

不定期海運市場動態均衡與系統安定 分析—最適控制理論之應用¹

ANALYSIS OF DYNAMIC EQUILIBRIUM AND SYSTEM STABILITY FOR THE INTERNATIONAL TRAMP SHIPPING MARKET—APPLICATION OF OPTIMAL CONTROL THEORY

吳偉銘 Wei-Ming Wu²

周俊賢 Chun-Hsien Chou³

(97 年 10 月 16 日收稿，98 年 3 月 19 日第一次修定，98 年 4 月 15 日第二次修改，
98 年 5 月 25 日定稿)

摘 要

本研究旨在建構一涵蓋船舶與貨運市場之動態經濟模型，並利用最適控制理論，來探討不定期海運市場之動態均衡與系統安定性。有別於 Beenstock 模型之馬鞍點均衡模型，經本研究模型可推導得：不定期海運市場乃是建立在船舶與貨運市場皆達恆定狀態下，具收斂性之穩定均衡市場。再者，本研究亦利用線性化安定分析，來了解於均衡點鄰域之局部穩定性，並得知：當不定期海運市場失衡時，整體市場回復均衡之路徑與速度，主要是受船舶報廢率與租傭率所影響。而當前者越遲緩或後者越敏感時，市場波動則將越趨安定且回復均衡之速度亦越快速。反之，則較易呈現過度反應之不安定收斂體系。另外，不同於 Beenstock 模型，本研究模型

-
1. 本文為國科會研究專題計畫（編號 NSC94-2416-H-327-002）之部分研究成果，作者感謝國科會之經費補助。
 2. 國立高雄第一科技大學企業管理研究所副教授（聯絡地址：824 高雄縣燕巢鄉大學路 1 號高雄第一科技大學企業管理研究所；電話：07-6011000 轉 3812；E-mail：wwu@ccms.nkfust.edu.tw）。
 3. 國立高雄第一科技大學運籌管理系研究生。

亦顯示：即使在不具預期心理情況下，不定期海運市場仍會出現過度反應現象。最後，經由比較靜態分析得知：新船數量增加將降低均衡運價水準，但對船舶存量之衝擊則不明確。相對的，油價上揚與運輸需求增加，皆會帶領運價水準與船舶存量同時上揚。

關鍵詞：不定期海運市場；船舶存量；運價水準；最適控制理論；線性化安定分析

ABSTRACT

By applying the optimal control theory, in this paper, a dynamic economic model reflecting the inter-connected activities among new-building, secondhand, scrapping and freight markets has been developed to demonstrate the dynamic equilibrium and stability of system convergence in the international tramp shipping market. By satisfying the steady state conditions in ship and freight markets, the model developed in this paper has definitely shown that the international shipping market is a stably convergent equilibrium market, regardless of the saddle point equilibrium outcome presented in the Beenstock model. By following the outcome of linearization stability analysis which focuses on investigating the local stability around the neighboring area of the equilibrium point, the model suggests that the rate of scrapping and rate of chartering ships have played critical roles in determining the adjustment speed and the path of recovering from the disequilibrium point to the equilibrium point. As the scrapping rate is more sluggish to the freight variations, the recovery of the shipping market disequilibrium will become more stable and quick to adjust back to its equilibrium. This paper has also illustrated that the freight level and stock of ships may have presented an overshoot response to the market shock, even if the necessary condition of rational expectation to ship price formulated in the Beenstock model is not applied in this model. By following the comparative static analysis, furthermore, the model has also shown that the increase in new ships delivered will bring a negative effect on the optimal equilibrium freight level, but an ambiguous effect on the optimal stock of ship. In contrast, the increase in fuel price and transportation demand will increase the optimal freight level and stock of ship.

Key Words: *Tramp shipping market; Stock of ship; Freight rate; Optimal control theory; Linearization stability analysis*

一、前言

國際不定期海運市場乃是由兩個相互牽引之船舶市場 (ship market) 與貨運市場 (freight market) 所組成。然船舶市場則又包含：新造船 (newbuilding ship)、現成船 (secondhand ship)、報廢船 (scrapping ship) 等三個次市場，以構成不定期海運市場之船舶

運能供給。相對的，不定期海運市場之船舶運能需求，則是衍生於貨運市場之運輸需求。而整體不定期海運市場之運價水準，則是由船舶與貨運市場之運能供給與需求所決定。事實上，不定期海運市場自 2002 年下半年開始，整個市場之運價水準因市場運輸需求與船舶供給變化之失衡，而出現數倍漲幅之現象。然同一期間不論是新船或現成船的交易價格，也都同時出現急劇上升情形。但自 2005 年中起，基於大量新造船將投入市場之預期，而致產生市場船舶存量將因而上升之疑慮，進而此波運價強勁漲勢才出現回跌走勢。然後旋即自 2006 年起，肇因於以中國大陸為首之新興經濟體對原物料強勁需求，不定期海運市場中各種價格水準，更都創下前所未有紀錄。但自 2008 年下半年起，海運市場榮景終因國際金融海嘯襲擊而出現暴跌走勢。其中，海岬型 (capesize) 日租金 (daily hire) 更從美金 20 餘萬跌至 2 千多元水準。綜觀過去數十年間不定期海運市場運價水準之波動走勢可發現，運價確實多次出現暴漲暴跌情形。而此一現象是否意謂著不定期海運市場存在著極為不穩定特性？則有賴更進一步分析。

本研究首先將以詮釋船舶市場船舶存量與貨運市場運價水準之變動內涵，來說明模型中均衡變數之動態行為，並作為本研究理論模型建構的基礎。之後，再利用最適控制理論 (optimal control theory) 方法，以動態均衡觀點來闡述船舶市場與貨運市場間之動態行為與關聯性，以及船舶市場最適均衡船舶存量與貨運市場最適均衡運價水準之系統安定性。最後，再透過分析整體不定期海運市場於失衡回復均衡之收斂方式，來了解整體不定期海運市場之動態行為。同時，本研究亦擬藉由理論模型之推演，來進一步探討一些外生經濟變數之變動對不定期海運市場均衡之衝擊。

有關本研究之章節安排，第二節將進行相關文獻之探討。之後，基於理論模型之簡化必要，第三節將依據不定期海運市場實務運作之特性，來建立本研究模型中相關之必要假設，並進而據以設定模型中各主要變數之函數關係，以作為模型建構之基礎。而於第四節中，本研究將透過最適控制理論，來進行模型理論之推演與分析，進以探求不定期海運市場中相關變數之動態均衡行為與系統之安定性。最後，研究之結論則將於第五節中進行討論。

二、文獻回顧

為了增加船舶運能，實務上，航商可經由新船或現成船方式來取得所需之船舶運能。由於不定期海運市場之運價水準，乃是由全球經濟景氣所帶動之航運需求，以及由船舶市場所提供之運能供給來共同決定。因此一旦市場之運輸需求出現顯著變化，則運價水準便會立即受到影響，而新船、現成船與報廢船市場之交易亦將因而受到衝擊，進而整體市場之船舶存量便也將受到影響。顯然的，若欲了解運價水準之變化，實有必要了解其與船舶存量變化間的關係。再者，運價水準之高低不僅會直接影響現貨市場中航商之論程備船 (voyage charter) 行為決策，同時亦將牽動航商對未來運價水準之預期，進而影響遠期市場

中航商之論時傭船 (time charter) 行為決策。甚且，運價水準之高低也將衝擊航商建造與拆解船舶意願，並間接對未來市場船舶運能之供給造成影響。甚且，隨著市場運能供給之變動，其又將反饋造成運價波動，最後便形成船舶與貨運市場連動結果。文獻上，Beenstock^[1]已提出運價與現成船舶價格，會出現相互連動調整的看法，因此有關不定期海運市場體系中各市場行為與價格之研究，實有必要同時考量船舶與貨運市場間之連動關係。

基於不定期海運市場貨物之特殊性，一般其與其他運輸模式間之替代彈性極小，因此學理上多視海運需求主要是受國際經濟景氣變動影響 (Hawdon^[2]、Charemza 與 Gronicki^[3]、Beenstock 與 Vergottis^[4])。實務上，航商為了增加船舶運能，一般可經由現成船舶買賣、租賃與建造新船等管道，來取得所需之船舶運能，進而創造貨運市場之運能供給。然而在船舶投資之決策過程中，船公司一般皆會針對新造船、現成船、報廢船以及租傭船等市場之行情來加以分析，以決定用何種方式來取得營運船舶。但是船舶市場中，現成船舶是否會投入貨運市場，以構成貨運市場之實質運能供給，則仍須視現成船舶之停航 (lay-up) 與報廢決策來決定。而上述決策則又往往受各期通膨預期、運價水準、與報廢船行情等因素影響 (Charemza 與 Gronicki^[3]、Beenstock^[1])。然除各期投入之新船運能外，船舶市場上各期之船舶運能供給，更是有賴各期現成船舶存量之利用率 (utilization ratio) 大小來決定 (Beenstock 與 Vergottis^[5])。船舶市場存量一旦出現變動，則貨運市場運能供給便將因而產生變化，進而市場運價水準亦將連帶發生波動，最後終將引發貨運與船舶市場間之連動變化。顯然的，同時考量船舶市場與貨運市場各自特有之供需條件內涵，並將其連結為一結構模型，其確實是國際海運研究中有關船價與運價波動理論之重要基礎 (Stopford^[6])。

