

短期交通量變化：混沌特性之探索¹

SHORT-TERM TRAFFIC FLOW DYNAMICS: A CHAOTIC INVESTIGATION

藍武王 Lawrence W. Lan²

林豐裕 Feng-Yu Lin³

(91 年 2 月 19 日收稿，91 年 5 月 13 日第一次修改，91 年 6 月 14 日
第二次修改，92 年 3 月 25 日定稿)

摘 要

本研究利用里亞普諾夫指數 (Lyapunov exponents) 混沌檢驗法及細胞自動機 (cellular automaton; CA) 分析技術檢驗市區道路短期交通量時間序列之變化是否屬於隨機現象或具有混沌現象，並選取台北市數個路段每五分鐘、十分鐘、十五分鐘交通量進行實證。結果顯示短期交通量時間序列具有明顯的非線性相關性跡象，且混沌時間序列可以成功解釋此種非線性結構。在預測準確度方面，實證結果亦顯示混沌時間序列模型優於隨機時間序列 ARIMA 模型。

關鍵詞：短期交通量；決定性混沌；隨機；細胞自動機

ABSTRACT

In this study, Lyapunov exponents and cellular automaton (CA) are applied to examine whether the short-term traffic flows on urban streets display

-
1. 本文係行政院國家科學委員會補助研究計畫 (NSC 90-2211-E-009-042) 之部分研究成果。作者感謝二位審查委員提供許多寶貴修正意見。
 2. 國立交通大學交通運輸研究所教授 (聯絡地址：100 台北市忠孝西路一段 114 號 4 樓交通大學交通運輸研究所；電話：02-23494958；E-mail：lawrencelan@mail.nctu.edu.tw)。
 3. 國立交通大學交通運輸研究所博士候選人。

stochastic or chaotic phenomena. Empirical tests were conducted out of five, ten and fifteen minutes' traffic flow rates that are observed from some selected roadways in Taipei. We found strong evidence of nonlinear dependence in the short-term traffic flow dynamics and that chaotic time series model can successfully explain such nonlinear structures. In comparison with the conventional integrated autoregressive-moving average model (ARIMA), we also found that the chaos time series model obviously outperforms on the prediction accuracy of such short-term traffic flow dynamics.

Key Words: *Short-term traffic flow; Deterministic chaos; Stochastic; Cellular automaton*

一、前言

短期交通量特性常是用路人行前或途中有用之即時資訊，亦為管理單位研擬即時交控策略之依據，甚或可應用於交通事件 (traffic incident) 模擬及監測等^[1]，因此是發展智慧運輸系統 (intelligent transportation system, ITS) 的重要關鍵。許多 ITS 的研究中常強調自動蒐集即時路況資訊的重要性，以先進交通管理及資訊系統 (advanced traffic management and information system, ATMIS) 為例，唯有依賴能自動蒐集交通量資訊並具有良好預測能力，才能預先處理系統的改變，進一步修正控制策略，達到系統更有效率的運作^[2,3]。

近年來，混沌理論 (chaos theory) 已被廣泛的運用於許多領域，其主要特點是可成功的描述和預測複雜的非線性系統。短期交通量變化究竟屬於決定性混沌⁴抑或隨機？乃關係到是否可引用混沌理論作預測或控制。國外探討交通量變化之文獻，如 Iokibe 等人^[4,5]、Dendrinis^[6]、Frison 和 Abarbanel^[7] 證實了高速公路及市區道路交通量變化均具有非線性的混沌動態；國內則有藍武王和陳郁文^[8]、林尚儀^[9]、藍武王和林尚儀^[10] 應用混沌理論作短期交通量變化之預測。

上述研究對於短期交通量變化存在混沌特性之探討，大多只利用里亞普諾夫指數混沌檢驗法，衡量短期交通量時間序列任何兩相鄰點間以多快速度彼此發散或收斂，藉以檢驗此時間序列是否具混沌動態結構。然而根據 Eckman 和 Ruelle^[11] 及 Dammig 和 Mitschke^[12] 之研究，發現最大里亞普諾夫指數為正值並不足以構成數據中存在低維混沌之條件，非線性隨機系統亦會造成正值里亞普諾夫指數上升；Hilborn (1994)^[13] 認為里亞普諾夫指數僅可以量化混沌方法之一，並非絕對。換言之，最大里亞普諾夫指數為正值僅為時間序列具混沌特性之充分條件，而不是必要條件，若只單純以里亞普諾夫指數來檢驗時間序列是否具有混沌特性，在嚴謹度上將較顯不足。

因此，本研究將採用二種方式檢驗短期交通量之變化是否為決定性混沌。第一種方式

4. 所謂決定性混沌 (deterministic chaos) 指乍看不規則，實則受明確決定論所支配的物理現象。不規則 (像是亂流) 指沒有周期的返復性現象，它是受乍現、偶然性所支配，而非明確決定論所支配^[14]。

係觀察短期交通量變化在不同時間尺度下是否具自我相似性，再應用里亞普諾夫指數混沌檢驗法，衡量短期交通量時間序列任何相鄰點間以多快速度彼此發散或收縮，以檢驗其是否具混沌結構；第二種方式係嘗試應用細胞自動機分析技術，構建車流延滯關係式，探討車流間互動是否存有決定性混沌現象。在實證方面，本研究將檢視台北市三個路段短期交通量之時間序列結構，並分別以 5 分鐘、10 分鐘及 15 分鐘交通量構建短期交通量變化混沌預測模式及傳統之隨機時間序列（如 ARIMA）模式，探討究竟混沌結構抑或隨機結構，較能適切解釋短期交通量變化之動態特性。如果短期交通量變化具非線性現象，則傳統之隨機時間序列（如 ARIMA）模式可能較難以描述交通量之變異。

二、混沌之意義

目前使用中的混沌定義有數種，惟各項文獻中最常出現如下的定義^[14-20]：「如果有一個系統 (h, F, x_0) ，其中 $a_t = h(x_t)$ ， $x_{t+1} = F(x_t)$ ， x_0 是 $t = 0$ 的初始條件，且 h 將 n -維相空間 R^n 映入 R^1 ， F 將 R^n 映入 R^n ，則時間序列 a_t 便具有混沌解釋（chaotic explanation）。同時所有軌線 x_t 都必須位於一個吸子 A ，且鄰近軌線必須分散（diverge），以使得系統永遠不致達到均衡（equilibrium）或完全重複其路徑（path）」。

由以上定義知，若有一個決定性狀態向量 x_t （state vector）： $x_{t+1} = F(x_t)$ ，且有一個函數 $h(x)$ ，使得對所有 t 而言均為 $a_t = h(x_t)$ ，則時間序列 a_t （如短期交通量）便具有混沌解釋。如果已知 (h, F) ，並可準確測量 x_t ，則可精確預測 x_{t+i} 及 a_{t+i} ，可見混沌有別於無法即時預測（instantaneously unpredictable）程序。為使 F 產生看似隨機的變動，鄰近軌線必須是呈指數性分散（diverge exponentially）；又為使 F 產生決定性變動（deterministic behavior），局部分散的軌線必須是最終又重疊在一起。而吸子 A 則可視為相空間的子集（subset），距離夠近的軌線都會漸被吸引至相空間^[17]。

混沌時間路徑具有以下主要屬性：

1. 對初始條件敏感依賴性（Sensitive dependence to the initial conditions；SDIC）

一般線性系統在作經常的規則運動時，無可避免的漲落所引起初始條件的微小差別，只引起運動狀態的小幅變化，亦即初始狀態相近的軌道始終是接近的。因此，人們可以對系統的運動作出預測（確定論）。混沌系統則不然，其具有對初始條件的敏感依賴性，初始條件的微小差別，常常使軌道按指數形式分開。氣象學家洛倫茲^[21,22]稱混沌運動對初始條件的敏感依賴性為「蝴蝶效應」（butterfly effects），並舉全球氣象可能處於混沌狀態為例，說明一隻蝴蝶在巴西拍動翅膀，可能引致在美國德州龍捲風之不決定性。因此，人們難以對混沌系統的運動做出長期預測（隨機論）。

對於一個決定性系統，受內部漲落和外部環境干擾（noise）的影響，初始狀態的微小差別總是無可避免的，混沌對初始狀態敏感依賴性必然引致運動的不決定性。決定性系統出現混沌是由於數學上要求無限觀測精確度，與物理系統所能提供有限的精確度，顯然二

者間存有相當差異，此說明做混沌運動時，系統的動態是不穩定的，且不具有軌道穩定性，相鄰軌道最後將遠遠地分離，隱含即使描述運動的方程式是確定的，但由於混沌運動的隨機性，人們無法對系統的狀態作出長期預測。換言之，機械決定論不適用於混沌運動，且機械因果律不成立^[23]。事實上，混沌運動不能對狀態變化或軌道走向做出預測，這只是從長時間整體來說；混沌運動既然服從決定性規律，當然在知道其初始狀態時，做短時間的預測應該是可能的^[24]。

2. 自我相似性 (Self-similarity)

對一個混沌現象進行局部的不同倍數放大會發現，它的局部形狀與整體形狀是極相似的，此種性質稱為自我相似性，也就是碎形⁵ (fractal)。混沌運動具有不同時間尺度的自我相似性，這也意味著從錯綜複雜的混沌狀態中去尋找構成混沌的基本要素，只要能正確掌握這些基本要素，就可以對整體狀態進行概略性的描述。

3. 奇異吸子 (Strange attractor)

若一個系統存有奇異吸子，則此系統必為混沌系統。混沌系統變數所產生的軌跡，為一非週期的時間路徑，變數不可能重複，無法達到均衡狀態。奇異吸子只吸引住變數的時間路徑中之某一區間，不論時間多長，所有軌跡必維持在一個區域 (奇異吸子) 內，藉此特性可發展出漸進可預測性 (asymptotic predictability) 的概念。因此，一個混沌系統在任何時刻的準確位置雖不知，但吾人仍可確定，無論何時系統會在某處運動，而不是在相空間亂竄。

由於混沌具有隨機性，它在二維相平面的有限範圍內的軌線投影必然會有重疊，否則

5. 所謂碎形，指的是一個幾何物件，其外型不像直線、弧線這些古典歐幾里德幾何 (Euclidian geometry) 的表面那麼平滑，而是相當破碎、不規則，且無論巨觀或微觀都不是連續的。這些不規則的碎形和我們習以為常的觀念有所不同，且基本上大多數的現象並不是如歐幾里德幾何所描述的那樣。在 1970 年代，碎形的觀念首先由曼德布洛特 (Mandelbrot) 所提出，他引入碎形的觀念，並將此新的幾何觀念用來描述不規則形狀的物體，如雲、山川、閃電、波浪般擺動的線條及聚集在一起的點。幾何結構如點、線、面是一般我們所熟知的幾何觀念，點的維度為 0，線的維度為 1，而面的維度為 2，這些維度是拓撲學 (topology) 中所謂的拓撲維度 (topological dimension)。

