

91-9-708

MOTC-IOT-IHMT-CA9007

# 花蓮港共振強度估算模式研究



交通部運輸研究所

中華民國九十一年二月

91-9-708

MOTC-IOT-IHMT-CA9007

# 花蓮港共振強度估算模式研究

著者：徐進華

交通部運輸研究所

中華民國九十一年二月

### 花蓮港共振強度估算模式研究

著 者：徐進華

出版機關：交通部運輸研究所

地 址：台北市敦化北路 240 號

網 址：[www.iot.gov.tw](http://www.iot.gov.tw)

電 話：(02)23496789

出版年月：中華民國九十一年二月

印 刷 者：良機事務機器有限公司

版(刷)次冊數：初版一刷 150 冊

工 本 費：200

展 售 處：

交通部運輸研究所臺灣技術研究中心 電話：(04)26564216

三民書局：台北市重慶南路一段 61 號 2 樓 電話：(02)23617511

五南文化廣場：台中市中山路 2 號地下 1F 電話：(04)22260330

新進圖書廣場：彰化市光復路 177 號 電話：(04)7252792

青年書局：高雄市青年一路 141 號 電話：(07)3324910

GPN：1009100414

## 交通部運輸研究所出版品摘要表

出版品名稱：花蓮港共振強度估算模式研究			
國際標準書號（或叢刊號）	政府出版品統一編號 1009100414	運輸研究所出版品編號 91-9-708	
主辦單位：港灣技術研究中心 主管：邱永芳 計畫主持人：徐進華 研究人員：吳基 聯絡電話：(04)26564216 傳真號碼：(04)26571329			研究期間 自 90 年 1 月 至 90 年 12 月
關鍵詞：edge waves，花蓮港，共振，多區域邊界元素法，連續壓縮。			
摘要： <p>為解決花蓮港在颱風來襲時發生共振的問題，我們發展一數值模式來估計由 edge waves 引發一矩形港港內海水振盪現象。由於 edge waves 的能量集中在岸邊，且在此處海底須為斜坡，故目前的模式應用多區域邊界元素法解 Laplace equation，並採用連續壓縮的技術大幅降低模式所需的電腦記憶容量和 CPU 時間，因此可在一廣大海域內運算，並將其結果和在更大海域內計算所獲得者比較，且重複此一步驟，以檢驗其結果是否收斂。其結果顯示，儘管目前我們採用一種新的代表在無窮遠處狀況之 radiation condition 做為外圍邊界條件的近似，當外圍邊界和港口的距離約為四個波長時，由目前的模式所估計的港內振盪之放大率已大致穩定。目前分區處理的模式亦有利於我們未來，僅由改變港內及其鄰近地區的設計，即可將目前經檢驗的模式應用於花蓮港。</p>			
出版日期	頁數	工本費	本 出 版 品 取 得 方 式
91 年 2 月	64	200	凡屬機密性出版品均不對外公開。普通性出版品，公營、公益機關團體及學校可函洽本所免費贈閱；私人及私營機關團體可按工本費價購。
機密等級： <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div> <input type="checkbox"/>限閱   <input type="checkbox"/>密   <input type="checkbox"/>機密   <input type="checkbox"/>極機密   <input type="checkbox"/>絕對機密            （解密【限】條件：<input type="checkbox"/> 年   <input type="checkbox"/> 月   <input type="checkbox"/> 日解密，<input type="checkbox"/>公布後解密，<input type="checkbox"/>附件抽存後解密，  <input type="checkbox"/>工作完成或會議終了時解密，<input type="checkbox"/>另行檢討後辦理解密）         </div> <div> <input checked="" type="checkbox"/>普通         </div> </div>			
備註：本研究之結論與建議不代表交通部之意見。			

**PUBLICATION ABSTRACTS OF RESEARCH PROJECTS  
INSTITUTE OF TRANSPORTATION  
MINISTRY OF TRANSPORTATION AND COMMUNICATIONS**

TITLE: Numerical Model for the Estimates of the Resonances of Hwalien Harbour			
ISBN(OR ISSN)	GOVERNMENT PUBLICATIONS NUMBER  1009100414	IOT SERIAL NUMBER  91-9-708	
DIVISION: Institute of Harbor and Marine Technology DIVISION CHIEF: Jung-Fang Chiu PRINCIPAL INVESTIGATOR: Jinn-Hwa Shyu PROJECT STAFF: Ji Wu PHONE: (04)26564216 FAX: (04)26571329		PROJECT PERIOD FROM January 2001 TO December 2001	
KEY WORDS: edge waves, Hwalien Harbour, resonance, multizone boundary element technique, successive condensation process.			
ABSTRACT:  <p>To resolve the problem of harbour resonance occurred in Hwalien Harbour, a numerical model was developed for estimates of the oscillations of a rectangular basin induced by edge waves. The situation that the edge waves occur on a slope and are confined to the shoreline renders it necessary to solve the Laplace equation by using the multizone boundary element technique. Combined with a successive condensation process, this technique can save the computer storage space and CPU time significantly. The resulting model can then be applied to the calculation in a large domain, and after it is completed, a second calculation in an even larger domain is performed. This procedure is continued until the solutions converge. The outcome indicates that although a new radiation condition is imposed at the outer boundaries, the solutions become somewhat stable when the outer boundaries are about four wavelengths away from the harbour entrance. The use of the multizone strategy in the present model also has the advantage that it can be applied to Hwalien Harbour upon a modification of the parts of the program which are responsible for the calculations in the zones in and near the harbour.</p>			
DATE OF PUBLICATION  Feb. 2002	NUMBER OF PAGES  64	PRICE  200	CLASSIFICATION <input type="checkbox"/> SECRET <input type="checkbox"/> CONFIDENTIAL <input checked="" type="checkbox"/> UNCLASSIFIED
The views expressed in this publication are not necessarily those of the Ministry of Transportation and Communications.			

# 目 錄

中文摘要表 .....	<u>I</u>
英文摘要表 .....	<u>II</u>
圖目錄 .....	<u>IV</u>
第一章 前言 .....	1
第二章 入射的 edge waves .....	4
2.1 Eckart 解 .....	4
2.2 Schäffer and Jonsson 理論 .....	6
2.3 比較及討論 .....	8
第三章 由 edge waves 引發港灣共振現象之數值模式 .....	9
3.1 理論分析 .....	9
3.2 數值方法 .....	11
3.3 分區及壓縮 .....	16
第四章 結果及討論 .....	19
誌謝 .....	21
參考文獻 .....	22
附錄一 摘要內容 .....	32
附錄二 簡報內容 .....	35
附錄三 審查結果答覆 .....	46

## 圖 目 錄

圖一、港內及港外海底地形圖 .....	24
圖二、港外海底地形斷面圖 .....	25
圖三、Eckart (1951) 之 edge waves 的解 .....	26
圖四、在圖二的地形中, 當 $h_x = 0.05$ , $x_1 = 1680$ m 時, edge waves 之離 散關係式 (實線) 及週期為 160 秒的等值線 (虛線) .....	27
圖五、和圖四情況相同之週期為 160 秒的 edge waves 之水面位移。實線和 虛線分別代表 Eckart (1951) 和 Schäffer & Jonsson (1992) 的解	28
圖六、外圍邊界之平面圖 .....	29
圖七、分區示意圖 .....	30
圖八、港灣振盪放大率之估計值隨外圍邊界遠近而改變的情形。橫線代表所 有估計值的平均 .....	31

## 第一章 前言

當颱風來襲時，位在台灣東岸的花蓮港之港內海水常發生劇烈的振盪，使船舶無法停泊在港內。此種振盪的頻譜在某一個颱風的侵襲過程中，或在不同颱風來襲時，其 peaks 的位置皆相當固定 (參見曾 1996; 簡和曾 1998)，且其頻率和蘇、蔡和張 (1996) 用數值方法所估計的花蓮港之自然頻率相近，因此可以判斷花蓮港在颱風來襲時所出現的劇烈振盪應為一種共振現象。

上述的共振由於經常發生在颱風距離花蓮港尚有數百公里之遙時，故它們應不是由風應力作用在港內水面所產生，亦非由大氣壓的陡變所造成，因此至少在此一階段所發生的共振應是由港外的波浪經由港的入口所引發，但因花蓮港的主要共振週期約為 160 秒，且引發此一共振的港外的波浪 (不論是 free waves 或是 forced waves) 之振幅不能太小，故儘管由颱風直接產生的風浪和湧浪之波高甚大，但唯有由兩者在近岸因其破碎 (Munk 1949; Tucker 1950; Symonds, Huntley & Bowen 1982; Schäffer 1993, 1994) 或因地形不連續 (Molin 1982; Mei & Benmoussa 1984; Liu 1989) 所引發 (另一種可能為由 internal waves 在大陸坡上破碎所引發) 的超重力波 (infragravity waves) 之週期可達 100 秒以上，且這些長波在形成後須被 trapped 在岸邊形成 edge waves，方可因能量不斷累積，使其振幅足夠大 (有關這方面的詳細說明參看徐 (1995, 1996, 2001)，而由第三篇報告亦可瞭解在台灣東岸可能產生何種 modes 之 edge waves)，因此為解決花蓮港在颱風來襲時振盪極嚴重的問題，須對由 edge waves 所引發的港灣共振現象詳加研究。

由於 edge waves 不易在一實驗水槽內單獨產生，故我們無法在實驗室觀測到「單」由 edge waves 所引發的港內振盪。另一方面，由於 edge waves 發生在海底地形為斜坡的情況，故即使港灣為簡單的矩形，仍無法應用 Miles & Munk (1961), Ippen & Goda (1963), Ünlüata & Mei (1973) 和 Mei (1983) 的方法，導出由 edge waves 引發港灣振盪現象的解析解，因此我們目前用數值方法求其解。

由港外波浪引發港內海水振盪現象的數值解，最早由 Hwang & Tuck (1970) 及 Lee (1971) 發展出兩種十分嚴密且極有效率的模式，但此兩種模式仍僅能應用在港內和港外的水深為等深的情況，故無法被用來解由發生在一斜坡上的 edge waves 所引發的港灣共振現象。

另一方面，當水深為非等深時，一種被稱為混合元素法 (hybrid-element method) 的數值方法最早由 Chen & Mei (1974a,b) 和 Mei & Chen (1975) 應



用在解港灣振盪現象，此種方法將港外分成兩部份，其中離港口較遠的部份，其範圍延伸到無窮遠，故若假設此一部份的海域為等深，則在此區域內滿足 radiation condition 的解的形式（或表為級數，或表為積分）已知，僅其係數未知（後者可由 matching condition 決定），故數值計算僅需在離港口較近的水深為非等深的那一部份以及港內地區進行（Lee (1971) 的方法則僅需在港內進行），如此仍可進行有效率的計算。

在一般情況，即使離港口較遠的區域實際為非等深，但假設其為等深所產生的誤差對港口附近的波浪場影響有限，因此不會明顯改變港內的振盪。然而在目前的情況，若在模式中假設近岸斜坡沿海岸線延伸至某處突然轉變成水平，因而形成一階梯，則做為入射波的 edge waves 在此處將被大幅反射，因此若實際海底地形並非如此，則一種 numerical reflection（或 non-physical reflection）的現象將顯著發生，且其反射波因主要為 edge waves，故大部份將回頭通過港的入口，因而對港內振盪影響很大。相反的，若假設近岸斜坡在沿海岸線延伸時並非突然變成水平，而是逐漸轉變為等深，則因在此種地形下做為入射波的 edge waves 的解無法事先得知，故無法應用混合元素法進行運算。

經由以上分析可知，以往的可降低計算成本的數值方法無法被用來估計由 edge waves 所引發的港灣振盪現象，故目前我們僅能在一廣大區域從事數值計算，方可將代表無窮遠處狀況的 radiation condition 近似應用在此一區域之外圍邊界上。而為了確保此一區域足夠大，我們必須如 Chenault (1970), Newton et al (1974) 和 Bai (1972,1975) 等人的作法一樣，在一些連續增大的領域內從事數值計算，以檢驗其結果是否收斂。此一過程自然極耗時，但我們仍可應用一些特殊的方法，大幅降低其計算成本。

當入射波為發生在一斜坡上的 edge waves 時，即使要估計一個形狀最簡單的矩形港灣內的振盪，其海底地形仍將如圖一所示，在港的入口附近形成階梯。此時若採用淺水近似，必須將階梯兩邊分開計算，再加以 matching，此一過程不但十分複雜，且在港口較窄時，以往所使用的 matching conditions 恐無法適用（有關如何證明 matching conditions 為適當的理論可參看 Mei (1983) 之§4.2.2），因此我們目前直接解三維的 Laplace equation，而非二維的長波方程式。此一選擇雖使問題由二維變為三維（在圖一中，當港的入口很窄時，此一關鍵地區的流場確為三維），但因三維的 Laplace equation 之 fundamental solution 已知（而長波方程式的 fundamental solution 在斜坡上則無法獲得），故可以使用邊界元素法求解。

上述邊界元素法因僅在邊界上進行離散化，故很方便將一個大區域劃分為很多個分區，分別離散化，然後在這些分區的交界面（屬於邊界的一部份）上將它

們 matching, 其 matching conditions 僅簡單為未知函數及其導函數在交界面上需連續的條件。此一作法, 再配合一種將一聯立方程式壓縮成一較小者的方法, 即為 Kane (1994) 所介紹的 multizone boundary element analysis with condensation, 目前我們且採用一種連續壓縮的過程, 因此可節省大量電腦記憶容量及 CPU 時間。

目前的模式和以往的模式另一個不相同處為其代表在無窮遠處狀況的 radiation condition, 由於目前的入射波為一系列沿海岸線行進的 edge waves (其振幅給定), 當它通過港的入口時, 一部份能量將因折射和繞射進入港內, 再經港的岸壁反射後, 最終由港內向外輻射, 故原來的入射波在通過港口後, 一部份能量將損失, 其大小未知, 故在求解的未知函數中亦包含此一代表 edge waves 的函數 (另外, 由港口向外輻射的能量中亦有一小部份再度形成 edge waves), 此一函數的振幅, 當海岸線及海底斜坡無限延伸時 (為簡化問題, 一般皆做此假設), 在無窮遠仍不消失, 故在無窮遠的斜坡區, 以往的 Sommerfeld radiation condition 並不適用, 因此我們目前在此區域採用一種新的 radiation condition 做為外圍邊界條件的近似。

應用上述方法所設計的電腦程式既複雜且龐大, 故儘管它以嚴密的物理和數學理論為依據, 仍須嚴加驗證, 方可獲得可信賴的結果。然因 edge waves 的測量需使用一大規模的儀器陣列, 且 edge waves 不易在實驗水槽內單獨產生, 故目前 (且可能未來) 我們無法將數值計算的結果和現場或實驗室的觀測數據相比較, 因此僅能經由檢驗其各項結果的一致性和收斂性, 包括其是否滿足物理的原理, 來做驗證。為達到此目的, 我們目前僅針對一個如圖一所示的規則地形設計其程式, 此一程式經驗證後, 因其採用分區處理的方式, 故未來我們僅需改變港內及其鄰近地區的設計, 即可將它直接應用於花蓮港 (因離港口較遠的實際複雜地形對港內的振盪影響不大)。

## 第二章 入射的 edge waves

要估計由 edge waves 所引發的港灣振盪現象，首先須獲得做為入射波之 edge waves 的解，此解須滿足當港灣不存在（或想像將港的入口封閉）時的各項邊界條件，而當港灣實際存在時，額外的運動將因而產生，包括一部份 edge waves 的能量將繞射進入港內，隨後再由港內向外輻射至遠方海域。這些變化在某些情況下將使港內海水的振盪遠大於原來的入射波，因此代表一種共振現象。

由於由港內向外輻射的波，一部份仍將以各種 modes 的 edge waves 的形式沿海岸行進，更重要的是所有輻射波的能量皆來自於入射的 edge waves，表後者在通過港口後，一部份能量將損失，其大小未知，因此要對位在斜坡上的外圍邊界設定所欲求解的未知函數之邊界條件時，亦有必要知道 edge waves 的解的形式，以及在目前的地形下所有可能發生的 edge waves 之 modes 的數目。

當我們目前僅考慮一個如圖一所示的規則地形時，其港外區域的斷面圖如圖二所示，而未來在第四章應用目前的模式計算時，斜坡的斜率  $h_x$  將定為 0.05，外海等深區的深度  $h_1$  定為 84 米，因此當我們考慮週期為 160 秒的振盪時，此一週期的 edge waves 毫無疑問地適用於淺水近似（由於我們目前所需的 edge waves 的解是將港的入口封閉時的解，或是在遠離港口處的解，故這些解和圖一中的港口附近的階梯無關），因此我們可以應用 Schäffer & Jonsson (1992) 的理論決定在此種地形下，有幾個 modes 的 edge waves 可能發生，並計算它們的波形，後者我們將發現，在目前的情況，它和 Eckart (1951) 考慮海底為一向外海無限延伸的平面斜坡所導出的解極接近，因此我們在 §2.1 先介紹 Eckart (1951) 的理論，並在 §2.3 內將它和在 §2.2 內所介紹的 Schäffer & Jonsson (1992) 的解相比較，並討論其結果。當我們確定此兩種解在目前的情況極接近後，由於 Eckart 的解具有一個封閉的形式，故在數值模式中我們將應用它來決定入射波的分佈，但 Schäffer & Jonsson 的理論仍須被用來決定所有可能發生的 edge waves 之 modes 的數目。