然在不定期海運市場之相關研究中，Charemza 與 Gronicki^[3]採考量跨期行為以及市場失衡之情況下，來探討不定期海運市場中新造船、現成船、報廢船與貨運等市場間之關係。在方法上，他們乃利用船舶市場供需之均衡條件，來將造船市場之均衡價格引入貨運市場之均衡等式中，以作為影響貨運市場中運能供給函數之成本代理變數，進而形成貨運市場之運價與現成船舶市場之船價間之連動關係。同時，該研究亦認為：市場並非永遠處在均衡之狀態，所以當市場供需發生不均衡的狀況時，市場之價格機能便會以相當緩慢的調整速度，來促使市場回復均衡，因此運價對於超額需求 (或供給) 之調整是需要時間。雖然 Beenstock^[1]、Beenstock 與 Vergottis^[4, 5]皆利用學理模型方法，來驗證不定期海運市場中個別市場或不同市場間之價格行為，但卻非以同時涵蓋船舶與貨運市場中各次市場行為，以及展現整體不定期海運市場動態均衡之觀點來發展理論模型，並進而討論整個不定期海運市場體系之連動關係。事實上，將船舶與貨運市場之行為模式納入研究模型之中，以提出更具理論基礎之動態模型，將有助於海運業者與研究者對不定期海運市場波動之穩定性、收斂性與關連性等問題之研判與解讀。而本研究旨在建構一理論模型，以了解不定期海運市場之運價水準與船舶存量波動間的動態均衡關係，進而並探討兩者之波動對不定期海運市場安定性之影響為何。

三、理論模型

3.1 模型基本假設

基於沿襲一般理論模型之簡化假設，同時並考量模型建構之目的，本模型首先將設定如下之假設 (assumption)：

假設一：整體不定期海運市場中，無論是新造船、現成船、報廢船或貨運等次市場，皆是由多個訊息完全充分 (perfect information) 之市場參與者所組成之完全競爭市場 (參考 Beenstock 與 Vergottis^[5], Beenstock^[11])。而所有參與者之行為皆符合理性行為前提，且皆以追求利潤極大化為目的。再者，由於不定期海運貨運市場之貨種很多 (諸如：乾貨市場或油輪市場等)，因此本模型中之貨運市場，乃是指任何一種貨種之船舶貨運市場而言，而非泛指所有貨種總合之貨運市場。

假設二：不定期海運實務上，於單一貨種市場上雖有多種船型大小不同之船舶，但其間所提供之運能服務卻都具相當高的替代性 (諸如：一艘海岬型可視為約等同兩艘巴拿馬極限型之運能服務)。因此本模型假設市場中各種大小不同船型所提供之運能服務，皆可轉化為以某一船型為基準之船舶運能服務。據此，不同船型之運價水準亦皆可轉換為基準船型之運價水準。

假設三：現成船舶與新造船所提供之船舶運能服務皆具高度替代性，因此兩者所提供之運能服務，對運能需求者而言皆視為同質商品。但就船舶營運者而言，兩者之差別則在於營運成本上之差異 (如燃油消耗率、經濟航速、船舶維修費用等)，以及運能取得之時效差異。

假設四：基於反應不定期海運船舶運具與其他運輸模式間之替代性極低，同時亦考量不定期海運市場運輸之貨物多屬大宗貨物特性，某一貨種很難因運價高而改以其他運輸模式運送，因此本模型假設不定期海運市場運輸需求之價格彈性為零，且完全受外生給定之全球經濟景氣、季節循環或貨種特性等條件所影響。文獻上，Charemza 與 Gronicki^[3] 亦假設航運需求由外生決定與運價無關。而 Hawdon^[12] 及 Beenstock 與 Vergottis^[4] 之研究亦指出，航運需求對運價是完全無彈性。

假設五：Stopford^[6] 認為影響新造船之因素有：運價水準、現成船價、預期運價水準以及造船廠之產能等因素。然由於建造新船約需一年多之前置時間，因此本研究假設新造船之建造需求，主要是受對未來運價水準之預期所影響。同時，所有新造船皆在期初下水投入營運，且於該期之期末 (亦即下一期之期初) 納入現成船舶存量之計算中。因此各期之船舶存量數，即為各期初新船投入數與現成船舶數之總和。

假設六：現成船是貨運市場船舶運能供給來源之一，實務上多經由船舶買賣或船舶租傭等

方式進入貨運市場。為便於計算每期投入貨運市場之現成船舶數量，以及分析運價水準對現成船舶存量之衝擊，本模型假設現成船舶投入市場皆透過租傭船方式投入，且所有船舶之租傭契約皆於期初生效並即刻投入市場營運。

假設七：為便於計算當期船舶存量之變動數，本模型假設現成船舶是否投入報廢船市場進行拆解，皆於期末決定。

假設八：增加投入營運船舶對運能產出並不具規模經濟性，且假設其具規模報酬固定，以避免模型均衡出現發散之情形。

假設九：基於分析之必要性，模型中各狀態與控制變數，皆假設為連續變數，且對應之相關船舶營運成本函數皆為二階可微。

3.2 不定期海運市場船舶存量與運能供給

由於不定期海運市場之運能總供給，乃是由新造船與現成船所共同提供之船舶服務運能所構成，因此除當期下水之新造船以外，市場現有之現成船舶，更是不定期海運市場運能供給之主要來源。但是於航運實務上，由於市場現有現成船舶並不會完全投入貨運市場營運，而是只有部分現成船舶將透過船舶買賣與租傭船等方式，投入貨運市場營運。再者，基於本研究假設投入貨運市場之現成船舶，將完全經由租傭船方式來進行（參考假設六），所以市場既有現成船舶存量（stock of secondhand ships）與投入營運之現成船舶數量（vessels in operation）間之關係，將可以式 (1) 來表示：

$$S_t = h_t(P_t) K_t \quad (1)$$

其中， S_t 表於第 t 期（期初）投入貨運市場營運之現成船舶數量； K_t 表於第 t 期（期初）之市場現有現成船舶存量； h_t 表第 t 期市場現成船舶之租傭率（亦即現成船舶存量之利用率），且其受第 t 期市場運價水準（ P_t ）之影響，因此 $h_t = h(P_t)$ ， $0 \leq h_t \leq 1$ 。

另外，基於反映貨運市場與船舶市場間之連動性，當貨運市場之運價水準上揚時，其必將誘發航商更積極租傭船舶以增加營運運能，進而造成更多現成船舶投入貨運市場，並連帶創造更多貨運市場之船舶運能供給。文獻上，Charemza 與 Gronicki^[3] 亦已證實現成船舶之需求將與運價成正向關係。因此基於反映上述運價水準變動對船舶租傭行為之衝擊，本研究假設現成船舶之邊際運價租傭率（以下簡稱邊際租傭率）為正。而其數學關係為：

$$\frac{\partial h_t}{\partial P_t} = h_p \geq 0 \quad \forall t \quad (2)$$

同時，基於反映租傭船舶之機會成本遞增，本研究亦假設船舶之邊際租傭率為遞減，故其二階條件為：

$$\frac{\partial^2 h_t}{\partial P_t^2} = h_{pp} < 0 \quad (3)$$

然根據前述假設六條件，由於市場之現成船皆將透過租傭船操作方式進入貨運市場營運，故第 t 期整體不定期海運市場投入營運之船舶數量 (V_t) 將可表示為：

$$V_t = N_t + S_t = N_t + h(P_t) K_t \quad (4)$$

其中， N_t 表第 t 期期初下水之新造船；而 $N_t + S_t$ 即構成第 t 期整體不定期海運市場之營運船隊總供給。

之後，投入市場營運船舶量經運能轉換函數 ($F(V_t)$) 轉換為運能服務後，則第 t 期整體不定期海運市場之運能總供給 (亦可視為營運船舶之生產函數) 將為：

$$AS_t = F(V_t) = (N_t + S_t) \delta_t \quad (5)$$

而 δ 則為技術因子，以作為營運船舶量與運能總供給間之轉換係數。

事實上，Beenstock^[1] 已指出，除航速以外，船舶運能之生產函數仍需考量航行距離、耗油係數、泊港與碼頭作業以及船舶貨載等裝卸作業因素。雖然上述各因子變化都會對船舶每年所創造之船舶運能數量產生影響，但除裝卸作業相關因素外，其他因素主要是受航速影響較大。因此基於研究目的與模型簡化必要，本模型有關技術因子函數之內涵，則假設於裝卸因素固定不變情況下，以航速變數一項來綜合代表前述各因子對船舶運能創造之影響。

有關運能轉換函數中技術因子之特性，本研究根據航運實務之觀察，並參考 Beenstock^[1] 對船舶經濟航速之觀點：當油價上升則航速必將下降，進而亦將造成船舶所創造之運能產出下降。因此基於考量營運船舶之經濟航速問題，本研究中運能轉換函數之技術因子與油價 (f) 間之關係將可表示如下：

$$\frac{\partial \delta_t}{\partial f_t} = \delta_f < 0 \quad \forall t \quad (6)$$

另外，有關船舶存量之變動對運能供給之衝擊，則可透過在給定技術因子水準下，經由運能總供給函數對船舶存量 (K) 取一階偏微後可得：

$$\frac{\partial AS}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial K} = F_K = \frac{\partial F[V(K)]}{\partial K} = \frac{\partial F}{\partial V} \times \frac{\partial V}{\partial K} = \delta h > 0 \quad (7)$$

而上式即表示：每增加一單位船舶存量 (K)，對貨運市場運能產出供給之影響將為正向。之後，再取二階偏微可得：

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} = F_{KK} = 0 \quad (8)$$

事實上，式 (8) 之結果乃是具體反映前述假設八：營運船舶投入所增加之運能供給，並不具規模經濟特性下，所必然出現之結果。

另一方面，模型中有關營運船舶之總成本設定，則依據假設三所示：新舊船舶所提供之運輸服務，對託運人而言並無差異，但兩者在船舶營運效率上卻有不同。因此兩者營運之總成本將可分別設定為：

$$C_1(N_t) = a_N N_t^{B_N} \quad B_N > 1 \quad (9)$$

$$C_2(S_t) = a_S S_t^{B_S} = a_S [h(P_t) K_t]^{B_S} \quad B_S > 1 \quad (10)$$

而基於符號簡化之需要， a_N 與 a_S 皆設為 δ 之函數，且 $\frac{\partial a_N}{\partial \delta} > 0$ 與 $\frac{\partial a_S}{\partial \delta} > 0$ 。甚且，若以船舶營運之觀點而言，依據式 (9) 與式 (10) 中有關新舊船舶營運之總成本設定，則投入新船營運之總成本，其邊際成本必為正： $\frac{\partial C_1(N)}{\partial N} = C_N > 0$ 。而且，船舶營運之邊際成本

