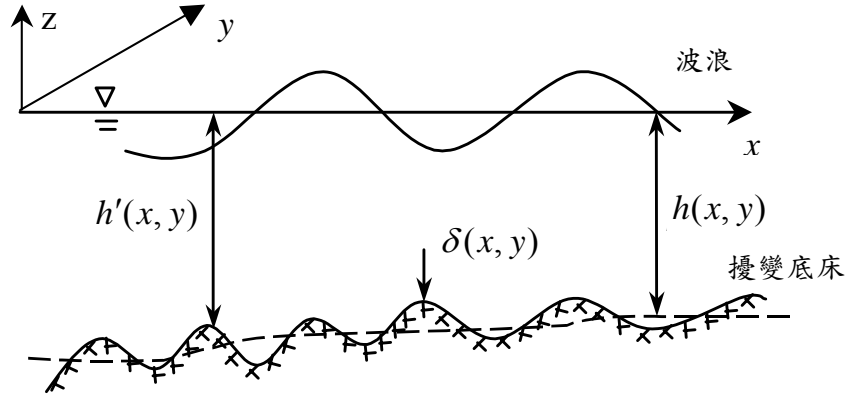


圖 4.1 底床上考慮擾變地形參數示意圖

式中  $u$ 、 $v$  及  $w$  各為波浪在  $x$ 、 $y$  及  $z$  方向上的速度， $\rho$  為流體密度， $p_\eta$  為自由表面壓力， $C(t)$  為 Bernoulli equation 常數。波浪自由表面運動邊界條件 (KFSBC)，可表示為

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad z = \eta(x, y, t) \quad (4.3)$$

由式 (4.2) 及式 (4.3) 推導為線性自由表面邊界條件為

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (4.4)$$

將實際地形水深函數  $h'(x, y)$  視為平均水深函數  $h(x, y)$  及擾變地形函數  $\delta(x, y)$  的組合，即  $h'(x, y) = h(x, y) - \delta(x, y)$ ，則底床地形邊界條件 (BBC) 可表示為：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla_h h' \cdot \nabla_h \Phi = 0, \quad z = -h'(x, y) \quad (4.5)$$

本研究對於描述擾變地形所需邊界條件，利用 Kirby (1986) 的概念，以平均水深地形  $h(x, y)$  為中心，對擾變地形進行泰勒展開 (Taylor expansion)，取其階數至  $O(\delta)$ ，展開後方程式可寫成如式 (4.6)：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \nabla_h h' \cdot \nabla_h \Phi + \delta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0, \quad z = -h(x, y) \quad (4.6)$$

利用水深積分方式對三維問題進行簡化為平面二維的型式，波浪通過擾變底床地形之波浪流速勢函數，以下式進行假設

$$\Phi(x, y, z, t) = f(z, h) \tilde{\Phi}(x, y, t) \quad (4.7)$$

式中  $f$  為滿足 BBC 之水深方向垂直分布函數，表示如下：

$$f = \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (4.8)$$

以式 (4.1) 乘以水深方向垂直分布函數，從底部積分至水面，可得

$$\int_{-h}^0 f (\nabla_h^2 \Phi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}) dz = 0 \quad (4.9)$$

利用格林第一定律 (Green first identity)，將上式轉換為

$$\int_{-h}^0 (f \nabla_h^2 \Phi + \Phi \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}) dz = -[f \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \Phi \frac{\partial f}{\partial z}]_{z=-h}^{z=0} \quad (4.10)$$

以式 (4.7) 代入式 (4.10) 中，則

$$\begin{aligned} & \int_{-h}^0 [f (f \nabla_h^2 \tilde{\Phi} + 2 \nabla_h \tilde{\Phi} \cdot \nabla_h f) + \tilde{\Phi} f \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}] dz \\ &= -[f \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \Phi \frac{\partial f}{\partial z}]_{z=-h}^{z=0} - \int_{-h}^0 [\tilde{\Phi} f \nabla_h^2 f] dz \end{aligned} \quad (4.11)$$

再將邊界條件式 (4.4) 及式 (4.6) 代入式 (4.11)，則方程式可表示為

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} + \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \tilde{\Phi}) - (\omega^2 - k^2 CC_g) \tilde{\Phi} - g(1 - \lambda^2) \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \tilde{\Phi}) \\ &= -g(2 \bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \tilde{\Phi} + \bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta \tilde{\Phi} + F_2 \tilde{\Phi}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

式中

$$\bar{F}_1 = \lambda(1 - \lambda^2)(k \nabla_h h + h \nabla_h k) = F_{11} \nabla_h h \quad (4.13)$$

$$F_2 = \alpha_1(\nabla_h h)^2 k + \alpha_2 \nabla_h^2 h + \alpha_3 \nabla_h k \cdot \nabla_h h / k + \alpha_4 \nabla_h^2 k / k^2 + \alpha_5 (\nabla_h k)^2 / k^3 \quad (4.14)$$

$C = \omega / k$  為波速(wave celerity)， $C_g = \partial \omega / \partial k$  為群波速度(group velocity)， $\lambda = \tanh kh$ ， $\omega^2 = gk \tanh kh$ ，式 (4.13) 及式 (4.14) 中參數  $\alpha_i (i=1, \dots, 5)$  為

$$\alpha_1 = -\lambda(1 - \lambda^2)(1 - \lambda q) - 2(1 - \lambda^2)\lambda^2 k \delta \quad (4.15)$$

$$\alpha_2 = -\lambda q(1 - \lambda^2) / 2 + (1 - \lambda^2)\lambda k \delta \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3 = & q(1 - \lambda^2)(2q\lambda^2 - 5\lambda / 2 - q / 2) \\ & - 2(1 - \lambda^2)(2\lambda^2 q - \lambda - q)k \delta \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\alpha_4 = q(1 - \lambda^2)(1 - 2\lambda q) / 4 - \lambda / 4 + (1 - \lambda^2)\lambda q k \delta \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \alpha_5 = & q(1 - \lambda^2)(4\lambda^2 q^2 - 4q^2 / 3 - 2\lambda q - 1) / 4 + \lambda / 4 \\ & + (1 - \lambda^2)q^2(1 - 2\lambda^2)k \delta \end{aligned} \quad (4.19)$$

式中  $q = kh$ ，式 (4.12) 所得結果與 Zhang 等人 (1999) 所推導混合模式 (HM) 結果相同。

式 (4.12) 所描述的波浪變形，並未對碎波加以考慮。本研究考慮波浪於近岸碎波所造成能量消散。因此，本研究 Isobe (1987) 的處理方式，將能量消散式加入緩坡方程式中，控制方程式為

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} + \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \tilde{\Phi}) - [\omega^2 - k^2 CC_g (1 + if_d)] \tilde{\Phi} - g(1 - \lambda^2) \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \tilde{\Phi}) \\ & = -g(2\bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \tilde{\Phi} + \bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta \tilde{\Phi} + F_2 \tilde{\Phi}) \end{aligned} \quad (4.20)$$

式中  $f_d$  為碎波能量消散係數。利用  $\tilde{\Phi} = (gA / \omega) e^{i\chi}$  代入式 (4.20) 中，在穩定的狀態下，式 (4.20) 之虛部為

$$\nabla_h \cdot \left( \frac{A^2 CC_g \nabla_h \chi}{\omega} \right) = -\frac{f_d A^2 CC_g k^2}{\omega} \quad (4.21)$$

式中  $\chi$  為位相函數。若考慮一維之特殊情況，並利用波浪能量  $E = \rho g A^2 / 2$ ，則式 (4.21) 進一步改寫成

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = -\tilde{\Phi}_d = -f_d k(EC_g) \quad (4.22)$$

式中  $\tilde{\Phi}_d$  表示單位時間、單位面積的能量損失，碎波能量消散係數  $f_d$  則由能量損失求出。

波浪碎波後的能量消散有許多經驗公式，如 Dally 等人 (1985) 以水躍觀點描述波浪碎波的能量消散；Battjes 和 Janssen (1978) 以相同的概念描述不規則波因波浪碎波所產生的能量消散；Isobe (1987) 採用 Mizuguchi (1980) 所提出之概念，以紊流模式考慮波浪因碎波所產生的能量消散量。上述三種不同碎波能量消散依序表示如式 (4.23) ～式 (4.25) 所示

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = \begin{cases} -\frac{\rho g}{8} \frac{\hat{K}_2}{h} (H^2 \sqrt{gh} - \hat{K}_1^2 h^2 \sqrt{gh}) & (4.23) \end{cases}$$

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = \begin{cases} -\frac{\rho g}{4T_i} \alpha' H_{max}^2 Q_b & (4.24) \end{cases}$$

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = \begin{cases} -2.5 \frac{\rho g H^2}{8} \tan \beta \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\frac{\gamma_a - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}} & (4.25) \end{cases}$$

式中  $\hat{K}_1 = 0.40$ ， $\hat{K}_2 = 0.15$ ， $\alpha' \approx 0.1$ ， $Q_b = 3.7$  為經驗係數， $H_{max} = 0.88/k \tanh(\gamma_1 kh/0.88)$ ， $\gamma_1 = 0.5 + 0.4 \tanh(33H_0/L_0)$ ， $\gamma_a = A/h$ ； $\gamma_r = 0.135$  及  $\gamma_s = 0.4 \times (0.57 + 5.3 \tan \beta)$  分別為等水深與等坡度底床再生波 (recovery wave) 臨界值， $H_0$  為深水波高， $L_0$  為深水波長， $\tan \beta$  為斜坡底床斜率， $A$  為波浪振幅。將式 (4.23) ～式 (4.25) 代入式 (4.22)，分別求出能量消散係數 (Hsu 和 Wen, 2001b)：

$$f_d = \begin{cases} \frac{\hat{K}_2}{kh} \left(1 - \frac{\hat{K}_1^2}{4\gamma_a^2}\right) & (4.26) \end{cases}$$

$$f_d = \begin{cases} \frac{\alpha' Q_b}{\pi} \frac{H_{max}^2}{4\gamma_a^2 h^2} & (4.27) \end{cases}$$

$$f_d = \begin{cases} 2.5 \tan \beta \sqrt{\frac{1}{kh}} \sqrt{\frac{\gamma_a - \gamma_r}{\gamma_s - \gamma_r}} & (4.28) \end{cases}$$

波浪進入斜坡底床淺水區發生碎波位置之碎波臨界指標  $\gamma_b$  判斷公式，往昔研究提出者有 Miche (1944) 以孤立波浪理論，推導不考慮底床坡度狀況之碎波指標，如式 (4.29) 所示；Goda (1970) 蒐集及分析試驗和現場數據，顯示碎波判斷參數與底床坡度有密切的關係，如式 (4.30) 所示；Isobe (1987) 利用紊流觀念推導波峯比值，作為碎波指標的參考依據，並將底床坡度考慮於指標參數中，如式 (4.31) 所示。

$$\gamma_b = \begin{cases} 0.071 \frac{L}{h} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) & (4.29) \end{cases}$$

$$\gamma_b = \begin{cases} 0.085 \frac{L_0}{h} \left\{ 1 - e^{\left[ -1.5\pi \frac{h}{L_0} (1 + 15(\tan \beta)^{4/3}) \right]} \right\} & (4.30) \end{cases}$$

$$\gamma_b = \begin{cases} 0.53 - 0.3e^{-3\sqrt{(h/L_0)}} + 5(\tan \beta)^{3/2} e^{-45(\sqrt{h/L_0} - 0.1)^2} & (4.31) \end{cases}$$

本研究採用 Hsu 和 Wen (2001b) 對以上碎波能量消散公式及碎波判斷式所得平均誤差最小的組合，即 Dally 等人 (1985) 碎波能量消散公式及 Isobe (1987) 的碎波指標參數作為模式計算斜坡上碎波能量消散。故式 (4.20) 中碎波能量消散係數  $f_d$  採用式 (4.26)，碎波臨界指標  $\gamma_b$  採用式 (4.31)，若  $\gamma_a \leq \gamma_b$  則  $f_d = 0$ ，若  $\gamma_a > \gamma_b$  則由式 (4.26) 計算求得。

再利用 Li (1994) 假設波浪變形隨一緩慢時間變量  $\bar{t} = \varepsilon t$  緩慢變化， $\varepsilon$  為攝動參數， $\varepsilon \ll 1$ 。根據上述對時間變量假設，波浪流速勢函數可進一步表示為

$$\tilde{\Phi}(x, y, t) = \psi(x, y, \bar{t}) e^{-i\omega t} \quad (4.32)$$



式 (4.32) 中  $\psi$  為含有緩慢時間變量流速勢函數。將式 (4.32) 代入式 (4.20) 雙曲線型緩坡方程式中，則控制方程式可表示為

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \varepsilon^2 e^{-i\omega t} - 2 \frac{\partial \psi}{\partial t} \varepsilon(i\omega) e^{-i\omega t} - \psi \omega^2 e^{-i\omega t} - \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \psi e^{-i\omega t}) \\ & + [\omega^2 - k^2 CC_g (1 + if_d)] \psi e^{-i\omega t} + g(1 - \lambda^2) (\nabla_h \delta \cdot \nabla_h \psi e^{-i\omega t} + \delta \nabla_h^2 \psi e^{-i\omega t}) \\ & - g(2\bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \psi e^{-i\omega t} + \bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta \psi e^{-i\omega t} + F_2 \psi e^{-i\omega t}) = 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

式 (4.33) 中  $\partial/\partial t = \varepsilon \partial/\partial \bar{t}$  及  $\partial^2/\partial t^2 = \varepsilon^2 \partial^2/\partial \bar{t}^2$ ，省略上式之二階微小量  $\varepsilon^2$ ，只保留一階項  $O(\varepsilon)$  於方程式中，則式 (4.20) 成為演進型式之緩坡方程式，如下所示：

$$\begin{aligned} -2\omega i \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \psi) + k^2 CC_g (1 + if_d) \psi - g(1 - \lambda^2) (\nabla_h \delta \cdot \nabla_h \psi + \delta \nabla_h^2 \psi) \\ &+ g(2\bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \psi + \bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta \psi + F_2 \psi) \\ &= \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \psi) + k^2 CC_g \psi - g(1 - \lambda^2) \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \psi) \\ &+ g(2\bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \psi + \bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta \psi + F_2 \psi) \end{aligned} \quad (4.34)$$

為簡化解析方法，引用 Radder (1979) 的 Liouville transformation 方法進行式 (4.34) 簡化，令

$$\psi = \phi / \sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta} \quad (4.35)$$

式 (4.35) 代入式 (4.34) 進一步推導成(詳細推導見附錄 B)：

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{-2\omega i}{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta} \right] \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \\ &= \nabla_h^2 \phi + k_c^2 \phi + \frac{g}{\sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}} \left[ 2\bar{F}_1 \cdot \delta \nabla_h \frac{\phi}{\sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}} \right] \\ &+ \frac{\delta}{\sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}} \nabla_h [g(1 - \lambda^2)] \cdot \nabla_h \left[ \frac{\phi}{\sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}} \right] \end{aligned} \quad (4.36)$$

其中

$$k_c^2 = \left[ \frac{g\bar{F}_1 \cdot \nabla_h \delta + gF_2 + k^2 CC_g(1 + if_d)}{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta} \right] - \frac{\nabla_h^2 \sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}}{\sqrt{CC_g - g(1 - \lambda^2)\delta}} \quad (4.37)$$

式中  $k_c$  為一虛擬週波數。

在線性化假設條件下，即  $|\nabla_h h| \ll |\nabla_h \eta|$ ，則式 (4.12) 等號右邊項皆可忽略，可簡化為 Kirby (1986) 所提出之延伸型緩坡方程式 (Extended Mild-Slope Equation, EMSE) 如下所示：

$$-\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}}{\partial t^2} + \nabla_h \cdot (CC_g \nabla_h \tilde{\Phi}) - (\omega^2 - k^2 CC_g) \tilde{\Phi} - g(1 - \lambda^2) \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \tilde{\Phi}) = 0 \quad (4.38)$$

#### 4.1.2 邊界條件

波浪通過邊界時所需給定的邊界條件，本文模式採用輻射邊界條件 (radiation boundary condition) 加以處理。輻射邊界條件為 Sommerfeld (1964) 所提出，其目的為減少反射波能量進入計算領域。邊界條件可分為：(1) 完全吸收邊界條件 (fully absorbed boundary condition)；(2) 全反射或部分吸收邊界條件 (total reflection or partial absorption boundary condition)；(3) 給定邊界條件 (given boundary condition)。上述邊界條件的特性如下：

##### 1. 完全吸收及部分吸收邊界條件

波浪通過邊界時沒有任何反射波浪產生，邊界將波浪完全吸收，此邊界條件為完全吸收邊界條件。若波浪通過邊界時只吸收部份的波浪能量，則為部份吸收邊界，輻射邊界條件可以下式表示

$$\frac{d\phi}{dt} = \bar{\alpha} \frac{\partial \phi}{\partial t} + C \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0, \text{ 在 } \partial B \quad (4.39)$$

式 (4.43) 中  $\bar{\alpha} = (1 - R)/(1 + R)$  為波浪吸收係數， $R$  為反射係數， $C = \omega/k$  為波速， $r = |r| = x \cos \theta + y \sin \theta$  為波浪的路徑， $\theta$  為波浪入射邊

界的角度， $\partial B$  為 波浪所通過的邊界，輻射邊界與座標關係示意圖如圖 4.2 所示。

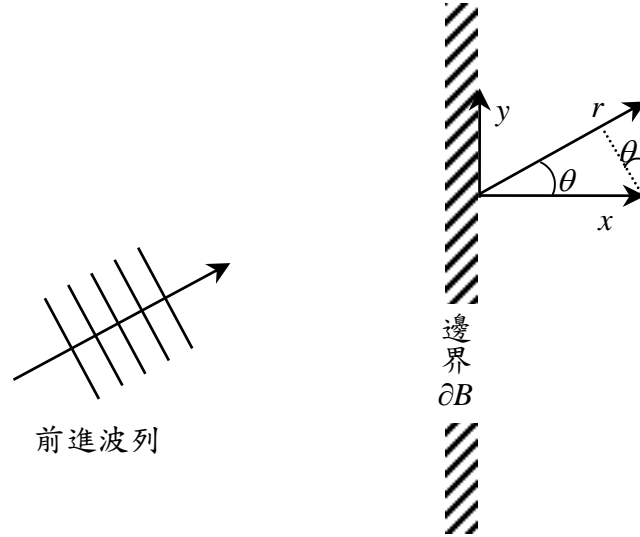


圖 4.2 輻射邊界與座標示意圖

若  $\bar{\alpha}=1$ ，則波浪完全通過邊界；若  $\bar{\alpha}=0$ ，則於邊界上產生全反射；若為部分吸收邊界，則  $0 < \bar{\alpha} < 1$ 。

假設波浪的流速勢函數在卡氏直角座標上可表示為  $\phi = \hat{\phi} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}$ ，將式 (4.39) 代入波浪路徑關係，可得

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \cos \theta \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \sin \theta \quad (4.41)$$

則  $x$  方向及  $y$  方向上的輻射邊界條件為

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \mp i \bar{\alpha} k_x \phi = 0 \quad , \text{ 在 } \partial B_{x^+} \text{ 或 } \partial B_{x^-} \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \mp i \bar{\alpha} k_y \phi = 0 \quad , \text{ 在 } \partial B_{y^+} \text{ 或 } \partial B_{y^-} \quad (4.43)$$

上式中  $k_x = k \cos \theta$  及  $k_y = k \sin \theta$  為週波數在  $x$  方向及  $y$  方向之分量。波場模式格網及邊界示意圖，如圖 4.3 所示。

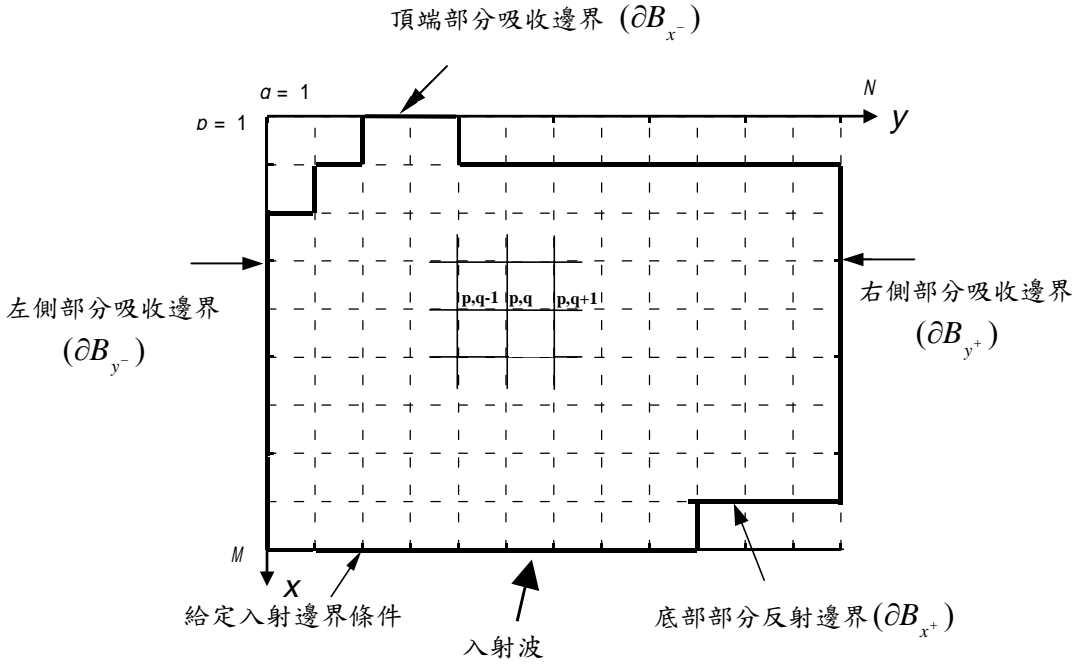


圖 4.3 邊界條件設置及格點佈置示意圖

## 2. 給定邊界條件

波浪由外海入射受地形水深及海岸結構物的影響，產生反射波。當所產生的反射波浪通過邊界時，在邊界上含有已知的入射波浪及未知的反射波浪。對於沿邊界  $\partial B_{x^+}$  或  $\partial B_{x^-}$  給定邊界條件，其總流速勢函數可表示為

$$\phi = \phi_i + \phi_s \quad (4.44)$$

式(4.44)中  $\phi_i = \hat{\phi}_i e^{i(kx \cos \theta_i + ky \sin \theta_i + \omega t)}$  為入射波流速勢函數， $\phi_s = \hat{\phi}_s e^{i(kx \cos \theta_s + ky \sin \theta_s - \omega t)}$  為反射波流速勢函數，將式 (4.44) 代入式 (4.42) 中，則可得

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi}{\partial x} &= \pm i \bar{\alpha} k_x (\phi_i - \phi_s) \\
&= \pm i \bar{\alpha} k_x [\phi_i - (\phi - \phi_i)] \quad , \text{ 在 } \partial B_{x^+} \text{ 或 } \partial B_{x^-} \\
&= \pm i \bar{\alpha} k_x (2\phi_i - \phi) \\
&= \mp i \bar{\alpha} k_x \phi \pm 2i \bar{\alpha} k_x \phi_i
\end{aligned} \tag{4.45}$$

式中入射邊界波浪的反射率為零，即吸收係數  $\bar{\alpha} = 1$ ，代入式 (4.45) 重新整理如下：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi}{\partial x} &= \mp i \bar{\alpha} k_x \phi \pm 2i k_x \phi_i \\
&= \mp i \bar{\alpha} \cos \theta \phi \pm 2i k \cos \theta \phi_i
\end{aligned} \quad , \text{ 在 } \partial B_{x^+} \text{ 或 } \partial B_{x^-} \tag{4.46}$$

同理，在邊界  $\partial B_{y^+}$  及  $\partial B_{y^-}$  之給定邊界可表示為

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi}{\partial y} &= \mp i \bar{\alpha} k_y \phi \pm 2i k_y \phi_i \\
&= \mp i \bar{\alpha} k \sin \theta \phi \pm 2i k \sin \theta \phi_i
\end{aligned} \quad , \text{ 在 } \partial B_{y^+} \text{ 或 } \partial B_{y^-} \tag{4.47}$$

對於給定的入射波浪條件，本文以線性波浪理論作為計算基礎， $\phi_i$  表示為

$$\phi_i = \frac{g T_i H_i}{4\pi} \sin(kx \cos \theta_i + ky \sin \theta_i + \omega t) \tag{4.48}$$

式中  $H_i$  為入射波高， $T_i$  為週期， $\theta_i$  為波浪入射角。

Hsu 和 Wen (2000) 依照 EEMSE 的程式架構，在計算上使用交替方向隱式法 (ADI)，僅在固定方向進行疊代再變換另一方向，利用交替方向隱式法之特點，原始邊界上的波向角可經由疊代方式求解，如此可進一步求解波浪大角度的入射問題，方法簡述如下：

假設流速勢表示為

$$\phi = \frac{igTH}{4\pi} e^{i\chi} \tag{4.49}$$

其中位相函數  $\chi$  可由流速勢  $\phi$  之實部和虛部求出，即



$$\chi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}(\phi)}{\text{Re}(\phi)}$$

其中 Re 和 Im 分別代表複變數之實部和虛部。邊界上之波數向量  $\vec{k}$  可由位相函數  $\chi$  求得：

$$\vec{k} = \nabla_h \chi = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} = k \cos \theta \vec{i} + k \sin \theta \vec{j} \quad (4.50)$$

由上式可求出邊界上波向角為

$$\theta = \tan^{-1} \frac{k_y}{k_x} = \tan^{-1} \frac{\partial \chi / \partial y}{\partial \chi / \partial x} \quad (4.51)$$

疊代過程中邊界上之波向角之起始猜測值先以 Snell's law 計算，待下一時段流速勢求出後再根據式 (4.51) 計算新的波向角，如此反覆計算達到收斂條件為止。

#### 4.1.3 數值方法

數值方法的選取，本文選取交替方向隱式法 (Alternating Direction Implicit, ADI) 進行數值計算，此種方法係將  $x$  與  $y$  方向的流速勢，以有限差分法展開形成帶狀矩陣，接著以高斯消去法 (Gauss elimination) 求解其帶狀矩陣，其離散方程式分析如下。

緩坡方程式的控制方程式(式 (4.36))，利用有限差分展開如式 (4.52) ~ 式 (4.60) 所示。

$$\begin{aligned} & (f_1)_{p,q} \frac{\phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} - \phi_{p,q}^{\hat{n}}}{\Delta t/2} i \\ &= \hat{\delta}_x^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} + \frac{1}{2} (k_c^2)_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} + \hat{\delta}_y^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}} + \frac{1}{2} (k_c^2)_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}} \\ &+ (f_2)_{p,q} [(\hat{\delta}_x h)(\hat{\delta}_x \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}) + (\hat{\delta}_y h)(\hat{\delta}_y \phi_{p,q}^{\hat{n}})] \\ &+ (f_3)_{p,q} \{[\hat{\delta}_x g(1 - \lambda^2)](\hat{\delta}_x \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}) + [\hat{\delta}_y g(1 - \lambda^2)](\hat{\delta}_y \phi_{p,q}^{\hat{n}})\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned}
& (f_1)_{p,q} \frac{\phi_{p,q}^{\hat{n}+1} - \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}}{\Delta t/2} i \\
& = \hat{\delta}_x^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} + \frac{1}{2} (k_c^2)_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} + \hat{\delta}_y^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}+1} + \frac{1}{2} (k_c^2)_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}+1} \\
& \quad + (f_2)_{p,q} [(\hat{\delta}_x h)(\delta_x \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}) + (\hat{\delta}_y h)(\delta_y \phi_{p,q}^{\hat{n}+1})] \\
& \quad + (f_3)_{p,q} \{[\hat{\delta}_x g(1-\lambda^2)](\hat{\delta}_x \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}) + [\hat{\delta}_y g(1-\lambda^2)](\hat{\delta}_y \phi_{p,q}^{\hat{n}+1})\}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

式 (4.52) 及式 (4.53) 中

$$(f_1)_{p,q} = -\frac{2\omega}{[\Omega]_{p,q}} \tag{4.54}$$

$$(f_2)_{p,q} = \frac{2g\delta F_{11}}{[\sqrt{\Omega}]_{p,q}} \tag{4.55}$$

$$(f_3)_{p,q} = \frac{\delta}{[\sqrt{\Omega}]_{p,q}} \tag{4.56}$$

$$\hat{\delta}_x^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}} = \frac{\phi_{p-1,q}^{\hat{n}} - 2\phi_{p,q}^{\hat{n}} + \phi_{p+1,q}^{\hat{n}}}{\Delta x^2} \tag{4.57}$$

$$\hat{\delta}_y^2 \phi_{p,q}^{\hat{n}} = \frac{\phi_{p,q-1}^{\hat{n}} - 2\phi_{p,q}^{\hat{n}} + \phi_{p,q+1}^{\hat{n}}}{\Delta y^2} \tag{4.58}$$

$$\hat{\delta}_x \phi_{p,q}^{\hat{n}} = \frac{\phi_{p+1,q}^{\hat{n}} - \phi_{p-1,q}^{\hat{n}}}{2\Delta x} \tag{4.59}$$

$$\hat{\delta}_y \phi_{p,q}^{\hat{n}} = \frac{\phi_{p,q+1}^{\hat{n}} - \phi_{p,q-1}^{\hat{n}}}{2\Delta y} \tag{4.60}$$

式中  $\Omega = CC_g - g(1-\lambda^2)\delta$ ，上標" $\hat{n}$ "為時間因子，下標" $p$ "與" $q$ "分別為  $x$  與  $y$  方向網格點，" $\hat{\delta}$ "為微分運算值。

$y$  方向透過邊界之離散方程式如下所示：

$$\phi_{p,q+1}^{\hat{n}+1/2} - \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2} = \frac{i\Delta y(k_y)_{p,q}}{2} [\phi_{p,q+1}^{\hat{n}+1/2} + \phi_{p,q}^{\hat{n}+1/2}] \tag{4.61}$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{p,1} = \left( -1 - \frac{i\Delta y(k_y)_{p,1}}{2} \right) \\ c_{p,2} = \left( 1 - \frac{i\Delta y(k_y)_{p,2}}{2} \right) \\ a_{p,M-1} = \left( -1 - \frac{i\Delta y(k_y)_{p,M-1}}{2} \right) \\ b_{p,M} = \left( 1 - \frac{i\Delta y(k_y)_{p,M}}{2} \right) \end{array} \right. \quad (4.62)$$

$x$  方向透過邊界之離散方程式如下所示：

$$\phi_{p+1,q}^{\hat{n}+1} - \phi_{p,q}^{\hat{n}+1} = \frac{i\Delta x(k_x)_{p,q}}{2} [\phi_{p+1,q}^{\hat{n}+1} + \phi_{p,q}^{\hat{n}+1}] \quad (4.63)$$

而  $x$  方向給定邊界之離散方程式為

$$\phi_{p+1,q}^{\hat{n}+1} - \phi_{p,q}^{\hat{n}+1} = \frac{-i\Delta x(k_x)_{p,q}}{2} [\phi_{p+1,q}^{\hat{n}+1} + \phi_{p,q}^{\hat{n}+1}] + 2i(k_{xi})_{p,q} (\phi_i^{\hat{n}})_{p,q} \Delta x \quad (4.64)$$

式中

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{1,q} = \left( 1 - \frac{i\Delta x(k_x)_{1,q}}{2} \right) \\ c_{2,q} = \left( -1 - \frac{i\Delta x(k_x)_{1,q}}{2} \right) \\ a_{M-1,q} = \left( 1 + \frac{i\Delta x(k_x)_{M,q}}{2} \right) \\ b_{M,q} = \left( -1 + \frac{i\Delta x(k_x)_{M,q}}{2} \right) \\ B_{M,q} = 2i(k_{xi})(\phi_i^{\hat{n}+1})_{M-1,q} \Delta x \end{array} \right. \quad (4.65)$$

如掃  $x$  方向，則  $x$  方向的流速勢為固定，則式 (4.52) 重新整理如下：

$$a_{p,q} \phi_{p,q-1}^{n+1/2} + b_{p,q} \phi_{p,q}^{n+1/2} + c_{p,q} \phi_{p,q+1}^{n+1/2} = B_{p,q} \quad (4.66)$$

式中

$$\begin{cases} a_{p,q} = \left[ \frac{1}{(\Delta y)^2} - \frac{\hat{A}}{2\Delta y\sqrt{\Omega}} \right]_{p,q-1} & ; p=2,3,\dots,M-1; q=2,3,\dots,N-1 \\ b_{p,q} = \left[ \frac{k_c^2}{2} - \frac{2}{(\Delta y)^2} - \frac{2f_{p,q}}{\Delta t} \right]_{p,q-1} & ; p=2,3,\dots,M-1; q=2,3,\dots,N-1 \\ c_{p,q} = \left[ \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{\hat{A}}{2\Delta y\sqrt{\Omega}} \right]_{p,q-1} & ; p=2,3,\dots,M-1; q=3,4,\dots,N-1 \end{cases} \quad (4.67)$$

其中

$$\hat{A} = \frac{2g\delta F_{11}}{\sqrt{\Omega}} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\delta}{\sqrt{\Omega}} \frac{\partial}{\partial y} [g(1-\lambda^2)] \quad (4.68)$$

$$\begin{cases} B_{p,q} = \left[ -\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{\hat{B}}{2\Delta x\sqrt{\Omega}} \right]_{p-1,q} \phi_{p-1,q}^{\hat{n}} + \left[ -\frac{k_c^2}{2} + \frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2i(f_1)_{p,q}}{\Delta t} \right]_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}} \\ \quad + \left[ -\frac{1}{(\Delta x)^2} - \frac{\hat{B}}{2\Delta x\sqrt{\Omega}} \right]_{p+1,q} \phi_{p+1,q}^{\hat{n}} & ; p=2,3,\dots,M-1; q=2,3,\dots,N-1 \\ B_{p,q} = \left[ -\frac{k_c^2}{2} - \frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2i(f_1)_{p,q}}{\Delta t} + \frac{3}{2\Delta x} \right]_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}} + \left[ \frac{5}{(\Delta x)^2} - \frac{2\hat{B}}{\Delta x\sqrt{\Omega}} \right]_{p+1,q} \phi_{p+1,q}^{\hat{n}} \\ \quad + \left[ -\frac{4}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{2\Delta x} \right] \phi_{p+2,q}^{\hat{n}} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \phi_{p+3,q}^{\hat{n}} & ; p=1 & ; q=2,3,\dots,N-1 \\ B_{p,q} = \left[ -\frac{k_c^2}{2} - \frac{2}{(\Delta x)^2} - \frac{2i(f_1)_{p,q}}{\Delta t} + \frac{3}{2\Delta x} \right]_{p,q} \phi_{p,q}^{\hat{n}} + \left[ \frac{5}{(\Delta x)^2} - \frac{2\hat{B}}{\Delta x\sqrt{\Omega}} \right]_{p-1,q} \phi_{p-1,q}^{\hat{n}} \\ \quad + \left[ -\frac{4}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{2\Delta x} \right] \phi_{p-2,q}^{\hat{n}} + \frac{1}{(\Delta x)^2} \phi_{p-3,q}^{\hat{n}} & ; p=M & ; q=2,3,\dots,N-1 \end{cases} \quad (4.69)$$

其中

$$\hat{B} = \frac{2g\delta F_{11}}{\sqrt{\Omega}} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\delta}{\sqrt{\Omega}} \frac{\partial}{\partial x} [g(1-\lambda^2)] \quad (4.70)$$

