

結合動態交通指派之旅次起迄推估與 預測之研究

DTA-BASED DYNAMIC ORIGIN-DESTINATION DEMANDS ESTIMATION AND PREDICTION MODEL

胡大瀛 Ta-Yin Hu¹

何偉銘 Wei-Ming Ho²

張琪玉 Chi-Yu Chang³

(98 年 4 月 5 日收稿，98 年 8 月 11 日第一次修改，98 年 10 月 2 日
第二次修改，98 年 12 月 10 日定稿)

摘 要

本研究主要利用卡門濾波方法結合動態交通指派模式 DynaTAIWAN，建構旅次起迄推估模型，以歷史旅次起迄 (Origin-Destination, O-D) 流量與路段流量資料，建立模式之參數矩陣。本研究主要貢獻包括：(1)系統狀態參數以 O-D 流量差值 (deviation) 取代 O-D 流量值，使推估之 O-D 流量更精確且常態化；(2)結合動態交通指派模式，以程式擷取指派矩陣；(3)建立 MySQL 儲存與管理資料庫，將動態 O-D 推估與預測之程序分解成七大步驟，未來可逐步改善過程之精確度與效率。並透過車流模擬軟體 DynaTAIWAN 於三實驗路網上進行模式之驗證，並建構相關敏感度分析，包括小路網、市區號誌化路網與 50 節點高速公路與市區道路混合路網，並經由評估指標均方根誤差 (RMSE) 及卡方檢定檢測推估之結果。經由結果

-
1. 國立成功大學交通管理科學系教授 (聯絡地址：701 臺南市東區大學路 1 號成功大學交通管理科學系；電話：06-2757575 轉 53224；E-mail：tyhu@mail.ncku.edu.tw)。
 2. 國立成功大學交通管理科學系博士班研究生。
 3. 國立成功大學交通管理科學系碩士。

顯示，三路網上之 RMSE 值分別小於 2、4、17，卡方檢定顯示推估與實際 O-D 流量值無差異，本研究提出之動態 O-D 推估模式具有精確且合理之推估結果。

關鍵詞：動態交通指派模式；依時性旅次起迄；卡門濾波模式

ABSTRACT

This research aims at integrating dynamic traffic assignment model DynaTAIWAN with the Kalman Filtering (KF) approach to construct the dynamic Origin-Destination (O-D) estimation and prediction model; the dynamic parameters based on the historical and real time data are generated to meet the dynamic traffic conditions. The contributions include: 1. the model takes the deviations of O-D flows from historical averages instead of O-D flows as the state vectors to increase the accuracy and normalization of estimations; 2. the time-dependent assignment matrix is gained in advance via C++, the historical O-D flows are assigned into DTA and the vehicle trajectory data accounts for calculating the assignment parameters; 3. the procedure of O-D estimation and prediction is decomposed into 7 steps, and the efficiency and accuracy can be improved step by step. Numerical experiments to illustrate the proposed model are conducted in three networks: a small test network, a signalized urban network and a 50-node mixed network, and several sensitivity analyses are performed. The measurement criteria includes RMSE and the chi-square test which are utilized to examine the results, the results show that the RMSE values are less than 2, 4, and 17 on the three networks respectively, and the chi-square tests reveal there are no differences between the estimated and real O-D flows. The numerical results indicate that estimated O-D values from the proposed model are reasonable and accurate.

Key Words: Dynamic traffic assignment model; Time-dependent Origin-Destination (O-D); Kalman filter

一、前言

傳統運輸規劃程序與動態交通指派模式中，旅次起迄表為主要的資料項目。在旅次產生與吸引步驟中，主要目的為產生一個可靠的旅次起迄矩陣，以便運用於路網中的交通流量預測，並進行交通管理、路網設計以及場站選擇等^[1]。隨著智慧型運輸系統各子系統之發展，交通管理人員可經由車輛偵測器蒐集即時的車流資料，進行控制策略研擬，並藉由即時路段流量之獲得，進行依時性旅次起迄表的推估與預測，使推估效果更加準確。

在旅次起迄 (Origin-Destination, O-D) 推估議題中，主要包括「靜態」以及「動態」O-D 推估，一般傳統靜態旅次起迄資料多用於運輸規劃之用途，其資料蒐集多會限定研究範圍與時間，且較為耗時費力，而動態 O-D 資料，主要可提供即時之動態交通資訊於 ATMS

及 ATIS 中加以運用，並進行即時的交通管理，然動態 O-D 資料蒐集不易。為解決此問題，近二十年來，利用路段流量資訊推估旅次起迄矩陣的方法陸續被推出。最初為靜態旅次起迄推估模式，靜態的定義在於旅行時間與系統參數多假設不隨著時間變動，此假設與常理不符；而動態 O-D 推估模式中，旅行時間及模式參數則依時而變動，並利用依時性路段流量建構與 O-D 對之關係式，因此動態 O-D 推估模式有更精確的預測，近年來動態旅次起迄推估與預測模式陸續被提出。

本研究參考 Ashok^[2]所發展之模式，建立動態 O-D 推估與預測模式，Ashok^[2]模式優點包括：(1) 系統狀態參數以 O-D 流量差值 (deviation) 取代 O-D 流量值，使推估之 O-D 流量更趨精確且常態化^[3]，差值 (deviation) 代表某日之 O-D 流量值與數日歷史 O-D 流量平均值相減所得的數值；(2) 已由 DynaMIT、DYNASMART 驗證其模式可行性，適用於高速公路、市區路網以及離線和線上即時推估與預測。Ashok^[2]與本研究模式主要差異在於：前者模式在離線推估以及線上推估預測之操作上分別採用最小平方方法 (least square algorithm) 以及系統狀態空間模型 (state-space model)，本研究所提模式大致均延用 Ashok^[2]之模式，而在推估方法稍有不同，本研究考量求解過程之一致性，採用系統狀態空間模型進行離線以及線上之操作，主要因為線上即時推估，仍需經由離線之歷史資料推估後，產生係數矩陣等誤差項參數，因此離線與線上均採用系統狀態空間之優點，主要為離線推估所得之參數結果，可直接應用於線上即時推估預測中，增加運算之效率。系統狀態空間模式最初為因應控制工程 (control engineering) 所發展，主要運用於動態系統具時間序列系統變數之模式中，卡門濾波模式為其最主要應用之一^[4]。

本模式主要特色包括：卡門濾波模式之應用；系統狀態變數採 O-D 流量之差值 (deviation) 進行運算，使推估之 O-D 流量更趨精確且常態化；依時性指派矩陣結合動態交通指派模式 (dynamic traffic assignment, DTA) 以程式擷取，DTA 之功能為產生路段流量，並建構 O-D 與路段流量之關係式^[5]。整合 C++ 與統計軟體 “R” 建構 ARIMA 模式，應用於係數矩陣與誤差共變異數矩陣等之計算。由於資料龐大且計算費時耗工，若單純使用一般資料檔案處理模式運算，往往較難滿足龐大之矩陣需求，本研究使用 MySQL-4.1.20-win32 資料庫進行資料整理與儲存，資料內容包括：歷史與即時 O-D 流量、路段偵測流量資料。MySQL 是一個快速且穩定的開放原始碼分散式資料庫，其功能強大，主要可以連結多種程式語言包括：C、C++、Java、Perl、PHP 等，且可跨平台運作，如：Linux、Windows、Sun Solaris…等，為一實用之資料庫，並可增加整體效率。將動態 O-D 推估與預測之程序分解成七大步驟，未來可逐步改善過程之精確度與效率。

數值實驗透過車流模擬軟體 DynaTAIWAN，於三個實驗路網上進行模式之驗證，並建構相關敏感度分析，包括小路網、市區號誌化路網及 50 節點高速公路與市區道路混合路網，並由評估指標均方根誤差 (root mean square error, RMSE) 以及卡方檢定 (Chi-square test) 加以評估推估結果之精確性。

文中第二節主要回顧國內外動態 O-D 推估相關之文獻；第三節就動態 O-D 推估與預測模式架構以及卡門濾波演算法進行介紹；第四節為模式之應用，實驗路網包括小路網、

市區號誌化路網與 50 節點市區與高速公路混合路網；最後提出本研究之結論與建議。

二、文獻回顧

彙整近年來求解動態旅次起迄推估模式問題之方法，假設在歷史 O-D 已知之情況下，利用經由偵測設備所獲得的依時性路段流量資料，建立路網中 O-D 流量與路段流量之關係式 (mapping)，其關係如下^[5]：

$$Z_l(k) = \sum_m \sum_r \theta_{rl}(k-m) B_r(k-m) \quad (1)$$

其中，

$B_r(k-m)$ ：在 $k-m$ 時段中，第 r 對 O-D 的流量；其中 m 為此 O-D 流量下，最早離開起點之時段。

$Z_l(k)$ ：在 k 時段中， l 路段上偵測器所得之路段流量；其中 l 設有偵測器之路段。

$\theta_{rl}(k-m)$ ：路段流量 $Z_l(k)$ 中分配在時段 $k-m$ 中產生 O-D 流量的比例。

相關研究主要包括：Ashok^[2]、Chang 與 Tao^[5]、Okutanim 與 Stephanedes^[6]、Van Der Zijpp 與 De Romph^[7]、胡守任^[8]、陳齊邦^[9]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]、Chang 與 Wu^[12]、卓訓榮^[13]、Bell^[14]、Cascetta 等人^[15]、Xu 與 Chan^[16]、Kang 等人^[17]、Dixon 與 Rilett^[18]、Sherali 與 Park^[19]、Tavana^[20]、Zhou 等人^[21]、Alibabai 與 Mahmassani^[22]、Balakrishna 與 Koutsopoulos^[23] 以及 Etemadnia 與 Abdelghany^[24]。