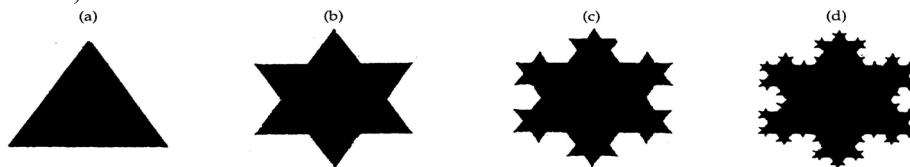


圖 A 科赫雪片

由以上圖 A 中可發現，圖形有著高度的自我相似性，或稱為尺度相關 (scale relation)，換言之，在不同尺度大小的情況下，都可得到一個相似的結構，此即為碎形結構的特性。所以目前科學界對碎形的解釋為：一個物體或現象的部分與整體具有某種特定的關係，亦即個體在不同尺度上部分與整體具有相似或相仿 (affinity) 的行為。由於混沌運動具有在時間尺度 (time scale) 上的自我相似性，所以它可看作是時間上的碎形；反之，碎形即是一種空間混沌^[24]。

軌線就只能是封閉曲線（規則的週期活動）或延伸到無限遠處（發散解），這樣的軌線必然有交點，但此為二變量方程式所不允許的。因此混沌運動只可能出現在三個或三個以上變量的方程式中，其在相空間中的軌線不相交，但它在二維相平面上的投影卻可以相交。

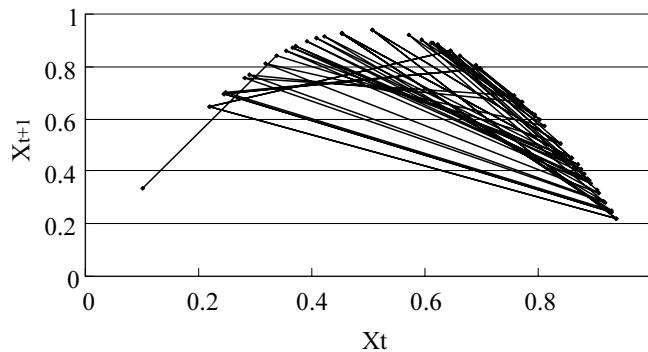
4. 碎形維度 (Fractal dimension)

碎形維度指空間的維數不限於整數，而可能為分數。奇異吸子具有自我相似性的結構，引發一個關於它的維數的問題。人們所熟悉的是，曲線是一維的，圓和各種平面圖形是二維的，球和各種立體圖形是三維的，皆建立在歐幾里德整數空間的基礎上。然奇異吸子卻不是連續分布的實體，而是其中有大量空隙的結構，致可能具有無窮層次的自我相似性，此種在空間具有一定疏密分布且具有自我相似性結構的特徵，例如天空中雲的形狀所取的數學空間維數大約為 2.5 左右。1919 年德國數學家豪斯多夫 (Hausdorff) 把維數的觀念推廣到不限於整數，這正可用來定量地表徵奇異吸子。碎形維度的誕生不僅為人類提供了新的思維方式，也為描述一些複雜狀態提供了新的數學方法^[24]。

上述混沌時間路徑屬性如果用函數來說明，可能會得到更清楚的理解。茲以邏輯方程 (Logistic equation) 架構來說明這些屬性，邏輯方程是一種經常用來說明混沌現象的函數^[18]，以單一參數 w 來定義非線性方程之邏輯函數可表示如下：

$$x_{t+1} = F(x_t) = wx_t(1 - x_t) \quad (1)$$

圖 1 為 $w = 3.750$ ，初始值 $x_0 = 0.10$ 的邏輯函數關係圖。很明顯地， (x_{t+1}, x_t) 振盪形成一個很特殊的相圖 (phase diagram) (彈回拋物線)。當振盪擴大時，這些拋物線之最高「彈出」點會形成相曲線，且在相曲線的負斜坡 (negative slope) 會形成看似平衡的狀態，惟其附近看似平衡的任何聚合現象都只是暫時的，因為相曲線的坡度小於 1。圖 1 也說明軌線在混沌系統中的周期重疊屬性，並顯示低維的概念 (concept of low dimension)：由於 x_{t+1} 對 x_t 的映射 (map) 是混沌關係，因此在相曲線內顯現一系列的點，即使在界線內，這些點也只能形成一個單維集 (one dimension set) 曲線。如果 x_{t+1} 對 x_t 的映射是隨機的，



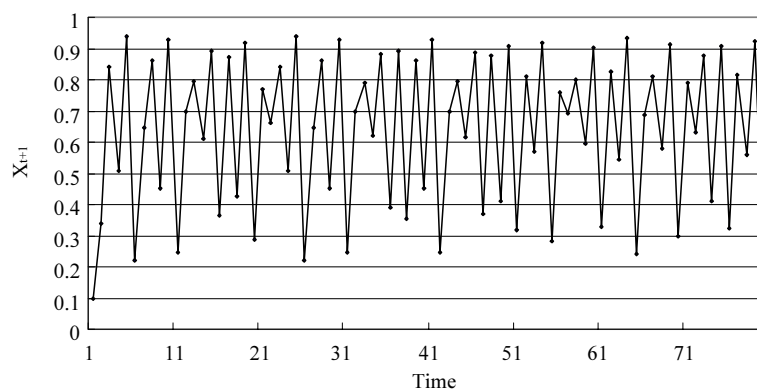
資料來源：[20]。

圖 1 六十次疊代 Logistic 圖形 ($x_{t+1} = 3.75 x_t (1 - x_t)$, $x_0 = 0.10$)

這些點將會散布於二維相空間。

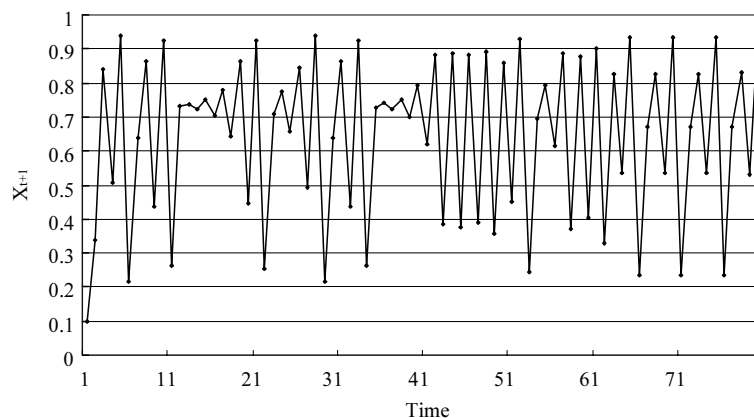
圖 2 及圖 3 分別以 $w = 3.750$, $x_0 = 0.10$, 及 $w = 3.753$, $x_0 = 0.10$ 表示邏輯方程的時間路徑 ($x_t, t = 1, \dots, 60$)，由圖知邏輯方程會產生相當複雜的時間路徑。值得注意的是， w 雖僅有 0.003 的微小差別，但經過幾個時間周期後，將對時間路徑造成非常顯著的變化。例如在前九個時間週期中，圖 2 的時間路徑與圖 3 的時間路徑看起來幾乎完全一樣，但當 $t = 10$ 以後，二個圖的時間路徑便大不相同，此即說明 SDIC 之概念。

由於 SDIC 的存在，混沌系統難有簡單之分析技術及長期且具準確度之預測模型。一般外推法 (extrapolation) 的預測技術並不易正確預測圖 3 中 A 點與 B 點之間的相對穩定狀況 (relative calm)。當然，如能精確地測量出 w 和 x_0 ，則可準確預測 x_t ，但問題在於通常並無法精確的測量 w 與 x_0 ，故一般預測模型 (如外推及估計結構預測模型) 在混沌系統



資料來源：[20]。

圖 2 Logistic 方程式的時間序列路徑一 ($x_{t+1} = 3.750 x_t (1 - x_t)$, $x_0 = 0.10$)



資料來源：[20]。

圖 3 Logistic 方程式的時間序列路徑二 ($x_{t+1} = 3.753 x_t (1 - x_t)$, $x_0 = 0.10$)

中的預測能力乃受到相當的質疑^[25]。儘管如此，就短期而言（如幾個週期之內），混沌系統在預測方面仍有相當優勢。如前所述，決定性混沌系統在某方面恰與無法即時預測系統（instantaneously unpredictable system）剛好相反。Clyde 和 Osler^[26] 曾模擬一種混沌時間序列，並證明某些技術法則用於該種混沌系統時，其模式的預測顯示高度之一致性，惟經過幾個時間週期之後，此一致性會大幅下滑，且與隨機策略並無顯著區別，此即決定性混沌系統短期預測可行，長期預測不可為之特點。

三、混沌檢驗—里亞普諾夫指數 (Lyapunov Exponents)

里亞普諾夫指數是由俄國數學家里亞普諾夫所發展的，它是用來量度動態系統中任何相鄰的兩點將以多快的速率彼此接近或遠離。計算里亞普諾夫指數和運動軌跡初始條件的選擇無關，它是基於系統長期的行為，測量相空間中兩相鄰軌道之平均指數發散或收縮的速率。一個典型的里亞普諾夫指數的概念及推導結果如下^[27]：

對於一個函數 $f(x)$ ，可在 x 點附近任取一極接近的另一點 $x + \varepsilon$ ，然後對這兩個極為接近的點做 $f(x)$ 的疊代運算，則其軌跡的平均遠離情形將會趨近於 $[e^{\lambda(x)}]^n \varepsilon$ ，以數學式表示如下：

$$\left| f^{(n)}(x + \varepsilon) - f^{(n)}(x) \right| \approx [e^{\lambda(x)}]^n \varepsilon$$

經由數學運算後，可得到里亞普諾夫指數的最終關係：

$$\lambda(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln[f'(x_i)] \right\} \quad (2)$$

式 (2) 中之 $\lambda(x)$ 即為里亞普諾夫指數，其所代表之意義就是兩個軌跡以時間的指數形式彼此遠離或接近。若 $\lambda(x) > 0$ ，則表示兩條軌跡隨著時間而不斷的遠離，此即為混沌系統；反之若 $\lambda(x) \leq 0$ ，則表示兩條軌跡亦步亦趨並不遠離，為非混沌系統。

對於一個 n 維的相空間而言，一系統的里亞普諾夫指數會有 n 個，分別代表該系統各個獨立發散或是收斂的方向，將 n 個里亞普諾夫指數按大小排列，令 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n$ ，此集合稱為里亞普諾夫譜 (Lyapunov spectrum)，其中，可能有 n^+ 個正值， n^0 個零值， n^- 個負值，分別代表吸子在相空間中的伸張 (stretching)、邊限 (marginal)、以及收縮 (contraction)， λ_1 稱為最大里亞普諾夫指數。對於任何一個系統而言，若至少存在一個正值的里亞普諾夫指數，則該系統即為一個混沌系統。

四、車流混沌現象與延滯關係式

本研究利用一次元（一車道）之細胞自動機，來探討車輛（細胞）間如何彼此影響（互動），藉以說明為何車流行為中存在混沌現象及可能發生延滯。有關細胞自動機（cellular automaton; CA）分析技術，詳附錄之說明。

1. 車輛流動法則

首先將圖 4 視為道路上某一車道之車流狀況，格子點 1 或 ■ 代表一輛車存在，後方車將無法順利前進，0 或 □ 代表無車輛存在，因此後方車可以順利前進，不會發生延滯。車輛的移動方向由左而右，為了將速度單純化，每次只允許前進一格，即最大車速 $V_{\max}=1$ ⁶，因此任一輛車從目前階段（ n ）到下一階段（ $n+1$ ），經過一個單位時間後，只有兩種可能反應：一為煞車在原地停留（ $x_{n+1}=x_n$ ），另一為往前進方向移動 1 格（ $x_{n+1}=x_n+1$ ）。