### 2.1 Eckart 解

Eckart (1951) 的解儘管考慮一無限延伸的平面斜坡之海底地形，仍採用淺水近似，且為線性，故其控制方程式為線性長波方程式

$$\nabla_h \cdot (gh \nabla_h \zeta) - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0, \quad (2.1.1)$$

其中  $\nabla_h$  表水平方向的梯度,  $g$  表重力加速度,  $h$  表水深,  $\zeta$  表水面位移,  $t$  為時間。若我們將離岸方向定為  $x$  軸, 由於水深  $h$  僅在  $x$  方向有變化, 故可求一  $t$  和  $y$  的週期函數做為上式的解, 因此令

$$\zeta = \eta(x) \exp[i(k_y y - \omega t)], \quad (2.1.2)$$

其中波數  $k_y$  和頻率  $\omega$  皆為定值。將上式代入 (2.1.1) 後可得

$$\frac{d}{dx} \left( gh \frac{d\eta}{dx} \right) + (\omega^2 - ghk_y^2) \eta = 0. \quad (2.1.3)$$

若進一步將  $x = 0$  位置定在平均海岸線上, 則因水深  $h = h_x x$ , 上式可改寫為

$$x\eta'' + \eta' + \left( \frac{\omega^2}{gh_x} - k_y x \right) \eta = 0 \quad (2.1.4)$$

其中  $h_x$  表海底的斜率, 乃為定值。接下來令

$$\xi \equiv 2k_y x, \quad \eta = \exp(-\xi/2) f(\xi). \quad (2.1.5a, b)$$

代入 (2.1.4) 後可得

$$\xi f'' + (1 - \xi) f' - a f = 0, \quad (2.1.6)$$

其中

$$a = -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega^2}{gh_x k_y} - 1 \right). \quad (2.1.7)$$

上式為一種 confluent hypergeometric equation, 它的兩個線性獨立解即為 confluent hypergeometric functions (或稱為 Kummer functions)  $M(a, 1, \xi)$  和  $U(a, 1, \xi)$  (兩者的定義見 Abramowitz & Stegun 1972), 故 (2.1.4) 式的通解可表為

$$\eta = A \exp(-\xi/2) M(a, 1, \xi) + B \exp(-\xi/2) U(a, 1, \xi). \quad (2.1.8)$$

為決定未定係數  $A$  和  $B$  的值以及決定  $\omega$  和  $k_y$  之間的關係式, 需考慮邊界條件。

首先因函數  $U$  在  $\xi = 0$  (表海岸線位置) 處趨近於無窮大, 故要獲得一個可代表實際現象的解, 必須  $B = 0$ , 亦即

$$\eta = A \exp(-\xi/2) M(a, 1, \xi). \quad (2.1.9)$$

另一方面, 除非  $a$  為一個負整數或零, 否則上式中的  $\eta$  將在外海無窮遠處變為無窮大, 故為符合 edge waves 的能量集中在岸邊的性質, 由 (2.1.7) 式,  $\omega$  需滿足下面的離散關係式:

$$\omega^2 = gk_y(2n+1)h_x, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.1.10)$$

上式以及 (2.1.9) 式 (當  $a = -n$  時) 即為 Eckart (1951) 所導出的各種不同 modes (即不同的  $n$ ) 之 edge waves 的解, 由於當  $a = -n$  時,  $M(-n, 1, \xi)$  可簡化為 Laguerre polynomials

$$L_n(\xi) = \frac{(-1)^n}{n!} \left[ \xi^n - \frac{n^2}{1!} \xi^{n-1} + \frac{n^2(n-1)^2}{2!} \xi^{n-2} - \frac{n^2(n-1)^2(n-2)^2}{3!} \xi^{n-3} + \dots + (-1)^n n! \right] \quad (2.1.11)$$

故上述的解具有一個封閉的形式。應用它們, 且定  $A = 1$  (表在海岸線處的振幅為一個單位) 即可輕易及準確地計算各種 modes 的 edge waves 之振幅變化如圖三所示。

由圖三可瞭解, mode 愈高, edge waves 的振幅在外海愈遠處仍不消失, 但在此處水深可能已深至無法適用淺水近似, 故在下一節我們考慮一個平面斜坡連接一等深區的地形, 並介紹 Schäffer & Jonsson (1992) 的理論來決定高階 edge waves 的解, 包括確定它們是否能存在。

## 2.2 Schäffer and Jonsson 理論

當海底斜坡延伸至 84 米的深度即連接一外海等深區時, 淺水近似的假設可適用於斜坡區和等深區兩者 (即圖二中的 I 區和 II 區), 故依據 Schäffer & Jonsson (1992) 的理論, 我們在此兩區域分別求 (2.1.3) 式的通解, 然後利用邊界條件以及在斜坡區和等深區的交界面上的連續條件決定此兩個通解中的未定係數及 edge waves 的離散關係式。

首先在斜坡區依照 §2.1 內相同的步驟及理由, 仍可獲得 (2.1.9) 式, 此式已滿足斜坡區內的控制方程式和在海岸線上的邊界條件, 但仍須和等深區內的解 matching, 後者的控制方程式亦為 (2.1.3), 但目前因  $h = h_1 = \text{constant}$ , 故 (2.1.3) 可化簡為

$$\eta'' + \left( \frac{\omega^2}{gh_1} - k_y^2 \right) \eta = 0. \quad (2.2.1)$$

因此可得等深區內的通解爲

$$\eta = C \exp\left(-\lambda^{\frac{1}{2}}\xi/2\right) + D \exp\left(\lambda^{\frac{1}{2}}\xi/2\right), \quad (2.2.2)$$

其中  $C$  和  $D$  表未定係數,  $\xi$  定義如 (2.1.5) 式, 而

$$\lambda \equiv 1 - \frac{\omega^2}{gh_1 k_y^2}. \quad (2.2.3)$$

當  $\lambda < 0$  時, (2.2.2) 代入 (2.1.2) 後代表兩個分別具有向岸和離岸方向分量行進的波的疊加, 此一現象和 edge waves 的定義不合, 故爲獲得 edge waves 的解, 必須  $\lambda > 0$  ( $\lambda = 0$  表振幅不會沿外海方向衰減, 故亦不考慮), 因此由 (2.2.3) 可獲得 edge waves 存在的臨界條件爲

$$\frac{\omega^2}{gh_1 k_y^2} = 1. \quad (2.2.4)$$

當  $\lambda > 0$  時, (2.2.2) 中的兩項分別代表振幅沿離岸方向指數衰減和指數增加的現象, 後者實際不可能, 故我們可確定  $D = 0$ , 因此得到

$$\eta = C \exp\left(-\lambda^{\frac{1}{2}}\xi/2\right). \quad (2.2.5)$$

在 (2.1.9) 和 (2.2.5) 中, 若  $k_y$  和  $A$  給定 (後者表 edge waves 在海岸線上的振幅), 則共有  $C$  和  $\omega$  兩個未知數, 故考慮  $\eta$  和  $\eta'$  兩者在斜坡區和等深區的交界面上皆須連續的條件, 即可獲得兩個方程式, 因此可決定  $C$  和  $\omega$  兩個未知數。此兩個方程式分別爲

$$\left. \begin{aligned} A \exp(-\xi_1/2) M(a, 1, \xi_1) - C \exp(-\lambda^{\frac{1}{2}}\xi_1/2) &= 0 \\ A \frac{d}{d\xi} [\exp(-\xi/2) M(a, 1, \xi)] \Big|_{\xi=\xi_1} - C \frac{d}{d\xi} [\exp(-\lambda^{\frac{1}{2}}\xi/2)] \Big|_{\xi=\xi_1} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2.6)$$

其中  $\xi_1 = 2k_y x_1$ 。由於上式可被視爲求解  $A$  和  $C$  的一組聯立線性方程式, 但爲 homogeneous, 故若它具有不爲零的解 (表 edge waves 存在), 其係數矩陣之行列式必須等於零, 此一等式即爲 edge waves 之離散關係式, 但它是  $\omega$  的隱函數, 因此只能使用代入法來計算不同的  $k_y$  值所對應的  $\omega$  值 (可能不止一個, 分別代表不同 modes 的 edge waves), 其結果如圖四所示。

當  $\omega$  值決定以後, 利用 (2.2.6) 中的任何一個方程式即可計算  $C$  值 (in terms of  $A$ ), 因此可決定 edge waves 的波形, 其結果我們將在下一節和 §2.1 的結果比較, 並加以討論。

### 2.3 比較及討論

圖四實際代表各種 mode 的 edge waves 之頻率  $\omega$  和波數  $k_y$  間的關係, 但表為  $-a$  和  $\xi_1$ , 故極易和 §2.1 中的 Eckart (1951) 之  $-a = n, n = 0, 1, 2, 3, \dots$  的解相比較。由圖四可以看出, 當  $\xi_1$  值 (因此  $k_y$  或  $x_1$  值) 增大時, Schäffer & Jonsson (1992) 的解趨近於 Eckart (1951) 者, 此一結果應不令人意外; 因我們可以考慮將  $k_y$  和  $\omega$  值固定 (參考 (2.1.10)), 然後由增加  $x_1$  值 (即斜坡的長度) 來達到增加  $\xi_1$  值的目的, 故此時在外海等深區內 edge waves 的振幅已變為極小, 因此等深區的存在對此 edge waves 的影響, 包括其離散關係式, 已很小。相反的, 當  $x_1$  值減小時, 此一 edge waves 將受到等深區內海底水平邊界的影響, 因此其波形和離散關係式皆改變, 故圖四中原垂直的實線即開始偏離  $-a = n$ , 且以漸進的方式趨近於由 (2.2.4) 式所代表的臨界條件。

圖四中的離散關係式的解, 因用無因次參數表示, 故適用於各種斜率的平面斜坡外接一各種深度的等深區地形, 如我們考慮在  $h_x = 0.05, x_1 = 1680 m$  的地形下所發生的週期為 160 秒的 edge waves, 則由圖四中代表週期為 160 秒等值線的虛線和實線的交叉情況可以看出, 在此種地形下, 只有第一個 mode 的 edge waves 之週期可為 160 秒 (其餘高階 modes 的 edge waves 之週期皆須較小), 此一結果在我們估計由 edge waves 所引發的港內海水振盪現象時須加以考慮。

由於圖四中的虛線和實線的交叉點位在後者仍屬垂直的部份, 表在目前所考慮的地形中, 其外海等深區雖使高階的週期為 160 秒的 edge waves 無法發生, 但它對可存在的最低階的 edge waves 之影響極小, 此點亦可由圖五的結果加以瞭解及驗證。

在圖五中我們針對  $h_x = 0.05, x_1 = 1680 m$  的地形, 應用 (2.2.6) 式, 先決定和  $\omega = 2\pi/160$  (rad/sec) 對應的  $k_y$  值, 再計算  $\eta$  的分佈, 其結果且和 Eckart (1951) 的解相比較。此兩種解在圖五中幾乎難以區分, 表在目前的情況下, 外海等深區的存在, 雖使高階的週期為 160 秒的 edge waves 無法發生, 但對可存在的最低階的週期同樣為 160 秒的 edge waves 之影響確極小。在圖五中我們亦將  $x = x_1$  的位置標示出, 因此可看出此種 edge waves 的振幅到了外海等深區已衰減至很小, 此點可解釋為何外海等深區對此一 mode 的 edge waves 之影響極小。

### 第三章 由 edge waves 引發港灣共振現象之數值模式

當 edge waves 的解已知後，我們即可在估計由 edge waves 所引發的港內海水振盪現象時，設定其入射波條件以及在斜坡區的外圍邊界上的邊界條件。爲達到此目的，我們假設港外的海底地形之剖面如圖二所示，故當我們考慮一個簡單的且爲等深的矩形港灣時，其入口附近將產生如圖一所顯示的階梯地形。在此種地形下，若採用淺水近似，則必須將階梯兩邊分開計算，再加以 matching，但其 matching condition 在港的入口很窄時，無法得知，因此我們目前直接解三維 Laplace equation，而非二維的長波方程式。

上述水深不連續的問題並不會影響我們將第二章所介紹的屬於淺水近似的 edge waves 的解應用在目前的模式中，此乃因這些解在模式中或將做爲港灣不存在（或港灣封閉）時的基礎波浪場，或將應用在離港口甚遠的近岸斜坡區，其詳細情況可由以下的討論獲得瞭解。

#### 3.1 理論分析

基於以上考量，目前我們針對圖一的地形，求解三維 Laplace equation

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \quad (3.1.1)$$

其中  $\phi$  表流速勢。此時在第二章所介紹的 edge waves 之水面位移  $\zeta$  的解，可應用線性波在自由表面上的動力邊界條件

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\zeta = 0 \quad \text{at} \quad z = 0, \quad (3.1.2)$$

並考慮這些淺水近似解之  $\partial \phi / \partial z \approx 0$ ，因此獲得入射的 edge waves 之流速勢，表爲  $\phi_i$ ，此一函數可近似滿足 (3.1.1) 式。

此一沿海岸線行進的入射波，當行進至港的入口時，一部份能量將進入港內，然後再由港內向外散射，故原來的入射波，在通過港口後，一部份能量將損失，甚至其相位亦可能發生變化。所有這些因港的存在而對  $\phi_i$  所產生的修正項，可用一個所謂的輻射波函數 (radiated wave function)  $\phi_r$  來代表，因此在港外的流速勢實際爲

$$\phi = \phi_i + \phi_r. \quad (3.1.3)$$



由於  $\phi_i$  已知，故在港外我們可僅求解  $\phi_r$ ，而在港內則無法且無須做此劃分。另外，由於  $\phi$  和  $\phi_i$  皆滿足 Laplace equation，且後者為線性，故  $\phi_r$  亦須滿足 Laplace equation。

上述安排原為 Lautenbacher(1970) 和 Lee(1971) 等人所採行，其目的為使  $\phi_r$  在無窮遠因能量擴散而趨近於零，因此可將外圍邊界定在無窮遠而加以忽略。目前因  $\phi_r$  亦含 edge waves，後者因能量被 trapped 在岸邊，故在無窮遠亦不消失，因此我們仍需考慮外圍邊界上的條件，但上述安排仍有助於我們求解由 edge waves 所引發的港內和港外的振盪。

圖六即顯示我們目前所選擇的外圍邊界之平面圖，其中  $\overline{AB}$  和  $\overline{EF}$  表位在斜坡上的外圍邊界， $\overline{BCDE}$  則位在等深區內。由於由港內向外輻射的波，若不能形成各種 modes 的 edge waves，則經過折射及反射後，終將向外海行進，故在離港口無窮遠的斜坡區內， $\phi_r$  應僅含 edge waves，因此在此區域， $\phi_r$  可表為

$$\phi_r = \sum_{n=1}^M a_n f_n(x, y, z, t), \quad (3.1.4)$$

其中  $M$  表在目前地形下所有可能發生的和入射的 edge waves 有相同週期的 edge waves 之 modes 的總數， $f_n$  則為這些 edge waves 之流速勢（其振幅已標準化），兩者皆可由上一章的理論獲得，而  $a_n$  則代表未定的係數。

由於在 (3.1.4) 中的  $f_n$  皆為由港口向外輻射的 edge waves，故它們行進的方向皆為離開港口的方向，因此當我們應用 (3.1.4) 來決定在足夠遠的  $\overline{AB}$  和  $\overline{EF}$  上各點的  $\phi_r$  和  $\partial\phi_r/\partial y$  之間的關係式時（其方法將在下一節討論），不會因在同一點上有行進方向相反，但其餘狀況相同之兩列 edge waves 同時存在，而無法決定此一關係的現象。此一關係式即為在斜坡區的 radiation condition。

另一方面，在距離港口無窮遠的等深區內，除了在緊鄰斜坡區附近有振幅已相當小，且以指數型態繼續衰減（見 (2.2.5)）的 edge waves 的運動外，在其餘廣闊海域內的輻射波仍應滿足 Sommerfeld radiation condition

$$\lim_{kr \rightarrow \infty} (kr)^{1/2} \left( \frac{\partial}{\partial r} - ik \right) \phi_r = 0, \quad (3.1.5)$$