其中，Ashok^[2] 以卡門濾波法，建立推估與預測依時性 O-D 流量之模式。主要可處理離線與即時性推估與預測問題。將離線型問題定義為：給定一連續時間的路段交通流量值和歷史性 O-D 流量，利用最小平方方法推估與更新每一個出發時段的 O-D 流量與資料；即時性推估和預測問題定義為：給定一 h 時段內的路段交通流量和歷史性 O-D 流量，推估在 h 時段內初始 O-D 矩陣，再進行未來的 O-D 矩陣之預測，並利用狀態—空間模型以及卡門濾波法，進行模式遞迴推估，使用實際資料應用於數值研究中。Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11] 運用 Kalman filter 理論，提出動態 O-D 旅次起迄推估模式，與 Okutani 與 Stephanedes^[6] 所建立的模式主要差異，在於將系統狀態變數 O-D 流量值，改為以實際觀測值與歷史 O-D 流量平均值之差值 (deviations)，並延伸利用擴展式卡門濾波法 (extended Kalman filter, EKF) 進行推估，使用實際資料應用於數值研究中，並指出隨機性 (stochastic) 指派矩陣優於傳統的固定指派矩陣。

Chang 與 Tao^[5] 提出 Cordon-line 運用於虛擬之號誌化都市路網中，利用觀測所得之 Cordon-line 流率以及 O-D 流量建立 Cordon-line 流量和 O-D 流量之限制式，並依 Cordon-line 基本限制式，完成整個路網的 O-D 流量推估。Okutani 與 Stephanedes^[6] 所建立的模式採用 Kalman Filter 推估方法，系統狀態變數為未知的依時性 OD 流量，並假設系統狀態變數於

當時段與前時段的狀態變數，具有自我迴歸相關性。Van Der Zijpp 與 De Romph^[7] 同時構建 DTA 與 O-D 推估模式，並應用於阿姆斯特丹的高速公路路網上，在 O-D 推估模式方面，使用 production-attraction 模式來結合限制方程式，以產生可行解供模式參數使用。胡守任^[8] 探討濾波理論於動態交通流量預測之應用，進行流量倒推旅次起迄量及車流密度，認為濾波模式可以產生不偏估計量以及最小變異估計值。陳齊邦^[9] 以卡門濾波模式以及進階卡門濾波模式進行模式構建，採用自我迴歸差分模式，以提高模式推估能力。Chang 與 Wu^[12] 考量旅行時間延滯問題，以及假設路網中車輛旅行時間相差不超過一個時段，表車輛在相同時間區段內進入高速公路其速度之分布差距不大。卓訓榮^[13] 針對 Chang 與 Wu^[12] 在變數修正部分與旅行時間部分加以修正，修正方式乃使用 Greenshields 模式來估算旅行時間。Bell^[14] 以一般化最小平方方法為基礎，使用車隊擴散關係 (platoon dispersion relation) 來代表流量流入與流出之關係，模式中並未考量起迄旅行時間之變化。Cascetta 等人^[15] 利用最小平方誤差推估動態 O-D，並將推估之結果應用於 DTA 中。Xu 與 Chan^[16] 利用 screen-line 並假設不同 O-D 對到達 screen-line 的旅行時間為已知，因此並無利用事前已知之歷史 O-D 資訊。Kang 等人^[17] 以三度多項式 (third degree polynomial)，定義 O-D 流量之變異 (variation)，並利用卡門濾波模式，推估多項式之相關系數。Dixon 與 Rilett^[18] 為首度使用自動車輛辨識 (AVI) 資料進行推估 O-D 流量之研究，AVI 資料主要用來獲得依時性路段流量以及 O-D 流量等資訊。Sherali 與 Park^[19] 以最小平方公式法，來獲得依時性 O-D 表。Tavana^[20] 延續 Cascetta 等人^[15] 之模式，考量偵測路段流量比率與推估流量之一致性，利用雙層 (bi-level) 最佳化架構加以求解，上層最小化推估流量與觀察流量之誤差最小，下層求解路段流量之均衡問題。Alibabai 與 Mahmassani^[22] 用轉向流量作為觀測變數，提出以雙層規劃模型為架構之動態旅次起迄推估模式，主要目的在於最小化目標方程式中的權重誤差，使模擬流量與實際流量以及推估 O-D 流量與歷史 O-D 流量之誤差最小。Balakrishna 與 Koutsopoulos^[23] 提出一離線動態旅次起迄推估方法，模式中並無使用指派矩陣，而是利用演進方程式 (transition equations)，捕捉 O-D 流量於空間以及時間上之變化。Zhou 與 Mahmassani^[21] 發展結構式系統狀態空間模式，系統化地整合 O-D 分布資訊。Etemadnia 與 Abdelghany^[24] 發展 O-D 流量分布演算求解法求解動態 O-D 流量，主要目的為讓路段流量與 O-D 流量之關係式簡化，此法主要將路網分成若干子路網，獨立求解各子路網之 O-D 流量，將子路網 O-D 流量整合成完整研究範圍之 O-D 表。

彙整上述之文獻，一般而言，在架構上大多數動態旅次起迄，主要利用依時性路段流量與歷史 O-D 流量建立指派矩陣，進而推估 O-D 流量，如：Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]、Okutani 與 Stephanedes^[6]、胡守任^[8]、陳齊邦^[9]、Zhou 與 Mahmassani^[21]、Alibabai 與 Mahmassani^[22] 等；也有文獻不考慮指派矩陣，如：Balakrishna 與 Koutsopoulos^[23]；或推估 O-D 比率，如：Chang 與 Tao^[5]、Chang 與 Wu^[12]、卓訓榮^[13]。方法上主要包括最小平方方法，如：Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]、Sherali 與 Park^[19]；雙層規劃方法，如：Alibabai 與 Mahmassani^[22]、Tavana^[20] 以及卡門濾波法，如：Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]、Chang 與 Tao^[5]、Okutani 與 Stephanedes^[6]、胡守任^[8]、陳齊邦^[9]、Chang 與 Wu^[12]

卓訓榮^[13]、Kang 等人^[17]等。路網運用上，大多以高速公路或小型都市化路網為主。本研究採用卡門濾波法，運用於小路網、市區號誌化路網以及高速公路與市區道路並存之三路網進行數值實驗。

三、系統架構

3.1 O-D 推估與預測系統架構

Ashok 與 Ben-Akiva^[10]指出，使用差值 (deviation) 進行推估，能使推估之 O-D 流量更精確且接近於常態。根據 Ashok^[2]研究，使用差值之優點包括：依時性相關交通參數 (如：路段車流量、O-D 流量等)，利用平均數減去每一時間點產生之差值具正、負之分，相較於正值較趨於平均數為 0 之常態分布，且利於卡門濾波模式之應用。故本研究採用差值之作法，所謂的差值在系統狀態參數 O-D 流量方面，指的就是將推估當日 O-D 流量與歷史平均 O-D 流量 (一般多使用數天的歷史 O-D 流量平均值) 相減。因此模式中包括數天歷史 O-D 流量與歷史路段流量，再結合動態交通指派模式以程式擷取指派矩陣，經由卡門濾波量測方程式與演進方程式之過程，更新 O-D 預測值。