亦將呈遞增現象： $\frac{\partial^2 C_1(N)}{\partial N^2} = C_{NN} > 0$ 。實際上，此一有關模型中總成本函數特性之假設，

才可使模型具收斂性。相同的，對現成船營運之總成本而言，其邊際成本亦將為正：

$$\frac{\partial C_2(S)}{\partial S} = C_S > 0；且其邊際成本也呈遞增現象： $\frac{\partial^2 C_2(S)}{\partial S^2} = C_{SS} > 0$ 。$$

3.3 利潤函數

由於航商於第 t 期之利潤函數，乃是其營運船隊所創造之總收益與總成本之差距，故可表示如下：

$$P_t F(N_t + S_t) - C_1(N_t) - C_2(S_t) \quad (11)$$

然由於整體不定期海運市場各期之船舶存量變動，將受新下水船舶與報廢船舶數之變動而改變，所以本模型亦納入一船舶存量變動限制式：

$$\dot{K}_t = N_t - \alpha_t K_t \quad (12)$$

由於上式中之 \dot{K}_t 乃是船舶市場上，各期船舶存量之變動調整量，因此，式 (12) 等式之內涵則為：各期船舶存量變動量 (\dot{K}_t)，將等於當期新下水船舶數 (N_t) 與報廢現成船舶數 ($\alpha_t K_t$) 之差異。其中， α_t 則用以表示各期現成船舶之報廢率，故亦可視為各期船舶存量之減項，且 $0 \leq \alpha_t \leq 1$ 。

然於船舶之報廢決策中，其除受國際鋼鐵價格波動之影響外，船東亦須同時考量報廢船價與貨運市場之運價水準。然由於國際鋼價之決定主要係受國際經濟環境之變動影響，因此基於模型簡化之考量，本研究將假設報廢比率只受運價水準影響。實務上，當國際經濟景氣上揚而致貨運市場之運價水準上升時，船東將較傾向延遲報廢現成船舶，以維持船舶於現貨市場中賺取較高之當期運價。所以每增加一單位運價所引發船舶報廢率之變化(即邊際運價報廢率，以下則簡稱為邊際報廢率) 將可表為：

$$\frac{\partial \alpha}{\partial P} = \alpha_P < 0 \quad (13)$$

同時，基於船舶海值與適航性等因素考量，運價水準對報廢船舶之影響力仍是具有一定之極限性，故上述運價對邊際報廢率之影響將呈現遞減現象：

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial P^2} = \alpha_{PP} < 0 \quad (14)$$

另一方面，本研究模型亦加入一個對貨運市場運價水準變動之限制式：

$$\begin{aligned} \dot{P} &= \theta(AD - AS) = \theta[AD - (N + S)\delta] \\ &= \theta[AD - (N + h(P)K)\delta] \end{aligned} \quad (15)$$

以反映貨運市場供需失衡時所引發運價水準波動與調整之過程。而此一限制式之經濟意涵則為：運價水準的變動，將受整體市場運能需求與供給差異之調整機制所影響。其中， θ 為貨運市場運能供需失衡下，運價之調整速度，且 $\theta > 0$ 。而式 (15) 中之 AD 與 AS 則分別表示貨運市場之運能總需求與總供給。

3.4 最適船隊存量問題

本研究利用最適控制理論，來探討不定期海運市場船舶存量之動態均衡分析。模型中新下水船舶 (N) 將被視為一控制變數 (control variable)，而現成船舶存量 (K) 與運價水準 (P) 則為狀態變數 (state variable)。依據前述有關船舶存量、運能供給與利潤函數之介紹，則將航商每期利潤轉換為現值 (present value) 並予以加總後，將可導得以現值表示之目標泛函數 (objective functional)：

$$\begin{aligned} \underset{N(t)}{Max} \quad L[N(t)] &= \int_0^\infty [PF(V) - C_1(N) - C_2(S)]e^{-\rho t} dt \\ s.t. \quad \dot{P} &= \theta(AD - AS) = \theta\{AD - [N + h(P)K]\delta\} \\ \dot{K} &= N - \alpha K, \quad K(0) = K_0, \quad P(0) = P_0 \end{aligned} \quad (16)$$

其中， ρ 為折現率，所以 $e^{-\rho t}$ 為折現值之運算元 (operator)。 K_0 與 P_0 則分別為船舶存量與

運價水準之起始值。

根據最適控制理論，可將式 (16) 問題導入以當期值 (current value) 表示之漢米爾頓函數 (Hamiltonian function)：

$$H = P[N + h(P)K]\delta - a_S[h(P)K]^{B_S} - a_N N^{B_N} + m_1\{\theta[AD - (N + h(P)K)\delta]\} + m_2[N - \alpha(P)K] \quad (17)$$

其中， m_1 與 m_2 兩參數，分別是對應於運價水準變動限制方程式與船舶存量變動限制方程式之共狀態變數 (costate variable)。再者，依據 Pontryagin 的最大原理 (maximum principle) (可參考 Chiang^[7] 第七章說明)，則式 (17) 以當期值漢米爾頓函數表示之求解必要條件，將可整理如下之六條件：

$$\text{條件一：} \quad \frac{\partial H}{\partial m_1} = \dot{P} = \theta[AD - (N + h(P)K)\delta] \quad (18)$$

$$\text{條件二：} \quad \frac{\partial H}{\partial m_2} = \dot{K} = N - \alpha K \quad (19)$$

$$\text{條件三：} \quad \dot{m}_1 = \rho m_1 - \frac{\partial H}{\partial P} \quad (20)$$

$$\text{條件四：} \quad \dot{m}_2 = \rho m_2 - \frac{\partial H}{\partial K} \quad (21)$$

$$\text{條件五：} \quad \frac{\partial H}{\partial N} = 0 \quad (22)$$

$$\text{條件六：} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} m_2 e^{-\rho t} K = 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} m_1 e^{-\rho t} P = 0 \quad (23)$$

而有關式 (17) 中 m_1 與 m_2 兩參數以及上述條件一至條件六之經濟意涵，則於附錄一中予以說明。另外，條件五等式亦可進一步導得如下關係：

$$P\delta + m_2 = a_N B_N N^{B_N-1} + m_1\theta\delta \quad (24)$$

四、不定期海運市場體系均衡之定性分析

依據前一節所述漢米爾頓函數求解之必要條件，理論上，雖然可藉其來導得整個模型體系之均衡解，但以經濟學理而言，求得明確均衡解一般並非最重要之工作。再者，由於本研究主要目的並不是在求得研究問題之均衡解，甚且若於本研究中求得一個明確均衡解，其實也不具太大海運實務意義。因此本研究將以定性分析 (qualitative analysis) 觀點，

來探討不定期海運市場體系之均衡特性與系統安定性，同時並分析運價水準與船舶存量之動態均衡行為。然依據一般動態定性分析方法，本研究首先將進行相圖 (phase diagram) 分析，以探討研究中模型體系之均衡是否存在。之後，再利用線性化 (linearization) 方法，來探究模型均衡之穩定性，並了解系統由失衡達成均衡之路徑 (收斂方式)。最後，本研究也將透過比較靜態分析 (comparative static analysis) 方法，來分析於外在經濟條件變動下，對不定期海運市場之運價水準與船舶存量之影響為何？以下將分四小節來進行分析。

4.1 P-K 相圖分析

由於本研究模型計涵蓋兩個狀態變數與兩個共狀態變數，因此必須在四度空間中進行相圖分析。顯然地，此一相圖分析是無法於一般二度或三度之向量空間中進行。再者，由於本研究旨在探討不定期海運市場中，船舶市場之船舶存量與貨運市場價格水準間之動態關係，因此以下之分析乃建立在兩個共狀態變數均已達均衡狀態之情況下 (即視 m_1 與 m_2 為固定之參數)，來進行運價水準與船舶存量間之動態分析。易言之，本小節將假設在運價水準之邊際價值 (m_1) 與現成船舶存量之邊際價值 (m_2) 皆為固定不變下 (即已達最適均衡條件下)，來進行運價水準與船舶存量兩狀態變數之相圖分析。

首先，利用式 (24) 所導得結果： $P\delta - a_N B_N N^{B_N-1} + m_2 - m_1 \theta \delta = 0$ ，以及於均衡時 \dot{m}_1 與 \dot{m}_2 必將等於零之條件下，將 m_1 與 m_2 視為固定常數，並分別以 \bar{m}_1 與 \bar{m}_2 表之。據此，則條件五之均衡條件便可改以： $C'_1(N) = P\delta + \bar{m}_2 - \bar{m}_1 \theta \delta$ 表之。甚且，在滿足均衡條件下，最適新造船函數將可藉由 $C'_1(N)$ 之反函數 (inverse function) 關係來改寫成：

$$N = \phi_1(\bar{m}_1, \bar{m}_2, P) \quad \Rightarrow \quad N = \phi_1(P) \quad (25)$$

之後，經對上述最適新船函數進行全微分，則可獲得下式：

$$dN = \phi'_1(P) dP \quad \Rightarrow \quad \frac{dN}{dP} = \phi'_1(P) \quad (26)$$

同時，再利用前述 $C'_1(N)$ 函數對價格變數 (P) 之微分，可得知：

$$\frac{dC'_1(N)}{dP} = \frac{\partial C'_1(N)}{\partial N} \frac{dN}{dP} = C_{NN} \frac{dN}{dP} = C_{NN} \phi'_1 = \frac{d(P\delta + \bar{m}_2 - \bar{m}_1 \theta \delta)}{dP} = \delta \quad (27)$$

