

航空公司產能管理動態策略模式之研究¹

AN AIRLINE COMPANY'S YIELD MANAGEMENT DYNAMIC STRATEGIES MODEL

陳昭宏 Jao-Hong Cheng²

張有恆 Yu-Hern Chang³

(90 年 10 月 25 日收稿，91 年 10 月 25 日第一次修改，91 年 12 月 6 日
第二次修改，92 年 9 月 30 日定稿)

摘 要

航空公司產能管理的良窳，直接影響本身的競爭優勢。藉由制定艙位配置策略將訂位容量做最有效的管理，對於提高承載率、獲利能力，以及在市場上的相對競爭力等，皆有相當大的幫助。因此，如何制定最佳的艙位配置策略是非常重要之產能管理課題。目前國籍航空公司普遍的作法是以人員經驗進行艙位配置之決策，但此種方式耗時費力，且需付出相當高之人力成本。故本研究以機位控制員微觀角度之觀念，將決策單位改以每一艙位，然後依照每一訂位需求劃分階段，發展艙位配置之動態策略模式。本研究提出改善過去研究之作法與觀點包括：(1) 本研究之多費率（大於 2）艙位配置策略，可以同時考慮到取消訂位、未報到與多席訂位。改善往昔策略未考慮到取消訂位，以及僅允許同一費率多席訂位之缺失。(2) 引進存留機率之概念，同時考慮到取消訂位與未報到。在決策樹分析下，發現以往艙位配置會受到存留機率影響，必須予以重新配置，否則會產生偏誤。並據以提出單席或多席訂位之最高費率等級不一

-
1. 本文係國家科學委員會專題計畫（編號 NSC 89-2211-E-214-006）之部分研究成果，作者感謝國科會之經費補助。
 2. 國立雲林科技大學資訊管理系所副教授（聯絡地址：640 雲林縣斗六市大學路三段 123 號雲林科技大學資訊管理學系所；電話：05-5342601 轉 5324；E-mail：jhcheng@yuntech.edu.tw）。
 3. 國立成功大學交通管理科學系所教授。

定恆被接受之觀點，維持各費率間在動態訂位過程中之互相競爭。(3) 本研究之艙位配置策略和 Belobaba 之動態巢式策略比較，則營收增加 27% 左右。

關鍵詞：存留機率；產能管理；動態艙位價值函數；艙位配置

ABSTRACT

The quality of a seat allocation strategy affects airlines' competitiveness directly. The decision of booking capacity has a great influence on the load factor and revenue of flight, and the competitiveness of airline companies. Therefore, how to construct the optimal seat allocation strategies are thus an important issue on revenue management. To help airlines make a best decision effectively, this research develops a model to achieve maximum revenue. This research constructs a new dynamic seat allocation strategy model from the perspective of space controllers. The model's decision variables are the seat and its dynamic stages separated by every booking demand. The main contributions of this research are as follows: (1) It constructs multiple-fare expected marginal seat revenue function that can quickly decide the suitable allocation of single-seat or multiple-seat demand. (2) It also applies the concept of survival probabilities that considers cancellation and no-shows simultaneously. By the decision-tree analysis, the seat allocation will be reconsidered by survival probabilities, and then avoids a wrong allocation. Base on this concept, the highest fare of single-seat or multiple-seat demand can not always be accepted. Therefore, different fares' demands compete with each other in dynamic stage. (3) An empirical study indicates that this research increases 27% revenue in comparison with Belobaba's dynamic nested seat allocation strategy.

Key Words: *Survival probabilities; Yield management; Expected marginal seat revenue (EMSR) dynamic model; Seat allocation*

一、前言

自從政府在民國 76 年 11 月採行開放天空政策以及近年來積極推動台灣成為亞太營運中心後，使得台灣地區航空市場的競爭日趨激烈，因此各航空公司如何透過產能管理 (Yield Management) 的手段改進營運效率，以期提高載客率與獲利能力，維持在市場上的相對競爭力，勢必成為相當重要之課題。依據學者 Weatherford 和 Bodily^[1] 所提，產能管理則主要探討航空公司之艙位配置部分。而所謂艙位配置，是當旅客對某班次之機位需求超過機位容量時將某一航班之艙位空間作最有效的管理，藉由決定是否接受或拒絕進入訂位系統之訂位要求，來求取最大的期望收益。對航空公司而言，將艙位做最有效的運用是可以完全掌控的。

二、文獻回顧

本研究主要目的是探討單一航段艙位配置模式之構建，故針對歷年來相關艙位配置研究作一整理分析。首先介紹艙位配置中常見的基本假設。並作策略結構之整理回顧。

2.1 艙位配置模式研究常見之基本假設

一般而言，在艙位配置模式研究中之假設包括：

1. 只考慮單一航空公司（無競爭者）。
2. 各費率等級訂位容量和路網結構短期內固定不變。
3. 各費率等級訂位需求之間互相獨立無關。
4. 不考慮載客多寡對飛航變動成本之影響。
5. 預訂被拒 (Reject) 視為收益上的損失，不考慮其重新訂位的可能性，亦即將其重新訂位視為一新的訂位要求。
6. 不考慮各階段已訂位需求資訊。
7. 不考慮超額訂位與被拒登機 (deny boarding)。
8. 不考慮多席訂位。
9. 不考慮取消訂位 (cancellation) 或未報到 (no-shows) 之乘客。

2.2 艙位配置之策略結構

艙位配置之策略結構基本上可區分為三類，第一類為非巢式策略，第二類為巢式策略，第三類為 Lee 和 Hersh^[2]之動態規劃模式，茲依序介紹如后。

1. 非巢式策略

非巢式 (non-nested) 策略又稱為個別 (distinct) 策略，係依費率等級將艙位分別規劃為預留艙位數。由於採用靜態巢式 (nested)^[1,3-8]策略屬於較簡化之艙位配置模式，而且在事前做配置，因此無法因應與配置情況不同之訂位需求到達狀況。此乃因為對艙位作事前的區隔限制，而導致艙位配置決策的僵固性，因而具有未考慮各費率等級間艙位競爭之特性，以及訂位過程之動態特性等諸多缺失，近年來已甚少被使用。

2. 巢式策略

此方式在於改進非巢式方法的缺點，其方法是按照各費率等級的利潤，來設定各費率等級的“最少”保留位數。首先，最高費率等級的保留位數永遠等於艙等之訂位容量，其次設定次高費率等級的最少保留位數，以及其訂位數量上限為減去較高費率等級最少保留位數之總和，依序類推至最低費率等級。此時的艙位配置問題，則在於設定不同費率等級