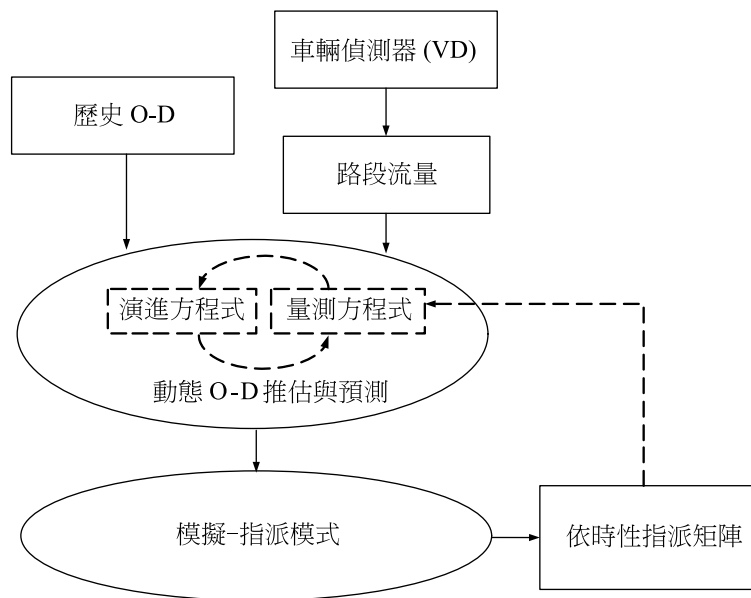


圖 1 O-D 推估與預測模式系統架構圖

3.2 卡門濾波模式

卡門濾波模式中，最主要的二個組成部分分別為：系統狀態方程式 (system state equation) 如：式 (2)，以及量測方程式 (measurement equation)，如：式 (3)。系統狀態方程式，主要說明系統內狀態變數自我迴歸演進的關係，一般多假設為自我迴歸模式 (autoregressive model, AR)。各模式所使用迴歸階數皆有所不同，無明確規範何種迴歸階數最佳，本系統之模式採自我迴歸二階 (AR = 2)，亦即當時段之 O-D 流量，係與前兩時段之 O-D 流量有關。量測方程式描述觀測的實際流量值與系統狀態變數 O-D 流量之相互關係。卡門濾波系統架構，在於給定 h 時段之系統狀態偏差值 $\hat{\chi}_{h|h}$ ，透過係數矩陣 Φ_h ，預測 $h+1$ 時段的系統狀態偏差值 $\hat{\chi}_{h+1|h}$ ，再經由指派矩陣推估 $h+1$ 時段的路段流量偏差值 \hat{Y}_{h+1} ，透過卡門增益項將 \hat{Y}_{h+1} 做增益動作，最後則配合 $\hat{\chi}_{h+1|h}$ 值進行 $h+1$ 時段的系統狀態更新 $\hat{\chi}_{h+1|h+1}$ ，卡門濾波系統關係圖如圖 2 所示。

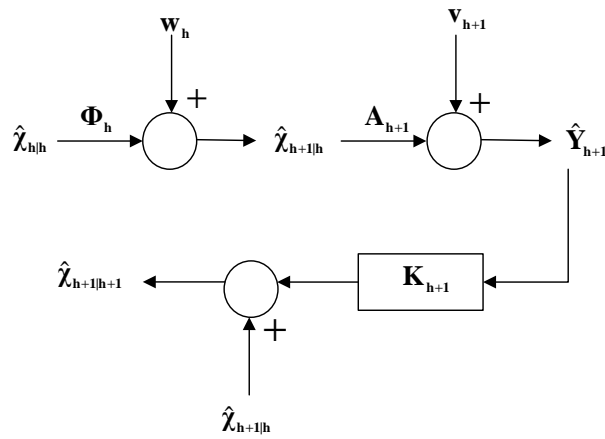


圖 2 卡門濾波系統基本關係圖

依據上圖所示，其動態數學模式如下：

$$\hat{\chi}_{h+1|h} = \Phi_h \times \hat{\chi}_{h|h} + w_h \quad (2)$$

$$\hat{Y}_{h+1} = A_{h+1} \times \hat{\chi}_{h+1|h} + v_{h+1} \quad (3)$$

上述模式之基本假設為：

w_h 、 v_h 皆屬白噪音 (white noise)。

$$E[w_h, w_l] = 0$$

$$E[v_h, v_l] = 0$$

w_h 、 v_h 皆為以零為平均數，固定變異數矩陣之常態隨機變數。

$$E[w_h] = 0 \quad E[v_h] = 0$$

w_h 、 v_h 為彼此獨立之隨機變數。

$$E[w_h, v_l] = E[w_h]E[v_l] = 0$$

系統狀態初始值 x_0 為已知平均數與固定變異數矩陣之常態隨機變數。

$$E[x_0] = \bar{x}_0$$

$$E[(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T] = P_0$$

其中，

$\hat{x}_{h+1|h}$: 由時段 h 推向時段 $h+1$ ，系統狀態值與歷史系統狀態平均值之推估差值；

A_{h+1} : 時段 $h+1$ 之指派矩陣；

v_{h+1} 、 v_{l+1} : 時段 $h+1$ 、 $l+1$ 之量測方程式誤差項；

\hat{Y}_{h+1} : $h+1$ 時段路段流量推估差值；

Φ_h : 時段 h 之係數矩陣；

w_h 、 w_l : 時段 h 、 l 之系統狀態方程式誤差項；

x_0 : 系統狀態初始值；

\bar{x}_0 、 P_0 : 系統狀態初始值 x_0 之平均數與變異數；

K_{h+1} : 時段 $h+1$ 之卡門增益項。

3.3 O-D 推估與預測模式

本研究所進行之 O-D 推估與預測流程說明如以下各小節。

3.3.1 O-D 推估流程

本研究之 O-D 推估與預測演算法主要分為七大步驟，每個步驟皆可獨立運算，與 MySQL 資料庫實作與相關程式運算，將於後續 4.1 節進行說明。動態 O-D 推估與預測演算法中，主要包括模式變數之計算以及卡門濾波計算程序，如係數矩陣 Φ 、指派矩陣 A 、誤差共變異矩陣 Q 與 R 。假設交通分區數為 M ，路段數目為 L ，歷史 O-D 流量資料天數為 N 天，每天共有 n 個推估時段，目前所在的時段是 h 時段，以下對於變數定義進行介紹。變數定義如表 1 所示，七大步驟演算法之整體推估與預測流程圖則如圖 3 所示。

表 1 變數定義表

$\bar{\mathbf{x}}_0$	$\bar{\mathbf{x}}_0 = \hat{\mathbf{x}}_{0 0}$ 表系統狀態初始 O-D 流量值
\mathbf{P}_0	$\mathbf{P}_0 = \Sigma_{0 0}$ 表系統狀態初始變異數
$\Sigma_{h+1 h}$	由 h 時段推估至 $h+1$ 時段的系統狀態變異數
$\hat{\chi}_{h+1 h}$	由時段 h 推向時段 $h+1$ ，系統狀態值與歷史系統狀態平均值之推估差值
$\hat{\mathbf{Y}}_{h+1}$	$h+1$ 時段偵測路段流量差值 (deviation)
\mathbf{w}_{h+1}	$h+1$ 時段的演進方程式誤差項； 其中演進誤差共變異陣 $\mathbf{Q}_{h+1} = \mathbf{w}_{rh+1} \mathbf{w}_{rh+1}'$
\mathbf{v}_{h+1}	$h+1$ 時段的量測方程式誤差項； 其中量測誤差共變異陣 $\mathbf{R}_{h+1} = \mathbf{v}_{rh+1} \mathbf{v}_{rh+1}'$
\mathbf{A}_{h+1}	$h+1$ 時段的指派矩陣
\mathbf{K}_{h+1}	$h+1$ 時段的卡門增益項
Φ_h	h 時段的係數矩陣

步驟一：

經由 N 組歷史 O-D 資料產生初始系統狀態資料：平均值 $\bar{\mathbf{x}}_0 = \hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ 與變異數 $\mathbf{P}_0 = \Sigma_{0|0}$ 。

步驟二：

由統計軟體“R”中 AR 模式計算係數矩陣 Φ_h 、誤差共變異矩陣 $\mathbf{Q}_{h+1} = \mathbf{w}_{h+1} \mathbf{w}_{h+1}'$ ，並利用系統演進方程式(4)求解 $\hat{\chi}_{h+1|h}$ 。

$$\hat{\chi}_{h+1|h} = \Phi_h \hat{\chi}_{h|h} \quad (4)$$

步驟三：

由誤差共變異矩陣 \mathbf{Q}_{h+1} 與係數矩陣 Φ_h ，更新系統變異數如式 (5)。

$$\Sigma_{h+1|h} = \Phi_h \Sigma_{h|h} \Phi_h' + \mathbf{Q}_{h+1} \quad (5)$$

步驟四：

結合交通指派模式 DynaTAIWAN，產生指派矩陣 \mathbf{A}_{h+1} ；藉由式 (2)、(3) 計算出誤差項 \mathbf{v}_{h+1} ，進而推得誤差共變異矩陣 $\mathbf{R}_{h+1} = \mathbf{v}_{h+1} \mathbf{v}_{h+1}'$ ，並進行卡門增益項 \mathbf{K}_{h+1} 值的計算，如式 (6)。

$$\mathbf{K}_{h+1} = \Sigma_{h+1|h} \mathbf{A}_{h+1}' (\mathbf{A}_{h+1} \Sigma_{h+1|h} \mathbf{A}_{h+1}' + \mathbf{R}_{h+1})^{-1} \quad (6)$$

