

複合運輸貨櫃裝載問題之研究

A STUDY OF THE INTERMODAL CONTAINER LOADING PROBLEM

林東盈 Dung-Ying Lin¹

孔昱傑 Yu-Jie Kong²

(111 年 3 月 8 日收稿，111 年 6 月 8 日第一次修正稿，111 年 6 月 13 日接受)

摘 要

在大型船舶的時代，貨輪靠港後為使貨櫃能快速由擁擠的碼頭疏散，鐵路為許多港口之重要運輸方式，於國際許多重要港口，此類型海運與軌道複合運輸 (intermodal) 之裝載貨櫃列車由雙層貨櫃平車 (well car) 組成，充分利用平車上的空間方能裝載越多貨櫃，成為解決碼頭壅塞問題的關鍵因素，於疫情期間，有效率解決此問題更成為解決塞港問題之重點；此外，為了有效率地利用列車，實務上亦希望能夠用最少的雙層貨櫃平車組成列車達成目標。此問題實務上多依照經驗法則裝載貨櫃、組成列車，為了解決此問題，本研究將此複合運輸貨櫃裝載問題構建為整數規劃問題，期能最大化列車的空間利用率與最小化雙層貨櫃平車的使用數量，並利用商用最佳化軟體求解，實證結果顯示本研究提出之數學模式能於 120 秒內求解實務規模問題，並針對不同參數進行敏感度分析，進而找出對數學模式求解效率影響較大之參數 (例如：目的地數量、平車數目、空櫃造成之載重平衡等)，研究成果可供相關單位參考。

關鍵詞： 整數規劃；國際貨物運輸；貨櫃裝載；雙層貨櫃平車；港埠營運管理

-
1. 國立清華大學工業工程與工程管理學系教授 (聯絡地址：300044 新竹市光復路二段 101 號，電話：03-5742694，E-mail：dylin@ie.nthu.edu.tw)。
 2. 國立清華大學工業工程與工程管理學系研究所碩士生。

ABSTRACT

In international freight transport, the intermodal transfer of maritime and railway transportation is the primary approach to evacuate the large volume of containers delivered in mega ships in many important ports around the world. In this kind of intermodal transportation, the efficient loading of containers to railway trains becomes a critical and challenge task, especially during pandemic period. In this research, we investigate the container loading problem in such intermodal transport and propose an integer programming formulation to make up the shortfall in conventional manual approach. The proposed formulation is solved by a commercial optimization package. The result of experiments show that the proposed formulation can solve problems of realistic size within reasonable computation time. In addition, the sensitivity analysis identifies the critical parameters that have greater impact on the solution efficiency when solving the proposed formulation. The results can be spread among respective stakeholders to draw their attention to this critical problem and their possible exploitation.

Key Words : *integer programming; international freight transport; containers loading; double-stack rail well car; port operation*

一、前言

根據 UN Conference on Trade and Development (UNCTAD) 統計,全球超過 70%的交易量是由海運運輸,在此船舶大型化的時代,每當船舶靠港會於短時間內卸下大量的貨櫃,造成港口營運之挑戰,對港口營運者而言,如何有效疏散貨櫃、降低其滯留於港口的時間,避免造成港口壅塞的情形為重要課題,近期再加上疫情之衝擊,導致全球貨運量增加,更加重港口營運之負擔;為了有效管理大幅增加之海運運輸,過去有許多研究探討海運貨櫃管理策略(例如: Song 等人^[1]、Lin 等人^[2]、Wang 與 Wang^[3]等)。

由於節能減碳之需求,海運相關領域研究發展多種節能減碳之方式,包含使用替代能源、設定排放標準、航速優化以及使用岸電等(相關研究可參考: Fagerholt 與 Psaraftis^[4], Park 等人^[5]與 Qi 等人^[6]等),而鐵路運輸亦逐漸被視為環保且必要的可能手段之一,若鐵路轉運站點設置於海運港口附近,則常與海運形成聯運(intermodal transportation),此可視為海運業降低碳足跡之重要一環(Ng^[7]);實務上許多國家(例如:美國)海運貨櫃靠港之後,與鐵路形成之複合運輸為主要的港口貨櫃疏運模式,美國更形成陸橋(land bridge)之經常性海運與鐵路之聯運模式,此類型之複合運輸貨櫃在從船上卸下後應盡快離開港口,由於港口的長期成本是貨物吞吐量的函數(Talley 與 Ng^[8]),因此縮短貨櫃滯留在港口的時間也能使港口營運的成本降低。

上述海運與軌道複合運輸之裝載貨櫃列車由雙層貨櫃平車(well car)組成,故充分利

用平車上的空間方能裝載越多貨櫃，成為解決碼頭壅塞問題的關鍵因素，此外，為了有效率地利用列車，實務上亦希望能夠用最少的雙層貨櫃平車組成列車達成目標，此問題實務上多依照經驗法則裝載貨櫃、組成列車，本研究將此複合運輸貨櫃裝載問題構建為整數規劃問題，期能最大化列車的空間利用率與最小化雙層貨櫃平車的使用數量，並利用商用最佳化軟體求解，研究成果可供相關單位參考。

二、文獻回顧與探討

為了最佳化海運、軌道聯運複合運輸之港口效率，核心問題為貨櫃與列車裝載之優化，目的在於使列車離開港口時裝載率最高，其中歐洲常用單層列車 (single stack train)，貨櫃由於電纜線而無法堆疊於列車上，美國則常用雙層列車 (double stack train)，兩者所必須考量之裝載限制差異甚大 (Bruns 與 Knust^[9])，故常被視為不同最佳化問題，雖然有部分商用最佳化軟體可用於貨櫃裝載之最佳化，但此類型裝載問題仍常由人工作業。