其中  $(r, \theta)$  表圖六中的極座標， $k$  表週期為  $\omega$  的輻射波在等深區內的波數之量（為定值且為已知），因此若外圍邊界  $\overline{BCDE}$  離港口足夠遠，我們可將其邊界條件近似表為

$$\left( \frac{\partial}{\partial r} - ik \right) \phi_r = 0. \quad (3.1.6)$$

以上討論即解決如何在開放邊界上設定其邊界條件的問題，而在自由表面上，由於  $\phi_i$  可近似滿足線性波在此表面上的邊界條件，故  $\phi_r$  亦須滿足

$$\omega^2 \phi_r = g \frac{\partial \phi_r}{\partial z} \quad \text{at} \quad z = 0. \quad (3.1.7)$$

同理，在固定的海底底床上， $\phi_r$  亦須滿足

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = 0 \quad \text{at} \quad z = -h, \quad (3.1.8)$$

其中  $\partial/\partial n$  表沿垂直底床（或其他邊界）方向之微分運算。

上述兩個邊界條件亦為港內的流速勢  $\phi$  之邊界條件，且在港內的垂直岸壁上，其邊界條件亦為  $\partial\phi/\partial n = 0$ ，因此我們目前已將一個封閉的邊界上之所有邊界條件加以設定。然而由於  $\phi$  和  $\phi_r$  不相同（雖兩者皆滿足 Laplace equation），故我們必須將港內和港外分開處理，再加以 matching，其 matching condition 僅簡單為港內和港外的  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  兩者在其交界面上須連續的條件。

需強調的是港內和港外的交界面目前定義為由圖一中的  $A, B, C, D$  四點所連成的平面。由於在此平面上  $\partial\phi_i/\partial n \approx 0$ ，故由 (3.1.3) 可知，在此平面上港內的  $\partial\phi/\partial n$  和港外的  $\partial\phi_r/\partial n$  量須相等。另一方面，儘管港內的  $\phi$  和港外的  $\phi_r$  在交界面上相差一個  $\phi_i$  值，但因  $\phi_i$  在此交界面上的值已知，故可輕易完成 matching 的工作。此一 matching condition 且為 exact。

## 3.2 數值方法

經由以上分析，目前我們已建立為估計由 edge waves 所引發的港灣共振現象所需的各項公式，故接下來我們即可求其解。由於目前的控制方程式為三維的 Laplace equation，再加上港外的水深為非等深，故即使在一個如圖一所示的規則地形裡，仍無法獲得其解析解，必須求其數值解。

解三維 Laplace equation 的數值方法有很多種，包括有限差分 and 有限元素法，但因 (3.1.4) 和 (3.1.6) 只能應用在離港口足夠遠的邊界上，故我們必須在一個廣大的海域內求 (3.1.1) 的數值解，而上述兩種方法所需的節點數是和體積成正比，故不易在一記憶容量有限的 PC 上實施。另一種解 Laplace equation 的數值方法為邊界元素法，它可以將原來的三維微分方程先轉換為二維邊界積分方程式，再進行離散化，因此可節省電腦記憶容量。此外，邊界元素法亦可用一種自然的方式處理邊界上的問題，故很適合我們將整個流場劃分為許多個分區，再將它們在交界面上 matching，因此我們目前採用多區域邊界元素法 (multizone

boundary element method) 解 (3.1.1) 式, 此一方法, 再配合一種壓縮的處理, 可節省更多電腦記憶容量, 其詳細說明可參考 Kane (1994)。

首先由 Green's theorem 可知, 任何兩個在空間上為合理分佈之純量函數  $a$  和  $b$  可滿足下面的恆等式

$$\int_V (b \nabla^2 a - a \nabla^2 b) dV = \int_S (b \nabla a \cdot \mathbf{n} - a \nabla b \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (3.2.1)$$

其中  $S$  表一個封閉的面,  $V$  表  $S$  所包含的體積,  $\mathbf{n}$  表垂直  $S$  且向外之單位向量。接下來我們選擇港內的  $\phi$  或港外的  $\phi_r$  為  $b$ , 且選擇

$$a = \phi^* = 1/4\pi r, \quad r = |\mathbf{x} - \mathbf{d}|, \quad (3.2.2)$$

其中  $\mathbf{x}$  表空間各點的位置向量,  $\mathbf{d}$  表某一個固定點的位置向量。由於  $\phi^*$  滿足

$$\nabla^2 \phi^* = \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} = -\delta(\mathbf{x} - \mathbf{d})$$

(故稱為 fundamental solution), 其中  $\delta$  表 Dirac delta function, 故將  $\phi$  或  $\phi_r$  以及  $\phi^*$  代入 (3.2.1) 後可分別得到

$$-c\phi(\mathbf{d}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \phi \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial n} \right] dS \quad (3.2.3)$$

或

$$-c\phi_r(\mathbf{d}) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ \phi_r \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_r}{\partial n} \right] dS \quad (3.2.4)$$

而  $c$  的值則隨  $\mathbf{d}$  的位置不同分別為

$$c = \begin{cases} 0, & \mathbf{x} \text{ is outside } S; \\ 1, & \mathbf{x} \text{ is inside } S; \\ \frac{1}{2}, & \mathbf{x} \text{ is on a smooth portion of } S; \\ \frac{\theta}{4\pi}, & \mathbf{x} \text{ is at a sharp corner on } S. \end{cases}$$

其中  $\theta$  表上述 sharp corner 之 solid angle。

為求積分方程式 (3.2.3) 中的未知函數  $\phi$  之近似解, 可將邊界  $S$  分成許多較小的面 (稱為 boundary elements), 且在每一個 element 內將  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  的變化分別用一組多項式內插函數做為近似, 這些內插函數的形式可由 element

的形狀以及節點的數目和位置來決定，目前我們選擇 six-node triangular elements, 其公式及說明可見於 Kane (1994)。

將上述  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  的分佈之近似代入 (3.2.3) 後，由於做為各內插函數之係數的各節點上的  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  值可移到積分符號外，而剩下的被積分函數皆為已知，因此應用數值方法將它們積分後，可得一個以各節點上的  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  值為未知數的純代數式，且為一線性方程式。若我們進一步將 (3.2.3) 中的  $d$  選擇為每一個節點的位置，則當  $S$  上共有  $N$  個節點時，我們最終可獲得一組  $N \times N$  聯立線性方程式，表為

$$\sum_{j=1}^N H_{ij}\phi_j - \sum_{j=1}^N G_{ij} \left( \frac{\partial\phi}{\partial n} \right)_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

或表為矩陣的形式

$$[H]\{\phi\} - [G]\left\{\frac{\partial\phi}{\partial n}\right\} = 0, \quad (3.2.5)$$

其中  $[\cdot]$  表矩陣， $\{\cdot\}$  表行向量 (column vector)。

上式即為決定港內邊界上各節點之  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  值的代數式，應用相同的過程亦可由 (3.2.4) 獲得一組適用於港外的更大 (因節點數較多) 的聯立線性方程式

$$[H_r]\{\phi_r\} - [G_r]\left\{\frac{\partial\phi_r}{\partial n}\right\} = 0. \quad (3.2.6)$$

接下來我們將 (3.2.5) 中的矩陣之行與列做一些調換後再加以劃分，其結果可表為以下的 blocked matrix equation 的形式

$$\begin{bmatrix} [H_{MM}] & [H_{MC}] \\ [H_{CM}] & [H_{CC}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi)_M\} \\ \{(\phi)_C\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_{MM}] & [G_{MC}] \\ [G_{CM}] & [G_{CC}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi/\partial n)_M\} \\ \{(\partial\phi/\partial n)_C\} \end{Bmatrix}, \quad (3.2.7a, b)$$

其中  $\{(\phi)_M\}$  和  $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$  僅含港內和港外交界面上各節點的值，而  $\{(\phi)_C\}$  和  $\{(\partial\phi/\partial n)_C\}$  則包含港內其他邊界上各節點的值，而在這些邊界上的邊界條件已在 (3.1.7) 和 (3.1.8) 中給定，故應用它們可以將  $\{(\partial\phi/\partial n)_C\}$  內的所有元素或用  $\{(\phi)_C\}$  中的元素表示，或消去，因此在代入上述邊界條件後，上式中做為  $\{(\partial\phi/\partial n)_C\}$  的係數之  $[G_{MC}]$  和  $[G_{CC}]$  中的元素或併入  $[H_{MC}]$  和  $[H_{CC}]$ ，或直接以零取代，因此由 (3.2.7b)

$$\{(\phi)_C\} = [H_{CC}]^{-1} ([G_{CM}]\{(\partial\phi/\partial n)_M\} - [H_{CM}]\{(\phi)_M\}). \quad (3.2.8)$$

將上式代入 (3.2.7a) 可得

$$[F]\{(\phi)_M\} = [E]\{(\partial\phi/\partial n)_M\}, \quad (3.2.9)$$

其中

$$[F] = [H_{MM}] - [H_{MC}][H_{CC}]^{-1}[H_{CM}], \quad (3.2.10)$$

$$[E] = [G_{MM}] - [H_{MC}][H_{CC}]^{-1}[G_{CM}]. \quad (3.2.11)$$

由於 (3.2.9) 式中所有的未知數皆為港內和港外交界面上各節點的值，故若將港外的 (3.2.6) 式亦做類似的處理，並應用 (3.1.3) 式及 matching condition，則我們可獲得  $\{(\phi)_M\}$  和  $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$  的另一個方程式，因此可求出此兩個未知向量的解。當求出  $\{(\phi)_M\}$  和  $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$  的解以後，即可應用 (3.2.8) 計算港內邊界上各節點的值，且應用一類似的方程式決定港外邊界上各節點的值。

上述這種由原來一組較大的數學模式 (如 (3.2.7) 式) 產生一組較小的模式 (如 (3.2.9) 式)，代表一種壓縮過程 (condensation or substructuring)，此一過程，再加上我們將港內和港外分開處理再 match，即為 Kane (1994) 所介紹的 multizone analysis with substructures。此一方法在邊界元素法中可自然實施，且極適合求解目前的物理現象，而在下一節我們將更充分應用此一方法來節省電腦記憶容量及 CPU 時間。

為了由適用於港外的 (3.2.6) 式導出一僅含港內和港外交界面上各節點的  $\phi_r$  和  $\partial\phi_r/\partial n$  值做為未知數的聯立方程式，除需應用在自由表面和海底的邊界條件 (3.1.7) 和 (3.1.8) 式外，尚需應用外圍邊界上的條件 (3.1.4) 和 (3.1.6)，後者可直接被用來將在等深區的外圍邊界上的  $\partial\phi_r/\partial n$  用  $ik_n\phi_r$  表示，其中  $k_n$  表  $k$  在垂直外圍邊界的方向上的分量。而在斜坡區，為應用 (3.1.4)，我們可將外圍邊界上的節點，每  $M$  個 (此  $M$  和 (3.2.7)-(3.2.11) 中的  $M$  性質不同，故應不會混淆) 分成一組，故對任何一組節點，可將它們的  $\phi_r$  和  $\partial\phi_r/\partial n$  值表為

$$\{\phi_r\} \approx [C]\{a\}, \quad \left\{\frac{\partial\phi_r}{\partial n}\right\} \approx [D]\{a\}, \quad (3.2.12a, b)$$

其中  $M \times M$  矩陣  $[C]$  和  $[D]$  中的元素可由 (3.1.4) 式中的已知函數  $f_n$  及各節點的位置完全決定，但  $\{a\}$  未知，但由 (3.2.12a)

$$\{a\} \approx [C]^{-1}\{\phi_r\}.$$

代入 (3.2.12b) 後可得  $\phi_r$  和  $\partial\phi_r/\partial n$  的關係式

$$\left\{\frac{\partial\phi_r}{\partial n}\right\} \approx [D][C]^{-1}\{\phi_r\}. \quad (3.2.13)$$

因此 (3.1.4) 確可被用來決定位在斜坡區的外圍邊界上的邊界條件之近似。故我們如今亦可根據相同的步驟，將 (3.2.6) 壓縮為

$$[F_r]\{(\phi_r)_M\} = [E_r]\{(\partial\phi_r/\partial n)_M\}, \quad (3.2.14)$$

其中  $\{(\phi_r)_M\}$  和  $\{(\partial\phi_r/\partial n)_M\}$  僅含港內和港外交界面上各節點的值，而  $[F_r]$  和  $[E_r]$  的定義則和 (3.2.10) 及 (3.2.11) 類似，僅  $H$  和  $G$  用  $H_r$  和  $G_r$  取代。

在 (3.2.9) 和 (3.2.14) 中的未知向量僅含港內和港外交界面上各節點之  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  及  $\phi_r$  和  $\partial\phi_r/\partial n$ ，由於  $\phi = \phi_i + \phi_r$ ，且  $\phi$  和  $\partial\phi/\partial n$  兩者在交界面上皆必須連續，故由 (3.2.14) 和 (3.1.3) 我們先獲得

$$\{(\partial\phi/\partial n)_M\} = \{(\partial\phi_i/\partial n)_M\} + [E_r]^{-1}[F_r]\{(\phi)_M\} - \{(\phi_i)_M\}. \quad (3.2.15)$$

將其代入 (3.2.9)，並留意上式中的  $\partial/\partial n$  和 (3.2.9) 中的  $\partial/\partial n$  相差一個正負號（因在交界面的任何一點上，港內區和港外區的垂直向外的方向為相反），即可獲得

$$[M_1]\{(\phi)_M\} = [M_2]\{(\phi_i)_M\} + [M_3]\{(\partial\phi_i/\partial n)_M\}, \quad (3.2.16)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} [M_1] &= [F] + [E][E_r]^{-1}[F_r] \\ [M_2] &= [E][E_r]^{-1}[F_r] \\ [M_3] &= [E] \end{aligned} \right\} \quad (3.2.17)$$

在 (3.2.16) 之等號右邊的項如今皆已知，且係數矩陣  $[M_1]$  亦已知，故由 (3.2.16) 可計算  $\{(\phi)_M\}$ ，再將其代入 (3.2.15) 則可獲得  $\{(\partial\phi/\partial n)_M\}$ ，最後將兩者代入 (3.2.8) 即可計算港內所有邊界上各節點的  $\phi$  值，因而得到由入射的 edge waves 引發港內振盪之放大率  $R$ ，後者我們定義為在港內頂端中點（即圖六中的  $P$  點）之  $|\phi|$  和在海岸線上（ $x = 0$ ）之  $|\phi_i|$  的比值。由於  $\phi$  和  $\phi_i$  目前皆為複數，故其絕對值表振幅。

### 3.3 分區及壓縮

理論上，應用上述的方法即可估算由 edge waves 所引發的港灣振盪現象，但因模式中所使用的邊界條件 (3.1.4) 和 (3.1.6)，只能在外圍邊界離港口足夠遠時方可應用，否則將產生如 numerical reflection 等現象，故上述方法須在一廣大領域內實施方可獲得可信賴的解，再加上各節點的距離不可過大，因此若直接使用上述方法，則 (3.2.6) 中的矩陣  $[H_r]$  和  $[G_r]$  將因階數太大，而無法一次存放於一個 PC 的記憶體內，故目前我們有必要更充分應用分區和壓縮的技術來發展模式。

首先將港外地區如圖七所示分成很多小區域，然後由第一小區開始，應用上一節所描述的壓縮法獲得

$$[F_r^1]\{(\phi_r^1)_M\} = [E_r^1]\{(\partial\phi_r^1/\partial n)_M\}, \quad (3.3.1)$$

其中  $\{(\phi_r^1)_M\}$  和  $\{(\partial\phi_r^1/\partial n)_M\}$  僅含第一區和第二區交界面上各節點的值。此時第一區的  $[H_r^1]$  和  $[G_r^1]$  即不需保留，故它們在電腦記憶體中的位置可由第二區的  $[H_r^2]$  和  $[G_r^2]$  取代，再壓縮獲得

$$[F_r^2]\{(\phi_r^2)_M\} = [E_r^2]\{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}, \quad (3.3.2)$$

但此時  $\{(\phi_r^2)_M\}$  和  $\{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}$  中不僅包含第一區和第二區交界面上各節點的值，尚含第二區和第三區交界面上的值（因在此兩個面上均無邊界條件可資應用）。由於 (3.3.1) 中的所有未知數和 (3.3.2) 中的一半的未知數互相對應（即代表相同點上的值），故我們可應用在各點上的解需連續的條件將 (3.3.1) 和 (3.3.2) 結合成一組「聯立」方程式，其方法如下。

首先將 (3.3.2) 內每一個方程式中所含的項劃分為

$$\begin{bmatrix} [F_r^2]_{23} & [F_r^2]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^2)_M\}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [E_r^2]_{23} & [E_r^2]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{23} \\ \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix}$$