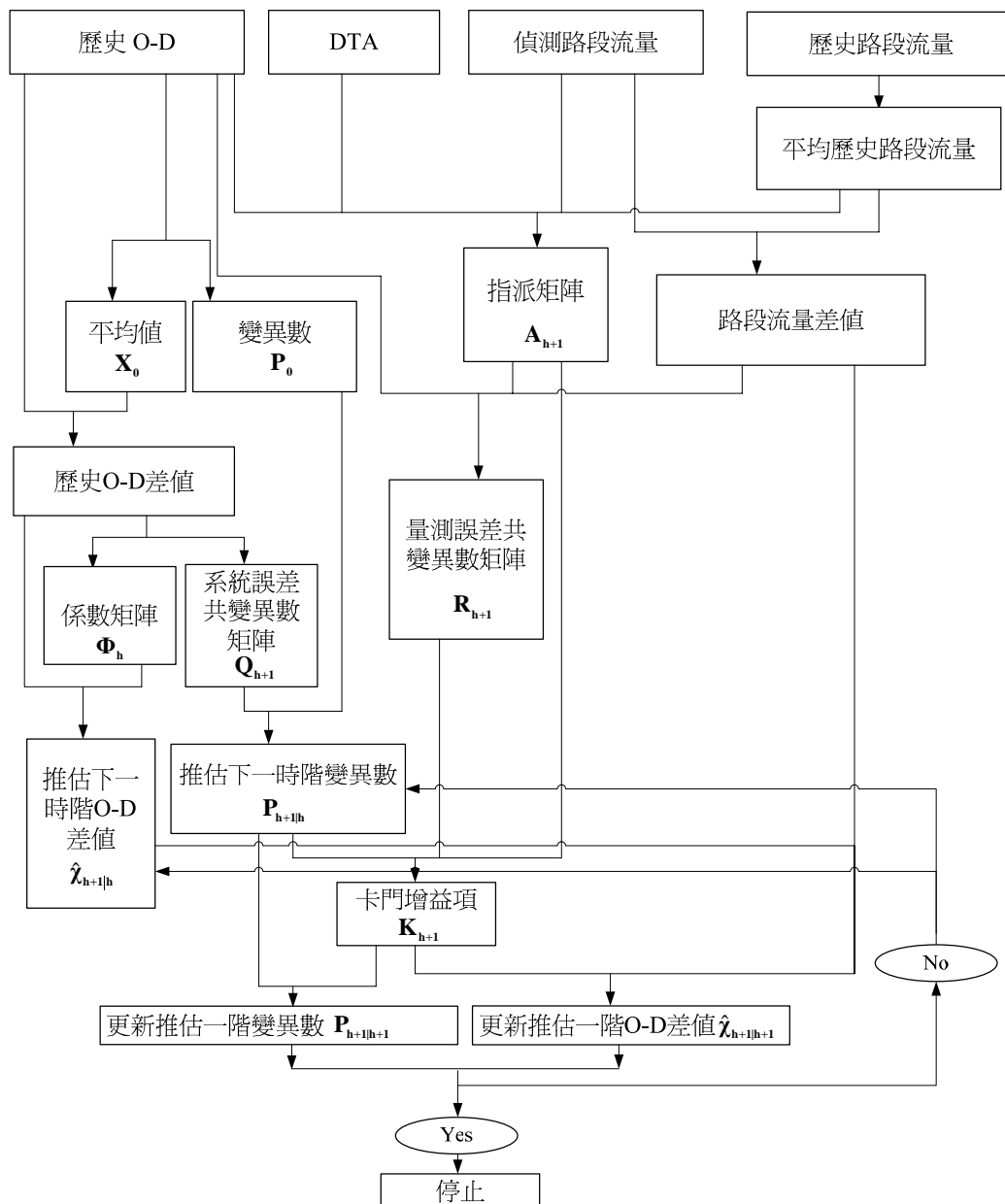


圖 3 O-D 流量推估與預測流程圖

步驟五：

將上述所得之指派矩陣 A_{h+1} 、卡門增益項 K_{h+1} 、系統狀態參數向量 $h+1$ 時段的初始下一時階推估值 $\hat{\lambda}_{h+1|h}$ 與實際之路段流量 \hat{Y}_{h+1} ，進行系統狀態參數向量 $h+1$ 時段的更新。

$$\hat{\chi}_{h+1|h+1} = \hat{\chi}_{h+1|h} + \mathbf{K}_{h+1}(\hat{\mathbf{Y}}_{h+1} - \mathbf{A}_{h+1}\hat{\chi}_{h+1|h}) \quad (7)$$

步驟六：

利用卡門增益項 \mathbf{K}_{h+1} 、指派矩陣 \mathbf{A}_{h+1} 與系統變異數 $\Sigma_{h+1|h}$ ，進行系統變異數再更新。

$$\Sigma_{h+1|h+1} = \Sigma_{h+1|h} - \mathbf{K}_{h+1}\mathbf{A}_{h+1}\Sigma_{h+1|h} \quad (8)$$

步驟七：

重覆以上動作求得系統狀態 O-D 更新，並回到步驟五，至推估時段完全結束則停止。

四、模式應用

本節包括 4 小節，4.1 節為程式開發與實驗之流程；4.2 節進行路網與資料說明、定義實驗設計與推估時段；4.3 節介紹評估準則；4.4 節分析推估結果。

4.1 程式開發與實驗流程

本研究程式開發使用 C++ 程式語言與 MySQL 資料庫，本節分別敘述其內容與實驗流程如下：

1. C++ 程式檔案內容說明：程式檔案內容主要有五個子程式項目，如表 2 所示。

表 2 O-D 模組程式檔案表

檔 名	用 途
DynaTW_OD_Load.cpp	1. OD 推估與預測模組資料載入程式 2. 求解演算法包括：步驟一
DynaTW_OD_FComp.cpp	1. OD 推估與預測模組參數矩陣運算主程式 2. 求解演算法包括：步驟二、三
DynaTW_OD_Init.cpp	1. OD 推估與預測模組初始化程式 2. 求解演算法包括：步驟四
DynaTW_OD.cpp	1. OD 推估與預測主程式 2. 求解演算法包括：步驟五、六
DynaTW_OD_Output.cpp	1. OD 推估與預測模組資料表輸出程式 2. 求解演算法包括：步驟七

2. 模式實驗流程簡述如下；MySQL 介面及係數產生流程如圖 4 所示。

(1) 歷史資料之準備：包括數天歷史 O-D 與路段流量資料，如：8 天。

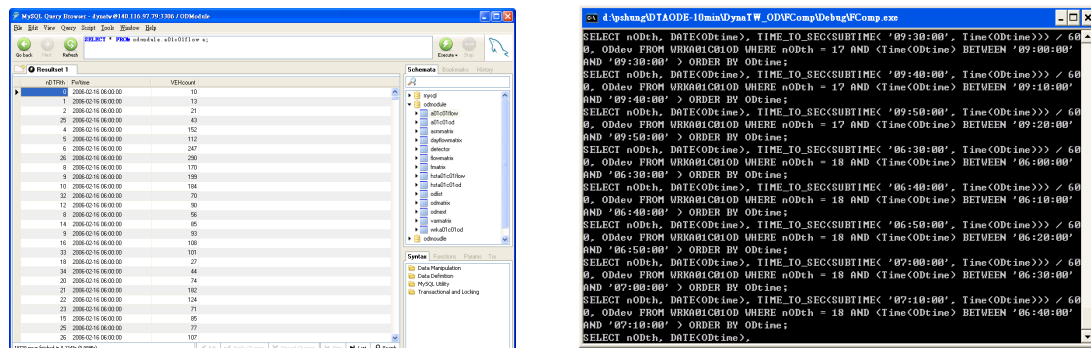


圖 4 MySQL 介面及係數產生流程

- (2) 執行 DynaTW_OD_Load.cpp，功能為清空 O-D 流量與路段流量表格中之數值，並將所有天數之歷史 O-D 流量與路段流量資料，寫入 MySQL 資料庫中。
- (3) 載入偵測器路段編號，將 MySQL 資料庫中的原始路段編號，轉換成偵測器路段編號。
- (4) 產生歷史平均 O-D 流量、路段流量與每日歷史 O-D 之差值 (deviation)。
- (5) 執行 DynaTW_OD_FComp.cpp，產生 Q 與 R 相關係數矩陣。
- (6) 選取某一天歷史 O-D 流量，結合動態交通指派模式產生車輛軌跡檔，並利用程式產生依時性指派矩陣。
- (7) 執行推估與預測之初始化，並載入推估當日偵測器路段流量。
- (8) 執行 DynaTW_OD.cpp，並隨推估時段修改推估時間參數。
- (9) 執行 DynaTW_OD_Output.cpp，並產生下一時階 O-D 流量推估值。

4.2 實驗設計

本節針對實驗設計進行說明；4.2.1 節包括小路網之路網概述與基礎資料；4.2.2 節描述市區號誌化路網之路網概述、資料產生與情境設定；4.2.3 節為市區與高速公路混合 50 節點大路網之基礎項目說明；4.2.4 節定義推估之時段。

