

港區貨櫃場多部軌道式門型起重機 移動路徑之研究

ROUTING MULTIPLE TRANSFER CRANES IN CONTAINER PORT TERMINALS

趙時樑 Shih-Liang Chao¹

陳春益 Chuen-Yih Chen²

(91 年 8 月 1 日收稿，91 年 12 月 12 日修改，92 年 9 月 25 日定稿)

摘 要

利用軌道式門型起重機 (Rail Mounted Gantry Crane, RMGC) 搭配高度堆疊貨櫃之儲存方式，已成為港區貨櫃場增加儲存容量之主流。由於 RMGC 主體龐大，必須藉由鋼輪與鋼軌之支撐，始可變換駐停位置以處理不同的貨櫃吊卸工作，故在實際作業之前，必須針對駐停位置、取櫃數量以及 RMGC 移動方向等決策因素進行規劃，以減少 RMGC 之往復移動，提升工作效率。為追求更高的作業績效，在執行出口貨櫃裝船作業時，實務上已出現利用多部 RMGC 搭配一部船邊橋式起重機之工作方式，此舉雖可提升貨櫃裝船效率，但因需額外決定每個取櫃工作應由何部 RMGC 執行，以及增加「避免碰撞」、「依序移動」等限制條件，使得其移動路徑規劃問題在模式建立與求解上更形複雜。本研究嘗試構建數學模式，探討以兩部 RMGC 搭配一部橋式起重機執行出口貨櫃裝船之作業方式，並結合限制式規劃與動態規劃發展啟發法，期能協助規劃兩部 RMGC 之移動路徑與駐停位置，以提升出口貨櫃裝船效率。

-
1. 國立成功大學交通管理科學研究所博士 (聯絡地址：701 台南市大學路 1 號成功大學交通管理科學研究所；電話：06-2757575 轉 53242；傳真：06-2753882；E-mail:alex@yml.com.tw)。
 2. 國立成功大學交通管理科學研究所教授。

關鍵詞：軌道式門型起重機；移動路徑問題；限制式規劃

ABSTRACT

In most of the busy container port terminals, rail mounted gantry cranes (RMGC) have become the main container handling equipment because they can provide higher capacity on existing yard space. However, a routing planning including three key decisions: where to pick containers, how many containers should be picked and how the RMGC moves among yard bays should be made to maintain the efficiency before the RMGC starts to work.

In order to enhance operation efficiency, some ports use more RMGCs to serve one gantry crane for loading export containers onto vessels, which makes the routing planning more complicated. In this research, a multi-objective programming model was formulated by time-space network for routing two RMGCs simultaneously when they are serving the same gantry crane. In addition, a heuristic algorithm composed of constraint programming and dynamic programming was developed to solve this problem.

Key Words: Rail mounted gantry crane; Routing problem; Constraint programming

一、前言

就港區貨櫃場的貨櫃儲存方式而言，以往在儲區 (container yard) 面積尚能負擔貨櫃儲存時，為了獲得高度的機動性，許多貨櫃場常將貨櫃連同車架 (chassis) 直接存放於儲區，不進行任何堆疊，如需移動時，則利用曳引車 (tractor) 快速連結車架，再將貨櫃拖至船邊裝船或拖離櫃場；基於相同的理由，可攜帶貨櫃快速移動的跨載機 (straddle carrier) 也是傳統常用的貨櫃起重機具，然為了移動上的需要，櫃場儲區必須於貨櫃存放排 (bay) 間保留空間供跨載機行駛，造成基地面積的浪費，同時，在安全與作業效率的考量下，貨櫃堆疊高度僅維持在二層左右。換言之，採用跨載機作業並不能充分發揮儲區之貨櫃儲存能力。

由於船舶日益大型化，港區貨櫃場必須擴充儲存容量，以供存放更多等待裝船之出口貨櫃、以及等待貨主提領的進口貨櫃。對世界上許多繁忙的貨櫃港口而言，藉著擴大現有儲區面積來增加容量已十分困難，故以門型起重機搭配高度堆疊的儲存方式，遂成為目前儲區增加容量的主要趨勢。門型起重機主要分為軌道式與輪胎式兩大類，各碼頭依其本身營運特性採用不同類型之門型起重機，如香港最大之 HIT 國際碼頭採用輪胎式門型起重機，新加坡國際碼頭 (PSA) 與高雄港各專用貨櫃碼頭則是兩者皆採用。雖然門型起重機之類型不同，但均可藉著除去儲區內供跨載機行走之空間、以及增加貨櫃之平均堆疊高度，大幅提升貨櫃儲區容量。而軌道式門型起重機 (Rail Mounted Gantry Crane, RMGC) 因能提供較大的儲存容量，而漸成為全球之主流。

港區貨櫃場有許多作業需使用 RMGC，其中搭配船邊橋式起重機將貨櫃自儲區裝上船舶為最主要作業項目之一，且此項作業之效率已成為實務界對貨櫃碼頭之首要評估指標。執行此作業時，橫跨於鋼軌上的 RMGC 必須根據橋式起重機的需求，移動至適當的儲區位置取出貨櫃。值得一提的是，儲區中的貨櫃依其屬性之不同，儲存位置亦有相當大的分布範圍，故如何安排 RMGC 之移動路徑、駐停位置以及每次駐停之取櫃數量，以減少大車不必要的往復移動，已成為實際作業前之重要規劃工作。

船邊橋式起重機之吊櫃速度通常會高於 RMGC，主要原因在於 RMGC 為配合裝船計畫，必須移動起重機主體（實務界稱之為大車），並在高度堆疊的貨櫃中取櫃，甚至進行某些必要的翻櫃動作（移去妨礙取出指定貨櫃的貨櫃），降低了連續取出貨櫃的流暢性。反之，船邊橋式起重機僅需「依序」將曳引車送來的貨櫃吊上船舶，可以連續快速作業。易言之，橋式起重機之吊櫃速度較儲區 RMGC 高出許多，因此，目前已有港口採用多部 RMGC 同時服務一部橋式機之作業方式，以提升出口貨櫃裝船作業效率。

當多部 RMGC 同時作業時，必須遵守「依序移動」、「避免碰撞」以及「大車靜止始可吊卸」等限制條件（詳 2.1 節），因此，作業之前宜妥善規劃 RMGC 大車之移動路徑，否則實際作業時，可能會因為大車移動次數過於頻繁，或 RMGC 間相互干擾，降低貨櫃吊卸效率。多部 RMGC 共同支援一部橋式起重機之作業方式雖可提高儲區取櫃效率，卻亦使得 RMGC 移動路徑問題在模式建立與求解上更形複雜。本研究嘗試以兩部 RMGC 搭配一部橋式起重機，共同執行出口貨櫃裝船作業為主題，利用時空網路協助構建數學模式，並結合限制式規劃與動態規劃發展啟發法，期能協助規劃兩部 RMGC 之移動路徑與駐停位置，以提升出口貨櫃裝船效率。

以下本文將分四節，第二節說明多部 RMGC 之移動路徑問題與運作特性，並回顧相關文獻；第三節根據問題特性探討模式構建之概念，進而建立數學模式，並據以發展啟發法；在第四節中，本研究分別針對遠洋航線與近洋航線兩種特性不同的實例進行分析；有關本研究之結論與建議則列於最後一節。

二、港區貨櫃場 RMGC 移動路徑問題

貨櫃起重機為港區貨櫃場內必備的作業機具，例如將貨主送來的貨櫃自拖車吊卸至儲區等候裝船出口，或將出口貨櫃自儲區吊出並送交船邊橋式機裝船，或依貨主要求將指定貨櫃吊上拖車提領出場等作業，皆需使用貨櫃起重機。對於漸成主流的 RMGC 而言，雖然具有提高儲存容量的優點，但其大車缺乏機動性以及儲區貨櫃高度堆疊，每每影響 RMGC 執行各項作業之效率。尤其在儲區中取櫃以供裝船時，為減少因大車往復移動所產生之延誤，碼頭營運者均會詳加規劃其移動路徑、駐停位置與取櫃數量，以避免作業效率降低。然隨著儲區貨櫃分布範圍之擴大以及加入更多 RMGC 同時作業，此規劃問題將更形複雜。以下 2.1 節先介紹 RMGC 之作業限制；2.2 節說明多部 RMGC 同時於儲區取櫃

以供裝船時所涉及之決策因素；2.3 節則對相關研究進行回顧與探討。

2.1 RMGC 之作業限制

RMGC 的外型有如一箇口字形，橫跨於儲區的貨櫃存放排（圖 1a），藉由大車與駕駛台車（實務界稱之為小車）之移動，配合鋼索之升降，達到三度空間之移動目的。RMGC 以堅固的土木設施與鋼軌做為支撐，以提升貨櫃堆積高度與主體跨距。然礙於軌道等因素之限制，在貨櫃吊卸作業進行時，RMGC 必須遵守下列限制條件：

1. RMGC 大車必須「依序移動」：

為了便於進行貨櫃之吊入與吊出作業，貨櫃儲區必須劃分成若干個存放排（圖 1a），RMGC 大車則以鋼軌為支撐橫跨於其上。為滿足各項作業之需要，同一對鋼軌上通常會配置多部 RMGC，然礙於軌道之限制，各 RMGC 僅能依照順序移動，無法「超車」。如圖 1b 所示，RMGC2 只能在 RMGC1 與 RMGC3 間移動，無法超越 RMGC3 而插入 RMGC3 與 RMGC4 之間。

2. 相鄰 RMGC 大車必須「避免碰撞」：

基於安全的考量，任何相鄰 RMGC 大車於移動中或駐停吊櫃時，必須保持一定的距離，以避免發生碰撞。同時，為便於曳引車與車架穿梭於 RMGC 下方，吊卸作業進行時，任何相鄰兩部 RMGC 大車之間通常會保持一個存放排以上的距離。

3. RMGC 「大車靜止始可吊卸」：

RMGC 必須於大車完全靜止的狀態下，始能藉由小車在大車上移動，進行貨櫃吊卸作業。換言之，當 RMGC 大車處於移動狀態時，則無法進行吊卸作業。因此，RMGC 大車之移動次數宜盡量減少，此乃提升儲區貨櫃吊卸作業效率的重要原則。基於此一原則，具有相同屬性的貨櫃會盡量堆疊在同一個存放排，以利 RMGC 大車靜止時，連續處理更多的貨櫃吊卸工作。

2.2 多部 RMGC 移動路徑問題之決策因素

港區貨櫃場最重要的工作之一乃將出口儲區的貨櫃裝上指定船舶。由於出口貨櫃送抵貨櫃場的時間不一、以及儲區 RMGC 所在位置變動等因素的影響，屬性相同的出口貨櫃通常會被分散堆儲於不同的存放排中，造成後續裝船作業時，RMGC 大車必須於出口儲區中往復移動，駐停於存有符合橋式起重機需求之貨櫃存放排，取出貨櫃交由曳引車拖至橋式起重機下方裝船。為確保作業過程順暢，在工作開始之前，實務上往往會先就 RMGC 於儲區中之取櫃順序與取櫃數量進行規劃，其主要決策因素有三：

1. 何處取櫃 (where to pick)：由於屬性相同的出口貨櫃不一定堆儲於同一存放排，在安排 RMGC 取出某種屬性的貨櫃時，可有不同的組合方式，例如屬性 B 的貨櫃堆儲於存放排 42、70 與 85，當船邊橋式起重機需要屬性 B 的貨櫃時，則 RMGC 需決定由何一存放排取櫃。

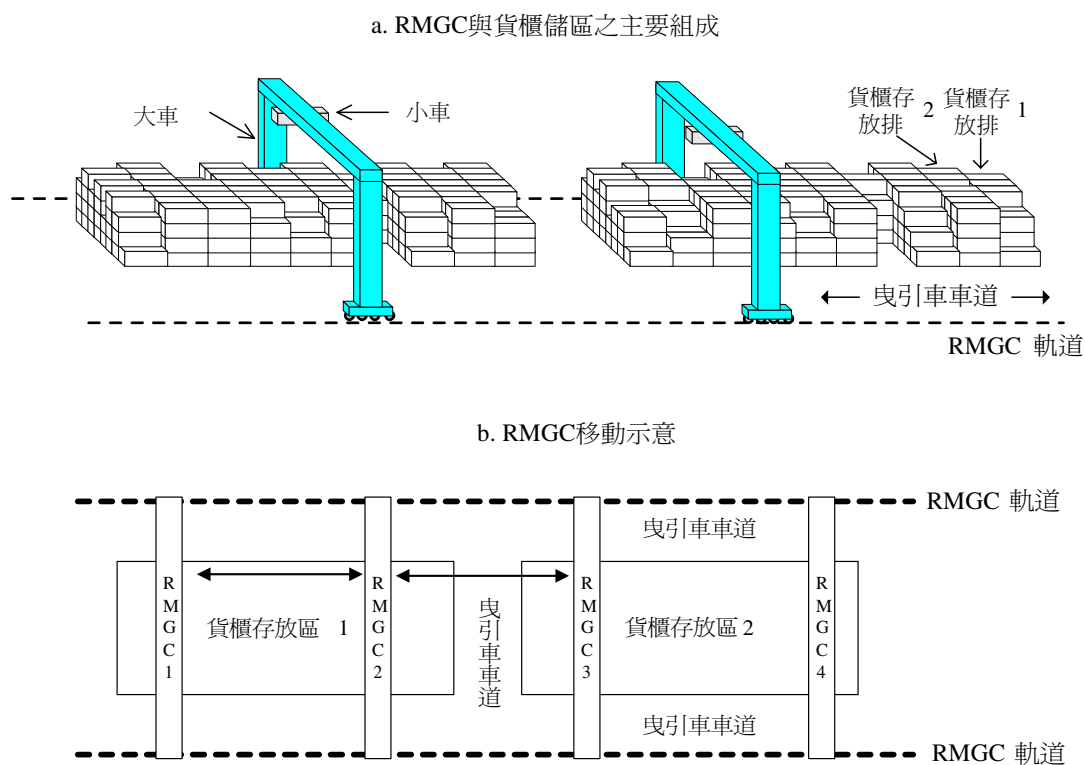


圖 1 軌道式門型起重機 (RMGC) 示意

2. 取櫃數量 (how many to pick)：規劃者除需決定由何一存放排取櫃外，亦需同時決定自各存放排取出的貨櫃數量，以滿足裝船之需求。
3. 大車如何移動 (how to move)：在決定取櫃位置與取櫃數量後，尚須安排 RMGC 大車於必須駐停的存放排上之移動順序與方向，以期減少不必要的往復移動，盡快完成儲區取櫃作業。