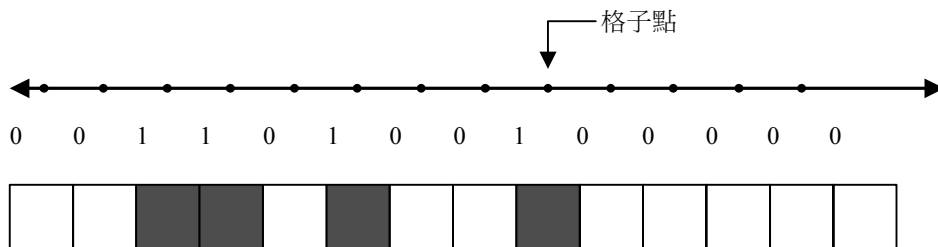


圖 4 一次元細胞自動機模式示意圖

圖 5 中 A 車在階段 n 時，因某種原因（事件）而煞車，使得到階段（ $n+1$ ）時 B 車前進一格後立即緊臨著 A 車；到階段（ $n+2$ ）時，B 車因為前方有 A 車存在，必需煞車停留在原地（此時的速度為 0）而產生延滯，但 A 車因前方無車存在，故可往前行進一格；到（ $n+3$ ）階段時，A 車與 B 車前方皆無車存在，因此均可各前進一格。以上之 CA 流動法則可說明車輛在道路上會產生延滯的原因。

2. 範例說明

有了前項車輛流動的法則，本文就以下幾個狀況進一步說明細胞自動機之分析技術：
狀況一：如圖 6 所示，若道路上只有一輛車存在，因為前方並無其他車輛，所以任何時候（階段）該車皆能以速度 $V_{\max}=1$ 順暢的行進。

6. 模式中最大車速 V_{\max} 可有不同之設定，例 $V_{\max}=1$ 代表車輛每單位時間最多只能移動 1 格，若 $V_{\max}=3$ 表示最多可移動 3 格，視研究對象與目的而定。

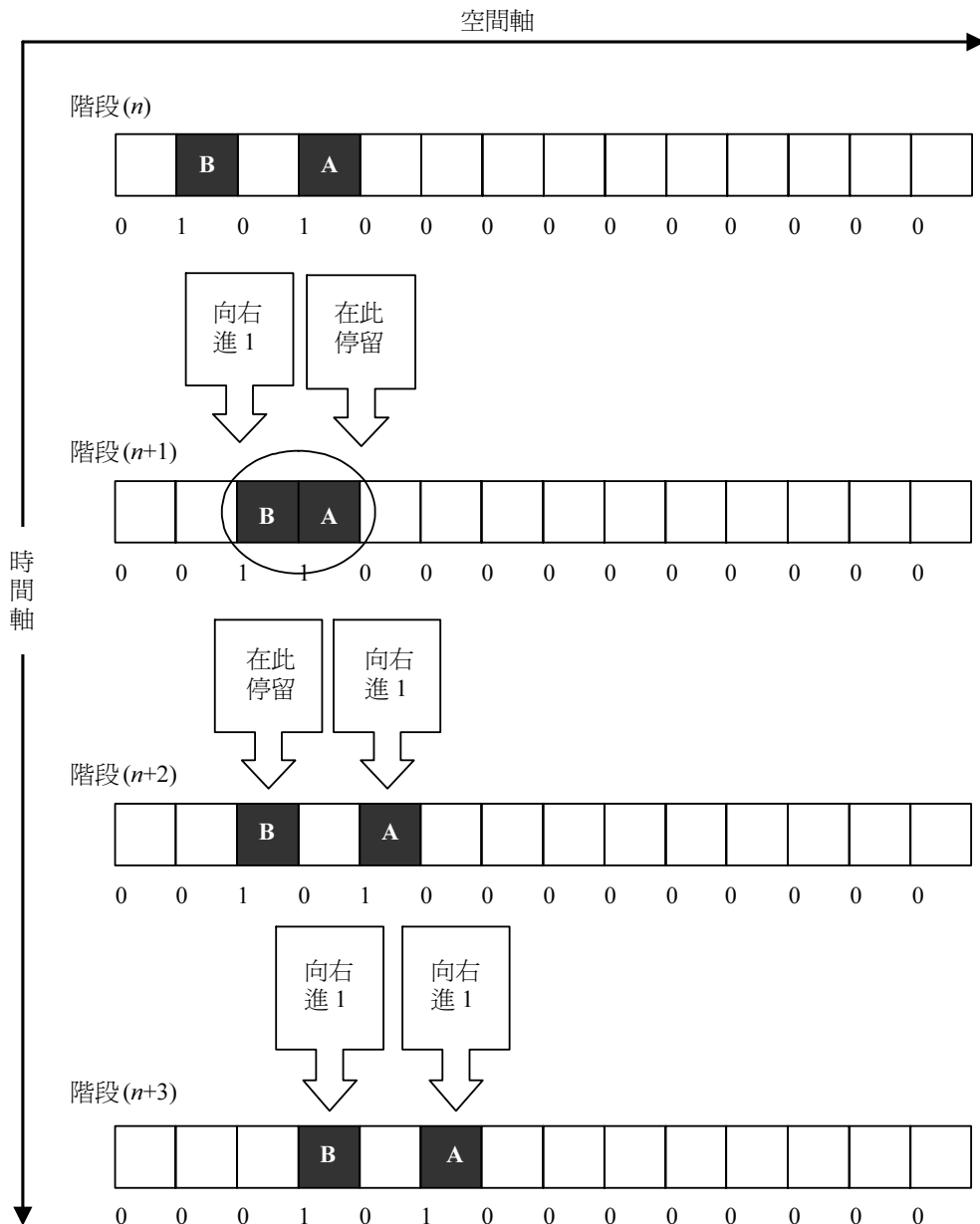


圖 5 一次元細胞自動機車輛流動法則時空圖

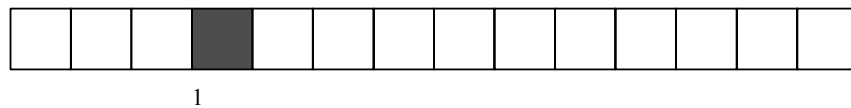


圖 6 一輛車之流動情況 (不產生延滯)

狀況二：如圖 7 所示，若有一群車隊 (platoon)，彼此以間隔 1 格的情況存在，亦即所有車輛的車間距離為 2 格，假設未發生任何事件，則全體車輛皆可以速度 $V_{\max} = 1$ 順暢的持續行進，不發生延滯。

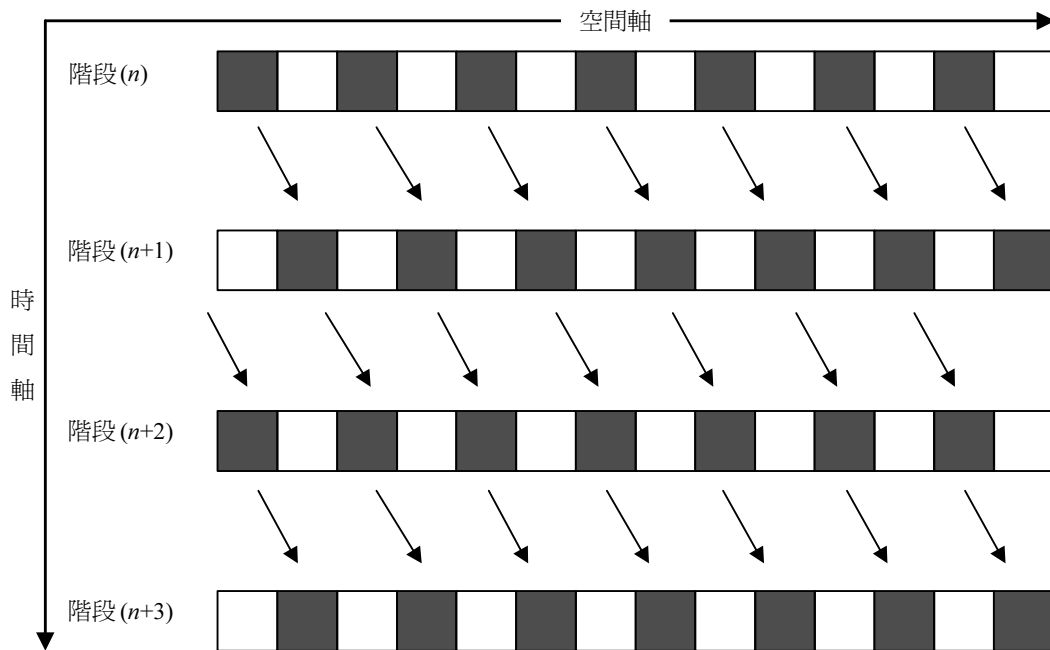


圖 7 一群車之流動情況 (未產生延滯)

狀況三：考慮如圖 8 所示，假設在階段 n ，車隊中只有 A、B 兩車車間距離為 1 格，其他車輛之車間距離均為 2 格，此時 B 車發生延滯； $(n+1)$ 以後之各階段，B 車以後之各車輛延滯 (以橢圓圈起之處) 將接踵發生，且以速度 $V_{\max} = 1$ 朝車隊行進相反方向移動，依序傳遞至 C 車、D 車、E 車，形成衝擊波 (shockwave)。

3. 延滯關係式

應用以上 CA 運行規則之分析技術，將一車道之車流初始狀態作隨意 (random) 配置，以機率來表示是否有車，假設有車 ($x=1$) 的機率為 P ，無車 ($x=0$) 的機率為 $1-P$ 。因為只有兩種結果，所以此隨意配置為伯努力試驗。若以隨機變數 x 表示伯努力試驗出現成功的結果， p 為出現成功 (有車) 的機率，即 $p=P(x=1)$ ，則 $1-p=P(x=0)$ 為出現失敗 (沒有車) 的機率。發展至階段 n 是否有車的機率為 $p_n(1-p_n)$ ，車流在第 n 階段 X_n 到 $n+1$ 階段 X_{n+1} 移動間，乃受到前方是否有車影響，而後方車亦受本車影響，彼此具有相互作用，如圖 9 所示。換言之， $(n+1)$ 階段是否有車機率 P_{n+1} 乃受 n 階段有車機率的影響，因此車流延滯可以下列關係式表示彼此間之相互作用：