根據所能尋得的文獻，僅有有限的研究探討雙層列車貨櫃裝載問題，Pacanovsky 等人^[10]是最初探討此問題的研究之一，該研究之中考量內陸鐵路運輸之櫃場，在貨櫃連續抵達之條件下，指派貨櫃至雙層列車上，並針對此問題開發一啟發式解法求解之；Corry 與 Kozan^[11]提出了貨櫃裝載之動態規劃模型，目標為最小化裝卸時間並最佳化列車的质量分佈，由於不確定性因素較多，故該文獻採用滾動式方法建構模型，用以分析處理時間和质量分佈之間的權衡，唯作者指出該模型有部分未能完全符合實務，但未來研究可據此奠基延伸；Lang 等人^[12]探討中國雙層列車裝載問題，並於其中考慮多目標優化，其中將壓低重心 (keeping the vertical center of gravity low) 特別納入其實務之中，而其裝載限制亦與許多相關研究不同，推測可能原因為中國裝載設施不同所造成之差異，例如其允許裝載兩個 20 呎貨櫃於另外兩個 20 呎貨櫃之上，與本研究後續將探討之歐美常見規範不同；Ambrosino 等人^[13]提出了一個多目標的數學模型，以確保貨櫃能有效率地離開碼頭並降低處理成本、起重機裝載時行進的距離、未裝載在列車上的貨櫃所帶來的懲罰值，該研究並比較了不同的情境與裝載策略；Upadhyay 等人^[14]則是研究印度雙層列車裝載問題，與 Lang 等人^[12]相同，有許多印度特有的限制式考量在其研究之中，相關的限制於歐美普遍不適用；近期則有 Ng 與 Talley^[15]探討美國雙層列車之貨櫃裝載問題，其數學模型與限制式乃針對歐美常見規範所建立，並以商用最佳化軟體求解所構建之數學模型；Ng 與 Lin^[16]延伸 Ng 與 Talley^[15]之研究，並開發有效率求解演算法以解決商用最佳化軟體無法求解大規模實務問題之限制。

由上述文獻回顧觀之，本研究所探討之議題於文獻中較少有學者研析，即使有針對類似議題探討，亦因為國情、不同港口考量之因素不同而無法一體適用，故本研究針對歐美常見營運模式進行分析，並納入更多實務考量限制，例如：以往與列車利用率相關之文獻並未考慮到雙層列車之組合，實務上組成雙層列車的雙層貨櫃平車數目有限，故本研究除

了最大化雙層列車之空間利用率，也額外考慮最小化雙層貨櫃平車的使用數目，使雙層列車編組優化，並提出一可行之數學模式，以使研究成果更符合港口貨櫃裝載之應用。

三、數學模式

本章節介紹本研究針對貨櫃裝載問題之數學模式，為了後續可讀性與一致性，首先定義後文將使用之名詞：平車 (well car)、列車 (railcar)與列車組 (train)，於常見之複合運輸雙層列車裝載問題之中，最小單位為貨櫃平車 (well car)，而通常會使用一個、三個或五個平車組成列車 (railcar)，再由數個列車組成列車組 (train)；此類型貨櫃通常藉由雙層列車運輸，貨櫃於平車上可堆疊兩層，藉以增加列車之裝載能力，亦比傳統的單層列車更具成本效益，雙層列車的鐵路運輸方式也常見於澳大利亞、加拿大、中國、印度和巴拿馬等地區。

本研究之雙層列車貨櫃裝載問題希望能在符合實務裝載之限制下，以最有效率之列車組合達成最高的裝載效率，期能藉此提升港口貨櫃疏散之效率，針對雙層列車之裝載，Ng 與 Talley^[15] 曾探討之，但該研究並未考慮列車之組合，故本研究之數學模型以 Ng 與 Talley^[15] 為基礎，額外納入列車之編組優化，並納入更多限制式，俾使研究成果更符合實務應用，其中包含了限制式 (17)-(31)、(36)-(39)，將於後續加以說明如何在數學模式中使列車編組優化。具體而言，相較於 Ng 與 Talley^[15] 僅考慮裝載效率最高外，由於實務上平車數目有限，故本研究於目標上額外考慮最小化平車使用數目，同時由於列車需要編組優化，故限制式必須納入相關考量，此問題可構建為一整數規劃模型，以下先陳述研究所使用之假設與限制，繼而說明對應之數學模式，其中研究所考量之限制為港口營運業者所告知必須符合之實務限制，相關限制可參考 Ng 與 Talley^[15] 針對美國地區雙層列車裝載之探討。

3.1 研究假設

1. 每個貨櫃事先有一個被指派的目的地 (hub)。
2. 每個列車組皆給定一個目的地，列車組的編號由目的地的順序給定，例如，假設共有 3 個列車組，其中兩個列車組的目的地為 hub 1，一個列車組的目的地為 hub 2，則數學模式之中必須指定編號 1 與編號 2 的列車組的目的地為 hub 1，編號 3 的列車組其目的地為 hub 2。
3. 實務上美國地區之海運與鐵複合運輸多使用雙層列車組，每個列車組為同質 (homogeneous)，允許的最大和最小列車數量均相同。但此假設並不會造成模式使用上之問題，例如若假設為異質 (heterogeneous)，僅後續方程式 (25) 與 (26) 的不等式右側改為依不同的列車組有相異的參數，整體模式不變。
4. 每個列車可以由多個平車組成，最常見的是 1、3 或 5 個平車，於本研究中假設所有列車是由 3 個平車組成，同時為了保證列車是由所有的平車組成，亦假設平車的數量必須

是 3 的倍數，因此列車是按照平車的編號順序組成的，例如列車 1 由平車 1-3 組成。此假設乃是為了符合實務需求，對於數學模式之屬性與實用性並無影響。

5. 每台平車的載重限制皆不同。
6. 每台平車的目的地由其裝載的貨櫃決定。

3.2 問題限制

1. 每台平車最多裝載 2 個 40 呎貨櫃。
2. 20 呎貨櫃不能被裝載至平車上層。
3. 20 呎貨櫃只能成對裝載至平車上，也就是說，若某一平車必須裝載 20 呎貨櫃，裝載的個數只能為 2 個。
4. 空的 20 呎貨櫃與有裝載貨物的 20 呎貨櫃不能被裝載至同一台平車上。
5. 20 呎貨櫃與 40 呎貨櫃不能同時裝載在同一台平車的下層。
6. 裝載的貨櫃重量不能超過平車的載重限制。
7. 同一列車中的平車其目的地必須相同。
8. 每台平車只能裝載相同目的地的貨櫃。
9. 列車組必須按照列車的順序組成。例如，假設有兩個列車組，分別為列車組編號 1 與 2。假設其中一個列車組必須由列車 1 和列車 2 組成，另一由列車 5 和列車 6 組成。編號 1 的列車組必須由列車 1 和列車 2 組成，而編號 2 的列車組必須由列車 5 和列車 6 組成。