在以單部 RMGC 服務一部船邊橋式起重機的工作模式下 (單對單工作模式)，RMGC 移動路徑規劃之目標在於追求大車往復移動的總距離最短，同時亦能滿足船邊橋式起重機之裝櫃需求。Kim^[1-3]曾以此單對單工作模式為主題，探討貨櫃起重機具移動路徑規劃問題，並建立相對應的數學模式與求解策略。因同時決定如上所述之三個決策因素頗為複雜，Kim^[1-3]均以啟發法進行求解，其主要概念為先窮舉上述第一與第二個決策因素之所有可行解後，再逐一計算每一個可行解所對應的 RMGC 大車最短移動距離，挑出移動距離最短者作為最佳解。

執行出口貨櫃裝船作業時，由於橋式起重機是「依序」執行貨櫃吊卸工作，其作業速度較儲區之 RMGC 高出許多，在爭取時效的考量下，為使出口貨櫃能快速由儲區送至船邊，實務上已可見以多部 RMGC 搭配一部橋式起重機 (多對單工作模式)，進行貨櫃裝船

工作。進行多對單工作模式之 RMGC 移動路徑規劃時 (圖 2)，除了決定上述三個決策因素之外，尚須面對第四個決策性因素，即對每一個取櫃作業而言，應由「何部執行取櫃」(who to pick) 如前例所述，在儲區中欲取出若干個屬性 B 的貨櫃時，可由多部 RMGC 同時於存放排 42、70 與 85 取櫃，以爭取時效，但由何部 RMGC 於指定存放排取櫃卻又成為一個待決定的決策因素。

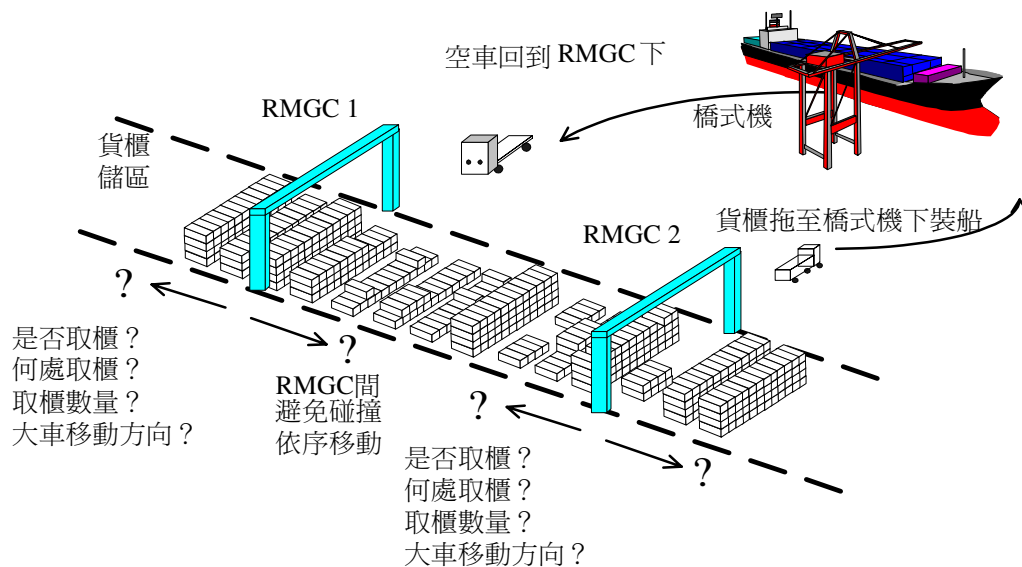


圖 2 RMGC 從事出口貨櫃裝船作業之相關決策因素

在數學模式的探討上，多對單工作模式相較於單對單工作模式而言將更為複雜。因在目標函數方面，除了盡量減少 RMGC 大車移動總距離外，多對單工作模式尚須追求各 RMGC 之取櫃工作能夠盡量均化，以及大車總駐停次數能夠盡量減少，以發揮多部 RMGC 同時作業之效果。在限制條件方面，除了基本的取櫃屬性與數量須符合橋式起重機之需求，以及「大車靜止始可吊卸」之外，多對單工作模式另須考量作業進行中 RMGC 彼此間的相對位置，即嚴格遵守「依序移動」、「避免碰撞」兩個限制條件，始可順利作業。

2.3 相關研究

由於 RMGC 具有吊起重物的能力，在造船廠、鋼鐵廠等重工業的產品製程中常可見各式 RMGC 的應用，惟其用途多為重型機械、大型成品與半成品之吊取，且大車移動之起迄位置多為固定，故少有文獻針對此類大車移動路徑問題加以探討。然而在港區貨櫃場中，RMGC 必須處理大量的貨櫃吊卸工作，大車移動路徑對於作業效率有直接的影響。故對港區貨櫃場而言，RMGC 大車移動路徑之安排屬於十分重要的規劃性課題。

在貨櫃起重機移動路徑規劃問題的探討上，韓國 K. H. Kim 教授曾以出口貨櫃裝船作

業為情境，探討貨櫃起重機具移動路徑規劃問題，並建立對應的數學模式與求解策略^[1-3]。Kim 最先探討的是單部貨櫃門型起重機之大車移動路徑規劃問題^[1]，因工作模式較為單純，不需考慮多部門型起重機工作均化與避免碰撞等因素，故其模式僅以單部門型起重機大車之移動距離最小化為目標函數；在限制條件方面，由於儲區貨櫃存量與存放位置均為已知，門型起重機僅須遵守裝船順序之規定，於儲區中依序取出特定的貨櫃種類與數量，模式中並無其他的限制條件。值得一提，Kim 曾於此文中建議，多部貨櫃門型起重機之大車移動路徑規劃問題值得進一步加以探討。接著 Kim 又以跨載機之移動路徑規劃為探討主題^[2]，並沿用上述的概念進行模式的建立與求解，然問題規模增加時，將因求解時間過長而無法處理，故 Kim^[3] 乙文則發展啟發法來處理跨載機之移動路徑規劃問題。

在國內相關研究方面，謝玉霜^[4]鑑於多部 RMGC 同時作業必須納入「平均工作量」、「避免碰撞」等考量因素，較難構建成一般數學規劃問題，故運用限制式規劃^[4]構建模式，據以探討 RMGC 移動路徑規劃問題。經實例分析顯示，限制式規劃可同時接受以數學式與邏輯條件式所陳述之限制式^[5]，利於表達涉及因素較多之實務性問題，但限制式規劃之求解效率與可行解空間有絕對的關係，主要乃因限制式規劃之求解主要係以分支界限(branch and bound)作為列舉可行解之方式，故於變數值域空間列舉可行解時，若變數過多或值域空間過大，將會大幅增加搜尋可行解之時間而降低求解效率，因此，採用限制式規劃構建模式宜特別注意變數之設計。

綜合上述，可歸納出下列事項：

1. 目前主要探討貨櫃起重機移動路徑規劃之相關文獻，多就單部起重機移動路徑問題加以探討，僅謝玉霜^[4]乙文以限制式規劃初步探討多部起重機移動路徑問題。然實務界將傾向採用多部起重機具同時作業，而 Kim^[1]亦指出，多部門型起重機之大車移動路徑問題值得加以探討。
2. 門型起重機移動路徑規劃問題，因須配合貨櫃屬性與數量之限制，又必須減少大車之移動路徑，不利於直接求解。如 2.2 節所述，Kim^[1,3]以兩階段啟發式方法求解：第一階段先列舉滿足貨櫃屬性與數量限制之所有可行解，第二階段再搜尋這些可行解之大車最短移動路徑。
3. 探討實務問題時，若涉及因素過多而不利於構建成數學規劃問題，可考量利用限制式規劃協助構建模式與求解^[4]。惟變數之個數與值域必須納入考量，以免影響求解效率。

三、多部 RMGC 大車移動路徑數學模式之構建與求解

本節旨在針對多部 RMGC 同時作業之大車移動路徑規劃問題建立對應之數學模式，並根據模式特性研提求解方法。3.1 節旨在探討如何將 RMGC 移動路徑規劃問題所涉及之四項決策因素，以及多部 RMGC 移動時之限制因素加以納入考量，並據以構建一概念性模式；3.2 節則根據 3.1 節所建立之概念性模式，據以建立數學模式。由於模式結構複雜，

3.3 節將根據模式之特性探討求解方法，並據以發展啟發法。

3.1 概念性模式之構建

如 2.2 節所述，多部 RMGC 大車移動路徑問題涉及「何處取櫃」、「取櫃數量」、「大車如何移動」以及「何部執行取櫃」等四項決策因素。因此，所構建之數學模式必須將該四項決策因素納入考量。為便於說明，3.1.1 節先介紹「何處取櫃」、「取櫃數量」與「何部執行取櫃」三項決策因素之處理；3.1.2 節介紹如何納入「大車如何移動」之決策因素；至於模式之目標函數、以及多部 RMGC 同時作業所需遵守之限制條件，則於 3.1.3 節加以說明。

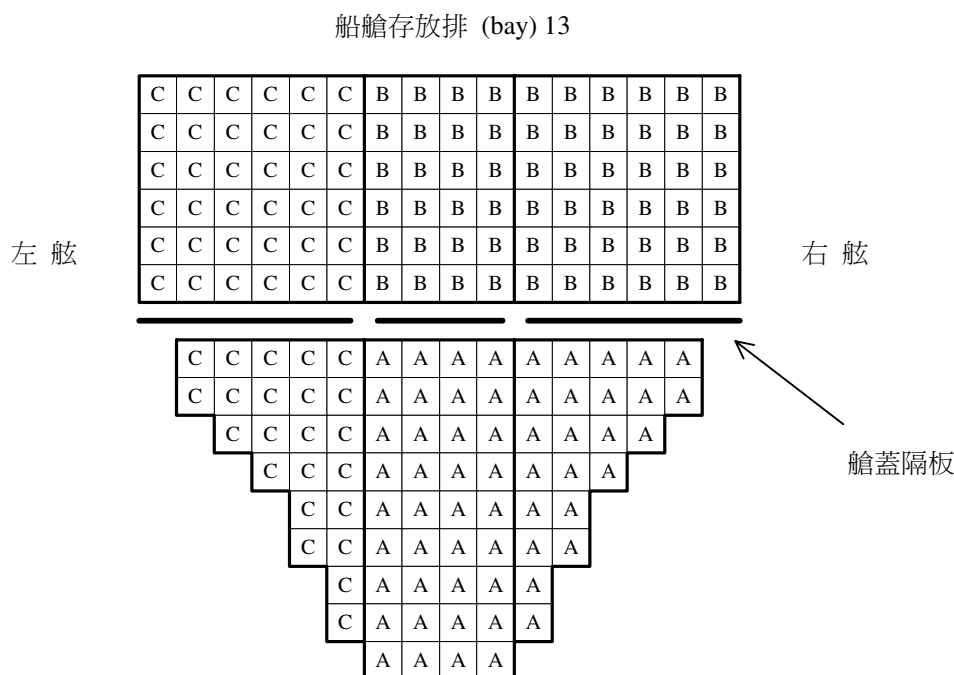
3.1.1 「何處取櫃」、「取櫃數量」與「何部執行取櫃」之處理

執行貨櫃裝船作業時，其主要的程序為 RMGC 將出口貨櫃自儲區中取出，交由曳引車拖至船邊，藉由橋式起重機吊上船舶。就裝船作業之貨櫃需求而言，通常是以橋式起重機為單位，將整個作業過程分成若干個子工作 (sub-job)，並配合船體結構特性來擬定每個子工作之貨櫃裝船批量 (lot of containers)。如圖 3 所示，欲利用橋式起重機將船艙裝滿貨櫃時，礙於艙蓋隔板 (hatch cover) 之限制，必須先將位於船艙底部之艙位裝滿，蓋上艙蓋隔板後，始可將貨櫃置於艙蓋隔板上之艙位，另配合貨櫃目的港與重量等不同貨櫃屬性因素之考量，當作業由船舶左舷向右舷進行時，規劃者可安排先裝入 36 個屬性 A 的貨櫃 (中間下艙)、再裝入 23 個屬性 C 的貨櫃 (左舷下艙)、23 個屬性 A 的貨櫃 (右舷下艙)，接著為 24 個屬性 B 的貨櫃 (中間上艙)、36 個屬性 C 的貨櫃 (左舷上艙)，最後裝入 36 個屬性 B 的貨櫃 (右舷上艙)。依此程序可整理出貨櫃裝船順序表 (表 1)，亦即橋式起重機於執行貨櫃裝船時對於出口貨櫃之屬性與數量的需求。