$$P_{n+1} = a P_n (1 - P_n) \quad (3)$$

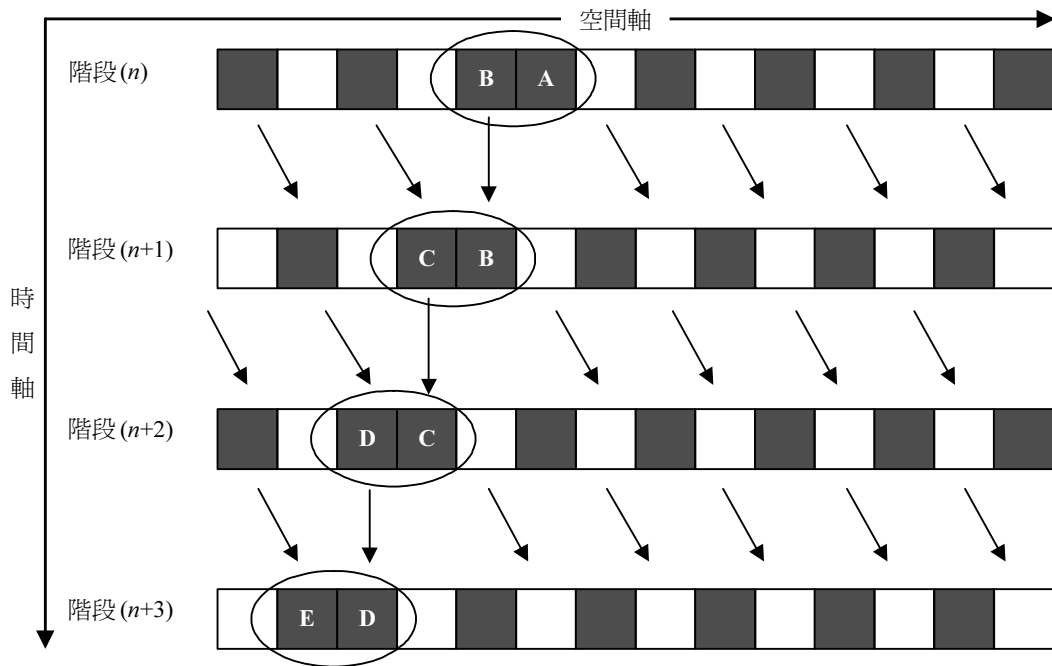


圖 8 一群車之流動情況（產生一次延滯）

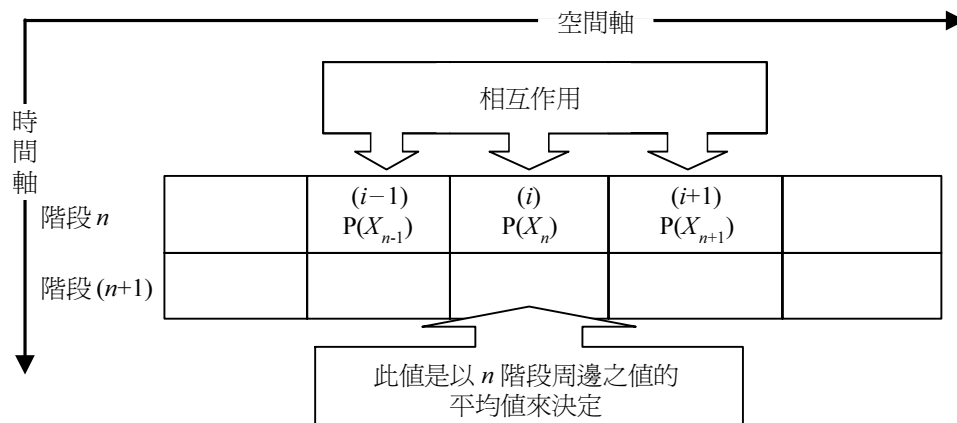


圖 9 車輛間之相互作用示意圖

因為 P_n 表示 X_n 有車機率，式 (3) 可以下式表示：

$$X_{n+1} = a X_n (1 - X_n) \quad (4)$$

式 (4) 係利用細胞自動機描述車流延滯發生與否之關係式，恰與用來說明混沌現象之邏輯混沌方程⁷ 式 (1) 相同，因此可推論車流行為存在決定性混沌振動。Mai^[28] 進一步分析發現在 $3.57 \leq a \leq 4$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時， X_n 變成不收斂（混沌狀態），此亦證明車輛間互動的確存在有決定性混沌現象。

五、相空間局部近似法 (Phase Space Local Approximation Method, PSLA)

交通量基本上屬於衍生性需求 (derived demand)，係源自於就業、就學、社交、遊憩等。一般而言，一天交通量變化，在星期一至五，尖峰交通量之產生大多來自上班、上學，離峰交通量之產生大多來自其他目的的旅次 (如送貨、公車、就醫)，第二天又重複出現同樣情形。因此，看似不可預測之交通量變化，可能隱藏不同用路人有不同屬於自己的旅次選擇規律性 (含出發時刻、運具、路徑選擇行為)；週末亦然，只不過所呈現之型態 (pattern) 不同。因此，短期交通量之變化，可以透過混沌理論之漸進可預測性來建構預測模式，雖然無法正確預測絕大部分車通過定點的確切時間，但仍可估計其將會在何時間範圍內出現。

本研究所應用之相空間局部近似法係許多預測混沌時間序列方法其中之一。在許多研究中^[35,36]，已證實其具有預測過程簡捷、預測效果良好等優點。在本節中，將針對此法做一說明。

5.1 理論基礎

複雜之動態系統 (尤其是非線性系統)，通常無法僅由時間序列圖確認系統內部之決定性規則，若透過狀態分析，將系統轉移到另一空間，稱為相空間 (phase space) 或狀態空間 (state space)，則可能發現該系統雖然在時間軸上是非週期的，但在相空間中卻存在某些幾何上的秩序，此一過程稱為重構相空間 (reconstruct phase space)，透過此一重構過程，

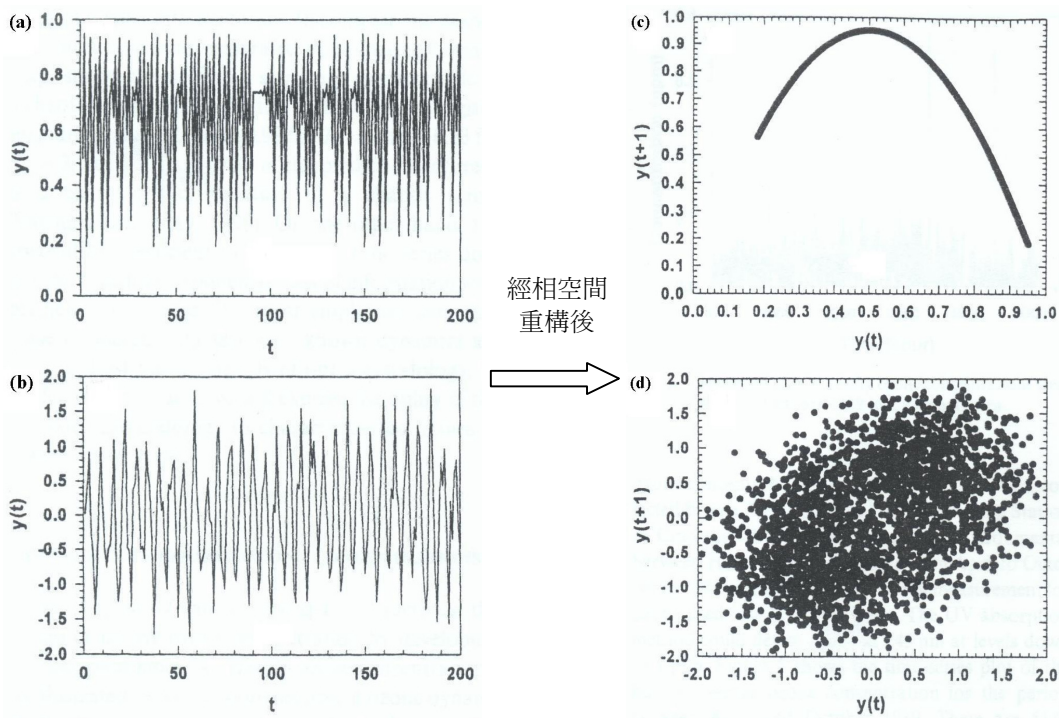
7. Mai (1973) 針對 logistic 方程 $X_{n+1} = a X_n (1 - X_n)$ 的數值實驗，變化 a 以探討其所造成 X_n 的不同狀態，結果如下：

在 $1 \leq a \leq 2$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時，	X_n 收斂為 $(1 - 1/a)$ ；
在 $2 \leq a \leq 3$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時，	X_n 一邊振動另一邊收斂為 $(1 - 1/a)$ ；
在 $3 \leq a \leq 1 + \sqrt{6}$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時，	X_n 不收斂 (接近 2 周期)；
在 $1 + \sqrt{6} \leq a \leq 3.57$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時，	X_n 不收斂 (接近 $2m$ 周期)；
在 $3.57 \leq a \leq 4$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時，	X_n 不收斂 (混沌狀態)。

將有助於了解此動態系統的潛在決定性規則。

但並非所有複雜的系統皆具此特性，在圖 10 中以混沌 Logistic 方程式為例，應用二維相空間圖 ($\tau = 1, m = 2$) 分析一個決定性模型之混沌行為，並比較隨機序列 (random time series)。圖 (a) 及 (b) 分別為 Logistic 方程式與隨機序列之時間序列，就圖形之型態而言，二者之軌跡皆呈現出不規則、類似隨機之行為，難以區分，且易將兩者皆視為隨機。但經重構相空間 (reconstruct) 後，則如圖 (c) 及 (d) 所示，由於 Logistic 方程式為混沌模型，係由一決定性方程式 (規則) 所支配，其具有某種潛在之秩序，故混沌系統便會在相空間中某特定範圍內呈現出有規則的吸子軌跡。若利用此決定性規則作短期預測，將具較高之準確度；相反地，隨機序列即無法在特定範圍內展現出吸子軌跡，其所對應的點會散亂分布於圖中，並不會如混沌行為在相空間中具有某種特定結構，因此無法進行正確之短期預測。由以上可知，經相空間重構即可研判一時間序列究竟屬於混沌或隨機^[29]。

相空間可定義為一多維度空間 (multidimensional space)，各維度的軸即為動態系統之變數，若潛在的 (underlying) 動態是決定性的，則相空間中出現之秩序 (order) 亦是決定性。換言之，決定性混沌預測模式有別於隨機性之預測模式 (例如 ARIMA)。



資料來源：[31]。

圖 10 Logistic 方程式之時間序列圖 (a) 與相空間圖 (c)；
隨機序列之時間序列圖 (b) 與相空間圖 (d)

在重構相空間時須決定兩個重要參數，一為最適延遲時間 (delay time) τ ，另一為嵌入維度 (embedding dimension) m 。選擇最適延遲時間 τ 之主要目的在去除序列尖離峰特性的影響，當兩時間座標軸近乎無相關時，其自我相關函數 (autocorrelation function, ACF) 會最先減低到零，稱為去除時間相關 (decorrelation time) [30]。

為求嵌入維度 m ，一般係採試誤法將預測值與實際值之相關係數 (correlation coefficient) 對嵌入維度 m 繪圖，取相關係數最高時所對應之 m 值為嵌入維度；因預測所需變數個數可由吸子的碎形維度所決定，故輔以最小嵌入維度 $m_{\min} \geq 2D + 1$ 關係式決定之，其中 D 為吸子的碎形維度 [31-34]。

5.2 模式推導及說明

構建混沌時間序列模式包含兩個步驟：一為利用單變量時間序列 (single-variable time series) 重構相空間，以獲知潛在的決定性規則；二為預測吸子軌跡，以探求目前與未來狀態 (state) 間的函數關係，說明如下：

1. 重構相空間

假設時間序列資料 x_i 是由一個混沌動態系統所產生，即：

$$x_i \in R, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

利用延遲時間法 (delay-time method)，將時間序列之某一點資料 x_i 嵌入 m 維相空間 R^m 中的一點 X_i ，可以式 (6) 表示 [35,36]：

$$X_i = (x_i, x_{i-\tau}, \dots, x_{i-(m-1)\tau}) \in R^m, \quad i = 1 + (m-1)\tau, 2 + (m-1)\tau, \dots, N \quad (6)$$