3.3 數學模式

集合

H : 貨櫃目的地之集合，通常為 hub

I_h : 目的地為 $h \in H$ 之 20 呎之重櫃集合

M_h : 目的地為 $h \in H$ 之 20 呎之空櫃集合

J_h : 目的地為 $h \in H$ 之 40 呎貨櫃集合，此集合包含重櫃與空櫃

K : 平車 (well car) 之集合

L : 平車裝載位置集合， $L = 1$ 是指平車上層的位置， $L = 2$ 則指平車下層位置

T : 列車 (train) 組集合

參數

w_j^{40} : 40 呎貨櫃 $j \in J_h, h \in H$ 之淨重

w_i^{20} : 20 呎重櫃 $i \in I_h, h \in H$ 之淨重

w_m^{mt20} : 20 呎空櫃 $m \in M_h, h \in H$ 之淨重

- c_k : 平車 $k \in K$ 之載重上限
- γ_k : 平車 $k \in K$ 之重量容忍係數 (tolerance factor), 此係數用於計算平車上貨櫃上層與下層重量的差距, 實務上兩者可有差異, 但差異必須小於可允許容忍值, 由此係數規範之
- D_t : 列車組 $t \in T$ 之目的地之集合
- N : 每一列車 (railcar) 之可裝載平車 (well) 數目, 若 $N = 3$, 則每一列車均由 3 平車組成
- MAX : 每一列車組所能掛載之列車上限
- MIN : 每一列車組所能掛載之列車下限
- α : 目標式中最大化列車空間利用率之權重
- β : 目標式中最小化平車使用數量之權重

決策變數

- u_k^h : 若平車 $k \in K$ 被指派至終點 $h \in H$ 則其值為 1, 否則為 0
- x_{ik} : 若 20 呎重櫃 $i \in I_h$ 被裝載至平車 $k \in K$ 之底部則其值為 1, 否則為 0
- v_{mk} : 若 20 呎空櫃 $m \in M_h$ 被裝載至平車 $k \in K$ 之底部則其值為 1, 否則為 0
- y_{jkl} : 若 40 呎貨櫃 $j \in J_h$ 被裝載至平車 $k \in K$ 之 $l \in L$ 位置則其值為 1, 否則為 0。
- e_h : 模式所決定至目的地 $h \in H$ 之最大平車編號, 此變數之使用方式會於後續介紹
- i_t : 模式所決定平車於列車組 $t \in T$ 之最小編號, 此變數之使用方式會於後續介紹
- f_t : 模式所決定平車於列車組 $t \in T$ 之最大編號, 此變數之使用方式會於後續介紹
- s_{kt} : 若平車 $k \in K$ 被裝載至列車組 $t \in T$ 則為 1, 否則為 0

根據上述問題描述、假設、限制、集合、參數與決策變數, 貨櫃裝載問題之數學模式構建如下:

$$\text{Minimize } -\alpha(\sum_k \sum_i x_{ik} + \sum_k \sum_m v_{mk} + 2 \sum_l \sum_k \sum_j y_{jkl}) + \beta(\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} s_{kt}) \quad (1)$$

Subject to:

$$\sum_{i \in I_h} x_{ik} \leq 2u_k^h \quad \forall k \in K, h \in H \quad (2)$$

$$x_{ik} \leq \sum_{n \neq i} x_{nk} \quad \forall i \in I_h, k \in K, h \in H \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in I_h, h \in H \quad (4)$$

$$\sum_{m \in M_h} v_{mk} \leq 2u_k^h \quad \forall k \in K, h \in H \quad (5)$$

$$v_{mk} \leq \sum_{p \neq m} v_{pk} \quad \forall m \in M_h, k \in K, h \in H \quad (6)$$

$$\sum_{m \in M_h} v_{mk} \leq 1 \quad \forall m \in M_h, h \in H \quad (7)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{k \in K} y_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J_h, h \in H \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J_h} y_{jkl} \leq u_k^h \quad \forall k \in K, h \in H, l \in L \quad (9)$$

$$x_{ik} + v_{mk} \leq 1 \quad \forall i \in I_h, m \in M_h, k \in K \quad (10)$$

$$y_{jk2} + x_{ik} \leq 1 \quad \forall j \in J_h, i \in I_h, k \in K \quad (11)$$

$$y_{jk2} + v_{mk} \leq 1 \quad \forall j \in J_h, m \in M_h, k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{j \in J_h} w_j^{40} y_{jkl} + \sum_{i \in I_h} w_i^{20} x_{ik} + \sum_{m \in M_h} w_m^{mt20} v_{mk} \leq c_k \quad \forall k \in K, h \in H \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J_h} w_j^{40} y_{jk1} \leq \gamma_k \left(\frac{\sum_{j \in J_h} w_j^{40} y_{jk2} + \sum_{i \in I_h} w_i^{20} x_{ik} + \sum_{m \in M_h} w_m^{mt20} v_{mk}}{\sum_{m \in M_h} w_m^{mt20} v_{mk}} \right) \quad \forall k \in K, h \in H \quad (14)$$

$$\sum_h u_k^h \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{i=k}^{k+N-1} u_i^h = N \times u_k^h \quad \forall h \in H, k = 1, N+1, 2N+1, \dots, |K| - N + 1 \quad (16)$$

$$ku_k^h \leq e_h \quad \forall h \in H, k \in K \quad (17)$$

$$ku_k^h + M(1 - u_k^h) \geq e_{h-1} + 1 \quad \forall k \in K, h \in H/\{1\} \quad (18)$$

$$ks_{kt} \leq f_t \quad \forall t \in T, k \in K \quad (19)$$

$$ks_{kt} + M(1 - s_{kt}) \geq i_t \quad \forall k \in K, t \in T \quad (20)$$

$$i_t \geq f_{t-1} + 1 \quad \forall t \in T/\{1\} \quad (21)$$

$$\sum_{t \in T} s_{kt} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (22)$$

$$s_{kt} \leq u_k^{d_t} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (23)$$

$$\sum_h u_k^h \leq \sum_{t \in T} s_{kt} \quad \forall k \in K \quad (24)$$

$$\sum_{k \in K} s_{kt} \leq N \times MAX \quad \forall t \in T \quad (25)$$

$$\sum_{k \in K} s_{kt} \geq N \times MIN \quad \forall t \in T \quad (26)$$

$$\sum_{i=k}^{k+N-1} s_{it} = N \times s_{kt} \quad \forall t, k = 1, N+1, 2N+1, \dots, |K| - N + 1 \quad (27)$$

$$f_t \leq |K| \quad \forall t \in T \quad (28)$$

$$i_t \leq f_t \quad \forall t \in T \quad (29)$$

$$e_h \leq |K| \quad \forall h \in H \quad (30)$$

$$\sum_{k \in K} s_{kt} = f_t - i_t + 1 \quad \forall t \in T \quad (31)$$

$$u_k^h \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, h \in H \quad (32)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_h, h \in H, k \in K \quad (33)$$

$$v_{mk} \in \{0,1\} \quad \forall m \in M_h, h \in H, k \in K \quad (34)$$

$$y_{jkl} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J_h, h \in H, k \in K, l \in L \quad (35)$$

$$e_h \in Z^+ \quad \forall h \in H \quad (36)$$

$$i_t \in Z^+ \quad \forall t \in T \quad (37)$$

$$f_t \in Z^+ \quad \forall t \in T \quad (38)$$

$$s_{kt} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, t \in T \quad (39)$$