4.2.1 小路網

1. 路網概述：小路網為一虛擬路網，主要目的為進行測試模式之初步適用性，其路網為單一起點之路網，如圖 5 所示，共有 8 個節點，7 條節線，包括 1 個起點，4 個迄點。
2. 資料說明：歷史資料一般可分為平常日資料與假日資料；而型態上可分為天資料（如：星期二至星期四），或是月資料（如：1 月中 4 天禮拜四之資料）。本研究使用之 8 天歷史資料，乃基於 2 個月 8 天相同禮拜四之歷史資料。本研究目前假設歷史 O-D 及路段流量資料，可經由運輸規劃調查及交管中心取得，未來可利用實際資料加以驗證。資料之數量，並沒有明確的限制，本研究目前使用歷史資料天數為 8 天，主要為考量接近實際

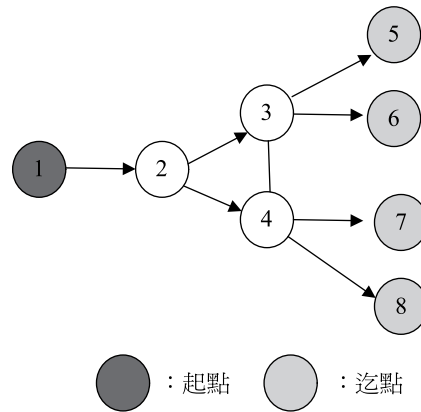


圖 5 小路網圖

資料之取得天數，因目前實際資料數量有限，取得仍不易。歷史資料與預測當日之關係，以天資料而言，是預測下一天、或連續幾天（歷史資料日期以外）之全日（或部分時段）O-D 流量；以月資料而言，是預測下一月（或連續幾月）的某天之全日（或部分時段）O-D 流量。此議題牽涉到幾個問題：(1) 資料獲得；(2) 逐日資料間的相關性。根據 Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]、Chang 與 Tao^[5]、Balakrishna 與 Koutsopoulos^[23] 等相關研究的討論，在歷史資料之使用，並無明確之建議與限制；亦有使用真實與虛擬合併所產生之資料，如 Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[3,10,11]。一星期中，週一和週五的流量型態，可能有異於其他日，週四和週五之旅次起迄型態，亦可能有所差異，在連續幾天的平常日 O-D 推估預測上，可考量排除例假日或週一與週五。平常日與週末 O-D 型態可能有差異，歷史資料若以平常日資料為基礎，可進行推估預測平常日 O-D 矩陣。

本研究於三路網之資料設定主要以上述為原則，分別說明如下：

- (1) 擬真 O-D 表，亂數設定每對 O-D 流量範圍 0 ~ 100。
- (2) 8 天之歷史 O-D 表，為擬真 O-D 表 0.8 ~ 1.2 之乘積。

4.2.2 市區號誌化路網

1. 路網概述：市區號誌化路網如圖 6 所示，共有 12 個節點，包括 3 個起點：節點 1、2、3，以及 3 個迄點：節點 10、11、12。
2. 資料說明：
 - (1) 擬真 O-D 表，設定每對 O-D 流量範圍 10 ~ 75。
 - (2) 8 天之歷史 O-D 表，為擬真 O-D 表 0.8 ~ 1.2 之乘積。

4.2.3 市區與高速公路混合 50 節點大路網

1. 路網概述：市區與高速公路混合 50 節點大路網如圖 7 所示，共有 50 個節點，包括三個

起點：節點 1、44、6，以及 3 個迄點：節點 25、30、37。

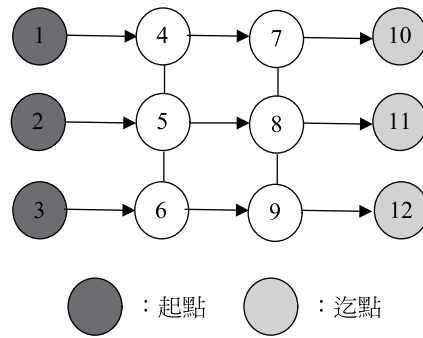


圖 6 號誌化路口都市路網圖

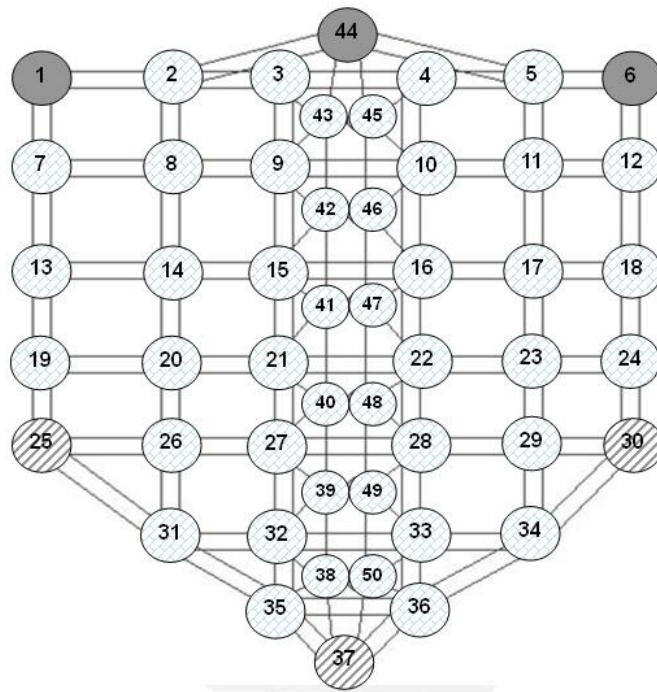


圖 7 市區與高速公路混合 50 節點大路網

2. 資料說明：

- (1) 擬真 O-D 表，亂數設定每對 O-D 流量範圍 0 ~ 500。
- (2) 8 天之歷史 O-D 表，為擬真 O-D 表 0.8 ~ 1.2 之乘積。

4.2.4 推估時段說明

由於目前並無文獻建議動態 O-D 推估之時段 (time interval)，且一般路網之推估時段大多介於 5 ~ 15 分鐘，因此本研究於小路網與市區號誌化路網每一時段為 5 分鐘，市區與高速公路混合 50 節點大路網時段則包括 5、10 與 15 分鐘。推估時段數於小路網與市區號誌化路網為 3 個時段數，50 節點大路網則為 3 與 6 個時段數之分析。

4.3 評估準則

本研究採用均方根誤差 (root mean square error, RMSE) 與卡方檢定 (Chi-square test)，作為評估動態 O-D 推估與預測模式之準則。

$$RMSE = \left[\sum_{n=1}^N \frac{(\hat{x}_n - x_n)^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

\hat{x}_n ：第 n 時段推估之值；

x_n ：第 n 時段擬真之值；

N ：時段總數。

$$\chi^2 = \sum_{n=1}^N \frac{(\hat{x}_n - x_n)^2}{\hat{x}_n} \quad (10)$$

\hat{x}_n ：第 n 時段推估之值；

x_n ：第 n 時段擬真之值；

N ：時段總數；

α ：顯著水準；

v ：自由度。

4.4 實驗結果

模式應用結果包括小路網、市區號誌化路網、混合 50 節點路網與時間區段敏感度分析之推估結果。

4.4.1 模式應用於小路網之結果

本節小路網之應用為指派模式應用之基礎，模式於小路網推估之 RMSE 及卡方值結果如表 2 所示；小路網第三時段各 O-D 對推估值與擬真值分布圖如圖 8 所示； $b_{l,7}$ 、 $b_{l,8}$ 依時性 O-D 流量分布圖如圖 9、10 所示 ($b_{i,j}$ 為起迄對 i,j 之流量)。

表 2 模式應用於小路網之 RMSE 及卡方值結果

	RMSE	χ^2
$b_{1,5}$	1.465	0.193
$b_{1,6}$	1.763	0.240
$b_{1,7}$	0.503	0.050
$b_{1,8}$	0.872	0.096