間最少保留位數，而各費率等級之最少保留機位數的總和則等於飛機的最大載客數。

依據文獻中所採用的方法有無考慮階段變化，可將其區分為靜態模式^[1,3-8]與動態模式^[3,9-10]。所謂靜態巢式策略模式係考慮各費率等級間艙位競爭之特性，改善了非巢式策略模式之缺點。而且具有求解容易，使用上耗費較少之人力、物力之優點，但是仍未考慮訂位過程之動態特性。而動態巢式策略係改進靜態巢式策略之模式，其中以 Belobaba^[3]之動態巢式策略最為完整，模式設計能因應需求到達型態之不確定，但是採取一天一次的決策更迭期間，使得隨起飛日期而變化之訂位需求到達形態無法被完整考慮。此外，仍未考慮取消訂位、未報到與多席訂位之情況。

3. Lee 和 Hersh 策略

Lee 和 Hersh 有鑑於過去研究中將訂位過程視為一單一時段，而忽略了不同費率等級間，潛藏著訂位需求抵達模式之不確定性。因此把一航班開始接受訂位至停止接受訂位為止的時間切割成足以符合需求抵達過程為 Poisson Process 假設的決策時段，並將一航班之最大期望收益描述成決策時段與可供訂位容量兩變數之遞迴方程式 (Recursive Function)。此策略之優點包括：(1) 考慮了訂位過程之動態特性，允許各費率間在動態訂位過程中互相競爭，改善靜態巢式之缺失。(2) 以每一訂位需求為考量，因此可將多席訂位納入考量。而其缺點包括：(1) 其假設訂位需求中沒有取消訂位和未報到之情況，與事實出入較大。也因此可推導出模式未納入多席訂位時，最高費率等級恆被接受之結論。(2) 具有模式求解不易之問題。

三、新艙位配置動態決策模式構建之探討

基於上述之探討，本研究針對以往艙位配置策略、超額訂位模式、以及整合艙位配置與超額訂位策略模式之缺失，以機位控制員微觀角度之觀念，將決策單位改以每一艙位，然後依照每一訂位需求劃分階段，並引進存留機率之概念，企圖整合艙位配置與超額訂位，據以發展新訂位控制動態策略，茲依序說明如后。

3.1 模式構建概念

本研究模式構建之立場，係站在機位控制員 (space controller) 之微觀角度來處理。基本上，機位控制員隨著操控機位頻次之多寡，對於每一航次不同費率之每一階段訂位需求資訊、取消訂位與缺席訂位比率都有相同程度之了解，再配合到 i 階段以前之已訂位資訊，經由適當之運作便可判斷第 i 階段到達之訂位需求是否該接受或拒絕。其次，本模式修改 Curry^[7] 等學者所提之巢式固定配置之保護限額，改以每一艙位之個別判斷之方式。

如此一來，任一費率需求接受與否皆經由歷史需求資訊與現已訂位資訊之判斷，可維持不同費率間在各階段具有互相競爭特性。而且由於以機位控制員之立場構建模式，具有

動態線上即時處理之效果，可因應特殊需求之變化。

3.2 基本假設

首先將一航班開放訂位的時間過程切割成 N 個「決策時段」(decision period)，決策時段 N ($N \in NS = \{1, 2, \dots, N\}$) 代表剛開始開放訂位的第一個時段，而決策時段 1 則代表結束訂位前的最後一個時段，故時間之方向為由時段 N 向時段 1 進行。

由於將訂位過程細微切割成至多只有一訂位要求與取消訂位到達決策時段的集合，因此一時段中至多只需做單次接受／拒絕一訂位或接受取消訂位要求的決策。進入訂位系統的訂位或取消訂位要求，須指明其訂位席數或取消席數及欲訂購或取消艙位之費率等級；本研究假設一多席訂位要求中所訂之各席可為不同一費率等級，而此一假設顯然涵蓋大多數的實際訂位行為。費率等級 i 之艙位價值為 f_i ，($i \in I = \{1, 2, \dots, K\}$)。1 代表最高費率等級，其下依次遞減 ($f_1 > f_2 > \dots > f_K$)，而 K 則是代表費率等級數目；各費率等級間之訂位需求假設為互相獨立，且考慮取消訂位等狀況。

此外，本研究在單一航班方面的假設尚包括：同文獻回顧中 2.1 節艙位配置研究常見之基本假設之 1 至 6。

四、二費率艙位配置動態策略模式

二費率艙位是屬於最簡單且易於描述高、低費率策略架構之費率形態，因此本研究由此部分開始說明，至於本研究之動態決策模式、決策變數與參數符號說明，如附表 1 所示。

本研究係當第 n 階段有訂位要求產生時，策略模式中會有接受／拒絕一訂位要求的決策條件。而此一接受／拒絕訂位要求之條件為 (以二費率艙位未考慮存留機率下之單席訂位為例)：

$$f_i \geq \min_{X \leq S^n} \max_{i \in I} EMSR_i^{n-1}(X) \quad i \in I = \{1, 2\}, n \in NS \quad (1)$$

其中，

$EMSR_i^{n-1}(X)$ ：為第 n 階段費率等級 i 之最大邊際艙位期望價值函數；

X ：為座位數；

S^n ：為第 n 階段可獲得之座位數，而其起始值 $S^N = BC$ 。

其意義為若要接受某一費率之訂位要求，則此一訂位要求之期望收益，必須至少大於或等於某一保留艙位 ($\min_{X \leq S^n}$) 至未來階段 (下一時段至訂位結束為止) 之最大期望邊際

艙位價值 ($\max_{i \in I} EMSR_i^{n-1}(X)$)。此時若以數學模式表示其遞迴關係 (Recurrence Relation)

為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - 1 & \text{for } n > 0, S^n > 0, ACC \geq REJ \\ S^n & \end{cases} \quad (2)$$

$$ACC = f_i \quad i \in I = \{1, 2\}$$

$$REJ = \min_{X \leq S^n} \max_{i \in I} EMSR_i^{n-1}(X)$$

其中，

ACC ：接受第 n 階段訂位需求之期望收益，為正實數；

REJ ：保留第 n 階段訂位需求座位數至以後階段中賣出之期望收益，為正實數。

而為了減少決策過程中，對期望邊際艙位價值之比較頻次，有必要針對期望邊際艙位價值進一步分析。因此本研究將於下節構建出動態艙位價值函數，並證明此函數具有非遞增之特性。如此便可有效地求得第 n 階段決策之期望邊際艙位價值比較值。