第 (1) 式為目標函數，主要期望最大化空間利用率與最小化所使用之平車數目，並統一將目標式轉換為最小化問題，其中空間利用的部分，直接加總 20 呎貨櫃裝載的個數，40 呎貨櫃因為體積為 20 呎貨櫃的兩倍，所以乘上 2 再加總；而使用的 well car 數量的部分， $\sum_{t \in T} \sum_{k \in K} s_{kt}$ 表示所有列車組上平車的使用數量，目標函數中此兩個目標由參數 α 與 β 組合，實務上可依照對於兩目標之重視程度調整參數，例如若貨櫃不足因而希望提高貨櫃裝載利用率，則可提高 α 值以反應期望提高貨櫃利用率之目標；由於單一平車最多所能裝載之 20 呎貨櫃為兩個，因此藉由限制式 (2) 規範之，另外，由於實務上 20 呎貨櫃不能單獨裝載於平車，故限制式 (3) 確保每一平車上之 20 呎貨櫃只能為 0 或者 2；限制式 (4) 規範每一平車上之 20 呎重櫃數目最多為 1，不能超過；限制式 (5) 與限制式 (2) 雷同，差異只是限制式 (5) 用於規範空櫃，限制式 (6)、(7) 與限制式 (3)、(4) 之對應關係亦相同。

限制式 (8) 限制 40 呎貨櫃最多能裝載至平車的一個位置（上層或者下層）；限制式 (9) 規範當平車 k 被指派到終點 h 時 ($u_k^h = 1$)，才能有目的地至 h 之 40 呎貨櫃被裝載上該平車，若 $u_k^h = 0$ ，則沒有任何 40 呎貨櫃可被裝載上該平車 ($\sum_{j \in J_h} y_{jkl} \leq 0$)；實務上，20 呎重櫃與空櫃不能同時裝載至同一平車，因此限制式 (10) 規範變數 x_{ik} 與 v_{mk} 之總和小於 1；此外，限制式 (11) 規範 20 呎重櫃與 40 呎貨櫃不能同時裝載於平車的底層，限制式 (12) 則是對於 20 呎空櫃之相同限制。

每一平車有一載重上限 c_k ，由限制式 (13) 規範之；限制式 (14) 則是利用容忍係數規範平車上層與下層之重量差異必須介於一容忍值之內，例如若 $\gamma_k = 1.2$ ，則上層的櫃重最多能高於下層的櫃重 20%；限制式 (15) 藉由限制 $\sum_h u_k^h$ 小於等於 1 以規範每一平車只能指派至一終點；同一列車所組成的平車終點都應相同，此限制式由 (16) 規範之；限制式 (17) 則是用於計算 e_h 值，當 $u_k^h = 1$ 時， ku_k^h 即表示平車 k 的編號，換言之令 $e_h \geq ku_k^h$ 便能計算出目的地為 h 之最大平車編號。

貨櫃裝載時，希望貨櫃按照目的地之順序依序裝載，以圖 1 為例，一般裝載計畫希望到目的地 1 的貨櫃先裝載，依序裝載至目的地 2 之貨櫃，而在同一目的地之列車之中，實務上希望先將列車 1 裝載滿後再依序裝載後續列車，此裝載計畫由限制式 (18) 規範，換

言之，限制式 (18) 確保所有往終點 h 的平車的編號都要大於往終點 $h-1$ 所有平車編號。

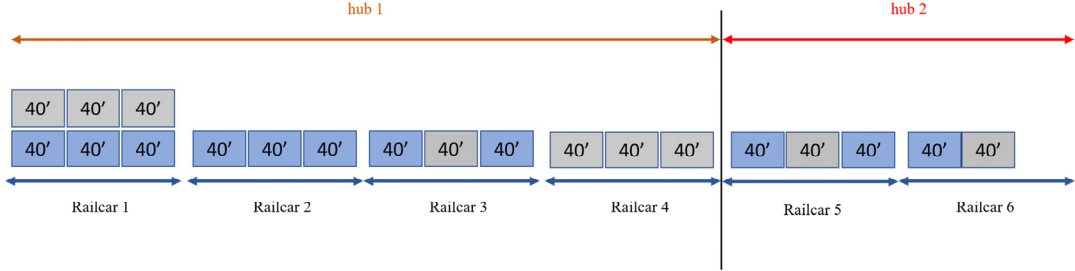


圖 1 貨櫃裝載順序範例

限制式 (19) 是用於追蹤列車組 t 之最後一台平車編號 f_t ， f_t 則會於後續 (31) 式用於確保編號之連續性，類似的設計亦用於限制式 (20) 以追蹤列車組 t 之第一台平車編號 i_t ，相同地，亦會用於 (31) 式用於確保編號之連續性；限制式 (21) 則是用於確保列車組 t 的第一台平車編號大於列車組 $t-1$ 的最後一台平車之編號，以使平車編號按照順序；限制式 (22) 利用限制 $\sum_{t \in T} s_{kt}$ 小於等於 1 以確保每一台平車最多只能裝載於一列車組上；限制式 (23) 限制只有平車的目的地與列車組相同 ($u_k^{d_t} = 1$) 該平車方能允許被裝載在該列車組上 ($s_{kt} \leq 1$)，否則 $s_{kt} = 0$ ；每一台平車只要有被指派到任一終點 ($\sum_h u_k^h = 1$)，該平車就要指派到一列車組上 ($\sum_{t \in T} s_{kt} = 1$)，其中 $\sum_h u_k^h \leq 1$ ， $\sum_{t \in T} s_{kt} \leq 1$ ，此由限制式 (24) 限制之。