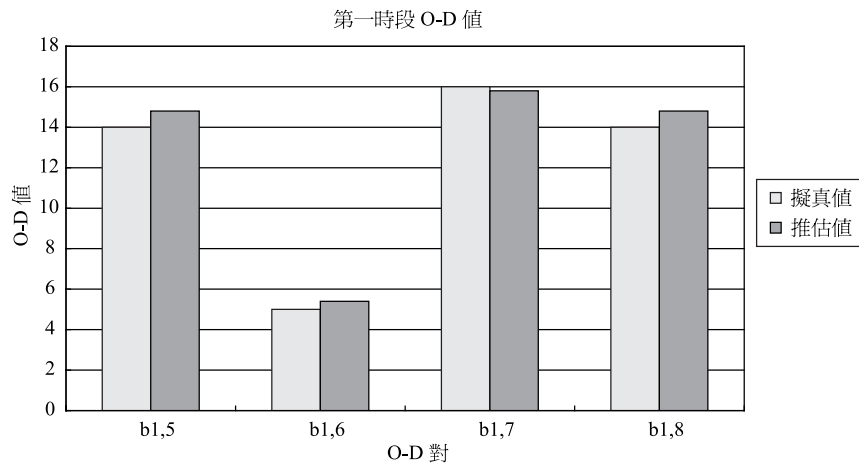


圖 8 小路網第一時段各 O-D 對分布圖

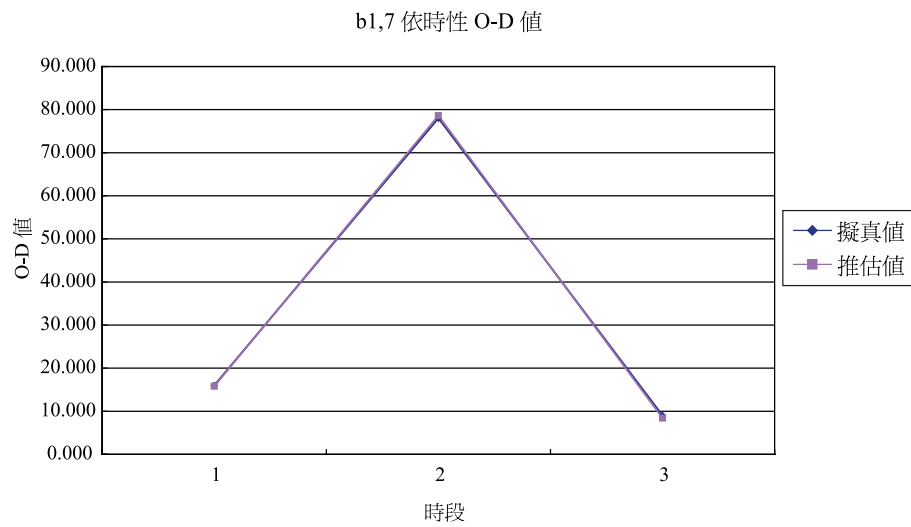
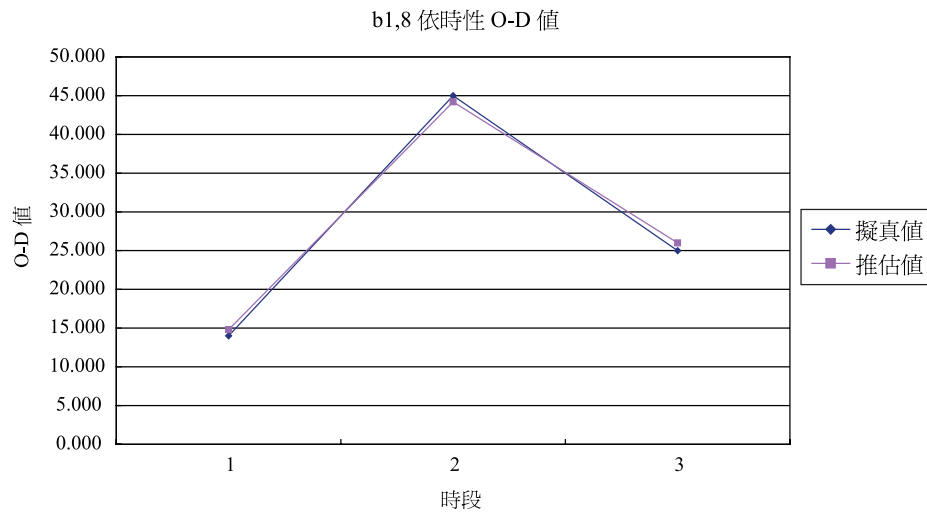


圖 9 $b_{1,7}$ 依時性 O-D 流量分布圖

圖 10 $b_{1,8}$ 依時性 O-D 流量分布圖

由上表結果顯示，指派模式於小路網中有良好之推估結果，RMSE 值皆小於 2，且 χ^2 皆小於 $\chi^2_{0.95,2} = 5.9915$ (α 為 0.05，自由度 2)，表示推估值與實際值無顯著差異存在，推估結果佳。

4.4.2 模式應用於市區號誌化路網之結果

模式於市區號誌化路網推估之 RMSE 及卡方值結果如表 3 所示，市區號誌化路網第三時段各 O-D 對推估值與擬真值分布圖如圖 11 所示； $b_{1,10}$ 、 $b_{1,11}$ 依時性 O-D 流量分布圖如圖 12、13 所示。

表 3 模式應用於市區號誌化路網推估之 RMSE、 χ^2 結果 χ^2

	RMSE	χ^2
$b_{1,10}$	1.155	0.095
$b_{1,11}$	1.291	0.137
$b_{1,12}$	1.000	0.063
$b_{2,10}$	1.826	0.224
$b_{2,11}$	3.109	0.639
$b_{2,12}$	2.160	0.309
$b_{3,10}$	2.160	0.333
$b_{3,11}$	2.160	0.346
$b_{3,12}$	1.291	0.111

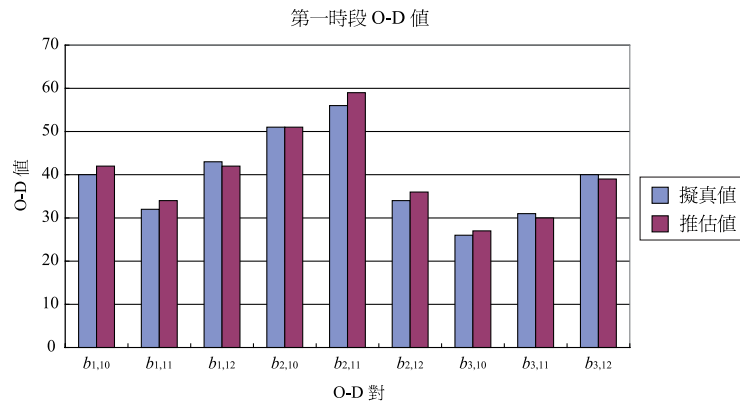


圖 11 市區號誌化路網第三時段各 O-D 對分布圖

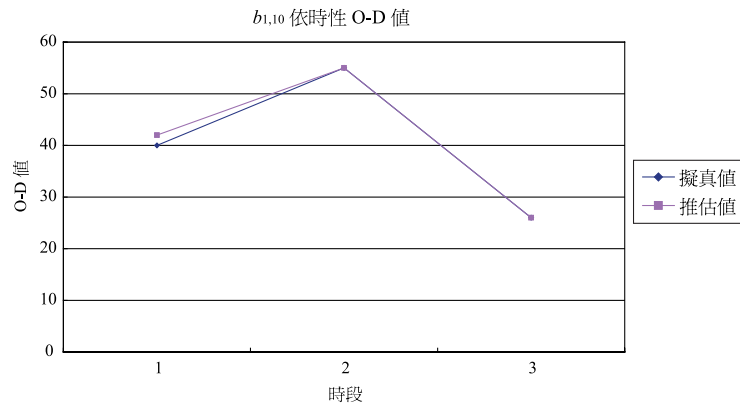


圖 12 $b_{1,10}$ 依時性 O-D 流量分布圖

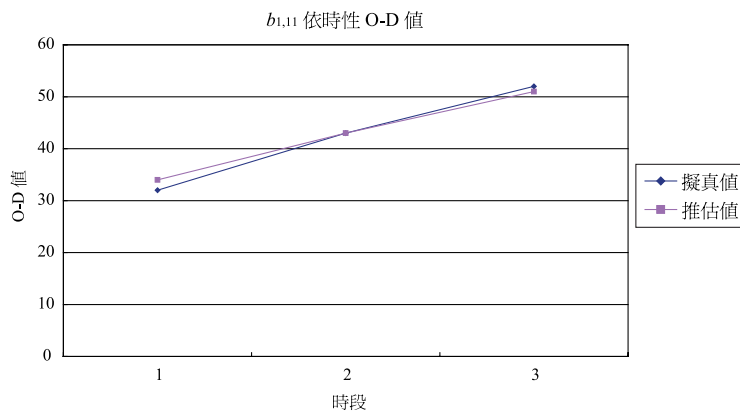


圖 13 $b_{1,11}$ 依時性 O-D 流量分布圖

由上表結果顯示，指派模式於市區號誌化路網中有不錯之推估結果，RMSE 值皆小於 4，且 χ^2 皆小於 $\chi^2_{0.95,2} = 5.9915$ (α 為 0.05，自由度 2)，表示推估值與實際值無顯著差異存在，推估結果佳。

4.4.3 模式應用於市區號誌化路網敏感度分析—不同偵測器數量

本研究設定市區號誌化路網中兩種不同偵測器數量，分別為 12 座以及 3 座（放置於路段編號 1→4，2→5，3→6），12 座偵測器占路網總路段數約 70%，3 座偵測器占路網總路段數約 20%；模式於市區號誌化路網不同偵測器數量推估之 RMSE 及卡方值結果如表 4 所示。

