國　立　交　通　大　學
運輸與物流管理學系

碩 士 論 文

不確定需求與油價下之動態散裝船隊管理

Dynamic Tramp Ship Fleet Management with Uncertain Demands and Bunker Prices

研 究 生：劉 恩 寧

指導教授：張 宗 勝

中　華　民　國　一　一　〇　年　一　月

不確定需求與油價下之動態散裝船隊管理

Dynamic Tramp Ship Fleet Management with Uncertain Demands and Bunker Prices

研 究 生：劉恩寧　　Student：En-Ning Liu

指導教授：張宗勝　　Advisor：Tsung-Sheng Chang

國 立 交 通 大 學

運輸與物流管理學系

碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Transportation and Logistics Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Logistics Management

January 2021

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一一〇年一月

不確定需求與油價下之動態散裝船隊管理

研究生：劉恩寧　　指導教授：張宗勝 教授

國立交通大學運輸與物流管理學系 碩士班

摘要

散裝船就像陸地上的計程車一樣，沒有固定的時刻表和路徑，有較高的彈性可安排運務並尋求更高的利潤，但相對來說，營運風險便提高許多。在面臨高風險之營運下，如何有效管理散裝船隊即相當重要。

本研究目的為透過船舶租賃策略以及加油策略，在不確定需求與油價的情形下，幫助散裝船公司能夠動態管理船隊。而要特別注意的是，速率是影響船舶燃油消耗的因素。本研究考慮了以下問題：(1) 船隊大小 (2) 船舶路徑、速率規劃 (3) 船舶租賃策略 (何時何地租船以及還船) (4) 加油策略 (何時何地加油以及加油量)。

本研究首先於數學上對不確定需求以及油價之動態散裝船隊進行建模。因動態規劃具有維度詛咒，因而本研究使用近似動態規劃以解決此一動態散裝船隊管理問題。本研究設置四維之線性片段的價值方程式，且為其初始值建立設置方法，而測試結果可發現用本方法設置之初始值比初始值賦予 0 時，收斂速率相較快速，甚至可達一倍以上。本研究也與現有文獻標竿例子進行比較，雖環境設置無法完全一致，有些例子產生比目前已知最佳解更好之值，且大部分例子產生之相對差距不大。最後，本研究運用實際資料來進行範例測試並進行結果分析。

關鍵字：散裝船、近似動態規劃、租賃策略、加油策略、船隊路徑規劃問題

Dynamic Tramp Ship Fleet Management with Uncertain Demands and Bunker Prices

Student：En-Ning Liu Advisor：Tsung-Sheng Chang

Department of Transportation and Logistics

College of Management

National Chiao Tung University

ABSTRACT

Tramp ships, like taxis, follow the cargoes which can be obtained at the best rates, and have no fixed schedules or published ports of call. In contrast, tramp shipping companies are often faced with high operational risk of uncertain demands and bunker prices. Hence, it is critical for a tramp shipping company to manage their fleet. The goal of this study is to help tramp shipping companies dynamically manage their ship fleets by taking into account ship chartering strategies, uncertain demands and bunker prices. The research considers the following essential issues: (1) fleet size problem; (2) vessel routing and scheduling problem with variable speed; (3) ship charter scheme (when and where to charter ships in and charter ships out?); (4) refueling decision (when and where to refuel, and how much?); Note that ship fuel consumption is a function of speed. This research first mathematically models the problem of dynamic tramp ship fleet management with uncertain demands and bunker prices. However, it is very difficult and intractable to compute the exact solution by dynamic programming because of the curse of dimensionality. Hence, this research applies approximate dynamic programming to tackle this dynamic stochastic problem. This research set the four dimensional piecewise-linear value function and comes up with a way to setting up initial values of the value function. And the results show the speed of convergence of our way is faster than the original way, which just gives the initial value as 0. The last, we compare our method with benchmark data, and do the experiment by using the practical data and which comes from a tramp shipping company in Taiwan.

Keywords:

tramp shipping, approximate dynamic programming, ship chartering strategy, fleet size, ship routing problem, refueling decision

誌　　謝

我想過很多次寫完論文當下的心情，可能會很開心很興奮，甚至會哭吧。但其實出乎意料的平靜，很感動，然後最多的還是感激。回想碩班的求學歷程，首先從大學課堂學習中對物流領域產生了興趣，於是在大四報名研究所推甄時，也只推了交大運管所，隨後很幸運的獲取直接錄取資格。當時心想，要唸就要學到東西，路要挑艱難地走！便義無反顧的選擇系上嚴師張老師做我的指導老師。而我的論文題目主題是從前沒接觸過的領域，研究方法更是幾乎從零開始，從碩一開始就抱著一本厚厚的教科書啃，自己查了很多相關文獻，鑽研教科書裡的字字句句，並想盡辦法融會貫通。永遠記得是碩一下的時候，我修了工工所一門很重的課，上課內容艱澀且每個禮拜都有作業，當時還有在一間科技公司打工、身兼家教與補習班老師、準備大專盃比賽與練球、還有每週都要和老師開會報告進度、讀論文要用的研究方法…。現在想起來，還是覺得當時的自己很了不起，也完全不想再經歷一次！

時至今日，碩班生涯將近兩年半的日子，還是有點不敢相信這段旅程即將畫下句點，求學生涯也將暫時告一段落。能夠完成碩士學位，之中有太多人要感謝了！首先感謝我的指導老師在這段時間悉心教導我怎麼做研究，讓我擁有獨立思考的能力。這段期間我也經歷過非常非常多的挫折，研究之路並不是那麼順遂，多少次程式除不出錯的時候，多少個失眠的夜晚，曾經自我懷疑，也曾感到迷惘。非常感謝我身邊的人總替我加油打氣，而在此也要特別感謝幾位我的朋友以及學長姐：大學班上最好的朋友施施總特別能了解我的心情，犧牲她的上班時間邊聽我說話，然後用她的方式鼓勵我、為我出頭；國中好友冠誠幫助我解決統計方面的問題，也同樣犧牲他的上班時間來聽我說話、策勵我；我最好的朋友昂軒總默默陪伴我度過我最難熬的時光；還有畢業的學長姐皓芝跟皓剛，很有耐心告訴我海運領域的實務知識；感謝 TONY，面對很多程式方面的問題，給予我很多建議以及幫助，在我很灰心沮喪的時候，堅定告訴我我可以做到，若沒有他，也許我會耗費更長的時間完成學位；感謝我的家人，不會過多干涉並總相信我、支持所有我做的決定。還有許多沒點到名的同學、好朋友、老師等等，也都給予我很多鼓勵，這本論文便是由許多的溫暖與信任匯聚而成，不敢說多有貢獻，但起碼是付出了許多努力的心血。

最後一位感謝的人，我要感謝我自己。謝謝自己始終堅持自己所選的路並努力不懈，即使疼痛或流淚也不曾放棄，而走過荊棘後看到的花海的確更加美麗。最後的最後，把這份小小的成就與榮耀和所有我愛的人們共享、共勉之。

劉恩寧 謹誌於

國立交通大學運輸與物流管理學系 碩士班

中華民國 110 年 1 月

目錄

中文摘要 i
英文摘要 ii
誌謝 iii
目錄 iv
圖目錄 vi
表目錄 viii
第一章 緒論 1
1.1 研究背景介紹 1
1.2 研究目的與環境設置 9
第二章 文獻回顧 11
2.1 散裝船相關文獻 11
2.2 加油與速率優化問題 12
2.3 動態規劃與近似動態規劃相關文獻 14
2.3.1 資源分配問題 14
2.3.2 存貨路徑問題 15
2.3.3 加油策略問題 15
第三章 問題建立 17
3.1 問題描述與假設 17
3.2 時空網路圖 19
3.2.1 子網路問題 19
3.2.2 二階段子網路問題 21
3.2.3 超過規劃期之貨物網路 22
3.3 船隻可能路徑說明 23
3.3.1 船隻動作分解 – 裝卸港 23
3.3.2 船隻動作分解 – 租賃與歸還虛擬點 24
3.3.3 船隻動作分解 – 虛擬公海點 24
3.3.4 船隻動作分解 – 加油港 25
3.3.5 船隻動作分解 – 船隻可能航線 26
第四章 解決方法 27
4.1 價值方程式 27
4.2 近似動態規劃 30

4.2.1 狀態變數 31
4.2.2 決策變數 32
4.2.3 外生資訊 32
4.2.4 轉換方程式 32
4.2.5 目標方程式 32
4.3 子問題數學模型 34
4.3.1 集合 34
4.3.2 參數 36
4.3.3 變數 37
4.3.4 目標式 38
4.3.5 限制式 40
4.4 CAVE 理論 44
4.5 近似動態規劃與 CAVE 理論流程圖 47
第五章 實驗結果 49
5.1 實驗數據設置 49
5.1.1 船隻參數設置 49
5.1.2 港口參數設置 50
5.1.3 貨物參數設置 52
5.1.4 油耗成本參數設置 53
5.1.5 價值方程式初始值設置方法 56
5.2 實驗結果 57
5.2.1 測試結果分析 57
5.2.2 標竿例子測試 63
5.2.3 實際例子測試 68
第六章 結論與建議 73
參考文獻 75
附錄一 79
附錄二 82

圖目錄

圖一、各船型主要乘載物以及運價指數圖 2
圖二、世界部分國家港口 12 月 IFO380 平均油價 8
圖三、56,000 載重噸位貨櫃船消耗油量與船速關係圖 8
圖四、時空網路圖 19
圖五、原子網路圖 20
圖六、修正後子網路 20
圖七、修正後主網路圖 21
圖八、二階段子網路問示意圖 22
圖九、原超過規劃期之貨物網路示意圖 22
圖十、修正後貨物網路示意圖 23
圖十一、裝卸港船隻動作示意圖 24
圖十二、租賃虛擬點船隻動作示意圖 24
圖十三、公海虛擬點船隻動作示意圖 25
圖十四、加油港船隻動作示意圖 25
圖十五、船隻可能航線圖 1 26
圖十六、船隻可能航線圖 2 26
圖十七、分段線性價值方程式 28
圖十八、價值方程式網路示意圖 29
圖十九、近似動態規劃流程圖 30
圖二十、CAVE 演算法流程 46
圖二十一、近似動態規劃與 CAVE 理論流程圖 48
圖二十二、裝卸港一覽圖 51
圖二十三、加油港一覽圖 51
圖二十四、礦砂起訖港口分佈圖 52
圖二十五、煤炭起訖港口分佈圖 52
圖二十六、穀物起訖港口分佈圖 53
圖二十七、各船型對空艙與滿載之新舊速率對油耗關係圖 55

圖二十八、價值方程式初始值設置方法示意圖 57
圖二十九、價值方程式初始值不為 0 之目標值大小 58
圖三十、價值方程式初始值為 0 之目標值大小 59
圖三十一、收斂值結果比較圖 59
圖三十二、範例二價值方程式初始值不為 0 之目標值大小 60
圖三十三、範例二價值方程式初始值為 0 之目標值大小 60
圖三十四、範例二收斂值結果比較 60
圖三十五、自有船 3 之路徑圖 61
圖三十六、自有船 21 之路徑圖 62
圖三十七、定程租租船之路徑圖 62
圖三十八、定期租租船之路徑圖 63
圖三十九、樂觀狀況之求解目標值結果 69
圖四十、普通狀況之求解目標值結果 69
圖四十一、悲觀狀況之求解目標值結果 70
圖四十二、(R,Q)策略求解目標值結果 70
圖四十三、(s,S)策略求解目標值結果 71
圖四十四、自有船 5 之路徑圖 71
圖四十五、價值方程式初始值不為 0 且θ值為 0.35 之目標值大小 72

表目錄

表一、船舶與對應裝載貨物表 3
表二、不同船型承載主要載貨航線 4
表三、船型對各種貨載的承運比率表 5
表四、傭船契約型態對照表 6
表五、散裝船營運成本結構分佈表 7
表六、散裝船文獻比較表 12
表七、加油與速率優化問題相關文獻比較表 14
表八、動態規劃與近似動態規劃相關文獻比較表 16
表九、船隻參數設置表 50
表十、Hemmati et al.,（2014)產生之所有標竿類組簡述表 65
表十一、Hemmati et al.,（2014）短途範圍且滿載貨運之標竿例子的平均求解效益 65
表十二、短途範圍且滿載貨運之標竿各項例子當前最佳解 66
表十三、8 cargoes\ 3 ships 測試結果 66
表十四、17 cargoes\ 13 ships 測試結果 66
表十五、20 cargoes\ 6 ships 測試結果 67
表十六、25 cargoes\ 7 ships 測試結果 67
表十七、35 cargoes\ 13 ships 測試結果 67
表十八、50 cargoes\ 20 ships 測試結果 67
表十九、70 cargoes\ 30 ships 測試結果 67
表二十、90 cargoes\ 40 ships 測試結果 68
表二十一、100 cargoes\ 50 ships 測試結果 68