其中雙下註標 12 表在一區和二區交界面上各節點的值及其係數，而雙下註標 23 則為二區和三區交界面上的值及係數。此時 (3.3.1) 則可比照上式改寫為

$$\begin{bmatrix} [0] & [F_r^1]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^1)_M\}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [E_r^1]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{(\partial\phi_r^1/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix},$$

其中  $[0]$  代表所有元素皆為零的零矩陣,  $\{0\}$  則表零向量。將  $\{(\partial\phi_r/\partial n)_M\}_{12}$  搬到等號左邊, 則上兩式可分別改寫為

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [F_r^2]_{23} & [F_r^2]_{12} & -[E_r^2]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^2)_M\}_{12} \\ \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [E_r^2]_{23} & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{23} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

和

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [0] & [F_r^1]_{12} & -[E_r^1]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^1)_M\}_{12} \\ \{(\partial\phi_r^1/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

上兩式等號左邊的未知向量目前仍不相同, 但因

$$\{(\phi_r^1)_M\}_{12} = \{(\phi_r^2)_M\}_{12}, \quad \{(\partial\phi_r^1/\partial n)_M\}_{12} = -\{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{12},$$

故 (3.3.4) 又可改寫為

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [0] & [F_r^1]_{12} & +[E_r^1]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^2)_M\}_{12} \\ \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.3.5)$$



此時其等號左邊的未知向量已和 (3.3.3) 相同, 因此可將 (3.3.3) 和 (3.3.5) 結合形成一單一聯立方程式

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} [F_r^2]_{23} & [F_r^2]_{12} & -[E_r^2]_{12} \\ [0] & [F_r^1]_{12} & +[E_r^1]_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi_r^2)_M\}_{23} \\ \{(\phi_r^2)_M\}_{12} \\ \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{12} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} [E_r^2]_{23} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}_{23} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}.
 \end{aligned}$$

上式之等號左右兩邊的矩陣, 其左上角部份皆為第二區和第三區交界面上未知數的係數, 且不需做任何調整, 上式即可劃分為 (3.2.7) 的形式, 且其  $[G_{MC}]$  和  $[G_{CC}]$  已為零矩陣, 故上式可經由導出 (3.2.9) 的過程再度被壓縮為 (3.3.2) 的形式, 但此時  $\{(\phi_r^2)_M\}$  和  $\{(\partial\phi_r^2/\partial n)_M\}$  僅含第二區和第三區交界面上的值, 因此和 (3.3.1) 的僅含第一區和第二區交界面上的值的情況類似, 故我們接下來可考慮第三區, 並重複以上的步驟, 如此連續的壓縮, 最後獲得一可適用於圖七中的第五區和第十一區交界面上各節點的類似於 (3.3.1) 的方程式。同理亦可獲得適用於第十區和第十一區交界面上的方程式。此兩個方程式可被視為解十一區和十二區內波浪場的邊界條件, 因此我們最後只需針對此一小範圍, 應用§3.2的方法估計港內和港外的振盪, 因此可節省大量電腦記憶容量。

上述處理另一個好處是, 當我們針對某一固定頻率之入射 edge waves, 測試各種不同形狀港灣之放大率時, 由於邊界條件 (3.1.6)-(3.1.8) 及 (3.2.13) 式, 包括其內的參數, 皆不變, 故應用本節的方法所獲得的結果可重複使用, 因此亦可達到節省時間的目的。

## 第四章 結果及討論

應用上述模式之早期版本所做的計算，其結果已顯示在徐 (2001) 之圖十內，但因當時尚未採用連續壓縮的技術，故無法驗證在這些計算中，radiation conditions (3.1.6) 和 (3.2.13) 是否可準確地應用在其外圍邊界上，因此其結果僅能顯示 edge waves 確可引發港灣共振，但無法準確決定其強度。為從事上述的驗證，我們目前採用 Mei (1978,1983) 所描述的方法，亦即先將上述的 radiation conditions 應用在一廣大海域之外圍邊界上，然後將計算結果和在一更大海域內計算所獲得的結果相比，且重複以上步驟，看這些結果是否收斂。此一作法最早由 Chenult (1970), Newton et al. (1974) 和 Bai (1972, 1975) 等人所採用。

為達到上述目的，我們目前定  $h_x = 0.05$ ,  $\omega = 2\pi/160 = 0.03927 \text{ rad/sec}$ ，且定圖二中的  $x_1 = 1680 \text{ m}$  (因此  $h_1 = 84 \text{ m}$ )。後者和徐 (2001) 中的  $x_1$  相差 80 m 的原因乃為，目前的模式已修改為可在岸邊採用間距較小的網格，因此當外海的節點間的距離定為 100 m 時，在岸邊的前五個節點間的距離被設定為 20 m (因考慮 edge waves 在岸邊變化較大)。而在沿海岸線方向上，依距離港的入口的遠近，在不同的分區亦採用不同的間距，分別為 11.6 m, 20 m, 42.2 m, 及 100 m。

由於在上述地形中，僅第一 mode 的 edge waves 之週期可為 160 秒 (見圖四)，故在 (3.1.4) 之等號右邊如今僅含一項，因此聯立方程式 (3.2.13) 如今可化簡為

$$\frac{\partial \phi_r}{\partial n} = ik_y \phi_r, \quad (4.1)$$

其中  $k_y$  值可直接由 (2.1.10) 決定 (因如前所述，在目前的地形下，第一 mode 的 edge waves 受外海等深區的影響極微)。

另一方面，港內的水深定為 24 m，長度定為 600 m，寬度則定為 116 m。此一長寬比雖和 Ippen & Goda (1963) 及 Lee (1971) 的實驗和理論計算中所採用者相同，但因目前的情況和他們所考慮的港外等水深及垂直入射波的情況大不相同，故無法將他們的結果和目前所獲得者認真加以比較，僅能做為參考。

當上述條件設定後，我們即針對不同大小的領域 (即改變圖六中  $L$  的值)，應用目前的模式分別加以計算。圖八即顯示在不同的  $L$  值情況下所獲得的港內振盪的放大率  $R$ ，此放大率在  $L$  值較小時有較大的變化，表將原本適用於無窮遠的 radiation conditions 應用在距離不夠遠的外圍邊界上，可能產生較大的誤差，但由圖八我們可以看出，當外圍邊界距離港的入口約四個波長時， $R$  的估計值的

變化幅度已縮小，此一現象，並考慮  $R$  值在整個  $L$  值的變化範圍內僅在一個平均值的上下振盪，應足以顯示目前的模式的正確性。

爲了要更明確的證實此點，需將圖八的結果延伸至  $L$  值更大的情況，觀察其  $R$  值的變化幅度是否更縮小，且最終是否收斂到某一個定值。此一過程仍可在一 PC 上進行，但極費時（但一旦收斂後，即可如第三章最後所述，將一部份結果重複應用於估計不同形狀港灣之放大率，此時所需的時間僅爲原來的 1% 到 2%），故留待下一階段實施。

最後我們指出，當圖八中的平均值爲 3.1 時，由 Ippen & Goda (1963) 和 Lee (1971) 的理論所估計的值約爲 3.6 (Lee (1971) 的實驗值亦近似如此)，但誠如我們前面所說，此一數字雖極可信，但無法被用來和目前的結果相比，因此僅能做爲參考。

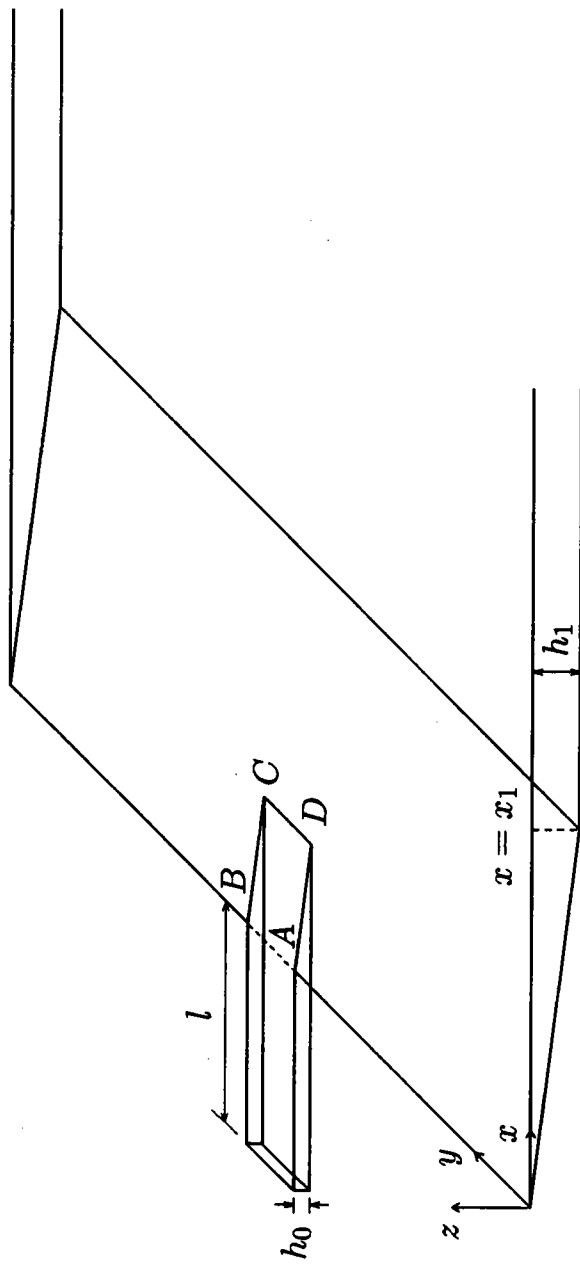
## 誌 謝

本文作者萬分感謝 Professor Phillips 對本問題所提供的指導與建議, 包括提醒作者應十分小心避免在邊界上產生 numerical reflection。作者亦感謝黃鐸教授對台灣東岸的 edge waves 此一議題所提供的寶貴意見。另外, 陳炫杉教授所寄的論文和電腦程式及陳冠宇博士所推薦的論文對作者亦有很大的幫助, 故特表謝意。最後需指出的是, 本研究的基本構想曾參考張金機主任所轉述的梅強中教授之「花蓮港的共振可能是由 edge waves 所引發」的建議, 特此誌謝。

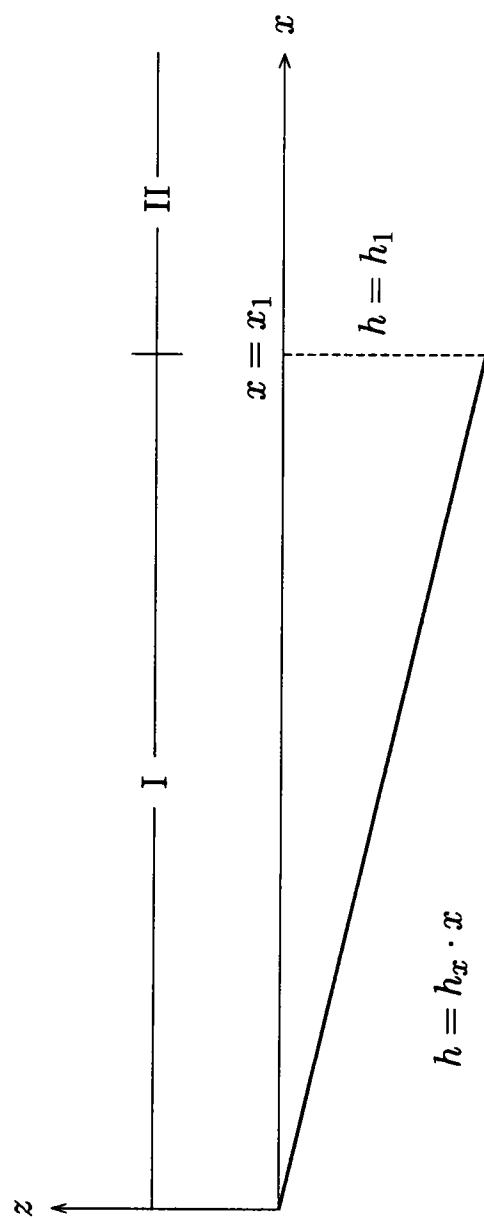
## 參考文獻

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1972) **Handbook of Mathematical Functions**. Dover, New York.
- Bai, K. J. (1972) A variational method in potential flow with a free surface. PhD thesis. Univ. Calif., Berkeley. 137 pp.
- Bai, K. J. (1975) Diffraction of oblique waves by an infinite cylinder. *J. Fluid Mech.*, 68: 513-35.
- Chen, H. S. & Mei, C. C. (1974a) Oscillations and wave forces in an offshore harbor. Parsons Lab., M.I.T. T.R. no. 190.
- Chen, H. S. & Mei, C. C. (1974b) Oscillations and wave forces in a man-made harbor in the open sea. *Proc. 10th Symp Naval Hydrodyn.*, Office of Naval Research, 573-594.
- Chenault, D. W. (1970) Motion of a ship at the free surface. M.S. thesis. Naval Post Grad. Sch., Monterey, Calif.
- Eckart, C. (1951) Surface waves on water of variable depth. Wave Rep. 100, Scripps Inst. of Oceanogr., Univ. of California, La Jolla.
- Hwang, L.-S. & Tuck, E. O. (1970) On the oscillations of harbours of arbitrary shape. *J. Fluid Mech.*, 42: 447-464.
- Ippen, A. T. & Goda, Y. (1963) Wave-induced oscillations in harbours: the solution for a rectangular harbour connected to the open-sea. Hydrodynamics Lab., M.I.T. T.R. no. 59.
- Kane, J. H. (1994) **Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- Lautenbacher, C. C. (1970) Gravity wave refraction by island. *J. Fluid Mech.*, 41: 655-672.
- Lee, J.-J. (1971) Wave-induced oscillations in harbours of arbitrary geometry. *J. Fluid Mech.*, 45: 375-394.
- Liu, P. L.-F. (1989) A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf. *J. Fluid Mech.*, 205: 163-170.
- Mei, C. C. (1978) Numerical methods in water-wave diffraction and radiation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10: 393-416.
- Mei, C. C. (1983) **The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves**. Wiley, New York.
- Mei, C. C. & Benmoussa, C. (1984) Long waves induced by short-wave

- groups over an uneven bottom. *J. Fluid Mech.*, 139: 219-235.
- Mei, C. C. & Chen, H. S. (1975) Hybrid element method for water waves. *Symp. on Modeling tech.*, 2nd Annual Symposium of the Waterways Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, 1: 63-81.
- Miles, J. & Munk, W. (1961) Harbor paradox. *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, *J. Waterways Harbor Div.* 87: 111-130.
- Molin, B. (1982) On the generation of long-period second order free waves due to changes in the bottom profile. *Ship. Res. Inst. Rep.*, 68, Tokyo, Japan.
- Munk, W. H. (1949) Surf beats. *Trans. Am. Geophys. Union*, 30: 849-854.
- Newton, R. E., Chenault, D. W., II & Smith, D. A., Jr. (1974) Finite element solution for added mass and damping. *Finite Element Methods in Flow Problems*, ed. J. T. Oden et al., pp. 159-70. Huntsville, Alabama: UAH Press.
- Schäffer, H. A. (1993) Infragravity waves induced by short-wave groups. *J. Fluid Mech.*, 247: 551-588.
- Schäffer, H. A. (1994) Edge waves forced by short-wave groups. *J. Fluid Mech.*, 259: 125-148.
- Schäffer, H. A. & Jonsson, I. G. (1992) Edge waves revisited. *Coastal Eng.*, 16: 349-368.
- Symonds, G., Huntley, G. A. & Bowen, A. J. (1982) Two dimensional surf beats: long wave generation by a time-varying break point. *J. Geophys. Res.*, 87: 492-498.
- Tucker, M. J. (1950) Surf beats: sea waves of 1 to 5 min. period. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 202: 565-573.
- Ünlüata, Ü & Mei, C. C. (1973) Long wave excitation in harbors-an analytic study. Dept. of Civ. Engrg, M.I.T. T.R. no. 171.
- 曾相茂 (1996) 花蓮港港灣設施改善計畫之研究—現場海氣象調查, 期末報告, 港灣技術研究所。
- 蘇青和、蔡丁貴、張金機 (1996) 花蓮港港灣設施改善計畫之研究—數值模擬, 期末報告, 港灣技術研究所。
- 簡仲璟、曾相茂 (1998) 台灣海域海氣象現場調查與即時回報系統建立之應用研究, 港灣技術研究所。
- 徐進華 (1995) 長波非線性效應研究, 港灣技術研究所。
- 徐進華 (1996) 花蓮和蘇澳港附近長波研究, 港灣技術研究所。
- 徐進華 (2001) 花蓮港港內和港外長波數值模式研究, 港灣技術研究中心。