表 4 模式於市區號誌化路網不同偵測器數量敏感度分析結果

O-D	70%_RMSE	70%_ χ^2	20%_RMSE	20%_ χ^2
$b_{1,25}$	1.155	0.095	1.166	0.097
$b_{1,30}$	1.291	0.137	1.507	0.190
$b_{1,37}$	1.000	0.063	2.468	0.418
$b_{6,25}$	1.826	0.224	1.998	0.267
$b_{6,30}$	3.109	0.639	3.176	0.659
$b_{6,37}$	2.160	0.309	2.190	0.328
$b_{44,25}$	2.160	0.333	2.083	0.320
$b_{44,30}$	2.160	0.346	2.386	0.415
$b_{44,37}$	1.291	0.111	1.363	0.128
average	1.759	—	2.038	—

由上表結果顯示，模式於市區號誌化路網敏感度分析中，偵測器數量對於推估之精確性有影響，路網中 20%偵測器約比路網中 70%偵測器誤差多出 16%，顯示愈多偵測器，推估愈精確。

4.4.4 模式應用於混合 50 節點路網結果

模式於市區號誌化路網推估之 RMSE 及卡方值結果如表 5 所示，第三時段推估值與擬真值分布圖如圖 14 所示； $b_{6,25}$ 、 $b_{6,30}$ 依時性 O-D 流量分布圖如圖 15、16 所示。

由表 5 結果顯示，指派模式於市區與高速公路混合 50 節點路網中，有不錯之推估結果，RMSE 值皆小於 17，且 χ^2 皆小於 $\chi^2_{0.95,2} = 5.9915$ (α 為 0.05，自由度 2)，表示推估值與實際值無顯著差異存在，推估結果佳。

表 5 指派模式應用於混合 50 節點路網推估之 RMSE、 χ^2 結果

O-D	RMSE	χ^2
$b_{1,25}$	16.024	3.299
$b_{1,30}$	4.063	0.231
$b_{1,37}$	12.171	2.039
$b_{6,25}$	11.430	2.192
$b_{6,30}$	7.607	1.741
$b_{6,37}$	16.735	5.004
$b_{44,25}$	11.095	1.440
$b_{44,30}$	4.726	0.380
$b_{44,37}$	5.015	0.940

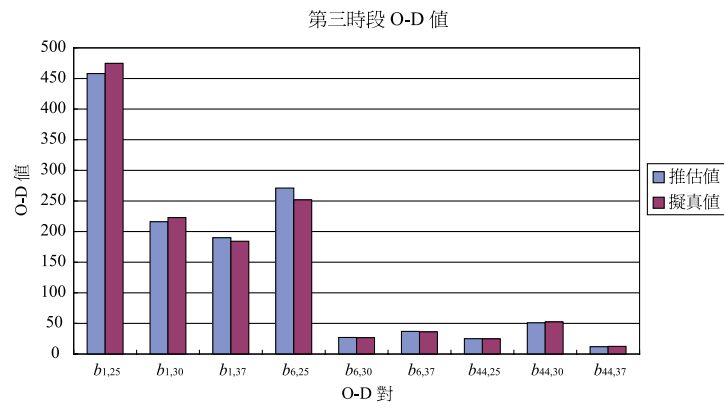


圖 14 市區與高速公路混合 50 節點大路網第三時段各 O-D 對分布圖

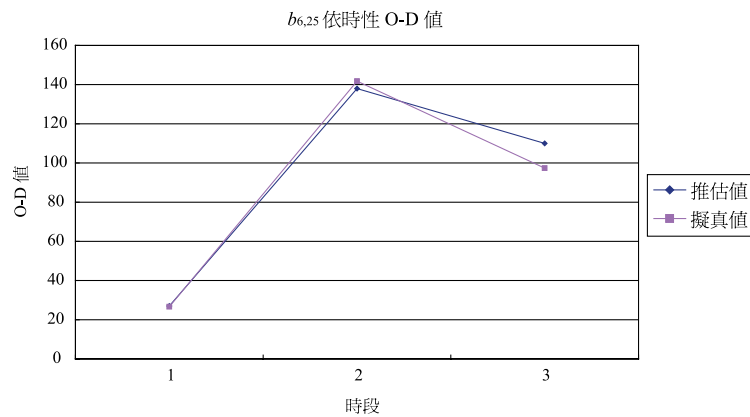
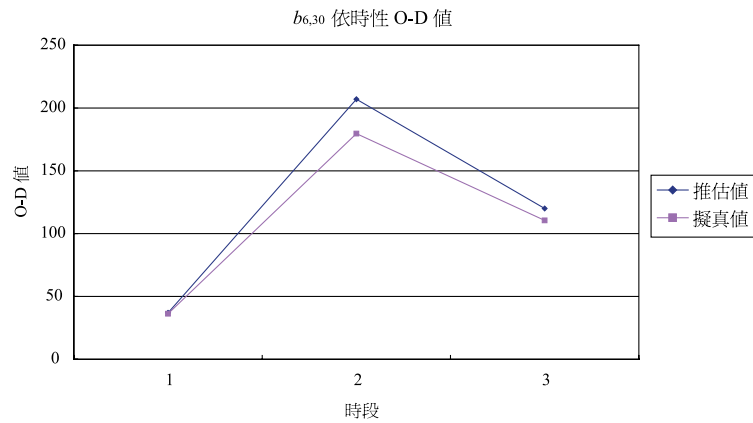


圖 15 $b_{6,25}$ 依時性 O-D 流量分布圖

圖 16 $b_{6,30}$ 依時性 O-D 流量分布圖

4.4.5 模式應用於混合 50 節點路網敏感度分析—不同時間區段對於推估之影響

下表 6 為指派模式不同時間區段於混合 50 節點路網敏感度分析結果， N 表時間區段長度（分鐘）。

表 6 模式於混合 50 節點路網不同時間區段敏感度分析結果

O-D	N=5_RMSE	χ^2	N=10_RMSE	χ^2	N=15_RMSE	χ^2
$b_{1,25}$	4.011	1.351	5.996	1.066	6.112	0.844
$b_{1,30}$	2.470	1.062	6.726	1.350	8.997	1.262
$b_{1,37}$	1.749	0.283	4.449	0.467	10.598	1.416
$b_{6,25}$	5.690	1.644	13.534	2.117	23.374	6.171
$b_{6,30}$	7.074	2.357	5.408	0.612	20.951	2.606
$b_{6,37}$	3.672	1.679	10.382	1.887	7.689	0.928
$b_{44,25}$	7.207	3.494	7.055	2.688	6.609	0.363
$b_{44,30}$	1.967	0.482	4.095	0.362	5.357	0.353
$b_{44,37}$	6.694	3.591	2.872	0.299	9.297	0.970
average	4.504	—	6.724	—	10.998	—

經由結果顯示，當時間區段愈大，其 RMSE 值會較大，推論本模式於路網中時間區段愈短愈精確。卡方檢定顯示，時間區段 5 分鐘下，各時段 χ^2 值皆小於 $\chi^2_{0.95,11} = 19.6752$ (α 為 0.05，自由度 11)；時間區段 10 分鐘下，各時段 χ^2 值皆小於 $\chi^2_{0.95,5} = 11.0705$ (α 為 0.05，自由度 5)；時間區段 15 分鐘下，各時段 χ^2 值皆小於 $\chi^2_{0.95,3} = 7.8147$ (α 為 0.05，自由度 3)，

表示推估值與實際值無顯著差異存在，推估結果佳。

4.4.6 模式應用於混合 50 節點路網敏感度分析—不同 O-D 量對於推估之影響

模式於混合 50 節點路網 O-D 量多寡之敏感度分析基本資料如表 7 所示，O-D 量多寡推估之 RMSE 值如表 8 所示；需求倍數 2 下 $b_{1,25}$ 依時性 O-D 流量分布圖如圖 17 所示。

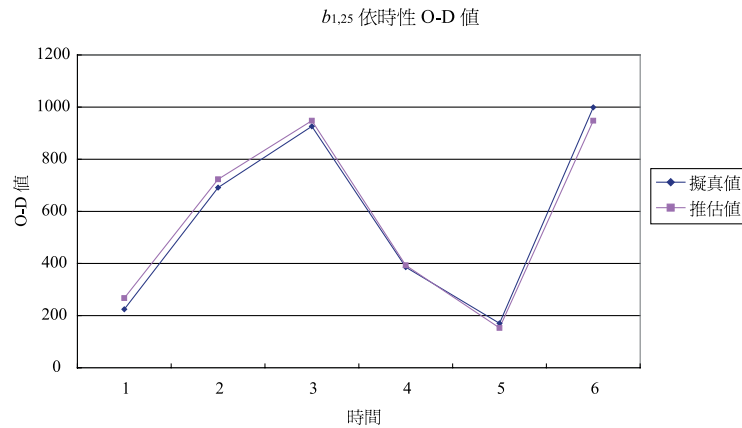
由結果顯示， χ^2 檢定中有 6 對 O-D 對小於 $\chi^2_{0.95,5} = 11.0705$ (α 為 0.05，自由度 5)，表示推估值與實際值無顯著差異存在，推估結果佳；而有 3 對大於臨界值，表示推估值與實際值有差異。然根據 Ashok^[2]、Ashok 與 Ben-Akiva^[10] 指出，平均 RMSE 值於一般流量 (Flows ≥ 100) 時約為 10 以內，高流量 (Flows ≥ 150) 時約為 45 以內。本研究需求倍數 1 ($0 \leq \text{Flows} \leq 500$) 時平均 RMSE 值約為 7，需求倍數 2 ($0 \leq \text{Flows} \leq 1000$) 時平均 RMSE 值約為 26，為合理之預測。