依據控制方程式(式 (4.66) )及邊界條件(式 (4.61) )之離散方程式寫

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} & N \times N \\ \left[ \begin{array}{ccccccccc} b_{p,1} & c_{p,2} & & & & & & & \\ a_{p,1} & b_{p,2} & c_{p,3} & & & & & & \\ & a_{p,2} & b_{p,3} & c_{p,4} & & & & & \\ & & . & . & . & & & & \\ & & & . & . & . & & & \\ & & & & . & . & . & & \\ & & & & & . & . & . & \\ & & & & & & . & . & \\ & & & & & & & . & . \\ & & & & & & & & . \end{array} \right] & \begin{matrix} a_{p,N-2} & b_{p,N-1} & c_{p,N} \\ a_{p,N-1} & b_{p,N} & \end{matrix} \end{matrix} \\
& = \begin{matrix} N \times 1 \\ \left[ \begin{array}{c} \phi_{p,1} \\ \phi_{p,2} \\ \phi_{p,3} \\ \phi_{p,4} \\ . \\ . \\ . \\ \phi_{p,N-2} \\ \phi_{p,N-1} \\ \phi_{p,N} \end{array} \right] \end{matrix} = \begin{matrix} N \times 1 \\ \left[ \begin{array}{c} B_{p,1} \\ B_{p,2} \\ B_{p,3} \\ B_{p,4} \\ . \\ . \\ . \\ B_{p,N-2} \\ B_{p,N-1} \\ B_{p,N} \end{array} \right] \end{matrix}
\end{aligned}
\tag{4.71}$$

將流速勢 $\phi_{p,q}$ 代入每一個疊代時間，可得到每一個疊代過程中的波浪邊界近似角度 $\theta_{p,q}$ ，其值為

$$\theta_{p,q} = \tan^{-1} \left[ \left( \frac{\chi_{p,q+1} - \chi_{p,q-1}}{\chi_{p+1,q} - \chi_{p-1,q}} \right) \frac{\Delta x}{\Delta y} \right] \quad (4.72)$$

$$\chi_{p,q} = \tan^{-1} \left[ \frac{\text{Im}(\phi_{p,q})}{\text{Re}(\phi_{p,q})} \right] \quad (4.73)$$
$$H = H_i K_s K_r \quad (4.74)$$



$$K_s = \left( \frac{1}{(1 + 2kh / \sinh 2kh) \tanh kh} \right)^{1/2} \quad (4.75)$$

$$K_r = (\cos \theta_i / \cos \theta)^{1/2} \quad (4.76)$$

利用上述變數可以計算流速勢 $\phi$ ，並透過網格系統得到一個猜測起始值，然後利用 ADI 法求解式 (4.52) 與式 (4.53) 得到流速勢新解，再利用新的速度勢 $\phi_{p,q}$ 求解式 (4.72) 的波向角 $\theta_{p,q}$ 及式 (4.61) 與式 (4.64) 的週波數 $k_x$ 和 $k_y$ 。疊代過程至前後流速勢的相對差值小於本模式設定收斂條件之微小值時始停止。本文模式於疊代過程中收斂條件，採用 Li (1994) 所提出模式計算殘差 $\tilde{\varepsilon}$ ，當其值小於給定的計算誤差時為收斂條件。殘差表示式表示為

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\sqrt{\sum_p \sum_q ABS(\phi_{p,q}^{\hat{n}} - \phi_{p,q}^{\hat{n}-1})^2}}{\sum_p \sum_q ABS(\phi_{p,q}^{\hat{n}})} \quad (4.77)$$

本文在模式計算過程所得殘差，選用 $\tilde{\varepsilon} < 10^{-4}$ 為收斂條件。

模式計算過程，時間變化量 $(\Delta t)$ 為疊代次數的參數指標，此參數只影響收斂的速度。模式所設定的時間變化量 $(\Delta t)$ ，在求解緩坡方程式過程中，則需滿足擴散係數 (Diffusion number)  $D_f = CC_g / (2\omega \Delta x^2 / \Delta t)$ 的限制；滿足邊界條件穩定條件，則需滿足庫倫數 (Courant number)  $C_r = \sqrt{gh} / (\Delta x / \Delta t)$ 的限制。同時滿足上述兩個限制條件情況下，時間變化量 $(\Delta t)$ ，同時需滿足式 (4.78)

$$\text{Max}\{C_r, D_f\} \leq 1 \quad (4.78)$$

圖 4.4 為波浪通過系列潛堤佈置計算殘差與疊代次數關係圖，圖中格網間距為 $\Delta x = 0.2$ 公尺， $\Delta y = 0.2$ 公尺，時間變化量 $\Delta t = 0.055$ 秒，格點網域為 $301 \times 5$ 點，入射水深為 $0.6$ 公尺，週期為 $2.12$ 秒，擴散係數為 $D_f = 0.95$ ，庫倫數為 $C_r = 0.67$ 。圖形顯示計算的殘差隨疊代次數增加而收斂減小，計算疊代次數至 $5900$ 次時，殘差值已達到本文收斂條件的要求，

即  $\tilde{\varepsilon} < 10^{-4}$ 。本例使用計算機為 Pentium □ 個人電腦，配備 2.0 G Hz 中央處理器及 256 MB 的記憶體，在 Windows 2000 作業系統下，計算疊代次數至 5900 次花費時間為 28 秒。波浪通過系列潛堤佈置計算結果之波高分佈圖如圖 4.5 所示，圖形顯示堤前 ( $x > 35$  公尺) 因波浪反射呈現穩定的波高震盪，堤後 ( $x < 20$  公尺) 透射波高呈現幾近定值，潛堤佈置區 ( $20 \leq x \leq 35$  公尺) 因潛堤佈置水深變化，波浪隨通過潛堤佈置長度愈長，波高的震盪愈小。

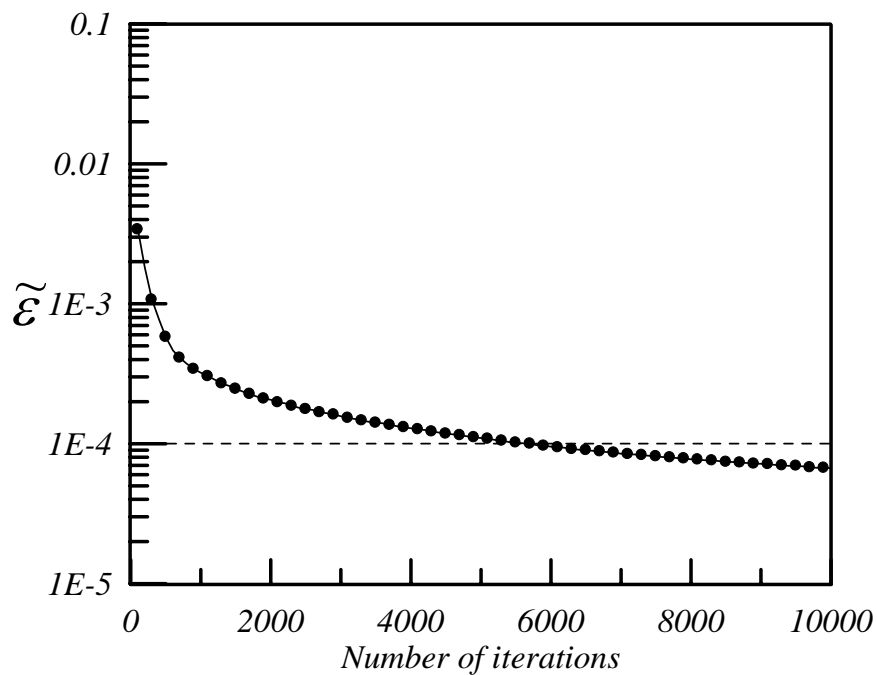


圖 4.4 計算殘差與疊代次數關係圖

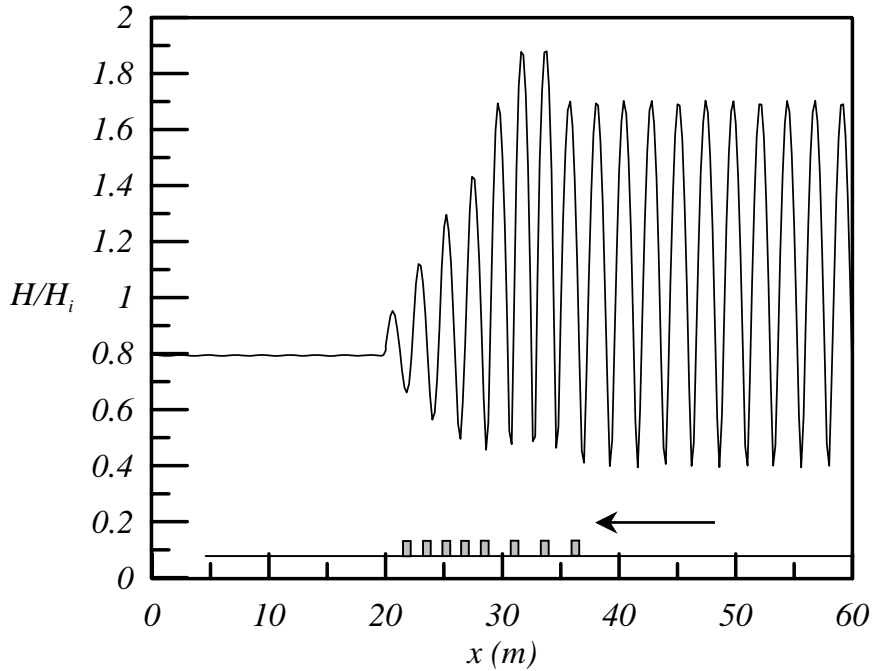


圖 4.5 波浪通過系列潛堤佈置計算結果之波高分佈圖

## 4.2 堤岸水理模式

### 4.2.1 Boussinesq 方程式簡介

Boussinesq 方程式主要的理論基礎，是將流場的垂直分佈以多項式級數型式近似表示，並將連續方程式及動量方程式進行水深積分，將空間三維的流場簡化為平面二維流場（或將斷面二維流場簡化為水平一維流場）。淺水長波假設流場於垂直方向為均勻分佈而忽略了分散效應 (dispersion effect)，而 Boussinesq 方程式存在波浪非線性 (nonlinearity) 項及因垂直加速度所導致的非靜壓效應 (non-hydrostatic effect) 修正項，亦即具有分散效應。

在 Boussinesq 方程式的發展過程中，方程式係透過兩個重要的參數來作級數展開，一為非線性效應參數  $e$ ，表示水位振幅與水深之比 ( $e = a/h$ )，另一為分散效應參數  $m$ ，表示水深與波長之比 ( $m = h/L$ )。在各種理論的推演中，Boussinesq 方程式的表示方法並非唯一，根據不同水平流速的描述，以及對於高階量的取捨均會得到不同

型式的 Boussinesq 方程式。Peregrine (1967) 發展出所謂的典型 Boussinesq 方程式 (classical Boussinesq equation)，方程式中包含緩變底床效應，並分別以靜水位流速及水深平均流速來代表水平流速，他假設  $e = O(m^2)$ ，方程式取至參數  $m^2$  階量，即保留階數至  $O(e, m^2)$ 。由於方程式使用的階數較低，造成方程式適用範圍侷限於弱非線性及弱分散性。和 Stokes 線性波相較，此弱分散性使得方程式只適用於較小的相對水深  $kh$ ，否則會造成波速的誤差，在波速誤差小於 5% 條件下，其適用相對水深約為  $kh < 1.9$ 。

在典型 Boussinesq 方程式的實際應用上，其弱分散性效應限制了方程式的使用範圍，故往後學者紛紛針對此問題進行修正研究。Witting (1984) 開始應用 Padé 展開的技巧以改善 Boussinesq 方程式分散性的自由參數，根據 Stokes 波理論，其線性分散關係式的 Padé 展開可表示為

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{\tanh kh}{kh}$$

$$= \text{Padé}[m, n] = \frac{1 + p_2(kh)^2 + p_4(kh)^4 + \dots + p_m(kh)^m}{1 + q_2(kh)^2 + q_4(kh)^4 + \dots + q_n(kh)^n} \quad (4.79)$$

式中  $C$  為波速， $k$  為波數， $p_m$  和  $q_n$  分別表示 Padé 展開係數，兩者經由 Stokes 波之線性分散關係式在  $kh = 0$  處之泰勒展開 (Taylor expansion) 之相關係數比較所決定。例如  $m = 0, n = 2$  為 Padé [0,2] 之階數，從式 (4.79) 可得

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}(kh)^2} + O(m^4) = \text{Padé}[0, 2] \quad (4.80)$$

同理， $m = 2, n = 2$  為 Padé [2,2] 之階數，即

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{1 + \frac{1}{15}(kh)^2}{1 + \frac{2}{5}(kh)^2} + O(m^6) = \text{Padé}[2,2] \quad (4.81)$$

依此類推， $m = 4$ ， $n = 4$  為 Padé [4,4] 之階數，即

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{1 + \frac{1}{9}(kh)^2 + \frac{1}{945}(kh)^4}{1 + \frac{4}{9}(kh)^2 + \frac{1}{63}(kh)^4} + O(m^{10}) = \text{Padé}[4,4] \quad (4.82)$$

Madsen 等人(1991) 及 Madsen 和 Sørensen (1992) 將 Peregrine (1967) 的動量方程式線性化後，對其空間微分兩次，乘上一個係數再加回原來的非線性動量方程式，藉此發展出一修正型的 Boussinesq 方程式，使其分散性的精度由 Padé [0,2] 提升至 Padé [2,2] 之階數，在波速誤差小於 5% 條件下，其適用相對水深約為  $kh < 3.8$ ，已超過深水波的臨界值。Nwogu (1993) 引入一個自由參數，選定由某任意水深位置的水平流速來代表流場之水平流速，再重新推導而得到一個新型式的 Boussinesq 方程式，此方程式亦可滿足至 Padé [2,2] 之階數。Schäffer 和 Madsen (1995) 綜合以上兩種方法進一步推得分散性可滿足至 Padé [4,4] 階數之方程式，在相對水深  $kh = 2p$  時，其波速誤差僅約 1 %，此方程式能有效地擴展 Boussinesq 方程式的應用範圍至深水波。上述三組方程式皆保留階數至  $O(e, m^2)$ ，屬於弱非線性之 Boussinesq 方程式。

為了改善弱非線性的限制，Wei 等人 (1995) 引用 Nwogu (1993) 之近似方法，但不同於前人假設  $e = O(m^2)$ ，他們取  $e$  為任意階數，建立一保留  $O(e^3 m^2)$  之方程式，據此有效地提升方程式的非線性效應，稱為二階全非線性 Boussinesq 方程式，但其分散性亦僅滿足至 Padé

[2,2] 之階數。Gobbi 等人 (2000) 將 Wei 等人 (1995) 的方程式擴展至更高階的  $O(e^5 m^4)$  階數，同時改善弱非線性及弱分散性的限制，稱為四階全非線性 Boussinesq 方程式。Madsen 等人 (2002) 採用 Laplace 方程式之近似級數解推導 Boussinesq 方程式，其非線性和分散性效應與 Gobbi 等人 (2000) 之結果相同，但此方程式可更準確描述水平速度之垂直分佈情形。

表 4.1 列出各種型態 Boussinesq 方程式之重要特性，而圖 4.6 則為 Stokes 波理論之線性分散關係式的各階 Padé 展開比較圖。一般 Boussinesq 數值模式常引用 Madsen 和 Sørensen (1992) 及 Nwogu (1993) 所推得較低階的 Boussinesq 方程式進行計算，而當處理的問題之非線性較強時則使用 Wei 等人 (1995) 所推得之二階全非線 Boussinesq 方程式，而其他含有更高階分散項或非線性項之 Boussinesq 方程式雖具有較高的精確度，但由於方程式過於繁雜，計算時需大量記憶體容量並耗費計算時間，實際應用上較為不便，故目前甚少應用於描述實際波浪變形的計算上。

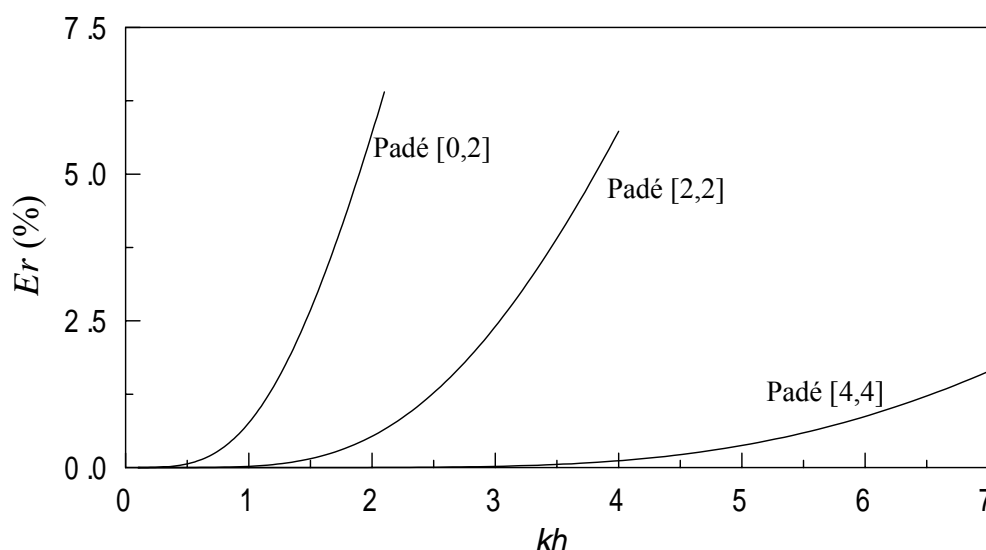


圖 4.6 Stokes 波理論之線性分散關係式各階 Padé 展開比較圖



圖中  $Er = |C - C_{Stokes}| / C_{Stokes} =$  波速相對誤差， $C_{Stokes}$  為 Stokes 波之線性波速 (Stokes, 1847)。

**表 4.1 各種型態 Boussinesq 方程式之重要特性**

作者	水平流速表示型態	保留階數	Padé
Peregrine (1967)	水深平均流速	$(\varepsilon, \mu^2)$	[0,2]
Madsen 和 Sørensen (1992)	水深平均流速	$(\varepsilon, \mu^2)$	[2,2]
Nwogu (1993)	某任意水深位置的水平流速	$(\varepsilon, \mu^2)$	[2,2]
Schäffer 和 Madsen (1995)	某任意水深位置的水平流速	$(\varepsilon, \mu^2)$	[4,4]
Wei 等人 (1995)	某任意水深位置的水平流速	$(\varepsilon^3 \mu^2)$	[2,2]
Gobbi 等人 (2000)	某任意水深位置的水平流速	$(\varepsilon^5 \mu^4)$	[4,4]
Madsen 等人 (2002)	某任意水深位置的水平流速	$(\varepsilon^5 \mu^4)$	[4,4]

#### 4.2.2 二階全非線性 Boussinesq 方程式

本節針對 Wei 等人 (1995) 所提出之二階全非線性 Boussinesq 方程式作完整推導。滿足非黏滯性及不可壓縮性流體之非旋性流場，其控制方程式及邊界條件分別如下所示：

$$\text{Laplace 方程式：} \Phi_{zz} + \nabla_h^2 \Phi = 0 \quad (4.83)$$

$$\text{BBC：} \Phi_z + \nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi = 0, \text{ 在 } z = -h \quad (4.84)$$

$$\text{DFSBC：} \Phi_t + g\eta + \frac{1}{2}[(\nabla_h \Phi)^2 + \Phi_z^2] = 0, z = \eta \quad (4.85)$$

$$\text{KFSBC} : \eta_t + \nabla_h \Phi \cdot \nabla_h \eta - \Phi_z = 0, \quad z = \eta \quad (4.86)$$

式中  $\Phi$  為流速勢函數， $\eta$  為水位函數， $h$  為水深， $z$  為水深方向之垂直座標， $t$  為時間， $\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y) =$  水平梯度運算子。

為便於理論分析，相關物理量之無因次表示為：

$$\begin{cases} x^* = \frac{x}{L_o}, y^* = \frac{y}{L_o}, z^* = \frac{z}{h_o}, t^* = \frac{\sqrt{gh_o}}{L_o} t, h^* = \frac{h}{h_o}, \\ \eta^* = \frac{\eta}{a_o}, k^* = L_o k, c^* = \frac{c}{\sqrt{gh_o}}, \omega^* = \frac{L_o}{\sqrt{gh_o}} \omega, \Phi^* = \frac{h_o}{a_o L_o \sqrt{gh_o}} \Phi, \\ a^* = \frac{a}{a_o}, \varepsilon = \frac{a_o}{h_o}, \mu = \frac{h_o}{L_o} \end{cases} \quad (4.87)$$

式中  $L_o$  為特性波長， $h_o$  為特性水深， $a_o$  為特性振幅， $\varepsilon$  為非線性效應參數，而  $\mu$  則為分散效應參數。

將式 (4.87) 代入式 (4.85) ~ (4.86)，方便上將相關物理量無因次表示法之星號去除，則無因次控制方程式及邊界條件分別表示如下：

$$\text{Laplace 方程式} : \Phi_{zz} + \mu^2 \nabla_h^2 \Phi = 0 \quad (4.88)$$

$$\text{BBC} : \Phi_z + \mu^2 \nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi = 0, \quad z = -h \quad (4.89)$$

$$\text{DFSBC} : \Phi_t + \eta + \frac{\varepsilon}{2} \left[ (\nabla_h \Phi)^2 + \frac{\Phi_z^2}{\mu^2} \right] = 0, \quad z = \varepsilon \eta \quad (4.90)$$

$$\text{KFSBC} : \eta_t + \varepsilon \nabla_h \Phi \cdot \nabla_h \eta - \frac{\Phi_z}{\mu^2} = 0, \quad z = \varepsilon \eta \quad (4.91)$$

從  $-h$  至  $\varepsilon \eta$  對式 (4.88) 作水深方向之積分，可得

$$\Phi_z \Big|_{-h}^{\varepsilon \eta} + \mu^2 \int_{-h}^{\varepsilon \eta} \nabla_h \cdot \nabla_h \Phi dz = 0 \quad (4.92)$$

上式利用 Leibnitz 法則，可進一步表示為

$$\begin{aligned} \nabla_h \cdot \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla_h \Phi dz + \left[ \frac{\Phi_z}{\mu^2} - \varepsilon \nabla_h \eta \cdot \nabla_h \Phi \right]_{z=\varepsilon\eta} \\ + \left[ -\frac{\Phi_z}{\mu^2} - \nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi \right]_{z=-h} = 0 \end{aligned} \quad (4.93)$$

將式 (4.90) 之 BBC 及式 (4.91) 之 KFSBC 代入上式，可得下式關係：

$$\eta_t + \nabla_h \cdot \int_{-h}^{\varepsilon\eta} \nabla_h \Phi dz = 0 \quad (4.94)$$

仿照 Boussinesq (1872) 處理孤立波之假設方式，將流速勢  $\Phi$  之垂直分佈作  $(z+h)$  之冪級數展開，即

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} (z+h)^n \Phi_n \quad (4.95)$$

式中  $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$ ， $\Phi_n = \Phi_n(x, y, t)$ 。將上式代入式 (4.88) 之 Laplace 方程式，可得如下關係：

$$\Phi_{n+2} = -\mu^2 \frac{\nabla_h^2 \Phi_n}{(n+1)(n+2)} \quad (4.96)$$

當  $n=0$  時，可得  $\Phi_2$  為

$$\Phi_2 = -\frac{\mu^2}{2} \nabla_h^2 \Phi_0 \quad (4.97)$$

故從式 (4.17) 可知

$$\Phi = \Phi_0 + (z+h)\Phi_1 - \frac{\mu^2}{2}(z+h)^2 \nabla_h^2 \Phi_0 + O(\mu^4) \quad (4.98)$$

將式 (4.98) 代入式 (4.89) 之 BBC，可得下式關係：

$$\Phi = \Phi_o - \mu^2(z+h)\nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi_o - \frac{\mu^2}{2}(z+h)^2 \nabla_h^2 \Phi_o + O(\mu^4) \quad (4.99)$$

令某一特定水深  $z_\alpha$  之流速勢為  $\Phi = \Phi_\alpha$ ，則式 (4.21) 可改寫為

$$\begin{aligned} \Phi_\alpha = & \Phi_o - \mu^2(z_\alpha + h)\nabla_h h \cdot \nabla_h \Phi_o \\ & - \frac{\mu^2}{2}(z_\alpha + h)^2 \nabla_h^2 \Phi_o + O(\mu^4) \end{aligned} \quad (4.100)$$

將式 (4.100) 代入式 (4.99)，可得

$$\begin{aligned} \Phi = & \Phi_\alpha + \mu^2(z_\alpha - z)\nabla_h \cdot (h\nabla_h \Phi_\alpha) \\ & + \frac{\mu^2}{2}(z_\alpha^2 - z^2)\nabla_h^2 \Phi_\alpha + O(\mu^4) \end{aligned} \quad (4.101)$$

另外，將式 (4.101) 代入式 (4.95)，並忽略高階項  $O(\mu^4)$ ，即可得質量守恆方程式如下：

$$\eta_t + \nabla_h \cdot M = 0 \quad (4.102a)$$

其中

$$\begin{aligned} M = & (h + \varepsilon\eta) \left\{ \vec{\mathbf{u}}_\alpha + \mu^2 \left[ \frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{1}{6}(h^2 - \varepsilon h\eta + \varepsilon^2 \eta^2) \right] \right. \\ & \left. \times \nabla_h (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) + \mu^2 \left[ z_\alpha + \frac{(h - \varepsilon\eta)}{2} \right] \nabla_h [\nabla_h \cdot (h\vec{\mathbf{u}}_\alpha)] \right\} \end{aligned} \quad (4.103b)$$

式中  $\vec{\mathbf{u}}_\alpha$  為水深  $z = z_\alpha$  之速度向量， $\vec{\mathbf{u}}_\alpha = (u_\alpha, v_\alpha) = \nabla_h \Phi_\alpha$ 。將式 (4.101) 代入式 (4.90) 之 DFSBC，取其水平梯度並忽略高階項  $O(\mu^4)$ ，經整理後可得動量守恆方程式如下：

$$\begin{aligned}
& \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t} + \nabla_h \eta + \varepsilon (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) \vec{\mathbf{u}}_\alpha \\
& + \mu^2 \nabla_h \left[ (z_\alpha - \varepsilon \eta) \nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t}) + \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \varepsilon^2 \eta^2) (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t}) \right] \\
& + \varepsilon \mu^2 \nabla_h \left\{ (z_\alpha - \varepsilon \eta) (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) [\nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_\alpha)] \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \varepsilon^2 \eta^2) (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) \right\} \\
& + \varepsilon \mu^2 \nabla_h \left\{ \left[ \nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_\alpha) + \frac{\varepsilon \eta}{2} (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) \right]^2 \right\} = 0
\end{aligned} \tag{4.103c}$$

式 (4.102) 及 (4.103) 即為 Wei 等人(1995) 提出之二階全非線性 Boussinesq 方程式。將此二式回復至有因次表示下可得

$$\eta_t + \nabla_h \cdot \mathbf{M} = 0 \tag{4.104a}$$

其中

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} = & (h + \eta) \left\{ \vec{\mathbf{u}}_\alpha + \left[ \frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{1}{6} (h^2 - h\eta + \eta^2) \right] \nabla_h (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) \right. \\
& + \left. \left[ z_\alpha + \frac{(h - \eta)}{2} \right] \nabla_h [\nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_\alpha)] \right\}
\end{aligned} \tag{4.104b}$$

$$\begin{aligned}
& \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t} + g \nabla_h \eta + (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) \vec{\mathbf{u}}_\alpha \\
& + \nabla_h \left[ (z_\alpha - \eta) \nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t}) + \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_{\alpha t}) \right] \\
& + \nabla_h \left\{ (z_\alpha - \eta) (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) [\nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_\alpha)] \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\vec{\mathbf{u}}_\alpha \cdot \nabla_h) (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) \right\} \\
& + \nabla_h \left\{ \left[ \nabla_h \cdot (h \vec{\mathbf{u}}_\alpha) + \frac{\eta}{2} (\nabla_h \cdot \vec{\mathbf{u}}_\alpha) \right]^2 \right\} = 0
\end{aligned} \tag{4.105}$$

### 4.2.3 波浪溯升與碎波

利用 Boussinesq 方程式求解波浪溯升的主要問題在於其邊界為移動的灘線，屬於移動邊界，在數值處理上比較困難。Tao (1983; 1984) 將灘線附近的底床（水深小於  $h_s$ ）改為可透水性的底床 (porous bed)，或是為一狹窄溝槽 (narrow slot)，如圖 4.7 所示，根據此種模式模擬波浪溯升的問題。Madsen 等人 (1997a; 1997b) 則首先將此種處理方法應用於 Boussinesq 方程式，Kennedy 等人 (2000) 則將 Tao (1983; 1984) 的方法加以修正，使其能滿足質量守恆的特性。

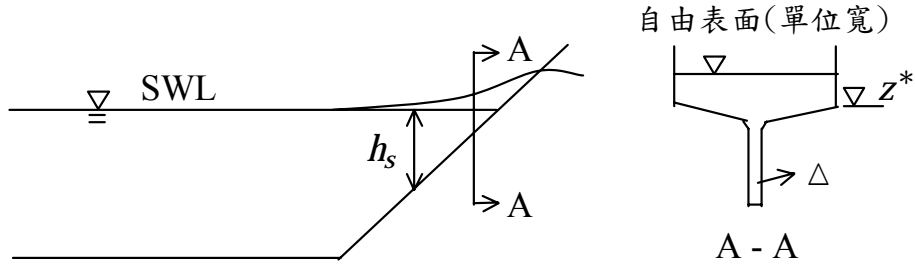


圖 4.7 狹窄溝槽示意圖

當考量波場為二維斷面之狀況，Kennedy 等人 (2000) 定義狹窄溝槽的寬度為

$$b(\eta) = \begin{cases} 1, & \eta > z^* \\ \Delta + (1 - \Delta)e^{\lambda(\eta - z^*)/h_s}, & \eta \leq z^* \end{cases} \quad (4.106)$$

式中  $\Delta$  及  $\lambda$  為溝槽之寬度及形狀參數， $h_s$  為溝槽起始水深。由式 (4.106) 可計算此溝槽於自由表面下之截面積為

$$A(\eta) = \begin{cases} (\eta - z^*) + \Delta(z^* + h_s) + \frac{(1 - \Delta)h_s}{\lambda}(1 - e^{-\lambda(h_s + z^*)/h_s}), & \eta > z^* \\ \Delta(\eta + h_s) + \frac{(1 - \Delta)h_s}{\lambda}(e^{\lambda(\eta - z^*)/h_s} - e^{-\lambda(h_s + z^*)/h_s}), & \eta \leq z^* \end{cases} \quad (4.107)$$



當  $\eta > z^*$  時，運用溝槽截面積應與未加溝槽狀況之截面積相等之關係，即

$$(\eta - z^*) + \Delta(z^* + h_s) + \frac{(1-\Delta)h_s}{\lambda} (1 - e^{-\lambda(h_s + z^*)/h_s}) = \eta + h \quad (4.108)$$

上式對  $\exp[-\lambda(h_s + z^*)/h_s]$  泰勒展開於  $z = -h$  處，在  $\lambda \gg 1$  及  $\Delta \ll 1$  之假設下，略去高階項可近似求得

$$z^* = \frac{-h}{1-\Delta} + h_s \left( \frac{\Delta}{1-\Delta} + \frac{1}{\lambda} \right) \quad (4.109)$$

將式 (4.106) 及 (4.107) 代入質量守恆方程式，可得

$$A_t + (AU)_x = b\eta_t + (AU)_x = 0 \quad (4.110)$$

式中  $U$  為水深平均速度。忽略狹窄溝槽中的速度分佈，應用式 (4.104) 引入某任意水深位置的水平流速  $u_\alpha$ ，可得能模擬波浪溯升的質量守恆方程式為

$$b\eta_t + M_x = 0 \quad (4.111a)$$

$$M = A \left\{ u_\alpha + \left( \frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2 - h\eta + \eta^2}{6} \right) u_{\alpha xx} + \left( z_\alpha + \frac{h - \eta}{2} \right) (hu_\alpha)_{xx} \right\} \quad (4.111b)$$

有關 Boussinesq 方程式在碎波課題上之探討，Heitner 和 Housner (1970) 首先將人工渦動滯度 (artificial eddy viscosity) 併入 Boussinesq 方程組之動量方程式中，並使動量方程式保持守恆，用以計算海嘯之傳遞過程。Tao (1983) 則引入一非守恆項之人工渦動滯度，據此模擬碎波

行為。Zelt (1991) 利用一組人工渦動滯度方程式及 Lagrangian Boussinesq 方程式，研究波浪碎波及孤立波之溯升行為。Schäffer 等人 (1993) 與 Madsen 等人 (1997) 另引用滾波 (roller) 之觀念，發展可以模擬碎波狀態之 Boussinesq 方程式。Kennedy 等人 (2000) 引用 Nwogu (1993) 及 Wei 等人 (1995) 之 Boussinesq 方程式，在他們的動量方程式中引入人工渦動滯度項，以模擬波浪碎波所引起之能量消散。他們並藉由水位隨時間之變動量超過臨界值時，則判斷開始發生碎波之情況。此種方法在碎波計算上除較為簡易外，在碎波發生及終止過程之描述更能符合實際現象。本節針對 Kennedy 等人 (2000) 所發展的碎波模式簡述如下：

將 Wei 等人 (1995) 所推得的動量方程式，即式 (4.105)，等號右邊加入能量消散項，表示如下：

$$\begin{aligned}
& \vec{u}_{\alpha t} + g\nabla_h \eta + (\vec{u}_\alpha \cdot \nabla_h) \vec{u}_\alpha \\
& + \nabla_h \left[ (z_\alpha - \eta) \nabla_h \cdot (h \vec{u}_{\alpha t}) + \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\nabla_h \cdot \vec{u}_{\alpha t}) \right] \\
& + \nabla_h \left\{ (z_\alpha - \eta) (\vec{u}_\alpha \cdot \nabla_h) [\nabla_h \cdot (h \vec{u}_\alpha)] \right. \\
& + \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\vec{u}_\alpha \cdot \nabla_h) (\nabla_h \cdot \vec{u}_\alpha) \left. \right\} \\
& + \nabla_h \left\{ [\nabla_h \cdot (h \vec{u}_\alpha) + \frac{\eta}{2} (\nabla_h \cdot \vec{u}_\alpha)]^2 \right\} = \vec{R}_b
\end{aligned} \tag{4.113}$$

式中向量  $\vec{R}_b$  為人工渦動滯度項，在滿足動量守恆之關係下可表示為

$$\vec{R}_b = (R_{bx}, R_{by}) \tag{4.114}$$

且

$$R_{bx} = \frac{1}{h + \eta} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (4.115)$$

$$R_{by} = \frac{1}{h + \eta} \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) \quad (4.116)$$

$$\tau_{xx} = \nu_t \frac{\partial [(h + \eta)u_\alpha]}{\partial x} \quad (4.117)$$

$$\tau_{yy} = \nu_t \frac{\partial [(h + \eta)v_\alpha]}{\partial y} \quad (4.118)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{1}{2} \nu_t \left\{ \frac{\partial [(h + \eta)u_\alpha]}{\partial y} + \frac{\partial [(h + \eta)v_\alpha]}{\partial x} \right\} \quad (4.119)$$

式中  $\nu_t$  為渦動滯度 (eddy viscosity)，為空間及時間之函數，相似於 Zelt (1991) 所建議之渦動滯度，並應用式 (4.104)，可得為

$$\nu_t = Bl^2 \frac{|\nabla_h \cdot M|}{h + \eta} = Bl^2 \frac{|\eta_t|}{h + \eta} \quad (4.120)$$

式中  $l$  為混合長度 (mixing length)，Rajaratnam (1967) 由觀察發現混合長度與水深有關，即  $l = \delta_b(h + \eta)$ ，因此式 (4.120) 可改寫為

$$\nu_t = B\delta_b^2 (h + \eta) |\eta_t| \quad (4.121)$$

式中  $\delta_b$  為無因次參數，模式測試結果建議  $\delta_b = 1.2$ ，變數  $B$  由 0 平滑地變化至 1，此種假設可避免碎波剛發生時巨大衝擊所造成之不穩定現象，即

$$B = \begin{cases} 1 & , \eta_t \geq 2\eta_t^* \\ \frac{\eta_t}{\eta_t^*} - 1 & , \eta_t^* < \eta_t \leq 2\eta_t^* \\ 0 & , \eta_t \leq \eta_t^* \end{cases} \quad (4.122)$$