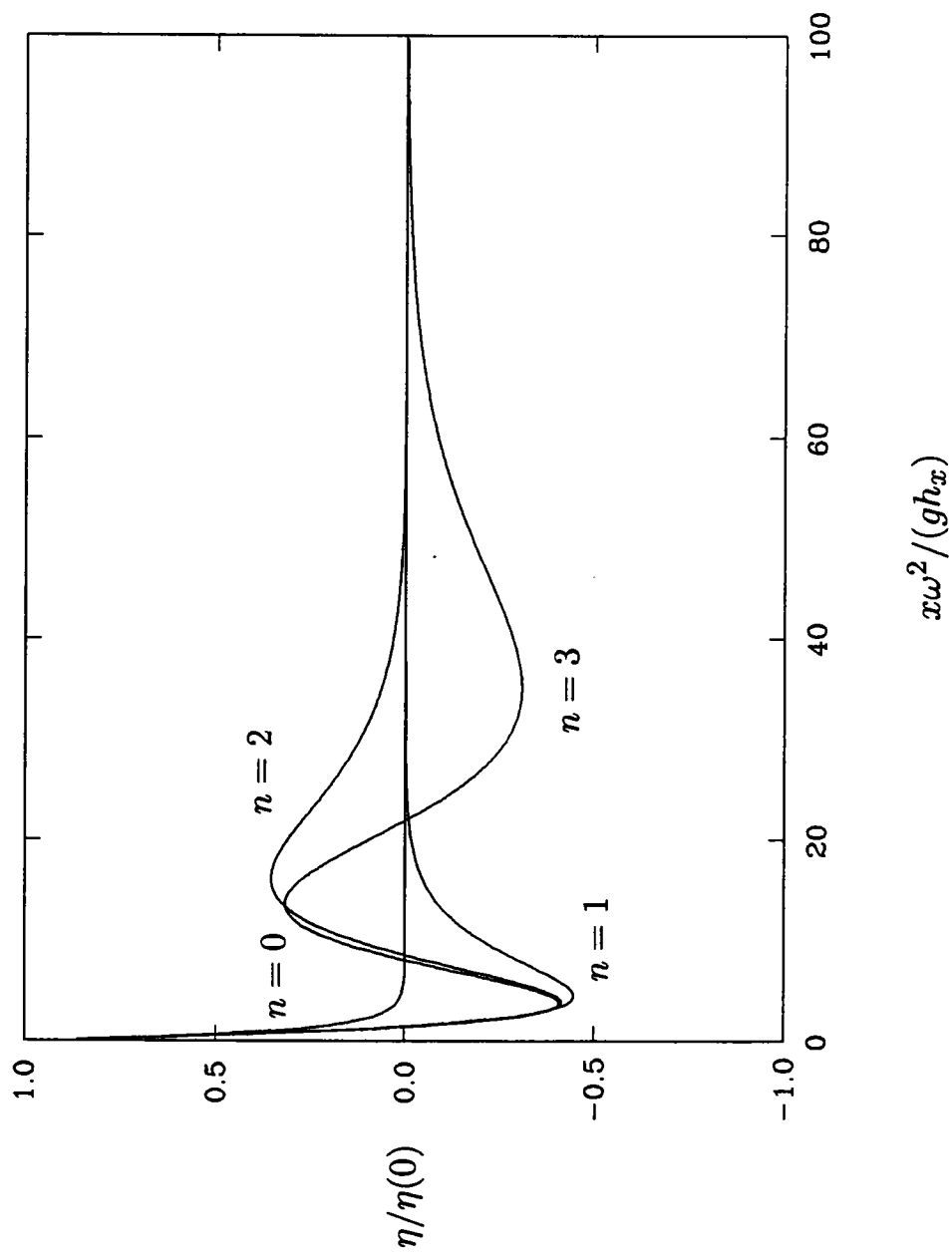


圖一、港內及港外海底地形圖。

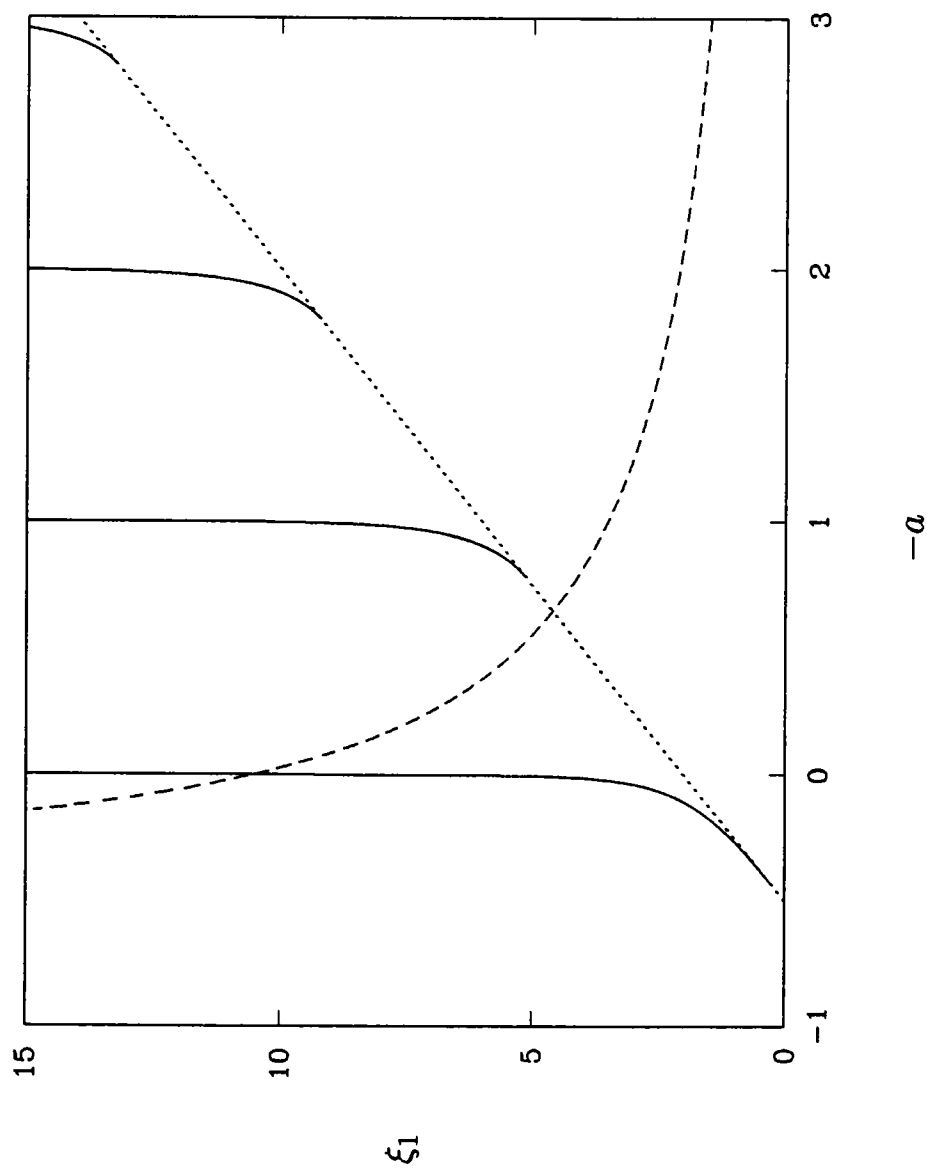


圖二、港外海底地形斷面圖。

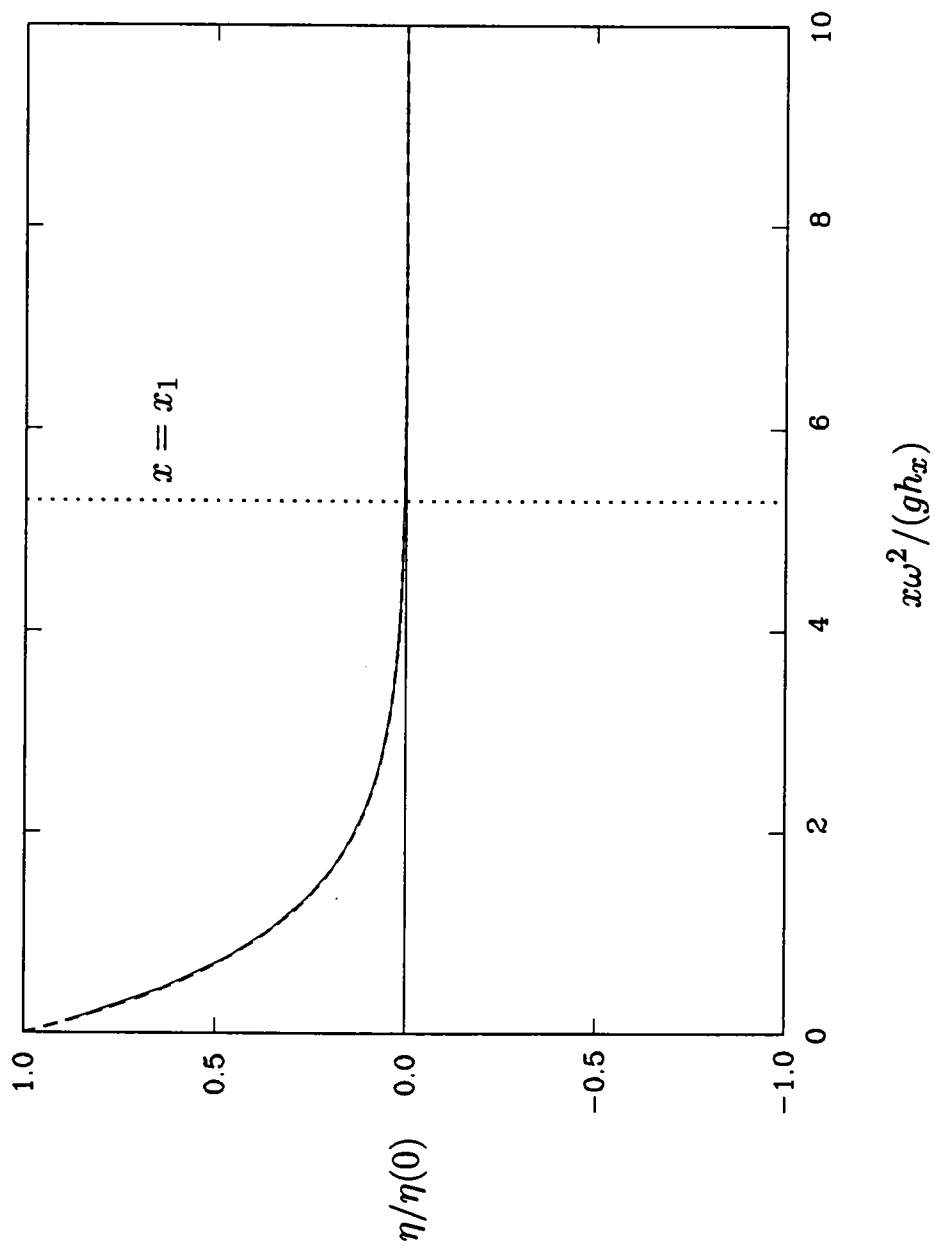




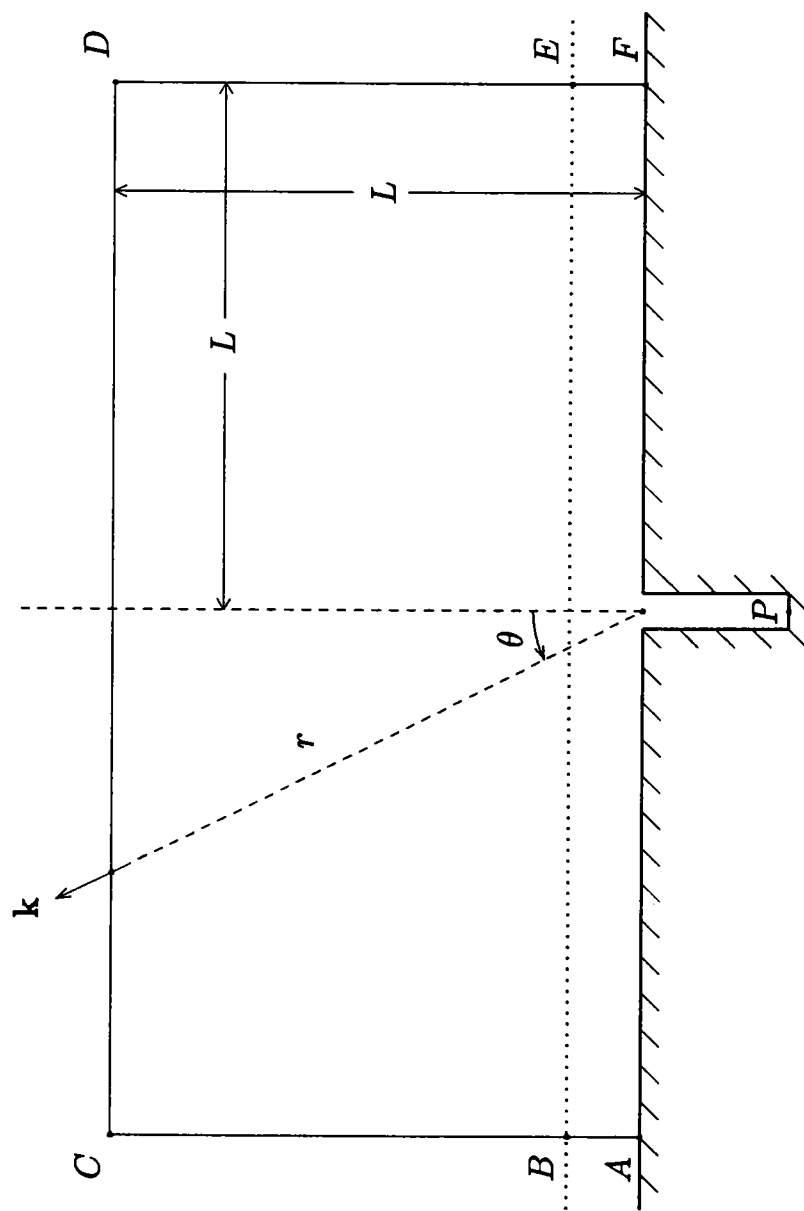
圖三、Eckart (1951) 之 edge waves 的解。



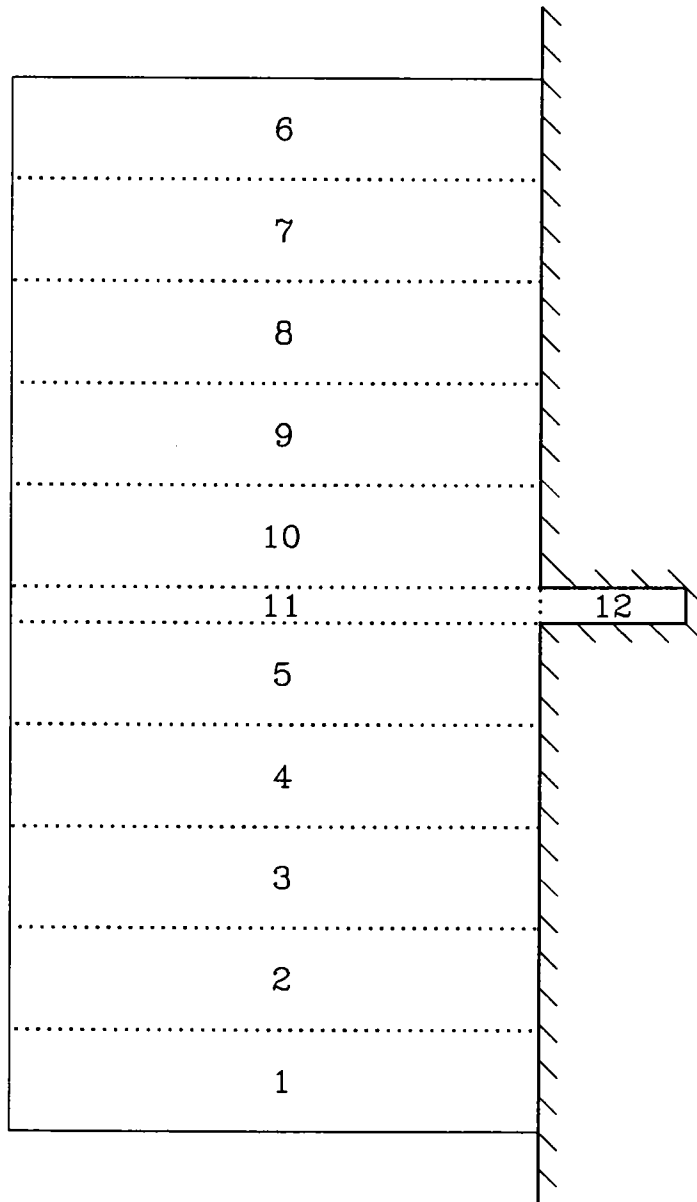
圖四、在圖二的地形中，當  $h_x = 0.05$ ， $x_1 = 1680$  m 時，edge waves 之離散關係式 (實線) 及週期為 160 秒的等值線 (虛線)。