限制式 (25)、(26) 指定列車組可裝載之平車數目 ($\sum_{k \in K} s_{kt}$) 之上($N \times MAX$)、下限 ($N \times MIN$)；限制式 (27) 限制每一列車上的平車都要在同一列車組上，此限制式與限制式 (16) 之設計雷同；限制式 (28) 規範列車組 t 的平車最大編號不能超過平車數目 ($|K|$)；為了使編號合理，列車組 t 中的最大編號 (f_t) 必大於最小編號 (i_t)，此規則由式 (29) 限制之；限制式 (30) 確保平車的編號 (e_h) 不能超過可裝載平車數目 ($|K|$)；限制式 (31) 確保平車編號之連續性，於此式之中， $\sum_{k \in K} s_{kt}$ 表示列車組 t 之平車數量， $f_t - i_t$ 則代表該列車組最後與第一台平車之編號差異，藉由 $\sum_{k \in K} s_{kt} = f_t - i_t + 1$ 可使平車編號連續且無任何跳號；最後限制式 (32)-(35)、(39) 說明決策變數為 0-1 整數，限制式 (36)-(38) 則說明整數變數。

四、數值分析

前述數學模式為針對該複合運輸雙層貨櫃列車裝載問題所構建之整數規劃問題，期能達到最大化雙層列車之空間利用率與最小化所使用之雙層貨櫃平車數目，為了驗證數學模式之正確性與取得管理意涵，本研究利用 C# 程式語言進行實作並呼叫商用最佳化求解軟體 CPLEX 進行求解，測試環境為 Windows 作業系統、Intel 3.20 GHz 的 CPU 與 8GB 記憶體。

實驗中本研究採用以下參數設計：根據長榮海運³的網站，20 呎和 40 呎貨櫃的重量分別在 2,400 公斤至 30,480 公斤與 4,000 公斤至 30,480 公斤之間，故貨櫃的重量是根據上述的範圍依照均勻分佈 (uniformly distribution) 產生；另，本研究根據美國鐵路協會的複合運輸委員會發布的《Loading Capabilities Guide》⁴，平車的載重限制設定在 50,000 公斤至 60,000 公斤之間，載重限制一樣是利用此範圍之均勻分佈生成；在實驗中，假設列車組長度的最小值和最大值分別為 1 和 6；實務上，每個軌道車中的平車數量通常為奇數，在我們的實驗中選擇 $N = 3$ ；最後， γ_k 設定為 1，這確保了在實驗中對於所有的平車，其上層的貨櫃重量不會超過下層的貨櫃重量。

由於我們假設盡可能裝載所有貨櫃以其盡快離開港口，為港口營運管理中最重要任務，這意味著目標函數中的第一項更為重要。也就是說，即使只剩下一個貨櫃，也會使用列車去裝載，類似圖 2 中的列車 2，雖只剩下一貨櫃需要裝載，但仍希望增加一列車以盡快疏散貨櫃。

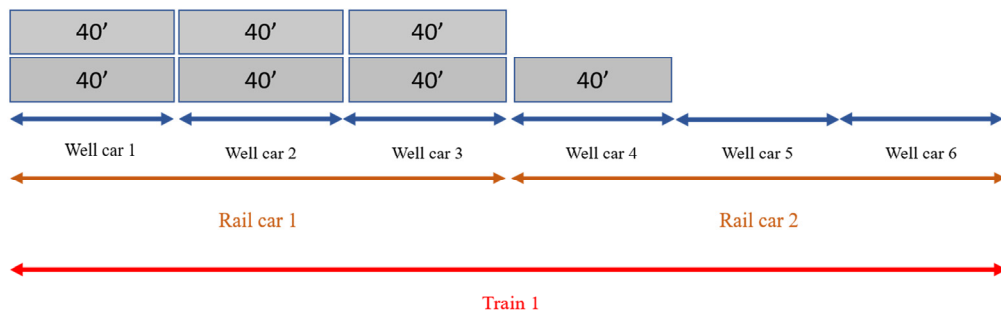


圖 2 首重貨櫃疏散之實際裝載案例

為達成此目的，必須針對目標函數中權重的設計，在實驗中，我們設定 α 與 β 的值分別為 1 與 $\frac{1}{3}$ 來達成此目的，以下我們將解釋 α 與 β 的對應關係。

首先，我們固定 $\alpha = 1$ ，此時若 $\beta = 1$ ，表示只有在裝載貨櫃後，列車的利用率超過 25% 時，我們才能使用額外的列車去裝載剩餘的貨櫃，當 $\beta = 2$ 時，表示只有在裝載貨櫃後，列車的利用率超過 50% 時，才能使用額外的列車去裝載剩餘的貨櫃，故本研究假設 $N = 3$ ，所以僅需要確保列車的利用率至少為 $\frac{1}{6} = 16.7\%$ ，即可使用額外的列車來裝載貨櫃。換言之，根據上述 α 與 β 之間的對應關係，固定 $\alpha = 1$ 的情況下， β 的值必須小於 $\frac{2}{3}$ ，故後續實驗中設定 $\beta = \frac{1}{3}$ ，以反應只要列車的利用率超過 8.33%，就願意使用多餘的列車來裝載剩餘的貨櫃；若以圖 2 中的列車 2 為例，其利用率為 $16.7\% = \frac{2}{4 \times 3} > 8.33\%$ ，如此設定即會選擇使用列車 2 裝載額外貨櫃。因此，在本研究中我們使 $\alpha = 1$ 與 $\beta = \frac{1}{3}$ ，這樣的參數設定即能

3. https://www.evergreen-marine.com/tw/tei1/jsp/TEI1_Containers.jsp (accessed on 2021/12/01)

4. <https://aar.com/standards/pdfs/AAR%20Loading%20Capabilities%20Guide%202017.pdf> (accessed on 2021/12/26)

達成盡可能裝載所有貨櫃以使其盡快離開港口並同時有效利用雙層貨櫃平車之目標，換言之即能最大化列車的空間利用率與最小化雙層貨櫃平車的使用數量。

為了測試模式的求解效率，首先利用測試案例（參數為：40 個 20 呎貨櫃、20 個 40 呎貨櫃、3 個目的地、36 台平車和 6 個列車組）產生 10 組隨機範例，測試結果發現模式平均可於低於 120 秒內獲得最佳解，符合本研究之目標，達成了最大化列車空間利用率並同時使用最少平車裝載貨櫃，當問題規模增加（50 個 20 呎貨櫃、25 個 40 呎貨櫃、3 個目的地、45 台平車和 6 個列車組），雖仍能求得最佳解，但求解時間平均約 9,958.4 秒，顯示問題規模增加對求解難度影響甚大，雖目前方式已可求解一定規模問題，但未來宜開發演算法以求解更大規模實務問題。