一、 緒論

1.1 研究背景介紹

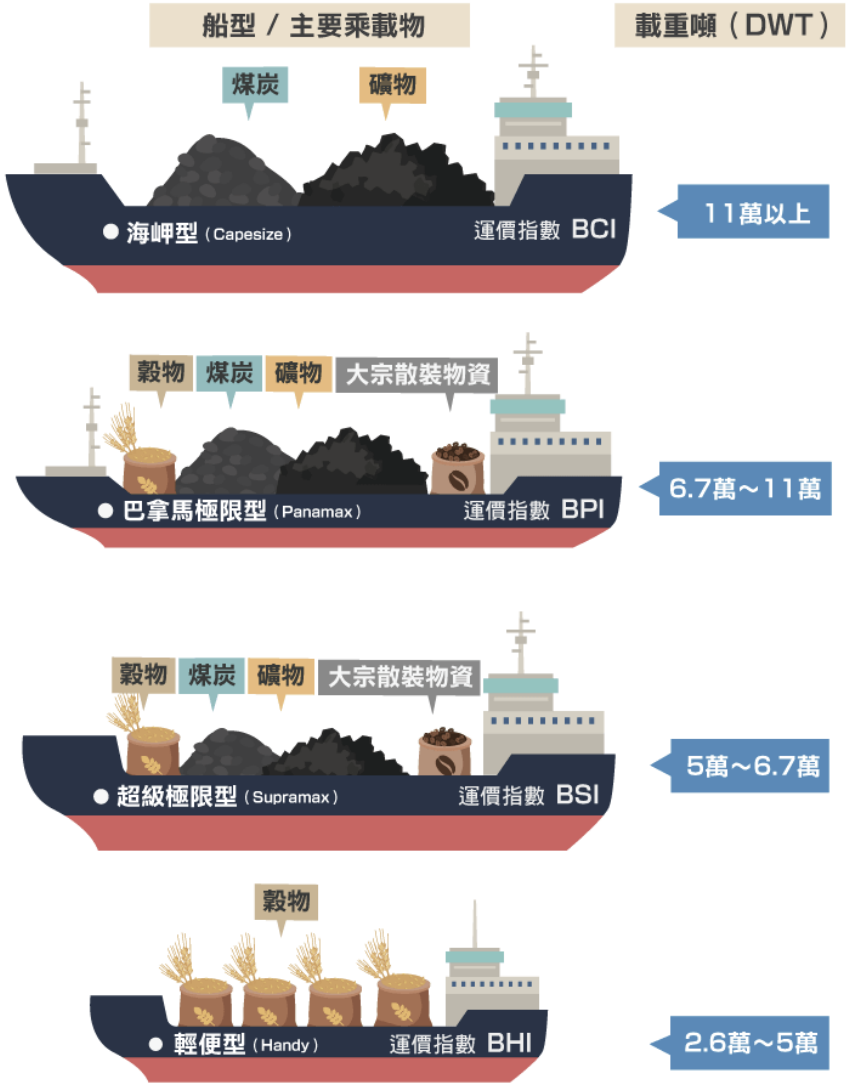
臺灣為一個四面環海的國家，其經濟命脈與航運業息息相關，進出口的貿易值也逐年上升，可知海洋運輸貿易對於台灣之重要性。而航運依照船與貨物類型的不同，又可分為散裝船、貨櫃船。貨櫃船載運的像是科技業零組件、民生用品等商品，貨物平均價值較高；散裝船則是穀物、原物料等大宗物資，佔整體海運貿易的規模較大。

散裝船多為不定期航線（Tramp），貨櫃船則隸屬定期航線（Liner）。而不定期航線顧名思義，航線與航期相對不固定，因此相較於定期航線，其在運行中航線規劃上更彈性與自由，且運費的變化波動相對較大。近期，隨著中美貿易戰導致國際貿易有較大的波動，而散裝船需求較不受貿易戰影響，且油價也相較容易轉嫁於貨主，與貨櫃船相比較為樂觀。再加上巴西淡水河谷復產，鐵礦砂的需求大為增加；海洋環保趨嚴苛讓老舊的散裝船須退出市場進行拆解，繼續在市場上作業的船舶也需暫時離開市場安裝脫硫設備，使得散裝船市場供貨變得吃緊。散裝船運載的是大宗物資、工業原料及液態貨等貨物，因此國際經濟的興衰對於散裝船業有著很大的影響力，使得散裝船業業者的營運風險提高，如何有效管理散裝船隊便成為一個重要的課題。散裝船成本受油價影響深遠，在運價上升的情況下，如何尋求較低的油價並獲得較高的利潤便是許多貨運業者關注的課題，也使得本研究主題的效益增加。

散裝船類型則可分為四種：海岬型（Capsize）、巴拿馬極限型（Panamax）、超輕便極限型（Supermax）、輕便型（Handysize）。海岬型船舶是超大型散裝船舶，其載重量頓可至 17 萬噸以上，因此可使貨量大之鐵礦砂、煤炭運物的單位成本降低。但由於其吃水較深，無法通過蘇伊士運河，因此航行需繞過非洲好望角。巴拿馬極限型船舶載重噸約 74000 噸左右，且船舶尺寸以不超過巴拿馬運河通過之限制為原則，為中大型散裝船舶。而由於船舶市場逐漸大型化的趨勢，使得海岬型船舶和巴拿馬極限型船舶於市場上的重要性漸增。超輕便極限型船舶載重頓約 52000 噸左右，為中小型散裝船，其承載貨運種類與裝卸港彈性較大，因此營運範圍也較廣。最後為輕便型船舶，載重噸約 28000 噸左右，是相對較小散裝船，可針對船東或貨主配置特殊設計及裝備，如水泥專用船、木屑專用船等，以達到高裝載效率及經濟性之目的。

圖一為各船型主要乘載物以及運價指數，而表一為船舶與對應裝載貨

物之整理：



圖一、各船型主要乘載物以及運價指數圖

圖片來源：慧洋年報（2018）

https://www.stockfeel.com.tw/航運市場現況概觀/

	海岬型船舶（Capesize）	巴拿馬極限型船（Panamax）	輕便極限型船舶（Handysize）與超輕便極限型船舶（Supramax）
載重噸位	100,000 以上	70,000~10,000	35,000~70,000

運載貨物	以鐵礦砂為主，和少部分的煤炭	煤炭、礦砂和穀物	穀物和次要乾散貨(含鋼材、木屑、肥料、糖、 鹽...等)
貨種多樣性	單一且集中	多元且分散	多元且分散
運價波動	最大	居次	最小

表一、船舶與對應裝載貨物表

資料來源：陳皓剛（2019）

而全球熱門散裝貨運航線分佈，以乾貨來說，礦砂的熱門航線分別從巴西與西澳流向歐陸和中國大陸、日韓以及台灣；以煤礦所形成的熱門航線分別從東澳及南非、中國及印尼流向歐陸和日韓、台灣；穀類的熱門航線則是分別從美國墨西哥灣與阿根廷流向遠東、歐陸和中東，少數從澳洲流向遠東、中東與非洲。

由於礦砂主要輸出或者進貨港都為深水港，為降低單位運輸成本，運送以海岬型傳來載貨運送；煤礦進口港較分散且條件簡易，或者也同樣為降低單位運輸成本，會使用海岬型或巴拿馬型船來進行運送；穀類大多以巴拿馬船承運，其他如鋁礬土、肥料、工業鹽等大都以巴拿馬型以下的船隻來承運。

表二為不同船型承載主要載貨之熱門航線及船型對各種貨載的承運比率，表三為各船型對各種貨物的乘載比例表

	礦砂	煤礦	穀類	鋁礬土	肥料
海岬型船	巴西 ↓ 歐陸 中國 日韓 台灣 西澳 ↓ 歐陸 中國	東澳 ↓ 遠東 歐陸 南非 ↓ 遠東 歐陸	阿根廷 ↓ 中東、東歐		

	日韓 台灣				
巴拿馬型船	巴西 ↓ 歐陸 中國 日韓 台灣 西澳 ↓ 歐陸 中國 日韓 台灣	東澳 ↓ 遠東 歐陸 南非 ↓ 遠東 歐陸 印尼 ↓ 東北亞 中國 ↓ 日韓 台灣	美國墨西哥灣 ↓ 遠東 歐陸 中東 阿根廷 ↓ 遠東 歐陸 中東		
輕便型船	印度 ↓ 遠東 加拿大東岸 ↓ 美國 西非 ↓ 歐陸	南非 ↓ 遠東 歐陸 印尼 ↓ 亞洲	澳洲 ↓ 遠東 中東 美國墨西哥灣 ↓ 非洲 歐陸	加勒比海 ↓ 北美 歐陸 西非 ↓ 歐陸 日本	摩洛哥 ↓ 歐陸 俄羅斯 ↓ 歐陸 美國 ↓ 日本 歐陸

表二、不同船型承載主要載貨航線

資料來源：陳永順（2016）

	乘載比率(%)				
	礦砂	煤礦	穀類	鋁礬土	肥料
海岬型船	70	35	7		
巴拿馬極限型	22	50	43	45	20
輕便型船	8	15	53	55	80

表三、船型對各種貨載的承運比率表

資料來源：陳永順（2016）

由於貨物又依據貨物類別分為乾淨貨和髒貨，舉例來說，煤礦、礦砂等隸屬於髒貨；而穀類、肥料等則屬於乾淨貨。依據前後航次所運載的不同貨種，在銜接航次時會需要緩衝時間來清掃貨倉，而直接影響該船下趟航次的起始時間以及營運成本。

而載貨需求可分成契約貨物（Contract of Affreightment）和現貨市場貨物(Spot Market Cargo)。契約貨物為一開始就與客戶簽約好的合約，契約中會規範應載貨物種類、貨物起訖、載貨趟次等等，航運公司必須在規範的時間內完成載貨需求；而現貨市場貨物則可以根據航運公司當時營運狀況，選擇是否要乘載貨物。

為了提高收入與降低成本來達到利益最大化，貨運業者在船隊管理上的營運政策就變得相當重要。除了調度自身所持有的船隻外，另可向其他船公司租傭船，而傭船契約型態主要可分為兩種：論程租傭、論時租傭。

論程租傭是以每公噸來做計算運費，由船東負責相關營運費用（油費、港埠費等），通常為定期航次，且航次較短，約為 30 天以下或者 50 至 60 天；論時租傭為雙方談定在一段時間內租借船隻給租方，並根據約期決定租金費用，短則 30 至 50 天，長則一至三年。租約期間由租方負責一切營運費用，船東負責船舶、折舊費用等並提供船員給租方。

表四為傭船契約型態對照表：

	論程傭船（Voyage Charter）	論時傭船（Time Charter）
營運方式	船東直接營運管理，以指定船舶運送貨物。	船東負責管理船舶，租方營運船舶運務。
運價收費標準	運費(Freight), 以貨量及約定單位運價相乘之積計收	租金(Hire),以租船天數及約定每日租金相乘之機計收
營運成本（港埠費、油耗費）	船東負擔	租方負擔
期間	較短，屬於現貨	以一定時間為傭船期間，傭船期間自數個月至一年以上不等

表四、傭船契約型態對照表
資料來源：陳皓剛（2019）

而論時租船中又可分兩種租船模式，為定期租船(Period Time Charter)跟定程租船(Time Charter Trip)。定期租船為船方於一段時間內租借船隻給租方，並與船租方共同協調租期長短與交還船地點；定程租船則為船方僅租借一段航程的時間給租方，並根據交還船地點決定日租金的多寡。而實務中經常以論時傭船當量計算成本，也就是將運費換算為日租金單位。

海運業者在營運一艘船隻上所耗費的成本有船員薪伙費、港埠費、碼頭通過費、運河費、船本身的油費、修理費、折舊、物料等等…。而根據表一，可看到營運成本扣除掉造船成本外，以油耗成本佔的比例最高，可見若能有效降低油耗成本，對於營運者來說是省下一個可觀的數字，再加上減少油耗支出也能減少碳排放等相關環境問題，也使得這類加油問題在學界受到相當大的重視。

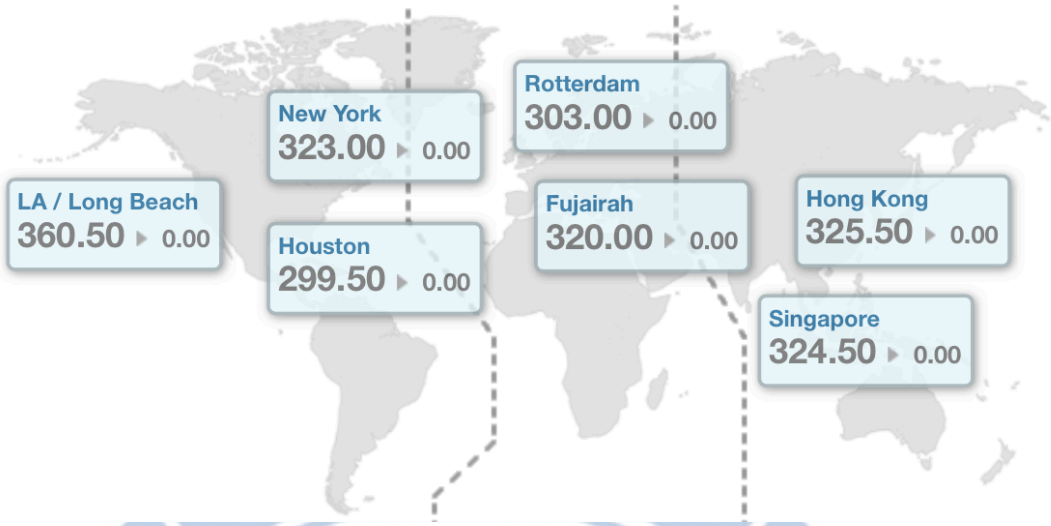
單位：%

船隻載重（dwt）	造船成本	燃油	船員	保險	管理與其他	合計
2萬	36.6	20.7	32.7	4.3	5.7	100
6萬	47.8	18	23.1	5.6	5.5	100
12萬	51.4	20.6	16.8	6	5.2	100
20萬	54.2	21.1	13.3	6.4	5	100