其中， τ ：延遲時間 (delay time)；

m ：嵌入維度 (embedding dimension)。

以嵌入三維相空間為例 ($m = 3$)，如圖 11 (b) 所示，圖中的一個獨立座標軸即為時間序列本身，其餘為由 $(m - 1)$ 個延遲時間序列軸所構成。換言之，可透過 m 個不同的延遲時間，建立 m 個不同的觀測軸，並據此還原推測結果在時間軸 $t, t - \tau, t - 2\tau, \dots, t - (m - 1)\tau$ 等所架構之 m 維空間上，還原的結果會是一平滑多樣體。

2. 預測吸子軌跡

當混沌時間序列經相空間重構後，即可利用其決定性規則，發展短期預測模式，概念如圖 12 所示，在三維相空間中呈現出部分的吸子軌跡，白點表示目前的觀測值 (current observation) X_t 與其未知的預測值 X_{t+T} ，虛線範圍內的黑點代表 X_t 的鄰點 (neighbors)，而箭號表示這些點在 T 時間後，通過相空間中某一局部區域 (虛線範圍) 的移動軌跡。除 X_{t+T} ，各點資料皆為已知，並假設 X_t 與鄰點會隨時間變化而保持穩定關係 (relationship)，

因此，可根據此關係，針對這些鄰點在相空間中移動的路徑配適一適切的函數，藉以追蹤 (track) 近似鄰點的移動軌跡，預測出 X_{t+T} 。

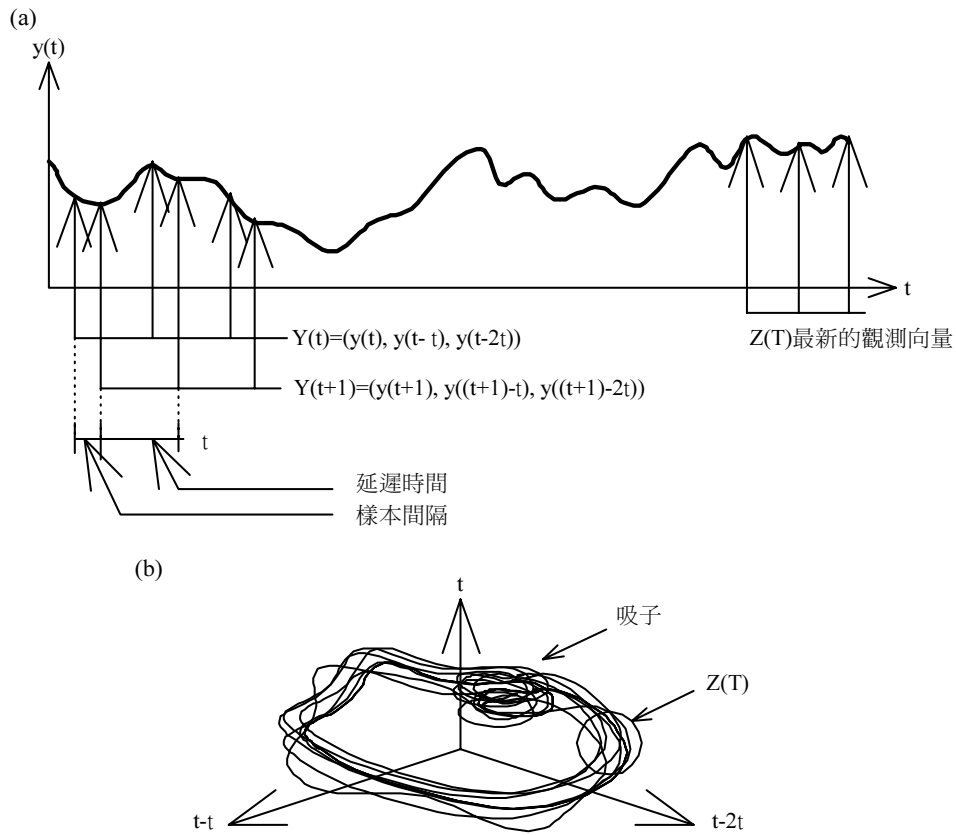


圖 11 時間序列嵌入於三維相空間示意圖

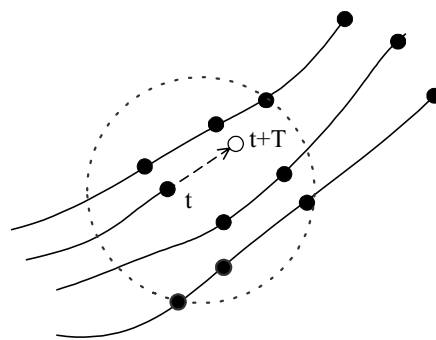


圖 12 相空間中吸子軌跡移動示意圖

以下將對吸子軌跡預測過程做一說明^[35,36]。在 m 維的相空間，可估計 X_t 隨時間的改變情形以進行預測。 p 時間後之吸子軌跡，也就是 X_t 與 X_{t+p} 之間的實際關係如式 (7) 所示，但是函數 Φ 並無法得知，故採用一預測子 (predictor) 函數 F 去近似 Φ 。在此，即是配適 d 階多項式 $F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$ 預測 X_{t+p} 之值，如式 (8) 所示。

$$X_{t+p} \equiv \Phi(X_t) \quad (7)$$

$$X_{t+p} = F(X_t)_{d,p,m,\tau,n} = f_0 + \sum_{k_1=0}^{m-1} f_{1k_1} x_{t-k_1\tau} + \sum_{\substack{k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{2k_1k_2} x_{t-k_1\tau} x_{t-k_2\tau} + \cdots + \sum_{\substack{k_d=k_{d-1} \\ \vdots \\ k_2=k_1 \\ k_1=0}}^{m-1} f_{dk_1k_2\cdots k_d} x_{t-k_1\tau} x_{t-k_2\tau} \cdots x_{t-k_d\tau} \quad (8)$$

假設 X_t 隨時間的改變量會與相空間中的鄰點 (X_{T_h} , $h = 1, 2, \cdots, n$) 改變量相同 (在極小量的改變範圍內)，且 n 個 X_{T_h} 及 X_{T_h+p} 之值是已知的，則函數 F 即可根據此二者間之關係估計而得。此外，係數向量 f 為由 $\frac{(m+d)!}{m!d!}$ 個元素構成，因為 X 及 A 均已知，因此可透過式 (9) 求得。

$$X \cong A f \quad (9)$$

$$X = (x_{T_1+p}, x_{T_2+p}, \cdots, x_{T_n+p})$$

$$f = (f_0, f_{1,0}, \cdots, f_{1(m-1)}, f_{2,0,0}, \cdots, f_{d(m-1)(m-1)\cdots(m-1)})$$

A 為 $n \times \frac{(m+d)!}{m!d!}$ 的 Jacobian 矩陣，其完整形式如式 (10) 所示。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_{T_1} & x_{T_1-\tau} & \cdots & x_{T_1-(m-1)\tau} & x_{T_1}^2 & \cdots & x_{T_1-(m-1)\tau}^d \\ 1 & x_{T_2} & x_{T_2-\tau} & \cdots & x_{T_2-(m-1)\tau} & x_{T_2}^2 & \cdots & x_{T_2-(m-1)\tau}^d \\ \vdots & & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{T_n} & x_{T_n-\tau} & \cdots & x_{T_n-(m-1)\tau} & x_{T_n}^2 & \cdots & x_{T_n-(m-1)\tau}^d \end{bmatrix}_{n \times \frac{(m+d)!}{m!d!}} \quad (10)$$

A ：目前 (時間為 t) 相空間鄰近點之值向量；

X ：未來 ($t+T$) 相空間鄰近點之值向量；

n ：相空間鄰近點個數；

d ：多項式之階數；

f ： d 階多項式 $F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$ 之係數向量。

必須注意的是， F 的決定過程是隨著時間 t 的進展而不斷地做疊代處理，故多項式之

係數 f 並非常數，而是由相空間中每個預測點所決定。此外，為了要得到一個穩定的解， A 矩陣的列數（即相空間中鄰近點之個數）必須大於其行數（即係數向量 f 的組成個數），即須滿足式 (11)：

$$n \geq \frac{(m+d)!}{m!d!} \quad (11)$$

將式 (9) 所求出之 f 代入式 (8)，即完成近似函數 $F(X_t)_{d,p,m,\tau,n}$ 之構建。

六、實證研究

6.1 資料蒐集與分析

本研究蒐集台北市交控中心民國 90.2.12~90.2.21 連續十日（每日凌晨 0:05 至午夜 24:00）之五分鐘交通量計 2,880 筆資料，進一步將此資料合併，可產生 1,440 及 960 筆十分鐘及十五分鐘交通量；觀察地點為文林北路（士林區，近捷運芝山站）、民生西路（大同區，近捷運雙連站）及民權東路五段（松山區，三民國小前）三個路段；運具分為大型車、小客車及機車三種。利用此單變量時間序列資料，針對不同的時間尺度、路段、方向及運具，應用相空間重構的觀念分別構建混沌時間序列交通量預測模式，並探討模式之預測準確度。

以文林北路北向小車五分鐘交通量為例，其 ACF 對 τ 之圖形如圖 13 所示，經運算後發現最適延遲時間平均為 310 分鐘。由於 m 無法如同 τ 有一確定方法可決定其最適值，故本研究另對 m 作敏感度分析，發現最小嵌入維度約為 5，如圖 14 所示。

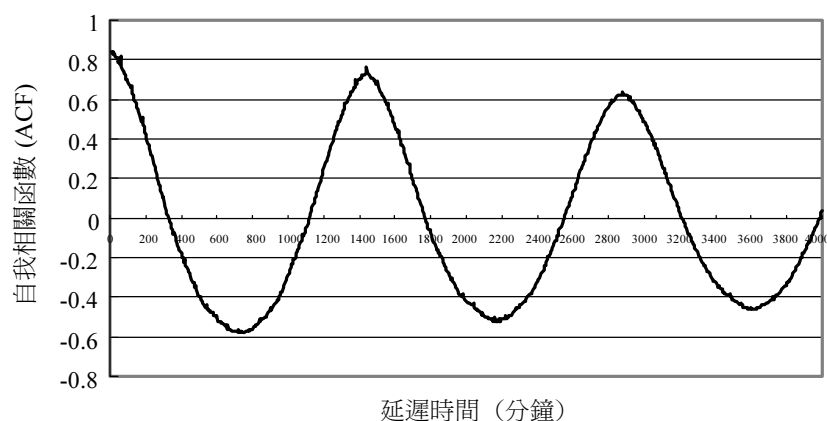


圖 13 文林北路五分鐘交通量之自我相關函數圖（北向，小車）

隨著預測階段 (prediction step) p 的增加，預測值與觀察值間之相關係數會以里亞普諾夫指數的速度降低，此為混沌動態的特性^[29]。為求模式準確，本研究將 p 設定為 1。此外，理論上配適高階多項式 ($d > 1$) 可更近似吸子之軌跡變化，但會導致預測過程更加複雜，處理時間更長，可是預測效果未必顯著的比一階多項式佳^[33,37]，因此本研究採用一階多項式 $F(X_t)_{d=1, p=1, m=5, \tau=310, n=6}$ 去近似。值得注意者，近似函數 F 雖為一階多項式，但仍屬非線性預測，因為在預測過程中，相空間中每一個預測點 x_i 對應不同的鄰點，係數 f 並非常數，近似函數 F 就會有不同的型態^[34]。