基於此數學模式，本研究接續進行敏感度分析，固定數量的 40 呎貨櫃（16 個）、目的地（2 個）、平車（36 個）和列車組（2 個），並擾動 20 呎貨櫃的數量來評估其對求解時間造成的影響，結果如圖 3 所示。而圖中顯示的每個數字都是 10 次筆隨機產生的資料其運算平均值。

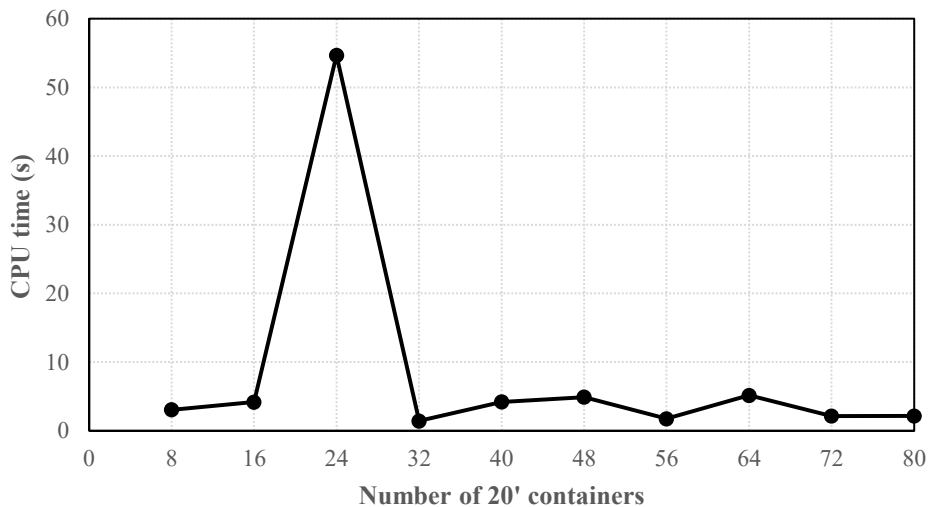


圖 3 20 呎貨櫃數量的敏感度分析

為了減少平車的使用數量，必須將 40 呎的貨櫃裝載在 20 呎的貨櫃上才能達到此目的，本實驗中，給定 40 呎貨櫃的數量，並固定為 16 個，因此，至少應有 32 個 20 呎貨櫃才能將所有這些 40 呎貨櫃裝載在上面，當 20 呎貨櫃的數量還不夠使 40 呎貨櫃都裝載在上層時，問題求解較困難、求解時間較長；反之，當 20 呎貨櫃的數量超過 32 個時，將 40 呎貨櫃全部裝在 20 呎貨櫃之上的可能性相對較大，容易提升求解效能。以本實驗為例，除了當 20 呎貨櫃數量為 24 個時，平均求解時間約為 55 秒，其餘皆為 10 秒內求解完成；當 20 呎的貨櫃過少，像是 8 個或是 16 個，求解時間亦很短，當 20 呎貨櫃的數量足夠而 40 呎貨櫃數量不足時，裝載貨櫃也更加容易，因為一台平車中有兩個 20 呎貨櫃通常不會

違反重量限制，故所需的計算時間也相對較短。

第二個敏感度分析中，使用固定數量的 20 呎貨櫃 (16)、目的地 (2)、平車 (36) 和列車組 (2)，擾動 40 呎貨櫃的數量來評估其影響，結果如圖 4 所示。與 20 呎貨櫃的敏感度分析相比，解決 40 呎貨櫃案例所需的計算時間趨勢較不明顯。

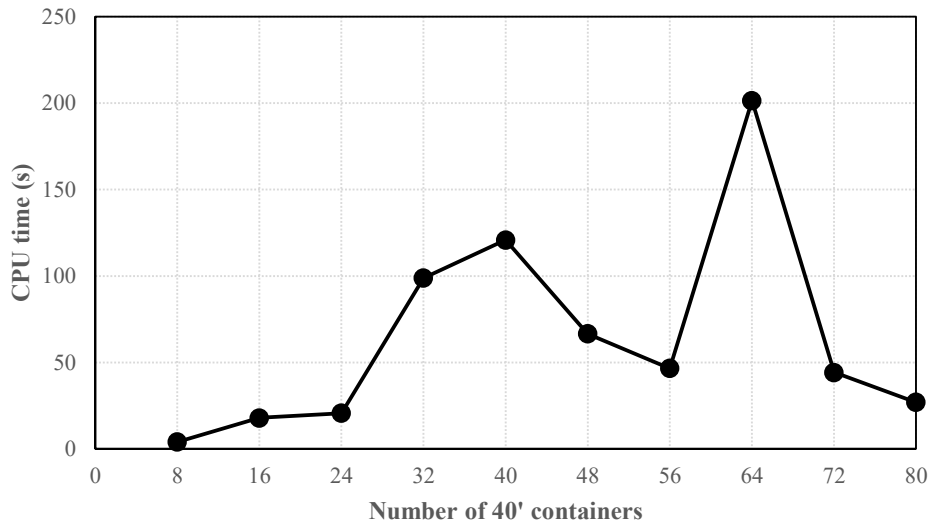


圖 4 40 呎貨櫃數量的敏感度分析

第三個敏感度分析則是使用固定數量的 20 呎貨櫃 (16)、40 呎貨櫃 (16)、目的地 (2) 和列車組 (2)，擾動平車的數量來評估其影響，結果如圖 5 所示。