4.1 動態艙位價值函數

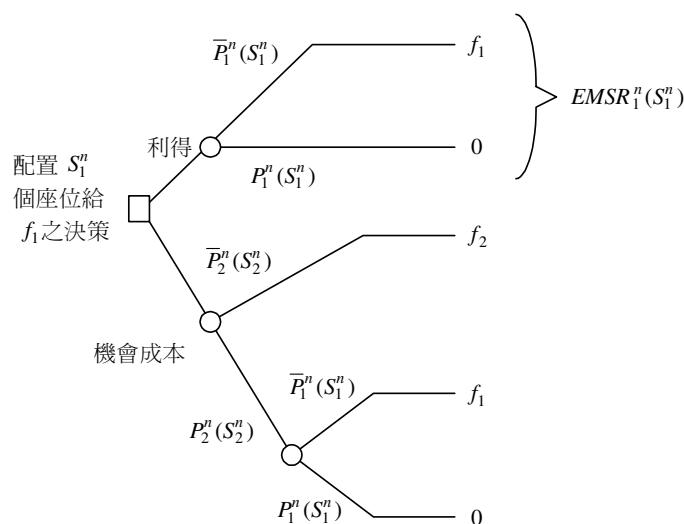


圖 1 配置第 S_1^n 個座位給第一費率等級之決策樹

由圖中可知，當 $\bar{P}_1^n(S_1^n) * f_1 \geq \bar{P}_2^n(S_2^n) * f_2 + P_2^n(S_2^n) * \bar{P}_1^n(S_1^n) * f_1$ 時將第 n 階段 S_1^n 座位配置給第一費率等級；而上式可簡化為 $\bar{P}_1^n(S_1^n) * f_1 \geq f_2$ 。此時，最佳值 PL_1^n 產生在 $\bar{P}_1^n(PL_1^n) * f_1 = f_2$ ，而 PL_1^n 也是最大期望邊際艙位價值函數之曲線轉折點。若將第 n 階段之 f_1 與 f_2 最大期望收益以函數 $EMSR^n(X)$ 表示：

$$EMSR^n(X) = \begin{cases} EMSR_1^n(X) & \text{for } 0 \leq X \leq PL_1^n \\ EMSR_2^n(X) & \text{for } PL_1^n < X \end{cases} \quad (3)$$

其中， PL_i^n 是第 n 階段費率等級 i 之最小保留位數，同時也是最大期望邊際艙位價值函數之曲線轉折點； X 為座位數。

定理一：茲證明 $EMSR^n(X)$ 為非遞增函數。

1. 首先先證明 $EMSR_i^n(X)$ 為非遞增函數；亦即，若 $X_1 < X_2$ 則 $EMSR_i^n(X_1) \geq EMSR_i^n(X_2)$ 。

令集合 $E_1 = \{X | X \leq X_1\}$ 為集合 $E_2 = \{X | X \leq X_2\}$ 之子集

則 $E_1 \subset E_2$ 或 $\{X | X \leq X_1\} \subset \{X | X \leq X_2\}$

可推知 $E_2 = E_1 \cup (E_2 \cap \bar{E}_1)$ ，又因 $E_1 (E_2 \cap \bar{E}_1)$ 為互斥事件，故可得

$$P_i^n(E_2) = P_i^n(E_1 \cup (E_2 \cap \bar{E}_1)) = P_i^n(E_1) + P_i^n(E_2 \cap \bar{E}_1)$$

由上式可知

$$P_i^n(E_1) \leq P_i^n(E_2)$$

此即

$$P_i^n(x \leq X_1) \leq P_i^n(x \leq X_2)$$

$$1 - P_i^n(x \leq X_1) \geq 1 - P_i^n(x \leq X_2)$$

$$f_i \cdot [1 - P_i^n(x \leq X_1)] \geq f_i \cdot [1 - P_i^n(x \leq X_2)]$$

$$EMSR_i^n(X_1) \geq EMSR_i^n(X_2)$$

故 $EMSR^n(X)$ 為非遞增函數

2. 證明 $EMSR_i^n(PL_i^n) \geq EMSR_{i+1}^n(X)$ 。

$$\text{由 } EMSR_i^n(PL_i^n) = f_i \cdot \bar{P}_i^n(PL_i^n) = f_{i+1}$$

$$\text{又知 } f_{i+1} \geq f_{i+1} \bar{P}_{i+1}^n(X) \geq EMSR_{i+1}^n(X)$$

$$\text{故 } EMSR_i^n(PL_i^n) \geq EMSR_{i+1}^n(X)$$

由上述 1 與 2 可知 $EMSR^n(X)$ 為非遞增函數，因此當第 n 階段可接受訂位數為 S^n 時， $EMSR^n(S^n)$ 為所有可接受訂位最小值之一。

4.2 單席訂位

「單席訂位」的假設係限制訂位要求之訂位規模 (booking size) 為 1，亦即一個訂位要求只能訂一席之艙位。此時，訂位系統接受單席訂位要求的條件為：

1. f_1 在階段 n 有單席訂位需求

$$\text{若 } f_1 \geq EMSR^{n-1}(S^n) \quad (4)$$

則接受 f_1 ；

2. f_2 在階段 n 有單席訂位需求

$$\text{若 } f_2 \geq EMSR^{n-1}(S^n) \quad (5)$$

則接受 f_2 。

其意義是指接受第 n 階段有 f_1 或 f_2 之單席訂位需求，必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數之期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益函數值。否則，機位控制員即應拒絕此一訂位要求，此期望收益值之計算係依照歷史資料中自 $n-1$ 階段至 1 階段之訂位需求量累積機率函數推算而得。

由式 4 可知，由於累積機率函數值 ≤ 1 故 f_1 之單席訂位恆被接受。

若以數學模式表示其遞迴關係 (Recurrence Relation) 為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - 1 & \text{for } n > 0, S^n > 0, ACC \geq REJ \\ S^n & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

$$ACC = f_2$$

$$REJ = EMSR^{n-1}(S^n) \quad (7)$$

其中， S^n 之起始值 $S^N = BC$ 。

4.3 多席訂位

所謂「多席訂位」，即在接受訂位時，顧客要求預訂二個以上的座位數；一般而言，對多席訂位的要求，航空公司只能選擇全部接受或全部拒絕。由於本研究之動態決策模式中，係針對訂位要求「訂席數」之變數而設計，因此適用訂位系統對於一多席訂位要求之接受／拒絕之決策。此時，訂位系統接受多席訂位要求的條件為：

1. f_1 在階段 n 有 M_1 席訂位需求

$$\text{若 } M_1 f_1 \geq \sum_{i=1}^{M_1} EMSR^{n-1}(S^n - M_1 + i) \quad (8)$$

則接受 $M_1 f_1$ ；

2. f_2 在階段 n 有 M_2 席訂位需求

$$\text{若 } M_2 f_2 \geq \sum_{i=1}^{M_2} EMSR^{n-1}(S^n - M_2 + i) \quad (9)$$

則接受 $M_2 f_2$ ；

3. f_1 、 f_2 在階段 n 有 M_1 、 M_2 席訂位需求

$$\text{若 } (M_1 f_1 + M_2 f_2) \geq \sum_{i=1}^{M_1+M_2} EMSR^{n-1}(S^n - (M_1 + M_2) + i) \quad (10)$$