就裝船作業之貨櫃供給而言，為利於進行文件處理以及積載規劃作業 (stowage planning)，貨櫃碼頭通常會在每艘船舶抵港前一日，停止接受該航次出口貨櫃之進儲。換言之，在截止收貨日之後，幾乎所有預定裝載至該船舶之貨櫃，均已位於出口儲區等候裝船。值得注意的是，雖然碼頭管理者會根據貨櫃屬性 (如目的港、尺寸) 與數量，預先對儲區位置進行適當的規劃分派，但因出口貨櫃送抵櫃場的時間具有不確定性，為爭取進儲時效，起重機可能會將屬性相同的貨櫃置於儲區中不同的位置，然為利於後續裝船作業之進行，相同屬性之出口貨櫃進儲時仍以置於 RMGC 下方同一存放排為原則。在某航次出口貨櫃進儲完畢之後，可以根據貨櫃之屬性與儲存位置，整理出該航次所有出口貨櫃之存量表 (表 2)，作為裝船作業之貨櫃供給。

在處理「何處取櫃」與「取櫃數量」兩個決策因素時，是以裝船順序 (表 1) 之需求為主，依序滿足各子工作所需之貨櫃屬性與數量。由於出口貨櫃之儲存位置與數量為已知 (表 2)，故決定「何處取櫃」與「取櫃數量」實際上是在處理以貨櫃存量為供給，以貨櫃裝船順序為需求之運輸問題 (transportation problem)。如圖 4 所示，位於左側的供給節點

為表 2 所列之貨櫃位置與存量，位於右側的節點則是根據表 1 所依序排列之需求節點，亦即對同一個儲區存放排而言，其貨櫃存量總數等於所有子工作由此存放排取出貨櫃之總和；而同一個子工作之取櫃總量，必須等於由所有符合指定屬性之存放排所取出之貨櫃總和。在運輸問題中，因每一種屬性的貨櫃之供給與需求皆為獨立，故整個運輸問題可依貨櫃屬性「分解」為若干個運輸子問題。如圖 5 所示，由於表 1 與表 2 計有三種屬性的貨櫃，故可「分解」為三個運輸子問題。



註：1. 本圖係假設對空艙進行裝櫃。

2. 中間下艙、左舷下艙、右舷下艙、中間上艙、左舷上艙、右舷上艙各預計裝入 36、23、23、24、36、36 個貨櫃。

圖 3 貨櫃船艙特定存放排貨櫃存放示意

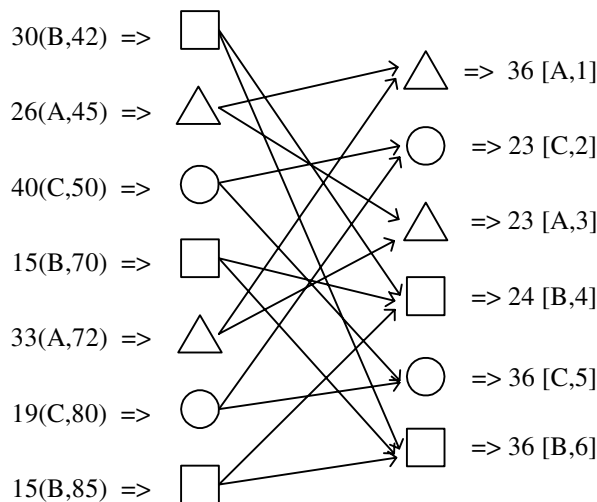
表 1 貨櫃裝船順序

子工作	1	2	3	4	5	6
貨櫃屬性	A	C	A	B	C	B
貨櫃數量	36	23	23	24	36	36

註：本表乃對應圖 3 之貨櫃存放位置。

表 2 櫃場貨櫃存量

儲存位置 (存放排)	42	45	50	70	72	80	85
貨櫃屬性	B	A	C	B	A	C	B
貨櫃數量	30	26	40	15	33	19	15



註：1. 節點形狀代表不同貨櫃屬性。

2. 30(B,42) 表示存放排 42 存有 30 個屬性 B 的貨櫃。

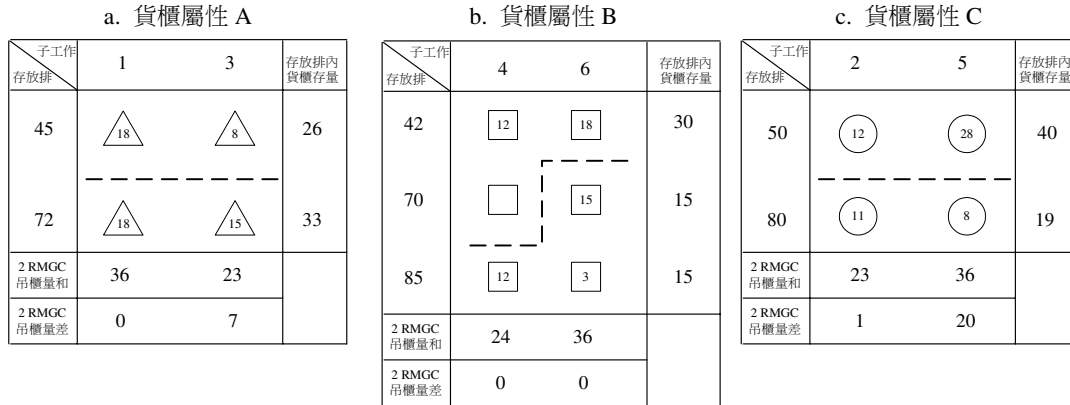
3. 36[A,1] 表示第一個裝船子工作需要 36 個屬性 A 的貨櫃。

圖 4 櫃場貨櫃與裝船貨櫃所構成之運輸問題 (依子工作順序排列)

值得一提，在處理構成運輸子問題之「何處取櫃」與「取櫃數量」兩個決策因素的同時，尚須納入「何部執行取櫃」之決策因素，以均化兩部 RMGC 之取櫃工作量。此時必須在運輸子問題上，加入「依序移動」與「避免碰撞」之附加限制式 (side constraints)，據以決定每部 RMGC 大車之合理駐停位置。根據上述探討可知，「何處取櫃」、「取櫃數量」與「何部執行取櫃」三個決策因素之處理，本質上是求解若干個獨立的具附加限制式的運輸子問題，然由於必須先決定 RMGC 大車之合理駐停位置，始能進行運輸子問題供給與需求之計算，故該運輸子問題實質上為一「網路設計子問題」。

由於不同的可行解會造成每部 RMGC 不同的取櫃工作負擔，為決定「何部執行取櫃」，必須針對每一組「網路設計子問題」的可行解搜尋兩部 RMGC 之工作量差異以及大車總駐停次數最少的組合。值得一提，每組「網路設計子問題」的可行解中，符合兩部 RMGC 工作量差異以及大車總駐停次數最少的組合可能不只一組 (退化解)，如何挑選最

佳的「網路設計子問題」可行解取決於該組取櫃方式所對應之「大車如何移動」，其處理方式將於下一小節加以說明。



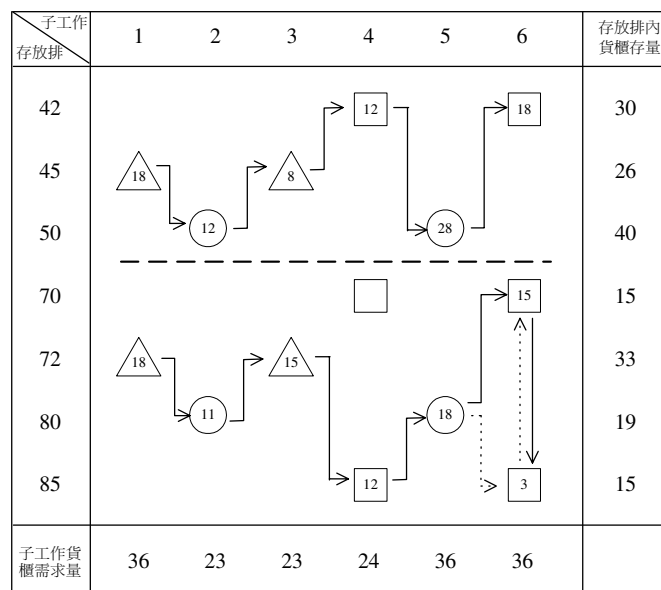
- 註：1. 本圖承接圖 4，依貨櫃屬性分解為 3 個子問題，但因增加考量「何部執行取櫃」而成為網路設計子問題。
 2. 各節點上數字表示 RMGC 取櫃數量。
 3. 虛線乃區隔兩部 RMGC 工作範圍。

圖 5 櫃場貨櫃與裝船貨櫃所構成之網路設計子問題（依貨櫃屬性分）

3.1.2 「大車如何移動」之處理

多部 RMGC 大車移動路徑問題所涉及的四個決策因素中，「何處取櫃」、「取櫃數量」與「何部執行取櫃」三個決策因素實為若干個相互獨立的「網路設計子問題」，而某些子問題可能會有許多組可行解，由於每組可行解必須由 RMGC 大車變換駐停位置始能完成，故必須將所有經「分解」後的各網路設計子問題之每組求解結果依原子工作順序排列，逐一計算大車移動距離與各 RMGC 取櫃工作量，始能決定「大車如何移動」。其中各 RMGC 取櫃工作量越平均、大車移動總距離越短以及大車總駐停次數越少者，越能提升儲區取櫃效率，故本研究以此三個項目之最小化作為模式之目標函數。

由於 RMGC 必須「依序」完成所有子工作，故欲處理「大車如何移動」，必須將前述個別求解之網路設計子問題所得結果，依原子工作執行次序排列，始可計算大車移動總距離。圖 6 為將圖 5 中三個網路設計子問題依原子工作順序加以組合之結果，用以計算大車如何移動，其中圖 5a 之網路設計子問題代表子工作 1 與 3，故其求解結果須置於圖 6 中子工作 1 與 3 的位置，同理，圖 5b 與圖 5c 之求解結果須分別置於圖 6 中子工作 4 與 6，以及子工作 2 與 5 的位置。如圖 6 所述，因各子工作所必須駐停之存放排已確定，故可依序推算每部 RMGC 所需移動之距離。當子工作所必須駐停之存放排超過兩處時（如子工作 4 與 6），則必須計算大車不同的移動方式，以求得較短的移動距離。



- 註：1. 節點上數字表示 RMGC 取櫃數量。
 2. 虛線用以區隔兩部 RMGC 之工作範圍。
 3. 虛射線表示 RMGC 大車移動替選路徑。

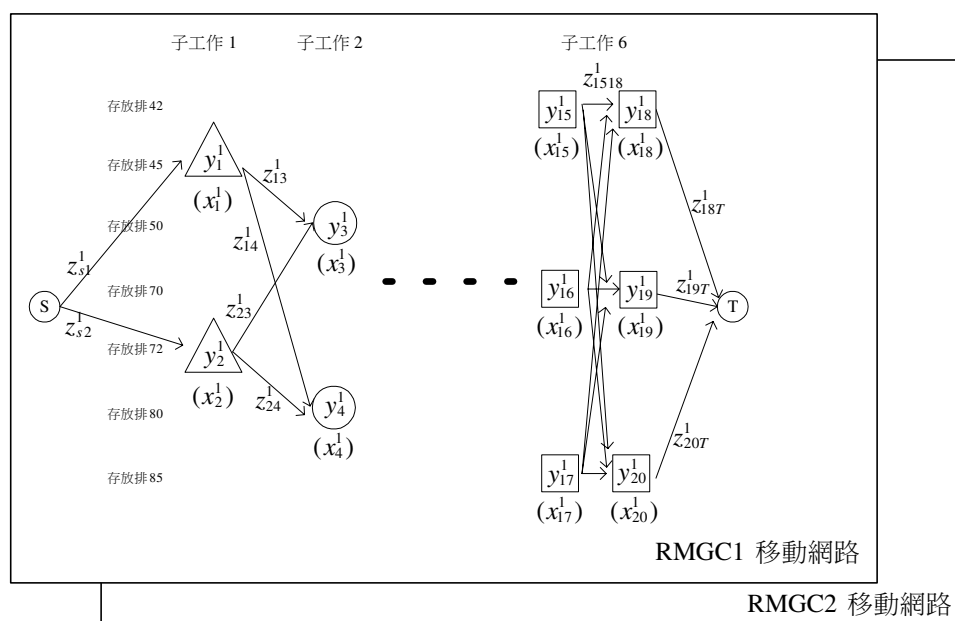
圖 6 各網路設計子問題求解結果之組合 (依原子工作順序加以組合)