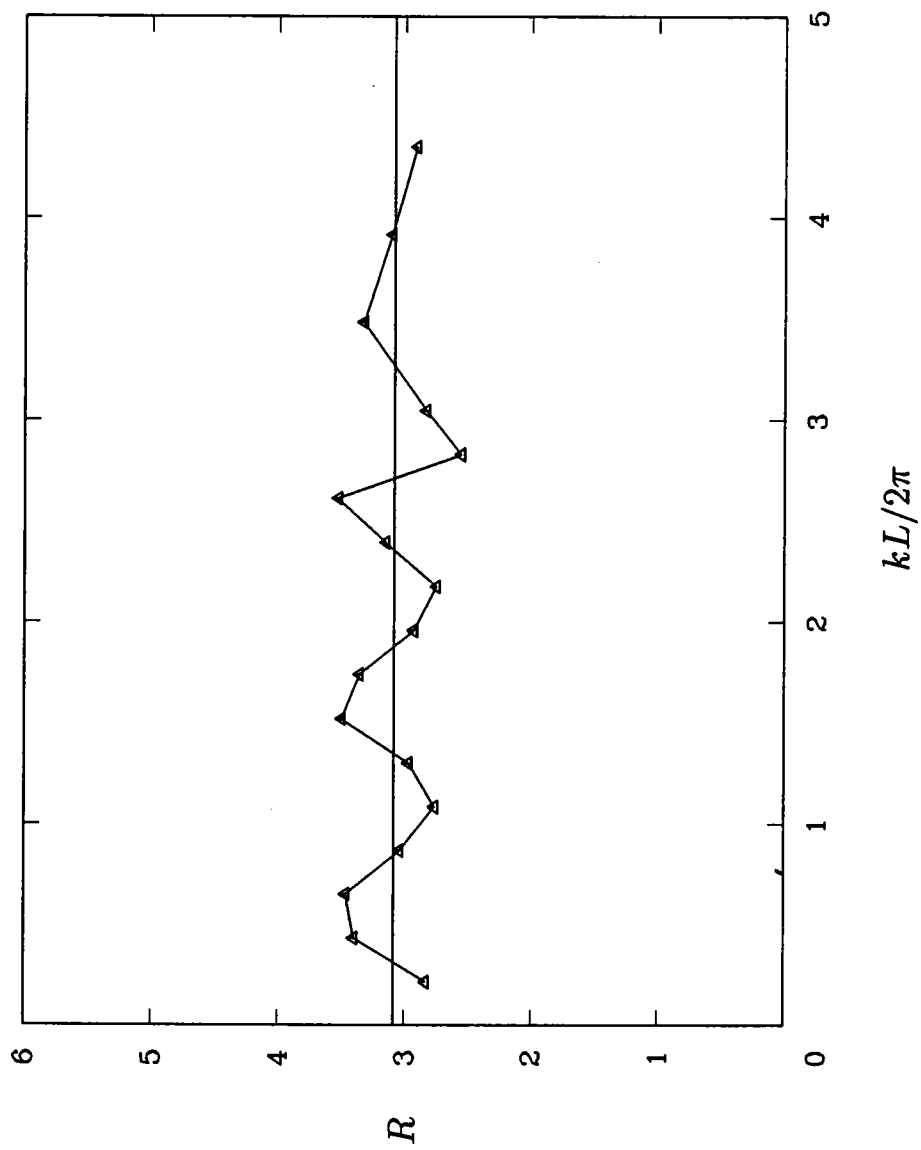
圖五、和圖四情況相同之週期為 160 秒的 edge waves 之水面位移。實線和虛線分別代表 Eckart (1951) 和 Schäffer & Jonsson (1992) 的解。



圖六、外圍邊界之平面圖。



圖七、分區示意圖。



圖八、港灣振盪放大率之估計值隨外圍邊界遠近而改變的情形。橫線代表所有估計值的平均。

## 摘要內容

當颱風來襲時，位在台灣東岸的花蓮港之港內海水常發生劇烈的振盪，使船舶無法停泊在港內。此種振盪的頻譜在某一個颱風的侵襲過程中，或在不同颱風來襲時，其 peaks 的位置皆相當固定（參見曾 1996；簡和曾 1998），且其頻率和蘇、蔡和張（1996）用數值方法所估計的花蓮港之自然頻率相近，因此可以判斷花蓮港在颱風來襲時所出現的劇烈振盪應為一種共振現象。

上述的共振由於經常發生在颱風距離花蓮港尚有數百公里之遙時，故它們應不是由風應力作用在港內水面所產生，亦非由大氣壓的陡變所造成，因此至少在此一階段所發生的共振應是由港外的波浪經由港的入口所引發，但因花蓮港的主要共振週期約為 160 秒，且引發此一共振的港外的波浪（不論是 free waves 或是 forced waves）之振幅不能太小，故儘管由颱風直接產生的風浪和湧浪之波高甚大，但唯有由兩者在近岸因其破碎（Munk 1949; Tucker 1950; Symonds, Huntley & Bowen 1982; Schäffer 1993, 1994）或因地形不連續（Molin 1982; Mei & Benmoussa 1984; Liu 1989）所引發（另一種可能為由 internal waves 在大陸坡上破碎所引發）的超重力波（infragravity waves）之週期可達 100 秒以上，且這些長波在形成後須被 trapped 在岸邊形成 edge waves，方可因能量不斷累積，使其振幅足夠大（有關這方面的詳細說明參看徐（1995, 1996, 2001），而由第三篇報告亦可瞭解在台灣東岸可能產生何種 modes 之 edge waves），因此為解決花蓮港在颱風來襲時振盪極嚴重的問題，須對由 edge waves 所引發的港灣共振現象詳加研究。

由於 edge waves 不易在一實驗水槽內單獨產生，故我們無法在實驗室觀測到「單」由 edge waves 所引發的港內振盪。另一方面，由於 edge waves 發生在海底地形為斜坡的情況，故即使港灣為簡單的矩形，仍無法應用 Miles & Munk (1961), Ippen & Goda (1963), Ünlüata & Mei (1973) 和 Mei (1983) 的方法，導出由 edge waves 引發港灣振盪現象的解析解，因此我們目前用數值方法求其解。

由港外波浪引發港內海水振盪現象的數值解，最早由 Hwang & Tuck (1970) 及 Lee (1971) 發展出兩種十分嚴密且極有效率的模式，但此兩種模式仍僅能應用在港內和港外的水深為等深的情況，故無法被用來解由發生在一斜坡上的 edge waves 所引發的港灣共振現象。

另一方面，當水深為非等深時，一種被稱為混合元素法（hybrid-element method）的數值方法最早由 Chen & Mei (1974a,b) 和 Mei & Chen (1975) 應

用在解港灣振盪現象，此種方法將港外分成兩部份，其中離港口較遠的部份，其範圍延伸到無窮遠，故若假設此一部份的海域為等深，則在此區域內滿足 radiation condition 的解的形式（或表為級數，或表為積分）已知，僅其係數未知（後者可由 matching condition 決定），故數值計算僅需在離港口較近的水深為非等深的那一部份以及港內地區進行（Lee (1971) 的方法則僅需在港內進行），如此仍可進行有效率的計算。

在一般情況，即使離港口較遠的區域實際為非等深，但假設其為等深所產生的誤差對港口附近的波浪場影響有限，因此不會明顯改變港內的振盪。然而在目前的情況，若在模式中假設近岸斜坡沿海岸線延伸至某處突然轉變成水平，因而形成一階梯，則做為入射波的 edge waves 在此處將被大幅反射，因此若實際海底地形並非如此，則一種 numerical reflection（或 non-physical reflection）的現象將顯著發生，且其反射波因主要為 edge waves，故大部份將回頭通過港的入口，因而對港內振盪影響很大。相反的，若假設近岸斜坡在沿海岸線延伸時並非突然變成水平，而是逐漸轉變為等深，則因在此種地形下做為入射波的 edge waves 的解無法事先得知，故無法應用混合元素法進行運算。

經由以上分析可知，以往的可降低計算成本的數值方法無法被用來估計由 edge waves 所引發的港灣振盪現象，故目前我們僅能在一廣大區域從事數值計算，方可將代表無窮遠處狀況的 radiation condition 近似應用在此一區域之外圍邊界上。而為了確保此一區域足夠大，我們必須如 Chenault (1970), Newton et al (1974) 和 Bai (1972,1975) 等人的作法一樣，在一些連續增大的領域內從事數值計算，以檢驗其結果是否收斂。此一過程自然極耗時，但我們仍可應用一些特殊的方法，大幅降低其計算成本。

當入射波為發生在一斜坡上的 edge waves 時，即使要估計一個形狀最簡單的矩形港灣內的振盪，其海底地形仍將如圖一所示，在港的入口附近形成階梯。此時若採用淺水近似，必須將階梯兩邊分開計算，再加以 matching，此一過程不但十分複雜，且在港口較窄時，以往所使用的 matching conditions 恐無法適用（有關如何證明 matching conditions 為適當的理論可參看 Mei (1983) 之§4.2.2），因此我們目前直接解三維的 Laplace equation，而非二維的長波方程式。此一選擇雖使問題由二維變為三維（在圖一中，當港的入口很窄時，此一關鍵地區的流場確為三維），但因三維的 Laplace equation 之 fundamental solution 已知（而長波方程式的 fundamental solution 在斜坡上則無法獲得），故可以使用邊界元素法求解。

上述邊界元素法因僅在邊界上進行離散化，故很方便將一個大區域劃分為很多個分區，分別離散化，然後在這些分區的交界面（屬於邊界的一部份）上將它

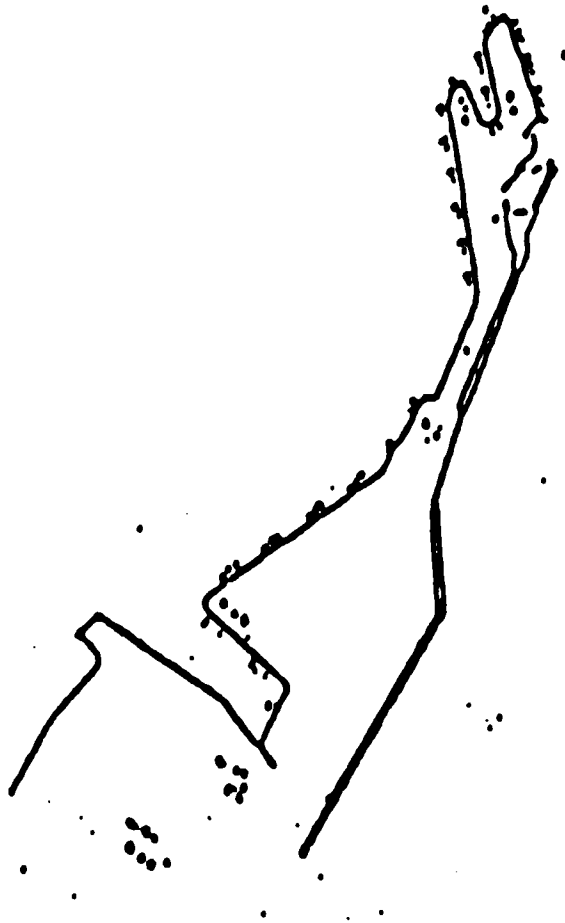


們 matching, 其 matching conditions 僅簡單為未知函數及其導函數在交界面上需連續的條件。此一作法, 再配合一種將一聯立方程式壓縮成一較小者的方法, 即為 Kane (1994) 所介紹的 multizone boundary element analysis with condensation, 目前我們且採用一種連續壓縮的過程, 因此可節省大量電腦記憶容量及 CPU 時間。

目前的模式和以往的模式另一個不相同處為其代表在無窮遠處狀況的 radiation condition, 由於目前的入射波為一系列沿海岸線行進的 edge waves(其振幅給定), 當它通過港的入口時, 一部份能量將因折射和繞射進入港內, 再經港的岸壁反射後, 最終由港內向外輻射, 故原來的入射波在通過港口後, 一部份能量將損失, 其大小未知, 故在求解的未知函數中亦包含此一代表 edge waves 的函數,(另外, 由港口向外輻射的能量中亦有一小部份再度形成 edge waves。)此一函數的振幅, 當海岸線及海底斜坡無限延伸時 (為簡化問題, 一般皆做此假設), 在無窮遠仍不消失, 故在無窮遠的斜坡區, 以往的 Sommerfeld radiation condition 並不適用, 因此我們目前在此區域採用一種新的 radiation condition 做為外圍邊界條件的近似。

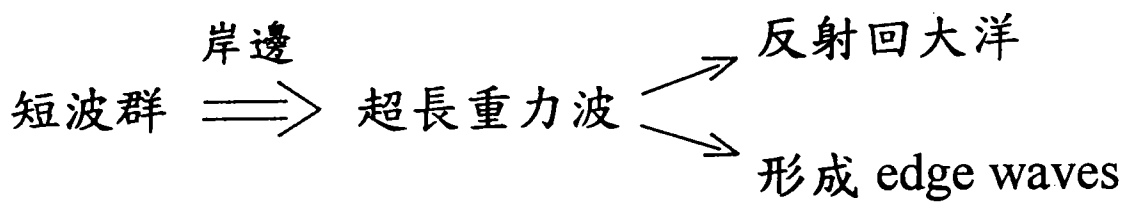
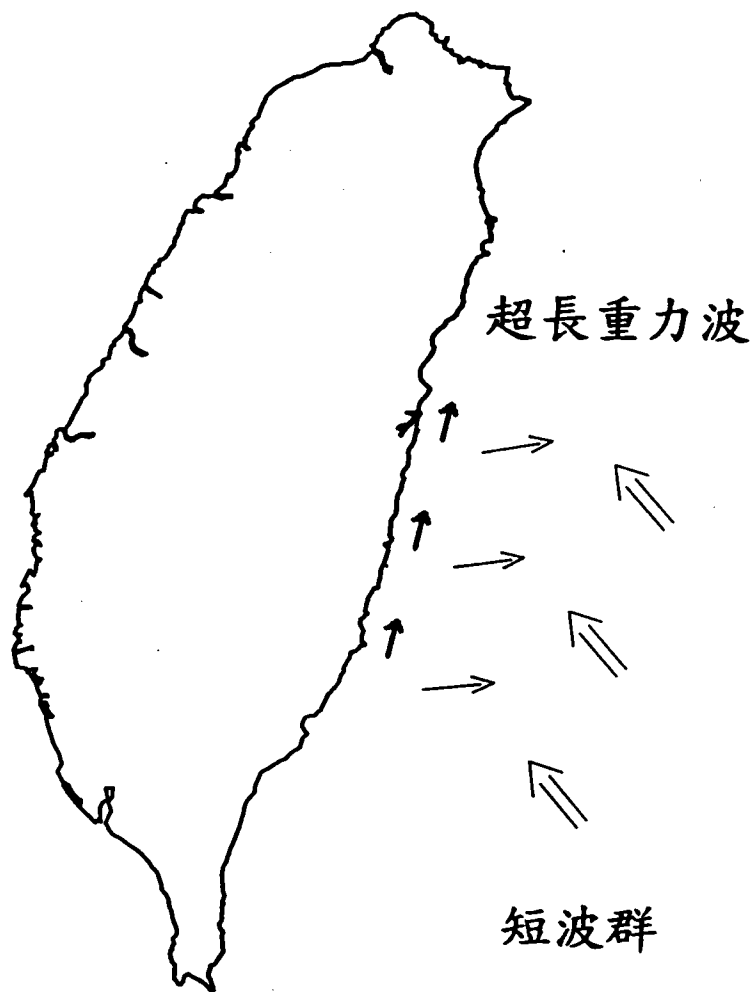
應用上述方法所設計的電腦程式即複雜且龐大, 故儘管它以嚴密的物理和數學理論為依據, 仍須嚴加驗證, 方可獲得可信賴的結果。然因 edge waves 的測量需使用一大規模的儀器陣列, 且 edge waves 不易在實驗水槽內單獨產生, 故目前 (且可能未來) 我們無法將數值計算的結果和現場或實驗室的觀測數據相比較, 因此僅能經由檢驗其各項結果的一致性和收斂性, 包括其是否滿足物理的原理, 來做驗證。為達到此目的, 我們目前僅針對一個如圖一所示的規則地形設計其程式, 此一程式經驗證後, 因其採用分區處理的方式, 故未來我們僅需改變港內及其鄰近地區的設計, 即可將它直接應用於花蓮港 (因離港口較遠的實際複雜地形對港內的振盪影響不大)。