上式中，我們引用水位時間變動量  $\eta_t$  為碎波指標，以符合波動現象之自然法則，即波浪能量消散集中於波形的前峰面（因為波形前峰面之  $\eta_t$  必定大於 0）。參數  $\eta_t^*$  決定碎波之始末，Zelt (1991) 假設此參數為一常數，但這與自然現象不符。事實上，波浪碎波指標超過某極限值開始碎波後，縱使此指標已低於極限值，但它還是會持續碎波，即再生波 (recovery wave)，直至岸線或是某一較低的穩定高度 (Horikawa 和 Kuo, 1966)。故此處設定  $\eta_t^*$  為一隨時間變小之參數，但目前  $\eta_t^*$  隨時間變小的完整機制尚不可知，我們以一簡單的線性關係表示如下：

$$\eta_t^* = \begin{cases} \eta_t^{(F)} & , t - t_0 \geq T^* \\ \eta_t^{(I)} - \frac{t - t_0}{T^*} [\eta_t^{(I)} - \eta_t^{(F)}] & , 0 \leq t - t_0 < T^* \end{cases} \quad (4.123)$$

式中  $\eta_t^{(I)}$  為碎波開始之水位變動量臨界值， $\eta_t^{(F)}$  為碎波終止之水位變動量， $T^*$  為碎波變化歷時， $t_0$  為碎波開始時刻。Kennedy 等人(2000) 經由數值計算及模型試驗驗證後，上式之物理量可提出以下各建議值：

$$\eta_t^{(I)} = 0.65\sqrt{gh} ; \eta_t^{(F)} = 0.15\sqrt{gh} ; T^* = 5\sqrt{h/g} \quad (4.124)$$

碎波指標有不同的選取方式，如水面的斜率或是參考速度的梯度或曲率等，各種碎波指標各有其優缺點和適用情況。此處選用水位時間變動量  $\eta_t$  作為碎波判斷指標，主要有兩個優點：除了水位時間變動量  $\eta_t$

於計算過程中為已知外，模式計算之穩定性亦較其他學者以流速或波速做為碎波指標之計算法為佳。

#### 4.2.4 數值方法

本節針對 Wei 等人 (1995) 提出之二階全非線性 Boussinesq 方程式，就其一維數值模式之建立作基本介紹。

##### 1. 數值模式控制方程式

由式 (4.111) 及式 (4.113) 可知包含波浪溯升及能量消散效應的 Boussinesq 方程式，其質量守恒式及動量守恒式經整理後分別為（為方便起見，以下  $u_\alpha$  以略去下標 “ $\alpha$ ” 之  $u$  表示）

$$\eta_t = -E(\eta, u) = -E_1 + f(x, t) \quad (4.125)$$

$$U_t^*(u) = -F(\eta, u) = -F_1 + R_{bx} + p(x, t) + C_1 u + C_2 u_{xx} \quad (4.126)$$

其中

$$E_1 = \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ A \left[ u_\alpha + \left( \frac{h^2 \beta^2}{2} - \frac{h^2 - h\eta + \eta^2}{6} \right) u_{xx} + \left( h\beta + \frac{h - \eta}{2} \right) (hu)_{xx} \right] \right\} \quad (4.127)$$

$$F_1 = g\eta_x + u u_x + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \{ 2(h\beta - \eta)u(hu)_{xx} + (h^2 \beta^2 - \eta^2)u u_{xx} + [(hu)_x + \eta u_x]^2 + 2\eta(hu)_{xt} + \eta^2 u_{xt} \} \quad (4.128)$$

$$U^* = u + \frac{1}{2} [h^2 \beta^2 u_{xx} + 2h\beta(hu)_{xx}] \quad (4.129)$$

式中  $\beta = z_\alpha / h$ ， $A$  及  $b$  為模擬波浪溯升之狹窄溝槽的面積及寬度，如式 (4.106) 及 (4.107) 所定義。 $R_{bx}$  為人工渦動滯度項，定義如下：

$$R_{bx} = \frac{\{\nu_t[(h + \eta)u_\alpha]_x\}_x}{(h + \eta)} \quad (4.130)$$

$f(x, t)$  及  $p(x, t)$  為 Chawla 和 Kirby (2000) 所加入之造波項 (source terms)，目的在使模式能在計算領域內產生數值造波，其定義如下：

$$f(x, t) = \sum_i f_i = \sum_i \frac{a_i \exp(k_i^2 / 4\beta_1)(\omega_i^2 - \alpha_1 g k_i^4 h^3)}{\omega_i k_i \sqrt{\pi / \beta_1} [1 - \alpha(k_i h)^2]} \times \exp[-\beta_1(x - x_o)^2] \sin(\omega_i t + \varepsilon_i) \quad (4.131)$$

$$p(x, t) = \sum_i p_i = \sum_i 2g\beta_1[1 - 2\beta_1(x - x_o)^2]f_i / (k_i \omega_i) \quad (4.132)$$

式中  $\alpha_1 = \beta^2 / 2 + \beta + 1/3$ ， $\omega_i$ 、 $k_i$ 、 $\varepsilon_i$  及  $a_i$  分別為不規則波各頻之入射角頻率、波數、位相差及振幅， $x_o$  及  $h$  為造波函數所在之位置及其水深。假設造波項的影響寬度  $W = \gamma_r(L/2)$ ，且視  $\exp(-5) = 0.0067$  趨近於 0，則可得

$$\beta_1 = 80 / (\gamma_r L)^2 \quad (4.133)$$

本文所有計算例選擇  $\gamma_r = 1$ 。由以上加入之造波函數，模式便可模擬規則波及不規則波造波。

$C_1 u$  及  $C_2 u_{xx}$  為 Newtonian cooling 阻尼項及黏滯阻尼項，用於吸收波浪傳遞至開放邊界時之能量，以避免數值反射波之產生，即所謂的海綿層 (sponge layer)，如圖 4.8 所示。其係數  $C_1$ ， $C_2$  定義如下 (Wei 和 Kirby, 1995)：



$$\begin{cases} C_1 = \alpha_c \omega \{ \exp[(\frac{x-x_s}{x_e-x_s})^n] - 1 \} / [\exp(1) - 1], & x \geq x_s \\ C_2 = \alpha_v \omega \{ \exp[(\frac{x-x_s}{x_e-x_s})^n] - 1 \} / [\exp(1) - 1], & x \geq x_s \\ C_1 = C_2 = 0, & x < x_s \end{cases} \quad (4.134)$$

式中  $\alpha_c, \alpha_v, n$  為待定係數，由實際數值計算時率定， $x_s$  及  $x_e$  分別為海綿層的起始與末端座標，海綿層寬度  $x_e - x_s$  一般取為波長的 2 到 3 倍。

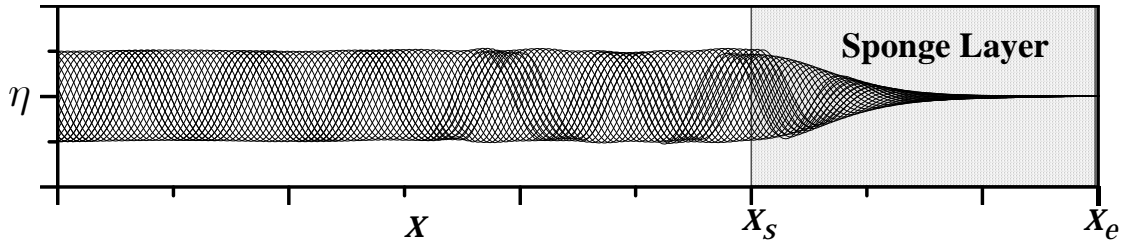


圖 4.8 一維正向消波邊界條件示意圖

式 (4.134) 中的代定係數  $\alpha_c, \alpha_v$  及  $n$  必須作適當的選取，否則會影響計算的穩定度，Kirby 等人 (1998) 經數值測試結果顯示黏滯阻尼項  $C_2 u_{xx}$  對消波作用不大，其建議取  $\alpha_c = 10, \alpha_v = 0$  及  $n = 2$ 。

當模式使用造波函數產生數值造波時，計算領域的兩側皆為開放邊界，亦即在計算領域的兩側皆須使用海綿層以供吸收傳遞出去的波浪能量，其配置如圖 4.9 所示。

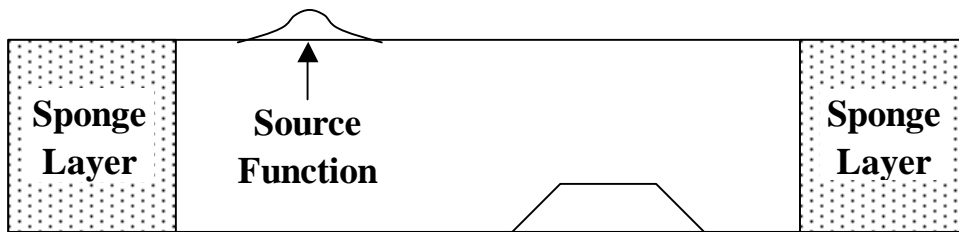


圖 4.9 計算領域配置示意圖

## 2. 方程式之離散化

控制方程式之空間與時間之離散化分述如下：

- (1) 空間離散 (spatial discretization)：空間離散一般採用交錯網格，如圖 4.10 所示。變數一次微分採四階精確度，二次及三次微分則採二階精確度，離散方程式如下所示 (Abbott 和 Basco, 1989)：

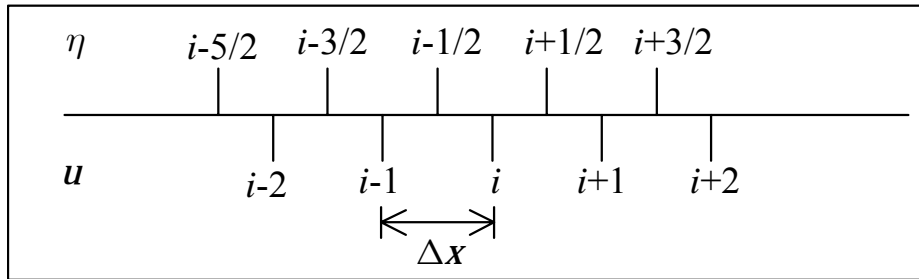


圖 4.10 水位  $\eta$  和水平流速  $u$  交錯網格示意圖

$$\left\{ \begin{aligned}
 \eta_x(i - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{12\Delta x} \left[ \eta(i - \frac{5}{2}) - 8\eta(i - \frac{3}{2}) + 8\eta(i + \frac{1}{2}) - \eta(i + \frac{3}{2}) \right] \\
 &\quad + O(\Delta x)^4 \\
 u_x(i - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{24\Delta x} [u(i - 2) - 27u(i - 1) + 27u(i) - u(i + 1)] + O(\Delta x)^4 \\
 u_{xx}(i - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{\Delta x^2} [u(i - 2) - u(i - 1) - u(i) + u(i + 1)] + O(\Delta x)^2 \\
 u_{xxx}(i - \frac{1}{2}) &= \frac{1}{\Delta x^3} [-u(i - 2) + 3u(i - 1) - 3u(i) + u(i + 1)] + O(\Delta x)^2 \\
 \eta_x(i) &= \frac{1}{24\Delta x} \left[ \eta(i - \frac{3}{2}) - 27\eta(i - \frac{1}{2}) + 27\eta(i + \frac{1}{2}) - \eta(i + \frac{3}{2}) \right] \\
 &\quad + O(\Delta x)^4 \\
 u_x(i) &= \frac{1}{12\Delta x} [u(i - 2) - 8u(i - 1) + 8u(i + 1) - u(i + 2)] + O(\Delta x)^4 \\
 u_{xx}(i) &= \frac{1}{\Delta x^2} [u(i - 1) - 2u(i) + u(i + 1)] + O(\Delta x)^2 \\
 u_{xxx}(i) &= \frac{1}{2\Delta x^3} [-u(i - 2) + 2u(i - 1) - 2u(i + 1) + u(i + 2)] + O(\Delta x)^2
 \end{aligned} \right. \quad (4.135)$$

(2)時間離散 (temporal discretization)：時間離散使用 Wei 和 Kirby (1995) 所建議之預測－修正法 (predictor-corrector method) 進行，式 (4.125) 及 (4.126) 的時間微分項之離散如下：

a.預測步驟 (predictor step)：採用三階顯式 Adams-Bashforth 法

$$\begin{aligned}\eta_{i-1/2}^{(n+1)} &= \eta_{i-1/2}^{(n)} - \frac{\Delta t}{12}[23E_{i-1/2}^{(n)} - 16E_{i-1/2}^{(n-1)} + 5E_{i-1/2}^{(n-2)}] \\ U_i^{*(n+1)} &= U_i^{*(n)} - \frac{\Delta t}{12}[23F_i^{(n)} - 16F_i^{(n-1)} + 5F_i^{(n-2)}]\end{aligned}\quad (4.136)$$

上式等號右邊項為先前時間之已知值，上式可直接求出暫態之  $\eta_{i-1/2}^{(n+1)}$  及  $U_i^{*(n+1)}$ 。由式 (4.129) 可知

$$U_i^{*(n+1)} = u_i^{(n+1)} + h_i^2 \beta^2 u_{xxi}^{(n+1)} + h_i \beta [h_i u_i^{(n+1)}]_{xx} \quad (4.137)$$

上式可由帶狀矩陣解出暫態之流速  $u_i^{(n+1)}$ 。

b.修正步驟 (corrector step)：採用四階隱式 Adams-Moulton 法

$$\begin{aligned}\eta_{i-1/2}^c &= \eta_{i-1/2}^{(n)} - \frac{\Delta t}{24}[9E_{i-1/2}^{(n+1)} + 19E_{i-1/2}^{(n)} - 5E_{i-1/2}^{(n-1)} + E_{i-1/2}^{(n-2)}] \\ U_i^{*c} &= U_i^{*(n)} - \frac{\Delta t}{24}[9F_i^{(n+1)} + 19F_i^{(n)} - 5F_i^{(n-1)} + F_i^{(n-2)}]\end{aligned}\quad (4.138)$$

如同預測步驟之處理，可解出  $\eta_{i-1/2}^c$  及  $u_i^c$ ，將其取代  $\eta_{i-1/2}^{(n+1)}$  及  $u_i^{(n+1)}$ ，再代回式 (4.138) 等號右邊  $(n+1)$  時間項，重複疊代修正步驟直到連續兩次疊代結果之誤差在容許範圍內，誤差收斂條件定義如下：

$$E = \frac{\sum_i |f_i^{(n+1)} - f_i^{(n+1)*}|}{\sum_i |f_i^{(n+1)}|} \quad (4.139)$$

上式中  $f$  為所求之物理量， $()^*$  表示前一次疊代值，此處取  $E < 10^{-6}$  為容許誤差。

#### 4.2.5 模式驗證

本節針對不同的波場計算條件進行數值模擬，並與理論值或試驗資料進行驗證，以確保本計畫所發展的近岸波場數值模式的適用性。驗證內容包含在非碎波條件下，波浪通過梯形潛堤之波高分析、波浪傳遞於斜坡底床之溯升分析；以及在碎波條件下，波浪傳遞於斜坡底床之波高分析。

圖 4.11 為波浪通過梯形潛堤，在未達碎波條件下之調和波高分析，圖中實線為本文模式計算之結果，虛線為 Hsu 等人 (2002) 以 Nwogu (1993) 及 Madsen 和 Sørensen (1992) 的低階 Boussinesq 方程式所發展的數值模式 (N 模式及 MS 模式) 所計算之結果。由圖中可知本文計算所得結果與 Beji 等人 (1992) 的試驗點最為吻合，證實本模式在非線性波的模擬有相當的可信度。

圖 4.12(a~c) 為波浪傳遞於坡度 1/10、1/20 及 1/30 的斜坡底床，包含碎波效應的波高分析，本文模式計算之結果與許等人 (2002) 以緩波方程式計算結果，以及 Tasi 等人 (2001)、Nagayama (1983) 及 Mase 和 Iwagaki (1982) 的試驗值相比較下可得知，本文模式計算結果整體上優於許等人 (2003) 的計算結果，本文結果在碎波點之前與試驗值非常吻合，碎波位置及碎波波高的估算亦相當合理，但在碎波之後的計算則略有偏差。

為確認本文模式計算結果能滿足質量守衡，此處針對圖 4.12(a~c) 三個計算例進行質量守衡驗證，如圖 4.13(a~c) 所示。圖中縱軸為整個

計算領域的波場質量  $M_t$  ( $M_t = \rho \sum_i (h + \eta)_i \Delta x_i$ ) 與靜水狀況下之質量  $M_s$  ( $M_s = \rho \sum_i h_i \Delta x_i$ ) 的比值，橫軸為時間與波浪週期的比值  $t/T$ 。由於內部造波項 (internal source term, 式 (4.125) 的  $f(x, t)$  以及式 (4.126) 的  $p(x, t)$ ) 會週期性的加入或減少質量，因此圖 4.13(a~c) 中質量比會隨時間呈現週期性震盪。扣除內部造波項所產生的震盪，在長時間 (100 個週期) 作用下，由圖 4.13(a~c) 可知質量比僅約有千分之一的偏移，且並不會隨時間而累積，因此可知此偏移應為數值計算誤差所造成，而非控制方程式本質性的質量不守衡所造成。

Carrier 和 Greenspan (1958) 在非碎波條件下，以非線性淺水波理論解析波浪傳遞於斜坡底床，此理論經常用於模擬波浪溯升的驗證，本文如同 Madsen 等人 (1997) 及 Kennedy 等人 (2000) 一般，計算週期 10 sec，波高 0.006 m 的波浪傳遞於坡度 1/25 的斜坡底床 (起始水平段之水深為 0.5 m)，計算結果如圖 4.14 所示，實線為本文計算結果，虛線為理論值的上下限，圖中模式計算結果皆包絡於理論值的上下限間，可合理的模擬出波浪溯升的現象。由於圖 4.14 的波浪計算條件之非線性甚小，不足以驗證本模式的非線性效應，因此再與 Synolakis (1986) 所作之孤立波溯升試驗相比較，計算波高水深比  $H_o/h_o = 0.28$  的孤立波傳遞於坡度 1/19.85 的斜坡底床，計算結果如圖 4.5 所示，實線為本文計算結果，圓點為試驗值，圖中得知本模式計算結果與試驗值趨勢相當的一致，由此可證實本模式在波浪溯升的模擬亦有相當的可信度。

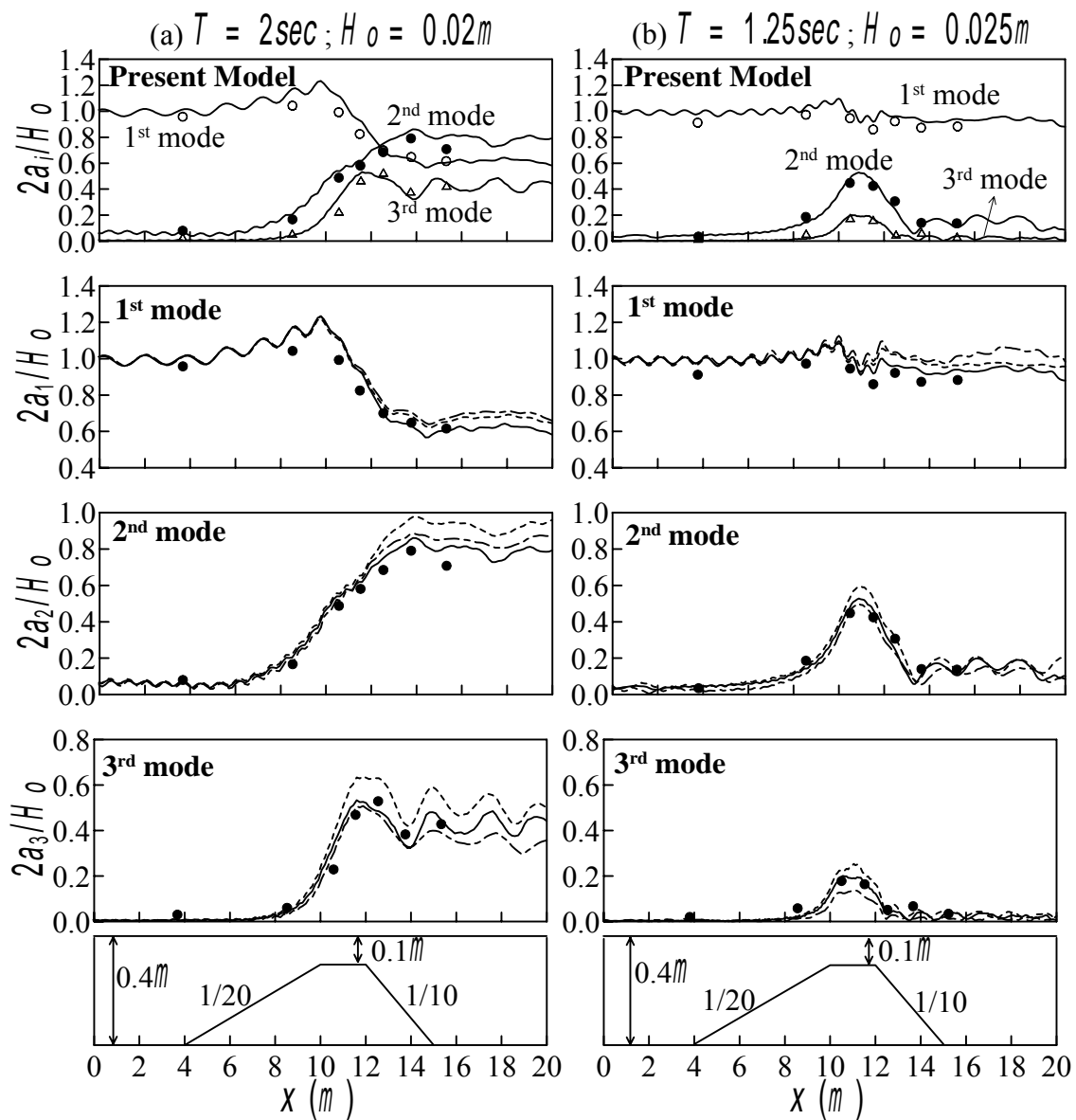


圖 4.11 波浪通過梯形潛堤之調和波高分析圖

(縱軸中  $a_i (i = 1, 2, 3)$  表示為調和分析下各 mode 的振幅)

——：本文模式； ----：N 模式； - · - · -：MS 模式

●：試驗值 (Beji 等人, 1992)



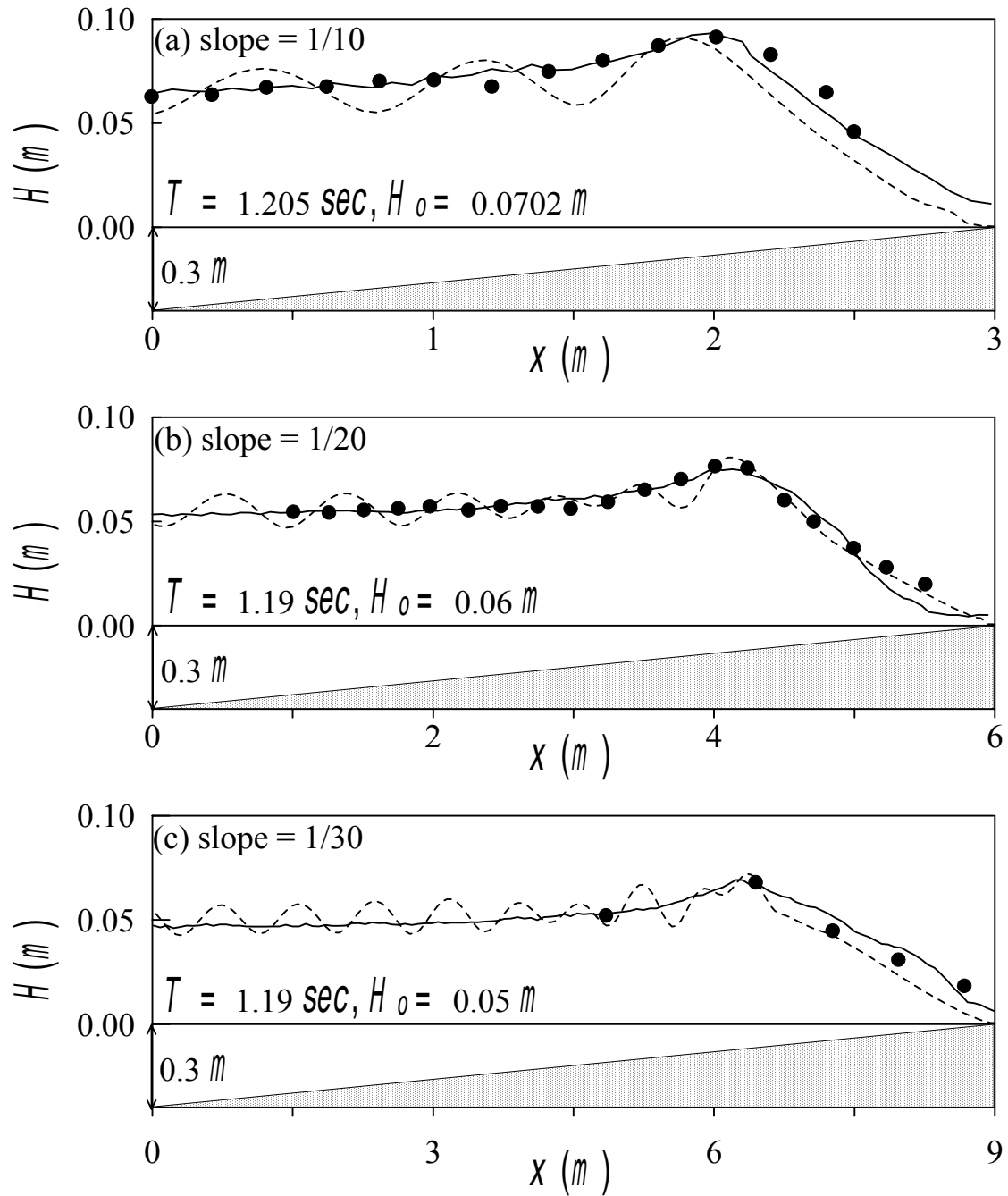


圖 4.12 波浪傳遞於不同坡度之斜坡底床的波高分析

——：本文模式； - - - - -：許等人 (2002)

●：試驗值 (a) Tasi 等人 (2001)；(b) Nagayama (1983)；  
 (c) Mase 和 Iwagaki (1982)

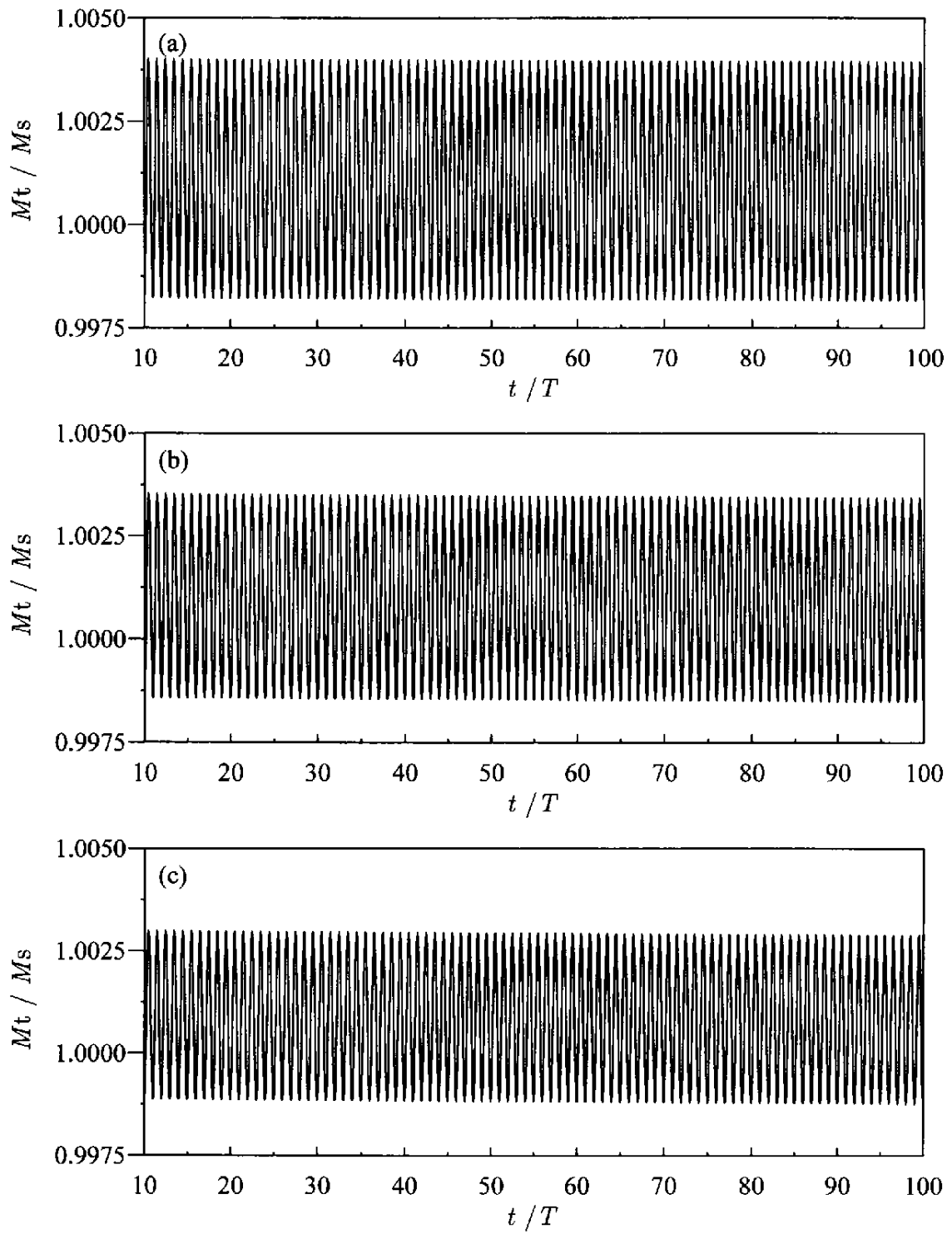


圖 4.13 質量守衡之檢核

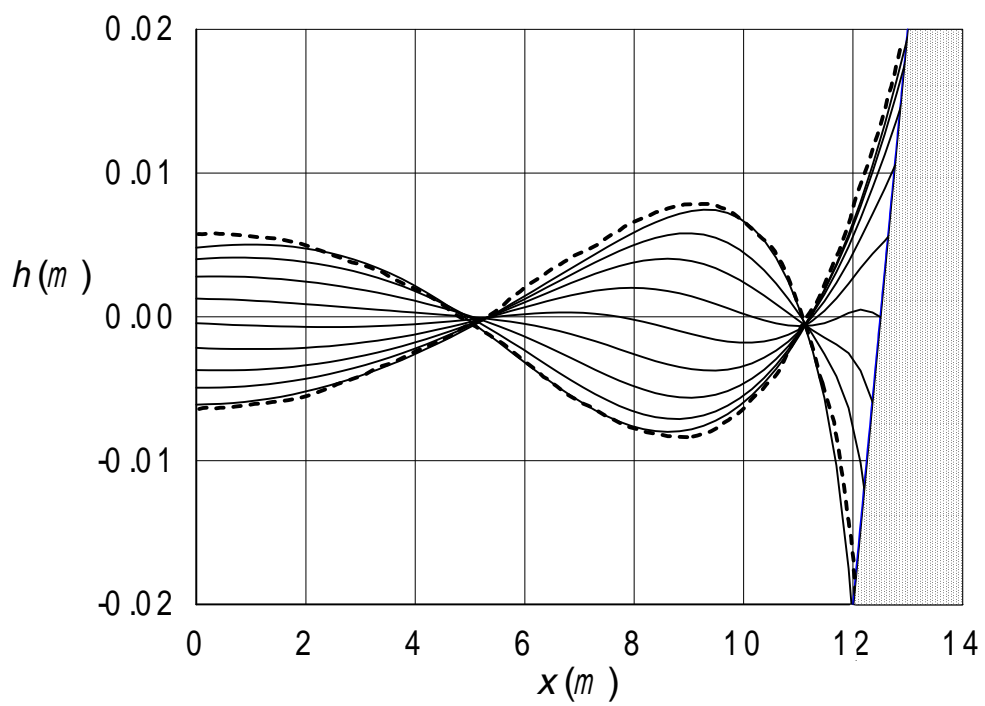


圖 4.14 波浪傳遞於斜坡底床之波浪溯升

——：本文模式； ······：理論值 (Carrier 和 Greenspan, 1958)

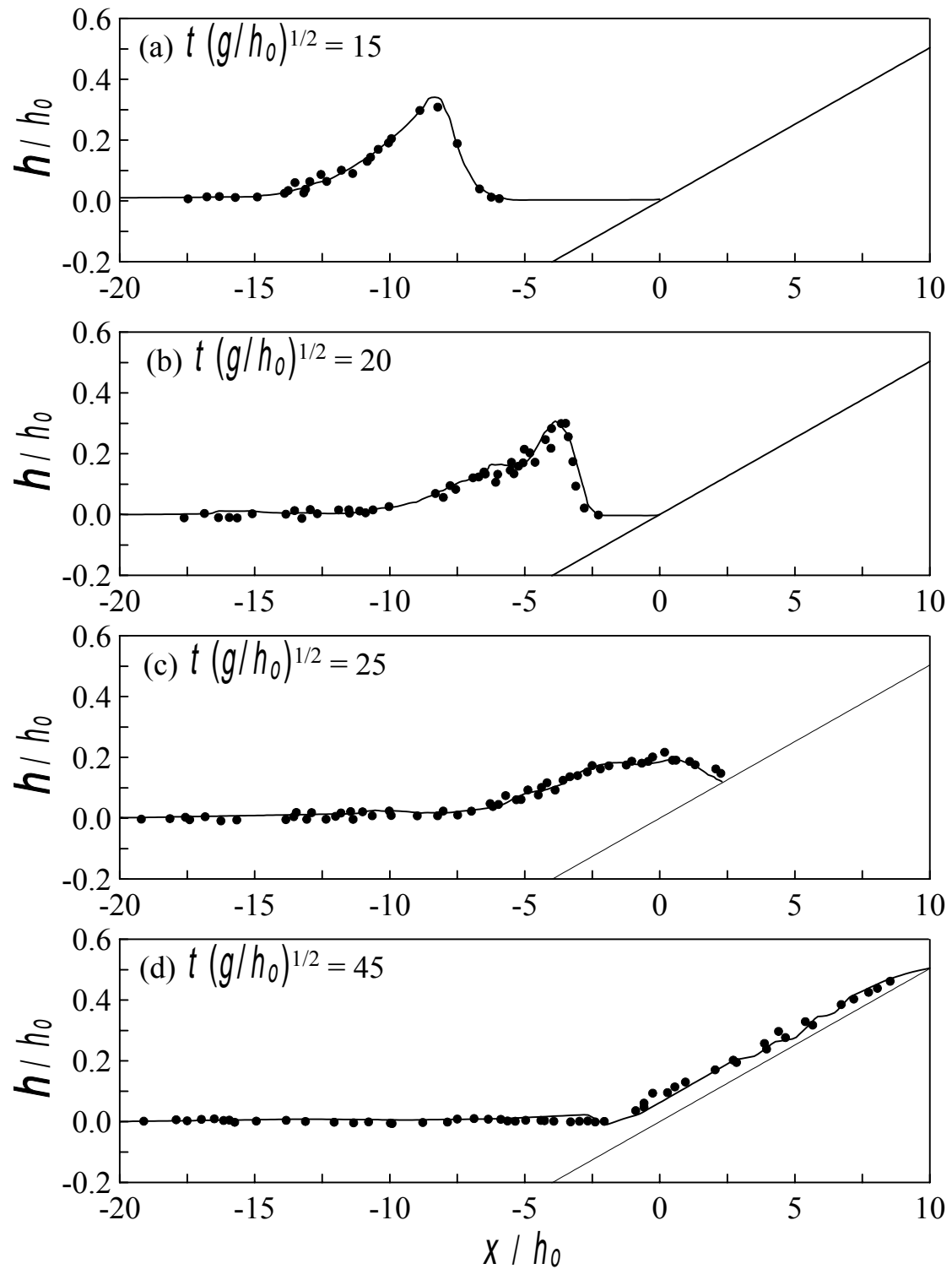


圖 4.15 孤立波傳遞於斜坡底床之溯升

——：本文模式；●：試驗值 (Synolakis, 1986)