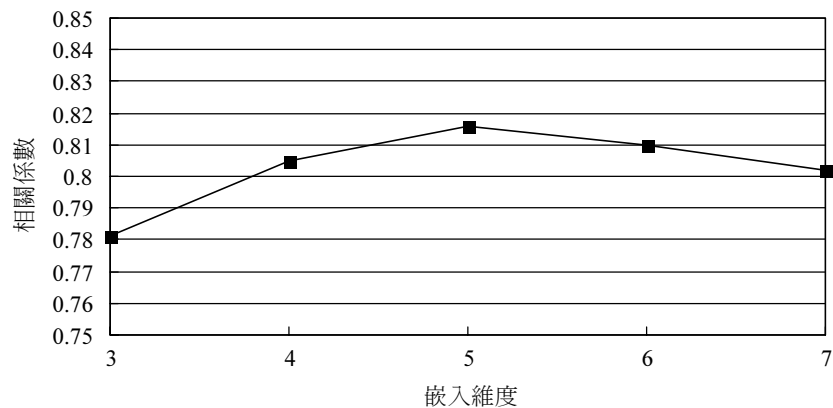


圖 14 文林北路五分鐘交通量嵌入維度之敏感度分析 (北向，小車)

6.2 自我相似性及 Lyapunov 指數檢驗

以文林路北向小車交通量為例，如圖 15 中可發現，其五分鐘、十分鐘及十五分鐘交通量變化時間序列，有著高度的自我相似性，換言之，在不同時間尺度 (五分鐘、十分鐘及十五分鐘) 的情況下，都可得到一個相似的結構，此即為碎形結構的特性，所以可看作是時間上的碎形，因此可推論具有混沌運動。此外，在這些序列中之最大里亞普諾夫指數皆大於 0，顯示具混沌特性。

6.3 預測能力之比較

1. 混沌時間序列模式建立與預測

本研究利用前九日之交通量資料構建混沌模式，第十日之觀察資料與模式 ex-post 預測值比較，藉以檢驗模式之預測能力。各不同情境下觀察值與預測值間之相關係數如表 1 所示。整體而言，絕大部分相關係數都在 0.6 以上，表示混沌模式之預測效果良好。

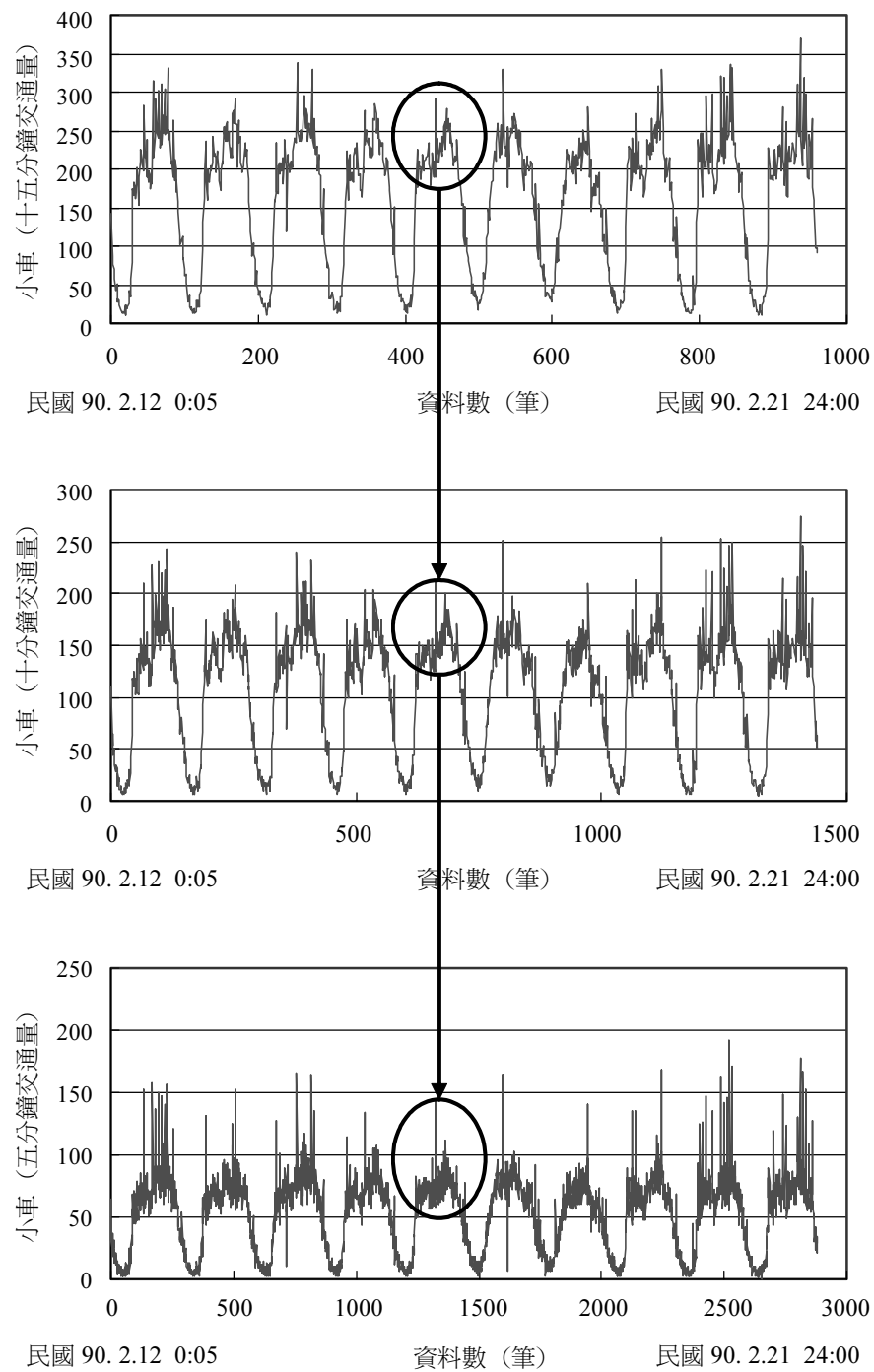


圖 15 文林北路不同時間尺度之交通量變化時間序列自我相似性 (北向，小車)

表 1 交通量觀察值與混沌模式 ex post 預測值間之相關係數

路 段		文林北路		民生西路		民權東路	
車流方向		北向	南向	東向	西向	東向	西向
五分鐘 交通量	大車	0.626	0.607	0.264	0.610	0.355	0.264
	小車	0.816	0.834	0.698	0.748	0.852	0.856
	機車	0.475	0.188	0.855	0.821	0.716	0.624
十分鐘 交通量	大車	0.761	0.791	0.448	0.702	0.534	0.298
	小車	0.901	0.882	0.817	0.833	0.920	0.909
	機車	0.649	0.277	0.923	0.904	0.811	0.802
十五分鐘 交通量	大車	0.837	0.835	0.621	0.806	0.620	0.365
	小車	0.930	0.913	0.874	0.877	0.941	0.932
	機車	0.715	0.343	0.953	0.938	0.847	0.839

除了使用上述觀察值與預測值間之相關係數外，本研究另採均方百分比誤差⁸ (root mean square percent error, RMSPE) 及相對誤差⁹ (relative error, E) 等指標進一步評估預測準確度，其中以相對誤差 E 最常被採用。一般而言，E 值介於 0 至 1 間表示效果良好，模式可接受 (E 值越接近 0 預測效果越佳)；E ≥ 1 表示預測效果差，其預測績效並未比常數預測子 (constant predictor) $\hat{x}_i = \bar{x}$ 為佳，故模式不可接受。各路段交通量預測準確度評估結果如表 2 至表 3 所示。

表 2 至表 3 之預測準確度評估結果與表 1 採相關係數之評估結果一致。以小車為例，其五分鐘交通量預測之 RMSPE 為 32% 至 55%，十分鐘為 22% 至 43%，十五分鐘為 18%

8. 均方百分比誤差 (root mean square percent error, RMSPE)

用以了解觀察值與預測值之偏差百分比，其值愈小愈佳，公式如下式所示。

$$\text{RMSPE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{\hat{x}_i - x_i}{x_i} \right)^2}$$

其中 n 為預測期數 ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)， x_i 為觀察值， \hat{x}_i 為預測值。

9. 相對誤差 (relative error, E)

亦稱為標準化之均方誤差 (normalized root mean square error)^[37]。若觀察值與預測值間之 E 值介於 0 至 1 間，表此預測良好可接受，而 E 值愈接近 0，預測效果愈佳；若 E ≥ 1，表示預測績效並沒有比常數預測子 (constant predictor) $\hat{x}_i = \bar{x}$ 為佳，預測效果差不可接受。公式如下所示：

$$E = \frac{\text{RMSE}}{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_i (\hat{x}_i - x_i)^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}$$

其中， x_i 為觀察值， \hat{x}_i 為預測值， \bar{x} 為觀測之時間序列在預測時期之平均值， σ 為觀察值之標準差。

至 35%；其五分鐘交通量預測之 E 值為 0.5 至 0.7，十分鐘為 0.4 至 0.6，十五分鐘為 0.3 至 0.5，其他車種之 E 值亦多小於 1，顯示預測效果良好，可接受此模式。由上述實證得知，以混沌時間序列（相空間局部近似法）進行道路短期交通量變化之預測，有不錯的描繪能力，具相當的實用性。圖 16 為文林北路三種運具十分鐘交通量變化之 ex post 預測值與實際值之比較。

表 2 第十日交通量混沌模式 ex post 預測之均方百分比誤差 (RMSPE)

路 段		文林北路		民生西路		民權東路	
車流方向		北向	南向	東向	西向	東向	西向
五分鐘 交通量	大車	—	—	—	—	—	—
	小車	—	0.460	0.370	0.322	0.552	—
	機車	—	—	0.434	0.381	—	—
十分鐘 交通量	大車	—	—	—	—	—	—
	小車	0.389	0.323	0.229	0.226	0.398	0.432
	機車	—	—	0.263	0.278	0.650	0.794
十五分鐘 交通量	大車	—	—	—	—	—	—
	小車	0.326	0.297	0.179	0.189	0.349	0.293
	機車	0.624	0.663	0.193	0.227	0.369	0.567

註：「—」表觀察值中有交通量為 0 之值，故 RMSPE 無法呈現。

表 3 第十日交通量混沌模式 ex post 預測之相對誤差 (E)

路段		文林北路		民生西路		民權東路	
車流方向		北向	南向	東向	西向	東向	西向
五分鐘 交通量	大車	0.909	0.938	1.258	0.865	1.134	1.102
	小車	0.591	0.570	0.755	0.704	0.528	0.541
	機車	1.011	1.282	0.539	0.613	0.765	0.844
十分鐘 交通量	大車	0.742	0.665	1.052	0.746	0.977	1.104
	小車	0.452	0.500	0.591	0.569	0.394	0.426
	機車	0.881	1.201	0.418	0.457	0.625	0.622
十五分鐘 交通量	大車	0.630	0.586	0.856	0.609	0.920	1.027
	小車	0.392	0.447	0.494	0.489	0.339	0.370
	機車	0.833	1.122	0.352	0.376	0.565	0.566