圖 7 以雙層時空網路表示兩部 RMGC 大車之移動，每層網路中，除了起始與蒐集兩個節點外，其餘節點代表可供 RMGC 大車駐停取櫃之儲區存放排。網路中節線之功能為連接各個節點，以表示 RMGC 大車之移動。必須注意的是，為避免網路中產生迴路 (loop)，當同一種屬性的貨櫃儲存於多個存放排時，必須將代表存放排的節點進行分裂 (如圖 7 之子工作 6)，以利 RMGC 於執行同一個子工作時，可在不同存放排間重複進行移動、駐停與取櫃的動作，直至累積取櫃數量達到本次子工作所指定之取櫃總量為止。對每一個子工作而言，當存有指定屬性之貨櫃存放排個數為 m ，同時作業的 RMGC 數量為 n 時，該子工作之節點分裂的次數為 $\left\lceil \frac{m}{n} \right\rceil - 1$ ，如圖 7 中之子工作 6 ($m=3, n=2$) 之節點需分裂一次 (即同一節點分裂成為兩個節點)。

3.1.3 目標函數與限制條件

本研究所構建模式之目標函數包含三個項目，即追求各 RMGC 之工作負擔平均化、RMGC 大車總駐停次數以及移動距離最小化，其目的在於提升儲區取櫃速度，快速支援船邊橋式起重機作業。就目標函數之第一項而言，因實務上已採用多部 RMGC 同時於儲區取櫃之方式提升效率，此方式之所以能發揮效果，主要原因為多加入的 RMGC 能夠分擔原本全由第一部 RMGC 所執行之取櫃工作量，故於規劃階段宜盡量將取櫃工作平均交

由各 RMGC 同時處理。



註：變數 x_i^r 與 y_i^r 係針對節點而設計，當 y_i^r 不為零時， x_i^r 始可不為零；變數 z_{ij}^r 則表示節線流量。

圖 7 RMGC 移動網路示意

目標函數之第二項為減少 RMGC 大車總駐停次數，因為 RMGC 大車每次移動後，再次駐停取櫃前必須進行微調定位，始能開始吊櫃，若大車移動過於頻繁，將會因多次進行大車微調定位而中斷小車連續取櫃，延誤儲區取櫃時效。目標函數之第三項為選擇 RMGC 大車移動路徑較短的取櫃方式，如 3.1.2 節所述，滿足船邊橋式起重機需求之取櫃方式可能有許多種，選擇 RMGC 大車移動路徑較短的取櫃方式有助於縮短取櫃作業時間。

在限制條件方面，兩部 RMGC 同時作業的方式較單部 RMGC 作業複雜許多，以下分三部分說明構建模式時需納入考量之各項作業限制條件。

1. 根據 2.1 節所述，兩部 RMGC 同時作業時必須嚴格遵守下列三項限制條件：

- (1) 依序移動：RMGC 於變換駐停位置時，不得穿越另一部 RMGC。
- (2) 避免碰撞：基於安全考量，同一存放排每次僅允許一部 RMGC 駐停，同時，兩部 RMGC 之駐停位置必須保持一個存放排以上的間隔。
- (3) 大車靜止始能吊櫃：除了起始與蒐集節點之外，圖 7 中所有可供駐停的節點（存放排）皆對應一組取櫃決策變數，代表自該存放排取出的貨櫃量，唯有在 RMGC 大車經過且駐停的節點上，其取櫃決策變數始可不為零。

2. 貨櫃數量之供給與需求：

- (1) 貨櫃需求必須滿足：針對每個子工作所涵蓋的節點而言，其所有對應的取櫃決策變數總和必須等於該子工作之指定取櫃數量。
- (2) 貨櫃供給數量固定：針對每一個存放排而言，所有由該存放排取出之貨櫃總量必須等於該存放排原有貨櫃存量。

3. 決策變數相關限制：

- (1) 取櫃決策變數：在圖 7 中，除起始與蒐集兩節點外的所有節點均有對應的取櫃決策變數，用以代表自該節點代表的存放排取出的貨櫃數量，取櫃決策變數之值應為正整數。
- (2) 大車駐停決策變數：本文以 0-1 決策變數表示 RMGC 大車之駐停。以圖 7 為例，除起始與蒐集兩節點外的所有節點均有對應的大車駐停決策變數，若其值為 1，表示 RMGC 大車曾駐停於該節點代表的存放排；若其值為 0，表示 RMGC 大車未駐停於該節點代表的存放排。
- (3) 大車移動決策變數：本文以 0-1 決策變數表示 RMGC 大車之移動。以圖 7 為例，若節線決策變數值為 1，表示 RMGC 大車曾經過該節線；若節線決策變數值為 0，表示 RMGC 大車未經過該節線。

3.2 數學模式之建立

根據 3.1 節所述之概念性模式，本研究以兩部 RMGC 同時進行出口取櫃作業為研究對象，據以構建大車移動路徑規劃數學模式，其目標函數及限制式列式如后：

$$[\text{MP1}] \quad \text{Min} \quad w_1 \left(\sum_{p \in P} \left| \sum_{i \in AN_p^1} x_i^1 - \sum_{i \in AN_p^2} x_i^2 \right| \right) + w_2 \left(\sum_{r \in R} \sum_{i \in AN^r} y_i^r \right) + w_3 \left(\sum_{r \in P} \sum_{(i,j) \in A^r} c_{ij}^r z_{ij}^r \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} z_{ij}^r - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} z_{ji}^r = b_i^r \quad \forall i \in AN^r, \forall r \in R \quad (2)$$

$$\sum_{\{i:(i,j) \in A\}} z_{ij}^1 + \sum_{\{i:(i,j) \in A^2\}} z_{ij}^2 \leq 1 \quad \forall j \in SN^1 \quad (3)$$

$$\left(\sum_{\{i:(i,j) \in A\}} z_{ij}^1 + \sum_{\{i:(i,k) \in A^2\}} z_{ik}^2 \right) \leq 1 \quad \forall [j,k] \in CN_{pf}^1 \quad (4)$$

$$z_{ij}^1 + z_{kl}^2 \leq 1 \quad \forall (i,j), (k,l) \in CR^1 \quad (5)$$

$$\sum_{\{j:(j,i) \in A^r\}} z_{ji}^r \leq M \cdot y_i^r \quad \forall r \in R, \forall i \in SN^r \quad (6)$$

$$x_i^r \leq M \cdot y_i^r \quad \forall r \in R, \forall i \in SN^r \quad (7)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{i \in AN_p^r} x_i^r = q_p \quad \forall p \in P \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{i \in JN_j^r} x_i^r = I_j \quad \forall j \in J \quad (9)$$

$$x_i^r \geq 0 \quad \forall r \in R, \forall i \in AN^r \quad (10)$$

$$y_i^r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R, \forall i \in AN^r \quad (11)$$

$$z_{ij}^r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R, \forall (i,j) \in A^r \quad (12)$$

其中：

- x_i^r : 決策變數，表示第 r 部 RMGC 於節點 i 所吊出的貨櫃數量；
- y_i^r : 0-1 決策變數，其值為 1 時，表示第 r 部 RMGC 於節點 i 停留；其值為 0 時，表示節點 i 無 RMGC 停留；
- z_{ij}^r : 0-1 決策變數，代表節點 i 至節點 j 之節線流量。其值為 1 時，表示第 r 部 RMGC 由節點 i 移至節點 j ；其值為 0 時，表示無 RMGC 移動；
- A^r : 所有位於第 r 部 RMGC 移動網路上之節線所成的集合；
- b_i^r : 為一整數，當 $i \in SN^r$ 時，其值為 0；當 $i = S$ 時其值為 -1，當 $i = T$ 時其值為 1；
- C_{ij}^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上，RMGC 由存放排 i 移至存放排 j 之距離（存放排個數）；
- I_j : 存放排 j 內貨櫃存量總數；
- J : 所有存放排所成的集合；
- P : 所有子工作所成的集合；
- q_p : 第 p 個子工作所需取出之貨櫃總數；
- R : 所有 RMGC 所成的集合；
- M : 一個很大的數；
- w_i : 第 i 項之權重；
- AN^r : 所有位於第 r 部 RMGC 移動網路上之節點所成的集合；

- AN_p^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上, 所有位於子工作 p 涵蓋範圍內之節點所成的集合;
- CN_{pf}^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上, 子工作 p 的第 f 次取櫃動作中, 所有代表相鄰存放排的兩相鄰節點所成的集合 (某些節點雖相鄰但不一定代表相鄰存放排);
- CR^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上, 各子工作之間, 或同一子工作各分裂節點排之間, 所有相互交叉的節線對所成的集合;
- JN_j^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上, 所有位於存放排 j 涵蓋範圍內之節點所成的集合;
- SN^r : 第 r 部 RMGC 移動網路上, 除了節點 S 與節點 T 之外, 所有節點所成的集合;
- (i, j) : 表連接節點 j 與節點 k 之節線;
- $[j, k]$: 表 j 與 k 兩個節點。

上述數學模式中, 式(1)為目標函數, 由三個各有對應權重之項目組成。第一項旨在均化兩部 RMGC 每一子工作之工作量; 第二項則極小化 RMGC 於各存放排之駐停次數; 第三項則希望盡量減少 RMGC 大車移動的總距離; 式(2)為各層時空網路上之流量守恆限制式; 式(3)與式(4)為避碰限制式, 由於兩層時空網路結構相同, 同一個存放排由兩個分別位於上下兩層的對應節點表示, 式(3)對流入每一組對應節點的流量和上限加以限制, 確保每一個存放排每次僅能被一部 RMGC 服務, 式(4)則針對每個子工作每次的取櫃工作, 限制流入每一組相鄰對應節點的流量和上限, 確保兩部 RMGC 工作時能保持安全間隔; 式(5)則限制 RMGC 必須依序移動, 不得相互穿越; 至於 RMGC 大車之移動、駐停與取櫃則由式(6)與式(7)加以限制, 式(6)表示任一個存放排必須位於 RMGC 大車移動路徑上, RMGC 大車始得駐停; 式(7)表示任一個存放排必須有 RMGC 大車駐停, 貨櫃始可被取出; 在貨櫃處理數量方面, 式(8)之作用為限制兩部 RMGC 在進行任一個子工作時, 必須合作取出裝船順序表對該子工作所指定之貨櫃總數, 始能進行下一個子工作; 式(9)是貨櫃存量限制式, 即針對每個儲區存放排而言, 在子工作全數處理完畢後, 所有由該存放排取出貨櫃之總和, 必須等於原先儲存於該存放排的貨櫃總量; 式(10)至式(12)則為決策變數之整數與非負限制式。

3.3 數學模式之求解

本小節旨在探討 3.2 節所建立之數學模式特性, 據以研提求解方法。3.3.1 節先探討模式之特性, 並提出求解構想; 3.3.2 節則根據求解構想, 設計求解啟發法。

3.3.1 模式特性與求解構想

模式 [MP1] 之目標函數旨在極小化三項加權之總和; 其限制式則用以確保求解結果能符合各項實務作業限制, 並滿足取櫃數量之供給與需求等條件。然而, 根據實務因素以及模式之結構 (圖 8), 可歸納出模式之特性, 以作為研擬求解構想之依據。為便於說明, 3.2 節所建立之模式 [MP1] 暫改寫為如下之簡式 [MP2]:

$$[\text{MP2}] \quad \text{Min} \sum_{k=1}^K f(x^k, y^k) + g(z) \quad (\text{S1})$$

$$s.t. \quad A^k x^k = b^k \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{S2})$$

$$x^k - M \cdot y^k \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{S3})$$

$$B^1 \cdot z \leq d^1 \quad (\text{S4})$$

$$B^2 \cdot z = d^2 \quad (\text{S5})$$

$$y^k - M \cdot z \leq 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{S6})$$

$$x^k \geq 0 \quad \forall k \quad (\text{S7})$$

$$y^k, z \in \{0, 1\} \quad \forall k \quad (\text{S8})$$

其中：

x^k ：對應模式 [MP1] 之 x_i^r 決策變數中，與屬性 k 之貨櫃有關者；

y^k ：對應模式 [MP1] 之 y_i^r 決策變數中，與屬性 k 之貨櫃有關者；

z ：對應模式 [MP1] 之 z_{ij}^r 決策變數；

A^k ：模式 [MP1] 中， k 屬性貨櫃之取櫃供給與需求之限制式係數矩陣；

b^k ：模式 [MP1] 中， k 屬性貨櫃之取櫃供給與需求限制式右手常數；

B^1 ：模式 [MP1] 中，大車「依序移動」與「避免碰撞」之限制式係數矩陣；

B^2 ：模式 [MP1] 中，「大車移動路徑網路」流量守恆之限制式係數矩陣；

K ：表示貨櫃屬性之數目；

M ：表示一個很大的數。

模式 [MP2] 中，式(S1)為目標函數，分成涉及決策變數 x^k 、 y^k 以及決策變數 z 兩大項；式(S2)為取櫃供給與需求之限制式，可依貨櫃屬性分為 K 組運輸子問題（圖 8 之第一層）；式(S3)為式(S2)之限制式，用以限制取櫃工作僅能發生在 RMGC 大車駐停位置上，式(S2)與(S3)會構成 K 組網路設計子問題（圖 8 之第二層）；式(S4)與(S5)係 RMGC 大車移動限制式，式(S4)限制兩部 RMGC 大車必須遵守「依序移動」與「避免碰撞」兩作業條件，式(S5)為「大車移動路徑」網路流量守恆限制式；式(S6)限制位於 RMGC 大車移動路徑上之節點，RMGC 大車始得駐停；式(S7)與(S8)為決策變數型態與值域之宣告。值得一提，式(S2)與(S3)為取櫃限制式，式(S4)與(S5)為大車移動限制式，式(S6)為網路設計限制，