## 第五章 水理特性分析

本章分別應用第三章及第四章所推導及發展之理論及數值模式，模擬計算不同波浪條件入射各種不同系列潛堤佈置以及不同底床坡度之波場分佈及反射率，茲將分析結果探討如下：

### 5.1 水平底床佈置等間距系列潛堤

往昔文獻在波浪通過沙漣底床、人工沙洲及系列潛堤所發生的布拉格反射之研究，均侷限於定性的描述或模式驗證，且因計算的條件不多，並無法有效探究整體反射率隨不同底床佈置及波浪條件間之關係。本研究應用 Miles 理論解析所求得的反射率公式，作一系列的條件計算分析，以探究布拉格反射隨不同不同底床佈置以及波浪條件。

圖 5.1 為三種不同特性的波浪，分別為淺水波、中間性波及深水波 ( $kh = \pi/10$ 、 $\pi/2$  及  $\pi$ ) 通過不同潛堤個數  $N$  的反射率  $R$  變化圖，圖形顯示：反射率均會隨著潛堤個數的增加而增大，且以淺水波遞增的現象最為明顯。圖 5.2 為上述三種不同特性波浪通過不同相對堤高  $D/h$  的反射率變化圖，圖中反射率均會隨著相對堤高的增加而增大，尤其以淺水波遞增的現象最為明顯。圖 5.3 為上述三種不同特性的波浪通過不同相對堤距  $B/S$  的反射率變化圖，圖形顯示：反射率均隨著相對堤距的增加而增大，當  $B/S = 0.5$  時反射率均達到最大，之後反射率再隨著相對堤距的增加而減小，此現象尤其以淺水波最為明顯。圖 5.4 為上述三種不同特性的波浪，以不同的入射角度通過潛堤之反射率變化圖，圖形顯示：當波浪為正向入射 ( $\theta = 0$ ) 時，所形成的反射率為最大，之後反射率隨著入射角度增加而減小，此現象尤其以淺水波最為明顯。圖 5.5 為三種不同的潛堤個數 ( $N = 4$ 、 $6$  及  $8$ ) 佈置下，不同的波浪入射條件 ( $kh$ ) 通過潛堤的之反射率變化圖，圖形顯示：當相對水深 ( $kh$ ) 愈小，即波浪特性接近淺水波時，波浪通過時所發生的反射率最大，隨著  $kh$  的增加則反射率遞減，此現象尤其以潛堤個數愈多的佈置愈顯著。

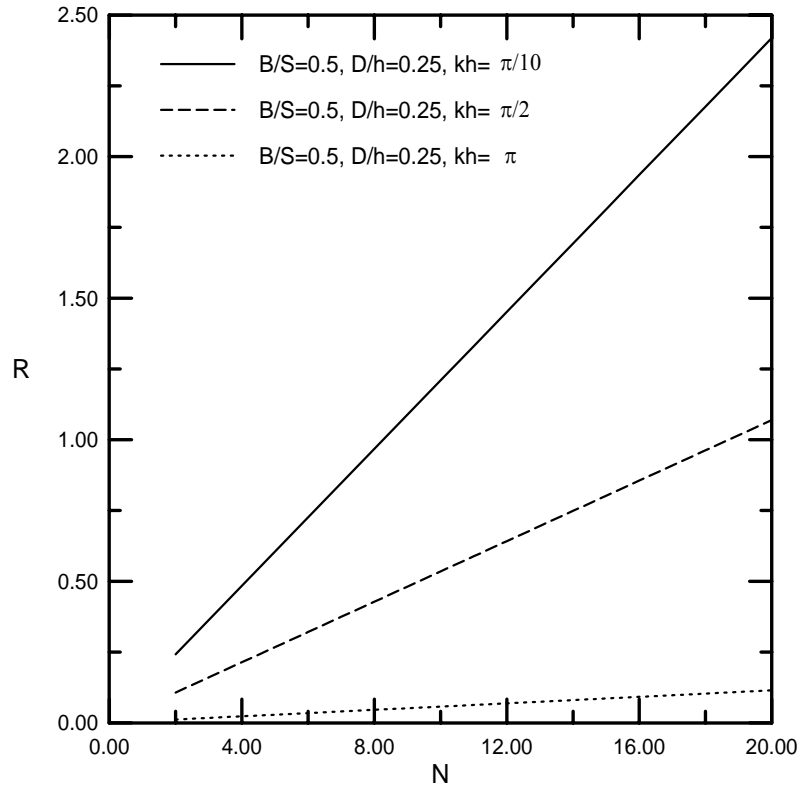


圖 5.1 不同特性波浪通過不同潛堤個數  $N$  的反射率  $R$  變化圖

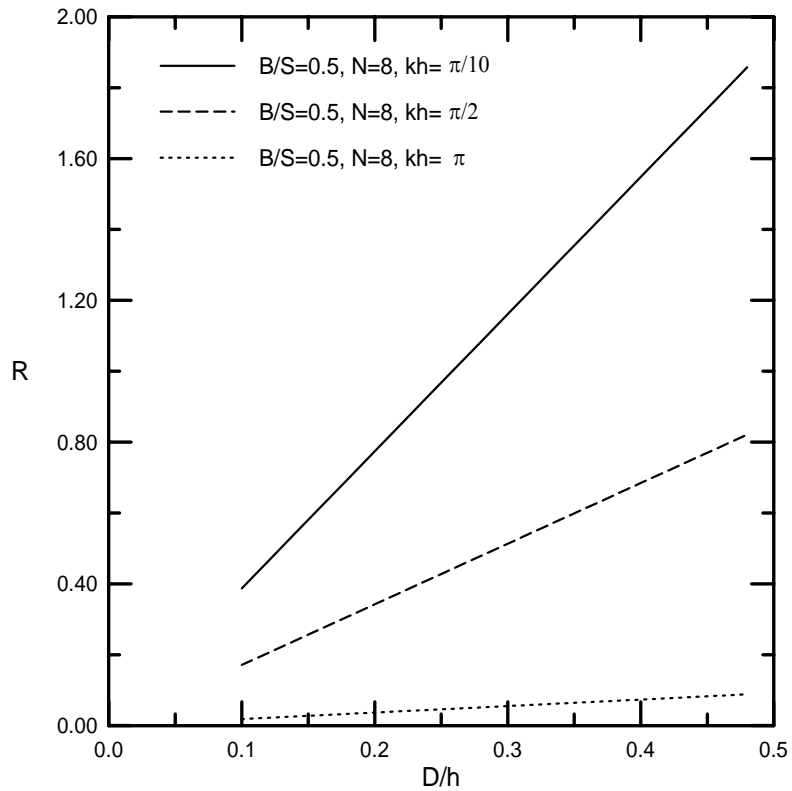


圖 5.2 不同特性波浪通過不同相對堤高  $D/h$  的反射率  $R$  變化圖



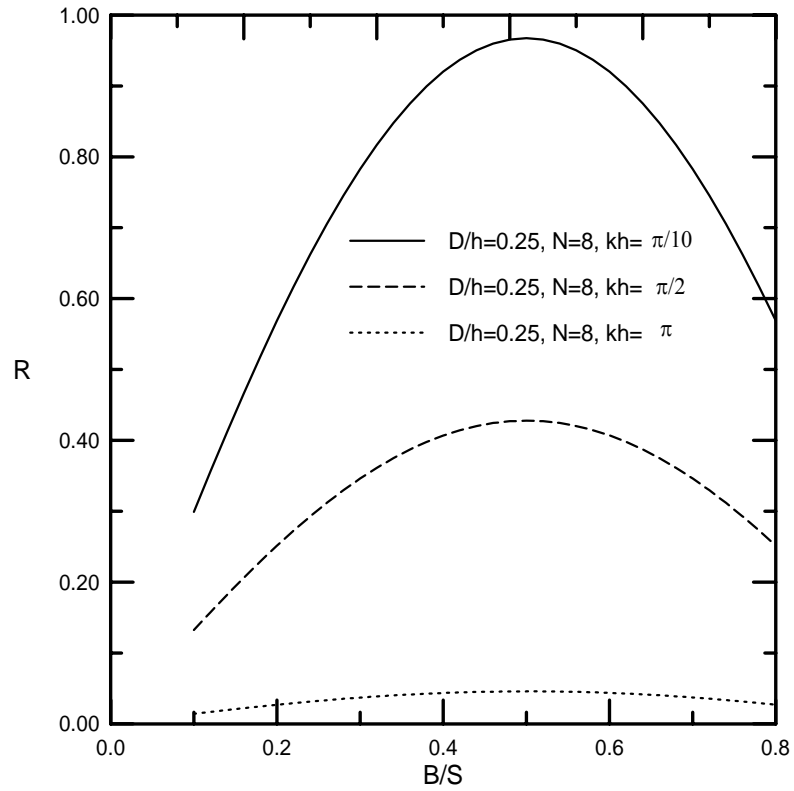


圖 5.3 不同特性波浪通過不同相對堤距  $B/S$  的反射率  $R$  變化圖

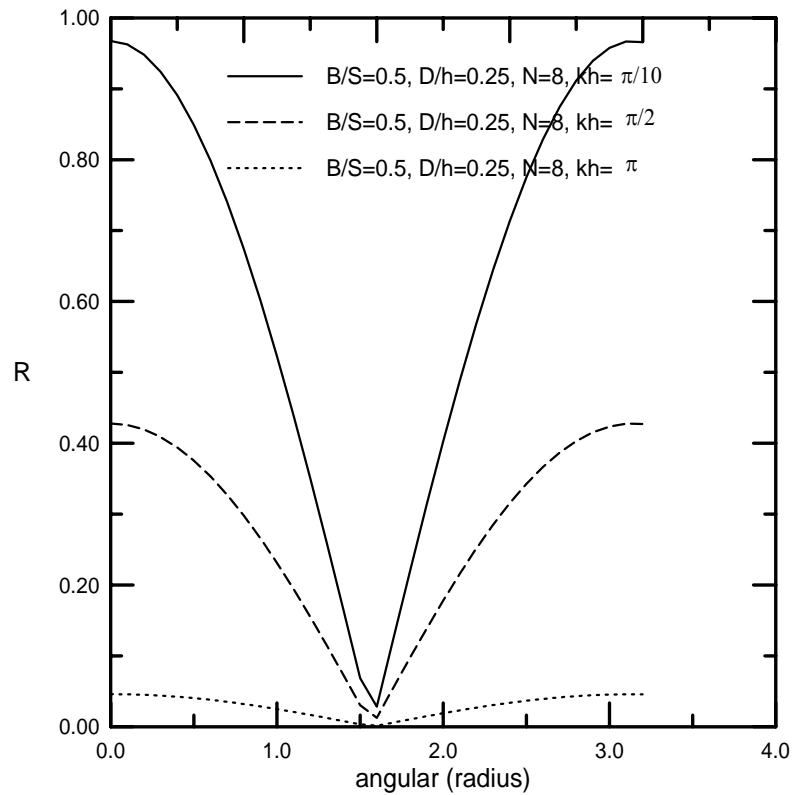


圖 5.4 不同波浪入射角度通過系列潛堤的反射率  $R$  變化圖

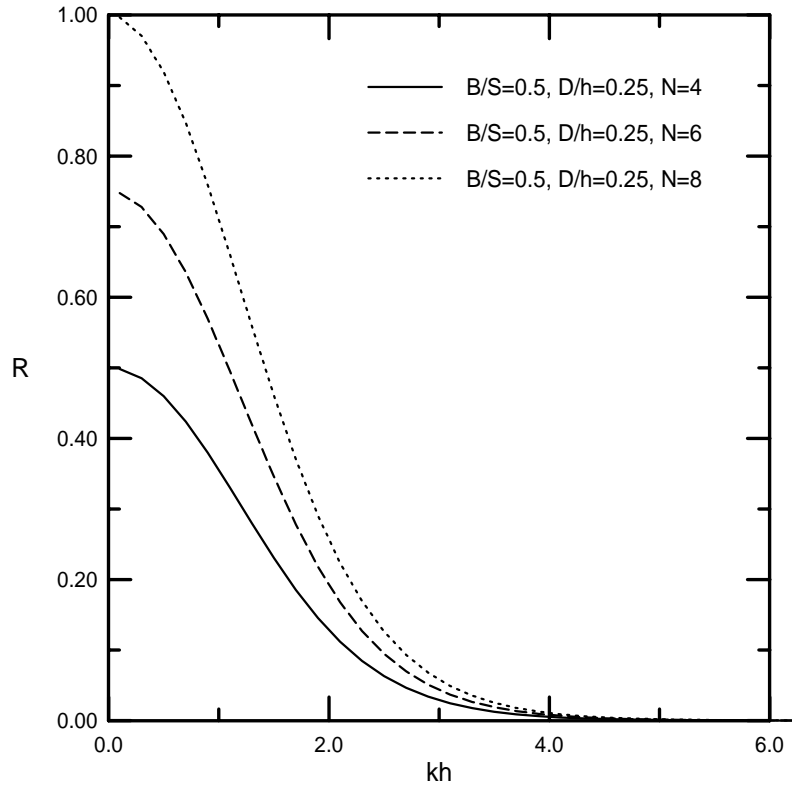


圖 5.5 不同波浪條件  $kh$  通過三種潛堤個數的反射率  $R$  變化圖

當波浪通過系列潛堤時，所發生的布拉格反射強度，隨不同的波浪入射條件( $2S/L$ )以及系列潛堤佈置條件( $N$ 、 $D/h$ 及 $B/S$ )而有所差異，本研究利用第三章的反射率公式，針對布拉格反射發生時，反射率尖峰值( $R_{max}$ )與不同的波浪入射條件( $2S/L$ )以及系列潛堤佈置條件( $N$ 、 $D/h$ 及 $B/S$ )作探討。

圖 5.6 為不同潛堤個數  $N$  及波浪入射條件  $2S/L$  之反射率  $R$  變化圖，其中相對堤距為  $B/S=0.4$ ，相對堤高為  $D/h=0.5$ ，圖形顯示，當潛堤個數愈多時，發生的布拉格反射愈明顯，反射率尖峰值愈大，發生反射愈尖峰值的條件約為  $2S/L=1$ ；在  $2S/L=0\sim1$  之間反射率隨  $2S/L$  的增加而作波形震盪，震盪的次數隨潛堤個數  $N$  成正比增加，即當  $2S/L=2$  時有 2 個反射率高峰，而  $2S/L=8$  時有 8 個反射率高峰。由此可知，反射率高峰的個數即反射率震盪的個數與潛堤的個數相同。反射率尖峰值  $R_{max}$  隨不同潛堤個數  $N$  及相對堤高  $D/h$  變化之關係繪製如圖 5.7 所示，圖形顯示，潛堤個數愈多反射率尖峰值愈大，且隨著相對堤高  $D/h$  愈大其遞增的幅

度愈明顯。

在潛堤個數  $N=4$ ，相對堤距為  $B/S=0.4$  的佈置條件下，不同的相對堤高  $D/h$  在不同的波浪入射條件  $2S/L$  之反射率變化如圖 5.8 所示，圖形中布拉格反射尖峰值發生於  $2S/L=1$  附近，隨著相對堤高  $D/h$  的增加而增加。當  $D/h<0.3$  時，布拉格反射的現象已不明顯，且在  $2S/L>1$  的條件下，已無明顯的反射率震盪現象。在  $2S/L=0\sim1$  之間反射率隨  $2S/L$  的增加而作波形震盪，反射率高峰均為 4 個，此反射率震盪現象隨  $D/h$  的減小而減弱。圖 5.9 為反射率尖峰值隨不同相對堤高  $D/h$  及相對堤距  $B/S$  變化之關係圖，圖形顯示在  $N=4$  及  $B/S=0.2\sim0.6$  的條件下，反射率尖峰值均會隨著相對堤高  $D/h$  的增加而增加。在  $D/h<0.2$  條件下， $B/S$  愈小則反射率尖峰值愈大。

圖 5.10 為不同相對堤距  $B/S$  及波浪入射條件  $2S/L$  之反射率  $R$  變化圖，其中潛堤個數  $N=4$ ，相對堤高為  $D/h=0.5$ ，圖形顯示主頻布拉格反射發生的條件為  $2S/L=1$  附近；主頻布拉格反射尖峰值  $R_{max}$  隨著相對堤距  $B/S$  的增加，呈現先增加再減小的現象，在相對堤距  $B/S=0.5$  時為反射率尖峰值的最大值。此反射率尖峰值隨相對堤距  $B/S$  的增加，呈現先增加再減小的現象，為過去文獻研究所未發現。推究其原因，由於過去在布拉格反射研究的條件上，因試驗場地的限制以及數值計算的條件並未擴及至  $B/S>0.5$ ，所以往昔研究均認為反射率尖峰值隨相對堤距  $B/S$  的增加而增加。當然，本研究結果必須再依賴模式、試驗室及現場資料的驗證。另外，高諧波(higher harmonic)布拉格反射發生在  $2S/L=2$  附近，隨著相對堤距  $B/S$  的增加，高諧波布拉格反射會減弱。

反射率尖峰值  $R_{max}$  隨不同相對堤距  $B/S$  及相對堤高  $D/h$  變化之關係繪製如圖 5.11 所示，圖形顯示，相對堤高  $D/h$  愈大的條件下，反射率尖峰值愈大；隨著相對堤距  $B/S$  增加，反射率尖峰值增加再減小的現象愈明顯。此反射率尖峰值遞增的最高點發生之條件，在  $D/h=4$  條件時，發生在  $B/S=0.5$  條件。而隨著  $D/h$  的增加，反射率尖峰值遞增的最高點會發生在較小的  $B/S$  條件。

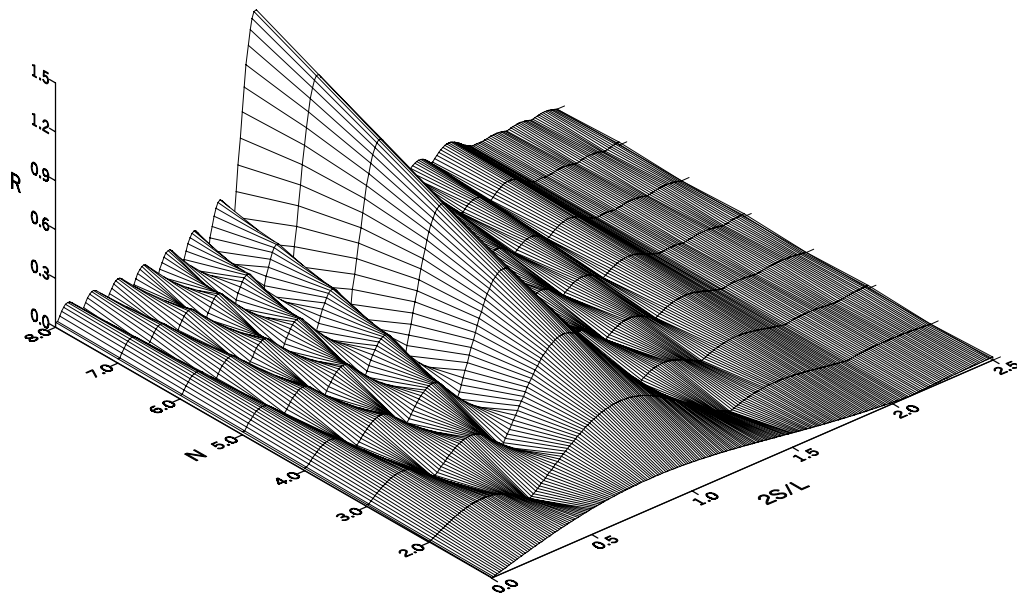


圖 5.6 不同  $N$  及  $2S/L$  之反射率  $R$  變化圖

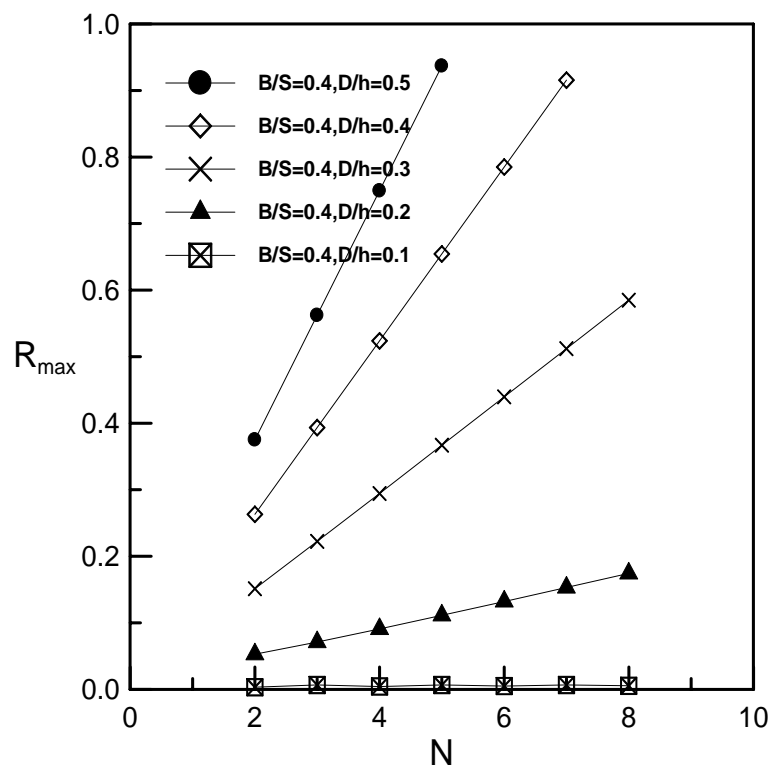


圖 5.7 不同  $N$  及  $D/h$  之布拉格反射率尖峰值  $R_{max}$  變化圖

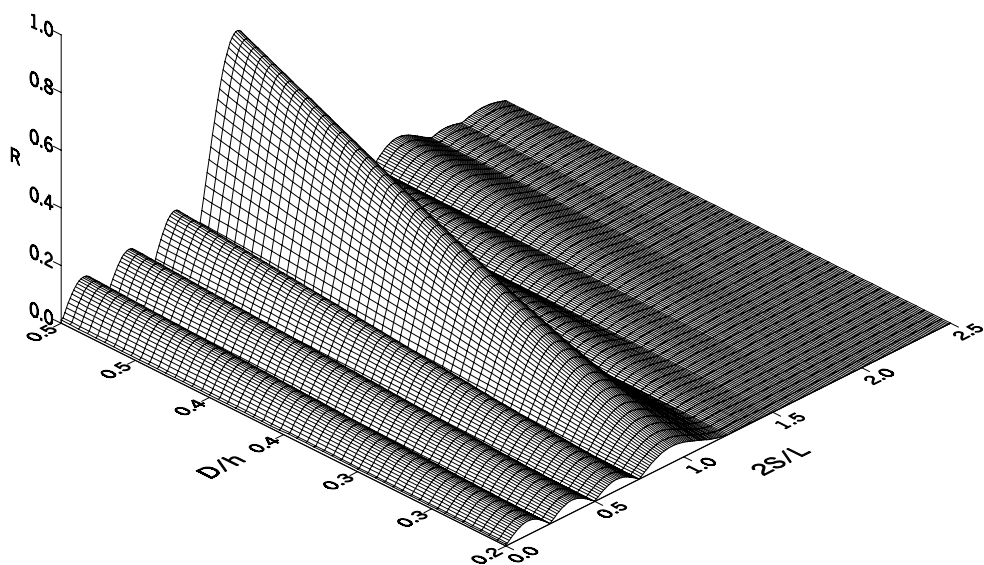


圖 5.8 不同  $D/h$  及  $2S/L$  之反射率  $R$  變化圖

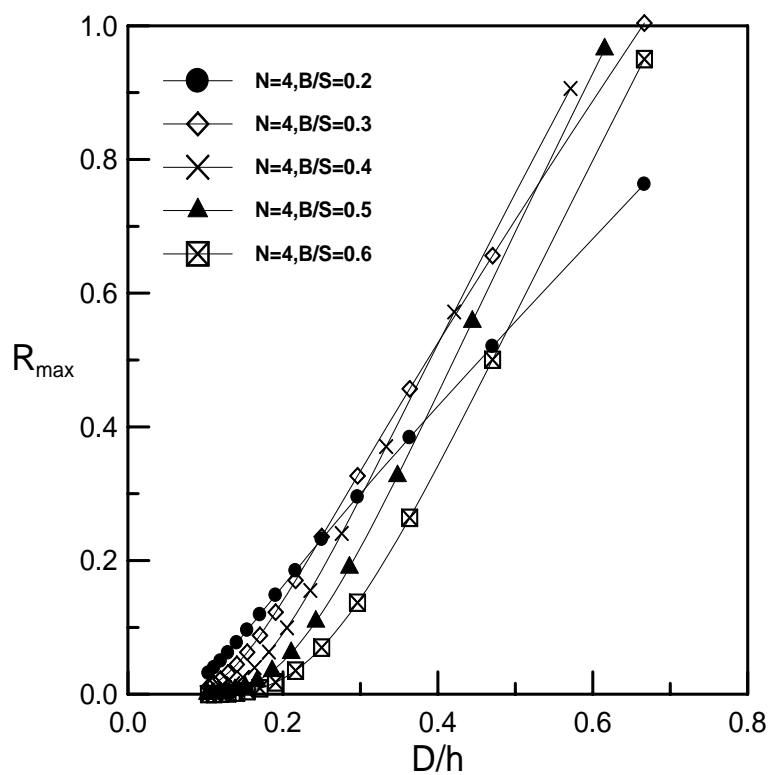


圖 5.9 不同  $D/h$  及  $B/S$  之布拉格反射率尖峰值  $R_{max}$  變化圖

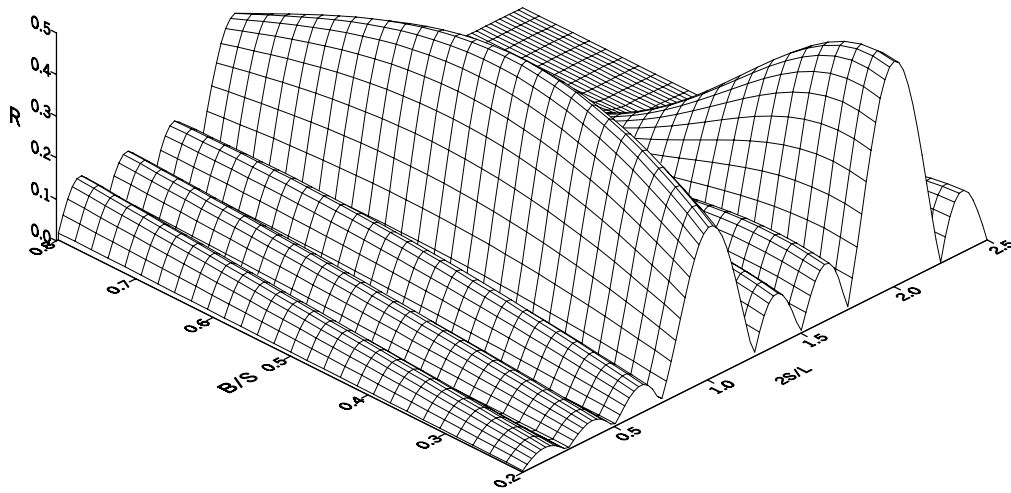


圖 5.10 不同  $B/S$  及  $2S/L$  之反射率  $R$  變化圖

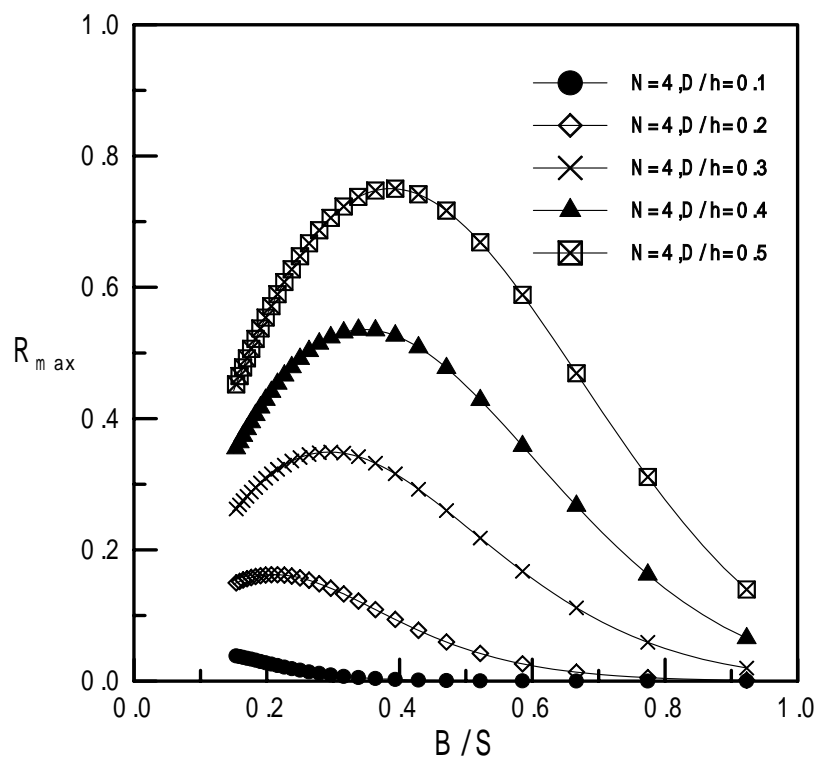


圖 5.11 不同  $B/S$  及  $D/h$  之布拉格反射率尖峰值  $R_{max}$  變化圖



## 5.2 等間距系列潛堤佈置斜坡底床

在本計畫第一年研究中，曾以 Hsu 和 Wen (2001) 所推導含有底床非線性項(底床曲率項 ( $\nabla_h^2 h$ ) 及底床斜率平方項 ( $|\nabla_h h|^2$ ))之延伸型拋物線緩坡方程式 (extended mild-slope equation of 即 EMSE) 為基礎，對波浪通過斜坡底床上系列潛堤所造成反射率變化及布拉格反射作探討。Hsu 等人 (2003) 發展演進型式緩坡方程式 (EEMSE) 證實在模擬計算波浪通過擾變底床時，可得到更精確之結果，其方程式考慮的底床地形參數包括：底床曲率項 ( $\nabla_h^2 h$ )、底床斜率平方項 ( $|\nabla_h h|^2$ ) 及底床地形擾變量 ( $\delta$ )。故本研究以 EEMSE 為基礎，應用至波浪通過斜坡底床佈置系列潛堤的波場計算，重新探討布拉格反射的特性。

本研究潛堤佈置如圖 5.11。計算條件為入射波高  $H_i = 4.0$  公分，週期  $T_i = 0.4 \sim 4.0$  秒，入射波水深  $h_1 = 30$  公分，底床坡度  $\tan \beta = 0$ 、 $1/30$ 、 $1/20$  及  $1/10$ ，潛堤個數  $N = 4$ 、 $6$  及  $8$  個，潛堤間距  $S = 25$  及  $50$  公分，潛堤高度  $D$  則依據斜坡上不同水深及相對高度  $D/h = 1/2$ 、 $1/3$  及  $1/4$  而變化，潛堤寬度  $B = 12$  公分，斜坡底床上系列潛堤佈置及波浪條件如表 5.1 所示。

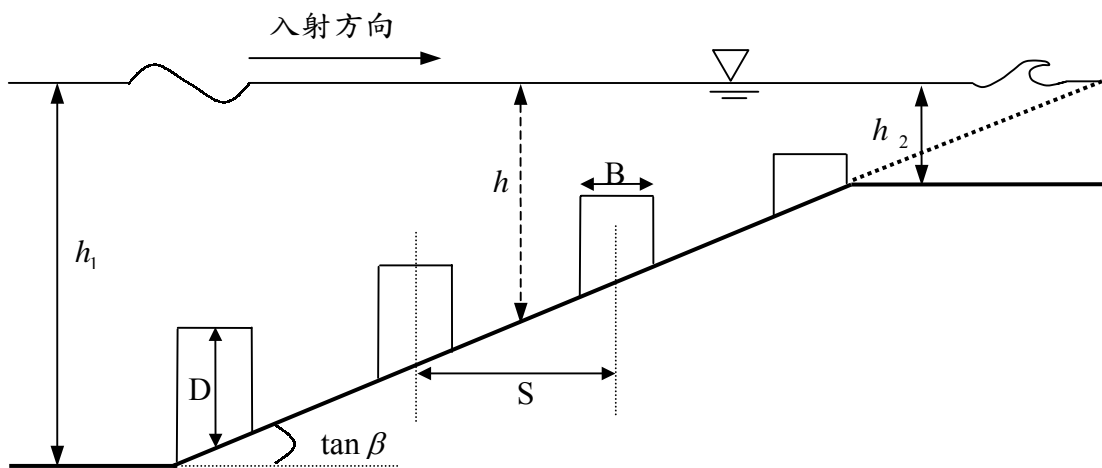


圖 5.12 斜坡上系列潛堤佈置示意圖

表 5.1 系列潛堤佈置和波浪的條件

潛堤型式	底床坡度 ( $\tan \beta$ )	堤數 ( $N$ )	間矩 ( $S$ )	堤寬 ( $B$ )	水深 ( $h_1$ )	波浪條件		
						週期 ( $T_i$ )	波高 ( $H_i$ )	碎波
矩型	0, 1/30 1/20, 1/10	4 6 8	25 50 cm	12 cm	30 cm	0.4~4.0 sec	4.0 cm	無 有

由前人研究及本計畫前二年研究結果得知，當兩倍潛堤間距與波長之比（ $2S/L$ ）為整數倍附近時，將發生布拉格反射現象。因此，本研究利用 EEMSE 模式探討布拉格反射現象及反射率變化情形。茲就  $N$ 、 $B/S$ 、 $D/h$ 、 $\tan \beta$  及  $2S/L$  等無因次參數計算結果探討與反射率  $R$  之相關性。

### 5.2.1 不同底床坡度佈置

潛堤個數  $N=4$ 、潛堤寬度  $B=12$  公分、潛堤間距  $S=50$  公分（ $B/S=0.24$ ）、潛堤高度為斜坡上水深之二分之一（ $D/h=0.5$ ），以不同的底床坡度  $\tan \beta=0.0$ 、 $1/30$ 、 $1/20$  及  $1/10$  佈置條件下，反射率變化繪製如圖 5.13 所示。圖中反射率隨  $2S/L$  變化呈現連續波動形狀，在  $2S/L=0.8$  及  $3.0$  附近有明顯的主頻及高頻的布拉格反射現象，且底床坡度愈大，布拉格反射尖峰值愈大，尤其以高頻的布拉格反射更明顯。底床坡度增加，斜坡底床及堤頂水深相對變淺，改變入射波浪之波長及波速等，使發生布拉格反射條件相對改變，不但反射率尖峰值增加，發生布拉格反射尖峰值的  $2S/L$  條件亦會向較小之  $2S/L$  偏移。高頻的布拉格反射發生時， $2S/L=3.0$  附近，反射率尖峰值隨著底床坡度增加而增大現象比主頻布拉格反射明顯，其原因為底床坡度增加，堤頂及斜坡的水深較淺，造成高頻波反射更強，而使高頻的布拉格反射增加明顯。