表五、散裝船營運成本結構分佈表

資料來源：澳洲基礎建設、交通和地區經濟局、TEJ 統整

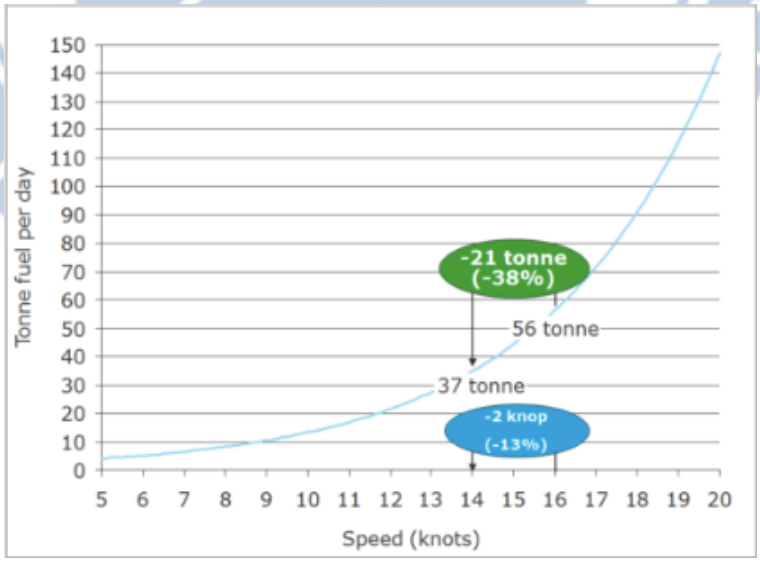
而其中影響油耗成本的因素主要有三項：不同港口的油價、行駛速率、載貨量。有些港口可能油價較便宜，但離載貨需求高的港口距離較遠，船隻需特地規劃至該港加油；而有些港口正好相反，雖油價偏高但與載貨需求高的港口距離較近，由於散裝船不似貨櫃船有固定的航班及路線，營運方可選擇距離較近或者較便宜的港口加油，因而可以彈性規劃船隻的加油路線。另外船的運行速率也會影響燃油成本，如運行速率較快的話較耗油，但有些商品具有時效性，或者貨運業者需將船調度至其他區域運送其他貨物，是否能及時到達運送貨物也取決於船的運行速率，因此船速也是會影響成本與供給的因素之一。載貨量與速率的部分原理類似，若散裝船的載貨量大，則消耗的油量較多，反之則亦然。圖二為 2020 年 12 月世界部分加油港 IFO380 平均油價，以美洲休士頓歐洲鹿特丹、中東富吉拉以及亞洲新加坡油價最低，而實務上也常選擇這些港口作為加油港。



圖二、世界部分國家港口 12 月 IFO380 平均油價

圖片來源：https://shipandbunker.com/prices/

一般平均船速會根據船型而有所不同，如大型坦船平均船速從 10 至 15 節不等，油輪平均船速約 13 到 15 節，貨櫃船約 24 節等。舉例來說，對於一個載重噸位 56,000 的貨櫃船來說，平均速率降低 13%可以節省近 40%的日常燃料消耗，貨櫃船消耗油量與速率關係如圖三所示。而散裝船相對於貨櫃船來說，行駛速率稍無貨櫃船明顯，但也具有一定影響力。



圖三、56,000 載重噸位貨櫃船消耗油量與速率關係圖

資料來源：https://glomeep.imo.org/technology/speed-management/

1.2 研究目的與環境設置

實務上，航運業者規劃散裝船隊時，僅按照過往經驗判斷各個可用船隻之承載運務順序與分配，並無具有一個系統性的操作，無法確保規劃完能獲取最大利潤，因而本研究欲建立一數學模型，使航運業者於一段規劃期間可獲取最大利潤。

而在欲達到最大利潤的期望下，須符合一些規劃上的限制。本研究主要以散裝船作為研究對象，船隊設置為異質船隊，且每種船型對應之可載貨物不盡相同。國際散裝海運市場運價波動劇烈，使散裝海運企業面臨極大經營風險，需要因應不定期需求或油價。因此除了考慮航運公司自有船外，本研究允許向其他船公司租傭船隻以因應需求，而租傭方式為論時租傭，且租金多寡依據長短期合約決定。考量到模型建立的方便性，交還船地點可為世界各地，惟還船時間需符合合約內規定之時間窗。裝載貨物時尚須考慮貨物的性質，若先前的運務裝載髒貨，則下一趟次若欲裝載乾淨貨，則產生清艙成本並同時增加完成運務所需之耗費時間。為避免傭船人裝卸貨物延遲，契約中均會約定裝卸天數，且船隻須在規定之時間窗內抵達裝貨港與卸貨港。

安排船隻路線不僅只考慮當前運務利潤多寡，運務的目的地也是一個很重要的考量因素。如當地為一個較大的出口國，貨運業者較易接單且立即再進行下一次的運務；若目的地較不易接單，則貨運業者就須將空船調度到出口量較大的港口或者下個已簽約的交貨地，造成運送成本提高，並且在不同季節交替，各地需求量及貨種可能會有很大的改變。船隻路線規劃除了運務安排以及空船調度外，還包括加油路徑選擇。因船隻行駛速率和燃油成本息息相關，且行駛速率影響獲取運務機會以及貨物時效性，須規劃船隻於每一趟次的行駛速率為何。船隻營運成本將近有一半來自於燃油成本，而影響油耗有三項因素：不同加油港的油價、船速、船負載量，本研究將著重於油價與船速所造成的影響，船的承重量僅作為參數來計算油耗量。除了加油港的選擇，加油之油量也在本研究規劃之內，而加油油量策略會於後續章節加以說明。

綜合上述，本研究之規劃內容可統整為下：

1. 散裝船船隊行駛路徑
2. 散裝船每一航段行駛速率
3. 散裝船加油油量
4. 散裝船船隊大小

其中，散裝船路徑規劃內容又包含乘載運務、空船調度以及加油港

口。本研究為首個數學上對不確定需求與油價之動態散裝船對進行建模，並使用近似動態規劃求解規劃內容與目的。

二、 文獻回顧

過去有關航運產業的文獻，大多都與貨櫃船或是空櫃調度的議題有關，較少有關於散裝船的文獻，而與本研究相關的散裝船文獻主要可分為兩類，分別為包含加油相關及或行駛速率的航線路徑最佳化問題。雖本研究以散裝船為主要研究對象，但因目前與散裝船的相關研究並不多，因此也將部分與加油及速率相關的定期航班文獻納入回顧範圍，作為本文獻回顧的第一部份。而本研究方法為近似動態規劃，因此第二部分著重回顧相關或相似題目應用於近似動態規劃或動態規劃的文獻。

2.1 散裝船相關文獻

回顧早期與與散裝船較為相關的論文，其多與乘載原油有關，因此其載運貨種單一，船隊間的性質也較相似。最早討論散裝船主題之文獻為 Appelgren（1969, 1971），其先提出了三個線性規劃模型可供求解，其規劃有考量貨物承接選擇、位置成本與船閒置成本等，惟其最後求得解可能並非整數解；而後其才提出其他方法用以求出整數解；而 Brown et al.（1987）也同樣為為散裝船訂定排程，且此模型有考慮是否租賃船隻與考量運河費用等；Bausch et al.（1998）則為運送液態原油的海洋運輸模式建立了一個排程模型，但其能運算的範圍較小，規劃期僅為 2-3 個禮拜。航運公司為使服務水平高，必須達到客戶或合約所訂定的時間窗，Christiansen（1999）則提出了一個散裝船的有時間窗之存貨排程數學模型，也率先將存貨問題引入此類主題；有關散裝船路徑問題，許多文獻探討載運契約貨物以及現貨，Lin and Liu（2011）結合貨物指派、船隻指派、船隻路徑並同時求解；如 Hemmati et al.（2015）提出一演算法來有效求解，並先處理存貨問題而後再解決路徑問題；Vilhelmsen et al.（2017）則是透過放鬆主問題且使用 branch-and-price 最後得到最佳解。大多文獻而後都有討論租賃船隻來使調度或載貨更彈性，如 Fagerholt and Christiansen（2000）結合了船隊排程與指派問題，其問題屬於有時間窗之接送貨問題（m-PDPTW），首先產生各種排程，接著再指派船隻於不同排程；而 Fagerholt（2001）提出散裝船之接送貨軟時窗問題（pickup and delivery problem with soft time window），其認為非硬時窗的情況下可能可以獲得更好的利潤，且允許船隻使用不同的行駛速率航行；而後 Fagerholt（2003）使用決策支援系統來進行較複雜環境的散裝船隊管理；有些文獻則探討時間與成本的權衡，如通行運河可較快抵達目的地，但需耗費的成本較高，如 Sherali et al.（1999）提出與油輪船隊管理的相關文獻，實際幫助科威特石油公司的船隊來設計航線。本文整理以上文獻之比較如表六：

文獻	船隊	貨物	問題類型	目標式	租賃	現貨市場	時間窗	規劃時間	求解方法
Appelgren (1969)	異質	多種	排程 (schedluing)	最大利潤	無	有	無	2-4月	列生成算法(column generation)
Bausch et al. (1998)	異質	單一	排程 (schedluing)	最小成本	有	無	有	2-3週	ESP(Elastic Set Partitioning) model
Christiansen(1999)	異質	單一	存貨排程 (Inventory Scheduling)	最小成本	無	無	有	3月	Danzig-Wolfe secomposition brand-and-bound
Brown et al. 1987	同質	單一	排程 (schedluing)	最小成本	有	無	無	3月	ESP(Elastic Set Partitioning) model
Fagerholt(2001)	異質	單一	接送貨排程 (pickup and delivery)	最小成本	無	無	有	2-3週	optimisation based approach
Fagerholt(2003)	異質	多種	排程 (schedluing)	最大利潤	有	有	有	無	DSS(Decision Support System)
Sherali et al.(1999)	異質	單一	路徑排程 (routing and schedluing)	最小成本	有	無	有	30-240天	演算法(huristic)
Fagerholt and Christiansen(2000)	異質	單一	接送貨排程 (pickup and delivery)	最小成本	有	無	有	2-3週	Set Partitioning Approach
Lin and Liu (2011)	異質	單一	指派路徑 (assigning and scheduling)	最大利潤	有	有	有	20天	Genetic algorithm
Hemmati et al.(2015)	異質	單一	Vendor managed inventory replenishment (VMI)	最大利潤	無	有	有	無	two-phase huristic Adaptive Large Neighborhood Search
Vilhelmsen et al.(2017)	異質	單一	路徑排程 (routing and schedluing)	最大利潤	有	有	有	90-120天	branch-and-price
本研究	異質	多種	船隊管理問題(fleet management problem)	最大利潤	有	有	有	20天-60天	近似動態規劃(Approximate dynamic programming)

表六、散裝船文獻比較表

2.2 加油與速率優化問題（Bunkering Problem and Speed Optimization Problem）

油耗成本涉及運輸業營運成本相當大的比例，因此不論陸運或海運，已經有一些文獻針對加油問題進行研究。在許多車輛路徑加油問題中，分別有以油價成本作為研究目標的，也有加入路徑成本考量以油耗成本作為目標，因此權衡加油地點應為距離較近或較便宜是加油問題之研究關鍵。許多陸運車輛問題都有同時考慮滿足需求與加油的情況，如 Xiao et al.（2012）、Suzuki and Dai（2013）、Suzuki（2014）、Cheng et al.（2018）、Neves-Moreira et al.（2020）等；相對有些文獻之送貨行駛路線為固定，僅探討加油地點或加油油量，如 Suzuki（2014）和定期航班（Zhen et al., 2017）。而探討加油油量時，通常會制定加油策略，Neves-Moreira et al.（2020）之加油策略就使用存貨補貨常用的兩個策略：最大存量（maximum level）與自訂應加存量（order-up-to-level）。由於加油消耗牽扯到行駛速率與乘載量問題，有些文獻中有將其考慮進

去，如 Xiao et al.（2012）和 Cheng et al.（2018）。而近年電動車崛起，電動車充電問題也與加油相似，但因充電並無油價，所以其目標通常為最小距離，且每次充電即會將電充滿，如 Schneider et al.（2014）。

油價的計算方式期望可以依照世界趨勢調漲，將油價分為三種價格類別分別去做探討，因而油價的部分會與實際情況較吻合，且其以加油到某一個區間水平來取代直接將油加滿，以期望可獲得最佳解（Vilhelmsen et al., 2014）；而或是對於船隻航線規劃涉及未來需求考量，其未來貨物的機會成本影響當下路徑的規劃，但對於油價的環境設置較為單純，不隨時間而改變，且船隻不可離開需求港至油價較低港口加油（Meng et al., 2015）；而定期航線與散裝船最大的不同為航線規劃的彈性，因此在需求航線設置上較為侷限，但依舊可選擇在油價較低的港口，值得參考的為其計算世界油價的歷史價格分佈來作為未來油價的機率分佈（Wang et al., 2018）。

許多文獻探討不同行駛速率下對於問題之影響，因速率為影響油耗成本的重要因素之一。當行駛速率較快可能耗費之油耗量或者旅行成本高，但相對得到的報酬也愈高（Wen et al., 2015）；或者是在一段固定的航程中，找出每段航程之最適當行駛速率（Norstad et al., 2010）；Magirou et al.,（2014）則是透過動態規劃來求得每個航程之最適經濟速率。速率對油耗量之影響也是許多文獻的研究重點之一，最早由 Ronen（1982）提出速率與油耗量之關係為三次函數（cubic function），而後之研究陸續有提出不同之關係式，有些文獻使用實際資料自行導出對應公式（Wen et al., 2015）、或藉由統計資料得出一速率與油耗量迴歸式 $0.1727\mu^2 - 0.217\mu$（Bialystocki and Konovessis , 2016）；而 Psaraftis and Kontovas（2014）首度提出載重量對油耗量也有相當的影響，其與速率對油耗量之影響關係式為$ku^3(l+A)^{2/3}$，其中k為固定參數，u為船隻速度，l為船隻載重量，A為船隻淨重。許多研究引用該關係式來計算油耗成本。而同樣同時考慮載重量與速率對目標式的影響，Eide et al.,（2020）則將其化為線性求解。