此三組限制式在結構上具有「雙元商品網路問題」(two-commodity network problem) 的性質 (圖 8 之第三層)。

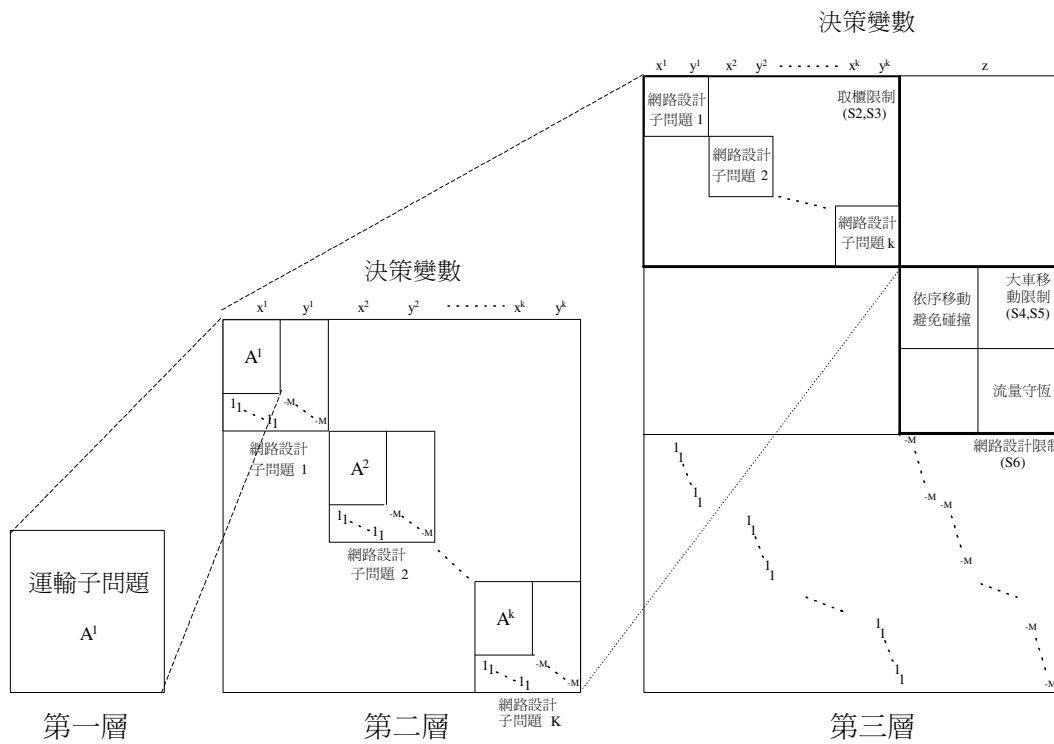


圖 8 模式 [MP2] 限制式結構示意

根據實務因素以及模式結構，可歸納出如下幾項特性：

1. 就目標函數而言，從實務的角度考量，由於船舶停靠碼頭船席的單位時間成本很高，若是各個子工作能夠盡量平均由兩部 RMGC 來處理，將可有效縮短工作時間。易言之，追求工作平均化之重要性會遠高於縮短 RMGC 大車移動總距離之重要性 (即權重 $w_1 \gg$ 權重 w_3)。同時，RMGC 大車經移動後，每次駐停取櫃之前必須進行微調定位，始能開始作業，故盡量減少 RMGC 大車之駐停次數對於提升作業效率而言，亦具有極高程度的重要性 (即權重 $w_2 \gg$ 權重 w_3)。在納入 $w_1 > w_3$ 且 $w_2 \gg w_3$ 之實務因素後，[MP1] 模式中包含三個項目之目標函數可分為兩部分 (模式 [MP2] 之式(S1))，第一部分由重要性較高之取櫃決策變數 x 與 RMGC 大車駐停決策變數 y 所構成，第二部分則僅包含重要性較低之 RMGC 大車移動決策變數 z 。
2. 就限制式之結構而言，[MP2] 模式屬於「雙元商品網路設計問題」(two-commodity network design problem)。原因在於其限制式可分為取櫃限制 (式(S2),(S3)) 以及大車移動限制 (式(S4),(S5)) 兩個網路 (圖 8 之第三層)，且兩者間存在相互牽制之附加限制式

(side constraints) (式(S6))，故為「雙元商品網路問題」；又因在理論上，該附加限制式具有絕對的主從關係，即必須先決定「大車移動路徑」網路中的路徑，才能進而決定「取櫃工作處理」網路中位於移動路徑上節點之取櫃數量，故本文模式亦為一「網路設計問題」。

3. 就取櫃限制而言 (圖 8 之第二層)，依其限制式結構之特性，可將該網路問題劃分為若干個獨立的「網路設計子問題」，每個網路設計子問題係由一個「運輸子問題」(式(S2))及其網路設計限制式 (式(S3)) 所形成。屬於「網路設計子問題」的原因在於經附加限制式決定大車駐停位置後，始可於駐停位置上計算「運輸子問題」(圖 8 之第一層) 各中節點所對應之取櫃數量。

本質上，模式 [MP1] 之目標函數 (式(1)) 需極小化三個項目之加權總和，且涉及絕對值之計算，屬於「非線性數學規劃問題」，又根據上述模式特性探討可知，本文所建立之數學模式為一「雙元商品網路設計問題」。綜合上述，本文所建立之模式實為一「非線性雙元商品網路設計問題」(non-linear two-commodity network design problem)，不利於直接求解。然因模式之目標函數與限制式具有特殊的性質，可於求解時加以利用，以下根據上述模式特性提出求解構想，作為設計求解啟發法之依據。

1. 因本文模式屬於「雙元商品網路設計問題」，理論上應先決定 RMGC 於「大車移動路徑網路」中之路徑，再決定「取櫃工作處理網路」中各節點之取櫃數量，並經疊代運算後求出最佳解。但因納入實務因素後，模式 [MP1] 之目標函數已被分為兩部分 (模式 [MP2] 之式(S1))，且對應權重相差極大，故可以權重為考量分兩階段進行求解，不需進行疊代運算。第一階段先決定對應權重較高之取櫃決策變數 x 與 RMGC 大車駐停決策變數 y ，第二階段再決定對應權重較低之 RMGC 大車移動決策變數 z 。
2. 第一階段求解時，目標函數可加以縮減，僅處理涉及決策變數 x^k, y^k 之取櫃工作均化與駐停次數最少化兩個項目。在限制式方面，決策變數 x^k 與 y^k 所構成的「取櫃工作處理網路」可依貨櫃屬性劃分為若干個獨立的「網路設計子問題」(圖 8 之第二層)。每個「網路設計子問題」中，必須在考慮「依序移動」與「避免碰撞」兩作業限制因素下 (式(S4))，決定大車合理之駐停位置後，再決定駐停位置上滿足「運輸子問題」之取櫃數量 (式(S2))。
3. 第二階段求解時，係將第一階段之求解結果視為已知條件，追求 RMGC 大車移動距離之極小化。必須注意的是，由於第一階段求解是分成若干個獨立的「網路設計子問題」進行，再組合成一整體求解結果，然部分「網路設計子問題」可能會產生退化解，故本階段必須就每一種組合，計算其對應的大車最短移動距離。最後挑出對應的大車移動距離最短的組合，即為第二階段求解結果。

3.3.2 求解啟發法之設計

本節將根據 3.3.1 節之求解構想，設計啟發法求解模式 [MP1]。根據求解構想之第一

點，納入實務因素後模式 [MP1] 可依目標函數權重之高低分兩階段進行求解。故必須先納入 $w_1 \gg w_3$ 且 $w_2 \gg w_3$ 之假設，並設定 $w_1 = w_2 = 0.5$ (為簡化模式，本研究暫不探討 w_1 與 w_2 兩權重間之關係)，將模式 [MP1] 分成兩個階段求解。

第一階段求解是以追求兩部 RMGC 取櫃工作均化與駐停次數最少化 (權重 w_1 與權重 w_2) 為目標，決定「何處取櫃」、「取櫃數量」、「何部執行取櫃」等三個決策因素，模式 [MP1] 之目標函數可暫時改寫為式(13)：

$$\text{Min } w_1 \left(\sum_{p \in P} \left| \sum_{i \in AN_p^1} x_i^1 - \sum_{i \in AN_p^2} x_i^2 \right| \right) + w_2 \left(\sum_{r \in R} \sum_{i \in AN^r} y_i^r \right) \quad (13)$$

在限制式方面，與決策變數 x_i^r 與 y_i^r 有關的限制式實為若干個獨立的「網路設計子問題」，亦即在駐停位置 (y_i^r) 決定之後，始能決定駐停位置上的取櫃數量 (x_i^r)。而駐停位置之決定又須納入「依序移動」與「避免碰撞」之考量 (部分有關)。故此階段應以式(13)為目標函數，式(3)至式(12)為限制式分別就各「網路設計子問題」進行求解。在求解方法上，由於決策變數均為正整數或雙元 (binary) 變數，且處理一般實務問題時可行解涵蓋之值域空間不大，同時，因目標函數計算複雜並涉及絕對值之處理，又必須考慮「依序移動」、「避免碰撞」等限制條件，故本文採用易於同時以數學式與邏輯條件表達問題，又可快速比較所有可行解的限制式規劃^[4]，進行第一階段的計算。第一階段計算完畢後，會分別得到各獨立「網路設計子問題」之最佳解，代表該子問題之一組「何處取櫃」、「取櫃數量」、「何部執行取櫃」的最佳決策。

啟發法第二階段的目的，在於計算 RMGC 大車如何以距離最短的移動方式，拜訪所有第一階段求解所決定之駐停位置。此時有兩點必須注意，第一是 RMGC 大車必須「依子工作順序」拜訪駐停位置，然而第一階段之求解係依貨櫃屬性分別處理若干個「網路設計子問題」，各子問題涉及不同的取櫃工作，因此，必須將第一階段各子問題之求解結果依子工作順序加以「還原排列」(如將圖 5 還原排列為圖 6)，始可進行第二階段求解。第二點仍與第一階段求解結果有關，由於某些「網路設計子問題」可能會有多組最佳解 (退化解) 均可獲得 RMGC 工作量差異與大車駐停次數加權總和最小的目標值，但每組最佳解會造成 RMGC 大車不同的移動方式，故必須就每一個「網路設計子問題」的每一組最佳解所造成的「還原排列」結果，分別計算距離最短的 RMGC 大車移動方式，例如圖 5 所包含的三個「網路設計子問題」分別有 l 、 m 、 n 組最佳解，第二階段則必須進行 $l \times m \times n$ 次的最短路徑計算，最後挑選出對應 RMGC 大車移動距離最短的組合，做為整個問題之求解結果。

RMGC 大車最短移動路徑計算方式之主要概念為，在具有多個駐停位置的單一軌道上，且每個子工作必須拜訪的駐停位置已知的情形下，如何以總移動距離最短的方式，決定 RMGC 大車處理每個子工作時駐停位置變換之次序與方向，此部分 Kim^[1] 曾針對單部門型起重機提出以動態規劃求解之演算方法。雖然本研究係探討兩部 RMGC 大車之移動

路徑問題，但由於啟發法第一階段已將兩部 RMGC 工作範圍加以區隔，啟發法第二階段係針對兩個單部門型起重機移動路徑問題分別求解，再予加總。因 Kim^[1]之單部門型起重機動態規劃求解演算法效率頗佳，本研究逕行引用之。

具體而言，本研究針對兩部 RMGC 大車移動問題模式求解所設計之啟發法如圖 9，其詳細演算步驟如后：

步驟 0：設定 $w_1 = w_2 = 0.5$ ， $w_3 = 0$ 。

步驟 1：以式(13)作為目標函數，式(3)至式(12)為限制式，以限制式規劃分別就每個獨立的「網路設計子問題」加以求解，某些子問題可能會產生退化解。（決定每個「網路設計子問題」中，符合大車作業限制條件，又可使兩部 RMGC 工作量差異與大車駐停次數加權總和最少的 y_i^r 與 x_i^r 的值）。

步驟 2：由步驟 1 所求得之各「網路設計子問題」的最佳解中，各取一組最佳解，依原子工作順序「還原排列」後，以動態規劃演算法計算兩部 RMGC 大車最短移動路徑，並加以記錄（決定每一組 y_i^r 與 x_i^r 所對應的 z_{ij}^r 值）。

步驟 3：每一個獨立「網路設計子問題」的每一組最佳解是否均經過步驟 2 之計算，若否，則回到步驟 2；若是，則由步驟 2 之記錄中，挑出對應 RMGC 大車移動路徑最短的 z_{ij}^r 、 y_i^r 與 x_i^r 三組決策變數值，即為啟發法之最後求解結果。

在電腦軟體工具運用方面，本文主要以 ILOG 公司之 OPL 套裝軟體進行啟發法第一階段限制式規劃模式之建立與求解，另搭配 Microsoft 公司之 Visual Basic 5.0 語言撰寫程式，用以整理第一階段限制式規劃演算之結果，並進行第二階段最短路徑搜尋之演算。