則接受 $(M_1 f_1 + M_2 f_2)$ 。

其意義是指接受第 n 階段有 f_1 或 f_2 之 M_1 或 M_2 席訂位需求，則 M_1 或 M_2 席訂位期望收益值，必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數 M_1 或 M_2 席之最少期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值 $S^n - M_1 + 1$ 或 $S^n - M_2 + 1$ 至 S^n 所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益值函數值之和。若是在階段 n 一次訂位需求同時有 f_1 與 f_2 有 M_1 與 M_2 席訂位需求，則 $(M_1 + M_2)$ 席訂位期望收益值，必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數 $(M_1 + M_2)$ 席之最少期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值 $S^n - (M_1 + M_2) + 1$ 至 S^n 所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益值函數值之和。由式(8)可知，由於累積機率函數值 ≤ 1 ，故 f_1 多席訂位，除了可接受訂位數不足外，恆被接受，若以遞迴關係式表示為

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - (M_1 + M_2) & \text{for } n > 0, S^n \geq (M_1 + M_2), ACC \geq REJ \\ S^n & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

$$ACC = M_1 f_1 + M_2 f_2$$

$$REJ = \sum_{i=1}^{M_1+M_2} EMSR^{n-1}(S^n - (M_1 + M_2) + 1) \quad (12)$$

其中，

$$S^n \text{ 之起始值 } S^N = BC。$$

4.4 取消訂位與未報到

往昔策略架構中，各費率之需求皆假設不存在取消訂位，致使得所推算之座位期望收益產生偏差，亦即高估了座位期望收益，而導致艙位競爭分配時產生錯誤。因此本研究擬將取消訂位納入動態決策模式中予以適當之考量，藉以降低此偏差。

所謂「取消訂位」為顧客在訂位之後的某一階段，取消原先的訂位數。其次，所謂「未報到」為顧客在訂位之後，未到機場核票登機 (check in) 在處理上，一般會假設取消訂位率與未報到為固定比率，或與時間相關之變動比率，本研究假設其在不同階段 n 與費率時，皆有不同之取消訂位率與未報到率。並以第 n 階段存留率 $P_{sur,i}^n$ 來代表，所謂存留率為 1 減去取消訂位率與未報到率。

其配置第 S_1^n 個座位給第一費率等級之決策樹，以圖 2 表示如下，圖中 $P_{avsur,i}^n$ 表示第 n 階段至第 0 階段費率等級 i 訂位需求之平均存留率。所謂平均存留率，即各班次 n 階段以

後之各階段訂位旅客數為分母，而後在此階段以後取消的旅客數為分子作除法運算，即得各班次訂位平均存留率表。接著將各班次之訂位平均存留率作平均，即得所有研究班次之訂位平均存留率。當 $\bar{P}_1^n(S_1^n) \cdot P_{avsur,1}^n \cdot f_1 > \bar{P}_2^n(S_2^n) \cdot P_{avsur,2}^n \cdot f_2 + P_2^n(S_2^n) \cdot \bar{P}_1^n(S_1^n) \cdot P_{avsur,1}^n \cdot f_1$ 時將第 n 階段第 S_1^n 座位配置給第一費率等級；而上式可簡化為 $\bar{P}_1^n(S_1^n) \cdot P_{avsur,1}^n \cdot f_1 > P_{avsur,2}^n \cdot f_2$ 。若將第 n 階段之 f_1 與 f_2 最大期望收益以函數 $EMSR_{avsur}^n(X)$ 表示，其內涵如公式(13)所示。

$$EMSR_{avsur}^n(X) = \begin{cases} EMSR_{avsur,1}^n(X) & \text{for } 0 \leq X \leq PL_{avsur,1}^n \\ EMSR_{avsur,2}^n(X) & \text{for } PL_{avsur,1}^n < X \end{cases} \quad (13)$$

其中，

$PL_{avsur,1}^n$ 為考慮取消訂位與未報到後之最小保留位數，也是最大期望邊際艙位價值函數之曲線轉折點。其求算方式為考慮例假日與否、尖離峰和特殊事件等多項因素下制訂出同質性班次，並計算第 n 階段以後的不同費率未來訂位數量的機率，而後計算其大於各種艙位數之機率，並乘上第 n 階段以後（不含 n 階段）之平均存留機率值，再將此機率乘上費率，並作兩費率之期望邊際艙位價值之各種艙位數最大值之比較；亦即，當 $\bar{P}_1^n(S_1^n) \cdot P_{avsur,1}^n \cdot f_1 = P_{avsur,2}^n \cdot f_2$ 得出第 n 階段之 $PL_{avsur,1}^n$ 。