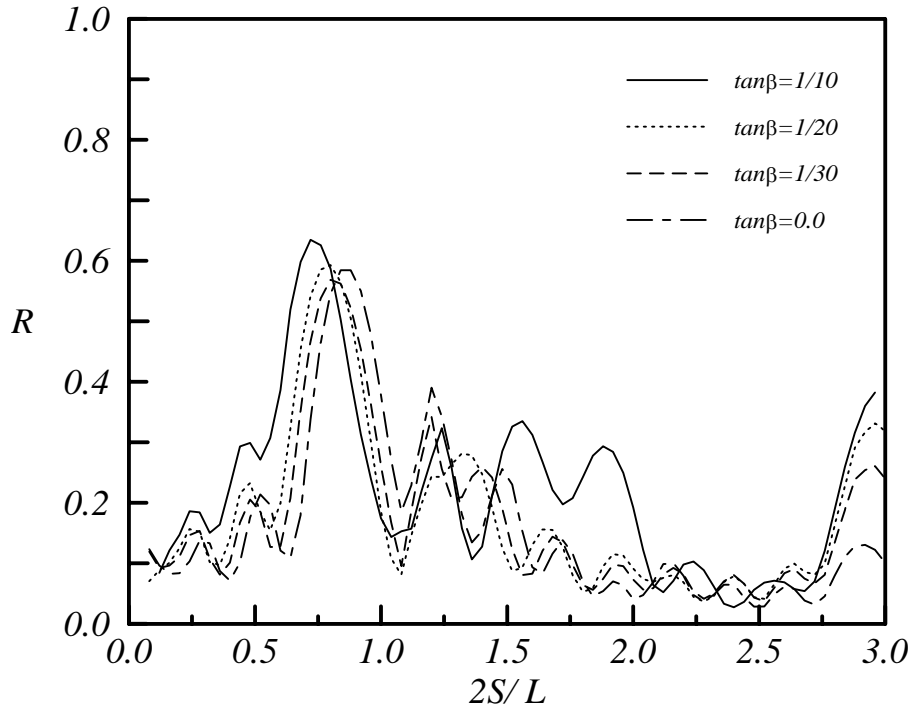


圖 5.13 系列潛堤在不同底床坡度反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.24$  ,  $D/h=0.5$ )

上述不同底床坡度在無潛堤佈置下，波浪通過斜坡底床的反射率變化情形繪如圖 5.14。圖中橫座標軸的單位採用  $2S/L$  以利與圖 5.13 相互對照比較，其中  $S=50$  公分。結果顯示：波浪通過斜坡的反射率，隨  $2S/L$  的增加，呈現震盪遞減趨勢。在  $2S/L \leq 1.2$  的條件下，底床坡度愈大，反射率值愈高，而在  $2S/L \geq 1.2$  的高頻區，不同底床坡度的反射率值均極小， $R < 0.01$ 。整體而言，在  $2S/L \geq 1.2$  條件下，三種不同坡度底床，反射率均小於 0.1。由此可知，圖 5.13 中斜坡底床 ( $\tan \beta \leq 1/10$ ) 對波浪的反射作用並不大，故本研究在探討斜坡佈置系列潛堤布拉格反射上，可忽略斜坡底床對波浪的反射作用。

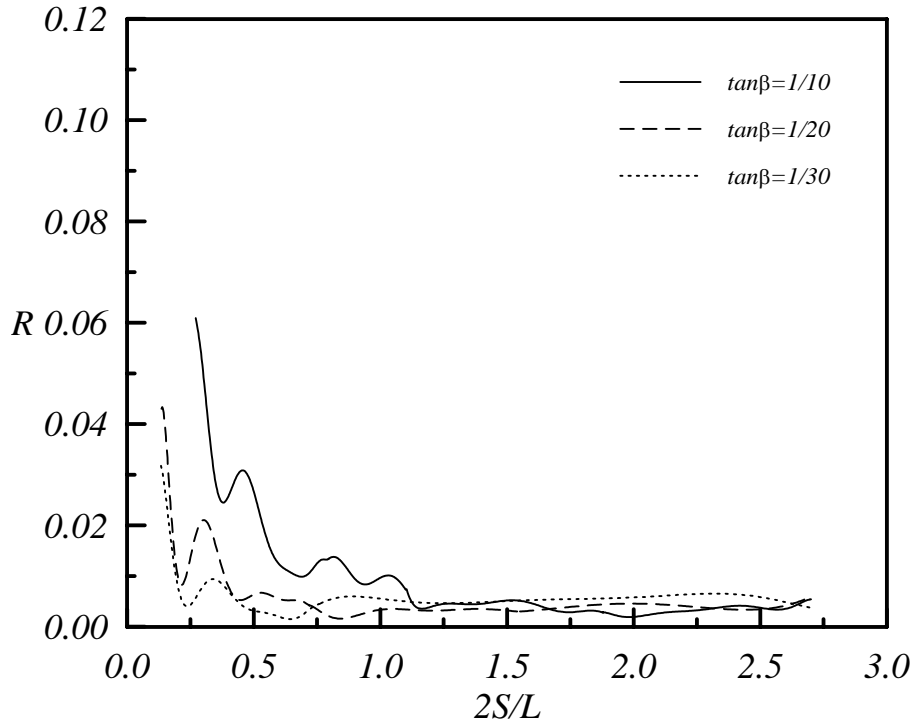


圖 5.14 不同底床坡度反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖

潛堤間距改變為  $B/S=0.48$ ，潛堤個數分別為  $N=4$  及  $8$  個，不同底床坡度的反射率變化，計算結果分別繪如圖 5.15 及圖 5.16。結果顯示，底床坡度  $\tan \beta = 0.0$ 、 $1/30$  及  $1/20$  時，布拉格反射現象並不明顯。當底床坡度達  $1/10$  時，發生明顯反射率激增的主頻及次諧波布拉格反射現象。探究其原因可能是較大相對堤距  $B/S$  佈置條件，潛堤間距  $S$  較小，波浪於潛堤間交互作用區域較小。底床坡度達  $1/10$  時，水深變化較大所造成之波浪特性改變較大，才足以使入射波浪產生明顯的布拉格反射。陳 (1991a, 1991b) 正弦形底床理論解析結果顯示，正弦形底床所在的水深愈淺，愈容易感受來源波的衝擊，因此所導引出的波動波場之強度愈強，而且呈現指數快速遞增。本佈置斜坡  $\tan \beta = 1/10$ ，斜坡頂端及堤頂水深變淺，所以導致反射率快速增加。根據以上分析結果，佈置較大的相對堤距  $B/S$  系列潛堤，在坡度較大的底床上，可以產生顯著的布拉格反射效果。以上計算條件在無潛堤佈置的斜坡底床反射率變化如圖 5.17，圖形顯示斜坡底床對於波浪所產生的反射作用並不大，故圖 5.15 及圖 5.16 所討論的反射率變化，可以忽略斜坡反射對布拉格反射的影響。

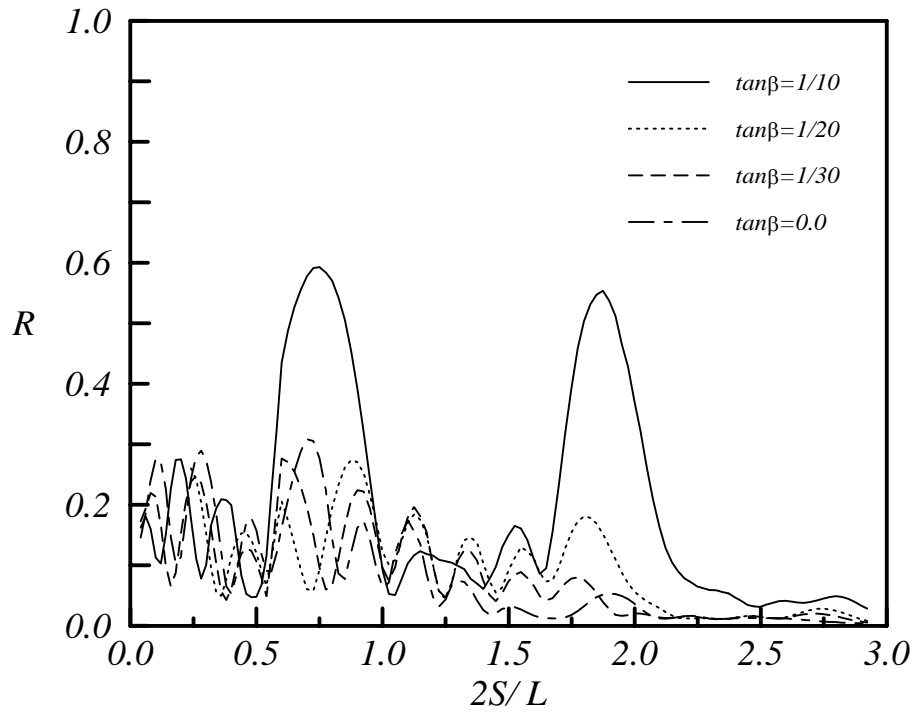


圖 5.15 系列潛堤在不同底床坡度反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.48$  ,  $D/h=0.5$ )

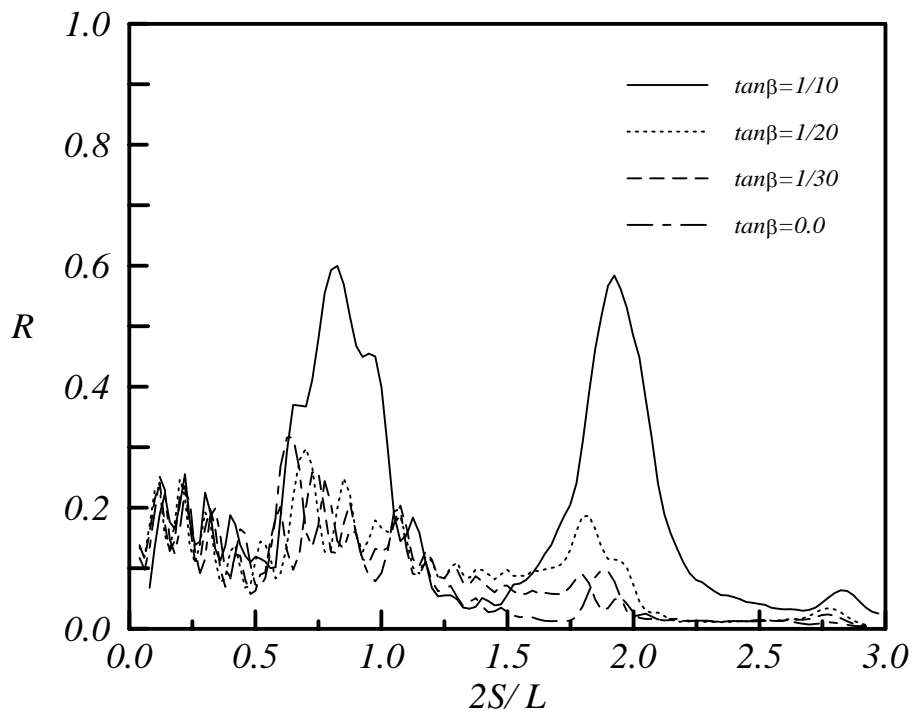


圖 5.16 系列潛堤在不同底床坡度反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=8$  ,  $B/S=0.48$  ,  $D/h=0.5$ )

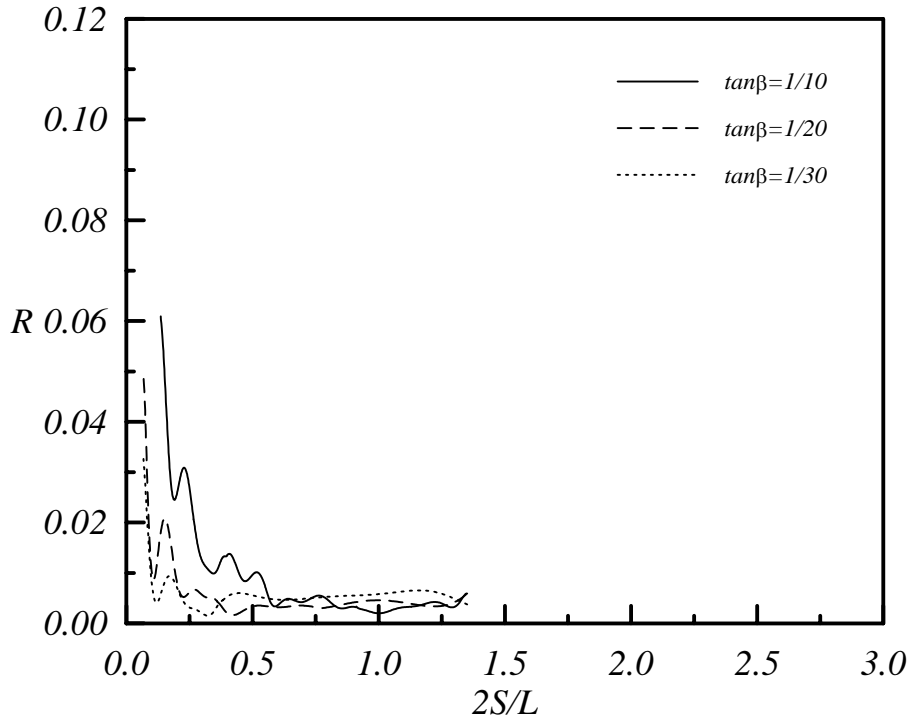


圖 5.17 不同底床坡度反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖

### 5.2.2 潛堤個數的影響

圖 5.18～圖 5.21 為相同的潛堤間距 ( $B/S=0.48$ ) 及潛堤高度 ( $D/h=0.5$ ) 佈置，不同潛堤個數 ( $N=4$ 、 $6$  及  $8$ )，在水平與斜坡底床反射率變化情形。本研究潛堤個數的增加，乃由斜坡底床頂端淺水區往深水依序增加佈置。圖 5.18 顯示，水平底床上系列潛堤之布拉格反射現象並不明顯，在  $2S/L=0.7$  附近反射率最大，在  $2S/L=1.9$  時，次諧波布拉格反射隨著潛堤個數增加而增強。底床坡度為  $1/30$ 、 $1/20$  及  $1/10$  的系列潛堤佈置。陳 (1991b) 在正弦形底床波動理論解析中指出，正弦形底床長度愈長，波動數愈多，增加波浪通過底床反射率。Guazzellie 等人 (1992) 在複合式正弦底床及張等人 (1997) 在矩形人工沙洲試驗結果顯示，底床波動數或潛堤個數愈多，布拉格反射尖峰值增加，但相對的反射率帶寬減小。由圖 5.19～圖 5.21 顯示反射率與潛堤個數並無明顯的變化趨勢，且反射率帶寬亦未隨潛堤個數增加而遞減。探究其原因為反射率大小主要受底床斜坡頂端少數潛堤所影響，在斜坡頂端潛堤，堤頂水深較小，波浪與潛堤互制作用較大。

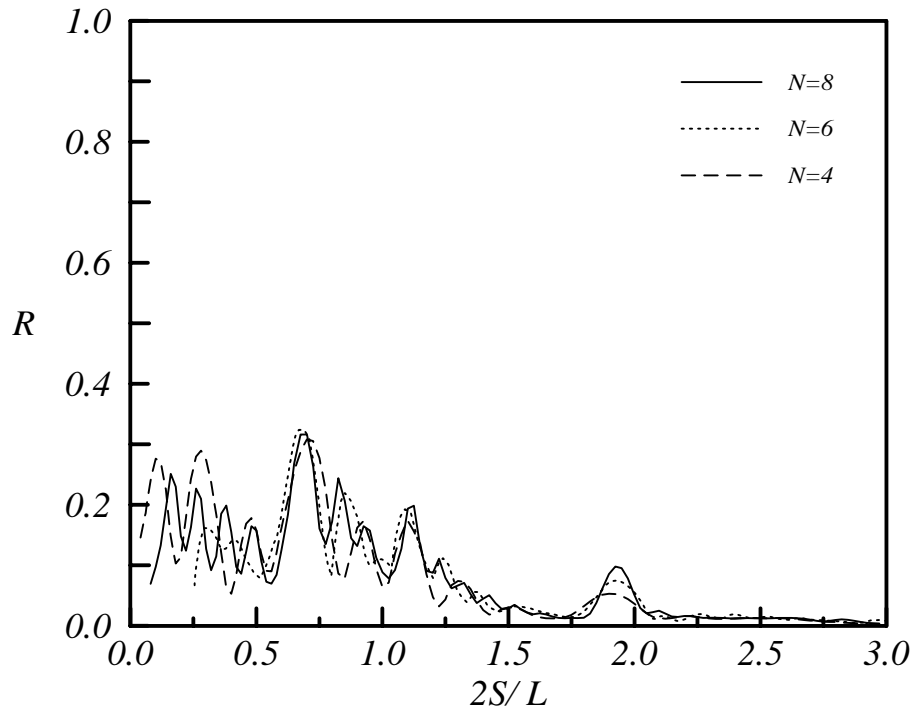


圖 5.18 系列潛堤在不同潛堤個數反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
 $(B/S = 0.48, D/h = 0.5, \tan \beta = 0.0)$

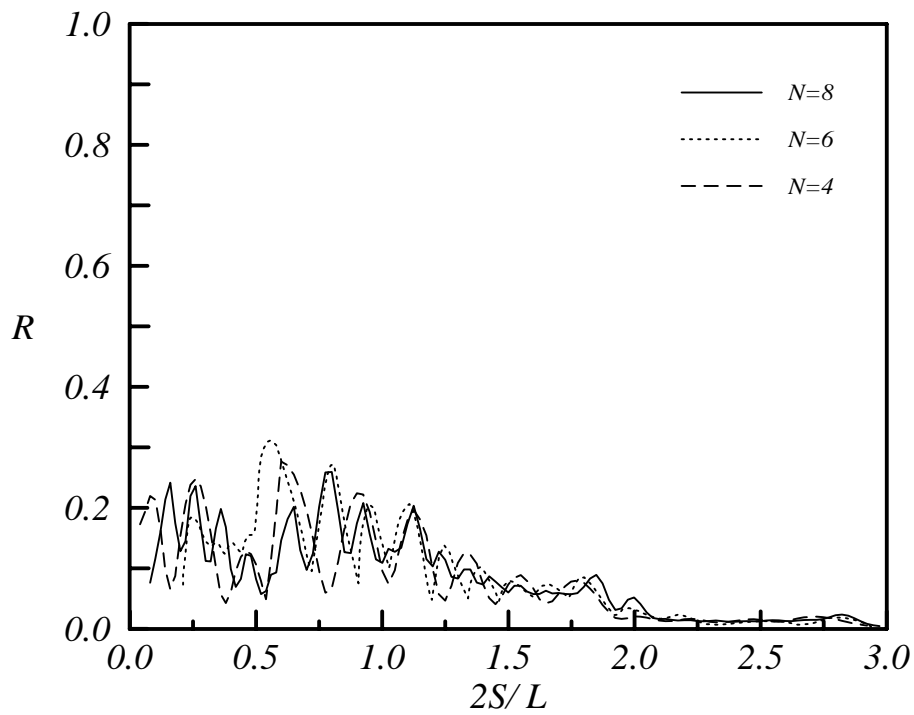


圖 5.19 系列潛堤在不同潛堤個數反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
 $(B/S = 0.48, D/h = 0.5, \tan \beta = 1/30)$



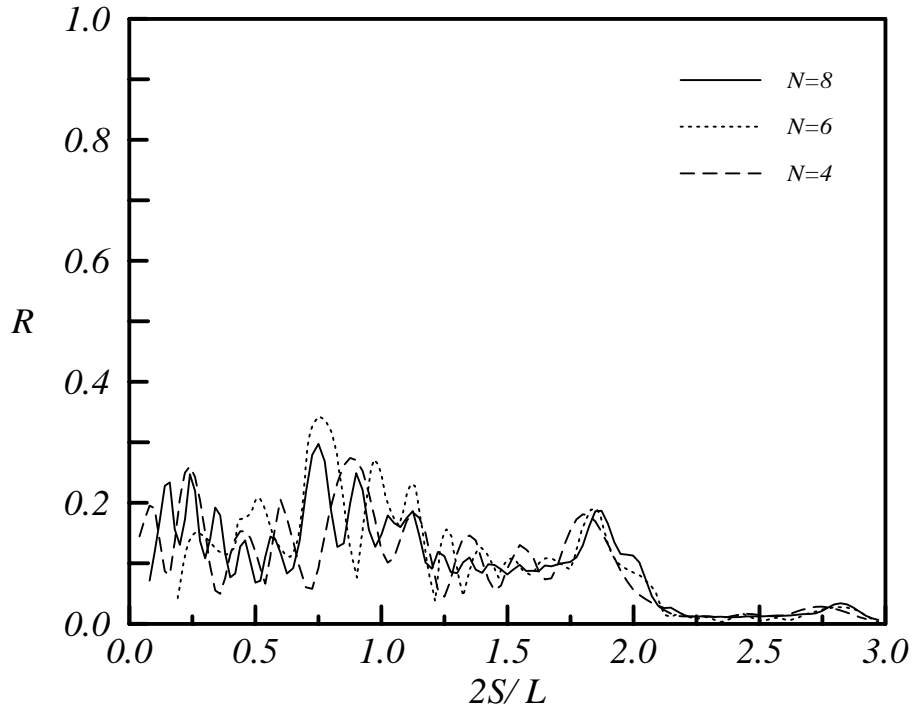


圖 5.20 系列潛堤在不同潛堤個數反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $B/S = 0.48$  ,  $D/h = 0.5$  ,  $\tan \beta = 1/20$ )

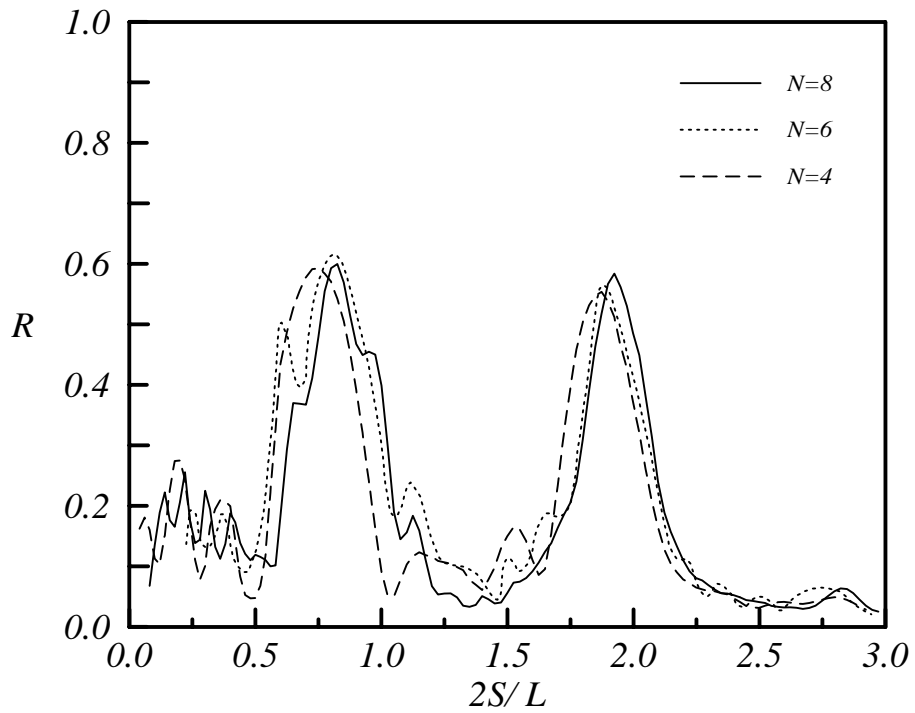


圖 5.21 系列潛堤在不同潛堤個數反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $B/S = 0.48$  ,  $D/h = 0.5$  ,  $\tan \beta = 1/10$ )

### 5.2.3 潛堤佈置在不同水深的影響

佈置條件為  $N=4$ 、 $B/S=0.48$ 、 $D/h=0.5$  及  $\tan\beta=1/10$ ，潛堤在斜坡上不同水深佈置圖及計算結果波浪反射率變化分別繪製如圖 5.22 及圖 5.23。圖 5.23 顯示潛堤佈置在斜坡淺水區所造成主頻及次諧波布拉格反射現象最明顯，其次為佈置在中間水深區，而潛堤佈置在斜坡底部深水區，已無明顯的布拉格反射現象。探究其原因為潛堤佈置在斜坡的水深愈淺，波浪受水深變化影響，發生主頻布拉格反射的  $2S/L$  條件愈向低頻處平移。陳 (1991a) 在水平底床佈置正弦形沙漣的研究結果顯示，布拉格反射強度隨水深減小而成指數遞增。由此可知，斜坡底床上在  $N$ 、 $B/S$ 、 $D/h$  及  $\tan\beta$  均固定條件下，潛堤位置水深，為影響布拉格反射及反射率曲線變化重要因素。

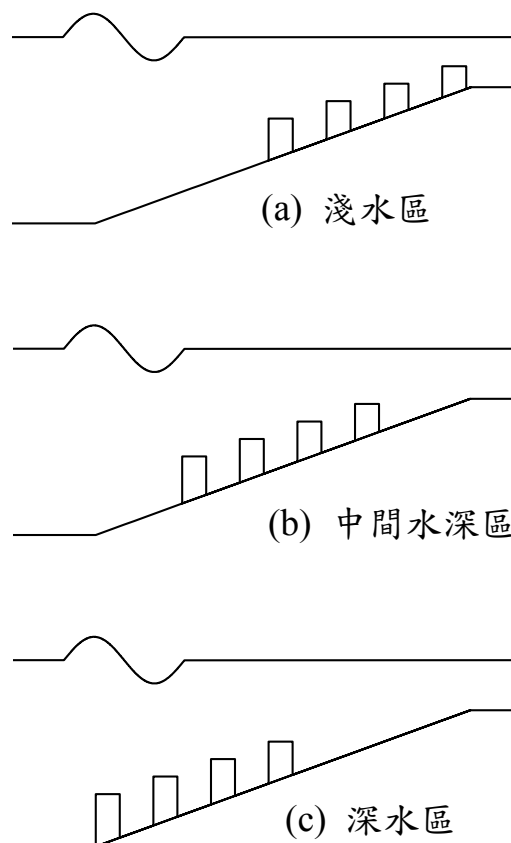


圖 5.22 系列潛堤在不同斜坡底床位置佈置圖

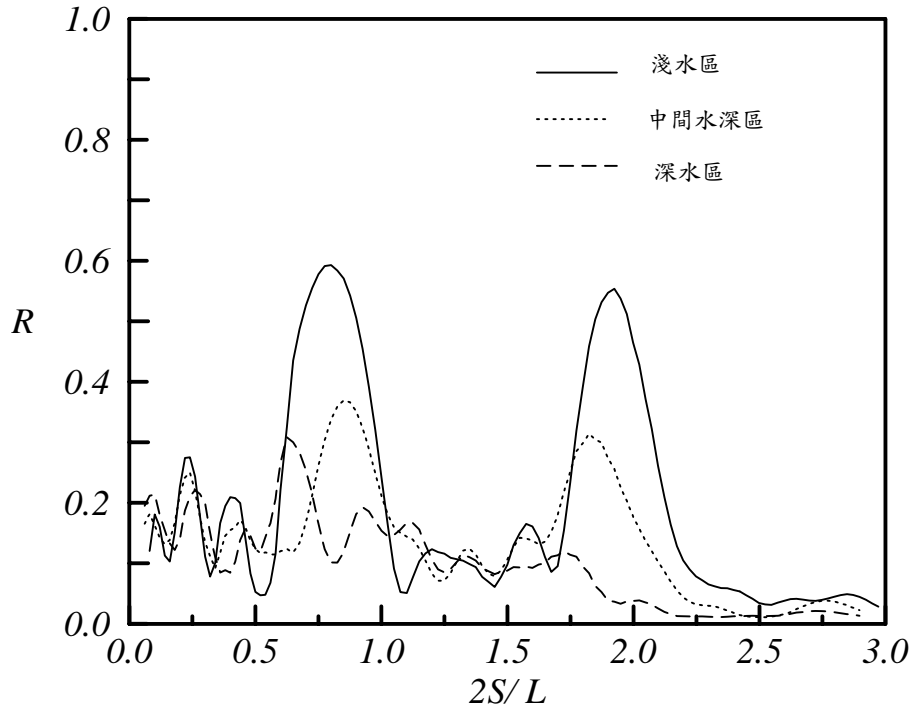


圖 5.23 系列潛堤在不同斜坡底床位置反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.48$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/10$ )

#### 5.2.4 潛堤間距的影響

底床坡度為  $\tan \beta=0$ 、 $1/30$ 、 $1/20$  及  $1/10$ ，在不同潛堤間距  $S=25$  及  $50$  公分佈置條件下，受不同波浪條件( $2S'/L$ )的反射率變化如圖 5.24～圖 5.27 所示。圖中  $S'$  係以相同的潛堤間距  $S'=25$  公分作為無因次基準量，以容易比較相同入射波浪條件的差異。若不同潛堤間距，則需再乘以實際比值加以換算。圖 5.24 顯示在水平底床上，當相對堤距在  $B/S=0.48$  ( $S=25$  公分)佈置條件下，反射率在  $2S'/L=0.25$  及  $0.75$  附近，雖有激增現象，但並不明顯；而在其他  $2S'/L$  條件下，無明顯的反射率尖峰。當相對堤距在  $B/S=0.24$  ( $S=50$  公分)佈置條件下，主頻布拉格反射明顯發生在  $2S'/L=0.45$  附近，在  $2S'/L=1.5$  及  $2.0$  附近發生反射率較小之高頻的反射尖峰值。此種現象與岳等人 (1997) 在水平底床上佈置雙列潛堤研究，堤距增加容易產生明顯高頻布拉格反射的結果相同。圖中發生布拉格反射的  $2S'/L$  條件隨著不同的潛堤堤距而改變，並無發生於  $2S'/L$  之整數倍

條件附近。若將  $2S'/L$  座標改為實際  $2S/L$ ，則反射率尖峰值將發生在  $2S/L$  整數倍附近，而在較大堤距( $S=50$  公分)佈置條件下，主頻及高頻的布拉格反射現象較為明顯。

此外，系列潛堤佈置在斜坡底床上，底床坡度為  $\tan \beta = 1/30$  及  $1/20$  的條件下，計算結果如圖 5.25 及圖 5.26 所示。主頻及高頻的布拉格反射現象，在較小的相對堤距  $B/S=0.24$  較明顯，而主頻布拉格反射帶寬，在較大的相對堤距  $B/S=0.48$  較寬。由此可知，較大的相對堤距佈置，防禦波浪有效範圍較大，但因反射率較小，防禦效果較差。當底床坡度增大為  $\tan \beta = 1/10$  時，計算結果如圖 5.27 所示。相對堤距為  $B/S=0.24$  及  $0.48$  條件下，均有明顯的主頻及高頻的布拉格反射現象，布拉格反射的尖峰值均約為  $0.6$ ，當相對堤距較大時，可以增加布拉格反射的帶寬。

以上分析結果顯示，布拉格反射發生的  $2S'/L$  條件隨不同的相對堤距佈置而有很大的差異。較小的相對堤距  $B/S$  條件下，不論底床為水平或斜坡，均有明顯的主頻及高頻的布拉格反射的現象；較大的相對堤距條件下，必須在底床坡度較陡的條件，才能發生明顯的主頻及高頻的布拉格反射現象。底床坡度較小的條件下( $\tan \beta \leq 1/20$ )，以較大的堤距，較容易發生布拉格反射現象，但由於布拉格反射的反射率帶寬不大，適用  $2S'/L$  的範圍受限制。相反的，較陡的斜坡底床條件下，以較小堤距即可造成較高反射尖峰值的布拉格反射現象，且反射率帶寬較大，可適用於較寬頻的入射波浪條件。

以上均以相同的潛堤個數佈置作布拉格反射的分析及討論，在較大的堤距佈置下，斜坡上的潛堤佈置範圍隨之增大。因此，潛堤佈置區域範圍較大是否為增加布拉格反射現象的主要因素，或者由潛堤堤距與波浪互制作用所引起。圖 5.28 及圖 5.29 為相同底床坡度  $\tan \beta = 1/20$  條件，在斜坡底床範圍及位置相近處，佈置不同堤數及堤距的示意圖及反射率變化圖。

圖 5.29 中實線為  $N=4$  及  $B/S=0.24$  佈置條件所得反射率變化曲線，虛線為  $N=8$  及  $B/S=0.48$  佈置條件的反射率變化曲線。佈置範圍水平距

離分別為 162 及 187 公分，潛堤佈置均由斜坡頂端淺水區向深水區依序排列。實線的反射率變化曲線顯示，佈置範圍較小（162 公分），且佈置較少的堤數（ $N=4$ ），在  $2S'/L=0.45$  及  $1.5$  附近能發生明顯的主頻及高頻的布拉格反射現象；反之，虛線反射率變化曲線顯示在較多的堤數（ $N=8$ ）及較大的潛堤佈置區域（187 公分），雖發生主頻及高頻的布拉格反射現象，但並不明顯，反射率尖峰值並不大。由此可見，在斜坡上相近的區域範圍佈置系列潛堤，潛堤間距的佈置對發生布拉格反射的強弱，為很重要的影響因子，但實際應用上，仍需考量適用的波浪條件及反射率帶寬等因素。

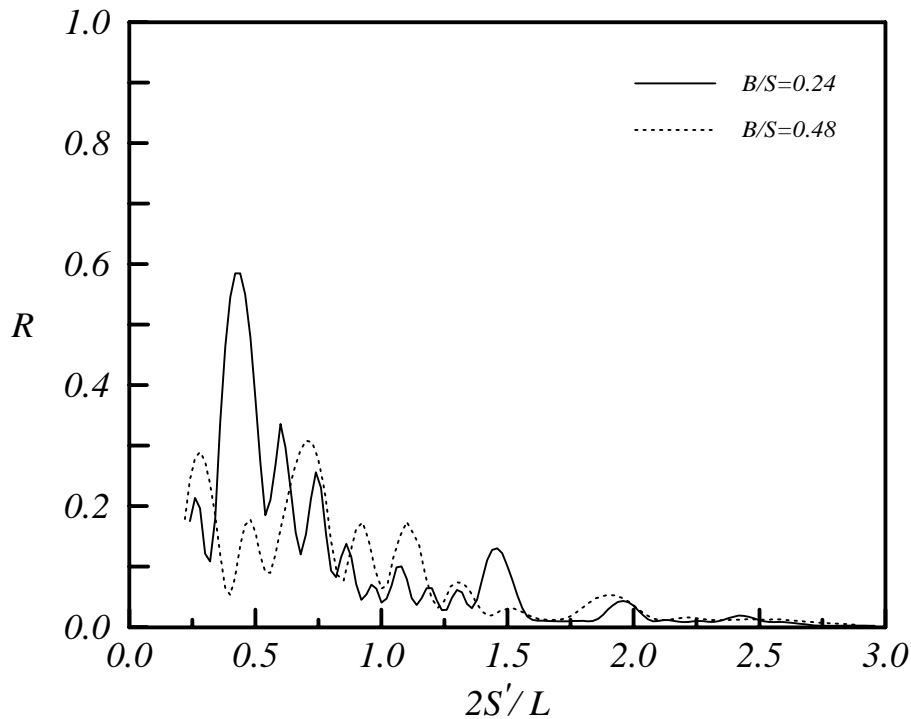


圖 5.24 不同潛堤間距佈置反射率  $R$  與  $2S'/L$  關係圖  
 ( $N=4$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=0$ )

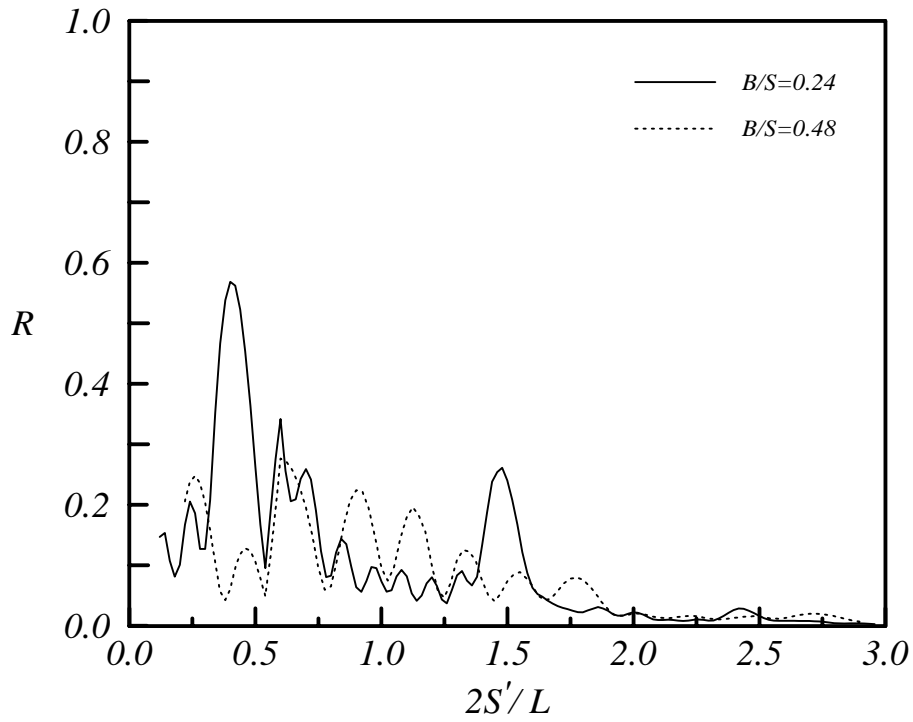


圖 5.25 不同潛堤間距佈置反射率  $R$  與  $2S'/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/30$ )