其中，由於 $\frac{\partial C'_1(N)}{\partial N} = C_{NN} > 0$ ，所以 $\phi'_1(P) = \frac{\delta}{C_{NN}} > 0$ 。

在動態分析中，由於均衡之發生必須滿足狀態變數皆處於固定不變之恆定狀態 (steady state)，所以對應於本研究模型之均衡條件便須同時滿足： $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 。事實上，透過 $\dot{K} = \phi_1(P) - \alpha K = 0$ 將可說明於船舶市場處於恆定狀態下，新船最適投入量需等於市場報廢船舶數。相對的，經由 $\dot{P} = \theta[AD - (N + hK)\delta] = 0$ 則將可說明於貨運市場處於恆定狀態下，

市場對船舶運能之需求必須正好等於運能供給。顯然地，透過分析於恆定狀態下 P 與 K 之變動性質，則將有助於了解模型之體系均衡與收斂情形。

首先，有關 $\dot{K}=0$ 時， P 與 K 變數之動態性質，可將前述導得之式 (25) $N = \phi_1(P)$ 關係帶入 $\dot{K} = N - \alpha K$ 之中，來導得： $\dot{K} = \phi_1(P) - \alpha K$ 。之後，於 $\dot{K}=0$ 時，再經對 $\dot{K} = \phi_1(P) - \alpha K$ 進行全微分後將可導得：

$$0 = [\phi_1'(P) - \alpha_P K] dP - \alpha dK \quad (28)$$

最後，由式 (28) 可了解於 $\dot{K}=0$ 條件下， K 與 P 兩狀態變數之變動關係為：

$$\left. \frac{dK}{dP} \right|_{\dot{K}=0} = \frac{\phi_1'(P) - \alpha_P K}{\alpha} > 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{dP}{dK} \right|_{\dot{K}=0} = \frac{\alpha}{\phi_1'(P) - \alpha_P K} > 0 \quad (29)$$

式 (29) 之關係乃說明了：於船舶市場處於恆定狀態 ($\dot{K}=0$) 時， K 與 P 兩狀態變數間之變動，將呈現正向關係，所以於圖 1 之 P - K 座標平面上， $\dot{K}=0$ 將是一具正斜率之曲線。而式 (29) 之結果亦說明：當船舶市場處於均衡時，由於較高運價水準勢必將對應較多之新船投入量 (因為 $\phi_1'(P) > 0$) 與較低之船舶報廢率 (因為 $\alpha_P < 0$)，因此也唯有對應於較高之船舶存量，才可維持船舶市場之均衡 ($\dot{K}=0$)。實際上，若從整體不定期海運市場船舶運能供需之觀點來思考，則此一存在於船舶市場恆定狀態下之正向關係係意謂著：對應於維持船舶市場均衡之船舶存量與運價水準組合軌跡，將可視為不定期海運市場中，由船舶存量所轉化之船舶運能收益之供給線。而綜合上述說明，本研究將可導得如下之研究結果：

研究發現一：當船舶市場於均衡條件下，較高船舶存量必將對應於較高運價水準。反之，低船舶存量則對應於低運價水準。同時，於船舶市場處於恆定狀態下，船舶存量與運價水準之組合軌跡，亦可視為不定期海運市場對船舶運能收益之供給線。

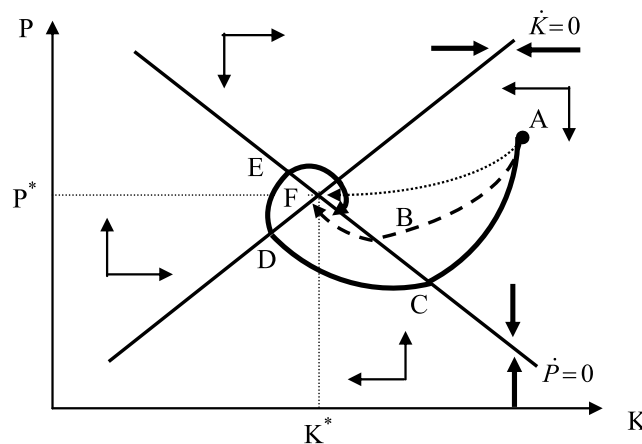


圖 1 P-K 相圖分析

另外，於 $\dot{P}=0$ 時，經由對 $\dot{P}=\theta[AD-(N+hK)\delta]$ 來進行全微分後可導得：

$$-(\theta h\delta)dK - [\theta h_p K\delta + \theta\delta\phi_1']dP = 0 \quad (30)$$

之後，經上式結果亦可導得於 $\dot{P}=0$ 條件下， K 與 P 兩狀態變數之變動關係為：

$$\left. \frac{dK}{dP} \right|_{\dot{P}=0} = -\frac{h_p K + \phi_1}{h} < 0 \quad \Rightarrow \quad \left. \frac{dP}{dK} \right|_{\dot{P}=0} = -\frac{h}{h_p K + \phi_1} < 0 \quad (31)$$

而此一關係亦說明了於貨運市場維持恆定狀態 ($\dot{P}=0$) 時， K 與 P 兩狀態變數之變動，將呈現負向之關係，所以於圖 1 之 P - K 座標平面上， $\dot{P}=0$ 將是一具負斜率之曲線。

事實上，在滿足貨運市場均衡條件之前提下，若航運總需求不變，則運能供給亦須保持不變。然由於在較高運價水準下，其不僅將對應於較多新船最適投入量 (因為 $\phi_1'(P) > 0$)，同時亦將對應較高之船舶租傭率 (因為 $h_p > 0$)。因此在維持運價水準固定不變之前提下，則唯有對應於較低之船舶存量水準，來抵消前述因較高運價水準，所誘發較高租傭率及新船投入量等所創造之船舶運能供給，進以達成維持運能總供給不變之最終目標。相對的，於較低基期之運價水準下，其必將對應於較高之船舶存量水準，以維持運價水準固定不變。再者，若從整體不定期海運市場船舶運能供需之觀點來思考，此一存在於貨運市場恆定狀態條件下之負向關係，則意謂著對應於維持貨運市場均衡之船舶存量與運價水準組合軌跡，將可視為不定期海運市場中經由船舶存量所轉化為船舶運能收益之需求線。而綜合上述說明將可獲得如下研究發現：

研究發現二：當貨運市場處於均衡下，較高運價水準必將對應於較低之船舶存量。反之，低運價水準則對應於高船舶存量。同時，於貨運市場處於恆定狀態下，船舶存量與運價水準之組合軌跡，則可視為不定期海運市場對船舶運能收益之需求線。

然在相圖分析法中，除須了解 $\dot{K}=0$ 與 $\dot{P}=0$ 之斜率正負符號外，仍須觀察 K 與 P 分別偏離恆定狀態之條件時 (即 $\dot{K} \neq 0$ 亦或 $\dot{P} \neq 0$)，各變數之變化情形，以進而繪出於系統失衡時，系統回復均衡之可能與否，以及各變數回復均衡之移動軌跡。實際上，藉由 $\dot{K} = N - \alpha K$ 條件可導得：

$$\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} = -\alpha < 0 \quad (32)$$

而藉由式 (32) 可以了解，當船舶存量 (K) 增加時，船舶存量的變動率 (\dot{K}) 將會縮小。以動態分析之系統安定性觀點而言，也唯有 $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 才可使系統中船舶存量之變動，能收斂趨於恆定狀態 (亦即趨向均衡)。而此一有關船舶市場存量變動之動態意涵，亦可經由模型

限制式 $\dot{K} = N - \alpha K$ 來了解。茲假設在各期最適新船舶數維持固定情況下 (即 $N_t = N, \forall t$)，若前一期報廢現成船舶數 (αK_{t-1}) 突然減少 (可視為 α 值突然減少)，而致使前一期船舶市場之恆定狀態受到破壞 (此時 $\dot{K}_{t-1} > 0$)，進而造成當期期初現成船舶存量 (K_t) 增加 (即 $K_t > K_{t-1}$)。此時，模型之系統安定調整機制會自動導引當期報廢船數量 (αK_t) 同步上升 (即 $\alpha K_t > \alpha K_{t-1}$)，因此當期船舶存量雖已增加 (即 $K_t > K_{t-1}$)，但變動率卻隨之降低 (亦即 $\dot{K}_t = N - \alpha K_t < \dot{K}_{t-1} = N - \alpha K_{t-1}$)。而本模型之系統安定調整機制，最後便會逐漸將船舶市場導引回復至恆定狀態。

數學上，上述 $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 之意涵乃說明了隨著 K 之上升，將促使 \dot{K} 減少。而此一關係於相圖分析上則意謂著：若以船舶市場之恆定狀態 ($\dot{K} = 0$) 為基準，則隨著 K 上升 (可假設於 P-K 相圖上， K 由左至右逐漸增加)， \dot{K} 之變化將由正轉為零再轉為負。然若以圖 1 為例，於 $\dot{K} = 0$ 之直線左邊，其雖代表著 \dot{K} 為正之區域，但隨著 K 之增加， $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 之系統機制終將會促使 \dot{K} 之變動朝向恆定狀態 ($\dot{K} = 0$) 逼近。相對的，於 $\dot{K} = 0$ 之直線右邊，則代表著 \dot{K} 為負之區域，所以在此一區域內隨著 K 之減少， $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 之系統機制將促使 \dot{K} 之變動朝向 $\dot{K} = 0$ 逼近。據此，於圖 1 P-K 相圖中 $\dot{K} = 0$ 之直線左右兩邊，本研究亦分別加上一對朝向 $\dot{K} = 0$ 逼近之粗體箭頭符號，以反映船舶市場中維持船舶存量處於恆定狀態下之動態行為。