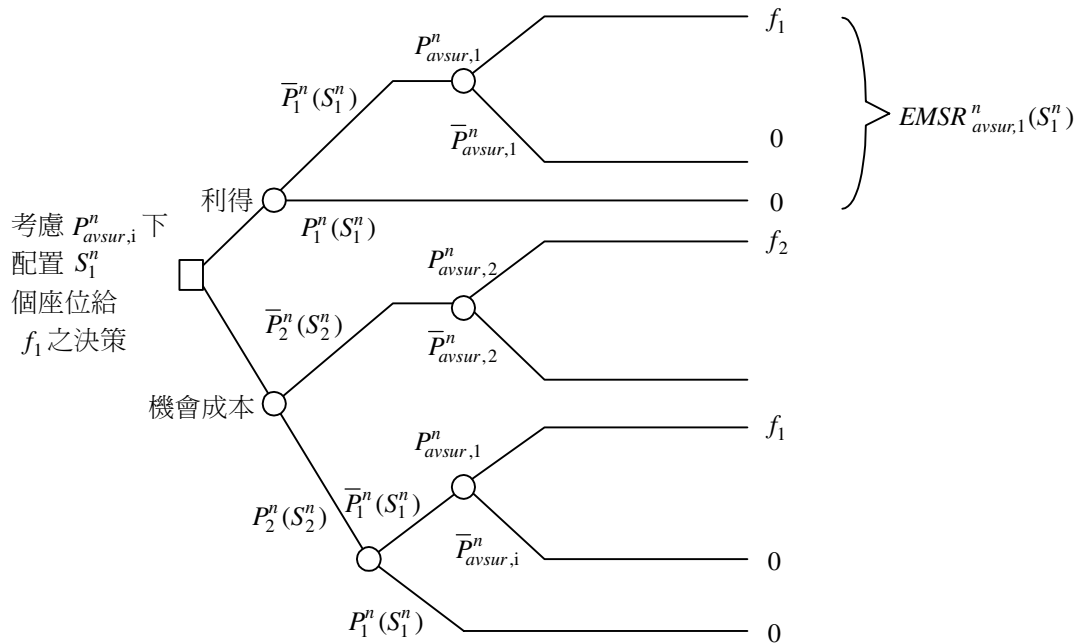


圖 2 考慮平均存留率下配置第 S_1^n 個座位給第一費率等級之決策樹

定理二：茲證明 $EMSR_{avsur}^n(X)$ 為非遞增函數。

由於 $P_{avsur,i}^n$ 為大於或等於零之正實數，可推知在定理一證明過程中之所有證明式，在兩邊乘上正實數後，不等式符號恆成立，故定理 2 成立。

此時，訂位系統接受訂位要求的條件為：

1. 單席訂位

(1) f_1 在階段單席訂位需求

$$\text{若 } f_1 \cdot P_{sur,1}^n \geq EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n) \quad (14)$$

則接受 f_1

(2) f_2 在階段 n 有單席訂位需求

$$\text{若 } f_2 \cdot P_{sur,2}^n \geq EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n) \quad (15)$$

則接受 f_2

其意義是指計算各費率之收益時，應考慮在此階段內訂位之顧客其可能取消訂位之期望損失。由式(14)中可知，若 $f_1 < \frac{1}{P_{sur,1}^n} EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n)$ 則第一費率等級將會被拒絕，亦即不保證第一費率等級被接受。接受第 n 階段有 f_1 或 f_2 之單席訂位需求，必須其期望收益值(費率值乘上第 n 階段訂位之存留機率值)大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數之期望收益值。若以數學模式表示其遞迴關係為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - 1 & \text{for } n > 0, S^n > 0, ACC \geq REJ \\ S^n + 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

$$ACC = f_i \cdot P_{sur,i}, i = 1, 2$$

$$REJ = EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n) \quad (17)$$

其中， S^n 之起始值 $S^N = BC$ 。

2. 多席訂位

(1) f_1 在階段 n 有 M_1^n 席訂位需求

$$\text{若 } M_1^n \cdot f_1 \cdot P_{sur,1}^n \geq \sum_{i=1}^{M_1^n} EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n - M_1^n + i) \quad (18)$$

則接受 $M_1^n f_1$

(2) f_2 在階段 n 有 M_2^n 席訂位需求

$$\text{若 } M_2^n \cdot f_2 \cdot P_{sur,2}^n \geq \sum_{i=1}^{M_2^n} EMSR_{avsur}^{n-1} (S^n - M_2^n + i) \quad (19)$$

則接受 $M_2^n f_2$

(3) f_1 、 f_2 在階段 n 有 M_1^n 、 M_2^n 席訂位需求

$$\text{若 } (M_1^n \cdot f_1 \cdot P_{sur,1}^n + M_2^n \cdot f_2 \cdot P_{sur,2}^n) \geq \sum_{i=1}^{M_1^n + M_2^n} EMSR_{avsur}^{n-1} (S^n - (M_1^n + M_2^n) + i) \quad (20)$$

則接受 $(M_1^n f_1 + M_2^n f_2)$

同樣地，由式(18)中可知，若 $f_1 < \frac{1}{M_1^n \cdot P_{sur,1}^n} \sum_{i=1}^{M_1^n} EMSR_{avsur}^{n-1} (S^n - M_1^n + i)$ 則第一費率等

級將會被拒絕，亦即不保證第一費率等級被接受。接受第 n 階段有 f_1 或 f_2 之 M_1^n 或 M_2^n 席訂位需求，則 M_1^n 或 M_2^n 席訂位期望收益值（費率值乘上第 n 階段訂位之存留機率值），必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數 M_1^n 或 M_2^n 席之最少期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值 $S^n - M_1^n + 1$ 或 $S^n - M_2^n + 1$ 至 S^n 所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益值函數值之和。若是在階段 n 一次訂位需求同時有 f_1 與 f_2 有 M_1^n 與 M_2^n 席訂位需求，則 $(M_1^n + M_2^n)$ 席訂位期望收益值，必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數 $(M_1^n + M_2^n)$ 席之最少期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值 $S^n - (M_1^n + M_2^n) + 1$ 至 S^n 所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益值函數值之和。若以數學模式表示其遞迴關係為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - (M_1^n + M_2^n) & \text{for } n > 0, S^n \geq (M_1^n + M_2^n), ACC \geq REJ \\ S^n + (CA_1^n + CA_2^n) & \end{cases} \quad (21)$$

$$ACC = \sum_{i=1}^2 M_i^n \cdot f_i \cdot P_{sur,i}$$

$$REJ = \sum_{i=1}^{M_1^n + M_2^n} EMSR_{avsur}^{n-1} (S^n - (M_1^n + M_2^n) + 1) \quad (22)$$

其中， S^n 之起始值 $S^N = BC$ 。

五、多費率 (大於 2) 艙位配置動態策略模式

將二費率艙位配置動態策略模式推廣至多費率 (大於 2) 之艙位配置動態策略模式，可修改 Brumelle 和 McGill^[9] 提出決定最佳艙位配置方式為：

$$\begin{aligned}
 P_{avsur,2}^n \cdot f_2 &= P_{avsur,1}^n \cdot f_1 * \bar{P}_1^n [D_1^n > PL_{avsur,1}^n] \\
 P_{avsur,3}^n \cdot f_3 &= P_{avsur,1}^n \cdot f_1 * \bar{P}_1^n [D_1^n > PL_{avsur,1}^n \cap D_1^n + D_2^n > PL_{avsur,1}^n + PL_{avsur,2}^n] \\
 &\dots \\
 P_{avsur,K}^n \cdot f_K &= P_{avsur,1}^n \cdot f_1 * \bar{P}_1^n [D_1^n > PL_{avsur,1}^n \cap \dots \cap D_1^n + D_2^n \dots D_K^n > PL_{avsur,1}^n + PL_{avsur,2}^n \dots PL_{avsur,K}^n]
 \end{aligned}$$

此時，第 n 階段之 f_i 最大期望收益可以函數 $EMSR_{avsur}^n(X)$ 表示為：

$$EMSR_{avsur}^n(X) = \begin{cases} EMSR_{avsur,1}^n(X) & \text{for } 0 \leq X \leq PL_{avsur,1}^n \\ EMSR_{avsur,2}^n(X) & \text{for } PL_{avsur,1}^n < X \leq (PL_{avsur,1}^n + PL_{avsur,2}^n) \\ \vdots & \vdots \\ EMSR_{avsur,K}^n(X) & \text{for } \sum_{i=1}^{K-1} PL_{avsur,i}^n < X \end{cases} \quad (23)$$