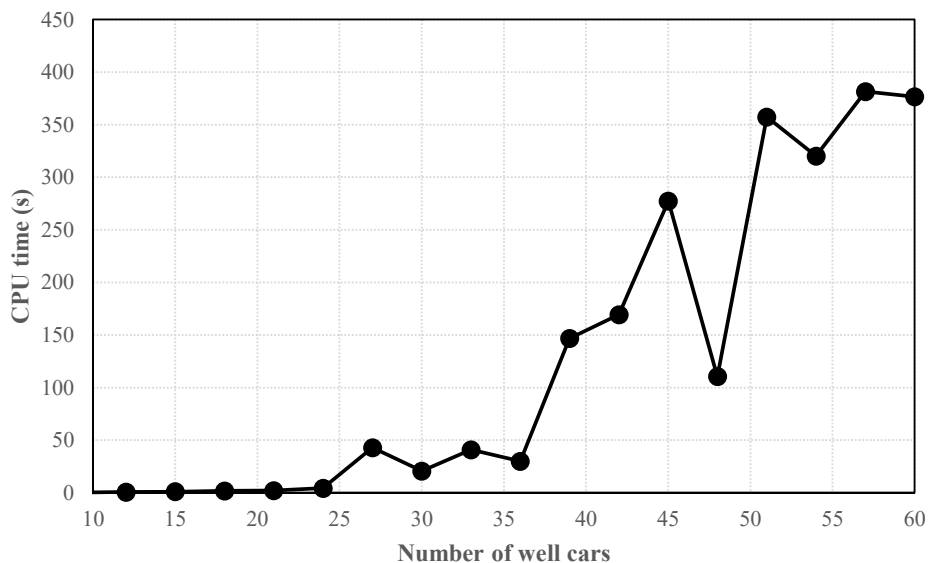


圖 5 平車數量的敏感度分析

當平車數量低於 39 台時，平均求解時間皆低於 1 分鐘。但超過此數量後，問題變得不易求解，運算時間大幅增加。而事實上，從平車數量為 42 開始至數量為 60 的每組隨機資料集中，就有 2 至 3 筆資料求解至時間上限，顯示平車數量對於模式求解難度影響甚大，未來若設計求解演算法，可針對此結果探索解決方法。

接下來的敏感度分析擾動目的地數量，結果如圖 6 所示。

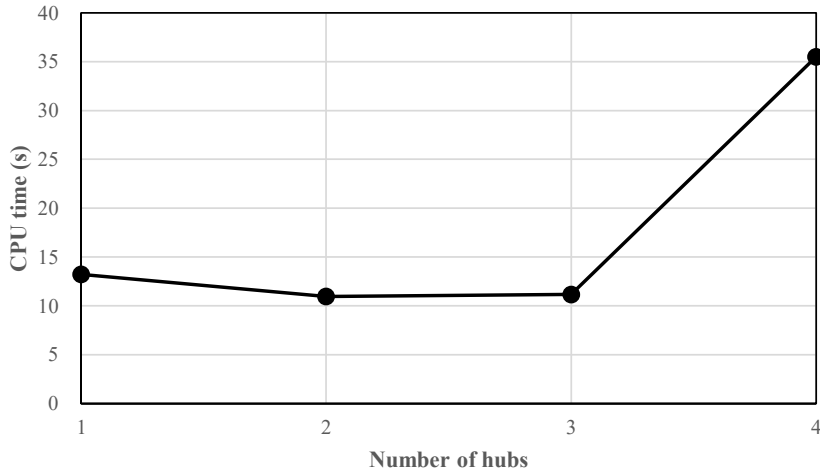


圖 6 目的地數量的敏感度分析

當目的地個數為 3 以內，問題求解的效能皆相當迅速，差異並不大。但若超過 3 個目的地，求解變得不易許多，未來若目的地數目增加時，或許可考慮採取文獻中常用的分解法 (decomposition principle)，將大規模問題分解為小問題以利求解。

下一個敏感度分析針對 20 呎空貨櫃的比例進行探討，結果如圖 7 所示。

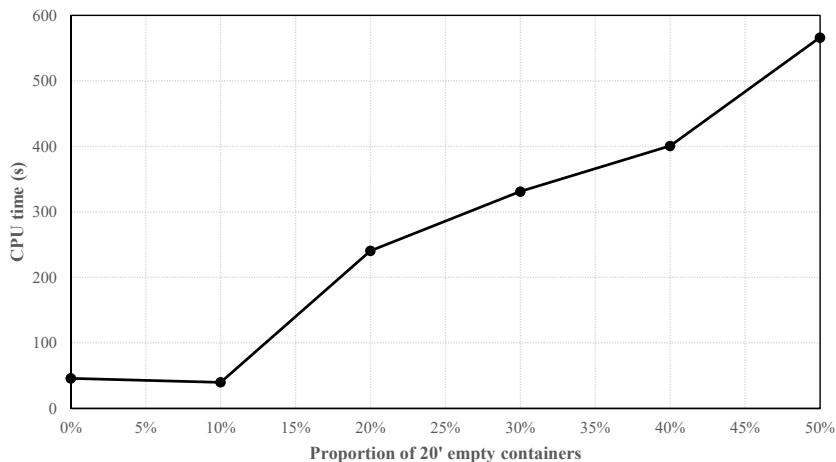


圖 7 20 呎空貨櫃比例的敏感度分析

當 20 呎空貨櫃的比例增加時，產生了更多與 20 呎空貨櫃相關的限制，導致問題變得難以解決，因此，求解時間隨之增加，事實上，當 20 呎空貨櫃的比例為 40% 時，10 筆資料集中，就有 5 筆資料求解至時間上限，而比例為 50% 時，則有 8 筆，顯示空櫃比例亦對求解難度影響頗劇，未來研究或許可搭配貨櫃運輸常見之空櫃平衡 (empty container balance) 問題一同於整合架構下探討。

最後一個實驗，固定數量的 20 呎貨櫃 (20)、40 呎貨櫃 (20)、目的地 (2)、平車 (30) 和列車組 (2)，並對模式參數 N 進行敏感度分析，於前述實驗均假設每台列車中的平車數量為 3 ($N = 3$)，但實務上列車可以由 1 台、3 台或 5 台平車組成，故對此進行測試，結果彙整如圖 8。