表七為與加油或速率優化問題之文獻比較表格：

文獻	研究對象	速度影響油耗	承載量影響油耗	包含路徑決策	油耗量方程式	目標式	加油策略	求解方法
Xiao et al.(2012)	陸運車輛	無	有	有	公式	最小油耗成本	無	模擬退火法
Suzuki and Dai(2013)	陸運車輛	無	無	有	自定油耗率	最小油耗成本與行駛距離	無	自訂方法
Suzuki(2014)	陸運車輛	無	無	無	自定油耗率	最小油耗成本	有	自訂方法
Schneider et al.(2014)	電動車	有	無	有	自訂消耗率	最小距離	無	Neighborhood search and Tabu search
Zhen et al.(2017)	定期航班	無	無	無	隨機	最小油耗成本	有	動態規劃
Cheng et al.(2018)	陸運車輛	無	有	有	公式	最小油耗成本	無	Branch-and-cut
Neves-Moreira et al.(2020)	陸運車輛	無	無	有	自訂油耗率	最小油耗成本	有	branch-and-cut and matheuristic algorithms
Norstad et al.(2010)	散裝船	有	否	有	自訂三次函數	最大化利潤	無	multi-start local search heuristic
Magirou et al.(2014)	海運船隻	有	無	無	Psaraftis and Kontovas (2014) 公式	最大化利潤	無	動態規劃
Wen et al.(2015)	散裝船	有	無	有	實際資料	最小油耗成本	無	Nove Branch-and-price
Eide et al.(2020)	海運船隻	有	有	有	自訂線性方程式	最小油耗成本	無	無
本研究	散裝船	有	無	有	Psaraftis and Kontovas (2014) 公式	最大化利潤	有	近似動態規劃

表七、加油與速率優化問題相關文獻比較表

2.3 動態規劃與近似動態規劃相關文獻

此部分可分為與本研究相似問題並使用動態規劃或近似動態規劃來解決之文獻，以及其他問題應用於與本研究近似方法接近之兩種分類。而本研究隸屬於資源分配問題（Resource Allocation Problem）的一種，會針對研究主題為船隊/車隊管理（Fleet Management）進行回顧；而航線與加油地址、存量規劃問題則類似於存貨路徑規劃問題（Inventory Routing Problem），因此也會著重於此部分做探討；並且舉凡有牽扯到加油決策（Refueling Decision Policy）的問題也在此部分之回顧範圍內。

2.3.1 資源分配問題（Resource Allocation Problem）

近似動態規劃方法以 Powell 的研究馬首是瞻，相當多文獻應用他所提出的方法至不同領域或問題。而資源分配問題被視為具有特殊性質，也就是邊際效益：第一個資源所獲取的價值最高，接下來的資源所獲得的效益會逐漸下降，到達一定的數量後會趨於平穩。價值與數量所畫出的曲線，也就是我們俗稱的價值方程式（value function）為一凹函數（concave function）。最經典的動態船隊管理規劃即是由 Godfrey and Powell（ 2001, 2002 ）提出，使用近似動態規劃求解，並根據特性將價

值方程式用分段線性近似且用 CAVE 理論（ CAVE algorithm)來更新該方程式，且分別討論船的載貨所需時間在單一時間段（ single period ）與多重時間段（ multi-period ）的模型建立與結果分析。而除了一般的線性近似和分段線性近似外，Topaloglu and Powell（ 2006 ）結合兩者提出混合近似法，求得質量更好的近似解。而在與最佳解做比較，以上文獻皆有在確定性的環境下將問題轉為網路問題（Network Problem），用商業規劃軟體所求得的最佳解做比較。

2.3.2 存貨路徑問題（Inventory Routing Problem）

本研究問題其實與存貨路徑問題相當類似，為船隊或車隊將貨送至需求點，需規劃載貨量以及該需求點的存貨量，而這與本研究欲探討船隊之既有油量與一次需加多少油的概念相似，因此納為本文獻回顧重點之一。而一般存貨問題都須考慮安全存量，甚至訂定政策（Policy），但多數研究選擇新增懲罰成本至目標式，讓缺貨的狀況為軟限制（Soft Constraint）。海運的存貨路徑其實與一般陸上相去不遠，文獻主要差別在如何近似價值方程式，又根據其環境為確定或隨機而比較的方法隨之不同。若使用確定環境下，可建立混合整數規劃模型（MIP）來求得最佳解並得知近似方法求得解之質量（Papageorgiou et al., 2014）；在隨機環境下則要建立其他方法來與其求解做比較，如拉格朗日放鬆法（Lagrangian Relaxation）或是調整其近似方程式中可調整的參數來與提出方法本身做比較，而近似方法有線性、分段線性、或者將方程式本身分解成子問題再求解（Topaloglu and Kunnumkal , 2006 ; Kleywegt et al., 2004 ; Berman and Larson , 2001）。而資源分配問題與存貨路徑問題最不同的就是狀態（State），前者的狀態多為一顧客點或地點所擁有的資源，而後者為一顧客點或地點所有的貨物商品存量。

2.3.3 加油政策問題（Refueling Decision Policy）

關於動態油耗決策的文獻目前就本研究並不多，加油政策問題包括凡舉加油或者存貨皆很常會制定政策來決定什麼時候要加油或補貨，但存貨的量接受短缺的情況，惟加油無法有無存量的時候，否則船無法運行。與加油政策相關的動態規劃問題很多都與油價有關，包括假設每個港口的油價皆為已知且相同的情況、隨機性產生但每個港口的價格一致、每個港口油價不一等，在不同的情境下最佳政策之加油的臨界值也會不同，並且決定該於什麼條件下加多少油量（Besbes and Savin , 2009）；而也有除卻油價，假設船行駛的油耗量是隨機的文獻，其中將速率會影響油耗也一併考慮進去（Zhen et al., 2017）。而表八為動態規劃與近似動態規劃相關文獻比較表：

表八、動態規劃與近似動態規劃相關文獻比較表

文獻	問題類型	路徑決策	存貨決策	加油決策	船/車隊大小	租賃決策	速度決策	隨機因素	目標式	價值方程式
Godfrey and Powell (2001)	Fleet management problem	有	無	無	無	無	無	有	最大化利潤	分段線性
Godfrey and Powell (2002)	Fleet management problem	有	無	無	無	無	無	有	最大化利潤	分段線性
Kleywegt et al. (2004)	vendor managed inventory replenishment (VMI)	有	有	無	無	無	無	有	最大化利潤	線性
Topaloglu and Kunnumkal (2006)	Inventory allocation problem	無	有	無	無	無	無	有	最小化成本	線性
Topaloglu and Powell (2006)	multicommodity- flow problem	有	無	無	無	無	無	有	最大化利潤	線性與非線性
Besbes and Savin(2009)	Route and refueling problem	有	無	有	無	無	無	有	最大化利潤	無
Zhen et al. (2017)	Optimal ship refueling decision problem	無	無	有	無	無	有	有	最小化成本	無
Papageorgiou et al.(2014)	Inventory Routing problem	有	有	無	無	無	無	無	最大化利潤	分段線性
本研究	Fleet management problem	有	無	有	有	有	有	有	最大化成本	分段線性

根據以上文獻回顧，就本研究所知，相似問題或者相同求解方法中，本研究之環境設置與規劃內容最為複雜，首次為此類問題建立數學模型。而與本研究最相關之文獻為 Godfrey and Powell（2001, 2002），因而後續研究方法建立在其基礎下將以改良；Papageorgiou et al.（2014）以海運存貨路徑作為主題，也同樣與本研究類似，但其環境設置與求解問題稍較本研究不同。而以上文獻少有探討初始值之設置對目標式與求解速率之影響，因此歸納本研究貢獻為：(1) 首為決策路徑、加油策略、船隊大小之散裝船隊管理問題建立數學模型 (2) 探討不同價值方程式初始值對目標式與求解速率之影響。

三、 問題建立

3.1 問題描述與假設

本研究欲於一段規劃期內幫航運公司管理散裝船船隊，其規劃內容包含租賃政策、加油策略、船隊路線與大小、行駛速率。根據港口的特性，對起租來說，因出口港的船隻是供不應求，而價格會相對進口港高；還船則相反，於進口港還船價格會較高，反之較低。因此租賃策略包含船隻若租借的起租以及還船地點、租借天數；影響船隻的油耗成本為油耗量與油價，因隨時間、景氣與地點的不同，各港口的油價也會隨之改變，要選擇距離較近亦或是選擇價格較便宜的加油港須由決策者權衡；而船速、載重量則會影響油耗量，而考量到複雜度，本文僅探討船速對油耗量之影響。而船至加油港加油的次當量與時機點也是本次研究規劃內容，因此加油策略包含船隻加油的地點、當次加油油量與加油時機點。

因散裝船沒有固定的航線與時刻表，因此也有較大的彈性決定航線規劃與航行速率。一艘船隻的航線內容可能包含停泊於原港口、行至對應公海等待調度、空船調度、載運貨物以及至加油港加油，且在航行期間可決定使用較快或較慢的速率前往。較低的航行速率會使船隻的耗油量較低，而較快的航行速率雖耗油量較高，但可使船隻單位時間利潤較高，以長遠的規劃期來看，有較高機會可以載運更多貨物。
海運之貨物類型分為兩種：契約貨物與現貨，契約貨物為一定要滿足的需求，而現貨則可依據當下情況，由決策者決定是否要滿足。另不同船種常載運的貨種也不同，且貨種又可分為乾淨貨與骯髒貨，載過骯髒貨的船隻，下一趟運務不可直接載運乾淨貨，若欲載乾淨貨，必須先進行清艙。而在滿足上述條件的情況下，且運送時需符合貨種與船隻的配對等限制，來幫助決策者創造最高收益。

而在規劃期間，若僅考慮當下的運務來安排航線，可能導致求解結果“短視近利”（myopic）以致最終求得非最佳結果。因此本研究尚考慮各地未來潛在運務機會，比起安排船隻乘載當下之運務，將船隻調度至其他港口能獲取利益之機率更高。而本研究利用 CAVE 算法（CAVE algorithm）來計算未來需求潛在利益，望能求得更好的解。

整理前述所言，本研究問題為：

1. 船隊船舶數量規劃
   (1)船舶租入時間

(2) 船舶歸還時間

2. 航線規劃

(1)載貨、空船調度、停泊、加油路徑安排

(2)每航段間最適行駛速率

3. 加油策略

(1)加油量

(2)加油時機點

以找尋利益最大化之近似最佳解。

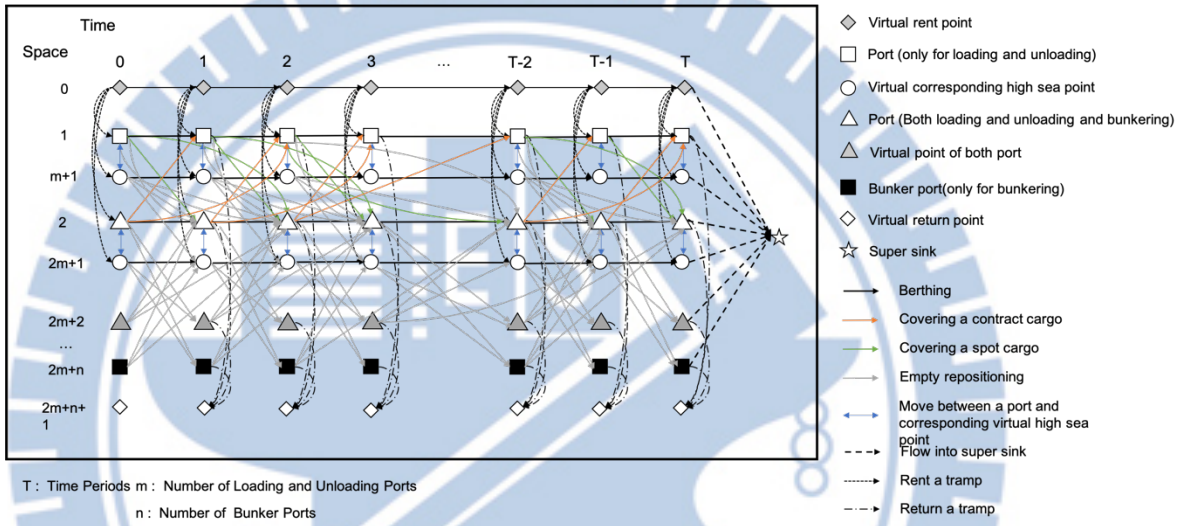
且本研究進行以下幾點假設：

1. 本研究之研究對象為異質船隊，不同船隻根據其常載運貨物，定義其能載運的貨物種類，且具有不一樣的容量限制。
2. 需求港可身兼加油港，船隻可特地前往專門加油港加油。
3. 需求與油價均為不確定性因素，具有隨機性，且會隨著時間而有所改變。
4. 貨物類型分為契約貨物與現貨，契約貨物為強制承載貨物，現貨則為選擇性乘載。
5. 本研究僅考慮船速與油價對油耗成本之影響，載重量為計算油耗量之參數。
6. 船隻於一段航務裝載貨物滿載，且在單一地點裝卸貨（Full-load and Full- discharged）。
7. 船隻載運乾淨貨時船艙須為乾淨狀態，若船隻船艙載運前為骯髒狀態，則須先進行清艙才可載運，載運完骯髒貨的船隻船艙狀態會變為骯髒。
8. 本研究船隻包含自有船以及租賃船隻，且租賃方式採用論程租傭與論時租傭，並將論程租傭租金以日租金當量計算(TCE, Time Charter equivalent)，又可譯為定程租，論時租傭則為定時租船。
9. 船隻行駛時間為多重時間段（multi-periods）。
10. 各港口皆可租船與還船，僅有租入時船隻位置影響租金價格。
11. 將實務上定時租船合約內之租期簡化為最小租期，當租賃時間超過最小租期後，可選擇歸還船隻或繼續租賃。
12. 租賃船隻還船前船隻油量不可小於門檻值，須先將油加到門檻值才能歸還。
13. 本研究僅考慮租入船隻，不考慮自有船隻出租或者維修。
14. 假設一個時間區段（Time Period）即為一天。
15. 假設其為一個資訊充分且公開的市場。