## 花蓮港共振強度估算模式研究



颱風來襲時，花蓮港主要由港外波浪引發港內共振

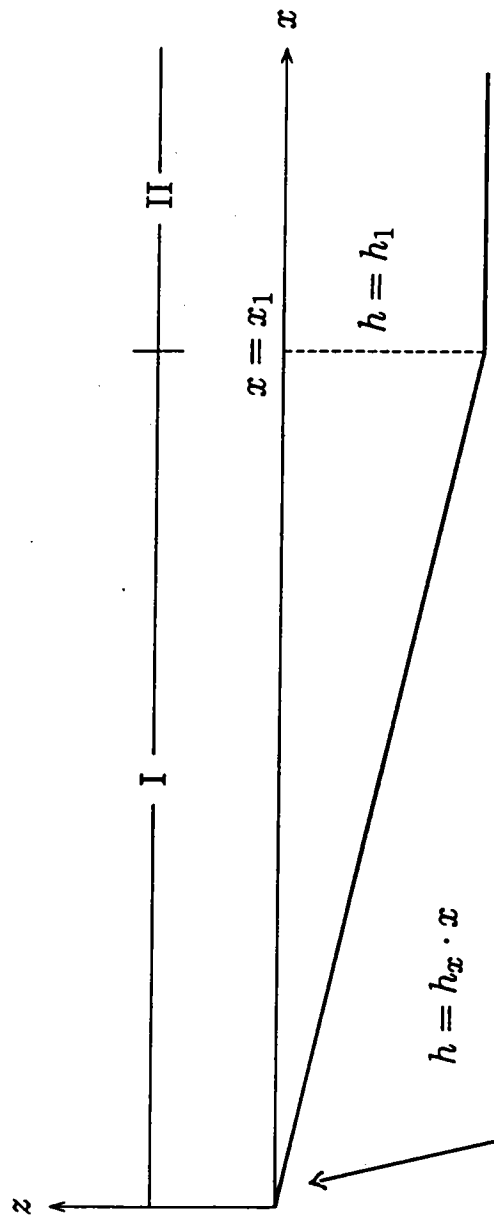
共振周期： 160 秒，145 秒，90 秒  
(皆為 infragravity waves)



edge waves 的能量可在岸邊累積，故振幅較大！

因此花蓮港共振極可能是由 edge waves 引發！

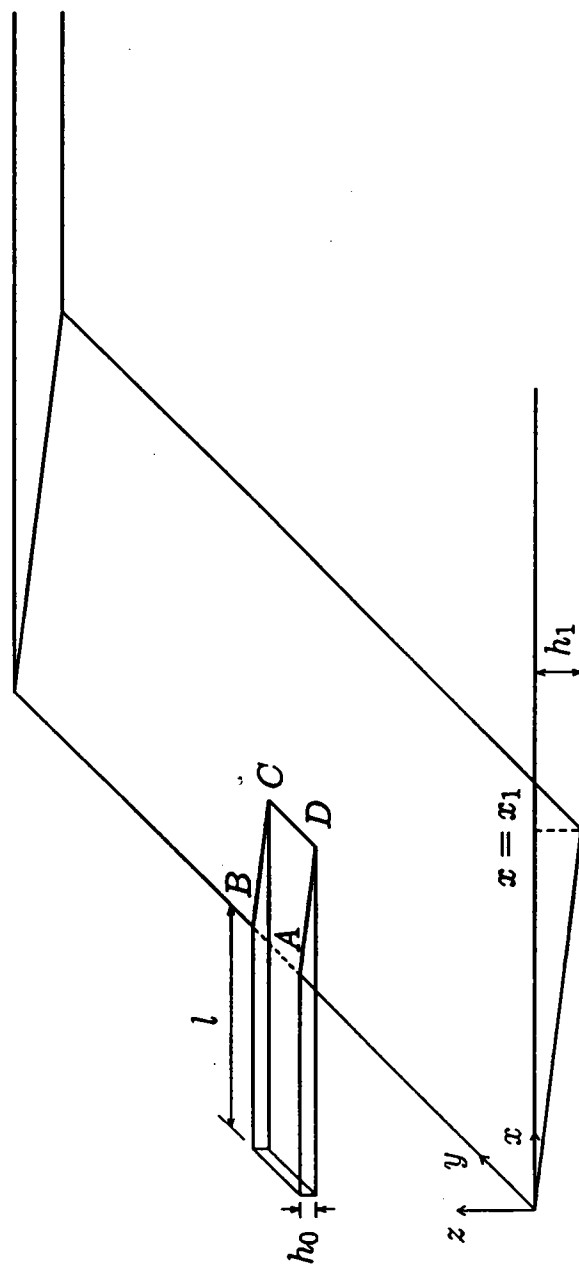
edge waves 發生在岸邊為斜坡的地形上



非直立壁方可獲得 edge waves 之解析解！

└─ 做為模式之入射波條件

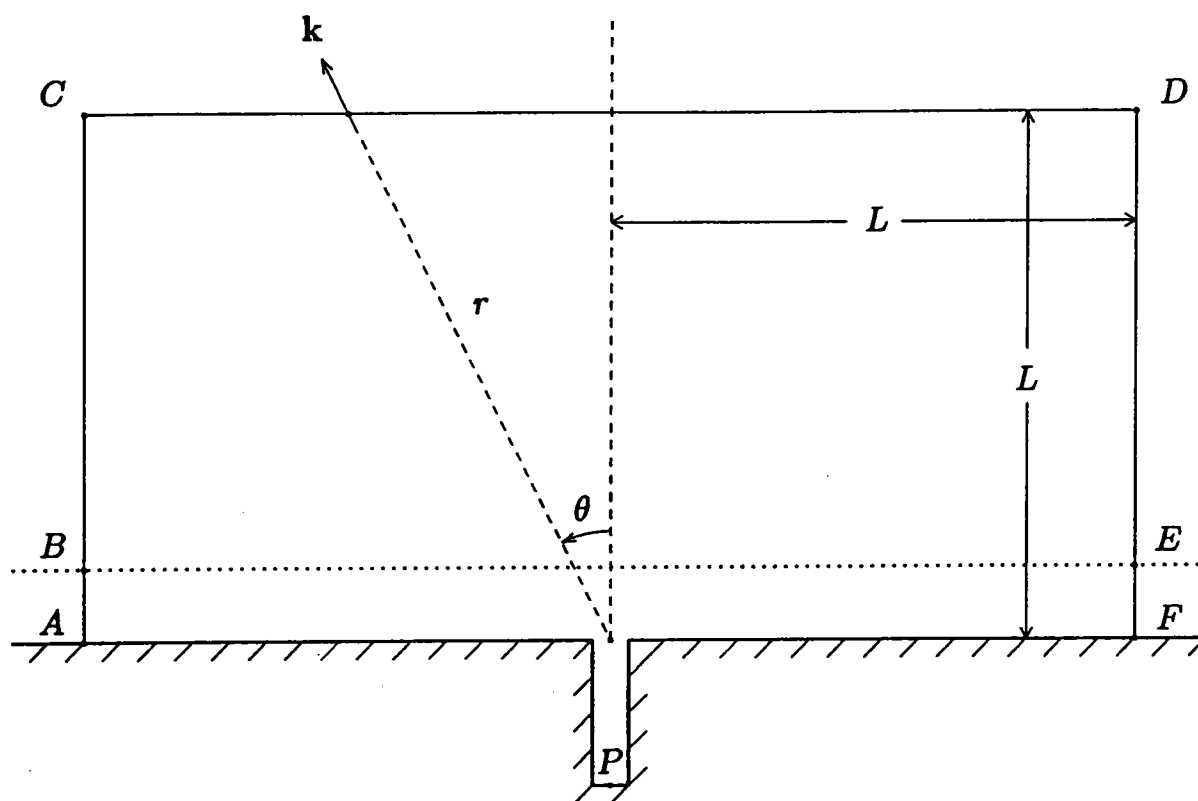
港內及港外海底地形：



故入口附近海底地形不連續！  
若採用淺水近似，須分開計算，再 matching  
但入口很窄時，matching conditions 無法獲得！

因此直接解

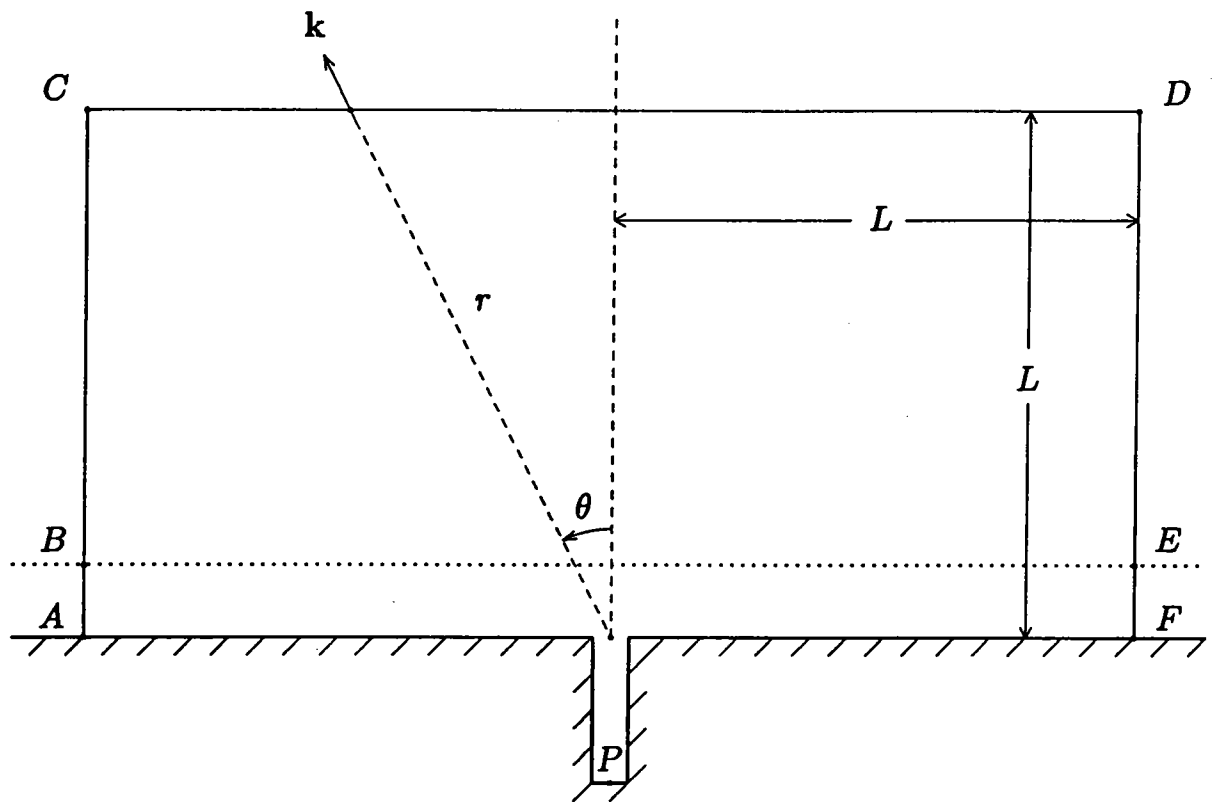
$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$



### 數值方法

由於港外「非等深」，無法將  $ABCDEF$  以外視為等深，故須在一廣大區域應用邊界元素法求解！

## 邊界條件



當外圍邊界足夠遠時，

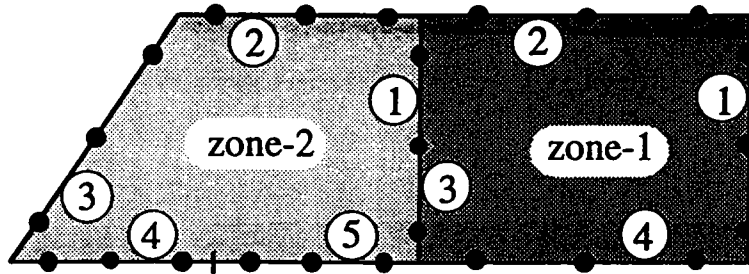
在 BCDE 上：
$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - ik\right) \phi_r = 0$$

在 AB 和 EF 上：
$$\phi_r = \sum_{n=1}^M a_n f_n(x, y, z, t)$$

$f_n$  表各種 modes 之 edge waves

$M$  表 modes 的總數

邊界元素法的優點：容易分區及壓縮



在 zone-1 可獲得

$$[H^1]\{\phi^1\} - [G^1]\left\{\frac{\partial\phi^1}{\partial n}\right\} = 0$$

劃分為

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [H_{MM}^1] & [H_{MC}^1] \\ [H_{CM}^1] & [H_{CC}^1] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\phi^1)_M\} \\ \{(\phi^1)_C\} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} [G_{MM}^1] & [G_{MC}^1] \\ [G_{CM}^1] & [G_{CC}^1] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{(\partial\phi^1/\partial n)_M\} \\ \{(\partial\phi^1/\partial n)_C\} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

其中 $\{(\phi^1)_M\}$ ,  $\{(\partial\phi^1/\partial n)_M\}$ 僅含 zone-1 和 zone-2 交界面上的值， $\{(\phi^1)_C\}$ ,  $\{(\partial\phi^1/\partial n)_C\}$  則含其餘邊界上的值。



由上式及邊界條件可獲得

$$[F^1]\{(\phi^1)_M\} = [E^1]\{(\partial\phi^1/\partial n)_M\}$$

其餘者暫且不用，故不需佔用電腦記憶體。

同理，在 zone-2 可獲得

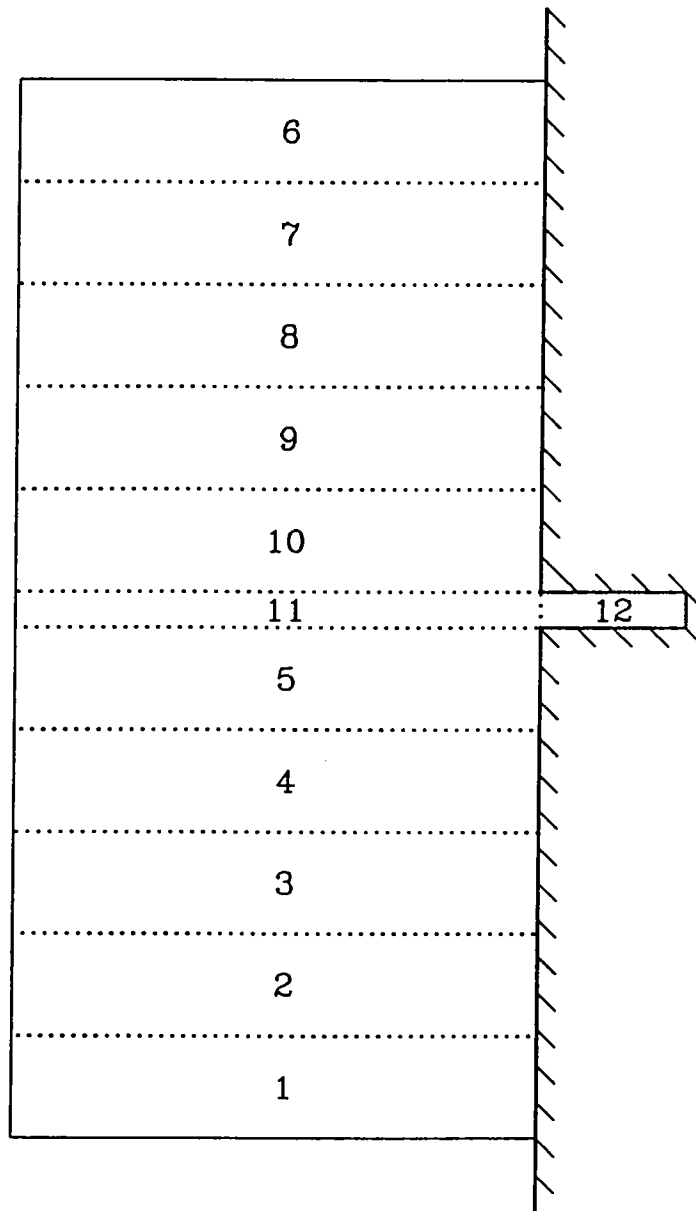
$$[F^2]\{(\phi^2)_M\} = [E^2]\{(\partial\phi^2/\partial n)_M\}$$