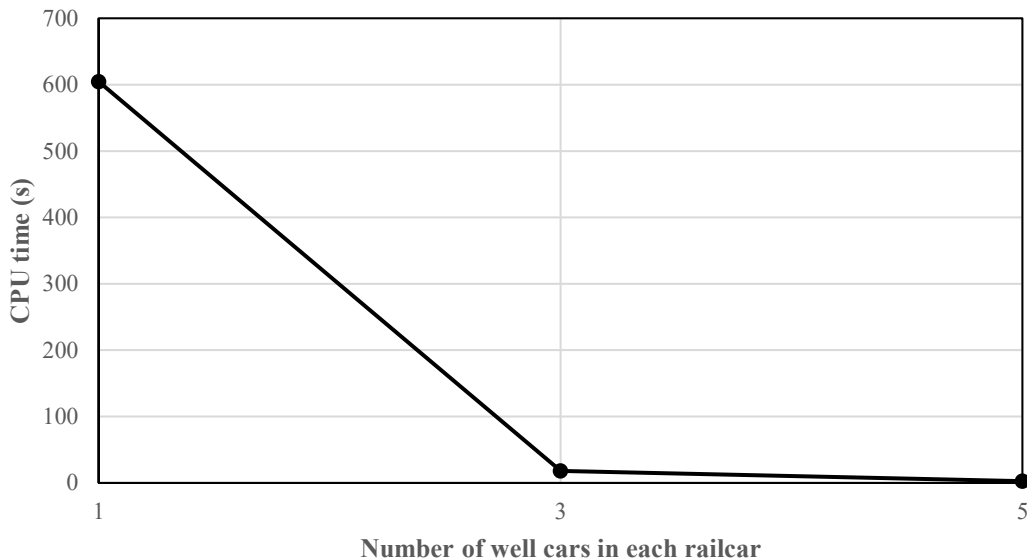


圖 8 列車中平車數量參數 N 之敏感度分析

當列車皆由 1 台平車組成，資料集中的所有資料皆求解至時間上限，導致這樣的原因為 CPLEX 求解過程的下界 (lower bound) 收斂緩慢，而隨著組成列車的平車數量增加，問題相對容易，由 3 台組成的平均求解時間為 18 秒，而由 5 台組成的平均求解時間僅需 2 秒，由此觀之，未來演算法設計之成功關鍵為如何提升下界，或許可採鬆弛法 (relaxation-based approach) 或者啟發式解法 (heuristic-based approach) 提升下界，勢將有助於求解效率。

五、結論與未來展望

本研究中探討雙層列車裝載問題，將其構建為整數規劃問題並最大化列車的空間利用

率與最小化雙層貨櫃平車的使用數量，期能透過有效率之裝載疏散海運與鐵路複合運輸之貨櫃，進而解決碼頭壅塞的問題，實證結果顯示了所提出數學模式的可行性，並透過實際案例驗證目前方式已可求解實務規模問題，亦能於合理時間內獲得最佳解，期能改善實務上多按照經驗法則決定裝載貨櫃、組成列車的裝載策略；此外，本研究也探討了重要參數的敏感度分析，結果發現空櫃比例、平車數目以及目的地數目對模式求解之效率影響較大，同時，問題具備容易求得可行解、但下限 (lower bound) 提升較困難之特性。

雖然提出的數學模式具備可行性，但若將來問題規模持續增加，特別是上述關鍵因素(例如：雙層貨櫃平車數量、目的地數量與 20 呎空貨櫃比例的增加等等)，問題將變得困難導致求解不易與效能不佳，因此，未來可以針對此問題再開發更有效率的演算法，使得大規模問題能在合理的時間內求解完成，特別是未來研究可考慮利用鬆弛法或者啟發式解法更有效率地提升下限解，進而改善求解效率。

此外，本研究假設了每台列車中的平車數量皆須相同，因此將其設為參數之一，然而，實務上組成列車的平車數量可為不相同的，若將其視為變數，問題會變得相對複雜，未來可以再對此提出可行的數學模式與進行實作。最後，實務上貨櫃之抵達或者相關參數具備有高度不確定性，未來或許可將隨機性 (stochasticity) 納入研究考量之中，提升研究之學術與實務之價值。

參考文獻

1. Song, Z., Tang, W. and Zhao, R., "Implications of Economies of Scale and Scope for Round-Trip Shipping Canvassing with Empty Container Repositioning", *Annals of Operations Research*, Vol.309, 2020, pp.485-515.
2. Lin, D. Y., Juan, C. J., & Ng, M.W., "Evaluation of Green Strategies in Maritime Liner Shipping using Evolutionary Game Theory", *Journal of Cleaner Production*, Vol. 279, 123268, 2021.
3. Wang, Y. and Wang, S., "Deploying, Scheduling, and Sequencing Heterogeneous Vessels in a Liner Container Shipping Route", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol.151, <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102365>, 2021.
4. Fagerholt, K., & Psaraftis, H. N., "On Two Speed Optimization Problems for Ships that Sail In and Out of Emission Control Areas", *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, Vol.39, 2015, pp.56-64.
5. Park, K. H., Chang, Y. T., & Lam, J. S. L., "Optimal Emission Control under Public Port Rivalry: A Comparison of Competitive and Cooperative Policy", *Maritime Transport Research*, Vol.1, 100005, 2020.
6. Qi, J., Wang, S., & Peng, C., "Shore Power Management for Maritime Transportation: Status and Perspectives", *Maritime Transport Research*, Vol.1, 100004, 2020.
7. Ng, M.W., "Vessel Speed Optimisation in Container Shipping: A New Look", *Journal of the Operational Research Society*, Vol.70, Iss.4, 2019, pp.541-547.

8. Talley, W. and, Ng, M., “Port Economic Cost Functions: A Service Perspective”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol.88, 2016, pp.1-10.
9. Bruns, F., & Knust, S., “Optimized Load Planning of Trains in Intermodal Transportation”, *OR Spectrum*, Vol.34, No.3, 2012, pp.511-533.
10. Pacanovsky, D. L., Jahren, C. T., Palmer, R. N., Newman, R. R., & Howland, D., “A Decision Support System to Load Containers to Double-Stack Rail Cars”, *Civil Engineering Systems*, Vol.11, Iss. 4, 1995, pp.247-261.
11. Corry, P., & Kozan, E., “An Assignment Model for Dynamic Load Planning of Intermodal Trains”, *Computers & Operations Research*, Vol.33, Iss.1, 2006, pp.1-17.
12. Lang, Maoxiang & Przybyla, Jay & Zhou, Xuesong Simon, “Loading Containers on Double-Stack Cars: Multi-Objective Optimization Models and Solution Algorithms for Improved Safety and Reduced Maintenance Cost”, arXiv:10.13140/RG.2.2.31133.26089, 2020.
13. Ambrosino, D., Caballini, C., & Siri, S., “A Mathematical Model to Evaluate Different Train Loading and Stacking Policies in a Container Terminal”, *Maritime Economics & Logistics*, Vol.15, Iss.3, 2013, pp.292-308, <https://doi.org/10.1057/mel.2013.7>.
14. Upadhyay, A., Gu, W., & Bolia, N., “Optimal Loading of Double-Stack Container Trains”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol.107, 2017, pp.1-22.
15. Ng, M.W., Talley, W. K., “Rail Intermodal Management at Marine Container Terminals: Loading Double Stack Trains”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.112, 2020, pp.252-259.
16. Ng, M.W. and Lin, D.Y., “Exact Algorithms for Practical Instances of the Railcar Loading Problem at Marine Container Terminals”, *Journal of Advanced Transportation*, <https://doi.org/10.1155/2022/3927268>, 2022.