另一方面，本研究亦可藉由式 (15) 與式 (25) 之結果來導得：

$$\frac{d\dot{P}}{dP} = -\delta \theta (h_P K + \phi'_1) < 0 \quad (33)$$

經由上式可了解，當運價水準提高時，其變動率 (\dot{P}) 將會縮小。事實上，利用本研究模型之限制式 $\dot{P} = \theta [AD - (N + hK) \delta]$ ，可了解基於本模型之系統安定調整機制，當運價水準增加時，其必將導引更多船舶投入營運 (因為 $h(P)$ 將會上升，而致使 hK 上升)，而使得運能總供給增加，進而形成運價水準向下調整壓力，故運價水準變動率將為負值。如同前述 $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 之情況，事實上，也唯有使 $\frac{d\dot{P}}{dP} < 0$ ，才可使模型中運價水準之變動回復趨於恆定狀態。

在數學上， $\frac{d\dot{P}}{dP} < 0$ 亦說明了隨著 P 上升，將促使 \dot{P} 呈現減少之走勢。而此一關係於相圖分析上則意謂著：若以貨運市場之恆定狀態 ($\dot{P} = 0$) 為基準，則隨著 P 上升 (亦可視為於相圖上， P 由下向上逐漸增加)， \dot{P} 之變化將由正轉為零再轉為負，所以於 $\dot{P} = 0$ 直線之下方乃是 \dot{P} 為正之區域。因此隨著 P 之增加， $\frac{d\dot{P}}{dP} < 0$ 之系統機制，終將促使 \dot{P} 之變動朝向恆定狀態 ($\dot{P} = 0$) 逼近。相對的，於 $\dot{P} = 0$ 之直線上方則是 \dot{P} 為負之區域，因此隨著 P 之增

加， $\frac{d\dot{P}}{dP} < 0$ 之系統機制，亦終將會促使 \dot{P} 之變動朝向 $\dot{P} = 0$ 逼近。據此，於圖 1 之相圖中，本研究亦於 $\dot{P} = 0$ 之直線上下兩邊，分別加上一對朝 $\dot{P} = 0$ 逼近之粗體箭頭符號，以反映本模型中運價水準之動態行為。

綜合上述 $\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} < 0$ 與 $\frac{d\dot{P}}{dP} < 0$ 之結果，本研究便可藉此來了解於市場情況失衡下，有關船舶存量與運價水準變數，在圖 1 中由 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 兩條直線所交叉出四個象限區域內之動態調整行為。事實上，利用前述 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 兩條直線左右與上下兩邊各對之粗體箭頭方向可以了解，無論於圖 1 相圖中之哪一個象限，本模型於系統失衡時，皆會朝向 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 兩直線之方向進行調整，最後並收斂於兩者之交點上。而綜合上述說明將可獲得如下結果：

研究發現三：長期而言，不定期海運市場為一具收斂性之均衡市場。實務上，此一收斂體系亦充分反映不定期海運市場將透過船舶數量與運價水準之變動調整，來導引市場運能供給之調整，進而再反饋回來牽動貨運市場之運價調整。最後，終致達成船舶與貨運市場趨向穩定均衡 (stable equilibrium) 的結果。

4.2 路徑分析

方法上，藉由上述相圖分析中相關變數變動之箭頭方向，雖可用來了解模型之均衡是否存在，但由於本研究並沒直接針對 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 之函數內涵，來進行有關船舶與貨運市場行為之動態分析。相對的，本研究之相圖分析乃是依據一組 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 之隱函數，來進行模型之均衡分析。因此在缺乏了解完整函數式內容之情況下，透過一組由隱函數 ($\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$) 所組成之動態模型系統，理論上，是無法完全了解模型均衡點 (可能存在多個均衡點) 於全域中之相關性質。亦即模型變數朝向均衡之變動軌跡，是一個結 (node)、一個中心 (center)，亦或是一個螺旋線 (spiral) 均衡點。

然基於對不定期海運市場運作之實務觀察，船舶市場與貨運市場間之波動行為，實際上就是一持續反覆均衡與失衡之動態調整過程。在概念上，若將每一次失衡回復均衡之調整，視為是在新均衡點鄰域下之動態調整過程，則藉由探討不定期海運市場由失衡回復均衡之調整軌跡，將有助於對船舶市場與貨運市場波動之判斷與解析。然在一般動態分析上，研究者將可透過線性化 (linearization) 方法，來了解各變數於新均衡點鄰域下之局部穩定調整過程。方法上，若將 $\dot{K} = N - \alpha K$ 與 $\dot{P} = \theta[AD - (N + hK)\delta]$ 做線性化處理，則依據本研究模型將可獲得如下關係：

$$\dot{K} = -\alpha(P^*)(K - K^*) + [\phi'_1(P^*) - \alpha_P(P^*)K](P - P^*) \quad (34)$$

$$\dot{P} = -\theta h \delta(P^*)(K - K^*) + [-\theta \delta_{1P}(P^*)K - \phi'_1(P^*)\theta \delta](P - P^*) \quad (35)$$

其中, K^* 與 P^* 分別為在恆定狀態下, 現成船舶存量與運價水準之均衡點。而式 (34) 與式 (35) 亦可進一步以一 2×2 之矩陣 A 來表示為:

$$\begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{P} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} K - K^* \\ P - P^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K - K^* \\ P - P^* \end{bmatrix} \quad (36)$$

而 $a_{11} = -\alpha < 0$; $a_{12} = \phi' - \alpha_P K > 0$; $a_{21} = -\theta \delta h < 0$; $a_{22} = -\theta \delta (h_P K + \phi') < 0$ 。

根據 Silberberg 與 Suen^[8] 及蔡攀龍^[9] 有關經濟模型之動態均衡分析, 本研究將可透過了解上述矩陣 A 之特性根類型, 來探討模型中系統體系均衡之收斂方式。而對應於矩陣 A 之特性方程式為:

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0 \quad (37)$$

而且上述特性方程式之解為:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{Tr(A) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (38)$$

其中, $Tr(A) = a_{11} + a_{22} < 0$ 為矩陣 A 之跡 (trace); 而 $\Delta = [Tr(A)]^2 - 4|A|$; $|A| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0$ 則為矩陣 A 之判定式 (determinant)。然經一些數學運算則可進一步導得: $\Delta = (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}$ 。由於 Δ 式中之 $a_{12}a_{21}$ 項為負, 所以 Δ 式可為正數、零或負數。另外, 依據蔡攀龍^[9] 有關特性方程式根之類型與對應之均衡收斂方式說明得知, 因模型中之 Δ 式可為正數、零或負數且 $Tr(A) < 0$, 所以本研究之模型將為一均衡收斂結果 (相關條件可參考附錄二之說明)。而此一結果則意謂著: 不定期海運市場乃是具收斂之穩定均衡市場, 而市場之均衡收斂方式, 將可能為一個穩定結、波浪型或螺旋狀。而此一研究結果更是再次呼應前述經由相圖分析, 所導得研究發現三之成果。

再者, 由於本研究之系統安定分析, 乃是依據一組隱函數式來進行, 而且該組隱函數式亦非為一階齊次式 (homogeneous equation), 因此上述透過線性化 (linearization) 方法所導得之系統安定條件, 將意謂著本模型體系將可能只是一局部穩定均衡。而此一局部穩定均衡之研究結果亦可解讀為:

研究發現四: 不定期海運市場之波動現象實為反映現實國際經濟環境變動下, 一連串發生於船舶市場與貨運市場之失衡與回復均衡的動態調整過程。

4.3 相圖斜率改變對於收斂之影響

根據前面 P-K 相圖之分析, 本研究亦可藉由 $\dot{K} = 0$ 與 $\dot{P} = 0$ 之斜率大小, 來分析不定期海運市場於失衡時, 回復均衡速度之快慢情形。首先, 經由分析 $\Delta = (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}$ 等式右邊之各項內容, 將可以發現:

$$a_{11} - a_{22} = -\alpha + \theta \delta (h_p K + \phi'_1) = -\alpha + \theta \delta W_1 > 0^4 \quad (39)$$

$$a_{12} a_{21} = -\theta \delta h (\phi'_1 - \alpha_p K) = -\theta \delta h W_2 < 0 \quad (40)$$

其中， W_1 與 W_2 分別為 $\dot{P}=0$ 與 $\dot{K}=0$ 兩條直線斜率之分母項 $(h_p K + \phi'_1)$ 與 $\phi'_1 - \alpha_p K$ 。據此， $\dot{P}=0$ 與 $\dot{K}=0$ 兩條線之斜率，將可分別表示為：

$$\left. \frac{dP}{dK} \right|_{\dot{P}=0} = -\frac{h}{W_1} < 0 \quad (41)$$

$$\left. \frac{dP}{dK} \right|_{\dot{K}=0} = \frac{\alpha}{W_2} > 0 \quad (42)$$

由於 $\Delta = (a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12} a_{21}$ ，所以當 $\dot{P}=0$ 之斜率絕對值變大（即 W_1 變小）或 $\dot{K}=0$ 之斜率變小（即 W_2 變大）時，其將因分別對應於較小 $(a_{11} - a_{22})^2$ 值與較大 $|a_{12} a_{21}|$ 值，而較可能出現 $\Delta < 0$ 情形，此時模型系統將會以螺旋狀方式回復均衡（可參考附錄二之說明）。事實上，由於 h_p 減少將使 W_1 變小，而 α_p 絕對值上升則會使 W_2 變大，因此經上述推論將可導得如下之研究發現：

研究發現五：隨著船舶市場之邊際租傭率下降（亦即貨運市場中運能供給對運價變動之反應較遲緩）或邊際報廢率上升（亦即船舶市場中報廢船舶量隨運價上升而反應更激烈），市場回復均衡之收斂方式，將較可能以螺旋狀方式來進行。此時船舶存量與運價水準都將會出現過度反應現象；而不定期海運市場雖是一安定均衡體系，但市場波動反應卻也較激烈。