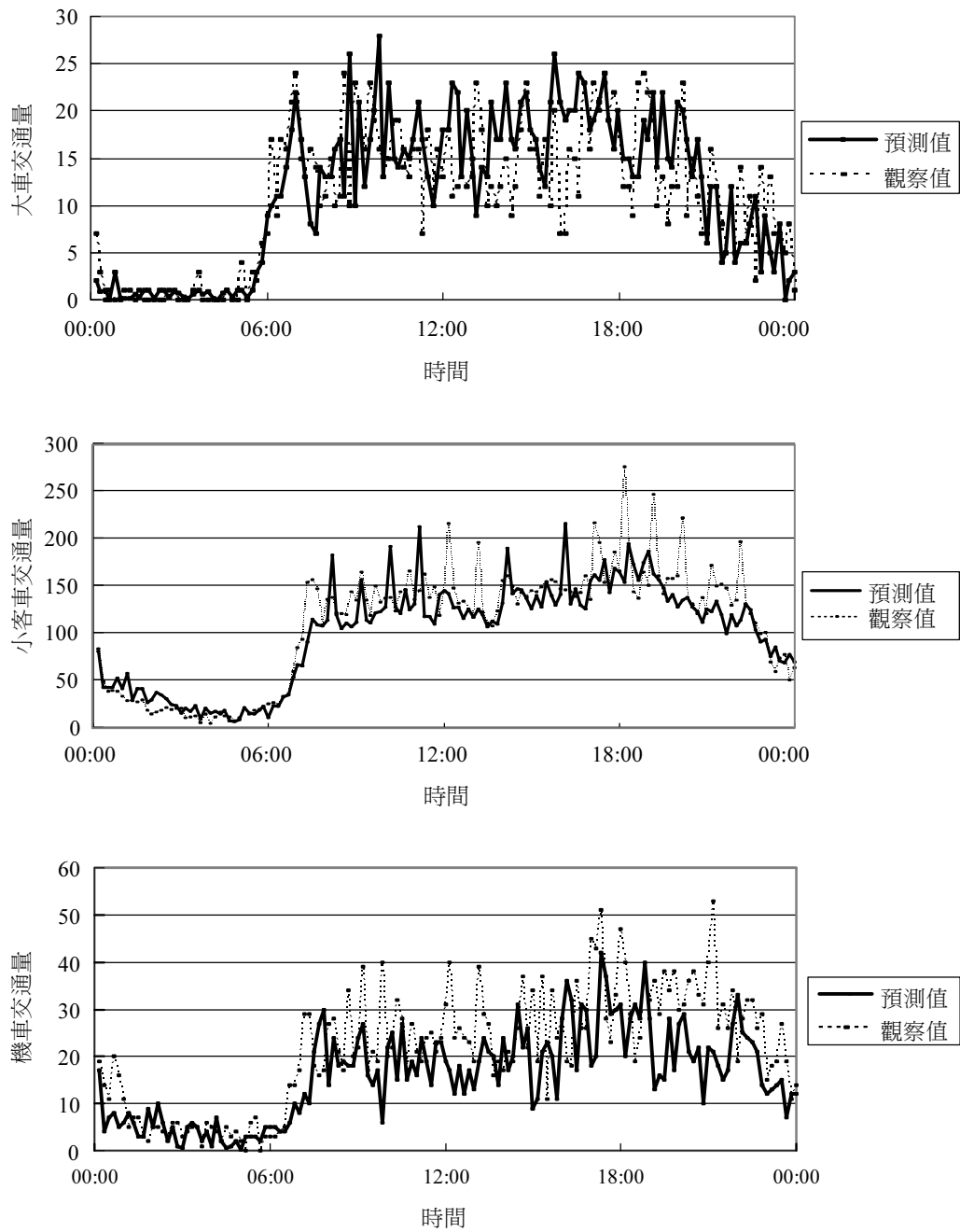


圖 16 文林北路各運具第十日交通量之觀察值與預測值比較 (北向，十分鐘)

2. ARIMA 模式建立與預測

本研究應用 SCA-UTS 軟體對各路段之交通量時間序列，構建 ARIMA 模式，其參數 (p ,

d, q 之認定如表 4 所示。由表 5 中可看出，五分鐘交通量之預測效果皆不理想；而在不同運具中，小客車和機車之預測結果，在一些情況下都還可接受，但大車之預測效果卻普遍不佳；此外，不同路段及車流方向之預測結果並無明顯差異。總之，除了相對誤差大於 1 之情況外，其他預測結果較佳之相對誤差亦在 0.9 左右。

表 4 ARIMA 參數 (p, d, q) 之認定

路 段		文林北路		民生西路		民權東路	
車流方向		北向	南向	東向	西向	東向	西向
五分鐘 交通量	大車	(4,1,5)	(3,1,5)	(3,1,4)	(3,1,4)	(2,1,3)	(2,1,3)
	小車	(0,1,1)	(3,1,4)	(3,1,4)	(3,1,3)	(1,1,4)	(2,1,3)
	機車	(0,1,1)	(0,1,1)	(2,1,3)	(3,1,5)	(5,1,6)	(0,1,1)
十分鐘 交通量	大車	(6,1,7)	(5,1,6)	(2,1,3)	(2,1,3)	(7,1,8)	(1,1,2)
	小車	(8,1,9)	(5,1,10)	(5,1,10)	(7,1,9)	(9,1,10)	(9,1,9)
	機車	(0,1,1)	(7,1,8)	(9,1,10)	(2,1,7)	(5,1,7)	(0,1,1)
十五分鐘 交通量	大車	(7,1,9)	(3,1,5)	(3,1,4)	(6,1,7)	(4,1,5)	(0,1,1)
	小車	(9,1,9)	(8,1,8)	(3,1,7)	(5,1,7)	(5,1,9)	(4,1,8)
	機車	(3,1,4)	(1,1,2)	(5,1,8)	(2,1,6)	(2,1,5)	(0,1,1)

表 5 第十日交通量 ARIMA 模式 ex post 預測之相對誤差 (E)

路 段		文林北路		民生西路		民權東路	
車流方向		北向	南向	東向	西向	東向	西向
五分鐘 交通量	大車	1.345	1.352	1.182	1.157	1.097	1.003
	小車	1.310	1.359	1.102	1.193	1.312	1.430
	機車	0.991	1.082	1.348	1.300	1.270	1.286
十分鐘 交通量	大車	1.409	1.497	1.258	1.359	0.975	0.999
	小車	0.880	0.873	1.617	0.969	0.969	0.907
	機車	0.995	1.191	0.991	0.973	0.956	1.387
十五分鐘 交通量	大車	1.019	1.423	1.314	0.991	1.003	1.000
	小車	1.217	0.923	1.205	1.032	0.910	0.931
	機車	1.110	1.264	0.956	0.963	0.957	1.417

3. 預測結果比較

為進一步比較混沌模式 (相空間法) 及 ARIMA 模式之預測能力，茲以文林北路第十日北向小客車十分鐘交通量為例，將兩者之 ex post 預測結果與實際觀察值之關係比較如圖 17。

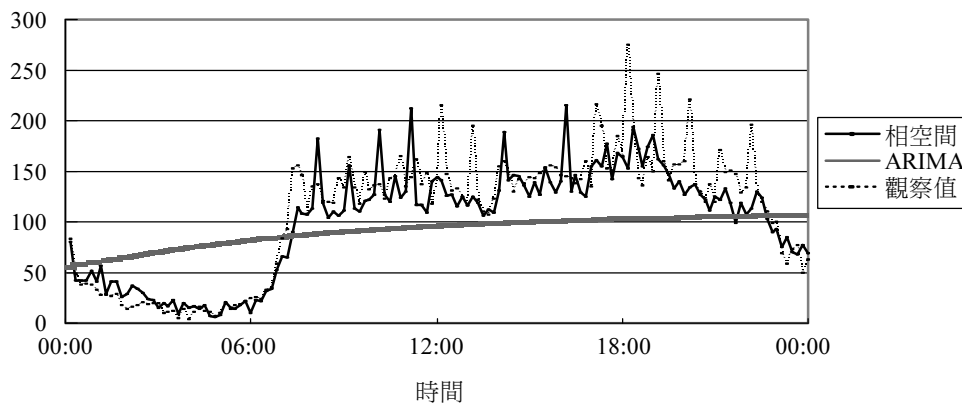


圖 17 混沌時間序列 (相空間法) 模式、ARIMA 模式預測值與觀察值之比較圖

圖 17 顯示混沌模式 (相空間法) 之預測結果較能掌握交通量變化的動態行為，具有相當不錯的預測能力。ARIMA 模式因具有移動平均 (moving average) 之特質，於整體預測上只能掌握序列之趨勢 (平均) 行為，並不適用於此種振盪劇烈之混沌行為。

以相對誤差判斷預測準確度，在不同時間尺度下，小客車之預測結果最佳，混沌模式約在 0.3 至 0.7 間，顯示預測效果良好並可接受此模式；ARIMA 模式也是小客車之預測結果最佳，但其相對誤差高達 0.9 左右，且時間尺度越小 (五分鐘交通量) 其預測能力越差。本實證分析顯示混沌模式之預測能力較 ARIMA 模式佳，且能描繪出短時間尺度交通量之動態變化，此結論正可驗證本研究對短期交通量具有混沌現象之推論¹⁰。

七、結 論

有關短期交通量變化是否具有混沌特性，在國外已有初步之探討，然而國內則尚乏相關之實證研究。為檢視市區道路短期交通量之變化是否具混沌現象，本文蒐集台北市交通量時間序列資料，發現五分鐘、十分鐘及十五分鐘交通量之振盪皆相當劇烈，但又亂中有序，且在不同時間尺度下之交通量時間序列變化具有自我相似性，最大里亞普諾夫指數皆大於 0，這些證據均充分顯示短期交通量變化具混沌動態特性。

本研究進一步利用一次元細胞自動機 (CA) 之運行規則構建車流延滯關係式，探討車輛 (細胞) 間如何彼此影響 (互動)，藉以了解車流中是否存在決定性混沌現象，且發現經

10. 本文作者在另一篇論文「有限相空間模糊近傍差分法之混沌預測—以短期交通量預測為例」研究中，提出新的混沌預測模式，並以美國邁阿密公路之低、中、高流量之一分鐘交通量共 4,500 筆資料，進行實證研究，結果顯示對不同交通量變化預測，均有良好的描繪能力。此結論亦可佐證本研究對短期交通量具有混沌現象之推論^[38]。

由 CA 分析技術所構建之延滯關係式恰與 logistic 混沌方程 $X_{n+1} = aX_n(1 - X_n)$ 相同。由 Mai (1973) 之分析發現在 $3.57 \leq a \leq 4$ 、 $n \rightarrow \infty$ 時， X_n 變成不收斂 (混沌狀態)，此亦證明車輛間互動的確存有決定性混沌現象。

實證結果除顯示短期交通量時間序列具有明顯的非線性相關性跡象外，本文亦發現混沌時間序列可以成功解釋此種非線性結構，且在預測能力方面明顯優於隨機時間序列 ARIMA 模式。惟構建混沌預測模式 (m 軸)，需蒐集較大樣本之預測資料 (例如 1,000 筆交通量以上)，比 ARIMA 模式 (單一時間軸) 所需資料量大，此為混沌模式之應用限制。