3.2 時空網路圖

本問題為一多重航行時段之散裝船船隊管理問題，在一規劃期為 T 之時間長內，船隻可進行空船調度、停泊、載運契約貨物或者現貨、加油、租還船等。而因停泊會花費較高的成本，因此實務上許多航運公司會將閒置船停泊於附近的公海，則不須花費停泊成本。特別注意因本研究船隻可視情況行駛不同速率至各港口，例如港 2 至港 1 最快可於 t 天內抵達，最慢可於 t+τ 天內抵達。

本研究問題網路圖如圖四：

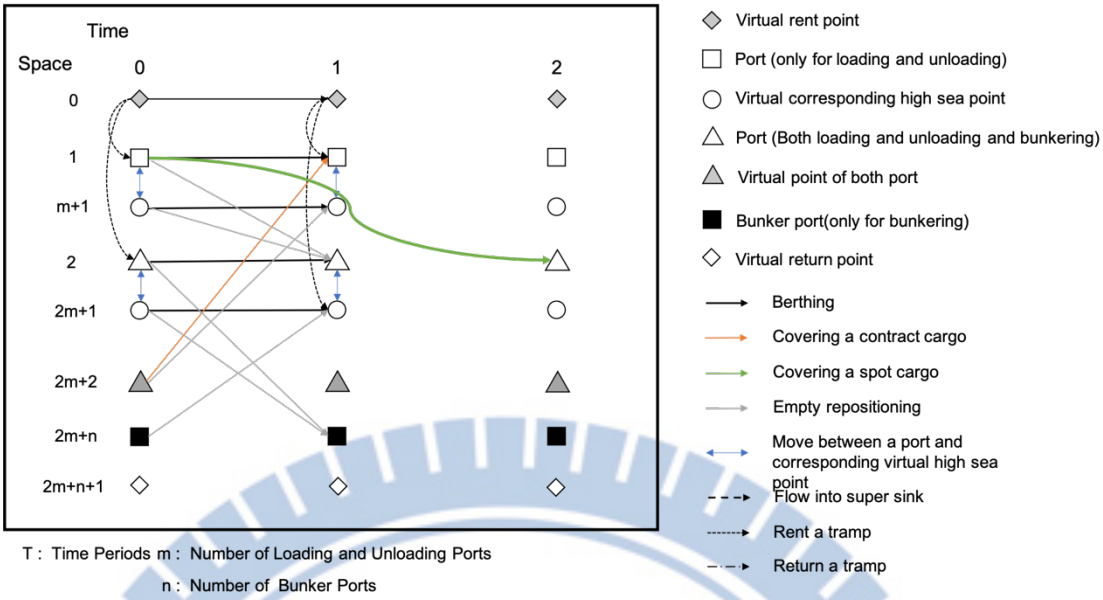


圖四、時空網路圖

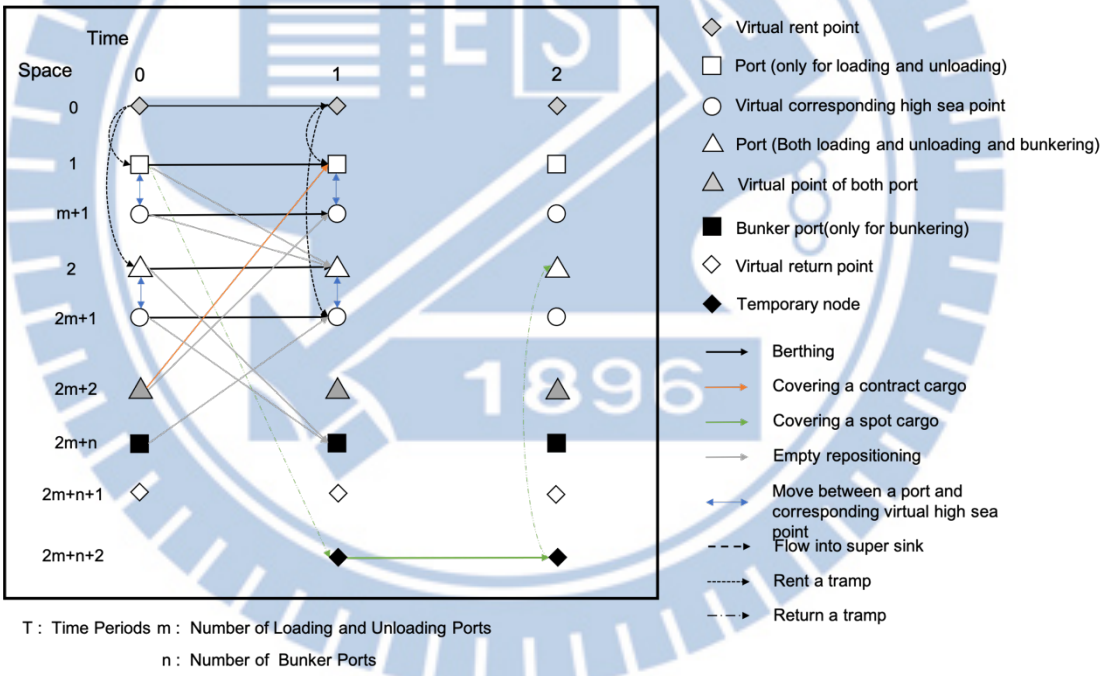
網路圖中包含的點為：租賃與歸還虛擬點、僅供裝卸貨之港口、可供裝卸貨與加油港之港口、僅供加油之港口、各裝卸貨港口對應之虛擬公海點、虛擬還船點與最後一期用以守恆流入之虛擬點（super sink）。

3.2.1 子問題網路

因本問題欲動態求解，因此將主問題根據時間區段分割成 T 個子問題，以求解規劃當期可用船隻之航線，子網路圖如圖五：



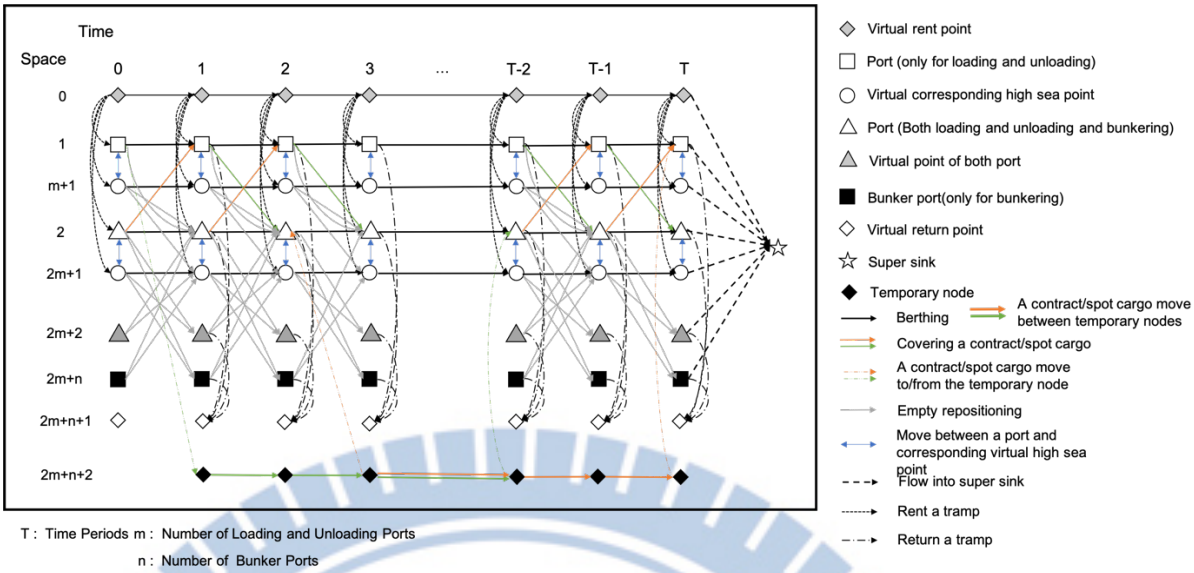
圖五、原子網路圖



圖六、修正後子網路圖

而若某一航務或調度，船隻行駛時間橫跨多時段，船隻當期會流至一暫存點，直至求解其抵達時間之子問題，船隻便於該期流入目的地，成為當期可用船隻，如圖五至圖六。

因而主網路問題可以修正為圖七：

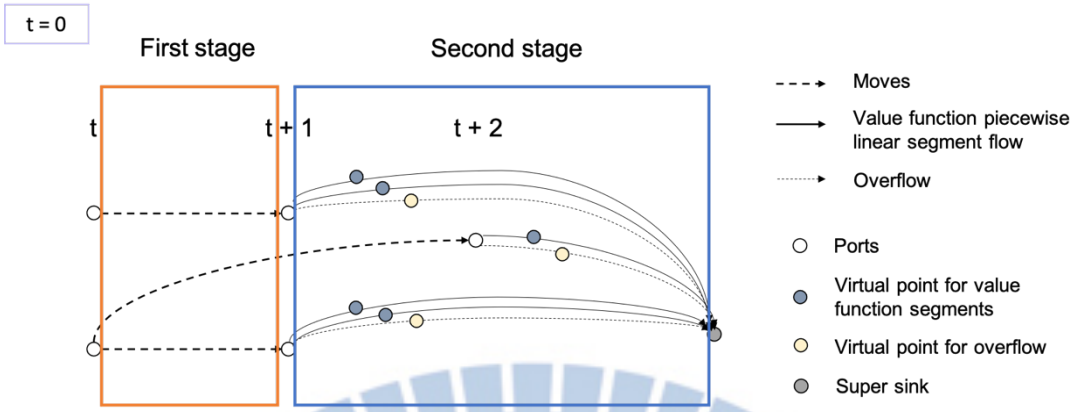


圖七、修正後時空網路圖

可看到圖七中分別有一現貨從港 1 於 T-2 時運至港 2，以及一契約貨物從時間 2 於港 2 有貨，於 T 時運至港 1。而應修正為載運現貨之船隻於 0 時從起始港流至暫存虛擬點，直至抵達時間 2 前流至目的港，於 2 時成為可使用之船隻；載運契約貨物之船隻於 2 時從港 1 出發，並流入暫存虛擬點，直至 T 時流進港 1。

3.2.2 二階段（2-stage）子問題網路

本研究將主問題根據時間區段分割成 T 個子問題，而每一個子問題即為一個二階散裝船隊管理問題（2-stage fleet management problem）。與隨機規劃中的二階問題概念相同，第一階段為根據已知確定的資訊，如已知之契約貨物與現貨，做出“此時此地”的決策（here-and-now decision）；第二階段則包含對未來潛在運務決策之規劃。而未來運務需求以價值方程式來表現，於不同時間點抵達每一裝卸港都會有其對應價值方程式，而方程式斜率越高代表其潛在運務機會之利益愈大。因本問題的特性，價值方程式應為一分段線性價值方程式，其詳細特性與定義會於後續章節說明。而若將價值方程式用網路圖表示如圖八：

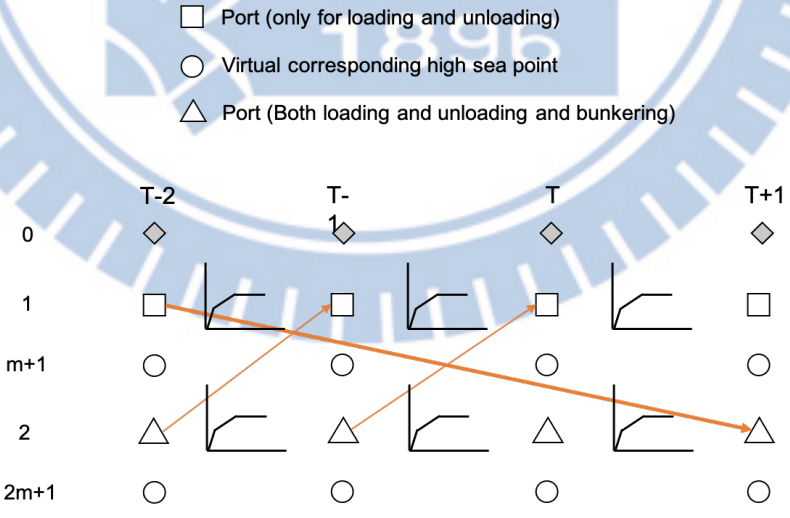


圖八、二階段子網路示意圖

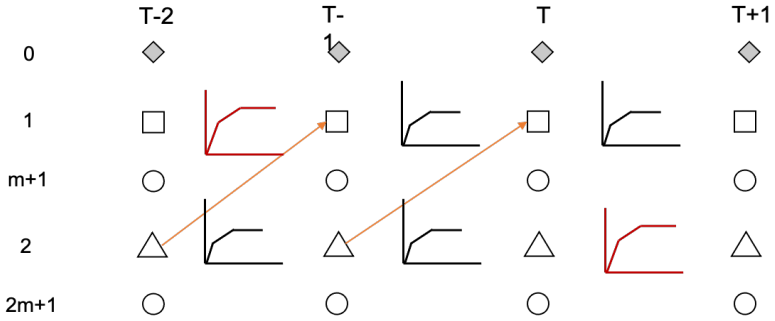
其中第二階段的實線為價值方程式之分段價值，有其流量限制；而虛線則為防止溢出流量而設置，通常其價值為 0 且流量無限制。當船隻從港口移動至各港口，每個目的港有其價值方程式，船隻行經分段價值實線或者分段價值為 0 之虛線，最終流入虛擬點。