相對的，當 $\dot{P}=0$ 之斜率絕對值變小（亦即 W_1 變大）亦或 $\dot{K}=0$ 之斜率變大（亦即 W_2 變小），其將分別對應於較大之 $(a_{11} - a_{22})^2$ 值與較小之 $|a_{12} a_{21}|$ 值，如此將可使 Δ 變大，進而出現 $\Delta > 0$ 情形。而依據附錄二有系統收斂方式之條件說明可知：隨著 Δ 逐漸變大，模型之系統亦將由前述波動激烈之螺旋狀收斂方式，逐漸縮小其螺旋波動幅度。甚且，隨著 Δ 由負數逐漸上升轉為正數後，最後整體系統將會出現以穩定的結方式回復均衡。在此一情況下，不定期海運市場之運價與船舶存量波動亦將顯得較安定。事實上，由於 h_p 增加將使 W_1 變大，而 α_p 絕對值減少則會使 W_2 變小，因此經上述推論將可得知：

研究發現六：隨著船舶市場中邊際租傭率上升（亦即貨運市場中運能供給對運價變動之反應較敏感）或邊際報廢率下降（亦即船舶市場中報廢船舶量隨運價上升而反應較遲緩），市場回復均衡之收斂方式，將逐漸縮小螺旋波動幅度，甚至出現以穩定的結方式回復均衡。此時，船舶存量與運價水準出現過度反應之幅度，亦將因此逐漸縮小甚或消失。故整體不定期海運市場波動，亦將呈現相對較為安定之穩定均衡體系。

4. 由於整體海運市場之現成船舶存量 (K) 極大，一般而言， $\theta \delta (h_p K + \phi'_1)$ 將會比 α 大，所以本研究假設 $(a_{11} - a_{22}) > 0$ 。

另一方面，本研究亦可透過圖 2 與圖 3 之比較來了解：當系統之收斂過程中出現過度反應時（亦即模型系統之收斂條件為螺旋收斂方式），不同模型參數之設定對市場安定性之影響為何？茲假設 $\dot{K}=0$ 之斜率為固定，若 $\dot{P}=0$ 之斜率變平緩了，則系統回復均衡之調整速度會變得較快。實際上，此一現象乃是反映了：當貨運市場中運價變動所帶動運能供給之調整機能變得較敏感時（即 h_p 絕對值變大， $\dot{P}=0$ 斜率將變得越平緩），則不定期海運市場中運價與運能供給之波動，其必然也會變得較靈敏。此時系統藉由運價與船舶存量相互牽引之變動，來達到使船舶市場與貨運市場回復均衡之調整機能將更具協調性。因此系統之調整過程也就相對更加安定且快速，而於調整期間出現過度反應之情形，亦將因此而逐漸縮小甚或消失。

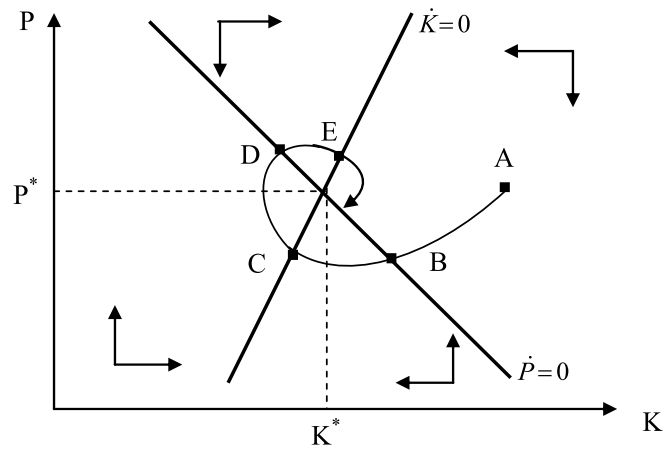


圖 2 $\dot{K}=0$ 斜率較為垂直之 P-K 相圖

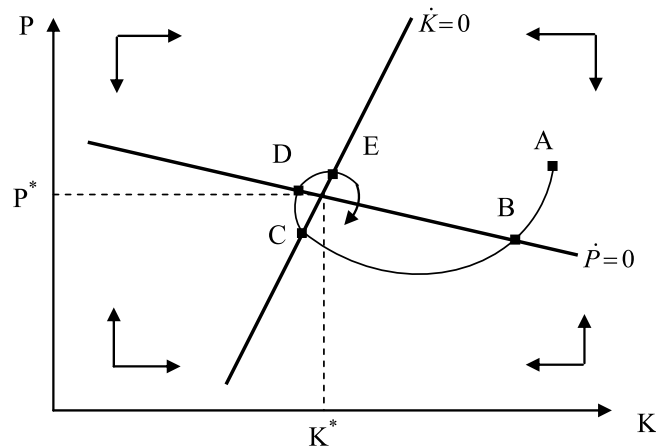


圖 3 $\dot{P}=0$ 斜率較為水平之 P-K 相圖

相對的，於假設 $\dot{P}=0$ 之斜率不變下，若 $\dot{K}=0$ 之斜率變陡了，則系統回復均衡之調整速度不僅變快了，同時系統之調整過程亦也相對更加安定。而此一現象乃是肇因於：隨著 $\dot{K}=0$ 之斜率變大，當系統做等量 K 之調整，較陡之 $\dot{K}=0$ 斜率勢將對應於較大之 P 調整量。而較大之 P 變動調整量，更將透過船舶容量限制式中較低之報廢比率 ($\alpha_p < 0$)，來降低當期報廢船舶之數量，以達降低 K 變動量並進而減少引發貨運市場運價連鎖波動之幅度。易言之，系統回復均衡之速度，將因扮演運能供給角色之船舶市場變動幅度縮小，而不致造成運價之連鎖變動過大，以致增加系統回復均衡之螺旋幅度，同時並延遲系統回復均衡之時間。顯然地，當海運貨運市場中扮演運能供給角色之租傭船舶市場之價格調整機制愈靈敏，亦或報廢船舶決策對運價波動之反應越趨遲緩時，則整體不定期海運市場系統之均衡收斂性將越趨於安定。綜合上述說明並配合相關實務意涵，則將可獲得如下結果：

研究發現七：若貨運市場之交易資訊越趨透明，則價格調整機制亦將愈具效率性，如此將可避免運價出現過度波動，以致引發市場運能供給之過度反應。另一方面，於船舶市場中，若市場淘汰現成船受運價波動之衝擊較小時，將可避免船舶運能供給出現太大波動，並連帶引發貨運市場運價劇烈波動，而致整體市場之系統安定性受到破壞。

4.4 失衡調整分析

依據前述圖 1 所示，於 P - K 之相圖分析中，將有四種失衡之情況。然由於每一種失衡回復均衡之調整，皆須透過模型中狀態變數之變動始能達成，且其變動調整之概念皆為類似，因此以下將只針對圖 1 中之 A 點，來進行由失衡回復均衡點 (F) 之說明。

4.4.1 回復均衡調整型態

事實上，依據本研究之模型設定，模型限制式中之租傭率 ($h(P)$)、船舶報廢率 ($\alpha(P)$) 以及運能供需價格調整因子 (θ) 之大小，都將是決定不定期海運市場失衡時，以何種路徑回復均衡之重要因素，所以這些因子將牽動著整體不定期海運市場中，船舶市場與貨運市場之波動程度。然依據前述動態分析所示，於失衡回復均衡之動態路徑上，其將如圖 1 所示呈現： $A \rightarrow F$ 、 $A \rightarrow B \rightarrow F$ 與 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F$ 等三種情形。然而後兩者之調整路徑相似，且皆為會出現過度反應之動態調整路徑，但差別就是第三種路徑之調整時間較長。再者，於前述之分析中可得知，由於本研究模型之 $a_{21} < 0$ ，因此不定期海運市場之系統體系若呈螺旋狀方式收斂時，則必將是以順時鐘方向收斂於均衡點。所以以下有關不定期海運市場回復均衡之探討，將只針對第一種與第三種路徑來進行說明。

1. 路徑一： $A \rightarrow F$

由圖 1 可知，此一調整路徑乃為由 A 點直接調整到 F 點之走勢。然依循此一調整路徑，且對應於運價水準與船舶存量之調整時徑圖，則可參考圖 4 所示。在 A 點時，過多之船舶存量，將會使得未來報廢之現成船舶數量大於新下水船舶數量，並造成船舶存量減少。同

時，過高的運價水準也將誘發較高之船舶租傭率，促使更多現成船舶投入營運，並造成運能供給大於載運量需求，最後終將迫使運價水準下降。事實上，在此一系統調整機制中，整個路徑調整過程將透過運價水準下跌而致使報廢率增加，進而市場運能供給也將因船舶存量減少而降低，但貨運市場運價持續下跌之趨勢則將因而減緩，而運價下跌走勢之減緩亦將同時減緩船舶存量減少之趨勢。最後，船舶市場與貨運市場將逐漸調整趨向 F 點，而達成收斂均衡。然依據上述之調整機制，則本研究將可導得如下之學理意涵：

研究發現八：當不定期海運市場處於較安定之均衡體系時，運價水準與船舶存量兩股力量，將扮演著牽制彼此市場波動調整之力量，以達穩定整體市場波動調整之走勢。同時，並可避免市場出現劇烈變動調整，而致出現過度反應情形。