表 7 O-D 量多寡之敏感度分析基本資料

	O-D 需求倍數 1	O-D 需求倍數 2
模擬總車輛數	9,665	28,995
平均旅行時間 (min/veh)	8.13	39.54
平均停等時間 (min/veh)	2.27	9.30

表 8 混合 50 節點路網 O-D 量多寡敏感度分析之 RMSE 結果

O-D	O-D 需求倍數 1_RMSE	χ^2	O-D 需求倍數 2_RMSE	χ^2
$b_{1,25}$	5.996	1.066	32.257	14.539
$b_{1,30}$	6.726	1.350	33.728	15.803
$b_{1,37}$	4.449	0.467	8.147	1.696
$b_{6,25}$	13.534	2.117	17.223	4.204
$b_{6,30}$	5.408	0.612	48.131	15.560
$b_{6,37}$	10.382	1.887	25.635	7.052
$b_{44,25}$	7.055	2.688	22.280	5.648
$b_{44,30}$	4.095	0.362	29.310	8.967
$b_{44,37}$	2.872	0.299	10.414	1.455
average	6.724	—	25.236	—

圖 17 O-D 需求倍數 3 下 $b_{1,25}$ 依時性 O-D 流量分布圖

五、結論與建議

本模式主要貢獻包括：(1) 依時性指派矩陣採結合動態交通指派模式 DynaTAIWAN 以程式擷取；(2) 整合 C++ 與統計軟體 “R”，建構 ARIMA 模式，應用於係數矩陣與誤差共變異數矩陣等之計算；(3) 使用 MySQL-4.1.20-win32 資料庫進行資料整理與儲存，增加整體效率。

動態 O-D 推估與預測之程序分解成七大步驟，未來可逐步改善過程之精確度與效率。應用上，經由小路網、市區號誌化路網與市區與高速公路 50 節點混合路網結果顯示，本研究之 O-D 推估模組之模式運用上，有良好之推估能力，而隨著路網規模愈大、車輛數的增加以及偵測器之減少，其推估誤差相對會變大。

由於國內動態旅次資料蒐集不易，本研究主要透過車流模擬軟體進行資料之應用，建議未來可嘗試以實際路網與實際資料進行模式之驗證。在動態旅次推估議題中，偵測器之選擇乃重要之議題，路段上偵測器若皆故障或無偵測器數據，則對於依賴路段流量的動態旅次起迄推估模式，可能造成推估結果誤差較大之情形，建議未來在成本有限情況下，可針對偵測器擺放位置及數量等相關議題，進行進一步探討。混合車流為臺灣地區之交通特性，然目前路段偵測器資料並不完備，混合車流流量資料不易搜集（如：機車流量資料），建議未來若獲得機車流量資料，可利用真實機車流量資料進行機車 O-D 流量之推估。現今動態旅次起迄推估模式眾多，使用方法亦不同，建議未來可針對不同推估模式，進一步比較其差異。由於資訊發展快速，車輛配置車機、高速公路開辦電子收費系統等作法已逐步實施，這些作法皆可獲得駕駛人在高速公路之進入點與離開點資料，而市區道路上若能獲得市區平面車流等資料，建議可嘗試結合上述資料，進行一般路網下之 O-D 流量推估。利用實際之偵測設備資料進行模式之驗證，為未來一項重要之議題，後續研究主要著重於

動態旅次起迄推估之實證研究，以實際偵測器流量資料進行即時動態旅次起迄推估與預測。

參考文獻

1. 凌瑞賢，「運輸規劃原理與實務」，鼎漢國際工程顧問股份有限公司，2001 年。
2. Ashok, K., "Estimation and Prediction of Time-Dependent Original-Destination Flows", Ph.D. dissertation, Center of Transportation Studies, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1996.
3. Ashok, K. and Ben-Akiva, M., "Dynamic Origin-Destination Matrix Estimation and Prediction for Real-Time Traffic Management Systems", *Transportation and Traffic Theory*, Vol. 25B, No. 1, 1993, pp. 465.
4. Kalman, R. E. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *Transaction of the ASME-Journal of Basic Engineering*, 1960, pp. 35-45.
5. Chang, G. L. and Tao, X., "An Integrated Model for Estimating Time-Varying Network Origin-Destination Distribution", *Transportation Research A*, Vol. 33, No. 2, 1999, pp. 381-399.
6. Okutani, I. and Stephanedes, Y. J., "Dynamic Prediction of Traffic Volume through Kalman Filtering Theory", *Transportation Research Part B*, Vol. 18, No. 1, 1984, pp. 1-11.
7. Van Der Zijpp, N. J. and De Romph, E., "A Dynamic Traffic Forecasting Application on the Amsterdam Beltway", *International Journal of Forecasting*, Vol. 13, 1997, pp. 87-103.
8. 胡守任，「智慧型運輸系統基礎理論系列研究（一）—濾波理論 (Filtering Theory) 應用於流量倒推旅次起迄量 (O-D) 及車流密度之推估」，交通部運輸研究所委託專案研究報告，民國九十年。
9. 陳齊邦，「高速公路動態旅行時間與旅次起迄推估之研究」，淡江大學運輸管理學系運輸科學所碩士論文，民國九十三年。
10. Ashok, K. and Ben-Akiva, M., "Alternative Approaches for Real-Time Estimation and Prediction of Time-Dependent Original-Destination Flows", *Transportation Science*, Vol. 34, No. 1, 2000, pp. 21-36.
11. Ashok, K. and Ben-Akiva, M., "Estimation and Prediction of Time-Dependent Origin-Destination Flows with a Stochastic Mapping to Path Flows and Link Flows", *Transportation Science*, Vol. 36, No. 2, 2002, pp. 184-198.
12. Chang, G. L. and Wu, J., "Recursive Estimation of Time-Varying O-D Flows from Traffic Counts in Freeway Corridors", *Transportation Research B*, Vol. 28, No. 2, 1994, pp. 141-160.
13. 卓訓榮、曾國雄、周幼珍、江勁毅，「動態流量推估動態 O-D 方法之研究」，*運輸計劃季刊*，第二十六卷，第四期，民國八十六年，頁 615-638。
14. Bell, M. G. H., "The Estimation of Origin-Destination Matrices by Constrained Generalised Least Squares", *Transportation Research B*, Vol. 25, 1991, pp. 13-22.

15. Cascetta, E., D., Inaudi, and Marquis, G., “Dynamic Estimator of Origin-Destination Matrices Using Traffic Counts”, *Transportation Science*, Vol. 27, 1993, pp. 363-373.
16. Xu, W. and Chan, Y., “Estimating an Origin-Destination Matrix with Fuzzy Weights”, *Transportation Planning and Technology*, Vol. 17, 1993, pp. 145-163.
17. Kang, Y., “Estimation and Prediction of Dynamic Origin-Destination Demand and System Consistency for Real-Time Dynamic Traffic Assignment”, Ph.D. dissertation, University of Texas at Austin, 1999.
18. Dixon, P. and Rilett L., “Real-Time Origin-Destination Estimation Using Automatic Vehicle Identification Data”, Transportation Research Board CD-ROM, National Research Council, Washington, D.C., 2000.
19. Sherali, H. and Park, T., “Estimation of Dynamic Origin-Destination Trip Tables for a General Network”, *Transportation Research B*, Vol. 35, 2001, pp. 217-235.
20. Tavana, H., “Internally-Consistent Estimation of Dynamic Network Origin-Destination Flows from Intelligent Transportation Systems Data Using Bi-Level Optimization”, Ph.D. dissertation, the University of Texas at Austin, 2001.
21. Zhou, X. S., Erdoğan, S., and Mahmassani, H., “Dynamic Origin Destination Trip Demand Estimation for Subarea Analysis”, *Transportation Research Record 1964*, 2006, pp. 176-184.
22. Alibabai, H. and Mahmassani, H. S., “Dynamic Origin-Destination Demand Estimation Using Turning Movement Counts”, *Journal of the Transportation Research Board*, No. 2085, 2008, pp. 39-48.
23. Balakrishna, R. and Koutsopoulos, H. N., “Incorporating Within-Day Transitions in Simultaneous Estimation of Dynamic Origin-Destination Flows without Assignment Matrices”, *Journal of the Transportation Research Board*, No. 2085, 2008, pp. 31-38.
24. Etemadnia, H. and Abdelghany, K., “A Distributed Approach for Dynamic Origin Destination Demand Estimation”, Transportation Research Board CD-ROM, National Research Council, Washington, D.C., 2009.