四、實例研究

為進一步說明兩部 RMGC 移動路徑規劃問題，並測試前節所構建之模式對實務問題之處理能力，本節將以某航商（以下簡稱航商 C）於高雄港承租之專用貨櫃碼頭（以下簡稱碼頭 P）為對象，進行實例分析。碼頭 P 為航商 C 於亞洲區域之貨櫃轉運樞紐基地，每月服務各式貨櫃船舶約 40 艘次，操作貨櫃裝卸動作達 25,000 次以上，為高雄港貨櫃裝卸量最高的貨櫃碼頭之一，擔負航商 C 遠、近洋航線貨櫃轉運之重要任務。碼頭 P 後線之貨櫃儲區分為進口區、出口區與空櫃區三部分，其中出口區由四個貨櫃儲存區（area）所組成，並採用八部 RMGC 作為貨櫃起重機具。由於遠、近航線在泊靠港口與出口貨櫃分類等特性上有所差異，為顧及研究之完整性，本節分別針對泊靠港口較少、貨櫃分類較為單純的遠洋航線，以及泊靠口較多、出口貨櫃分類較為複雜的近洋航線進行實例分析。

4.1 實例一：遠東至美西遠洋航線

航商 C 之美西定期航線（以下簡稱航線 X）以 5,500TEU 之船舶航行於遠東與北美西南岸之間，每週固定泊靠高雄港一次，據以進行貨櫃的裝卸船作業。航線 X 於北美西南

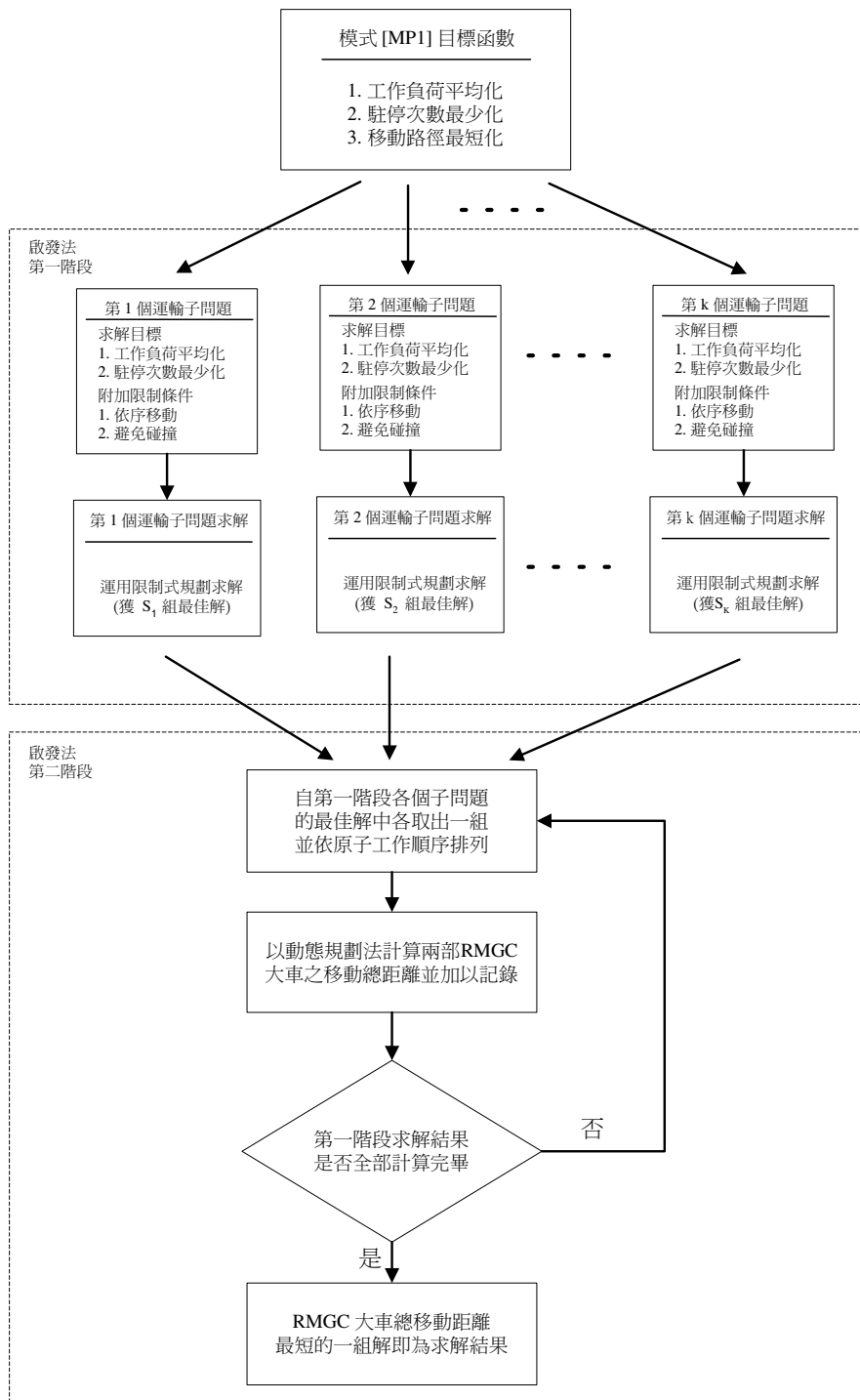


圖 9 兩階段啟發法示意

岸僅泊靠洛杉磯與奧克蘭兩個港口，因此，在高雄港蒐集該航線之出口貨櫃時，劃分的貨櫃屬性並不多。船舶抵港之前，碼頭配艙規劃員 (stowage planner) 必須根據總公司艙位分派之指示，同時考慮該航次貨櫃於儲區中之分布狀況，擬定出口貨櫃裝船順序表。因為航線 X 貨櫃裝卸數量十分龐大，為了縮短作業時間，一般均採用四部橋式起重機同時進行貨櫃裝卸船作業。表 3 為航線 X 某航次某一部橋式起重機所對應之貨櫃裝船順序表，以排定各個裝船子工作所需處理之貨櫃屬性與數量。表 4 則為表 3 中各屬性之貨櫃於碼頭出口儲區之存放位置與數量。

表 3 貨櫃裝船順序 (實例一)

子工作	1	2	3	4	5	6	7
貨櫃屬性	A	B	C	D	B	C	D
貨櫃數量	32	61	33	17	15	6	15

表 4 櫃場貨櫃存量 (實例一)

存放排	25	26	30	41	42	43	68	70	73	85
貨櫃屬性	D	C	C	A	B	A	D	B	C	B
貨櫃數量	16	4	6	16	23	16	16	15	29	38

表 3 與表 4 共包含四種屬性的貨櫃，構成四個獨立具附加限制式的運輸子問題 (網路設計子問題)，在圖 10a 中分以圓形、三角形、正方形、五邊形表示屬性為 A、B、C 與 D 的貨櫃。根據本研究設計之啟發法，第一階段先利用限制式規劃分別求解四個網路設計子問題，各子問題均可在三十秒內求解完畢 (IBM PIII PC, 128MB RAM)，分別得到 1,4,1,2 組最佳解 (y_i^r 與 x_i^r 值)，圖 10a 為各子問題之求解結果，其中貨櫃屬性為 B 與 D 的子問題有退化解產生。

接著進行啟發法第二階段，即利用動態規劃搜尋 RMGC 大車最短移動路徑。首先將第一階段所求得之最佳解依原子工作順序排列 (如圖 10b)，共可產生 8 種組合 ($1 \times 4 \times 1 \times 2$)，設定第一個子工作開始時，兩部 RMGC 分別位於儲區之兩端 (存放排 24 與存放排 86)，利用動態規劃 (如圖 10c) 可以分別求得各種組合相對應之 RMGC 大車最短移動路徑 (z_{ij}^r 值)，在 8 條最短路徑中，最短的一條移動距離為 261，最長的一條移動距離則為 317。

圖 10b 為本例第一階段之最佳解 (「何處取櫃」、「取櫃數量」、「何部執行取櫃」)，圖中不同形狀的節點代表不同屬性的貨櫃，節點上數字為當 RMGC 駐停於該存放排時，預定取出之貨櫃數量。由圖 10b 節點上數字可看出，各子工作之指定取櫃數量，及各存放排貨櫃存量等兩個主要限制條件均已滿足。圖 10b 中以虛線將兩部 RMGC 之工作範圍加

以區隔，除子工作 3 以及子工作 6 之工作量差異較高之外，其他子工作之工作量差異均在 1 個取櫃動作以內。

第二階段所求得之 RMGC 最短移動路徑（「大車如何移動」）如圖 10d 所示，圖中節點上數字為存放排的編號，節點右上方的數字為 RMGC 自開始工作至停留在此存放排止，累積的移動距離。值得一提的是，某些路徑中部分子路徑不同也可能會得到相同的距離，例如在處理子工作 2 時（圖 10d），RMGC1 可選擇停留在存放排 42（路徑 24-41-70-42，移動距離 74）或存放排 70（路徑 24-41-42-70，移動距離 46），然因子工作 3 之第一個必須駐停的存放排小於 42 且小於 70，因此，不論 RMGC1 於子工作 2 結束時停在存放排 42 或 70，在開始處理子工作 3 時，所經過之移動總距離並無差異，其替選路徑以虛線表示（即路徑 41-42-70-30 與路徑 41-70-42-30 之移動距離相同）。

由本實例分析可知，針對規模（存放排與子工作數目）較小的問題，本研究設計之啟發法，可順利將問題處理完畢。就求解結果而言，啟發法第一階段 8 組最佳解均可使兩部 RMGC 工作量差異最小（23 個取櫃動作），且大車總駐停次數為最少（15 次），但在第二階段中，每一組所對應的 RMGC 大車最短路徑卻有相當大的差異，其中最短的一條最短路徑（距離 261），僅為最長（距離 317）的 82%，可見選取最短移動路徑可有效減少 RMGC 大車完成取櫃工作所需往復移動之距離。

4.2 實例二：亞洲區間近洋航線

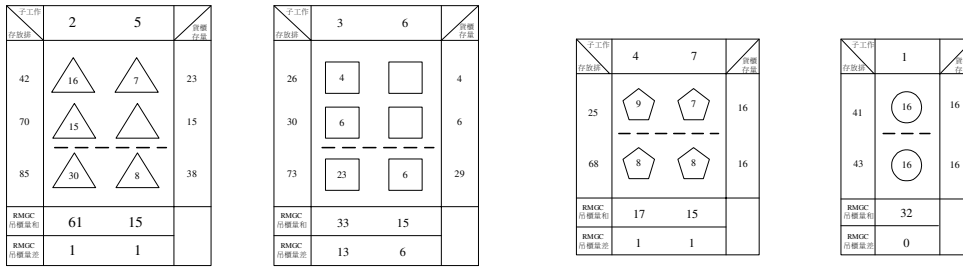
相對於遠洋航線而言，船舶航行於亞洲區間的近洋航線，其具有航程短、沿途泊靠港口多等特性，因此在規劃儲區出口貨櫃分類時，必須考慮較多的屬性。同時，亞洲區間航線多為裝載容量在 1,000 ~ 1,500 TEUs 左右的中小型船舶，為維持船舶航行之穩定度（stability），在規劃貨櫃裝船作業時，必須劃分較多個子工作，依序加以完成。

為測試啟發法求解大規模問題之效率，本例以碼頭 P 之亞洲區間近洋航線（以下簡稱航線 Y）某航次船舶為對象進行分析。表 5 與表 6 為碼頭 P 航線 Y 某航次船舶之貨櫃裝船順序與貨櫃位置存量資料，此兩表構成了五個獨立的網路設計子問題（圖 11a）。根據本研究設計之啟發法，首先進行第一階段「工作負擔平均化」與「駐停次數最少化」的處理。然因各網路設計子問題之規模較大，限制式規劃無法有效刪除可行解空間順利進行求解（在 IBM PIII PC 執行超過十小時）。

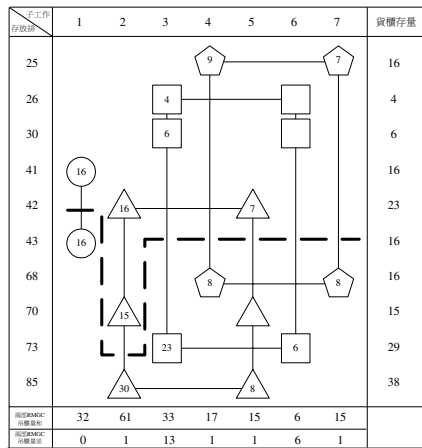
為探究其原因，再次檢視目標式(13)可發現，式中第一項牽涉到絕對值的處理，可能會大幅增加可行解空間而導致窮舉比較的時間過長。因此，本文進一步加入「每個子工作執行時，第一部 RMGC 之工作量恒不小於第二部 RMGC 之工作量」之「不小於」條件（式(14)），暫忽略絕對值的處理，並將式(13)修改為式(15)：

$$\sum_{i \in AN_p^1} x_i^1 \geq \sum_{i \in AN_p^2} x_i^2 \quad \forall p \in P \quad (14)$$