3.2.3 超過規劃期之貨物網路

有些契約貨物或者現貨之運送時間可能會超過規劃期，為解決此問題，本研究將超過規劃期之契約貨物和現貨之運費價值以價值方程式呈現，如圖九表示：



圖九、原超過規劃期之貨物網路示意圖



圖十、修正後貨物網路示意圖

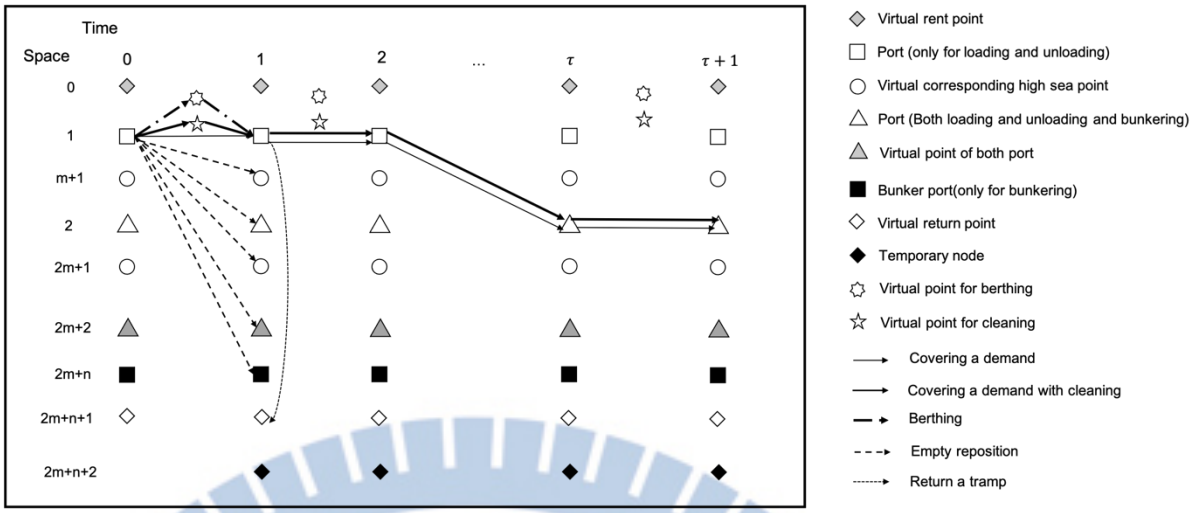
根據圖九與圖十，一規劃期為 T 之網路，原圖九中本有一貨欲於 T-2 從港 1 運至港 2，但需於 T+1 才能抵達。因超過規劃期，所以將此貨物以價值方程式來表示，如圖十所示，貨物於運送時段起迄港之價值方程式斜率皆增加。當貨物之抵達時間超過規劃期，將價值加於最後一期 T 之目的港價值方程式。

3.3 船隻可能路徑說明

而不同的港口與虛擬點，船隻可做的動作也不盡相同，以下將細部討論各港口與虛擬點之特性，以示意一艘船隻可能之行駛航線。

3.3.1 船隻動作分解－裝卸港

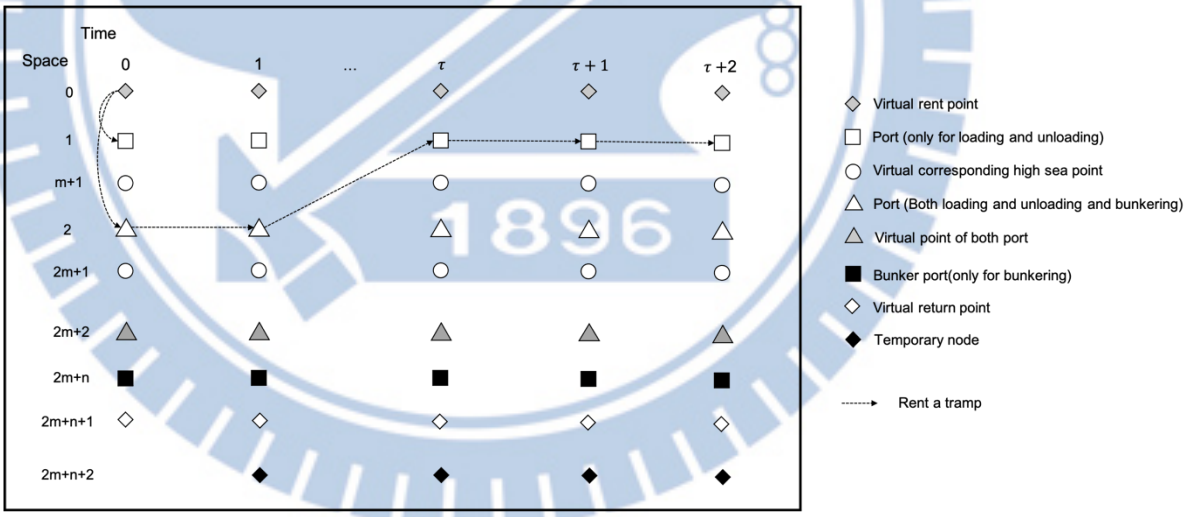
當船隻位於裝卸港時，其下一航段可選擇空船調度、停泊、停泊至對應公海虛擬點、載貨或者至加油港加油。考慮船隻的裝卸貨都需要作業天數，因此若船在該港承接貨物，需先於貨物起始港進行裝貨，運送至目的港後再於該港口進行卸貨，因此完整之載貨路徑為以圖十一中粗體線表示；另外若是承接之貨種為乾貨，但船艙狀態為骯髒，船隻必須先清艙，因此會經由圖十一中星星圖案之點，應為同一港口至同一港口的路徑，為與裝卸貨動作區分，清洗路徑以經過星星虛擬點來表示。而船隻若要停泊，會選擇至對應之虛擬公海點停靠。詳細如圖十一所示：



圖十一、裝卸港船隻動作示意圖

3.3.2 船隻動作分解－租賃與歸還虛擬點

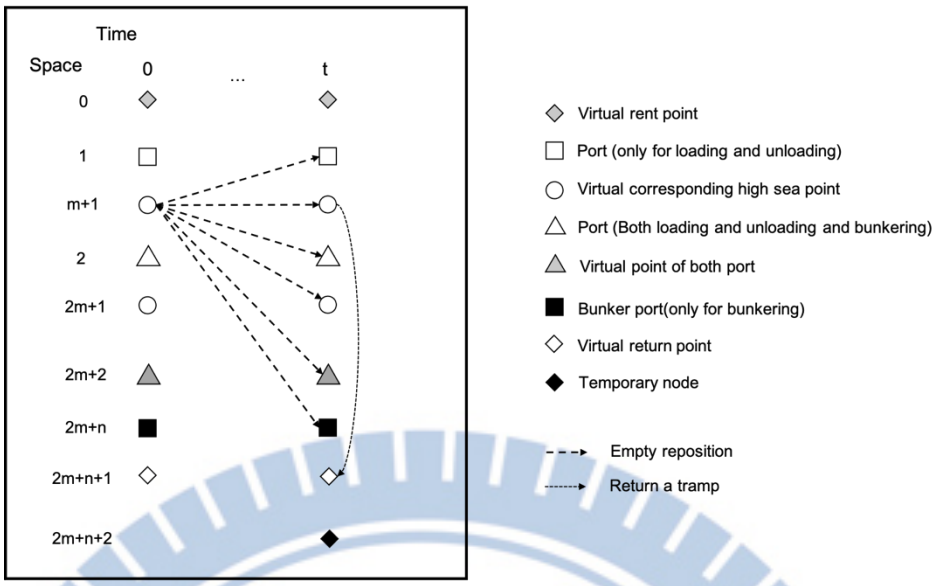
租賃虛擬點又可分為租入以及歸還虛擬點，可於租賃點租入船隻到各港口，並於各港口歸還。若租賃方式為定時租船，則船隻擁有最小租期，需過最小租期才可歸還船隻。示意圖如圖十二表示：



圖十二、租賃虛擬點船隻動作示意圖

3.3.3 船隻動作分解－虛擬公海點

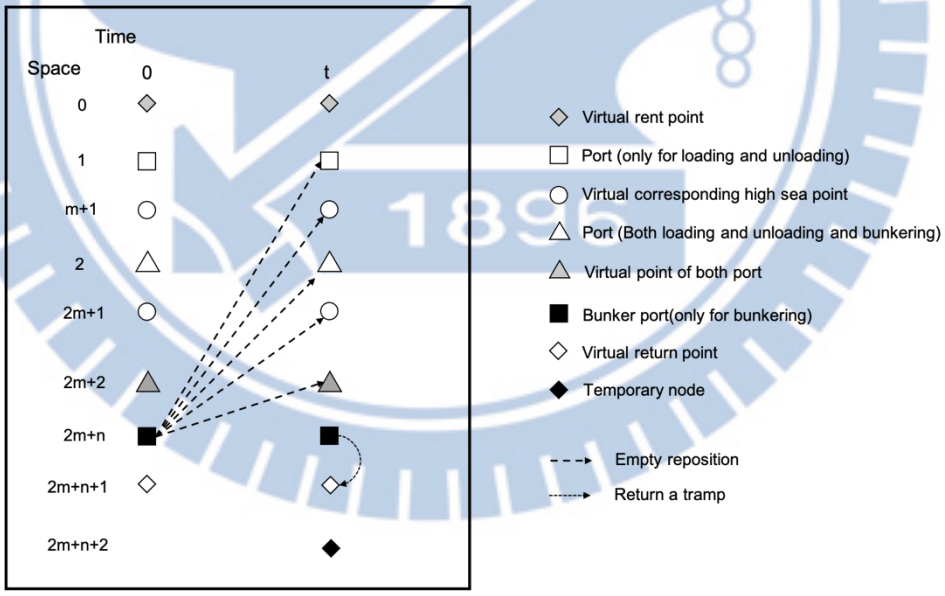
位於公海虛擬點之船隻，可調度回原對應之港口或至其他裝卸港、加油港或歸還船隻等。示意圖如圖十三如下：



圖十三、公海虛擬點船隻動作示意圖

3.3.4 船隻動作分解－加油港

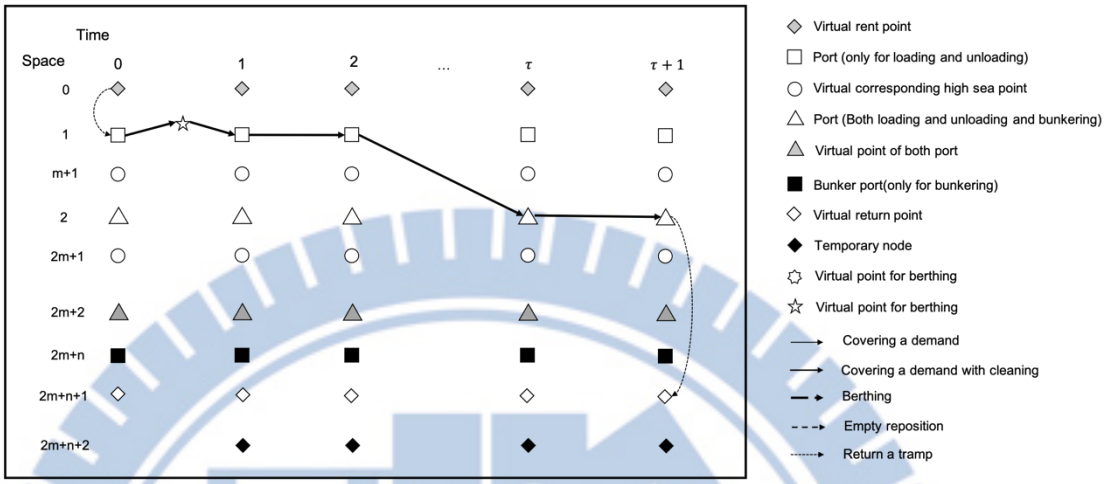
船隻若於加油港，則可歸還船隻或調度至其他裝卸港，示意圖如圖十四：



圖十四、加油港船隻動作示意圖

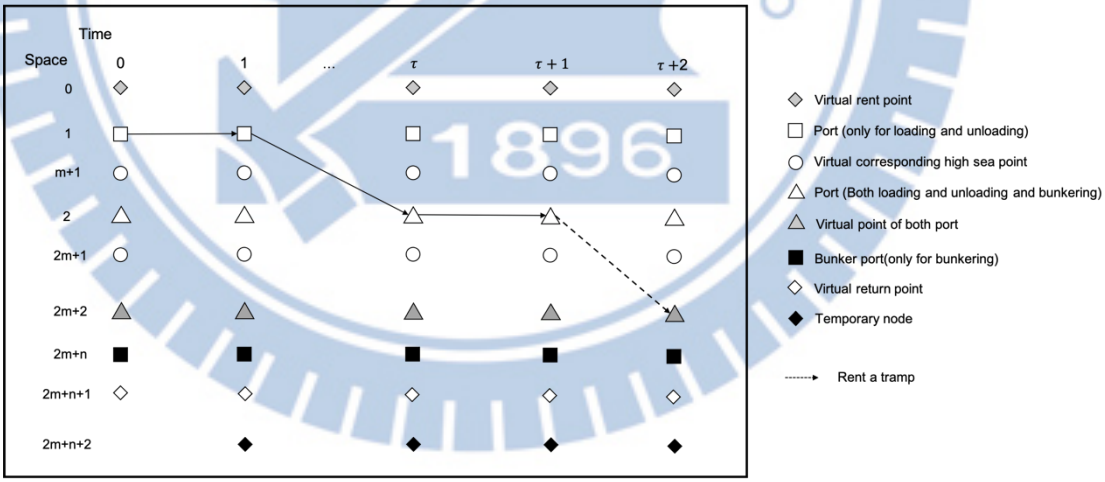
3.3.5 船隻動作分解－船隻可能航線

根據上述示意圖，本研究列舉兩種船隻可能的航線，如圖十五與圖十六表示：



圖十五、船隻可能航線圖 1

假設業者於港 1 租進船隻，而若決定使船隻承接任務，須先位該港口進行裝貨，經過一天的裝貨時間後，於兩天後運送貨物到港 2，接著在港 2 進行一天的卸貨，最後歸還船隻。