再應用連續條件：

$$\{(\phi^1)_M\} = \{(\phi^2)_M\}$$

$$\{(\partial\phi^1/\partial n)_M\} = -\{(\partial\phi^2/\partial n)_M\}$$

即可求得唯一解！



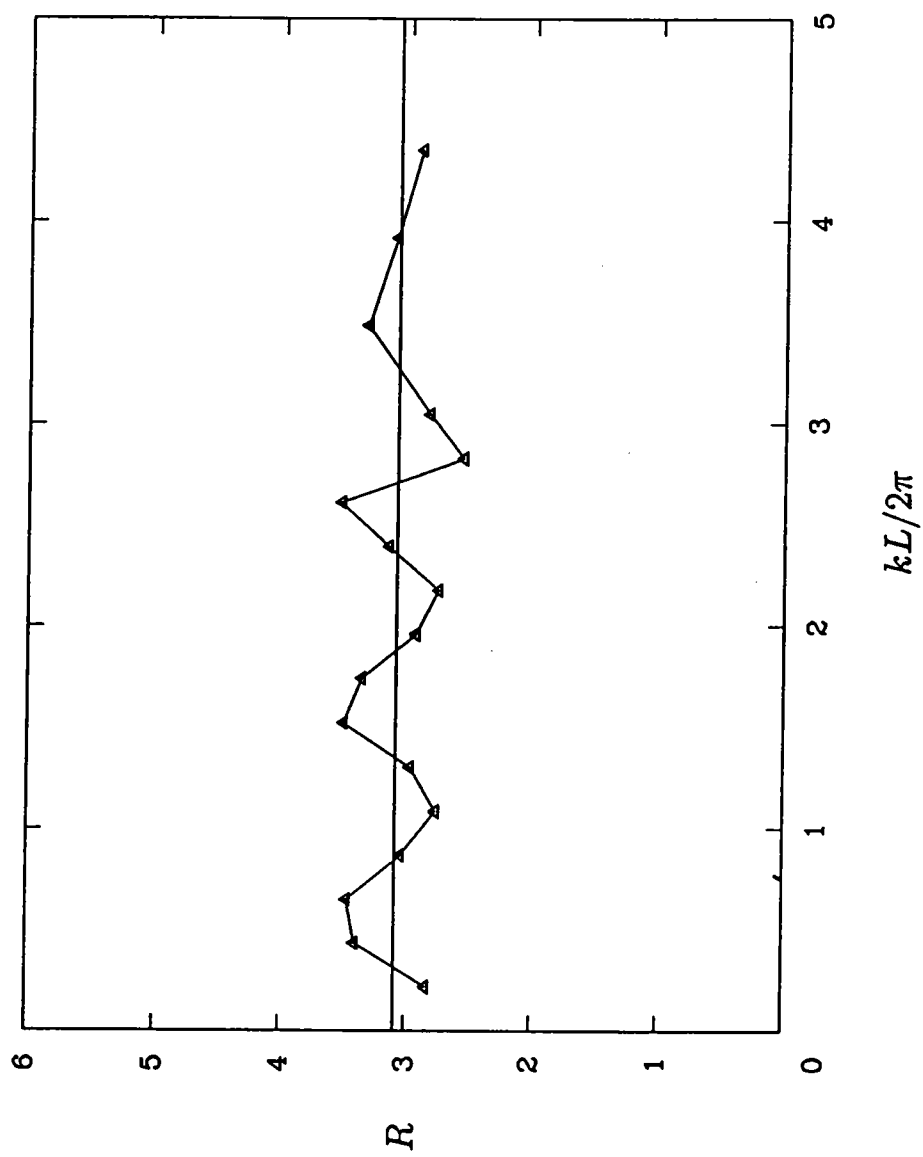
經由連續壓縮可獲得

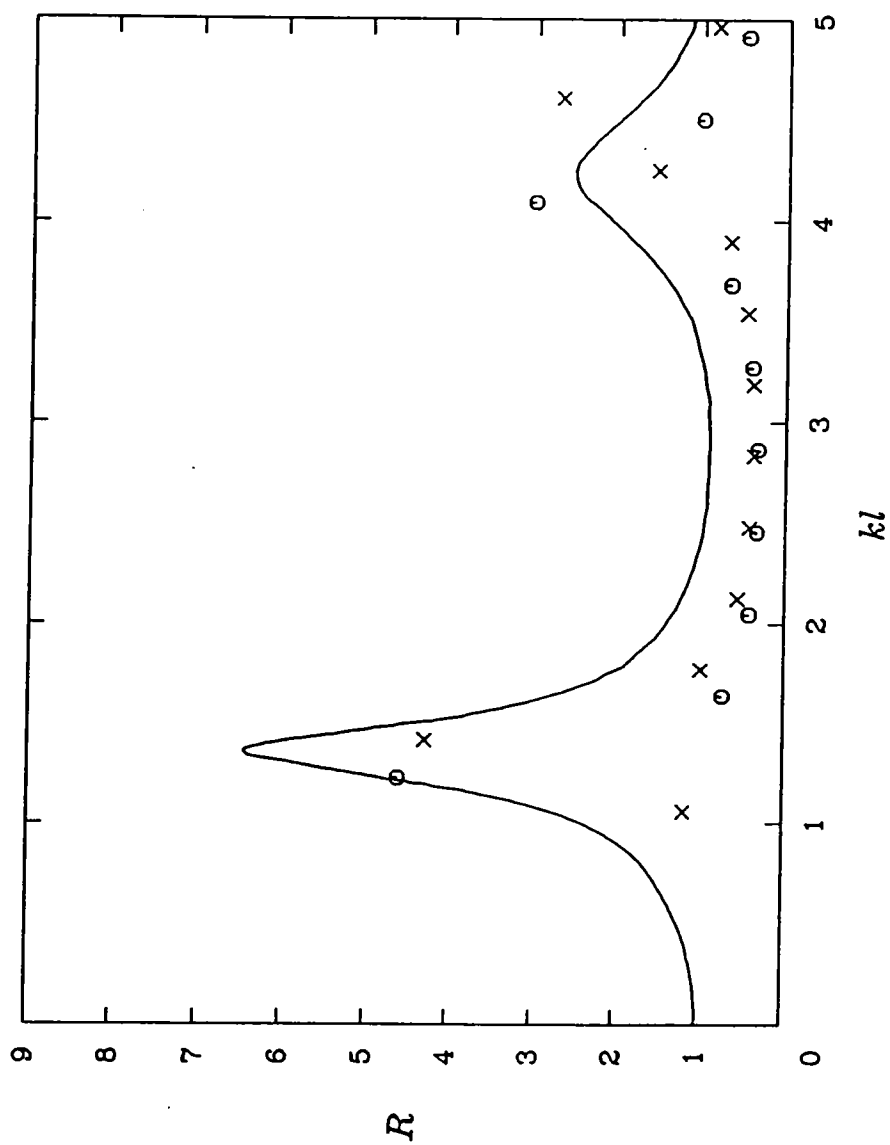
$$[F^5]\{(\phi^5)_M\} = [E^5]\{(\partial\phi^5/\partial n)_M\}$$

$$[F^{10}]\{(\phi^{10})_M\} = [E^{10}]\{(\partial\phi^{10}/\partial n)_M\}$$

可做為 11+12 區的邊界條件，且可重複使用！

$R$ : 放大率  
 $k$ : 外海等深区内波数





# 交通部運輸研究所九十年度 海洋領域自辦研究計畫期末審查會紀錄

一、時間：九十年十二月廿五日(星期二)上午九時卅分

二、地點：港灣技術研究中心簡報室

三、主席：邱主任永芳

紀錄：張惠華

四、審查委員：(如附件)

五、列席者：(如附件)

六、審查內容及答詢：(如附件)

七、主席裁示：

參照委員之意見修正。

交通部運輸研究所港灣技術研究中心九十年度自辦研究計畫期末審查會

時間：中華民國九十年十二月廿五日上午九時卅分(星期二)

地點：港研中心二樓簡報室

主持人：邱主任永芳

機關單位名稱	姓 名	簽 名
輔英技術學院	莊甲子教授	莊甲子
國立中興大學	蔡清標教授	蔡清標
國立成功大學	李兆芳教授	李兆芳
國立台灣大學	林銘崇教授	林銘崇
國立交通大學	張憲國教授	張憲國
國立海洋大學	蕭松山教授	蕭松山
港灣技術研究中心	何良勝科長	何良勝
港灣技術研究中心	張金機研究員	張金機
港灣技術研究中心	簡仲璟科長	簡仲璟
港灣技術研究中心		何良勝
港灣技術研究中心		曾雅文
港灣技術研究中心		莊甲子
港灣技術研究中心		林銘崇
港灣技術研究中心		何良勝
港灣技術研究中心		莊甲子
港灣技術研究中心		莊甲子
港灣技術研究中心		

# 交通部運輸研究所港灣技術研究中心辦理九十年度自辦研究計畫期末審查分配表

會議日期：12月25日(星期二)

場次	時間	編號	研究計劃名稱	會議主持人	計畫主持人	審查委員	備考
第一場次 簡報室	09:30-10:15	CA9004	台灣地區國際港附近海域海氣象現場調查分析研究(1/4)	邱主任永芳	曾相茂	外聘委員 輔英技術學院 莊教授甲子 中興大學 蔡教授清標 成功大學 李教授兆芳	
	10:15-11:00	CA9005	台灣港灣及海岸數位圖像資料庫建立之研究		邱永芳	內聘委員 何科長良勝、張研究員金機	
	11:15-12:00	CA9008	台北港海域波浪標準頻譜之研究		洪憲忠		
	13:15-14:00	CA9007	花蓮港共震強度估算模式研究		徐進華	外聘委員 台灣大學 林教授銘崇	
	14:00-14:45	HA9009	波浪調變現象研究		李勇榮	交通大學 張教授憲國	
	15:00-15:45	NA9017	台灣四周海域流數值模擬研究 2/5		莊文傑	海洋大學 蕭教授松山	
	15:45-16:30	NA9018	波群特性及其在瘋狗浪之應用研究		陳冠宇	內聘委員 簡科長仲璟、張研究員金機	
第二場次 一樓會議室	09:30-10:15	DA9002	碼頭結構物耐震設計之研究	黃副主任清和	賴瑞應	外聘委員 成功大學 呂教授錦山	
	10:15-11:00	DA9003	碼頭出租專用制度對航商選擇海運轉運中心之影響研究		謝幼屏	成功大學 許教授泰文 逢甲大學 林教授朝福	
	11:15-12:00	HA9010	港口突堤效應保護對策之研究(I)		黃清和	內聘委員 朱科長金元、王研究員慶福	
	13:15-14:00	MA9011	碼頭鋼板樁現況調查與腐蝕防治研究		饒正	外聘委員 交通部科技顧問室 許技正書王	
	14:00-14:45	GA9013	港灣地區地震監測與土壤液化潛能評估之研究		賴聖耀	中山大學 李教授賢華 海洋大學 張教授建智	
	15:00-15:45	GA9014	五大港區三維查詢系統建置研究		謝明志	內聘委員 朱科長金元、李研究員豐博	
	15:45-16:30	GA9015	利用荷式錐調查台灣港區土壤工程性質之研究 2/2		陳圭璋		

# 交通部運輸研究所港灣技術研究中心

## 九十年度自辦研究計畫期末審查意見回覆表

審查委員及審查意見	意見回覆
<p>花蓮港共振強度估算模式研究</p> <p>國立台灣大學林銘崇教授：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.本研究針對花蓮港共振問題進行數值理論探討，提出 edge wave 在機制上之解釋可說是突破，值得肯定。唯本海域產生 edge wave 之原因則有待進一步釐清。</li> <li>2.計算範圍中沿港口中心線取為界面線，請問港口寬度效應是如何考慮？</li> <li>3.計算時如何依 edge wave 解析解給定入射波條件？</li> </ol> <p>國立交通大學張憲國教授：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. edge wave 的 mode 個數 M 值為何？</li> <li>2.CPU 時間減少時間的百分比能否數量化？</li> </ol>	<p>意見回覆</p> <p>當近岸海底地形符合 edge waves 存在的條件，即可因海面上的波浪包含各種成份波，而產生 edge waves。而台灣東岸的海底地形是否符合各種 modes 的 edge waves 之存在條件，已在本中心上一年度的「花蓮港港內和港外長波數值模式研究」報告中詳加研究，為清楚說明此點，目前將前言中第二段的“有關這方面的詳細說明參看徐(1995,1996,2001)”後，加上“而由第三篇報告亦可瞭解在台灣東岸可能產生何種 modes 之 edge waves”。由於在圖一中的 ABCD 面乃為兩分區之交界面，故由求解此一交界面上各節點的值(且和其他節點一併求解)，即可將港口寬度效應考慮在內。將(3.2.16)式中的 <math>\phi_i</math> 和 <math>\partial\phi_i/\partial n</math> 用 edge waves 的解析解代入，即代表給定入射波條件。</p> <p>由圖四可看出，在目前所考慮的地形中，M 值為 1，此一情況在第四章的第三段有指出。</p> <p>CPU 時間減少只有在估計各種不同形狀港灣之放大率時才發生(見第三章最後一段的說明)，而分區和壓縮方法本身能否減少 CPU 時間則須視分區的情況而定，故無法估計其數</p>



<p>3. 港壁反射率影響放大率如何 在本模式的數學表示出，而且 其影響如何？</p> <p>4. 實際應用上花蓮港開口與 edge wave 前進方向一致，在 未來應用上如何處理。</p> <p>國立海洋大學蕭松山教授：</p> <p>1. 本研究以 edge wave 為花蓮港 港池共振發生主因，並利用邊 界之素數值方法解析矩形港 池之共振問題為重要之突破 且初步成果良好。</p> <p>2. 建議另闢專章說明 edge wave 引發花蓮港港池共振機制。</p> <p>3. 港池邊界消能問題(反射率) 亦是影響港池共振之一因 素，本研究模式是否可加入考 量？</p> <p>4. 由於實際花蓮港港口方向與 海岸線平行，與本研究計算例 不同，建議未來研究持續對實 際花蓮港池地形加以計算。</p> <p>港研中心張金機研究員：</p> <p>1. 肯定本研究對近域及遠域不 等水深應用區域邊界元素法 之數值解析方法。</p> <p>2. Edge Wave 在斜坡海岸生成</p>	<p>量。</p> <p>由於港壁反射率對長週期共振之影 響乃為次要，且對各種形狀的港灣 皆有類似的影響，故應不會顯著改 變各種形狀港灣之共振強度的大小 順序，因此本問題擬留待下一階段 考慮。</p> <p>僅需改變圖七中的 11 和 12 區(若有 需要，或再加上 5 和 10 區)的地形及 相關的設計，其他設計不變，即可 將目前的模式應用在花蓮港。</p> <p>由港外波浪經由港的入口引發港灣 共振之詳細過程，至今沒有一個確 切且普遍適用的解答，而本研究繼 續實施後，有可能對此問題提供答 案。</p> <p>由於港池邊界消能對長週期共振之 影響乃為次要，且對各種形狀的港 灣皆有類似的影響，故應不會顯著 改變各種形狀港灣之共振強度的大 小順序，因此本問題擬留待下一階 段考慮。</p> <p>目前所發展的數值模式經仔細檢驗 後，將經由改變如圖七中的 11 和 12 區地形來達到針對實際花蓮港港池 地形加以計算的目的。</p> <p>目前所發展的數值模式經仔細檢驗</p>
---	---

後，其中部份能量持續經港口造成港內振幅放大在物理上有可能存在，但在計算上，港上尺寸與佈置與花蓮港相差甚大，未來仍需以花蓮港實際港形尺寸計算。

3. 港池共振一般係指港形長或寬為波長倍數經岸壁重複反射而產生，與本研究 Edge Wave 能量堆升有差異。

港研中心簡仲璟科長：

1. 本研究利用數值模式的方法探討 edge waves 對港池共振的影響，釐清 edge waves 確實可引發港池共振，但對於 edge waves 所產生之共振強度大小建議補充說明。
2. 對於花蓮港颱風侵襲期間，港外波浪是否存在明顯的 edge waves 現象？而此現象本中心目前之波浪觀測方式是否合適？同時在資料分析方法上可否提出建議。
3. 產生 edge waves 之地形條件為何？花蓮港附近海岸地形具有該種條件？建議於文中稍加補充。
4. 連續壓縮的方法是否會使數值計算的誤差產生累積的效應。

後，將經由改變如圖七中的 11 和 12 區地形來達到針對花蓮港實際港形尺寸計算的目的。

本篇報告並未主張 Edge waves 的能量堆升和港灣共振的機制有關，僅指出前者的效應可產生一振幅相當大的入射波，因而可如其他種類的入射波般「引發」港灣共振(敬請參考第一章的第二段)。

在本篇報告的最後所介紹的圖八即為目前所估計的共振強度大小，且在最後一段文字中亦指出，圖八中的各個估計值之平均值為 3.1。

有關如何觀測 edge waves 的說明及參考文獻已在本中心上一年度的「花蓮港港內和港外長波數值模式研究」報告之第一章介紹，並指出其困難性，故在本篇報告中不再重複。

本項意見所提的問題，在上述「花蓮港港內和港外長波數值模式研究」報告中已詳加研究，為清楚說明此點，目前將前言中第二段的“有關這方面的詳細說明參看徐(1995,1996,2001)”後，加上“而由第三篇報告亦可瞭解在台灣東岸可能產生何種 modes 之 edge waves”。在目前所做的計算中，尚未發現有誤差累積的效應。