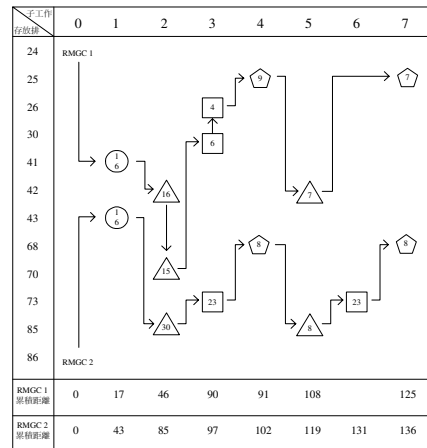
a. 啟發法第一階段各網路設計子問題最佳解



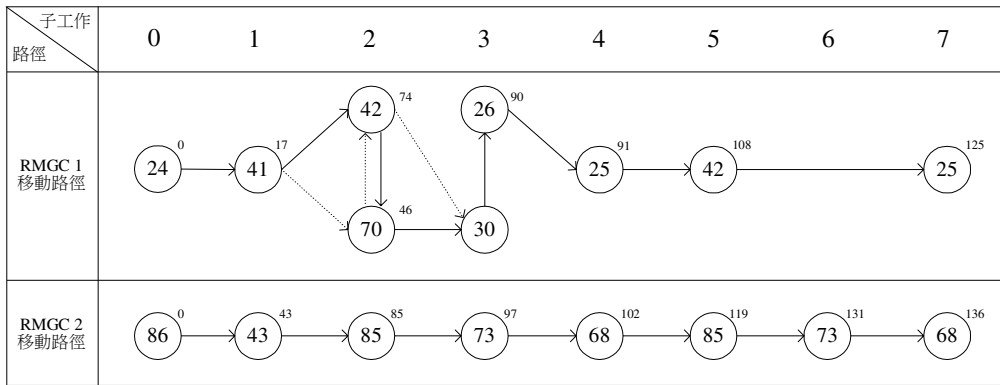
b. 各子問題最佳解依原子工作順序排列



c. 啟發法第二階段最短路徑之搜尋



d. 啟發法第二階段求解結果



- 註：1. 圖 a,b,c 中，虛線用以區隔兩部 RMGC 之工作範圍。
 2. 圖 a,b,c 中，圓形、三角形、正方形與五邊形的節點分別代表屬性 A、B、C 與 D 的貨櫃。
 3. 圖 a,b,c 中，節點上數字表示 RMGC 取出的貨櫃數量。
 4. 圖 d 中，節點上數字表示存放排編號，節點右上方數字表示累積的移動距離。
 5. 圖 d 中，RMGC1 之部分子路徑不同仍可得到相同的距離，其替選路徑以虛線表示。

圖 10 實例一求解步驟與結果

表 5 貨櫃裝船順序 (實例二)

子工作	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
貨櫃屬性	A	B	C	A	B	D	C	E	A	E	C	D	B	E	C
貨櫃數量	15	22	23	7	23	10	5	45	13	23	18	20	17	5	3

表 6 櫃場貨櫃存量 (實例二)

存放排	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
貨櫃屬性	B	A	D	A	C	B	E	C	A	B	E	C
貨櫃數量	10	4	30	9	16	20	5	9	5	5	40	2
存放排	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
貨櫃屬性	A	C	E	B	E	C	E	A	E	B	C	A
貨櫃數量	3	1	4	7	1	18	3	3	20	20	3	11

$$\text{Min } w_1 \left(\sum_{p \in P} \left(\sum_{i \in AN_p^1} x_i^1 - \sum_{i \in AN_p^2} x_i^2 \right) \right) + w_2 \left(\sum_{r \in R} \sum_{i \in AN^r} y_i^r \right) \quad (15)$$

加入「不小於」條件後，本例第一階段中各網路設計子問題求解時間均未超過一分鐘。其中 A、B、C、D 與 E 屬性貨櫃之網路設計子問題分別得到 28、15、13、1、4 組最佳解，而兩部 RMGC 最小工作量差異為 41 個取櫃動作，大車最少駐停總次數為 39 次。接著進行第二階段「路徑最短化」的處理，即將第一階段求得之最佳解依原子工作順序排列，共可產生 21,840 種組合 ($28 \times 15 \times 13 \times 1 \times 4$)。本例設定第一個子工作開始時，兩部 RMGC 分別位於儲區之兩端 (存放排 0 與存放排 25)，利用動態規劃可以分別求得各組合所對應之 RMGC 大車最短移動路徑。本例第一階段最佳解所對應之 21,840 條最短路徑中，最短的一條最短移動距離為 147，最長的一條則為 256，相差 0.74 倍。

圖 11a 為本例第一階段求解結果，其中形狀不同的節點表示屬性不同的貨櫃，節點上數字表示 RMGC 在該存放排中預定取出的貨櫃數量，兩部 RMGC 之工作範圍以虛線加以區隔。值得一提，圖 11a 僅表示在各子工作的進行中，「何處取櫃」、「取櫃數量」以及「何部執行取櫃」等三項決策因素，未表示 RMGC「大車如何移動」。圖 11b 為經啟發法第二階段計算後，RMGC 大車移動路徑最短的一組解，圖中節點上數字表示存放排編號，節點右上方數字表示 RMGC 自起始位置起至目前所在存放排所累積的距離，節線代表 RMGC「大車如何移動」。本例中因屬性 D 之貨櫃 (五邊型節點) 僅儲存於存放排 3，因此當遞迴方程式演算至子工作 6 與 12 時，必須決定該子工作由何部 RMGC 執行較佳。

由本實例分析之過程可知，當問題規模（子工作與存放排數目）過大時，若直接以啟發法進行第一階段求解，會因可行解空間過大，造成限制式規劃無法順利求解。在加入「不小於」條件後，即可於數秒內順利求解完畢，但是此「不小於」條件可能會強迫增加第一部 RMGC 之工作量與移動距離，擴大與正確最佳解之差距。為了解加入「不小於」條件前後對模式求解結果之影響，本文試著將「不小於」條件加入可順利求解的實例一中，以觀察兩組最佳解之差距。加入「不小於」條件後，實例一仍可在數秒內處理完畢，圖 12a 與圖 12b 分別表示啟發法第一階段與第二階段之求解結果，與圖 10d 比較可明顯發現，某些原本由 RMGC2 處理的工作已改由 RMGC1 來處理。

實例一加入「不小於」條件前後之求解結果比較整理如表 7。在總停駐次數方面，加入「不小於」條件前後僅有一次的差距；在工作量差異方面，除了貨櫃屬性 A 之運輸子問題外，其餘運輸子問題皆受到加入「不小於」條件的影響，使得總工作量的差異幾乎增為三倍；在移動距離方面，某些原本可由 RMGC2 處理的工作被迫交由 RMGC 1 來處理，最短總移動距離因而自 261 增加為 367，此為以式(14)代替式(13)作為目標式所付出的代價。因此，除非問題規模過大，才以式(14)代替式 (13)，否則建議仍以式(13)作為目標式為宜。

表 7 納入「不小於」條件前後求解結果比較（實例一）

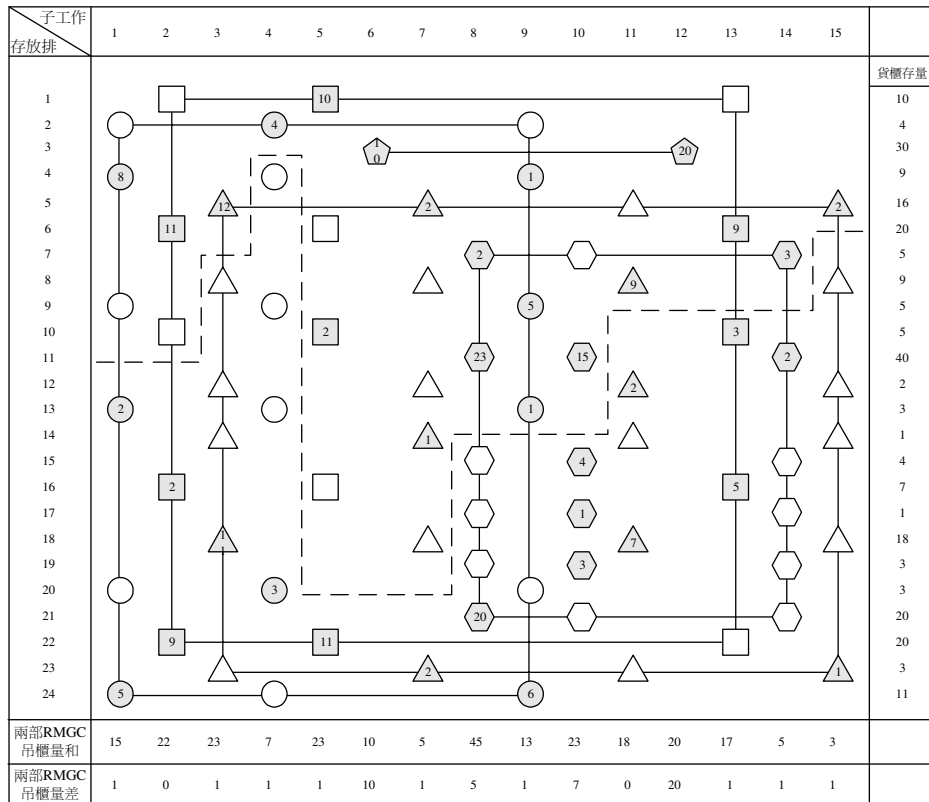
網路設計子問題 比較項目		子問題 1 (貨櫃屬性 A)	子問題 2 (貨櫃屬性 B)	子問題 3 (貨櫃屬性 C)	子問題 4 (貨櫃屬性 D)	合 計
第一階段 最佳解組合	未納入	1	4	1	2	8*
	納入	1	2	3	1	6*
駐停次數	未納入	2	5	4	4	15
	納入	2	5	5	4	16
工作量差	未納入	0	2	19	2	23
	納入	0	16	33	16	65
移動距離	未納入	261				
	納入	397				

*：表示第一階段最佳解組合個數，為各運輸子問題最佳解個數之乘積。

4.3 小結

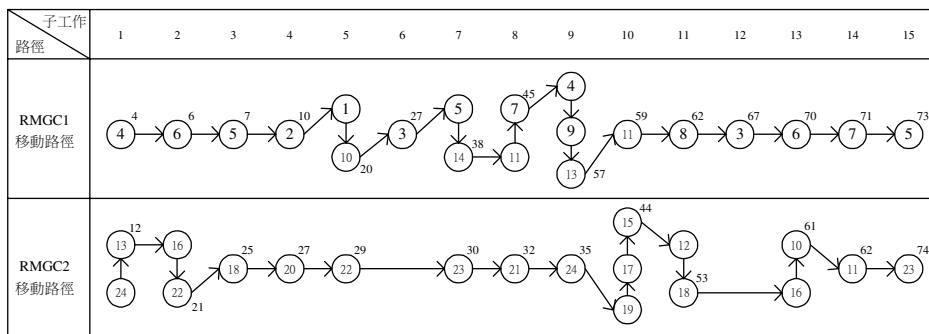
由上述兩個實例分析可以發現，在考量實務因素下，本研究所設計之啟發法能在一分鐘內將兩部 RMGC 之移動路徑規劃問題處理完畢，雖然無法獲致該數學規劃問題的正確

a. 啟發法第一階段最佳解



- 註：1. 虛線用以區隔兩部 RMGC 之工作範圍。
 2. 圓形、三角形、正方形、五邊形與六邊形的節點分別代表屬性 A、B、C、D 與 E 的貨櫃。
 3. 各形狀節點上數字表示被 RMGC 取出的貨櫃數量。