圖十六、船隻可能航線圖 2

船隻在港 1 承接任務，並且在裝貨前先進行清艙，接著裝貨、運送與卸貨，最後至加油港加油。

四、 解決方法

本研究之問題類型為船隊管理問題（Fleet Management），因需求與油價資訊隨時間而變化，欲採用動態規劃（Dynamic Programming）來解決問題。但動態規劃具有維度詛咒（curse of dimensionality）的特性，當問題規模較大時，狀態變數、決策變數會因具有過多的維度而使問題窒礙難解。為解決其問題，本研究使用近似動態規劃（Approximate Dynamic Programming）來求解。此章節將介紹近似動態規劃流程、近似動態規劃數學模型、以及 CAVE 理論。

4.1 價值方程式

近似動態規劃將狀態變數與決策變數維度縮小，並且透過找出價值方程式的近似值使得問題可以較具效率地解決。且在一般動態規劃多用“從後往前”（backward)的方式解決，近似動態規劃則是“由前向後”（forward)解決問題，因而其不能像動態規劃一樣找出最佳解。為了模擬向前流程之步驟，要先解決兩個問題。其一為做決策之方式；其二為隨機產生所有可能發生的狀態之方式。

於前文中提到，原目標式為

$$V_t(s) = max_{a \in X_s} \left(g(s,x) + \sum_{s' \in S} P(s'|s,x) V_{t+1}(s') \right)$$

當問題由前向後解決時，真正的價值方程式極難求得，因此需由近似值來取代其，如下表示：

$$V_t(S_t) \approx \bar{V}_t(S_t)$$

因而原目標式應記為：

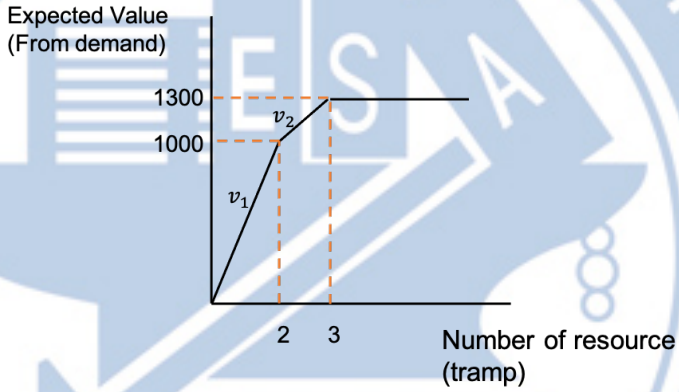
$$V_t(s) = max_{a \in X_s} \left(g(s,x) + \bar{V}_{t+1}(s_x) \right)$$

近似價值方程式存在線性函數與非線性函數，而不同問題類性套用之近似價值方程式也不盡相通。在資源規劃問題中，存在邊際效應問題，隨著可用資源的量增加，獲取邊際利益會逐步減少。因本研究與資源規劃問題性質類似，可利用此性質來建立近似價值方程式，其為一分段線性函數（piecewise linear function)，數學式如下表示：

$$V_t(S_t) \approx \bar{V}_t(R_t)$$

$$\bar{V}_t(R_t) = \sum_{k\in\xi} \bar{V}_{tk}(R_{tk})$$

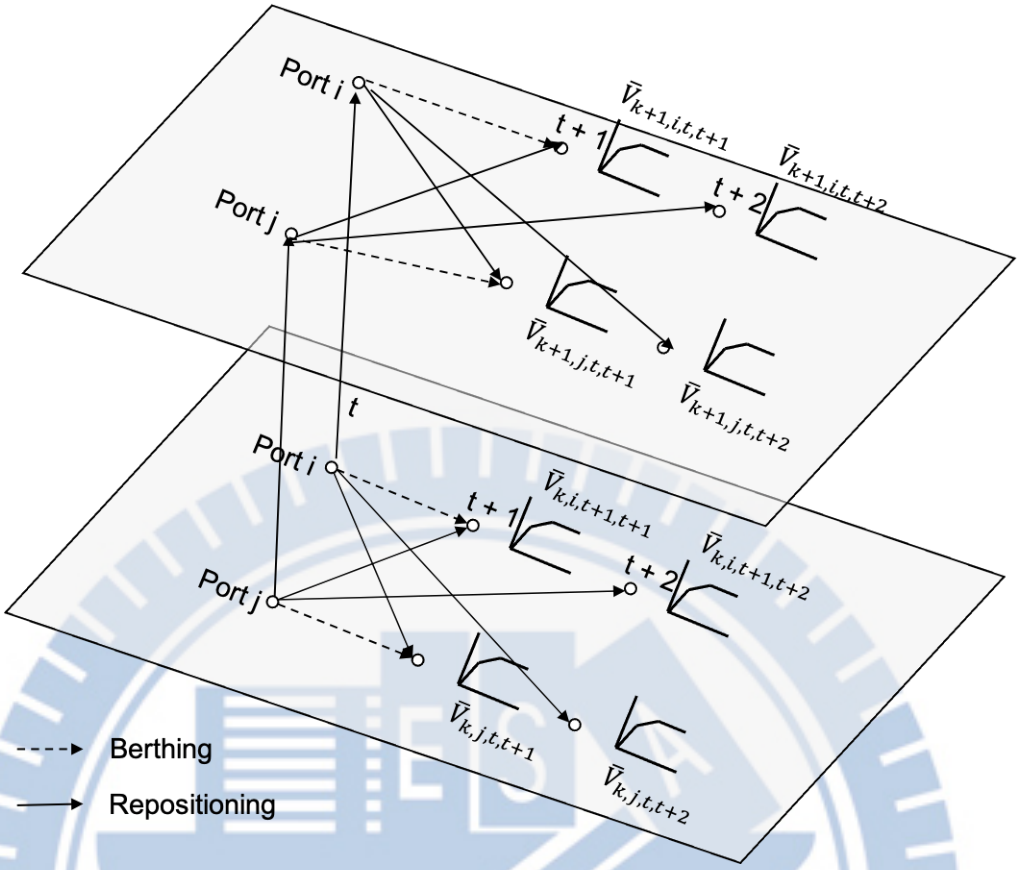
其中R為資源數量（船隻數量），ξ為分段線性函數之分段數量集合。而不同船隻於不同時間抵達各個港口皆可得到不同價值，又因船可以得到的價值來自於預計可承接貨物的價值，而不同貨種對應之可載船型不同，因而價值方程式應表示為$\bar{V}_{k,j,t,t\prime}(R_{i,j,t,t\prime})$，$n \in \mathcal{V},\ j \in \mathcal{C},\ i \in \mathcal{F}_k, t, t' \in \mathcal{T}$。其中$\mathcal{V}$為貨物種類集合，$\mathcal{C}$為所有裝卸港集合，$\mathcal{F}_k$則為可載運貨物 k 之船型集合，其意義為可載運貨種 k 之船隻從時間點 t 出發並於時間點 t' 抵達 j 港之預期可獲得價值。而用分段線性函數表為$\bar{V}_{n,j,t,t\prime,k}(R_{i,j,t,t\prime,k})$，$k \in \xi$，而此處本研究先以二維圖來幫助理解。橫軸座標為資源數量，於本研究即為散裝船數目；而縱軸座標則為預期可得到的價值，在此處此價值則由載貨需求之可獲取價值而來，如圖十七表示：



圖十七、分段線性價值方程式

其中v_1, v_2為斜率，因本問題存在邊際效應，因此斜率會隨著資源數越多而遞減，如上圖，v_1為 500，也就是前兩個可載貨種 n 之船隻於 t' 時間抵達 j 港時，可各獲取 500 單位利益；當船數超過 2 且不超過 5 時，單個資源可獲取 100 單位之單位利益，v_2為 100；當船數超過 5 後，獲取單位利益皆為 0。而要特別注意本研究之資源數量為散裝船數量，而預期可獲得的價值則由貨物收入而來。

當於本研究一子問題中，價值方程式將以三度空間表示，也就是當位於第 t 個子問題（時間點）時，可乘載貨種 k 之船隻於t'時間抵達 j 港可獲得之價值，示意圖如圖十八，特別注意其中僅有裝卸港有價值方程式。



圖十八、於一子問題中之價值方程式三維時空示意圖

而下圖為近似動態規劃步驟：

Approximate Dynamic Programming

tep 1. Initialization:

- Set up value function approximation $\bar{V}_{it(t+\tau)}(R_{it(t+\tau)})$, for all $i \in C, t \in T, \tau \in \Phi$

Step 2. Approximate Dynamic Programming

Step 2.1. For n = 0, Generate a random sample path $\omega \in \Omega$

Step 2.2. For t = 0, Solve the fleet management network subproblem:

- max $\lambda_t(X_t(\omega_t)) + \sum_{\tau \in \Phi} \bar{V}_{t+1,t+\tau}(R_{t+1,t+\tau}(\omega_t))$

s.t

$$aX_t(\omega_t) \le h(\omega_t)$$

.

.

.

t= t+1

Repeat step 2.2 until t = T.

Step 2.3. Do CAVE algorithm and update the value function $\bar{V}_{it(t+\tau)}(R_{it(t+\tau)})$ for all $i \in C, t \in T, \tau \in \Phi$

Step 3. Repeat Step2 until n = N-1

圖十九、近似動態規劃步驟

4.2 近似動態規劃

因近似動態規劃與動態規劃模型相似，許多數學定義會沿用動態規劃的概念，而標準建立動態規劃模型有涵蓋五種要素：(1) 狀態變數 (State Variables) (2) 決策變數 (Decision Variables / Actions) (3) 外生資訊 (Exogenous Information) (4) 轉換方程式 (Transition Function) (5) 目標式 (Objective Function)

近似動態規劃與動態規劃的差別為(1)(2)變數的合併與(5)目標式內價值方程式(Value Function) 的處理方法，而本研究將主問題藉由時間區段來切成數個子問題，每一個子問題皆為一船隊管理問題並進行求解。

4.2.1 狀態變數（State Variables）

狀態變數記錄了系統在 t 時間的狀態及資訊，在本研究可將狀態定義為兩種形式：實際狀態(physical state)與資訊狀態(information state)。實際狀態在此指的是散裝船本身的狀態，將其數學形式記為S_{rt}，r=1,2,…,R，指第 r 艘船在時間 t 時的狀態。而資訊狀態則為需求狀態，描述每個需求的狀態，數學形式記為D_{dt}，指第d個需求在時間 t 時的狀態。兩項狀態變數皆為多屬性之狀態變數，以下詳細定義狀態變數的屬性：

散裝船屬性：

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{c} a_1 = \text{目前位置} \\ a_2 = \text{目前油量} \\ a_3 = \text{最大油量限制} \\ a_4 = \text{船種} \\ a_5 = \text{自有船或租賃船} \\ a_6 = \text{船艙狀況} \\ a_7 = \text{租金} \\ a_8 = \text{船隻可用狀態} \\ a_9 = \text{船隻加油之加油港} \end{array} \right\}$$

需求屬性：

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{array}{c} b_1 = \text{起點} \\ b_2 = \text{迄點} \\ b_3 = \text{貨物種類} \\ b_4 = \text{貨物類型} \\ b_5 = \text{貨物狀態} \\ b_6 = \text{裝貨時間} \\ b_7 = \text{卸貨時間} \\ b_8 = \text{運費} \end{array} \right\}$$

因本研究為一多重時間（multi-periods）問題，船的航行時間可能跨越多時間區間（time periods），因而每個狀態變數皆有兩個時間下標，t 和 t’ ，分別表示該狀態得知的時間點與可被利用的時間點，數學定義如下：

$S_{rtt'}$ = 船r在第 t 時首次取得資訊，且第t'時可被利用的狀態。

$D_{dtt'}$ = 需求d在第 t 時得知，且第t'時可被乘載的狀態。

4.2.2 決策變數（Decision Variables）

本研究所指決策變數是指船在當下的時間點所做之決定，可分為以下四種面向：(1) 指派需求決策 (2) 空船調度決策 (3) 租賃決策 (4) 加油決策。

指派需求決策為 (a) 指派需求 (b) 指派需求且需清洗船艙。

空船調度決策包含 (a) 空船調度至其他港口 (b) 空船調度至對應公海 (c)停泊於當下之港口 (d) 空船調度至加油港。

租賃決策包括 (a) 租進船隻 (b) 歸還船隻。

最後，加油決策則為 (a) 加油時機 (b) 油量大小。

4.2.3 外生資訊（Exogenous Information）

外生資訊定義為在時間點 t 到 t+1 之間所抵達的新資訊，而本研究定義的新資訊有兩者，一為新的油價，二為新的需求。由於市場上油價和需求都會隨時間而有變化，因而此兩項因素視為不確定性因素，觀察兩者歷年之波動並於規劃期中隨機分佈。定義如下：

$\hat{P}_{rt+1}$ = 油價於時間點 t 至 t+1 間變化。

$\hat{D}_{rt+1}$ = 需求於時間點 t 至 t+1 間變動。

$W_{t+1} = (\hat{P}_{rt+1}, \hat{D}_{rt+1})$，為所有外生資訊之數學定義。

4.2.4 轉換方程式（Transition Function）

轉換方程式用於表示狀態之間的轉換，記錄狀態從這一期如何變化到下一期。而將狀態變數、決策變數與外生資訊簡略表示，分別以 S_t, x_t, W_{t+1} 表示，因外生資訊抵達時間介於 t 至 t+1 之間，可使用時間為 t+1。數學式表示如下：

$$S_{t+1} = S^M(S_t, x_t, W_{t+1})$$

如果把狀態、決策以及外生資訊先後順序表示如下：

$$(S_0, x_0, W_1, S_1, x_1, W_2, \dots, S_{T-1}, x_{T-1}, W_T, S_T)$$

本研究中狀態的轉換包含船的位置、油量、船艙狀況、船隻可用時間，其中油量狀況應為當前油量加上加油量並扣掉行駛成本。

4.2.5 目標方程式（Objective Function）

目標方程式可分為狀態獨立和狀態相關，當目標式會受到狀態變數影響則為相關，否則獨立。在本研究中船的狀態會影響其成本及收入，且決策變數與外生資訊的改變也會影響目標式的值，應歸類為狀態相關之目標方程式。標準目標式表示如下：

$$V_t(s) = max_{a \in X_s} \left(g(s,x) + \sum_{s' \in S} P(s'|s,x) V_{t+1}(s') \right)$$