若將定理一與二證明式中之費率 i ，由二費率推廣為多費率 (大於 2)，前述之最大期望收益函數是否仍為非遞增函數。按照各費率等級兩兩依續關係，可以將定理一與二之證明式，以同理可推方式得知，多費率 (大於 2) 之最大期望收益函數仍為非遞增函數。

可以將二費率艙位配置動態策略模式修改如后所示。

5.1 考慮取消訂位與未報到之單席訂位模式

以數學模式表示其遞迴關係為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - 1 & \text{for } n > 0, S^n > 0, ACC \geq REJ \\ S^n + 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

$$ACC = f_i \cdot p_{sur,i}, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

$$REJ = EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n) \quad (25)$$

其中， S^n 之起始值 $S^N = BC$ 。

由式(25)中可知，若 $f_1 < \frac{1}{P_{sur,1}^n} EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n)$ 則第一費率等級將會被拒絕，亦即不保證第一費率等級被接受。接受第 n 階段有 f_i 之單席訂位需求，必須其期望收益值 (費率值乘上第 n 階段訂位之存留機率值) 大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數之對應期望收益函數值。

5.2 考慮取消訂位與未報到之多席訂位模式

以數學模式表示其遞迴關係為：

$$S^{n-1} = \begin{cases} S^n - \sum_{i=1}^K M_i^n & \text{for } n > 0, S^n \geq \sum_{i=1}^K M_i^n, ACC \geq REJ \\ S^n + \sum_{i=1}^K CA_i^n & \text{其他} \end{cases} \quad (26)$$

$$ACC = \sum_{i=1}^K M_i^n \cdot f_i \cdot P_{sur,i}$$

$$REJ = \sum_{j=1}^{\sum_{i=1}^K M_i^n} EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n - \sum_{i=1}^K M_i^n + j) \quad (27)$$

其中， S^n 之起始值 $S^N = BC$ 。

由式(27)中可知，若 $f_1 < \frac{1}{M_1^n \cdot P_{sur,1}^n} \sum_{i=1}^{M_1^n} EMSR_{avsur}^{n-1}(S^n - M_1^n + i)$ 則第一費率等級將會被拒絕，亦即不保證第一費率等級被接受。接受在階段 n 一次訂位需求同時多個 f_i 有 M_i^n 席訂位需求，則 $\sum_{i=1}^K M_i^n$ 席訂位期望收益值 (費率值乘上第 n 階段訂位之存留機率值)，必須大於或等於保留此座位給第 n 階段以後可接受訂位數 $\sum_{i=1}^K M_i^n$ 席之最少期望收益值；亦即，至少為可接受訂位數值 $S^n - \sum_{i=1}^K M_i^n + 1$ 至 S^n 所對映之 f_1 與 f_2 最大期望收益值函數值之和。

六、實證分析

本研究中針對某航空公司 (因涉及商業機密，以下簡稱為甲公司) 國際部分的某航線 (以下稱為 A 航線)，進行艙位配置模式求解之實證分析與探討，以驗證模式的正確性，並

與實際情況作一適當之比較。為有效處理此研究相關問題，本研究以 C++ 語言撰寫此系統。基於航空公司訂位需求資料庫相當龐大，包括國內、國際航線之訂位資料，往往動輒上萬筆訂位。而每一筆訂位皆包括日期、時間、姓名、人數、行程、電話、其他（限制、付現方式等等）之訂位資料型態，使得占用電腦記憶體皆以數百億位元組（G Bytes）來計算。因此，有必要先篩選出所要處理之班次，以簡化後續所需處理之資料量。其次由於訂位需求資料庫中，訂位需求會受到不同航班之交錯排列。因此，本研究先將屬於各日期與起飛時間之訂位資料先歸建。並依距起飛時間之遠近，由近至遠作排序。如此，亦可簡化後續之分析工作，最後將各班次中需求小於供給之資料予以去除。

由前述之整理工作後，接下來便是分析此航班之工作。首先，將不同費率之資料依照不同之時段區隔，分析區隔時段內之訂位次數，並選取至每一時段區隔，平均每班次有一次訂位為止。然後依此時段區隔出之各階段，分析階段變化下不同費率之訂位數，訂位後取消訂位數，以及在每一階段之確實取消訂位數。並可進而分析階段變化下不同費率之訂位存留機率與訂位平均存留機率。此外，並可探討各階段各費率等級之未來訂位機率，以及考慮訂位平均存留機率與否之期望邊際艙位價值函數。

經過上述分析後，將本班次之訂位過程參數包括實際機型之訂位容量（不同機型設定不同訂位容量）和各費率值輸入，然後進行訂位過程模擬。由模擬之電腦訂位系統將本班次之訂位時間與訂位人數資料輸入後，會由本研究設定之訂位控制系統所採用之策略，自行考慮本次訂位所屬階段之訂位控制參數、本班次訂位過程參數與已訂位需求資訊後，輸出接受或拒絕本次訂位需求之決策值回至原模擬電腦訂位系統，而系統推進至第 0 階段便輸出營收結果。

本研究以 26 班次中之 25 班為同質性班次（除測試班次以外），求算前述參數代入前述之模式中，藉由本研究構建之系統，求解得出的結果如表 1 所示。其次，為表現出本研究與其他研究之差異，以及動態巢式策略基本上較靜態巢式策略為優之考量下，特別將文獻中 Belobaba^[3]所提出之動態巢式策略以及未採取策略之情形，並列表示。

由表中可得知，本研究之單獨考慮艙位配置動態策略，在 26 班次中較未採取策略（無訂位上限）之營收增加約 21 萬元左右，若以最高營收金額為分母，則約為 1.5%；另外，以個別班次來比較，則有 16 班優於未採取策略（無訂位上限），約占 62% 左右。至於部分班次未優於未採取策略的原因，可能是航空訂位控制人員雖然未採用任何既定之策略，但是在經驗法則下可考慮更多細微與非量化因素所致（例如航空公司主動或透過旅行社之顧客維繫）。而和動態巢式策略比較，則營收增加 27%，約為 400 萬元左右；以個別班次來比較，則全部優於動態巢式策略。綜合而言，造成上述差異之原因係由於本研究之動態巢式策略可以反映多席訂位、取消訂位、未報到與不同之動態需求特性，使得配艙之期望邊際艙位價值不致於被估計過高，而且能接受最新需求資訊，因應各種需求之變化所致。