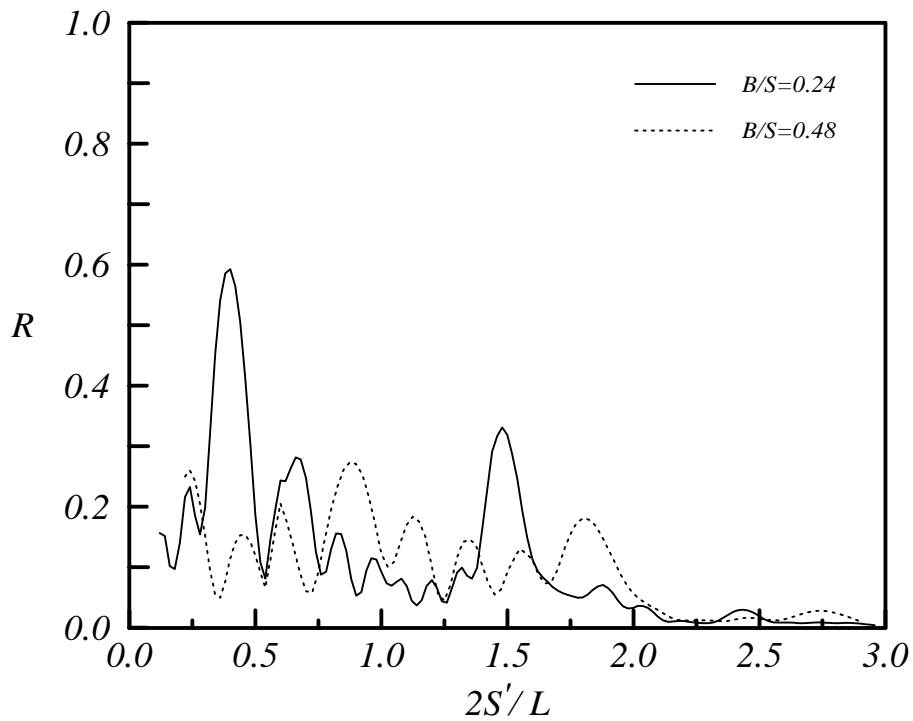


圖 5.26 不同潛堤間距佈置反射率  $R$  與  $2S'/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/20$ )

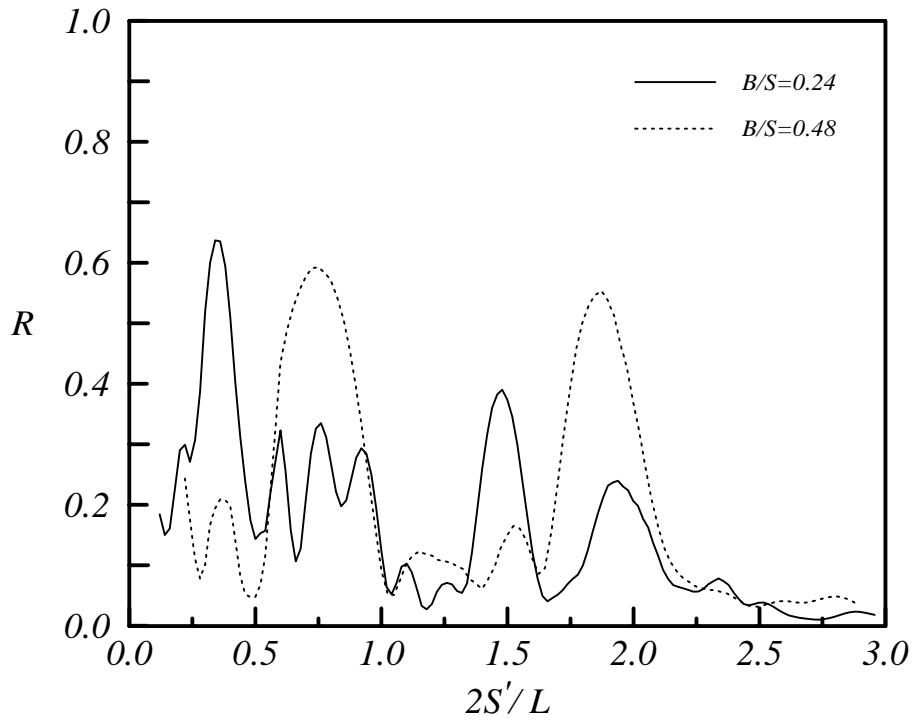
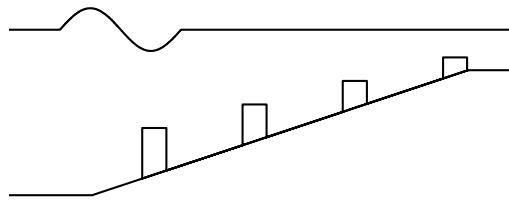
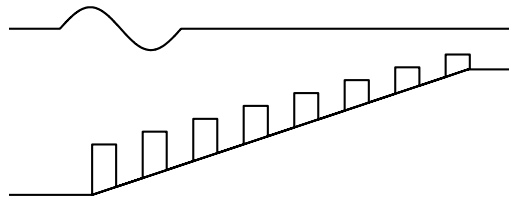


圖 5.27 不同潛堤間距佈置反射率  $R$  與  $2S'/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/10$ )



(a)  $N=4$  ,  $B/S=0.24$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/20$



(b)  $N=8$  ,  $B/S=0.48$  ,  $D/h=0.5$  ,  $\tan \beta=1/20$

圖 5.28 不同潛堤間距及個數佈置示意圖



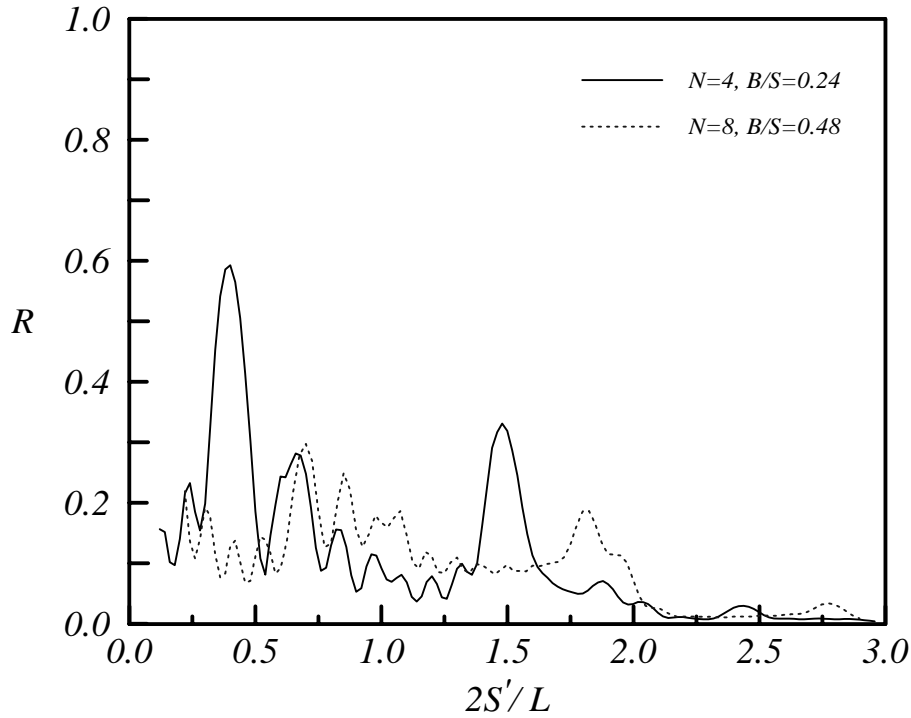


圖 5.29 不同潛堤間距及個數佈置的反射率  $R$  與  $2S'/L$  關係圖  
( $D/h = 0.5$  ,  $\tan \beta = 1/20$ )

### 5.2.5 潛堤高度的影響

陳 (1991a) 在正弦形底床的研究指出，底床擾動尖銳度 ( $2kb$ ) 愈大，波浪通過所受波動影響愈大。Belzons 等人 (1991) 及 Zhang 等人 (1999) 在水平複合式波形底床的試驗及數值計算結果指出，底床擾動相對振幅( $b/h$ )愈大，則整體的反射率愈大，布拉格反射尖峰值愈高，反射率帶寬愈大，且向低頻處的平移現象愈明顯。圖 5.30～圖 5.33 分別為底床坡度  $\tan \beta = 0$ 、 $1/30$ 、 $1/20$  及  $1/10$ ，相同潛堤間距( $B/S = 0.24$ )佈置條件，不同潛堤高度的反射率變化圖。圖形顯示在水平底床及斜坡底床佈置條件下，相對堤高介於  $D/h = 1/4 \sim 1/2$  均有明顯的主頻布拉格反射現象，而在相對堤距  $B/S = 0.24$  條件(如圖 5.15)，底床坡度必須達  $\tan \beta = 1/10$  且  $D/h = 0.5$  才會發生明顯的主頻布拉格反射。反射率  $R$  及布拉格反射尖峰值隨相對堤高  $D/h$  的增加而增大，布拉格反射尖峰值發生的條件，隨相對堤高  $D/h$  的增加而向較小的  $2S/L$  平移。當底床坡度達  $\tan \beta = 1/10$  時，布拉格反射尖峰值發生的條件向較小的  $2S/L$  平移現象更加顯著，高頻的

次諧波布拉格反射( $2S/L \approx 3$ )隨  $D/h$  增加而明顯變大。此現象與 Zhang 等人 (1999) 在複合式波形底床的研究結果相同。因此當佈置的潛堤高度愈大，波浪的透過量愈小，潛堤所產生之反射率愈大，不但布拉格反射尖峰值增大，不符合布拉格反射條件的反射率亦增大，此現象無論水平底床或斜坡底床佈置，均是相同的趨勢。當底床坡度愈大，相對堤高愈大，則堤頂水深愈淺，波浪通過時波長及波速的改變愈大，故布拉格反射尖峰值向低頻條件平移現象更明顯。

綜合以上結果可知，潛堤高度增加，有助於反射率的增大及布拉格反射的發生，且主頻布拉格反射尖峰值向較低頻處平移；在較緩的斜坡底床(如  $\tan \beta = 1/30$ )或水平底床佈置下，若以適當的相對堤距(如  $B/S = 0.24$ )及較大相對堤高佈置，能產生明顯的布拉格反射現象。

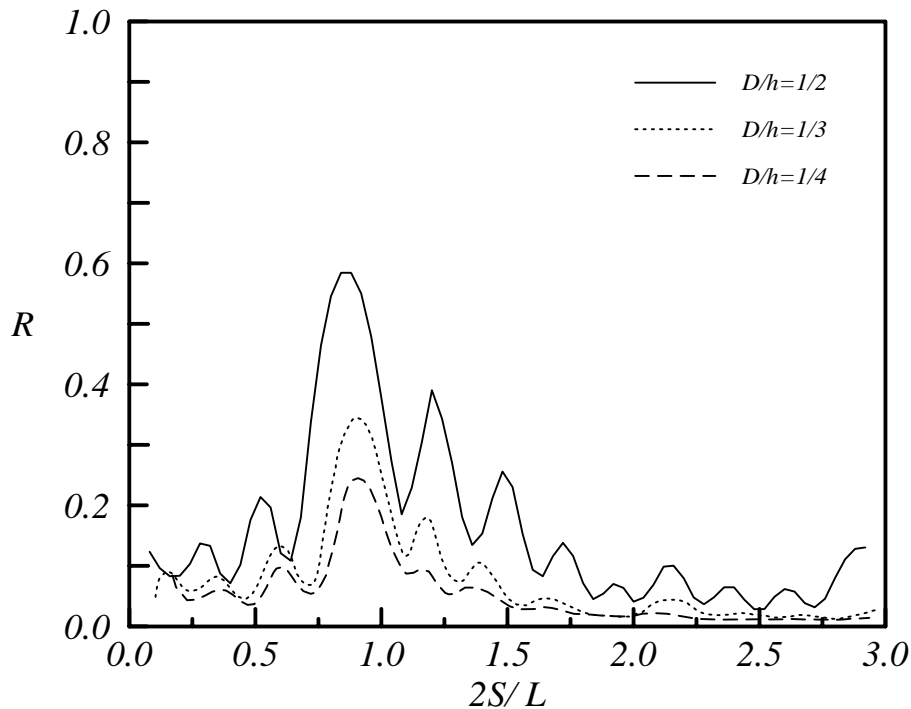


圖 5.30 不同潛堤相對堤高反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N = 4$  ,  $B/S = 0.24$  ,  $\tan \beta = 0$ )

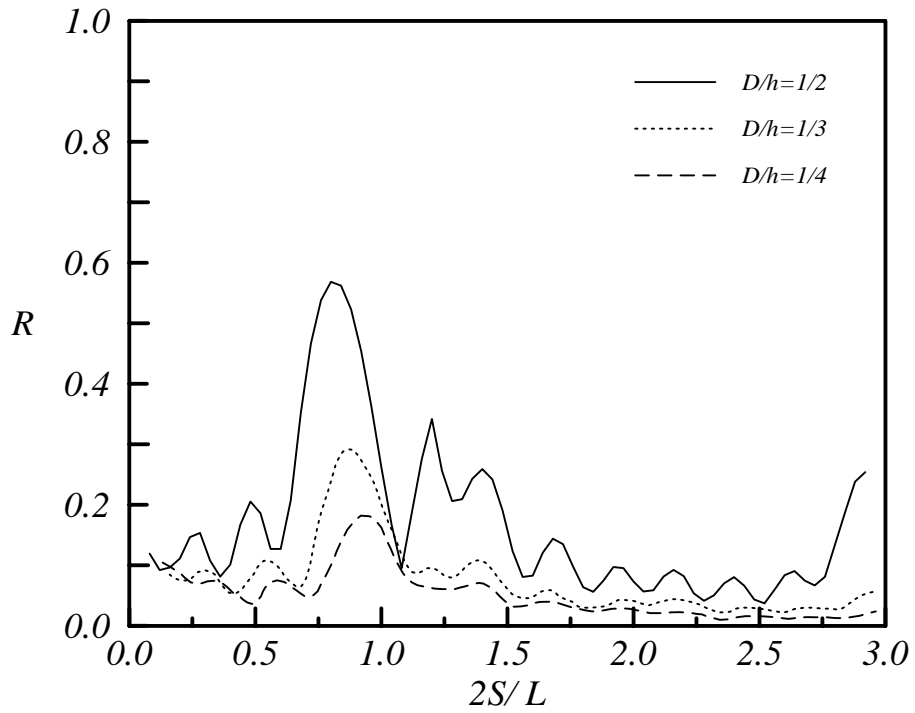


圖 5.31 不同潛堤相對堤高反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.24$  ,  $\tan \beta=1/30$ )

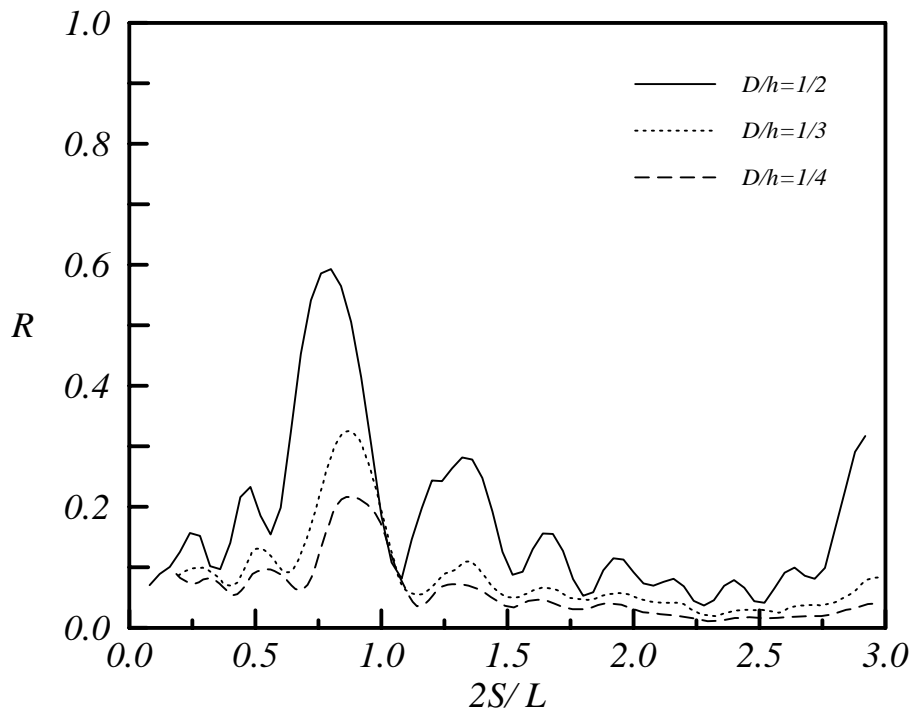


圖 5.32 不同潛堤相對堤高反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.24$  ,  $\tan \beta=1/20$ )

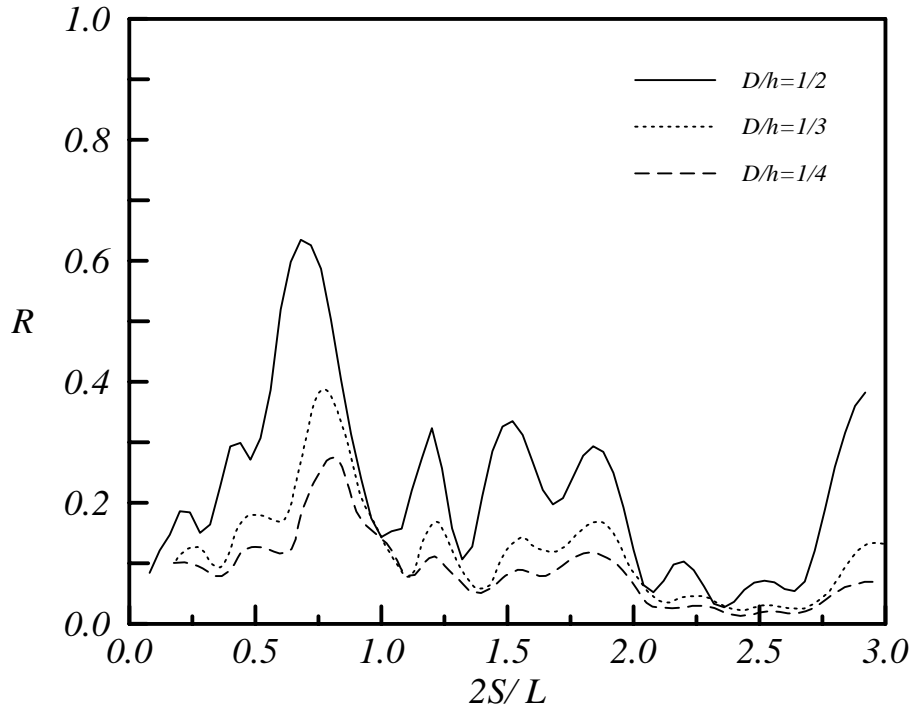


圖 5.33 不同潛堤相對堤高反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $B/S=0.24$  ,  $\tan \beta=1/10$ )

### 5.2.6 波浪碎波的影響

以上係探討波浪通過斜坡底床上系列潛堤的布拉格反射現象，均假設潛堤後方為等水深地形，波浪通過後維持不變波形。但實際海岸的斜坡底床地形，波浪行進至近岸區將發生淺化及碎波現象。為更符合現場波浪入射近岸斜坡的情形，需考慮堤後斜坡造成的淺化及碎波現象。為了解碎波效應影響，

本研究在最後一道堤後側，將斜坡底床繼續延伸至零水位線，潛堤及底床佈置如圖 5.12 所示，利用堤後斜坡延伸，使通過堤後波浪發生淺化、反射及碎波等效應，探討反射率變化及布拉格反射現象，並比較有、無碎波發生的差異性。

圖 5.34～圖 5.36 為不同系列潛堤佈置條件下，有、無堤後碎波發生情況反射率變化情形。圖形顯示，有、無碎波發生情況下，反射率在不同的  $2S/L$  條件下互有增減，但整體趨勢大致相近。發生碎波的佈置條

件，入射波浪在堤後與斜坡底床產生的互制作用，使整個波場機制更加複雜，反射率變化形成較多的波動，且主頻布拉格反射帶寬較寬。在  $B/S=0.24$  條件下，碎波的主頻布拉格反射帶寬向高頻區增加，如圖 5.34 所示；當  $B/S=0.48$  條件下，碎波的主頻布拉格反射帶寬向低頻區增大，如圖 5.35 所示。

主頻布拉格反射尖峰值在  $B/S=0.24$  條件下，以碎波發生時較大；而在  $B/S=0.48$  條件下，有、無碎波發生，主頻布拉格反射的反射率尖峰值無明顯變化。潛堤個數  $N$  由 4 座增為 8 座，反射率及布拉格效應並無顯著差異，如圖 5.35 及圖 5.36 所示。因此，系列潛堤若設置在實際的海岸斜坡地形，受波浪淺化及碎波與堤後斜坡的互制作用，使較大範圍的波浪條件能發生較高的反射率，有助於增加防禦波浪的範圍，保護海岸的效果比無碎波發生的預期成效更佳。

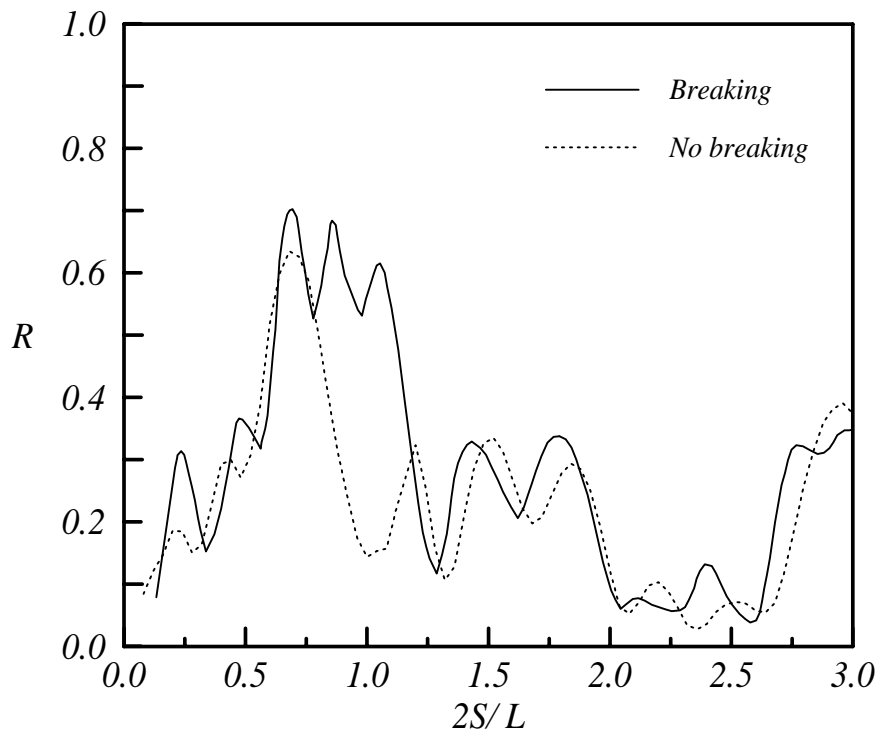


圖 5.34 有、無碎波發生反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $D/h=1/2$  ,  $B/S=0.24$  ,  $\tan \beta=1/10$ )

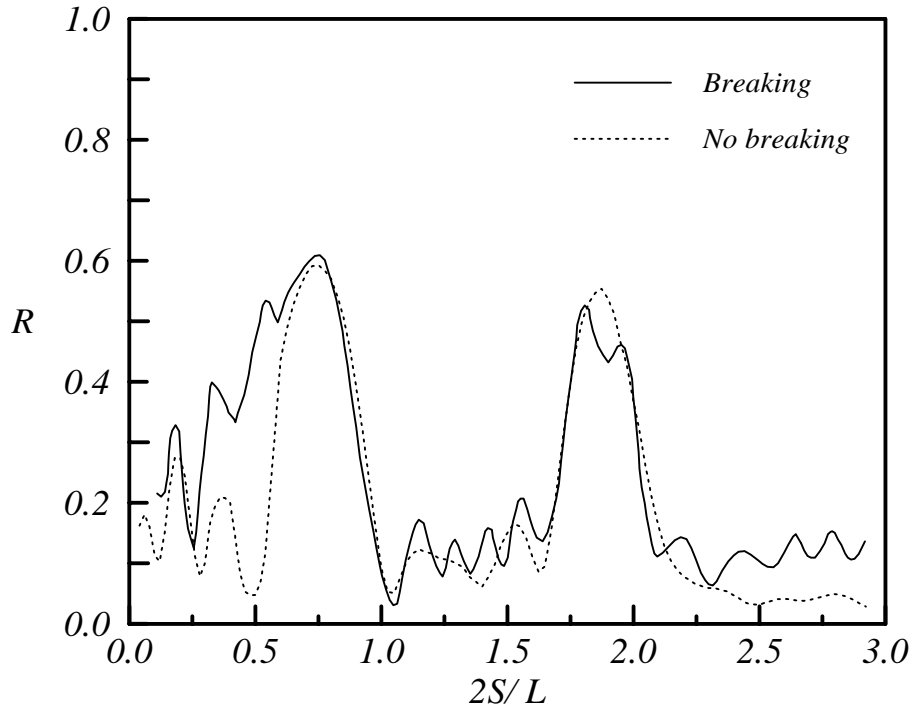


圖 5.35 有、無碎波發生反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=4$  ,  $D/h=1/2$  ,  $B/S=0.48$  ,  $\tan \beta=1/10$ )

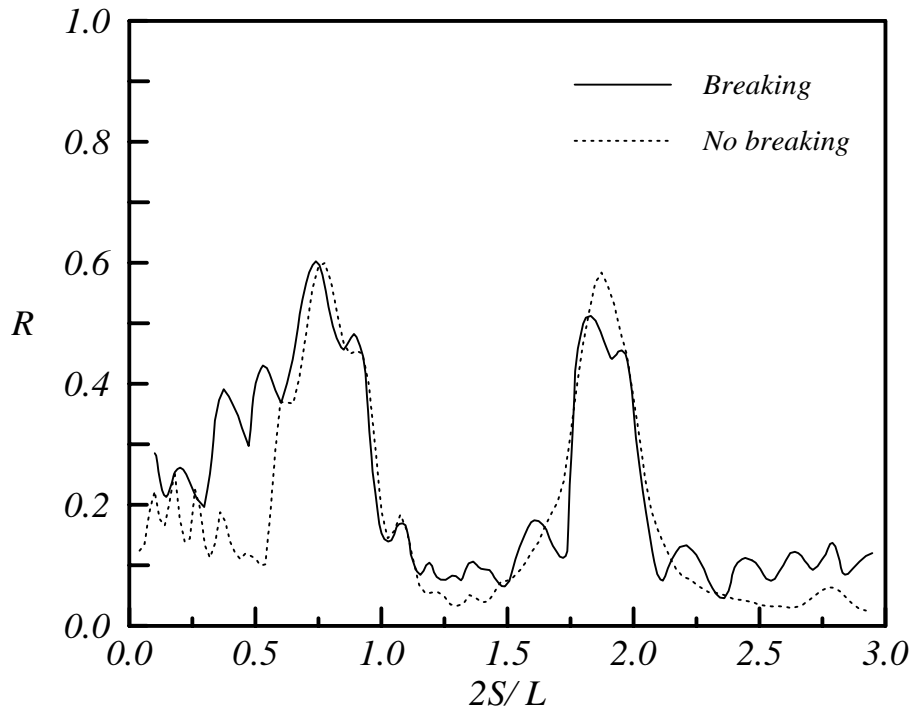


圖 5.36 有、無碎波發生反射率  $R$  與  $2S/L$  關係圖  
( $N=8$  ,  $D/h=1/2$  ,  $B/S=0.48$  ,  $\tan \beta=1/10$ )

## 5.3 斜坡堤岸

本節應用第三章所發展之近岸波場模式，模擬計算不同波浪條件作用於各種不同坡度之斜坡底床的波場分佈，並分析其堤面的波浪溯升及堤前反射率，最後再依分析之結果提出適當的經驗公式以利於工程之應用。

### 5.3.1 分析方法

波浪溯升分析方法以下述計算例說明：週期 5 sec，入射波高 0.1 m 的規則前進波傳遞於計算地形，地形分為兩段，起始為 0.5 m 等深底床，之後為坡度 1/10 的斜坡底床。應用第三章所發展之 Boussinesq 波場模式，計算所得的水位資料經分析可得以下結果。圖 5.37(a) 為連續 20 個瞬時空間波形，時間差  $\Delta t = T / 20$ ，由圖中可清楚看見包含波浪淺化及碎波能量消散的波浪變形過程。圖 5.37(b) 為灘線附近的空間波形，由圖中可了解波浪於堤面的溯升及下刷現象。圖 5.37(c) 為灘線高程隨時間的變化，其最大值約為 0.06 m，此值即為波浪溯升高度  $R_u$ 。

至於堤前反射率的計算部分，目前並未有適當的非線性波反射率分析的文獻，因此本文採用 Goda 和 Suzuki (1976) 之二點法計算反射率，由於 Goda 和 Suzuki (1976) 係將前進波與反射波直接疊加，並未考慮二者的非線性交互作用，因此計算的結果在強非線性條件下難免會有所誤差。針對本案例，模式於水平底床段設置三組共六根數值波高計，計算出三組反射率再取其平均值，所得之平均反射率  $K_r$  為 0.045。



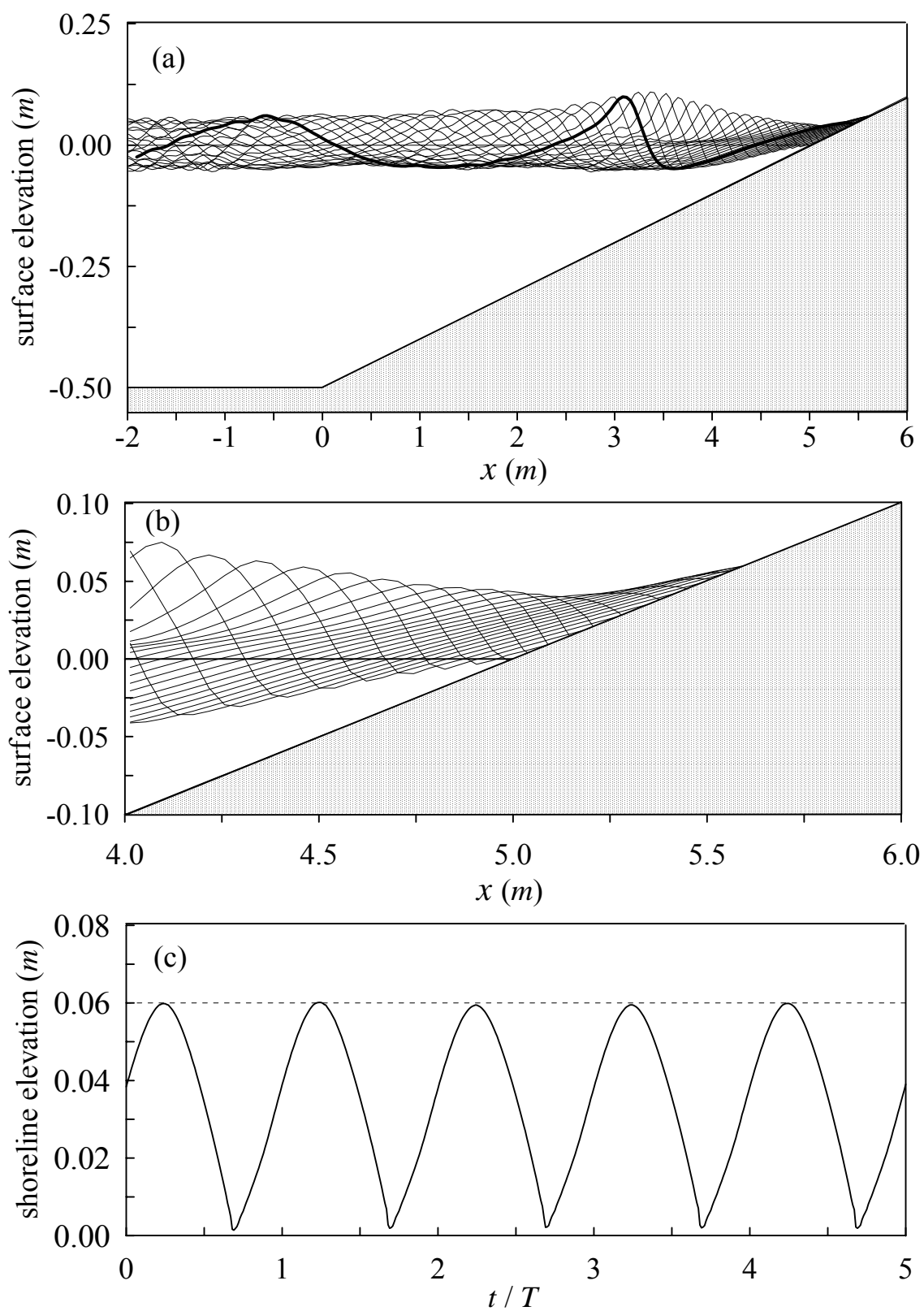


圖 5.37 波浪通過斜坡之自由表面水位空間變化圖

### 5.3.2 計算條件及結果

本文針對  $1/1 \sim 1/10$  之十種底床坡度  $\tan b$  ( $b$  為底床傾斜角)，波浪週期  $T$  取 3.5、5、6.5 及 8 sec 共四組，再針對不同底床及週期，取範圍在深海波浪尖銳度  $H_o/L_o = 0.002 \sim 0.07$  間的四組波高。總共計算例為 160 組，其計算條件及模式計算所得的波浪溯升高度及波浪反射率如表 5.2 所示。表中  $x = \tan b / \sqrt{H_o/L_o}$  為碎波相似參數 (surf similarity parameter)， $R_u$  為溯升高度， $K_r$  為波浪反射率。

### 5.3.3 結果分析

根據表 5.2 計算之結果繪製波浪溯升高度  $R_u/H_o$  與碎波相似參數  $x$  之關係圖，如圖 5.38 所示。Hunt (1959) 提出的波浪溯升公式  $R_u/H_o = x$  (如圖中之虛線)，但由圖 5.38 中可知該公式在  $x > 2$  且  $\tan b > 1/5$  就不再適用，對此本文提出修正的經驗公式以擴大適用範圍，如下：

$$\frac{R_u}{H_o} = 2 \left( \frac{x}{2} \right)^{0.04 / \tan^2 b}, \text{ 當 } x > 2 \text{ 且 } \tan b > 1/5 \quad (5.1a)$$

$$\frac{R_u}{H_o} = x, \text{ otherwise} \quad (5.1b)$$

應用式 (5.1a) 計算所得之結果如圖 5.38 中之實線。式 (5.1) 之波浪溯升高度經驗公式與資料點的相關係數，在  $\tan b = 1/5$  時為  $r^2 = 0.986$ ，在  $\tan b > 1/5$  時為  $r^2 = 0.975$ 。數值計算結果  $(R_u/H_o)_n$  與式 (5.1) 經驗公式計算所得之結果  $(R_u/H_o)_f$  之比較如圖 5.39 所示，由圖中可發現二者呈現不錯的線性關係，可更明確的證實此經驗公式的適用性。