後續研究可進一步探討以 CA 分析技術所構建之車流延滯關係式 (見式 (4)) 的相關議題。第一，可探討不同車流密度 p 的互動下，所呈現不同的車流行為，並了解不同的時空密度下，是否呈現有不同的混沌特性 (碎型維度、嵌入維度、延滯時間)，以提升混沌預測能力。第二，探討車流由非延滯到延滯過程中的自我組織現象 (self-organization)，並進一步定義出相變過程中的臨界機率 P_c ，結合混沌預測概念，建構壅塞預測模式，作為交通控制管理策略之依據，期能在車流未進入壅塞前即採取適當之控制 (交通號誌、匝道儀控)，此即混沌控制 (chaos control) 概念；第三，可進一步發展其他方面之應用，如事故偵測 (混沌特性的改變) 等。

參考文獻

1. Ahmed, M. S. and Cook, A. R., "Application of Time-series Analysis Techniques to Freeway Incident Detection", *Transportation Research Record*, No. 841, 1982, pp. 19-21.
2. Davis, G. A. and Nihan, N. L., "Nonparametric Regression and Short-term Freeway Traffic Forecasting", *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 117, No. 2, 1991, pp. 178-188.
3. Smith, B. L. and Demetsky, M. J., "Traffic Flow Forecasting: Comparison of Modeling Approaches", *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 123, No. 4, 1997, pp. 261-266.
4. Iokibe, T., Kanke, M., Fujimoto, Y., and Suzuki, S., "Short-term Prediction on Chaotic Time Series by Local Fuzzy Reconstruction Method", *Proc. of the Third International Conference on Fuzzy Logic, Neural Nets and Soft Computing*, 1994/8/1-8/7, Iizuka, Japan, 1994, pp. 491-492.
5. Iokibe, T., Koyama, M., and Taniguchi, M., "Industrial Applications of Short-term Prediction on Chaotic Time Series by Local Fuzzy Reconstruction Method", *Proc. of the First International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*, 1997/5/21-5/23, Adelaide, Australia, Vol. 1, 1997, pp. 126-130.
6. Dendrinos, D. S., "Traffic-flow Dynamics: A Search for Chaos", *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 4, No. 4, 1994, pp. 605-617.
7. Frison, T. W. and Abarbanel, H. D. I., "Identification and Quantification of Nonstationary Chaotic Behavior", *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 3, 1997, pp. 2393-2396.
8. 藍武王、陳郁文，「應用模糊推論於混沌車流特性之研究—以短期交通量預測為例」，模

糊系統學刊，第4卷，第1期，民國八十七年，頁73-80。

9. 林尚儀，「混沌車流短期交通量變化之預測—相空間局部近似法 (PSLA) 之應用」，國立交通大學交通運輸研究所碩士論文，民國九十年。
10. 藍武王、林尚儀，「短期交通量之預測—相空間局部近似 (PSLA) 法」，中華民國運輸學會九十年年會暨第十六屆學術論文研討會，民國九十年，頁477-486。
11. Eckmann, J. P. and Ruelle, D., "Fundamental Limitations for Estimating Dimensions and Lyapunov Exponents in Dynamical Systems", *Physics Letters D*, Vol. 56, 1992, pp. 185-187.
12. Dammig, M. and Mitschke, F., "Estimation of Lyapunov Exponents from Time Series: The Stochastic Case", *Physics Letters A*, Vol. 178, 1993, pp. 385-394.
13. Hilborn, J., *Chaos and Nonlinear Dynamics*, Oxford University Press, Inc., 1999.
14. Devaney, R. L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Benjamin, Menlo Park, CA, 1986.
15. Brock, W. A., "Distinguishing Random and Deterministic Systems", *Journal of Economic Theory*, Vol. 40, No. 1, 1986, pp. 168-195.
16. Deneckere, R. and Pelikan, S., "Competitive Chaos", *Journal of Economic Theory*, Vol. 40, 1986, pp. 13-25.
17. Brock, W. A. and Dechert, W., "Theorems on Distinguishing Deterministic and Random Systems", in: Barnett, W., Berndt, E., and White, H. Eds., *Dynamic Econometric Modeling*, Proceedings of the Third Austin Symposium, Cambridge, Cambridge University Press, 1988.
18. Brock, W. A. and Sayers, C. L., "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22, No. 1, 1988, pp. 71-90.
19. Brock, W. A., Hsieh, D. A., and LeBaron, B., "Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability: Statistical Theory and Economic Evidence", Cambridge, MA, MIT Press, 1993.
20. Adrangi, B., Chatrath, A., and Raffiee, K., "The Demand for US Air Transport Service: A Chaos and Nonlinearity Investigation", *Transportation Research Part E*, Vol. 37, 2001, pp. 337-353.
21. Lorenz, E. N., "Deterministic Nonperiodic Flow", *Journal of Atmospheric Sciences*, Vol. 20, No. 2, 1963, pp. 130-141.
22. Lorenz, E. N., "Atmospheric Predictability as Revealed by Naturally Occurring Analogies", *Journal of Atmospheric Sciences*, Vol. 26, 1969, pp. 636-646.
23. Gribbin, J., *New Physics*, the Ivy Press, 1999, pp. 172-183.
24. 劉秉正，**非線性動力學與混沌基礎**，財團法人徐氏基金會，民國八十七年，。
25. Baumol, W. J. and Benhabib, J., "Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 3, No.1, 1989, pp. 77-105.
26. Clyde, W. C. and Osler, C. L., "Charting: Chaos Theory in Disguise", *Journal of Futures Markets*, Vol. 17, No. 5, 1997, pp. 489-514.
27. Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., and Vastans, J., "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica D*, Vol. 16, No. 3, 1985, pp. 285-317.

28. Iokibe, T., Kanke, M., and Yasunari, F., "Local Fuzzy Reconstruction Method for Short-term Prediction on Chaotic Time Series", *Fuzzy Set*, Vol. 7, No. 1, 1995, pp.186-194.
29. Sugihara, G. and May, R. M., "Nonlinear Forecasting As a Way of Distinguishing Chaos from Measurement Error in Time Series", *Nature*, Vol. 344, No. 6268, 1990, pp. 734-741.
30. Islam, S., Bras, R. L., and Rodriguez-Iturbe, I., "A Possible Explanation for Low Correlation Dimension Estimates for the Atmosphere", *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 32, No. 2, 1993, pp. 203-208.
31. Grassberger, P. and Procaccia, I., "Characterization of Strange Attractors", *Physical Review Letters*, Vol. 50, No. 5, 1983, pp. 346-349.
32. Elsner, J. B. and Tsonis, A. A., "Nonlinear Prediction, Chaos, and Noise", *Bulletin American Meteorological Society*, Vol. 73, No. 1, 1992, pp. 49-60.
33. Chen, J. L., Islam, S., and Biswas, P., "Nonlinear Dynamics of Hourly Ozone Concentrations: Nonparametric Short Term Prediction", *Atmospheric Environment*, Vol. 32, No. 11, 1998, pp. 1839-1848.
34. Porporato, A. and Ridolfi, L., "Nonlinear Analysis of River Flow Time Sequences", *Water Resources Research*, Vol. 33, No. 6, 1997, pp. 1353-1367.
35. Itoh, K., "A Method for Predicting Chaotic Time-series with Outliers", *Electronics and Communications in Japan*, Part 3, Vol. 78, No. 5, 1995, pp. 44-53.
36. Kocak, K., Saylan, L., and Sen, O., "Nonlinear Time Series Prediction of O₃ Concentration in Istanbul", *Atmospheric Environment*, Vol. 34, No. 8, 2000, pp. 1267-1271.
37. Farmer, J. D. and Sidorowich, J. J., "Predicting Chaotic Time Series", *Physical Review Letters*, Vol. 59, No. 8, 1987, pp. 845-848.
38. 藍武王、林豐裕、郭怡雯，「有限相空間模糊近傍差分之混沌預測以短期交通量預測為例」，*中國土木水利工程學刊* (民國 92 年 3 月 7 日接受)。

附錄 — 細胞自動機分析技術

「細胞自動機」，英文是 cellular automaton，簡稱 CA。cellular 的字譯為細胞，而 automaton 的字譯為自動機，二者結合成一個單字為細胞自動機。細胞自動機可定義為一種依從簡單的規則，隨時間的經過，作機械式發展之細胞狀要素的集合。CA 的時間發展規則，看似非常單純，但其行為卻可能為碎形幾何或混沌一樣，了解 CA 之分析技術有助於了解混沌行為。

1. 一次元細胞自動機

CA 次元數並無限制，但本文以一次元 CA 為討論的重點，主要原因是一次元 CA 的結構與分析最簡單，且與單車道之車流狀況相當。在一次元 CA 中，選取 n 個細胞 a_i 構成一次元的直線， $i=0$ 至 $n-1$ ，每個細胞 a_i 均擁有 k 個離散值，稱為值域 (range)。以 $k=2$ 為例， a_i 可設定為 $\{0, 1\}$ 。因此，一次元 CA 的相空間為 k^n 。定義相空間後，需再定義一個動態方程式以限定細胞之演變規則，使之隨時間而變化。細胞自動機的概念是，在很大的相空間中，真正影響下一時刻值的，只有在其附近有限個細胞的值。亦即一個細胞下一時刻的值，係由半徑 r 內的細胞值所決定。例如，半徑 r 內有 $2r+1$ 個細胞之一次元 CA 可表示如下：

$$a_{i-r}, a_{i-r+1}, \dots, a_i, \dots, a_{i+r-1}, a_{i+r}$$

它的動態方程式就是一個離散時間的函數：

$$a_i^{(t)} = [a_{i-r}^{t-1}, a_{i-r+1}^{t-1}, \dots, a_i^{t-1}, \dots, a_{i+r-1}^{t-1}, a_{i+r}^{t-1}] \quad (1)$$

其中

a_i = 第 i 個細胞；

t = 時間；

r = 互動半徑。

假設 a_i 之值域為 $\{0, 1\}$ ，則 $F: \{0, 1\}^{2r+1} \rightarrow \{0, 1\}$

由上述動態方程式可以發現，一次元 CA 之狀態個數是有限的，共有 $k^{k(2r+1)}$ 個。以 $k=2$ 及 $r=1$ 為例，其簡單數學模式所造成的行為便能造成一個很複雜的演變情況。CA 每一細胞的連結只是區域性的 $2r+1$ 個，而非總體的相連，惟透過傳播原則 (propagation law)，仍可視每一個細胞間的相互影響作用為整體的。

2. 細胞自動機之運行規則

上述對於 CA 的定義知，CA 的複雜演變情況，僅取決於每個細胞允許有多少數值的 k ，及鄰近多少細胞互動的範圍距離 r 所決定。因此，CA 之運行規則係就每個細胞所允許的

數值 (鄰近多少細胞數及互動方式)及轉換方式來設定。而規則的設定，往往需視研究目的而定。本研究所應用之一次元 CA 將以 $k=2$ ， $r=1$ 的規則來決定每個細胞要與鄰近多少細胞互動： $k=2$ 表示每個細胞擁有兩個數值，本文設定為 0 與 1 (將 0 表為 \square ，1 表為 \blacksquare ，如圖 4 所示。若將圖 4 視為道路上某一車道之車流狀況，則 \blacksquare 可代表一輛車存在，因此後方車將無法前進，致發生延滯； \square 則代表無車輛存在，因此後方車可順利前進，不會發生延滯。)，而 $r=1$ 表示時間 $(n+1)$ 階段 a_i 細胞的數值決定於 t 時刻本身的細胞與鄰近左右各一細胞互動下的結果。