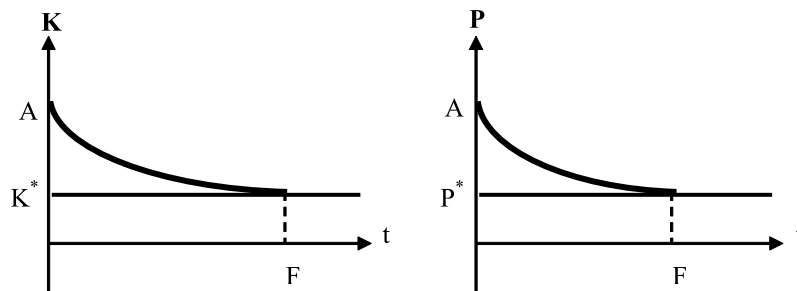


圖 4 路徑一之船舶存量與運價水準調整時徑圖

2. 路徑二：A→C→D→F

由圖 1 可知，此一調整路徑乃是由 A 點透過多次調整才達到 F 點之順時針調整走勢（乃因本研究模型之 $a_{21} < 0$ ）。而對應於圖 1 中 A 點之船舶存量與運價水準調整時徑圖，則呈現於圖 5 之中。然經由參考對應於圖 1 順時針螺旋收斂走勢之圖 5 時徑圖將可了解，當不定期海運市場出現船舶存量與運價水準皆過高之失衡情況時，整體系統調整機制將會迫使兩者皆進行向下修正調整，以促使系統回復均衡。然在船舶存量與運價水準皆朝下修正之調整過程中，觀察此一順時針螺旋狀收斂調整走勢將可發現，貨運市場將領先船舶市場出現反轉上升趨勢（即圖 5 右圖中之 C 點）。之後，隨著運價水準持續上調，其終將透過報廢率之降低，而使船舶存量反轉出現上升走勢（即圖 5 左圖中之 D 點）。最後，雖然持續上調之運價水準終將出現過度反應現象，但此時已反轉上升之船舶存量所創造之運能供給，亦將逐漸迫使運價水準再次向下修正，以促使系統逐漸收斂回復至均衡水準（即圖 5 之 F 點）。顯然地，此一出現過度反應之順時螺旋收斂方式，亦說明了當不定期海運市場處於變動激烈之均衡體系時，貨運市場之運價調整機制，將扮演著引領整體不定期海運市場回復均衡之領導角色。然經由上述說明，本研究將可獲得如下之實務意涵⁵：

5. 本研究亦已推論出：當系統模型出現 $a_{21} > 0$ 之情況時，海運市場將出現逆時針之螺旋狀

研究發現九：當不定期海運市場處於變動較激烈之均衡體系時，整體市場回復均衡之力量將出現以貨運市場之波動調整，來引發船舶市場波動調整之模式來進行。所以於市場波動變化較大之時，貨運市場之運價調整將扮演著維護不定期海運市場穩定均衡之第一線角色。

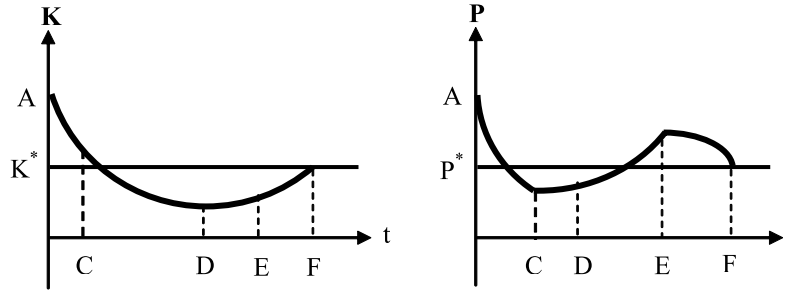


圖 5 路徑二之船舶存量與運價水準調整時徑圖

最後，經比較圖 4 與圖 5 時徑圖中船舶存量與運價水準之調整波動程度，顯然地，路徑一之調整軌跡確實比路徑二和緩。而此一調整路徑之差異則意謂著如下之研究結果：

研究發現十：無論於貨運市場或船舶市場，其對市場運能變動所引發之運價水準變動皆不宜太激烈，如此才可使系統回復均衡之波動較小且快速。

4.4.2 系統外生變數變動之失衡分析

本小節除將要討論當新下水船舶、載運量需求兩因素變動時，其對於均衡運價水準與船舶存量之影響外，有關國際原油價格上漲，而致使實務上船舶經濟航速降低時，其對均衡運價水準與船舶存量之衝擊，亦將於本小節中予以討論。理論上，當模型中之外生變數變動時，其勢必會對模型之均衡條件造成衝擊。然由於本研究主要目的乃著重於對船舶市場與貨運市場之衝擊，因此以下將針對於 P-K 相圖中 $\dot{P}=0$ 與 $\dot{K}=0$ 兩直線之移動，來探討各變數對不定期海運市場均衡船舶存量與運價水準之影響。

首先，分別針對本研究之模型系統處於恆定狀態 $\dot{P}=0$ 與 $\dot{K}=0$ 之條件下，來進行全微分並經整理後可得：

$$\begin{bmatrix} K\delta h_p & h\delta \\ K\alpha_p & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dP \\ dK \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dAD - \delta dN - (N + Kh)\delta_f df \\ dN \end{bmatrix} \quad (43)$$

收斂方式。此時，船舶市場存量之調整機制，則將扮演著引領海運市場回復均衡之領導角色。

之後，令 $|J| = \begin{vmatrix} K\delta h_p & h\delta \\ K\alpha_p & \alpha \end{vmatrix}$ ，則可導得：

$$|J| = K\delta(\alpha h_p - h\alpha_p) > 0 \quad (44)$$

以下將針對不同變數之變動，來進行均衡點變動之比較靜態分析：

1. 新下水船舶增加之衝擊

依據上述結果，在維持 $\dot{P}=0$ 與 $\dot{K}=0$ 前提，且假設 $dAD=df=0$ 之條件下，則由 Cramer's rule 可得到：

$$\left. \frac{dP}{dN} \right|_{dAD=df=0} = -\frac{\delta(h+\alpha)}{|J|} < 0 \quad (45)$$

而式 (45) 之結果乃說明了隨著新下水船舶之增加，則將使不定期海運市場之均衡運價水準隨之下降。相對的，

$$\left. \frac{dK}{dN} \right|_{dAD=df=0} = \frac{K\delta(h_p + \alpha_p)}{|J|} \quad (46)$$

由於 $h_p > 0$ ， $\alpha_p < 0$ ，所以式 (46) 之結果則說明了於均衡時，新下水船舶之增加對於不定期海運市場均衡船舶存量之影響，將無明確之效果。事實上，當新下水船舶增加時，在維持船舶市場恆定狀態之前提下，若對應於原有均衡運價，其勢必對應到較高之船舶存量水準，所以亦可視 $\dot{K}=0$ 直線之右移。同時，當新下水船舶增加時，其亦會把 $\dot{P}=0$ 直線帶往下移，如此在 P-K 座標圖上，均衡運價水準必將下降，而均衡船舶存量則端視 $\dot{K}=0$ 線右移與 $\dot{P}=0$ 下移之幅度來決定。然而兩線之移動幅度，則將具體展現於上式 $h_p > 0$ 與 $\alpha_p < 0$ 之絕對值大小上。而上述研究結果則將意涵著如下之實務意義：

研究發現十一：若船舶租傭率對運價水準之敏感度（即邊際租傭率）大於報廢船舶對運價水準之敏感度（即邊際報廢率），則增加新造船舶所造成之運價下跌，將因報廢船舶對運價變動之衝擊較不敏感，而不致出現大量報廢船舶情形。但最後終將因新造船之增量大於報廢船舶之減量，而出現市場均衡船舶存量增加之結果。相對的，當報廢船舶對運價水準變動極度敏感時，則運價下跌將加速現成船舶之淘汰，最後便將造成市場均衡船舶存量減少現象。

2. 載運量需求增加之衝擊

有關航運景氣變動對均衡船舶容量與運價水準之衝擊，可利用前述結果，且經假設 $dN=df=0$ 之情況後，由 Cramer's rule 得到如下之結果：

$$\left. \frac{dP}{dAD} \right|_{dN=df=0} = \frac{\alpha}{|J|} > 0 \quad (47)$$

由式 (47) 的結果則可以得知，當航運景氣上升而致使貨運需求增加時，將使得不定期海運市場之均衡運價水準上升。

相對的，利用：

$$\left. \frac{dK}{dAD} \right|_{dN=df=0} = -\frac{K\alpha_P}{|J|} > 0 \quad (48)$$

則表示隨著國際航運景氣上升，不定期海運市場之均衡船舶存量也將隨之增加。事實上，式 (48) 之分析結果實是肇因於當航運景氣上升時，其必將拉引 $\dot{P}=0$ 向外移動。然在維持 $\dot{K}=0$ 直線不變之情況下， $\dot{P}=0$ 直線之外移，其必然會推升均衡運價與船舶存量水準。然經此一比較靜態分析，本研究將可獲得：

研究發現十二：隨著運輸需求增加而引發均衡運價水準之上升，其將誘使現成船舶之邊際報廢率下降，進而拉升了整體不定期海運市場之均衡船舶存量水準。

3. 油價上漲之衝擊

有關國際油價變動對模型均衡之衝擊，可利用假設 $dN = dAD = 0$ 與 Cramer's rule 來得到下列結果：

$$\left. \frac{dP}{df} \right|_{dN=dAD=0} = \frac{-\alpha(N+Kh)\delta_f}{|J|} > 0 \quad (49)$$

經由式 (49) 之結果將可以得知，當國際油價上升時，將使不定期海運市場之均衡運價水準提高。相對地，

$$\left. \frac{dK}{df} \right|_{dN=dAD=0} = \frac{K\alpha_P(N+Kh)\delta_f}{|J|} > 0 \quad (50)$$

上式結果表示：隨著國際油價上升，不定期海運市場均衡船舶存量也會增加。

此一國際油價上漲將同步引發均衡運價水準與船舶存量增加之現象，則是反應了國際油價上漲將拉引 $\dot{P}=0$ 向外移動（但 $\dot{K}=0$ 直線則維持不動）之必然結果。而上述研究結果所對應之實務意涵則為：

研究發現十三：因應國際原油價格上升，而致使船舶經濟航速下降，其將導致市場運能供給緊縮以及運價水準上升。但高漲之運價水準所降低之船舶報廢率，則將彌補前述因經濟航速降低所損失之運能供給，而致提高市場均衡船舶存量。