再根據表 5.2 計算之結果繪製波浪反射率  $K_r$  與碎波相似參數  $x$  之關係圖，如圖 5.40 所示。Battjes (1974) 根據底床坡度為  $1/10$  至  $1/30$

之試驗分析，提出受底床坡度影響的波浪反射率經驗公式為  $K_r = 0.1x^2$  (如圖中之虛線)，但由圖 5.40 中可知該公式同樣在  $x > 2$  就不再適用，對此本文亦提出新的經驗公式以擴大適用範圍。由圖 5.40 可觀察到波浪反射率與碎波相似參數之關係的分佈與  $\tanh$  函數相似，因此可用  $\tanh$  函數進行擬合。我們希望回歸的函數在  $x = 0$  時能近似 Battjes (1974) 的公式： $K_r = 0.1x^2$ ，故以下列函數進行回歸分析：

$$K_r = \frac{0.1}{b^2} \tanh^{2/m} [(bx)^m] \quad (5.2)$$

以最小二乘法回歸所得結果為  $b = 0.337$ ， $m = 1.5285$ ，代入式 (5.2) 可得

$$K_r = 0.8805 \tanh^{1.3085} [(0.337x)^{1.5285}] \quad (5.3)$$

式 (5.3) 的係數過於複雜，不利於工程應用，今以較簡單的係數表示如下：

$$K_r = 0.9 \tanh^{1.3} [(x/3)^{1.5}] \quad (5.4)$$

應用式 (5.4) 計算所得之結果如圖 5.40 中之實線。式 (5.4) 之波浪反射率經驗公式與資料點的相關係數為  $r^2 = 0.998$ 。數值計算結果  $(K_r)_n$  與式 (5.4) 經驗公式計算所得之結果  $(K_r)_f$  之比較如圖 5.41 所示，由圖中可發現二者亦呈現相當的線性關係，可證實式 (5.4) 的適用性。

針對波浪通過斜坡底床所產生的波浪溯生及反射率，由以上的分析，本文提出能適用於較廣泛的波浪及地形條件的經驗公式，其與數值模擬的結果之相關係數皆大於 0.97，應在可接受之範圍。式 (5.1) 及 式 (5.4) 的公式形態並不複雜，可方便地應用於工程設計上。

表 5.2 計算條件及模式計算結果

$1 / \tan b$	$T$ (sec)	$H_o(m)$	$H_o / L_o$	$x$	$R_u / H_o$	$K_r$
1	3.5	0.09563	0.005	14.142140	2.222422	0.981158
1	3.5	0.172133	0.009	10.540930	2.091686	0.928042
1	3.5	0.573778	0.03	5.773503	2.064403	0.851043
1	3.5	1.338815	0.07	3.779645	2.001223	0.705405
1	5.0	0.15613	0.004	15.811390	2.149103	0.953485
1	5.0	0.31226	0.008	11.180340	2.104118	0.928348
1	5.0	0.78065	0.02	7.071068	2.055385	0.888534
1	5.0	2.34195	0.06	4.082483	2.013866	0.715621
1	6.5	0.197895	0.003	18.257402	2.125768	0.981981
1	6.5	0.461754	0.007	11.952290	2.105234	0.945543
1	6.5	0.989474	0.015	8.164966	2.143879	0.962011
1	6.5	3.298246	0.05	4.472136	2.025005	0.764256
1	8.0	0.199846	0.002	22.360608	2.144214	0.993791
1	8.0	0.599539	0.006	12.909941	2.138838	0.924826
1	8.0	0.999232	0.01	10.000000	2.128673	0.910263
1	8.0	3.996928	0.04	5.000000	2.010498	0.827208
2	3.5	0.09563	0.005	7.071068	2.400734	0.917267
2	3.5	0.172133	0.009	5.270463	2.395382	0.856569
2	3.5	0.573778	0.03	2.886751	2.158819	0.632685
2	3.5	1.338815	0.07	1.889822	1.872236	0.324956
2	5.0	0.15613	0.004	7.905694	2.433603	0.932834
2	5.0	0.31226	0.008	5.590170	2.302454	0.848519
2	5.0	0.78065	0.02	3.535534	2.133586	0.640211
2	5.0	2.34195	0.06	2.041241	2.063602	0.391245
2	6.5	0.197895	0.003	9.128709	2.489995	0.908669
2	6.5	0.461754	0.007	5.976143	2.412746	0.851928
2	6.5	0.989474	0.015	4.082483	2.19669	0.808429
2	6.5	3.298246	0.05	2.236068	2.028372	0.396422
2	8.0	0.199846	0.002	11.180314	2.575446	0.911763
2	8.0	0.599539	0.006	6.454972	2.382406	0.866995
2	8.0	0.999232	0.01	5.000000	2.256587	0.840721
2	8.0	3.996928	0.04	2.500000	2.116029	0.480775

表 5.2 計算條件及模式計算結果 (續 1)

$1 / \tan b$	$T$ (sec)	$H_o(m)$	$H_o / L_o$	$x$	$R_u / H_o$	$K_r$
3	3.5	0.09563	0.005	4.714045	2.779651	0.852694
3	3.5	0.172133	0.009	3.513642	2.465409	0.685943
3	3.5	0.573778	0.03	1.924501	1.779438	0.360958
3	3.5	1.338815	0.07	1.259882	1.218053	0.155265
3	5.0	0.15613	0.004	5.270463	2.804466	0.871245
3	5.0	0.31226	0.008	3.726781	2.446515	0.738494
3	5.0	0.78065	0.02	2.357023	2.063925	0.457341
3	5.0	2.34195	0.06	1.360828	1.394822	0.215739
3	6.5	0.197895	0.003	6.085806	3.038927	0.872077
3	6.5	0.461754	0.007	3.984095	2.504311	0.823241
3	6.5	0.989474	0.015	2.721655	2.185541	0.534131
3	6.5	3.298246	0.05	1.490712	1.554167	0.257532
3	8.0	0.199846	0.002	7.453561	3.172761	0.856122
3	8.0	0.599539	0.006	4.303315	2.693277	0.827908
3	8.0	0.999232	0.01	3.333333	2.455116	0.665997
3	8.0	3.996928	0.04	1.666667	1.672051	0.263511
4	3.5	0.09563	0.005	3.535534	2.822234	0.698782
4	3.5	0.172133	0.009	2.635231	2.429307	0.537311
4	3.5	0.573778	0.03	1.443376	1.311451	0.238295
4	3.5	1.338815	0.07	0.944911	1.087121	0.083824
4	5.0	0.15613	0.004	3.952847	3.046252	0.743291
4	5.0	0.31226	0.008	2.795085	2.420076	0.609055
4	5.0	0.78065	0.02	1.767767	1.737772	0.254314
4	5.0	2.34195	0.06	1.020621	1.081286	0.083255
4	6.5	0.197895	0.003	4.564355	3.333952	0.768087
4	6.5	0.461754	0.007	2.988072	2.631234	0.619306
4	6.5	0.989474	0.015	2.041241	1.968371	0.337381
4	6.5	3.298246	0.05	1.118034	1.083496	0.099452
4	8.0	0.199846	0.002	5.590171	3.821232	0.897114
4	8.0	0.599539	0.006	3.227486	2.720956	0.680981
4	8.0	0.999232	0.01	2.500000	2.312619	0.523639
4	8.0	3.996928	0.04	1.250000	1.229672	0.116068

表 5.2 計算條件及模式計算結果 (續 2)

$1 / \tan b$	$T$ (sec)	$H_o(m)$	$H_o / L_o$	$x$	$R_u / H_o$	$K_r$
5	3.5	0.09563	0.005	2.828427	2.642639	0.587991
5	3.5	0.172133	0.009	2.108185	2.153835	0.394269
5	3.5	0.573778	0.03	1.154701	1.304308	0.101933
5	3.5	1.338815	0.07	0.755929	0.745272	0.062961
5	5.0	0.15613	0.004	3.162278	2.967062	0.660347
5	5.0	0.31226	0.008	2.236068	2.297024	0.430649
5	5.0	0.78065	0.02	1.414214	1.318822	0.175983
5	5.0	2.34195	0.06	0.816497	0.770855	0.068268
5	6.5	0.197895	0.003	3.651484	3.526758	0.771771
5	6.5	0.461754	0.007	2.390457	2.374748	0.509843
5	6.5	0.989474	0.015	1.632993	1.601881	0.231971
5	6.5	3.298246	0.05	0.894427	1.020158	0.067544
5	8.0	0.199846	0.002	4.472136	4.283517	0.821897
5	8.0	0.599539	0.006	2.581989	2.430581	0.554241
5	8.0	0.999232	0.01	2.000000	1.970957	0.332476
5	8.0	3.996928	0.04	1.000000	1.077889	0.082222
6	3.5	0.09563	0.005	2.357023	2.336881	0.500991
6	3.5	0.172133	0.009	1.756821	1.521123	0.248893
6	3.5	0.573778	0.03	0.962251	0.941839	0.080338
6	3.5	1.338815	0.07	0.629941	0.454392	0.039051
6	5.0	0.15613	0.004	2.635231	2.804312	0.513145
6	5.0	0.31226	0.008	1.863392	1.613397	0.381219
6	5.0	0.78065	0.02	1.178511	1.162201	0.110351
6	5.0	2.34195	0.06	0.680414	0.513536	0.041849
6	6.5	0.197895	0.003	3.042903	2.946273	0.705123
6	6.5	0.461754	0.007	1.992048	1.763251	0.424211
6	6.5	0.989474	0.015	1.360828	1.211221	0.234251
6	6.5	3.298246	0.05	0.745356	0.636594	0.046795
6	8.0	0.199846	0.002	3.726781	3.746295	0.740607
6	8.0	0.599539	0.006	2.151657	1.904372	0.476114
6	8.0	0.999232	0.01	1.666667	1.523112	0.231401
6	8.0	3.996928	0.04	0.833333	0.755589	0.059918

表 5.2 計算條件及模式計算結果 (續 3)

$1 / \tan b$	$T$ (sec)	$H_o(m)$	$H_o / L_o$	$x$	$R_u / H_o$	$K_r$
7	3.5	0.09563	0.005	2.020305	1.780027	0.354858
7	3.5	0.172133	0.009	1.505847	1.211241	0.179668
7	3.5	0.573778	0.03	0.824786	0.623701	0.061637
7	3.5	1.338815	0.07	0.539949	0.477376	0.030036
7	5.0	0.15613	0.004	2.258771	2.354571	0.429962
7	5.0	0.31226	0.008	1.597191	1.312445	0.215908
7	5.0	0.78065	0.02	1.010153	0.840599	0.073004
7	5.0	2.34195	0.06	0.583212	0.480122	0.031805
7	6.5	0.197895	0.003	2.608203	2.668119	0.590497
7	6.5	0.461754	0.007	1.707469	1.470744	0.323236
7	6.5	0.989474	0.015	1.166424	0.969637	0.107195
7	6.5	3.298246	0.05	0.638877	0.501411	0.046020
7	8.0	0.199846	0.002	3.194383	3.271338	0.631024
7	8.0	0.599539	0.006	1.844278	1.701122	0.316355
7	8.0	0.999232	0.01	1.428571	1.178726	0.157771
7	8.0	3.996928	0.04	0.714286	0.513581	0.056317
8	3.5	0.09563	0.005	1.767767	1.520011	0.273011
8	3.5	0.172133	0.009	1.317616	1.234708	0.154902
8	3.5	0.573778	0.03	0.721688	0.612171	0.038058
8	3.5	1.338815	0.07	0.472456	0.317126	0.015730
8	5.0	0.15613	0.004	1.976424	2.215897	0.312328
8	5.0	0.31226	0.008	1.397542	1.300122	0.201011
8	5.0	0.78065	0.02	0.883883	1.041399	0.057033
8	5.0	2.34195	0.06	0.510310	0.401221	0.021768
8	6.5	0.197895	0.003	2.282177	2.269346	0.419939
8	6.5	0.461754	0.007	1.494036	1.454737	0.209191
8	6.5	0.989474	0.015	1.020621	1.101122	0.078897
8	6.5	3.298246	0.05	0.559017	0.611577	0.030227
8	8.0	0.199846	0.002	2.795085	2.686711	0.686011
8	8.0	0.599539	0.006	1.613743	1.501455	0.263375
8	8.0	0.999232	0.01	1.250000	1.208451	0.114788
8	8.0	3.996928	0.04	0.625000	0.643826	0.039746



表 5.2 計算條件及模式計算結果 (續 4)

$1 / \tan b$	$T$ (sec)	$H_o(m)$	$H_o / L_o$	$x$	$R_u / H_o$	$K_r$
9	3.5	0.09563	0.005	1.571348	1.424653	0.303011
9	3.5	0.172133	0.009	1.171214	0.922028	0.103509
9	3.5	0.573778	0.03	0.641510	0.413761	0.027434
9	3.5	1.338815	0.07	0.419961	0.250451	0.014735
9	5.0	0.15613	0.004	1.756821	1.516425	0.369021
9	5.0	0.31226	0.008	1.242261	1.015097	0.125818
9	5.0	0.78065	0.02	0.785674	0.561668	0.048016
9	5.0	2.34195	0.06	0.453609	0.260158	0.021004
9	6.5	0.197895	0.003	2.028602	1.827182	0.385826
9	6.5	0.461754	0.007	1.328032	1.213968	0.171018
9	6.5	0.989474	0.015	0.907218	0.801244	0.088977
9	6.5	3.298246	0.05	0.496904	0.303211	0.017765
9	8.0	0.199846	0.002	2.484521	2.266211	0.450011
9	8.0	0.599539	0.006	1.434438	1.227493	0.291124
9	8.0	0.999232	0.01	1.111111	0.900122	0.110262
9	8.0	3.996928	0.04	0.555556	0.350127	0.026943
10	3.5	0.09563	0.005	1.414214	1.644331	0.246211
10	3.5	0.172133	0.009	1.054093	0.893945	0.087512
10	3.5	0.573778	0.03	0.577351	0.674359	0.039849
10	3.5	1.338815	0.07	0.377964	0.319517	0.019112
10	5.0	0.15613	0.004	1.581139	1.702564	0.286937
10	5.0	0.31226	0.008	1.118034	0.902364	0.095517
10	5.0	0.78065	0.02	0.707107	0.689333	0.047098
10	5.0	2.34195	0.06	0.408248	0.40404	0.015361
10	6.5	0.197895	0.003	1.825742	1.986219	0.321926
10	6.5	0.461754	0.007	1.195229	1.201145	0.102835
10	6.5	0.989474	0.015	0.816497	0.701478	0.058568
10	6.5	3.298246	0.05	0.447214	0.376576	0.026725
10	8.0	0.199846	0.002	2.236068	1.986094	0.520012
10	8.0	0.599539	0.006	1.290994	1.500124	0.119851
10	8.0	0.999232	0.01	1.000000	0.885856	0.079697
10	8.0	3.996928	0.04	0.500000	0.579612	0.012993

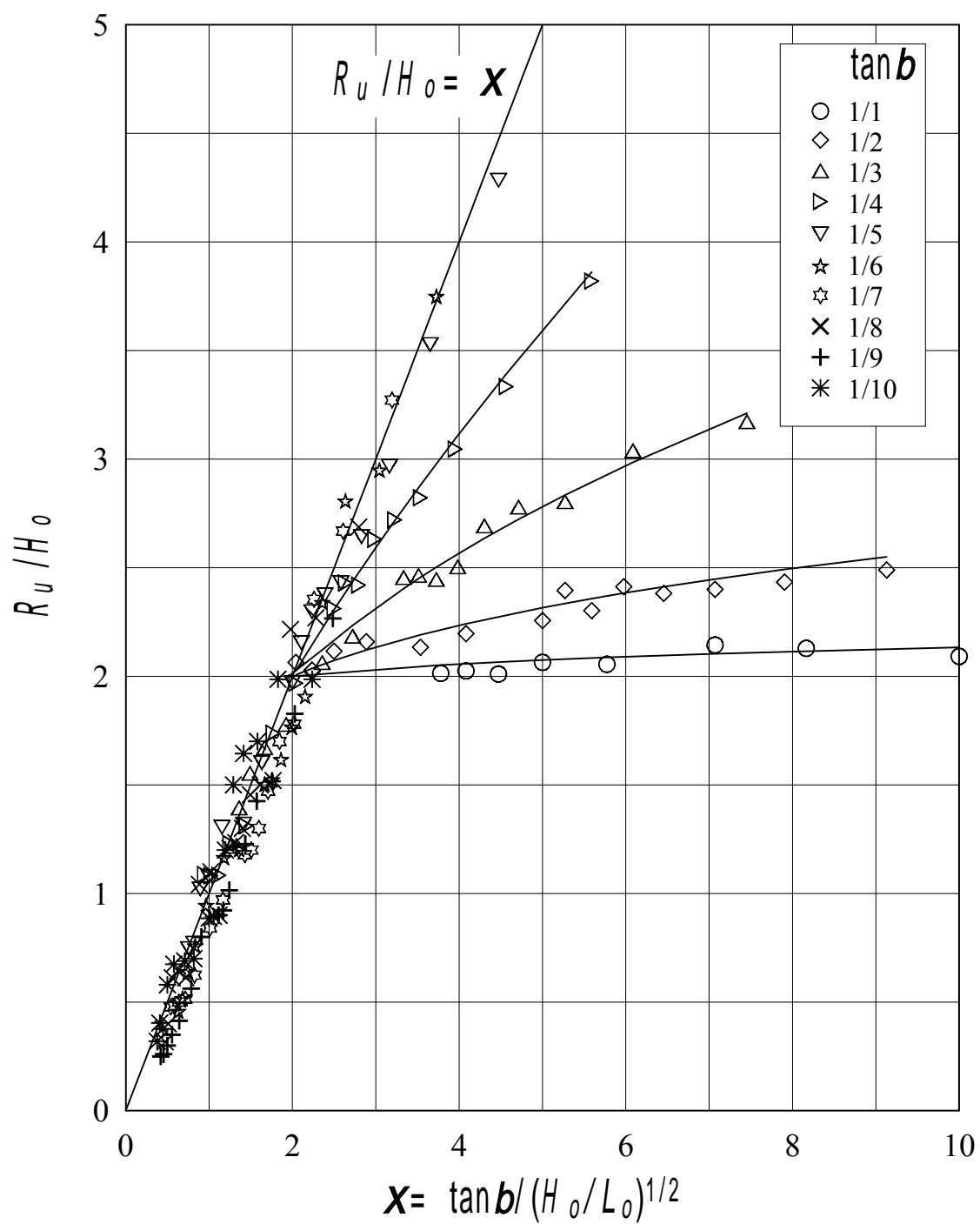


圖 5.38 波浪溯升高度  $R_u/H_0$  與碎波相似參數  $X$  之關係圖

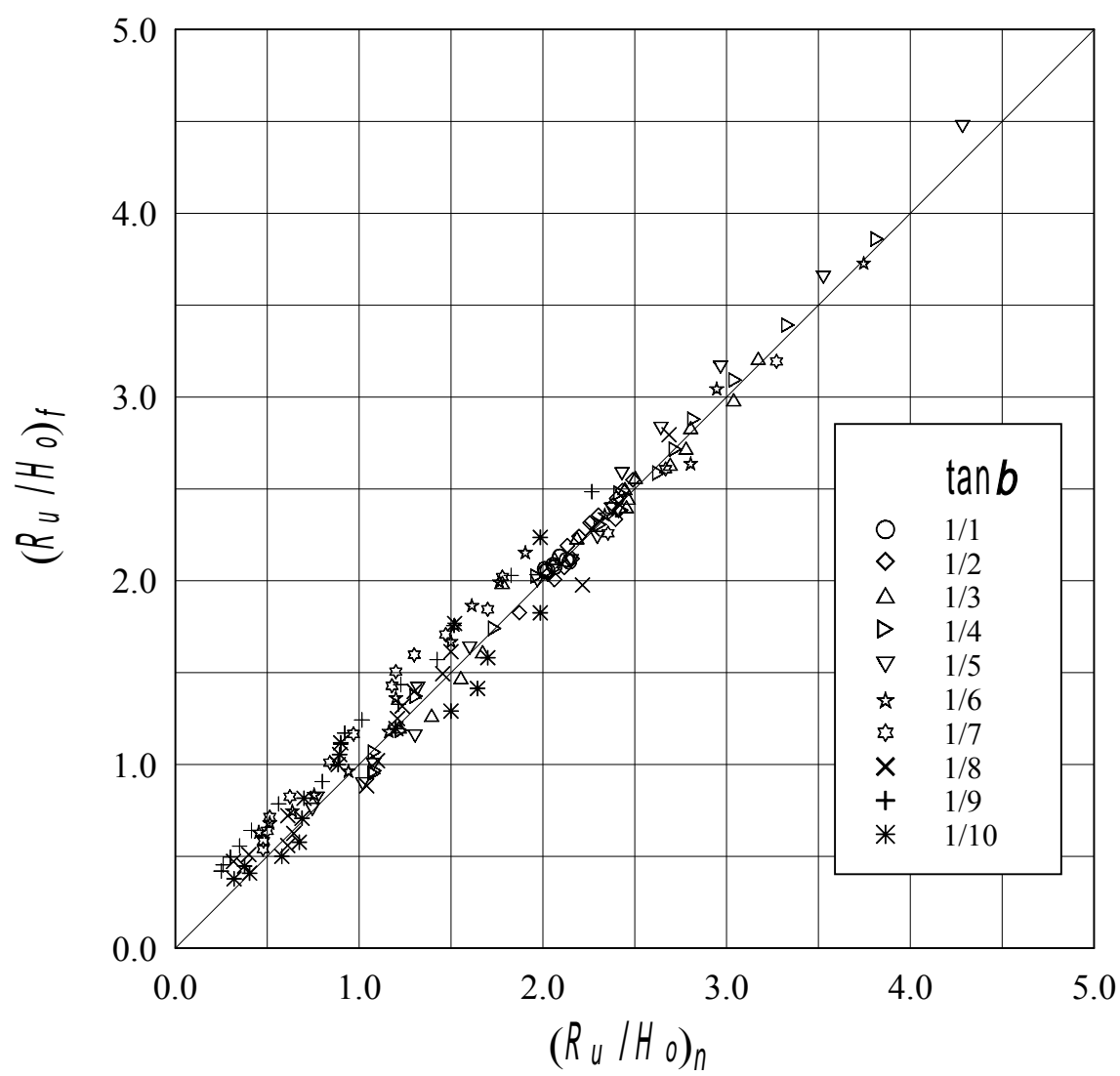


圖 5.39 波浪溯升高度  $R_u / H_o$  之數值結果與回歸函數比較圖

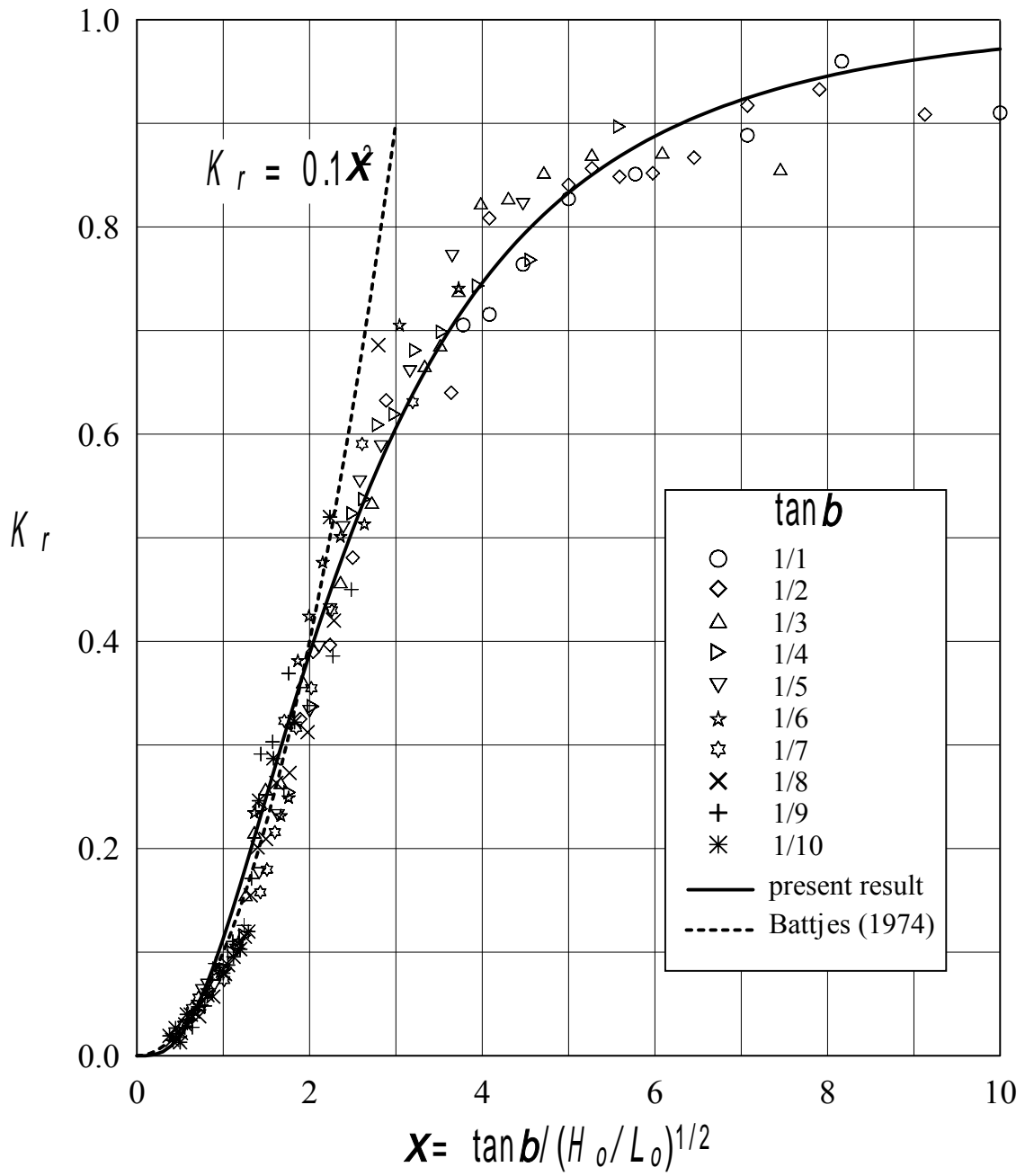


圖 5.40 波浪反射率  $K_r$  與碎波相似參數  $X$  之關係圖

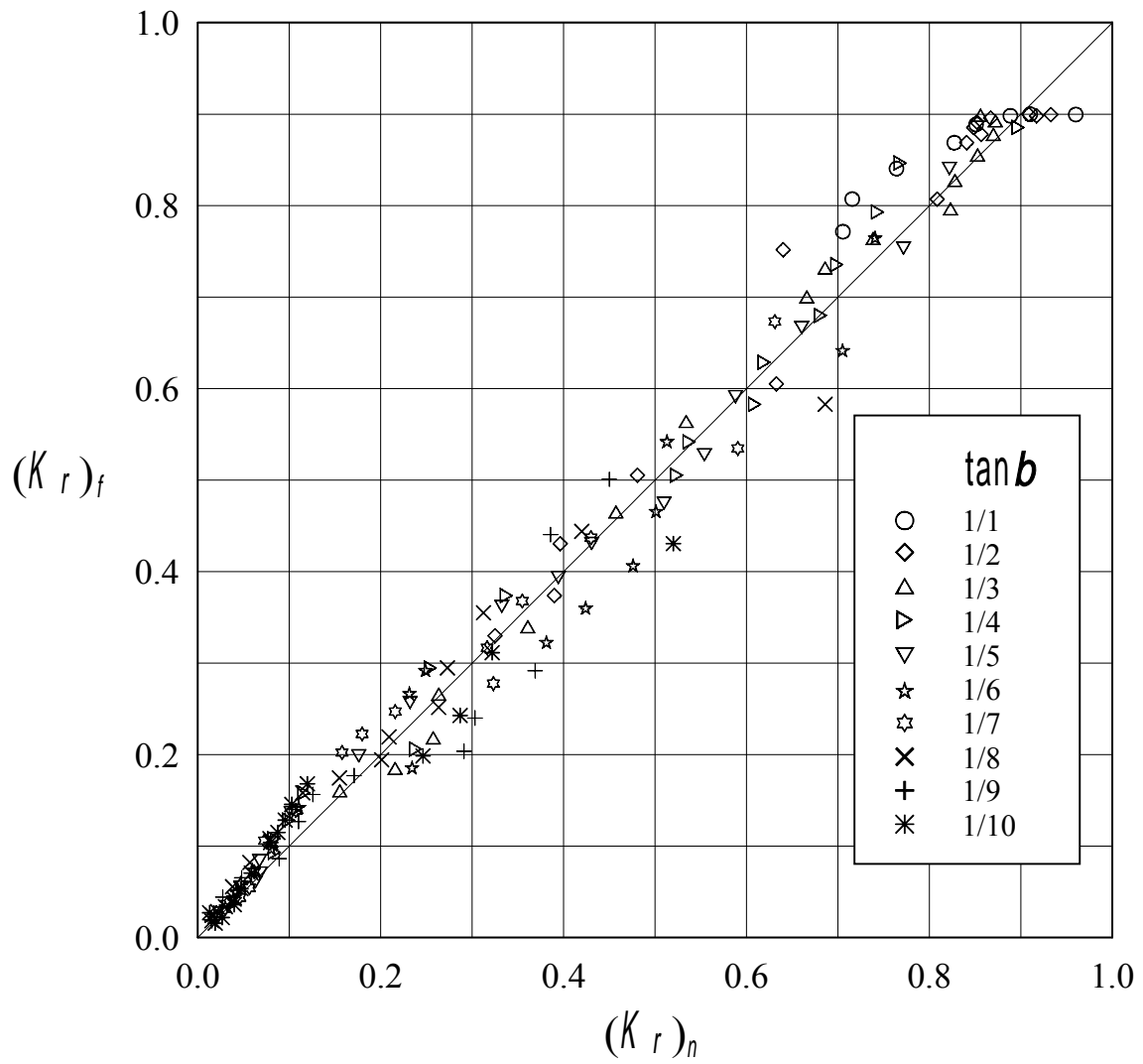


圖 5.41 波浪反射率  $K_r$  之數值結果與回歸函數比較圖

## 第六章 結論與建議

本研究分別以理論解析及數值模式計算，探討親水性結構物在不同波浪入射條件下的海岸保護效果，親水性結構物包括：親水性防波堤、親水性堤岸以及系列潛堤。綜合本文整個論述獲得以下結論，並對未來研究提出建議。

### 6.1 結論

- 1.入射波浪愈接近淺水波條件，波浪通過系列潛堤發生的反射率愈強，且隨著潛堤個數 $N$ 及相對堤高 $D/h$ 的增加而增大，而在相對堤距 $B/S$ 約等於0.5的反射率會最大。發生布拉格反射的尖峰值，隨著潛堤個數 $N$ 及相對堤高 $D/h$ 的增加而增大，而隨著相對堤距 $B/S$ 的增加，尖峰值呈現先遞增再減小的趨勢。
- 2.系列潛堤佈置於坡度1/10以下的斜坡上，由於斜坡水深變化，波速及波長改變，使布拉格反射機制更加複雜。布拉格反射峰值隨底床坡度增加而增大，且明顯向低頻處平移。在底床坡度固定之斜坡上，布拉格反射及反射率隨堤高與堤距增加及佈置位置的水深減小而增大。在相對堤高固定情況下，潛堤向斜坡深水處增加堤數，對布拉格反射的影響不大。
- 3.碎波發生時，增加碎波前、後波浪與斜坡底床交互作用，使布拉格反射之反射率變化曲線發生較顯著波動，且主頻布拉格反射帶寬增大，但反射率尖峰值與無碎波發生情況下並無明顯差異。
- 4.本研究將親水性結構物依照防波堤及堤岸的斷面型式做分類。親水性防波堤可分類為前側、中央、後側、平面及複合式等；親水性堤岸分為斜面式、台階式、混合式及直立式，以上並提供圖例參考。

- 5.本研究整理出各種斷面設計相關的水理特性及設計參考原則，以當為未來工程設計之參考。各斷面的型態、適用性、遊憩行為與特徵，整理如表 2-1。
- 6.本研究建立二階全非線性 Boussinesq 方程式之近岸波場數值模式，具備波浪的淺化、反射、碎波及溯升等效應。由計算結果與前人的試驗資料作比較可確認本模式能適當地模擬近岸的波浪場變化。
- 7.本研究計算所得之波浪通過斜坡底床所產生的波浪溯生及反射率，經由適當的回歸分析，提出能適用於較廣泛的波浪及地形條件的經驗公式。回歸所得之經驗公式與數值模擬的結果之相關係數皆大於 0.97，且公式形態並不複雜，可方便地應用於工程設計上，作為今後研究、施政及規劃設計之參酌

## 6.2 建議

- 1.理論解析、數值模式計算與水工模型試驗結果均能驗證布拉格反射效應，對海岸保護具有正面效果。但究竟系列潛堤配置能否應用於實際海岸保護，建議未來能進行原型試驗，選擇適當海岸地形，根據數值計算及所得最佳系列潛堤佈置建造後，再進行現場量測試驗，以探討系列潛堤對海岸保護功效。
- 2.建議利用多評準決策的方法，提出親水性結構物最適化配置。其方法考量包括：數值分析、防災效果、工程費、景觀、親水等。以更客觀科學方式，進行各可行方案之評選作業。建議先針對各可行方案進行分析，並擬定評估準則，再透過問卷針對各專家、學者進行偏好結構之調查作業，之後採取模糊層級分析程序法(Fuzzy AHP)求取各評估準則之權重，再利用 TOPSIS 法進行各方案優劣之排序(Ranking)。有關各方案評選流程，如圖 6.1 所示。整個方案評選結構可區分成三個階層，如圖 6.2 所示，第一階層為分析之課題；第二階層為各評估準則；第三階層為各評選方案。



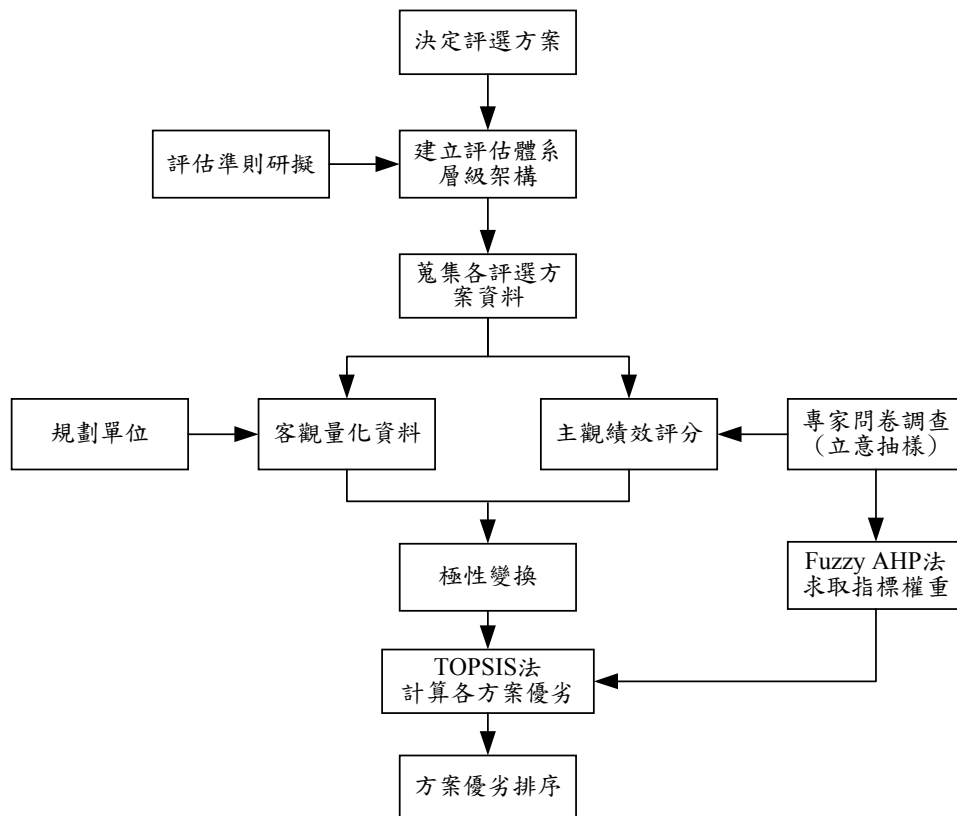


圖 6.1 各方案評選流程圖

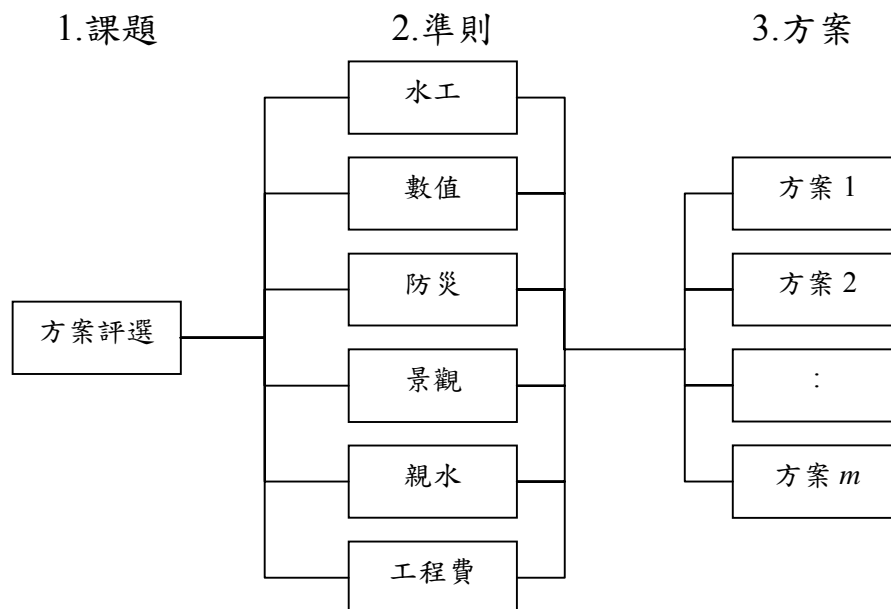


圖 6.2 各方案評選之層級結構圖

## 参考文献

1. Abbott, M. B. and D. R. Basco (1989), Computational fluid dynamics, *Inc. Longman Scientific and Technical*.
2. Battjes, J. A. (1974), Surf similarity. *Proceedings of 14th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, pp. 466-480.
3. Battjes, J. A. and Janssen, J. P. F. M. (1978), Energy loss and set-up due to breaking in random waves. *Proceedings of the 16th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Hamburg, Vol. 1, pp. 569-578.
4. Beji, S., T. Ohyama, J. A. Battjes and K. Nadaoka (1992), Transformation of non-breaking waves over a bar. *Coastal Engineering*, pp. 51-61.
5. Belzons, M., V. Rey, and E. Guazzelli, (1991), Subharmonic Bragg resonance for surface water waves, *Europhysics Letters*. 16, 2: 189-194.
6. Boussinesq, J. (1872), Theorie des ondes et ramous qui se propagent le long dun canal rectangularire horizontal, en communiquant au liquide contenu dansce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au. *Journal of Mathematical Pure et Application, 2nd Series*, Vol. 17, pp. 55-108.
7. Carrier, G. F. and H. P. Greenspan (1958), Water waves of finite amplitude on a sloping beach. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 4, pp. 97-109.
8. Chawla, A. and J. T. Kirby (2000), A source function method for generation of waves on currents in Boussinesq models. *Applied Ocean Res.*, Vol. 22, pp. 75-83.