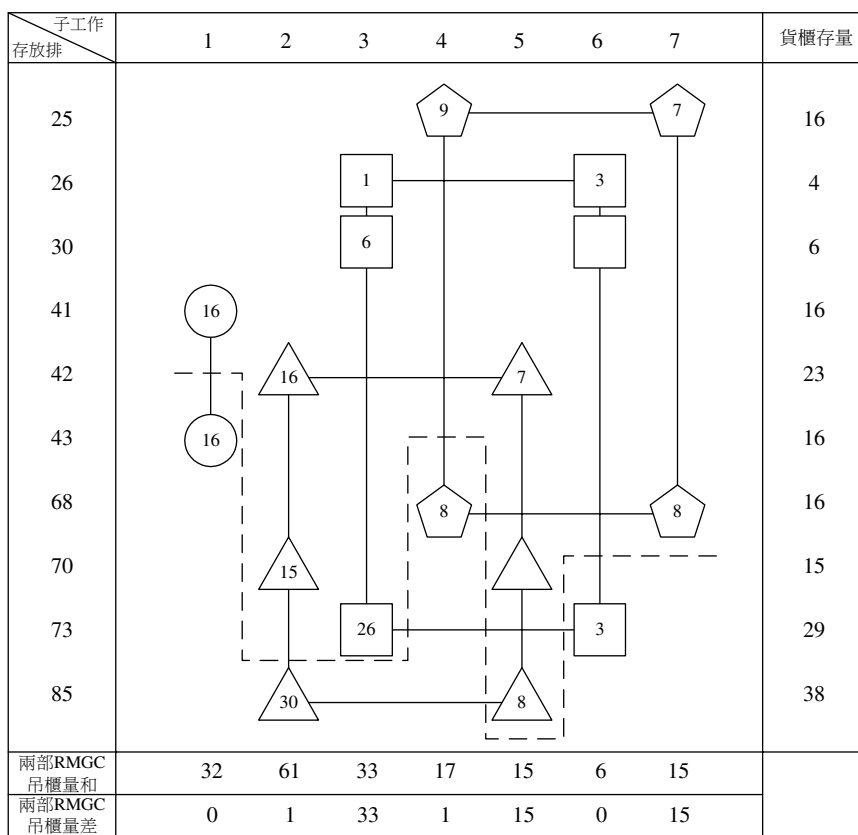
b. 啟發法第二階段求解結果



註：節點上數字表示存放排編號，節點右上方數字表示累積的移動距離。

圖 11 實例二求解結果

a. 納入「不小於」條件後啟發法第一階段求解結果（實例一）

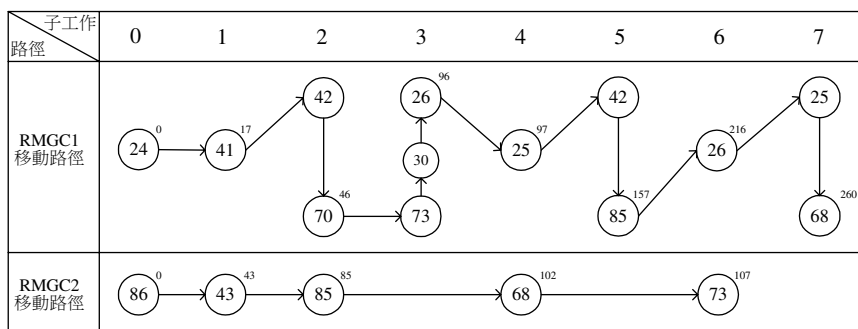


註：1. 虛線用以區隔兩部 RMGC 之工作範圍。

2. 圓形、三角形、正方形、五邊形與六邊形的節點分別代表屬性 A、B、C、D 與 E 的貨櫃。

3. 各形狀節點上數字表示被 RMGC 取出的貨櫃數量。

b. 啟發法第二階段求解結果



註：節點上數字表示存放排編號，節點右上方數字表示累積的移動距離。

圖 12 納入「不小於」條件後第二階段求解結果（實例一）

最佳解 (exact optimal solution)，但是從實務應用的角度而言，因已先處理「工作負擔平均化」以及「駐停次數最少化」的關鍵性因素，再求取對應的最短路徑，應可適用於規模類似本文實例之實務問題。

本文所研提之啟發法包含兩個階段，其中第一階段係利用「限制式規劃」來處理「工作負擔平均化」與「駐停次數最少化」，第二階段係以「動態規劃」計算 RMGC 大車最短移動路徑。值得一提，從第二個實例分析的經驗中可知，當問題涉及之子工作與存放排數目較多時，以限制式規劃求解運輸子問題，其求解時間可能過長，本文以加入「每個子工作執行時，第一部 RMGC 之工作量恒不小於第二部 RMGC 之工作量」之「不小於」條件，始可及時求解。唯因必須付出擴大與正確最佳解差距之代價，除非需及時求解，否則建議仍以不加入「不小於」條件求解為宜。

五、結論與建議

RMGC 已成為貨櫃場之主要起重機具，採用多部 RMGC 搭配一部橋式起重機同時作業，將可有效增加儲區之取櫃效率，縮短貨櫃裝船時間。惟採用此方式作業，RMGC 大車必須嚴格遵守「依序移動」、「避免碰撞」以及「大車靜止始可吊卸」等限制條件，並且要在追求 RMGC「取櫃工作平均化」、「大車駐停次數最少化」與「大車移動路徑最短化」的目標下，決定「何處取櫃」、「取櫃數量」、「何部執行取櫃」以及「大車如何移動」等四項決策因素，使得 RMGC 大車移動路徑規劃問題處理更形複雜。

本文以兩部 RMGC 搭配一部橋式起重機之作業方式為對象，建立數學模式。由於模式結構複雜，本文根據模式特性設計啟發法，期能提升模式求解效率，經特性不同之遠洋與近洋航線兩實例分析後，證明本文所建立之模式與啟發法可反映實務問題特性，並獲得合理之結果。以下將分於 5.1 節與 5.2 節提出本文之具體結論與建議，以供相關實務單位以及後續研究參考。

5.1 結論

1. 在船舶大型化的潮流下，航商與碼頭營運者對貨櫃裝船效率亦日漸重視。由於船邊橋式起重機作業速度高於 RMGC，實務上已出現採用多部 RMGC 於儲區取櫃，服務一部橋式起重機之工作模式（多對單工作模式）。由於此工作模式之 RMGC 大車移動路徑規劃問題較為複雜，目前僅有謝玉霜^[4]以「限制式規劃」構建模式初步加以探討，惟礙於求解時間之限制，僅以簡化案例進行分析，並未詳細探討大車移動所涉及之決策因素。本文首先針對兩部 RMGC 同時服務一部橋式起重機之工作模式，建立數學模式，協助處理 RMGC 移動路徑規劃問題所涉及之「何處取櫃」、「取櫃數量」、「何部執行取櫃」以及「大車如何移動」四項決策因素，並進行實例分析，期能縮短儲區取櫃時間，進而提升貨櫃裝船效率。

2. 本文所建立之數學模式旨在不違背各項限制條件下，追求 RMGC「取櫃工作平均化」、「大車駐停次數最少化」與「大車移動路徑最短化」。由實例分析結果可知，本文所建立之數學模式可將儲區取櫃工作盡量平均由兩部 RMGC 執行，並找出大車駐停次數最少與移動路徑最短的決策結果。雖然礙於限制條件無法將取櫃工作完全均化，但因模式目標函數中已納入關鍵因素之考量，故本文所建立之模式應可在實務上協助決定兩部 RMGC 大車同時作業之四項決策因素。
3. 本文模式屬於「非線性雙元商品網路設計問題」，如採用傳統數學規劃求解，需以雙元商品網路搭配許多附加限制式 (side constraints) 建立模式，不利於求解。有鑑於此，本文考量模式結構之特性，採用較易表達問題的「限制式規劃」，列舉各網路設計子問題之最佳解組合。至於 RMGC 大車最短移動路徑之計算，因已具完整的網路結構，逕行利用動態規劃演算法即可順利求解。由實例分析可知，本文根據模式特性，結合「限制式規劃」與「動態規劃」所設計之啟發法，可順利處理模式之求解。

5.2 建議

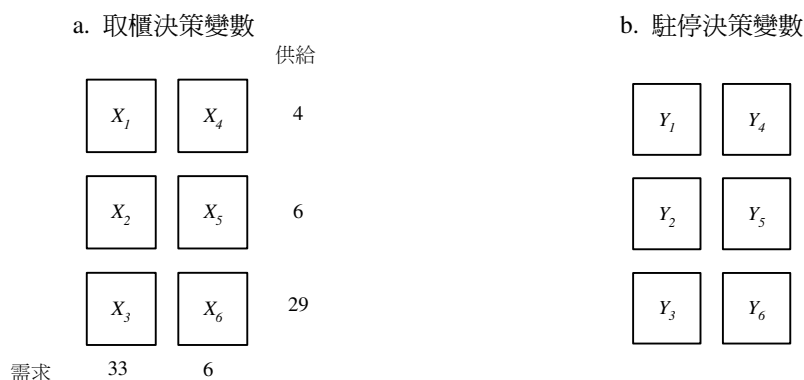
1. 當問題所涉及之子工作與存放排較多時 (如實例二)，為使啟發法第一階段能順利求解，本文加入「每個子工作執行時，第一部 RMGC 之工作量恒不小於第二部 RMGC 之工作量」之「不小於」條件，此「不小於」條件每每導致無法獲得第一階段之正確最佳解。後續研究可針對如何簡化或去除此一假設條件，或藉由調整限制式規劃之求解搜尋邏輯，以期及時求得啟發法第一階段之正確最佳解。
2. 就實例分析而言，礙於資料取得困難，本文僅能針對貨櫃裝船順序與貨櫃位置存量等資料加以演算探討，以啟發法求得符合限制條件之合理結果，未與 RMGC 大車實際作業資料進行比較。建議後續研究可針對某項實例，蒐集 RMGC 大車之移動、駐停與取櫃數量等詳細資料，與本文模式求解結果進行更精確的比較，以了解模式與實務之差距。
3. 有別於傳統之單部 RMGC 搭配單部橋式起重機的工作模式 (單對單工作模式)，本文係探討在兩部 RMGC 搭配單部橋式起重機的工作模式 (多對單工作模式) 下，RMGC 之移動路徑問題。然為追求更高的作業效率，許多先進的貨櫃碼頭於執行出口貨櫃裝船作業時，已採行多部 RMGC 服務多部橋式起重機的工作模式 (多對多工作模式)，此將使得 RMGC 移動路徑規劃問題更加重要也更加複雜，建議後續研究可在此方面加以探討。
4. 本研究以儲區存放排為基本單位，探討 RMGC 大車之移動、駐停與取櫃等決策。實際上在存放排內，貨櫃是以垂直堆疊的方式儲存，當 RMGC 大車駐停於某一存放排取櫃時，可能會因某些因素之影響 (如較重的貨櫃優先取出)，必須在存放排內先移動某些貨櫃，再將符合指定屬性的貨櫃取出。對實務作業而言，如何盡量減少存放排內不必要的貨櫃移動次數，對於提升儲區取櫃效率亦有直接的助益，建議後續加以探討。

參考文獻

1. Kim, K. H. and Kim, K. Y., "An Optimal Routing Algorithm for a Transfer Crane in Port Container Terminals", *Transportation Science*, Vol. 33, No. 1, 1999, pp. 17-33.
2. Kim, K. Y. and Kim, K. H., "A Routing Algorithm for a Single Straddle Carrier to Load Export Containers onto Containership", *International Journal of Production Economics*, Vol. 59, 1999, pp. 425-433.
3. Kim, K. H. and Kim, K. Y., "Routing Straddle Carriers for the Loading Operation of Containers Using a Beam Search Algorithm", *Computers Industry Engineering*, Vol. 36, 1999, pp. 109-136.
4. 謝玉霜，「限制式規劃應用於港區貨櫃場軌道式門型起重機移動路徑之研究」，國立成功大學交通管理科學研究所碩士論文，民國九十年。
5. ILOG , Inc., ILOG OPL Studio 3.5 Reference Manual, 2001.

附錄：限制式規劃求解程式

以下以實例一中由 C 屬性貨櫃構成的網路設計子問題為例，說明本文啟發法第一階段對於限制式規劃之運用。該子問題共需處理兩個子工作，貨櫃則存放於三個存放排中，故形成了一個包含六個取櫃決策變數 (X_i)，六個駐停決策變數 (Y_i) 的網路設計子問題 (附圖 1)，本研究利用套裝軟體 OPL 撰寫限制式規劃求解程式如附表 1。



附圖 1 實例一中由 C 屬性貨櫃構成的網路設計子問題

附表 1 限制式規劃求解程式 (以套裝軟體 OPL 撰寫)

$$\text{Minimize} \quad \text{sum} (i \text{ in } 1 \cdots 2) d_i + \text{sum} (i \text{ in } 1 \cdots 6) Y_i \quad (\text{A1})$$

$$\text{s.t.} \quad \left. \begin{array}{l} \text{sum}(i \text{ in } 1 \cdots 3) X_i = 33; \\ \text{sum}(i \text{ in } 1 \cdots 2) X_i = 6; \\ X_1 + X_4 = 4; \\ X_2 + X_5 = 6; \\ X_3 + X_6 = 29; \end{array} \right\} \quad (\text{A2})$$

$$\left. \begin{array}{l} d_1 = \min \left\{ \text{abs} \left(0 - \sum_{i=1}^3 X_i \right), \text{abs} \left(X_1 - \sum_{i=2}^3 X_i \right), \text{abs} \left(\sum_{i=1}^2 X_i - X_3 \right), \text{abs} \left(\sum_{i=1}^3 X_i - 0 \right) \right\} \\ d_2 = \min \left\{ \text{abs} \left(0 - \sum_{i=4}^6 X_i \right), \text{abs} \left(X_4 - \sum_{i=5}^6 X_i \right), \text{abs} \left(\sum_{i=4}^5 X_i - X_6 \right), \text{abs} \left(\sum_{i=4}^6 X_i - 0 \right) \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{A3})$$

$$\text{forall} (i \text{ in } 1..6) \left\{ \begin{array}{l} X_i > 0 \quad \Leftrightarrow \quad Y_i = 1; \\ X_i = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Y_i = 0; \end{array} \right\} \quad (\text{A4})$$

註：其中 sum 指令代表對陣列進行加總； abs 指令代表取絕對值； forall 指令代表對某一引數範圍下達限制條件；“ \Leftrightarrow ”符號表示左右兩項邏輯條件必須同時成立。

附表 1 中，式(A1)為目標函數，包含極小化總工作量差異 (d_i) 與 RMGC 總駐停次數 (Y_i) 兩項；式(A2)為運輸問題限制式，以數學式表達取櫃決策變數必須滿足指定的供給與需求貨櫃量；式(A3)為工作量差異之計算，以絕對值比較的方式計算 RMGC 工作分擔方式；式(A4)為以邏輯條件限制取櫃決策變數 (X_i) 與駐停決策變數 (Y_i) 間的關係，即當駐停決策變數 (Y_i) 不為零時，取櫃決策變數 (X_i) 始可大於零。