五、結 論

由觀察不定期海運市場之歷史資料可得知，無論是貨運市場或是船舶市場，各市場一直都持續進行著大小不等之價格波動。整體而言，不定期海運市場之價格波動，其本身不僅存在著週期循環性，而且不同價格波動之間亦存在著相互連動關係。因此了解整個不定期海運市場體系中各市場價格之動態行為，以及不同市場間之動態關連性，確實有理論與實務之重要性。本研究首先藉由市場動態條件之分析得知，在維持船舶市場處於恆定狀態前提下，運價水準與船舶存量間將呈現正向關係。同時，船舶市場之均衡組合軌跡，將可視同扮演著不定期海運市場中對船舶運能收益之供給角色。相對地，在維持貨運市場均衡之前提下，運價水準與船舶存量間則將呈現負向關係。而貨運市場之均衡組合軌跡，則可視同扮演著不定期海運市場中對船舶運能需求之角色。而本研究經相圖分析亦發現，整體不定期海運市場乃是一具收斂性之穩定均衡市場。

之後，本研究利用系統安定條件分析亦發現，若船舶市場中運價之邊際租傭率下降，亦或邊際報廢率上升，則市場回復均衡之收斂方式將會以螺旋狀方式來進行，而船舶存量與運價水準變動則會出現過度反應現象，此時整體不定期海運市場雖是一安定均衡體系，但市場波動反應卻也較激烈。但若貨運市場之交易資訊越趨透明，則價格調整機制亦將愈具效率性，如此將可避免運價出現過度波動，以致引發市場運能供給之過度反應。另一方面，若船舶市場淘汰舊船受運價波動衝擊較小時，則亦可避免船舶運能供給出現太大波動(甚且因市場過度報廢船舶，而導致現成船出現奇貨可居現象)，而致引發貨運市場運價之劇烈連動，如此將有助整體市場之系統安定性。事實上，當不定期海運市場處於相對較安定之均衡體系時，於運價水準與現成船舶存量同步減少時，此兩股力量將扮演著牽制彼此市場波動調整之力量，以達穩定整體市場之波動調整，並避免因出現劇烈變動調整而發生過度反應情形。相對的，當不定期海運市場處於變動較激烈之均衡體系時，則整體市場回復均衡之力量，將出現以貨運市場之波動調整，來引發船舶市場波動調整之模式進行，此時貨運市場之運價調整，將扮演著維護不定期海運市場穩定均衡之第一線角色。

本研究經比較靜態分析得知，新下水船舶數之增加，將造成均衡運價水準之下跌，但對均衡船舶運能之衝擊，則決定於船舶報廢率與租傭率對運價變動之相對敏感程度。當前者較強時，則新船投入增加所造成之運價下跌，將迫使市場加速報廢船舶而致對應之均衡船舶存量減少。而有關油價上漲對不定期海運市場之衝擊，則將因船舶經濟航速下降，導致市場運能供給緊縮，而致使運價水準上升。但高漲之運價水準所降低之船舶報廢率，其將可彌補因經濟航速降低所損失之運能供給，而致提高整體市場之均衡船舶存量。另外，運輸需求增加不僅將引發均衡運價水準上升，同時亦將誘使現成船舶之邊際報廢率下降，進而拉升整體不定期海運市場之均衡船舶存量水準。

最後，有關本研究模型與 Beenstock 模型之差異，雖然本研究模型乃是設定探討不定

期海運市場之動態均衡與系統安定，但實際上仍是可將本模型限縮，視為是針對不定期海運市場中某一貨種之貨運市場來進行分析。所以儘管 Beenstock 模型乃係偏向油輪市場進行分析，但兩者間之差異仍具相當之比較性與理論意涵。事實上，兩者間之主要差異乃在於 Beenstock 模型需將預期因素納入，市場才會出現過度反應現象；而本研究模型則不需納入預期因素，模型系統便有可能出現過度反應現象。同時，於 Beenstock 模型中，由於其是透過供需均衡條件來將運價變數排除於模型之外，以致使該模型缺乏有關市場重要變數「運價水準」之討論。至於在模型之系統收斂走勢探討上，Beenstock 的模型收斂方式為馬鞍收斂，故其必須在特定的情況下，整體海運體系才會達成收斂均衡。相對的，本研究模型只須符合研究中有關運價對現成船舶租備率與報廢率之假設前提，系統便會自動收斂於均衡點，亦即本研究主張不定期海運市場為一具收斂性之穩定均衡市場。

參考文獻

1. Beenstock, M., "A Theory of Ship Prices", *Maritime Policy and Management*, Vol. 12, No. 3, 1985, pp. 215-225.
2. Hawdon, D., "Tanker Freight Rates in the Short and Long Run", *Applied Economics Review*, Vol. 10, 1978, pp. 213-217.
3. Charemza, W. and Gronicki, M., "An Econometric Model of World Shipping and Shipbuilding", *Maritime Policy and Management*, Vol. 8, No. 1, 1981, pp. 21-30.
4. Beenstock, M. and Vergottis, A., "An Econometric Model of the World Tanker Market", *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 23, No. 3, 1989, pp. 263-280.
5. Beenstock, M. and Vergottis, A., *Econometric Modeling of World Shipping*, Chapman and Hall, London, 1993.
6. Stopford, M., *Maritime Economics*, Routledge, London, 1997.
7. Chiang, Alpha C., *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, New York, 1992.
8. Silberberg E. and Suen W., *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd edition, McGraw-Hill, New York, 2001.
9. 蔡攀龍，*經濟學數學方法導論*，茂昌圖書公司，臺北，民國八十九年。

附錄一

首先，文中有關式 (17) 中 m_1 與 m_2 兩參數之經濟意涵，前者乃是反應來自貨運市場供需失衡下，其所引發運價水準變動對航商利潤所造成之衝擊，故亦可視為貨運市場供需失衡下之影子價格 (shadow price)。而後者則表示在船舶存量變動下所造成對航商利潤之衝擊，故亦可視為船舶市場上船舶存量變動之影子價格。

另外，必要條件一則是反映滿足目標泛函數中之第一限制式，其經濟意涵為：貨運市場運能供需失衡之影子價格變動 $\left(\frac{\partial H}{\partial m_1}\right)$ 所造成整體利潤之衝擊，須正好等於運價水準之變動 (\dot{P})。相對的，必要條件二則是反映滿足目標泛函數中之第二限制式，其經濟意涵為：當船舶存量之影子價格變動 $\left(\frac{\partial H}{\partial m_2}\right)$ 所造成整體利潤之衝擊，須正好調整到等於船舶運能存量之變動 (\dot{K})。而條件三之經濟意涵為：在均衡狀態時，當運價水準波動所造成運價水準之影子價格變動 (\dot{m}_1)，將等於當期運價水準影子價格之折現值 (亦即為 ρm_1) 扣除因運價水準變動後，對未來各期漢米爾頓函數之衝擊影響 $\left(\text{即為 } \frac{\partial H}{\partial P}\right)$ 。條件四之經濟意涵為：在均衡狀態時，當現成船舶存量波動所造成船舶存量之影子價格變動 (\dot{m}_2)，將等於當期船舶存量影子價格之折現值 (即為 ρm_2) 扣除因船舶存量變動後，對未來各期漢米爾頓函數之衝擊影響 $\left(\text{即為 } \frac{\partial H}{\partial K}\right)$ 。而有關條件五之經濟意涵則為：在均衡狀態時，新下水船舶 (N) 對漢米爾頓函數之邊際貢獻須等於零。同時，於本文中經由條件五等式所導得之式 (24)：

$$P\delta + m_2 = a_N B_N N^{B_N - 1} + m_1 \theta \delta \quad (\text{A1})$$

其中，上式等號右邊表示每增加一單位新下水船舶所要付出的成本，其中包含新下水船舶之邊際成本 ($a_N B_N N^{B_N - 1}$)，以及因增加新下水船舶所造成運能供給上升，而導致運價下降的損失 ($m_1 \theta \delta$)。等號左手邊則可視為每增加一單位新下水船舶所得到之利益，而其中則將包含增加運能所直接創造收益的現值 ($P\delta$) 與增加船舶存量之邊際價值 (m_2)。最後，由於本研究假設期間長度為無限期，因此條件六即為本研究之貫截條件 (transversality conditions)。

附錄二

學理上，有關特性方程式根類型與對應之均衡收斂方式，則可根據蔡攀龍^[9]之說明，來針對本研究之模型加以討論如下：

- (1) 當 $\Delta > 0$ 時，因為本模型中 $Tr(A) < 0$ 且 $|A| > 0$ ，則 $|Tr(A)|$ 必定大於 $\sqrt{\Delta}$ ，所以兩特性根將為不相等之負實根。而在此一條件下，本模型系統之收斂方式將是一個穩定的結。
- (2) 當 $\Delta = 0$ 時，因為本模型中 $Tr(A) < 0$ ，所以兩特性根將為相等之負實根。而在此一條件下，本模型系統之收斂方式則將為一波浪型式。
- (3) 當 $\Delta < 0$ 時，因為本模型中 $Tr(A) < 0$ ，所以兩特性根將是實根為負數之共軛虛根。而在此一條件下，本模型系統之收斂方式則將呈螺旋狀。再者，當在 $a_{11} < 0$ 及 $a_{22} < 0$ 之前提下，若 $a_{21} < 0$ (故 $a_{12} > 0$)，則系統將以順時鐘方向收斂於均衡點。反之，若 $a_{21} > 0$ (故 $a_{12} < 0$)，則系統將以逆時鐘方向收斂於均衡點。

然依據學理更可進一步得知，上述第一種系統收斂方式，並不會造成系統失衡調整時出現過度反應 (overshooting) 現象，故於均衡收斂過程中，模型變數之變動調整將相對較安定。相對的，於第二種與第三種收斂方式，則必然會發生系統過度反應現象，但所對應之市場雖仍是一具收斂性之安定均衡體系。其中，於第二種之系統收斂過程中，模型變數之變動調整將呈現相對較規律之收斂走勢。但於第三種之系統收斂過程中，模型變數之變動調整將呈現相對較不規則，且變動較大之螺旋狀收斂走勢，所以市場運價水準與船舶存量之波動，便會顯得較具波動性，同時回復均衡所需之時間亦較長。