9. Dally, W. R., R. G. Dean and R. A. Dalrymple (1985), Wave height variation across beaches of arbitrary profile. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 90, No. C6, pp. 11917-11927.
10. Gobbi, M. F. and J. T. Kirby (2000), A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 2. Extension to  $O(kh)^4$ . *Coastal Engineering*, Vol. 37, pp. 57-96.
11. Goda, Y., (1970), A synthesis of breaker indices. *Proceedings of the 17th International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Vol. 180, pp. 39-49.
12. Goda, Y. and Y. Suzuki, (1976), Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, Hawaii, pp. 628-650.
13. Guazzelli, E., V. Rey, and M. Belzons, (1992), Higher-Order Bragg Reflection of Gravity Surface Waves by Periodic Beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 245: 301-317
14. Heitner, K. L. and G. W. Housner, (1970), Numerical model for tsunami run-up. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 96, pp. 701-719.
15. Horikawa, K. and C. T. Kuo, (1966), A study on wave transformation inside surf zone. *Proceedings of 10th International Conference on Coastal Engineering*, Tokyo, ASCE, pp. 217-233.
16. Hsu, T. W. and C. C. Wen, (2000), A study of using Parabolic Model to describe wave breaking and wide-angle wave incidence. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 23, No. 4, pp. 515-527.
17. Hsu, T. W., and C. C. Wen, (2001), On Radiation Boundary Conditions and Wave Transformation across the Surf Zone. *China Ocean Engineering*, Vol. 15, pp. 405-416.

- 18.Hsu, T. W., B. D.Yang, I. F. Tseng and S. E. Chou (2002), A 2nd-order fully nonlinear Boussinesq equations. *Proceedings of 5th International Conference on Hydrodynamics*, Tainan, pp. 389-394.
- 19.Hsu T. W., L. H. Tsai and Y. T. Huang, (2003), Bragg scattering of water waves by multiply composite artificial bars. *Coastal Engineering Journal*, Vol.45, No. 2, pp. 235-253.
- 20.Isobe, M., (1987), A Parabolic Equation Model for transformation of irregular waves due to refraction, diffraction and breaking. *Coastal Engineering in Japan*, Vol. 30, pp. 33-47.
- 21.Kennedy, A. B., Q. Chen, J. M. Kirby and R. A. Dalrymple (2000), Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and run-up. I: 1D. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, Vol.126, No.1, pp. 39-47.
- 22.Kirby, J. T., (1986), A general wave equation for wave over rippled beds. *Journal Fluid Mechanics*, 162: 171-186.
- 23.Kirby, J. T. and J. P. Anton, (1990), Bragg reflection of waves by artificial bars. *Proceedings of the 22nd International Conference on Coastal Engineering*, ASCE, New York, 757-768.
- 24.Kirby, J. M., G. Wei, Q. Chen, A. B. Kennedy and R. A. Dalrymple (1998), Fully nonlinear Boussinesq wave model Documentation and user's manual. *Center for Applied Coastal Research, Department of Civil Engineering*, University of Delaware, Newark, CACR-98-06.
- 25.Li, B., (1994), An evolution equation for water waves. *Coastal Engineering*, 23: 227-242.
- 26.Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992), A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2: A slowly-varying bathymetry," *Coastal Engineering*, Vol. 18(3/4), pp. 183-204.

27. Madsen, P. A., O. R. Sørensen and H. A. Schäffer (1997a), Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq-type model. Part I: Model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Engineering*, Vol. 32, pp. 255-287.
28. Madsen, P. A., O. R. Sørensen and H. A. Schäffer (1997b), Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq-type model, Part II: Surf beat and swash oscillations for wave groups and irregular waves. *Coastal Engineering*, Vol. 32, pp. 289-319.
29. Madsen, P. A., H. B. Bingham and H. Liu (2002), A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 462, pp. 1-30.
30. Mase, H. and Y. Iwagaki (1982), Wave height distribution and wave grouping in surf zone. *Proceedings of 18th International conference on Coastal Engineering*, pp. 57-78.
31. Miche, R., (1944), Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou décroissante. *Annales des Ponts et Chaussées*, Vol. 3, Issue 363.
32. Miles, J. W., (1981), Oblique surface-wave diffraction by a cylindrical obstacle. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, Vol. 6, pp. 121-123.
33. Mizuguchi, M., (1980), An heuristic model of wave height distribution in surf zone. *Proceedings of the 17th International Conference on Coastal Engineering*, Cape Town, South Africa, ASCE, Vol. 1, pp. 278-289.
34. Nagayama, S. (1983), Study on the change of wave height and energy in the surf zone. *Bachelor thesis, Yokohama National University*.
35. Nwogu, O. (1993), An alternative form of the Boussinesq equations for modeling the propagation of waves from deep to shallow water. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, Vol. 119(6), pp. 618-638.

36. Peregrine, D. H. (1967), Long waves on a beach. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 27(4), pp. 815-827.
37. Radder, A. C., (1979), On the parabolic equation method for water Wave Propagation. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 95, No. 1, pp. 159-176.
38. Schäffer, H. A., P. A. Madsen and R. Deigaard (1993), A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. *Coastal Engineering*, Vol. 20, pp. 185-202.
39. Schäffer, H. A. and P. A. Madsen (1995), Further enhancements of Boussinesq-type equations. *Coastal Engineering*, Vol. 26, pp. 1-14.
40. Sommerfeld, A., (1964), Mechanics of deformable bodies. Lectures on Theoretical Physics, *Academic Press*, New York, Vol. 2.
41. Synolakis, C. E. (1986), The run-up of long waves. Ph.D. thesis, Calif. *Inst. Technol., Pasadena, Calif.*
42. Stokes, G. G. (1847), On the theory of oscillatory waves. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 8, pp. 441-455.
43. Tao, J. (1983), Computation of wave run-up and breaking. *Internal Report, Danish Hydraulics Institute, Horsholm Denmark.*
44. Tao, J. (1984), Numerical modeling of wave run-up and breaking on the beach. *Acta Oceanologica Sinica, Beijing*, Vol. 6(5), pp. 692-700.
45. Tsai, C. P., H. B. Chen and R. C. Hsu (2001), Calculations of wave transformation across the surf zone. *Ocean Engineering*, in press.
46. Wehausen, J.V. and E. V. Laitone, (1960), Surface waves. Encyclopedia of Physics, *Springer-Verlag*, Berlin, Vol. 9, pp.469 ff.
47. Wei, G., J. T. Kirby, S. T. Grilli and R. Subramanya (1995), A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 294, pp.71-92.

48. Wei, G. and J. T. Kirby (1995), Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, Vol. 121, pp. 251-263.
49. Witting, J. M. (1984), A unified model for the evolution of nonlinear water waves. *Journal of Computational Physics*, Vol. 56, pp. 203-236.
50. Zelt, J. A. (1991), The run-up of non-breaking and breaking solitary waves. *Coastal Engineering*, Vol. 15, pp. 205-245.
51. Zhang, L, M.H. Kim, J. Zhang and B.L. Edge, (1999), Hybrid model for Bragg scattering of water waves by steep multiply-sinusoidal Bars. *Journal of Coastal Research*, 15(2): 486-495.
52. 青木東雄、森吉尚、宇多高明 (1989) 「緩傾斜堤之設計手法」，海岸工學演講會論文集，第 34 回，日本，第 447-451 頁。
53. 杉浦國男 (1994) 「緩傾斜護岸工法」，海洋開發論文集第 10 卷，日本，第 343-347 頁。
54. 財團法人河前整備中心 (1995) 「河川の親水規劃與設計」，山海堂，日本。
55. 片平和夫、世田彰、板村浩、森川高德 (1996) 「消波工使用於緩傾斜埋立護岸之越波特性相關實驗的研究」，海洋開發論文集第 12 卷，日本，第 285-290 頁。
56. 磯部雅彥 (1998) 「海岸的環境創造」，朝倉書店，日本。
57. 陳陽益 (1991a) 「波形底床上規則重力波之解析(2)」，港灣技術第六期，第 55-83 頁。
58. 陳陽益 (1991b) 「自由表面規則前進重力波傳遞於波形底床上共振現象」，第十五屆全國力學會議論文集，台灣台南，第 289-296 頁。
59. 涂盛文、林漢文 (1996) 「海堤最佳面坡之三維試驗研究」，第十八屆海洋工程研討會論文集，台灣台南，第 721-727 頁。

- 60.蔡清標、張百欣(1996)「粗糙海堤面對堤趾沖刷之影響」，台灣水利期刊第44卷第4期，台灣，第47-60頁。
- 61.張憲國(1997)「人工沙洲對波浪反射率之影響」，港灣技術，第12卷，第23-38頁。
- 62.岳景雲、曹登皓、陳丙奇(1997)「波浪通過系列潛堤反射率之研究」，第八屆全國海岸工程學術討論會暨1997年海峽兩岸港口及海岸開發研討會論文集(下)，中國北京，第683-690頁。
- 63.岳景雲、曹登皓、陳丙奇(1998)「波浪斜向入射正方形複列潛堤反射率之研究」，第二十屆海洋工程研討會論文集，台灣基隆，第265-272頁。
- 64.曾子祥(1999)「親水性緩坡海堤最佳面坡及休憩功能之研究」，國立交通大學土木工程學系碩士論文，台灣新竹。
- 65.高慶忠(1999)「平面式及階梯式緩坡海堤之水理特性比較研究」，國立交通大學土木工程學系碩士論文。
- 66.翁文凱(2000)「漫談親水護岸之配置」，海下技術季刊第十卷第一期，台灣，第23-25頁。
- 67.許泰文、張憲國(2001)「永續的鑽石海岸」，經濟部水利署。
- 68.許泰文，藍元志，蔡金晏(2002)「有限元素法波場模式之延伸」，第二十四屆海洋工程研討會，台中，第34-41頁。
- 69.張瑞欣、陳昌生、林東廷(2003)「淺談親水性港灣構造物之規劃設計」，港灣報導，第63期，第1-17頁。



## 附錄 A 各型式系列潛堤反射率推導

本研究將理論擴展為矩形型式的複合式系列潛堤佈置。圖 A.1 為複合式系列潛堤佈置示意圖。

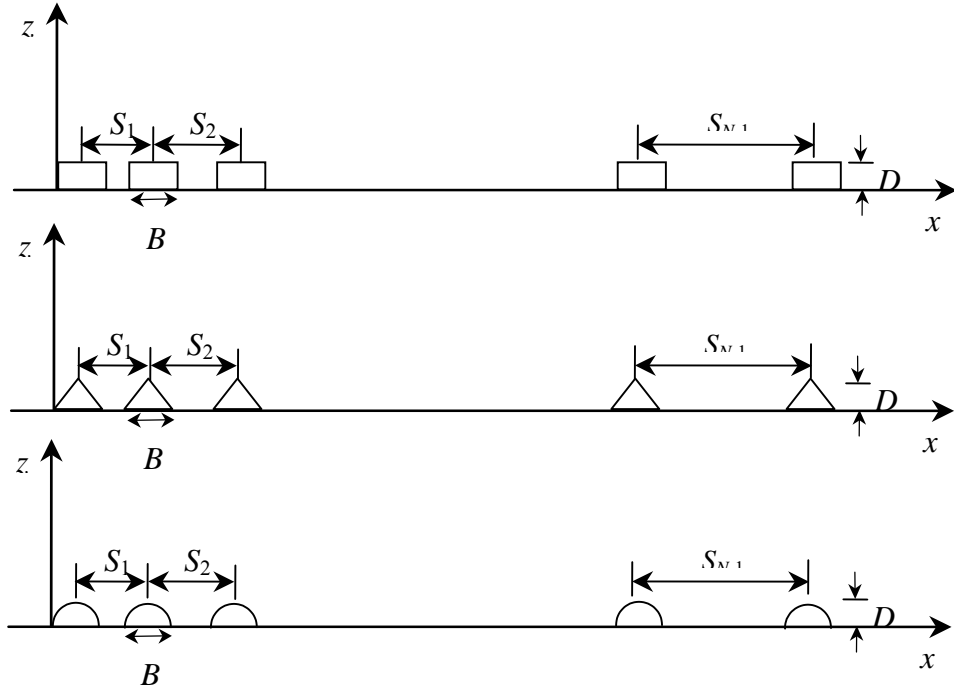


圖 A.1 複合式系列潛堤示意圖

圖中  $S_n$  為潛堤間距， $N$  為潛堤個數， $x$  為波浪傳遞方向， $z$  軸向上為正。

各種形狀複合式系列潛堤底床高度變化可表示為

矩形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D, & \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq B + \sum_{n=0}^{N-1} S_n, \quad S_0 = 0, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

三角形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{2D}{B} \left( x - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + \frac{B}{2} & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ -\frac{2D}{B} \left( x - B - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n + \frac{B}{2} \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + B & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \quad (A.2)$$

半餘弦形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) \right] & , \quad \sum_{n=0}^{N-1} S_n \leq x \leq \sum_{n=0}^{N-1} S_n + B & , \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0 & , \quad otherwise \end{cases} \quad (A.3)$$

以直接積分方式將上式代入式(3.22)，則波浪通過不同形狀複合式系列潛堤的反射率可表示為

矩形型式：

$$\begin{aligned} \hat{R} &= -2ik\alpha \left( \int_0^B e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{S_1+B} e^{2ikx} dx + \dots + \int_{S_1+\dots+S_{N-1}}^{S_1+\dots+S_{N-1}+B} e^{2ikx} dx \right) \\ &= -2ik\alpha \frac{D}{2ik} \left( e^{2ikx} \Big|_0^B + e^{2ikx} \Big|_{S_1}^{S_1+B} + \dots + e^{2ikx} \Big|_{S_1+\dots+S_{N-1}}^{S_1+\dots+S_{N-1}+B} \right) \\ &= -\alpha D \left\{ (e^{2ikB} - 1) + \left[ e^{2ik(S_1+B)} - e^{2ikS_1} \right] + \dots + \left[ e^{2ik(S_1+\dots+S_{N-1}+B)} - e^{2ik(S_1+\dots+S_{N-1})} \right] \right\} \\ &= -\alpha D \left[ (e^{2ikB} - 1) + e^{2ikS_1} (e^{2ikB} - 1) + \dots + e^{2ik(S_1+\dots+S_{N-1})} (e^{2ikB} - 1) \right] \\ &= -\alpha D \left\{ (e^{2ikB} - 1) \left[ 1 + e^{2ikS_1} + \dots + e^{2ik(S_1+\dots+S_{N-1})} \right] \right\} \\ &= -\alpha D (e^{2ikB} - 1) \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik \sum_{n=0}^{N-1} S_n} \end{aligned} \quad (A.4)$$

三角形型式:

$$\begin{aligned}
\hat{R} &= -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \\
&= -2ik\alpha \left\{ \int_0^{\frac{B}{2}} \frac{2D}{B} x e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{S_1+\frac{B}{2}} \frac{2D}{B} (x-S_1) e^{2ikx} dx \right. \\
&\quad + \int_{S_1+S_2}^{S_1+S_2+\frac{B}{2}} \frac{2D}{B} (x-S_1-S_2) e^{2ikx} dx + \dots - \int_{\frac{B}{2}}^B \frac{2D}{B} (x-B) e^{2ikx} dx \\
&\quad \left. - \int_{S_1+\frac{B}{2}}^{S_1+B} \frac{2D}{B} (x-B-S_1) e^{2ikx} dx - \int_{S_1+S_2+\frac{B}{2}}^{S_1+S_2+B} \frac{2D}{B} (x-B-S_1-S_2) e^{2ikx} dx \dots \right\} \\
&= -\frac{4ik\alpha D}{B} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2\sum_{n=0}^{N-1} S_n)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2ik\sum_{n=0}^{N-1} S_n} (e^{ikB} - 1) \right] \right. \\
&\quad \left. - \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2\sum_{n=0}^{N-1} S_n)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2ik\sum_{n=0}^{N-1} S_n} (e^{2ikB} - e^{ikB}) \right] \right\} \\
&= -\frac{4ik\alpha D}{B} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2ik\sum_{n=0}^{N-1} S_n} (e^{2ikB} - 2e^{ikB} + 1) \right] \\
&= \frac{-\alpha D}{ikB} (e^{ikB} - 1)^2 \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik\sum_{n=0}^{N-1} S_n}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

半餘弦形型式:

$$\begin{aligned}
\hat{R} &= -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \\
&= -2ik\alpha \left\{ \int_0^B D \cos \left[ \frac{-\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} \right) \right] e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{S_1+B} D \cos \left[ \frac{-\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} - S_1 \right) \right] e^{2ikx} dx \right. \\
&\quad \left. + \dots + \int_{S_1+\dots+S_{N-1}}^{S_1+\dots+S_{N-1}+B} D \cos \left[ \frac{-\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} - \sum_{n=0}^{N-1} S_n \right) \right] e^{2ikx} dx \right\} \\
&= -2ik\alpha D \left[ \frac{\frac{\pi}{B} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ikS_1} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} + \dots + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ik(S_1+\dots+S_{N-1})} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \right] \\
&= -2ik\alpha D \frac{\frac{\pi}{B} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \sum_{n=0}^{N-1} e^{2ik\sum_{n=0}^{N-1} S_n}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

若複合式系列潛堤配置以較為簡單的潛堤間距佈置，將系列潛堤分為前後兩組，各組的潛堤個數相同，潛堤間距亦相同，前後兩組潛堤間距不同，佈置圖如圖 A.2 所示。

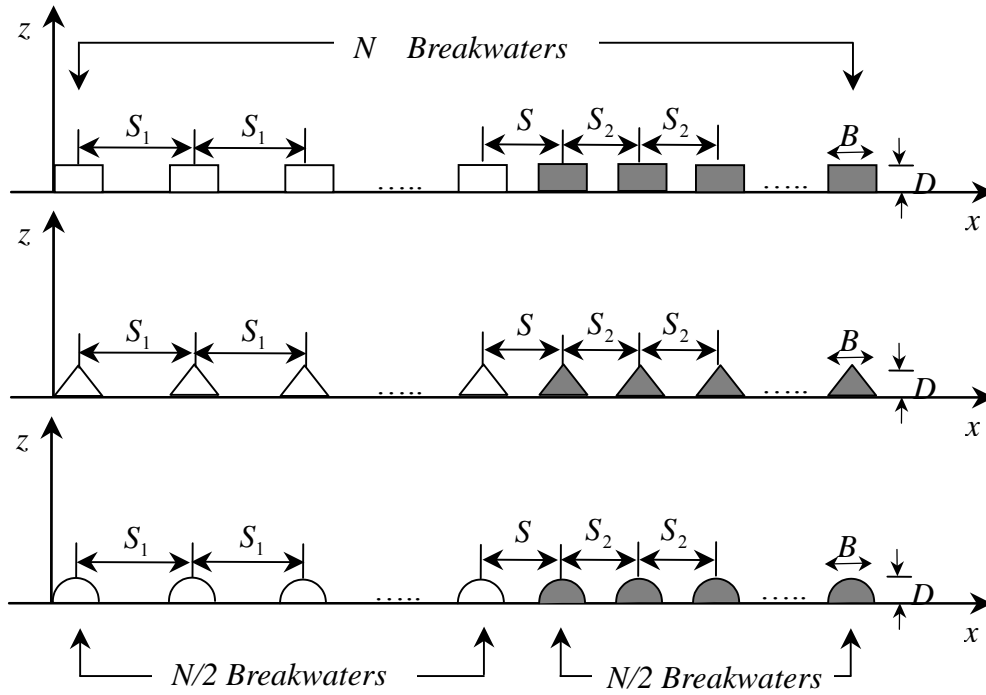


圖 A.2 複合式系列潛堤示意圖

圖中第一組系列潛堤間距為  $S_1$ ，第二組系列潛堤間距為  $S_2$ ，兩組潛堤間距為  $S$ ，若  $S = S_2$ ，則不同形狀系列潛堤底床高度變化可表示如下：

矩形型式：

$$\delta(x) = \begin{cases} D, & nS_1 \leq x \leq nS_1 + B, & n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ D, & (\frac{N}{2} - 1)S_1 + nS_2 \leq x \leq (\frac{N}{2} - 1)S_1 + nS_2 + B, & n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

三角形型式:

$$\delta(x) = \begin{cases} \frac{2D}{B}(x - nS_1), & nS_1 \leq x \leq nS_1 + \frac{B}{2}, \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ \frac{2D}{B} \left\{ x - \left[ \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \right] \right\} \\ \quad, \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + \frac{B}{2}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ -\frac{2D}{B} [x - (B - nS_1)], & nS_1 + \frac{B}{2} \leq x \leq nS_1 + B, \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ -\frac{2D}{B} \left\{ x - \left[ B + \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \right] \right\} \\ \quad, \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + \frac{B}{2}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

半餘弦形型式:

$$\delta(x) = \begin{cases} D \cos \left\{ -\frac{\pi}{B} \left[ x - \left( \frac{B}{2} + nS_1 \right) \right] \right\}, & nS_1 \leq x \leq nS_1 + B, \quad n = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ D \cos \left\{ -\frac{\pi}{B} \left[ x - \left( \frac{B}{2} + nS_2 + \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 \right) \right] \right\}, \\ \quad \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 \leq x \leq \left( \frac{N}{2} - 1 \right) S_1 + nS_2 + B, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

以直接積分方式將式(A-7)~式(A-9)代入式(3.22),則波浪通過兩組不同等間距之複合式系列潛堤反射率的推導過程及結果如下:

矩形型式:

$$\begin{aligned}
\hat{R} &= -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \\
&= -2ik\alpha D \left[ \int_0^B e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{B+S_1} e^{2ikx} dx + \int_{2S_1}^{B+2S_1} e^{2ikx} dx + \dots \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1}^{B+(\frac{N}{2}-1)S_1} e^{2ikx} dx \right. \\
&\quad \left. + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2}^{B+(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2} e^{2ikx} dx + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+2S_2}^{B+(\frac{N}{2}-1)S_1+2S_2} e^{2ikx} dx + \dots + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2}^{B+(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2} e^{2ikx} dx \right] \\
&= -\alpha D \left\{ \left[ e^{2ikB} - 1 \right] + \left[ e^{2ik(B+S_1)} - e^{2ik(S_1)} \right] + \left[ e^{2ik(B+2S_1)} - e^{2ik(2S_1)} \right] + \dots \right. \\
&\quad + \left[ e^{2ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} - e^{2ik(\frac{N}{2}-1)S_1} \right] + \left[ e^{2ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} - e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \right] \\
&\quad \left. + \left[ e^{2ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1+2S_2]} - e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+2S_2]} \right] + \dots + \left[ e^{2ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2]} - e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2]} \right] \right\} \\
&= -\alpha D (e^{2ikB} - 1) \left[ 1 + e^{2ikS_1} + \dots + e^{2ik(\frac{N}{2}-1)S_1} + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} + \dots + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2]} \right] \\
&= -\alpha D (e^{2ikB} - 1) \left[ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_1} + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_2} \right] \\
&= -\alpha D (e^{2ikB} - 1) \left[ \left( \frac{1 - e^{2ik\frac{N}{2}S_1}}{1 - e^{2ikS_1}} \right) + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{1 - e^{2ik\frac{N}{2}S_2}}{1 - e^{2ikS_2}} \right) \right] \\
&= -\alpha D (e^{2ikB} - 1) \left[ \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_1)}{\sin(kS_1)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_1} \right) + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_2)}{\sin(kS_2)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_2} \right) \right] \\
&= -\alpha D e^{ikB} 2i \sin(kB) \left[ \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_1)}{\sin(kS_1)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_1} \right) + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_2)}{\sin(kS_2)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_2} \right) \right] \\
&= -2i\alpha D \left\{ \frac{\sin(kB) \sin(kS_1 \frac{N}{2})}{\sin(kS_1)} e^{ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin(kB) \sin(kS_2 \frac{N}{2})}{\sin(kS_2)} e^{ik[B+(N-2)S_1+(\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\}
\end{aligned}$$

(A.10)

將式(A-10)取絕對值，則反射率可表示

$$R = 2\alpha D \sqrt{A_1^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_1 A_2 + A_2^2} \quad (\text{A.11})$$

其中

$$A_1 = \frac{\sin(kB) \sin\left(\frac{kS_1 N}{2}\right)}{\sin(kS_1)} \quad (\text{A.12})$$

$$A_2 = \frac{\sin(kB) \sin\left(\frac{kS_2 N}{2}\right)}{\sin(kS_2)} \quad (\text{A.13})$$

三角形型式：

$$\begin{aligned} \hat{R} &= -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \\ &= -2ik\alpha \frac{2D}{B} \left\{ \int_0^{\frac{B}{2}} x e^{2ikx} dx - \int_{\frac{B}{2}}^B (x-B) e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{S_1+\frac{B}{2}} (x-S_1) e^{2ikx} dx \right. \\ &\quad - \int_{S_1+\frac{B}{2}}^{S_1+B} (x-B-S_1) e^{2ikx} dx + \dots + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{B}{2}} [x - (\frac{N}{2}-1)S_1] e^{2ikx} dx \\ &\quad + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{B}{2}}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+B} [x-B - (\frac{N}{2}-1)S_1] e^{2ikx} dx + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2+\frac{B}{2}} [x - (\frac{N}{2}-1)S_1 - S_2] e^{2ikx} dx \\ &\quad - \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2+\frac{B}{2}}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2+B} [x-B - (\frac{N}{2}-1)S_1 - S_2] e^{2ikx} dx + \dots \\ &\quad + \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2+\frac{B}{2}}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2+B} [x - (\frac{N}{2}-1)S_1 - \frac{N}{2}S_2] e^{2ikx} dx \\ &\quad \left. - \int_{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2+\frac{B}{2}}^{(\frac{N}{2}-1)S_1+\frac{N}{2}S_2+B} [x-B - (\frac{N}{2}-1)S_1 - \frac{N}{2}S_2] e^{2ikx} dx \right\} \\ &= -\frac{4ik\alpha D}{B} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2nS_1)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_1} (e^{ikB} - 1) \right] \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2nS_1)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_1} (e^{2ikB} - e^{ikB}) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2nS_2)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_2} (e^{2ikB} - e^{ikB}) \right] \\
& - e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \frac{B}{4ik} e^{ik(B+2nS_2)} - \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_2} (e^{2ikB} - e^{ikB}) \right] \Bigg\} \\
& = -\frac{4ik\alpha D}{B} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_1} (e^{2ikB} - 2e^{ikB} + 1) \right] \right. \\
& \quad \left. + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} \left[ \left( \frac{1}{2ik} \right)^2 e^{2iknS_1} (e^{2ikB} - 2e^{ikB} + 1) \right] \right\} \\
& = -\frac{\alpha D}{ikB} (e^{ikB} - 1)^2 \left[ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_1} + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_2} \right] \\
& = -\frac{\alpha D}{ikB} e^{ikB} [2\cos(kB) - 2] \left[ \left( \frac{1 - e^{2ik\frac{N}{2}S_1}}{1 - e^{2ikS_1}} \right) + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{1 - e^{2ik\frac{N}{2}S_2}}{1 - e^{2ikS_2}} \right) \right] \\
& = \frac{\alpha D}{ikB} e^{ikB} [2 - 2\cos(kB)] \left[ \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_1)}{\sin(kS_1)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_1} \right) \right. \\
& \quad \left. + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_2)}{\sin(kS_2)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_2} \right) \right] \\
& = -\frac{2i\alpha D}{kB} e^{ikB} [1 - \cos(kB)] \left[ \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_1)}{\sin(kS_1)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_1} \right) \right. \\
& \quad \left. + e^{2ik[(\frac{N}{2}-1)S_1+S_2]} \left( \frac{\sin(k\frac{N}{2}S_2)}{\sin(kS_2)} e^{ik(\frac{N}{2}-1)S_2} \right) \right] \\
& = -\frac{2i\alpha D}{kB} [1 - \cos(kB)] \left\{ \frac{\sin(kS_1\frac{N}{2})}{\sin(kS_1)} e^{ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin(kS_2\frac{N}{2})}{\sin(kS_2)} e^{ik[B+(N-2)S_1+(\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\}
\end{aligned} \tag{A.14}$$



將式(A.14)取絕對值，則三角形系列潛堤反射率可表示

$$R = 2\alpha D \sqrt{A_3^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_3 A_4 + A_4^2} \quad (\text{A.15})$$

其中

$$A_3 = \frac{[1 - \cos(kB)] \sin \left( \frac{kS_1 N}{2} \right)}{\sin(kS_1)} \quad (\text{A.16})$$

$$A_4 = \frac{[1 - \cos(kB)] \sin \left( \frac{kS_2 N}{2} \right)}{\sin(kS_2)} \quad (\text{A.17})$$

半餘弦形型式：

$$\begin{aligned} \hat{R} &= -2ik\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{2ikx} dx \\ &= -2ik\alpha D \left\{ \int_0^B \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \frac{B}{2} \right) \right] e^{2ikx} dx + \int_{S_1}^{B+S_1} \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \left( \frac{B}{2} + S_1 \right) \right) \right] e^{2ikx} dx \right. \\ &\quad + \dots + \int_{\left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1}^{B + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1} \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \left[ \frac{B}{2} + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 \right] \right) \right] e^{2ikx} dx \\ &\quad + \int_{\left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + S_2}^{B + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + S_2} \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \left[ \frac{B}{2} + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + S_2 \right] \right) \right] e^{2ikx} dx \\ &\quad \left. + \dots + \int_{\left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + \frac{N}{2} S_2}^{B + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + \frac{N}{2} S_2} \cos \left[ -\frac{\pi}{B} \left( x - \left[ \frac{B}{2} + \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + \frac{N}{2} S_2 \right] \right) \right] e^{2ikx} dx \right\} \\ &= -2ik\alpha D \left\{ \frac{\frac{\pi}{B} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ikS_1} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} + \dots + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ik \left[ \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 \right]} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ik \left[ \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + S_2 \right]} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} + \dots + \frac{\frac{\pi}{B} e^{2ik \left[ \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + \frac{N}{2} S_2 \right]} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \right\} \\ &= -2ik\alpha D \frac{\frac{\pi}{B} (e^{2ikB} + 1)}{\left( \frac{\pi}{B} \right)^2 - 4k^2} \left\{ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_1} + e^{2ik \left[ \left( \frac{N}{2}-1 \right) S_1 + S_2 \right]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\alpha D \left[ \frac{2ik \frac{\pi}{B}}{\left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2} \right] \left( e^{2ikB} + 1 \right) \left[ \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_1} + e^{2ik\left[\left(\frac{N}{2}-1\right)S_1+S_2\right]} \sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} e^{2iknS_2} \right] \\
&= -\alpha D \left[ \frac{2ik \frac{\pi}{B}}{\left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2} \right] \left[ 2e^{ikB} \cos(kB) \right] \left[ \left( \frac{1-e^{2ik\frac{N}{2}S_1}}{1-e^{2ikS_1}} \right) + e^{2ik\left[\left(\frac{N}{2}-1\right)S_1+S_2\right]} \left( \frac{1-e^{2ik\frac{N}{2}S_2}}{1-e^{2ikS_2}} \right) \right] \\
&= \frac{-4ik\pi\alpha D \cos(kB)}{B \left[ \left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2 \right]} \left\{ \frac{\sin(kS_1 \frac{N}{2})}{\sin(kS_1)} e^{ik[B+(\frac{N}{2}-1)S_1]} + \frac{\sin(kS_2 \frac{N}{2})}{\sin(kS_2)} e^{ik[B+(N-2)S_1+(\frac{N}{2}+1)S_2]} \right\}
\end{aligned} \tag{A.18}$$

將式(A-18)取絕對值，則半餘弦形系列潛堤反射率可表示

$$R = \begin{cases} \left| \frac{4\pi\kappa\alpha D \cos(kB)}{B \left[ \left(\frac{\pi}{B}\right)^2 - 4k^2 \right]} \right| \sqrt{A_5^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_5 A_6 + A_6^2}, & \frac{\pi}{B} \neq 2k \\ k\alpha DB \sqrt{A_5^2 + 2 \cos \left[ \frac{kS_1(N-2)}{2} + \frac{kS_2(N+2)}{2} \right] A_5 A_6 + A_6^2}, & \frac{\pi}{B} = 2k \end{cases} \tag{A.19}$$

其中

$$A_5 = \frac{\sin\left(\frac{kS_1 N}{2}\right)}{\sin(kS_1)} \tag{A.20}$$

$$A_6 = \frac{\sin\left(\frac{kS_2 N}{2}\right)}{\sin(kS_2)} \tag{A.21}$$