表 1 策略模式求解營收與排名比較表

單位：元

策 略	Belobaba 之巢式配艙	本研究配艙	無訂位上限策略
營 收 金 額	475,652(3)	514,748(1)	505,140(2)
	521,976(2)	543,664(1)	512,464(3)
	553,984(2)	571,344(1)	518,884(3)
	380,864(3)	556,840(1)	509,564(2)
	385,192(3)	561,168(1)	482,692(2)
	359,224(3)	539,528(2)	554,224(1)
	352,756(3)	509,328(1)	497,056(2)
	331,116(3)	548,660(1)	530,016(2)
	445,784(3)	462,004(2)	476,984(1)
	322,460(3)	519,696(1)	462,860(2)
	483,452(3)	500,052(1)	490,776(2)
	497,720(2)	497,484(1)	439,220(3)
	461,812(3)	562,880(1)	529,920(2)
	343,292(3)	522,740(1)	507,092(2)
	320,272(3)	530,872(1)	495,772(2)
	270,240(3)	482,600(2)	496,440(1)
	338,536(3)	521,836(1)	494,536(2)
	134,168(3)	476,940(2)	520,268(1)
	367,880(3)	535,580(1)	531,728(2)
	442,408(3)	504,808(2)	536,056(1)
	203,416(3)	452,588(2)	519,316(1)
	541,000(3)	573,104(1)	541,048(2)
	337,584(3)	466,284(2)	524,784(1)
	279,276(3)	485,596(2)	497,676(1)
	153,764(3)	453,636(2)	457,964(1)
	331,212(3)	478,984(2)	518,412(1)
合計營收金額	9,635,040	13,372,964	13,159,782
占最高營收金額之比率	0.720	1.000	0.984

註：括號內為每一航班採用不同策略之營收排名。

七、結 論

本研究以機位控制員微觀角度之觀念，將決策單位改以每一艙位，然後依照每一訂位劃分階段，並引進存留機率之概念，據以發展新訂位控制動態策略。所提出之動態策略能

綜合往昔策略優點，並改善其相關之缺點。分析歷年來所發展之航空艙位配置之策略架構，大致上可區分為四種，即非巢式、靜態巢式、動態巢式，以及 Lee 和 Hersh 所提出之動態艙位規劃模式，再與本研究所提訂位控制策略模式比較，可以整理如表 2 所示。

表 2 本研究與相關研究策略結構比較表

	非巢式策略	巢式策略		Lee 和 Hersh 策略	本研究策略
		靜態巢式策略	動態巢式策略		
1. 策略建立方式					
(1)歷史需求資訊	以最後靜態資料為蒐集單位	以最後靜態資料為蒐集單位	以過程資料為蒐集單位	以過程資料為蒐集單位	以過程資料為蒐集單位
(2)現已訂位資訊	×	×	√	×	√
(3)策略之執行	高費率與低費率無競爭	維持高費率對低費率之競爭	維持高費率與低費率互相競爭	維持高費率與低費率互相競爭	維持高費率與低費率互相競爭
(4)決策邏輯之運算	定時運作	定時運作	動態運作	定時運作	動態運作
(5)更迭期間	依航次而定	依航次而定	一天一次	依航次而定	依每次訂位需求區分時階 (Δt)
2. 功能比較					
(1)單席訂位	√	√	√	√	√
(2)多席訂位	×	×	×	√	√
(3)考慮取消訂位和未報到	×	×	×	×	√
(4)特殊需求之處理彈性	×	×	較有彈性	×	較有彈性
3. 優缺點					
	優點： 1.使用簡易 缺點： 1.艙位作事前規劃，故策略運作僵化 2.無法處理特殊需求狀況 3.策略保護水準更迭不易 4.無法處理多席訂位 5.無法處理取消訂位和未報到	優點： 1.維持高費率對低費率之競爭性 2.使用簡易 缺點： 1.同非巢式策略之(1)~(5)	優點： 1.維持高、低費率間之互相競爭 2.策略運作有彈性 3.可處理特殊需求狀況 4.策略保護水準更迭容易 5.可處理未報到 缺點： 1.事前作業較耗時間、成本 2.同非巢式策略之(4)~(5)	優點： 1.同動態巢式模式之(1)、(2) 2.可處理多席訂位問題 缺點： 1.事前作業相當耗時間、成本 2.同非巢式策略之(1)~(3)，(5)	優點： 1.同動態巢式模式之(1)~(5) 2.可處理多席訂位問題 3.可處理取消訂位和未報到 缺點： 1.事前作業較耗時間、成本

資料來源：本研究整理。

1. 本研究在艙位配置時，所推算出之二費率動態艙位價值函數，經定理一證明此函數為非遞增函數。因此對於每次不同費率之單席或多席訂位需求決策，僅需以單一值或相等於多席訂位數之值作判斷，使用上相當方便。
2. 其次，本研究以存留機率之概念，同時考慮到取消訂位與未報到，並以決策樹架構加以分析。發現加入存留機率會影響各費率之期望收益，使得必須將不同費率艙位予以重新配置。而傳統由於未考慮此因素，因此可能會造成艙位配置上之偏誤。
3. 由於本研究以每一艙位為動態決策單位，並在階段 n 時，估算出剩餘艙位保留至階段 n 以後之動態艙位價值，然後據此可以納入不同費率之多席訂位加以考慮。
4. 本研究首度提出在考慮取消訂位與未報到後，單席或多席訂位之最高費率等級不一定恆被接受之觀點；與以往認為最高費率等級恆被接受之觀點並不相同。
5. 將二費率動態艙位價值函數拓展到多費率（大於 2）動態艙位價值函數後，經證明此函數仍為非遞增函數。根據此特性，本研究提出首度可以同時考慮取消訂位、未報到與多席訂位之多費率（大於 2）艙位配置策略。
6. 由上述 1 ~ 5 可知，本研究之多費率（大於 2）艙位配置策略，可以同時考慮到取消訂位、未報到與多席訂位。改善 Belobaba 之動態巢式策略之未考慮到取消訂位與多席訂位缺失，以及改進 Lee 和 Hersh 所發展之模式中，僅允許同一費率多席訂位之缺失，以及模式仍未充分考慮歷史訂位之取消訂位和未報到資訊，所造成會產生錯估未來各階段總效益之情況。
7. 本研究採取每一訂位需求階段之動態最佳化決策方式，同時考慮現已訂位與歷史訂位資訊，可以因應特殊訂位需求之困擾。
8. 本研究之艙位配置策略，在 26 班次中較未採取策略（無訂位上限）之營收增加約 21 萬元左右，若以最高營收金額為分母，則約為 1.5%；另外，以個別班次來比較，則有 16 班優於未採取策略（無訂位上限），約占 62% 左右。而和動態巢式策略比較，則營收增加 27%，約為 400 萬元左右。

參考文獻

1. Weatherford, L. R. and Bodily, S. E., "A Taxonomy and Research Overview of Perishable-asset Revenue Management: Yield Management, Overbooking, and Pricing", *Operations Research*, Vol. 40, No. 5, 1992, pp. 831-841.
2. Lee, T. C. and Hersh, M., "A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings", *Transportation Sci.*, Vol. 27, 1993, pp. 252-265.
3. Belobaba, P. P., *Air Travel Demand and Airline Seat Inventory Management*, MIT, 1987.
4. Brumelle, S. L. and McGill, J. I., "Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes", *Operations Research*, Vol. 41, 1993, pp. 127-137.
5. Bhatia, A. V. and Parekh, S. C., "Optimal Allocation of Seats by Fare", Presentation by Trans

- World Airlines to AGIFORS Reservations Study Group, 1973.
6. Belobaba, P. P., "Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control", *Operations Research*, Vol. 37, 1989, pp. 183-197.
 7. Curry, R., "Optimal Seat Allocation with Fare Classes Nested by Origins and Destinations", *Transportation Sci.*, Vol. 24, 1990, pp. 161-176.
 8. Richter, H. and LUFTHANSA, "The Differential Revenue Method to Determine Optimal Seat Allotment by Fare Type", AGIFORS 22nd Symposium, 1982, pp. 339-362.
 9. Brumelle, S. L., McGill, J. I., Oum, T. H., Sawaki, K., and Tretheway, M. W., "Allocation of Airline Seats between Stochastically Dependent Demands", *Transportation Sci.*, Vol. 24, 1990, pp. 183-192.
 10. Robinson, L. W., "Optimal and Approximate Control Policies for Airline Booking with Sequential Nonmonotonic Fare Classes", *Operations Research*, Vol. 43, 1995, pp. 252-263.

附表 1 模式決策變數與參數符號說明表

決策變數名稱	意 義	型態與範圍
決 策 變 數		
BL^n	第 n 階段之訂位數量上限	整數 $\{BL^n \mid BL^n \geq 0\}$
PL_i^n	第 n 階段費率等級 i 之最小保留位數	整數 $\{PL_i^n \mid PL_i^n \geq 0\}$
$PL_{avsur,i}^n$	第 n 階段費率等級 i 考慮取消訂位與未報到後之最小保留位數	整數 $\{PL_{avsur,i}^n \mid PL_{avsur,i}^n \geq 0\}$
模式參數名稱	意 義	型態與範圍
模 式 參 數		
ACC	接受第 n 階段訂位需求之期望收益	實數 $\{ACC \mid ACC \geq 0\}$
B_i^n	第 n 階段費率等級 i 之已訂位數	整數 $\{B_i^n \mid B_i^n \geq 0\}$
$B_{acc,i}^n$	在 BC 限制下，第 n 階段費率等級 i 現已訂位數 B_i^n ，預計第 0 階段可接受登機數	整數 $\{B_{acc,i}^n \mid B_{acc,i}^n \geq 0\}$
BC	艙等 (如經濟艙) 之訂位容量	整數 $\{BC \mid BC \geq 0\}$
D_i^n	第 n 階段對費率等級 i 之訂位需求數	整數 $\{D_i^n \mid D_i^n \geq 0\}$
$EMSR^n(X)$	第 n 階段所有費率等級之最大邊際期望收益值函數	整數 $\{EMSR^n(X) \mid EMSR^n(X) \geq 0\}$
$EMSR_i^n(X)$	第 n 階段費率等級 i 之最大邊際期望收益值函數	整數 $\{EMSR_i^n(X) \mid EMSR_i^n(X) \geq 0\}$
$EMSR_{avsur,i}^n(X)$	第 n 階段費率等級 i ，考慮取消訂位與未報到後之最大邊際期望收益值函數	整數 $\{EMSR_{avsur,i}^n(X) \mid EMSR_{avsur,i}^n(X) \geq 0\}$
f_i	第 i 等級之費率	整數 $\{f_i \mid f_i \geq 0\}$

附表 1 模式決策變數與參數符號說明表 (續)

模式參數名稱	意 義	型態與範圍
模 式 參 數		
i	費率等級	整數 $i \in I = \{1, 2, \dots, K\}$
M_i^n	第 n 階段出現費率等級 i 且 訂座數為 M 個之訂位要求	實數 $\{M_i^n \infty > M_i^n \geq 0\}$
n	階段	整數 $n \in NS = \{1, 2, \dots, N\}$
$p_i(S_i)$	費率等級 i 之訂位需求等於 S_i 之機率	實數 $\{p_i(S_i) 0 \leq p_i(S_i) \leq 1\}$
$P_i(S_i)$	費率等級 i 之訂位需求小於 S_i 之機率	實數 $\{P_i(S_i) 0 \leq P_i(S_i) \leq 1\}$
REJ	保留第 n 階段訂位需求座位數至以後階段中 賣出之期望收益	整數 $\{REJ REJ \geq 0\}$
$\bar{P}_i(S_i)$	費率等級 i 之訂位需求大於或等於 S_i 之機率	實數 $\{\bar{P}_i(S_i) 0 \leq \bar{P}_i(S_i) \leq 1\}$
$p_i^n(S_i)$	第 n 階段費率等級 i 之訂位需求等於 S_i 之機率	實數 $\{p_i^n(S_i) 0 \leq p_i^n(S_i) \leq 1\}$
$P_i^n(S_i)$	第 n 階段費率等級 i 之訂位需求 小於 S_i 之機率	實數 $\{P_i^n(S_i) 0 \leq P_i^n(S_i) \leq 1\}$
$\bar{P}_i^n(S_i)$	第 n 階段費率等級 i 之訂位需求 大於或等於 S_i 之機率	實數 $\{\bar{P}_i^n(S_i) 0 \leq \bar{P}_i^n(S_i) \leq 1\}$
$P_{sur,i}^n$	第 n 階段費率等級 i 之訂位需求存留之機率	實數 $\{P_{sur,i}^n 0 \leq P_{sur,i}^n \leq 1\}$
$\bar{P}_{sur,i}^n$	$1 - P_{sur,i}^n$	實數 $\{\bar{P}_{sur,i}^n 0 \leq \bar{P}_{sur,i}^n \leq 1\}$
$P_{avsur,i}^n$	第 n 階段至第 0 階段費率等級 i 訂位需求 之平均存留機率	實數 $\{P_{avsur,i}^n 0 \leq P_{avsur,i}^n \leq 1\}$
$P_{realsur,i}^n$	第 n 階段以後的存留個數除以在起飛前 n 階段 的訂位總數之平均存留機率	實數 $\{P_{realsur,i}^n 0 \leq P_{realsur,i}^n \leq 1\}$
S^n	第 n 階段可獲得之座位數	整數 $\{S^n S^n \geq 0\}$