V_t又名為價值方程式(Value Function)，其定義為預期未來獲取利潤期望值，在後續章節會有詳細說明。其中$g(s,x)$ 為在當下狀態之利潤；$P(s'|s,x)$為採取 x 決策下使得狀態 s 轉換到狀態 s' 之機率。

本研究將$g(s,x)$定義為貢獻方程式（contribution function）用以計算第一階段問題之最大利益，而貢獻方程式包含之成本與收入包括：

（1）租金成本（2）停泊成本（3）旅行成本（4）清艙成本（5）船隻延遲歸還成本（6）加油成本（7）運費收入。

其中(3)旅行成本為船隻當次運務之油耗成本，而(6)加油成本為船隻加油之油耗成本，為避免結果重複計算，最終求解結果呈現不會加上(3)。而船隻運務之油耗成本受到以下兩者因素影響：船速與油價。以下將詳細說明船速與油耗成本之關係式、旅行成本油耗計算方式與加油策略。

1. 船速與油耗成本關係

   已經有相當多的文獻研究船速與油耗之關係，有些文獻利用歷史實際資料來求取關係迴歸式，而有些文獻則用數學推導出其非線性方程式。其中較多人引用之非線性方程式為 Psaraftis and Kontovas（2014）提出，每日燃油消耗為$ku^3(l+A)^{2/3}$，k為一固定常數，u為船速，l與A分別為有效載荷量與船隻淨重，船隻淨重又為除燃料外無負載的船舶重量。而本研究也選用此非線性方程式用以計算燃油消耗與速率之關係式。

2. 旅行成本之油耗計算方式

   油耗成本為油耗量乘上油價，考量船隻的油量包含前次加油與前前次加油之油量，而每次加油之油價也不同，因此本研究計算權重過後之油價，以簡化旅行油耗成本之計算方式。權重計算方法為將前次加油之油量(φ_1)乘上該次加油油價(p_1)，再加上前前次加油之油量(φ_2)乘上該次加油油價(p_2)，最後除以總油量。權重油價計算式如下：

$$p = \frac{p_1\varphi_1 + p_2\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$$

3. 加油策略

   當船隻抵達加油港，每次要加多少油量也為研究範圍之一，因此本研究擬定加油策略作為加油油量依據。參考存貨策略當中，以兩種存貨策略較為廣用，存貨與加油之概念相近，因此本研究套用此兩種存貨策略作為加油策略，分別為(R,Q)策略與(s,S)策略。

(1)策略一：(R,Q)策略

當目前船隻油量低於一特定量 R 時，船隻必須補充固定 Q 量的油量

(2)策略二：(s,S)策略

當目前船隻油量低於一特定量 s 時，船隻必須補充油量至 S。

4.3 子問題數學模型

本研究為每個子問題建模，而每個子問題便解一個混合整數規劃的散裝船隊管理問題，以下將說明子問題數學模型。

4.3.1 集合

$\mathcal{N}$ 自有船之集合

$\bar{\mathcal{N}}$ 定期租租船之集合

$\bar{\bar{\mathcal{N}}}$ 定程租租船之集合

$\mathcal{C}$ 裝卸港之集合

$\mathcal{S}$ 公海之集合

$\mathcal{P}$ 加油港之集合

$\mathcal{E}$ 當期規劃時間之集合

Φ 預期未來規劃時間之集合

$\mathcal{T}$ 總規劃時間之集合

$\mathcal{F}$ 船隻種類之集合

$\mathcal{V}$ 貨物種類之集合

$\mathcal{D}$ 契約貨物之集合

$\bar{\mathcal{D}}$ 現貨市場貨物之集合

$\mathcal{O}_i$ 載貨位置為$i \in \mathcal{C}$之契約貨物集合

$\ddot{\mathcal{O}}_i$ 卸貨位置為$i \in \mathcal{C}$之契約貨物集合

$\bar{\mathcal{O}}_i$ 載貨位置為$i \in \mathcal{C}$之現貨市場貨物集合

$\bar{\bar{\mathcal{O}}}_i$ 卸貨位置為$i \in \mathcal{C}$之現貨市場貨物集合

$\mathcal{G}_i$ 自有船從目前位置至$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$
所需耗油量大於該船耗油量之自有船集合

$\bar{\mathcal{G}}_i$ 定期租船從目前位置至$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$
所需耗油量大於該船耗油量之定期租船集合

$\bar{\bar{\mathcal{G}}}_i$ 定程租船從目前位置至$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$
所需耗油量大於該船耗油量之定程租船集合

$\mathcal{W}_i$ 船型為$i \in \mathcal{F}$之自有船集合

$\bar{\mathcal{W}}_i$ 船型為$i \in \mathcal{F}$之定期租船集合

$\bar{\bar{\mathcal{W}}}_i$ 船型為$i \in \mathcal{F}$之定程租船集合

$\mathcal{I}^0$ 自有船隻當前仍在行駛狀態之集合

$\mathcal{I}^1$ 自有船隻當前油量小於規範安全油量之集合

$\mathcal{I}^2$ 自有船隻當前為可使用狀態之集合，$\mathcal{I}^0 \cup \mathcal{I}^1 \cup \mathcal{I}^2 = \mathcal{N}$

$\bar{\mathcal{I}}^0$ 定期租船隻當前仍在行駛狀態之集合

$\bar{\mathcal{I}}^1$ 定期租船隻當前油量小於規範安全油量之集合

$\bar{\mathcal{I}}^2$ 定期租船隻當前為可使用狀態之集合

$\bar{\mathcal{I}}^3$ 定期租船隻當前為可租狀態之集合，$\bar{\mathcal{I}}^0 \cup \bar{\mathcal{I}}^1 \cup \bar{\mathcal{I}}^2 \cup \bar{\mathcal{I}}^3 = \bar{\mathcal{N}}$

$\bar{\bar{\mathcal{I}}}^0$ 定程租船隻前仍在行駛狀態之集合

$\bar{\bar{\mathcal{I}}}^1$ 定程租船隻當前油量小於規範安全油量之集合

$\bar{\bar{\mathcal{I}}}^2$ 定程租船隻當前為可使用狀態之集合

$\bar{\bar{\mathcal{I}}}^3$ 定程租船隻當前為可租狀態之集合，$\bar{\bar{\mathcal{I}}}^0 \cup \bar{\bar{\mathcal{I}}}^1 \cup \bar{\bar{\mathcal{I}}}^2 \cup \bar{\bar{\mathcal{I}}}^3 = \bar{\bar{\mathcal{N}}}$

$\mathcal{H}$ 當前租賃時間介於還船時間窗之定期租船隻

$\bar{\mathcal{H}}$ 當前租賃時間尚未到達還船時間窗之定期租船隻

$\bar{\bar{\mathcal{H}}}$ 當前租賃時間超過還船時間窗之定期租船隻，$\mathcal{H} \cup \bar{\mathcal{H}} \cup \bar{\bar{\mathcal{H}}} = \bar{\mathcal{I}}^2$

$\bar{\mathcal{F}}_i^0$ 船種為$i \in \mathcal{F}$之自有船隻集合

$\bar{\mathcal{F}}_i^1$ 船種為$i \in \mathcal{F}$之定期租船隻集合

$\bar{\mathcal{F}}_i^2$ 船種為$i \in \mathcal{F}$之定程租船隻集合

$\bar{\mathcal{V}}_i^0$ 貨種為$i \in \mathcal{V}$之契約貨物集合

$\bar{\mathcal{V}}_i^1$ 貨種為$i \in \mathcal{V}$之現貨貨物集合

$\mathcal{S}_i$ 港$i \in \mathcal{C}$未來效益之分段集合

$\mathcal{A}^0$ 自有船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為乾淨

$\mathcal{A}^1$ 自有船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為骯髒

$\mathcal{A}^2$ 自有船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為骯髒

$\mathcal{A}^3$ 自有船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為乾淨，

$\mathcal{A}^0 \cup \mathcal{A}^1 \cup \mathcal{A}^2 \cup \mathcal{A}^3 = \mathcal{I}^2 \cup \mathcal{D}$

$\bar{\mathcal{A}}^0$ 定期租船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為乾淨

$\bar{\mathcal{A}}^1$ 定期租船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為骯髒

$\bar{\mathcal{A}}^2$ 定期租船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為骯髒

$\bar{\mathcal{A}}^3$ 定期租船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為乾淨，

$\bar{\mathcal{A}}^0 \cup \bar{\mathcal{A}}^1 \cup \bar{\mathcal{A}}^2 \cup \bar{\mathcal{A}}^3 = \bar{\mathcal{I}}^2 \cup \mathcal{D}$

$\bar{\bar{\mathcal{A}}}^0$ 定程租船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為乾淨

$\bar{\bar{\mathcal{A}}}^1$ 定程租船艙狀態為骯髒，且契約貨物狀態為骯髒

$\bar{\bar{\mathcal{A}}}^2$ 定程租船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為骯髒

$\bar{\bar{\mathcal{A}}}^3$ 定程租船艙狀態為乾淨，且契約貨物狀態為乾淨，

$\bar{\bar{\mathcal{A}}}^0 \cup \bar{\bar{\mathcal{A}}}^1 \cup \bar{\bar{\mathcal{A}}}^2 \cup \bar{\bar{\mathcal{A}}}^3 = \bar{\bar{\mathcal{I}}}^2 \cup \mathcal{D}$

$\mathcal{B}^0$ 自有船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為乾淨

$\mathcal{B}^1$ 自有船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\mathcal{B}^2$ 自有船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\mathcal{B}^3$ 自有船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為乾淨，

$\mathcal{B}^0 \cup \mathcal{B}^1 \cup \mathcal{B}^2 \cup \mathcal{B}^3 = \mathcal{I}^2 \cup \overline{\mathcal{D}}$

$\overline{\mathcal{B}}^0$ 定期租船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為乾淨

$\overline{\mathcal{B}}^1$ 定期租船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\overline{\mathcal{B}}^2$ 定期租船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\overline{\mathcal{B}}^3$ 定期租船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為乾淨，

$\overline{\mathcal{B}}^0 \cup \overline{\mathcal{B}}^1 \cup \overline{\mathcal{B}}^2 \cup \overline{\mathcal{B}}^3 = \overline{\mathcal{I}}^2 \cup \overline{\mathcal{D}}$

$\overline{\overline{\mathcal{B}}}^0$ 定程租船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為乾淨

$\overline{\overline{\mathcal{B}}}^1$ 定程租船艙狀態為骯髒，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\overline{\overline{\mathcal{B}}}^2$ 定程租船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為骯髒

$\overline{\overline{\mathcal{B}}}^3$ 定程租船艙狀態為乾淨，且現貨市場貨物狀態為乾淨，

$\overline{\overline{\mathcal{B}}}^0 \cup \overline{\overline{\mathcal{B}}}^1 \cup \overline{\overline{\mathcal{B}}}^2 \cup \overline{\overline{\mathcal{B}}}^3 = \overline{\overline{\mathcal{I}}}^2 \cup \overline{\mathcal{D}}$

4.3.2 參數

r_k 定期租船$k \in \overline{\mathcal{N}}$租入之最小租賃天數租金

$\bar{r}_{ki}$ 租賃船$k \in \overline{\mathcal{N}} \cup \overline{\overline{\mathcal{N}}}$於港$i \in \mathcal{C}$的日租金

C_{klij} 空船船型$k \in \mathcal{F}$從港$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$行駛$l \in \mathcal{E}$天至顧客港或公海$j \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S}$之日油耗量

$\bar{\mathrm{C}}_{klij}$ 載貨船船型$k \in \mathcal{F}$從港$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$行駛$l \in \mathcal{E}$天至顧客港或公海$j \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S}$之日油耗量

$\ddot{C}_{klij}$ 空船船型$k \in \mathcal{F}$從港$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$行駛$l \in \mathcal{E}$天至加油港$j \in \mathcal{P}$之日油耗量

$\dddot{C}_{klij}$ 載貨船船型$k \in \mathcal{F}$從港$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$行駛$l \in \mathcal{E}$天至加油港$j \in \mathcal{P}$之日油耗量

B_i $i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S} \cup \mathcal{P}$港或公海之停泊成本

$\bar{P}_i$ 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \overline{\mathcal{D}}$之利潤

W_k 船$k \in \mathcal{N} \cup \overline{\mathcal{N}} \cup \overline{\overline{\mathcal{N}}}$之清艙成本

M 未乘載契約貨物之懲罰成本

$\bar{G}_k$ 船$k \in \overline{\mathcal{N}}$超過最小預定租期後之一日定期租租金成本

F_{ij} $i \in \mathcal{C}$港之未來效益分段$j \in \mathcal{S}_i$之預期獲利收入

P_i 加油港$i \in \mathcal{P}$之油價

I_k 船$k \in \mathcal{N} \cup \overline{\mathcal{N}} \cup \overline{\overline{\mathcal{N}}}$之最大加油容量

Q_i 港$i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{P}$之容量

a_i 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \overline{\mathcal{D}}$之載貨時間窗下界

b_i 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \overline{\mathcal{D}}$之載貨時間窗上界

U_i 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \overline{\mathcal{D}}$之裝貨時間

$\bar{U}_i$ 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \overline{\mathcal{D}}$之卸貨時間

$\ddot{U}_i$ 船$i \in \mathcal{N} \cup \overline{\mathcal{N}} \cup \overline{\overline{\mathcal{N}}}$所需之清艙時間

T 當期規劃期之時間點

δ_{ij} 若貨物種類$j \in \mathcal{V}$能讓船型$i \in \mathcal{F}$ 乘載則為 1，否則為 0

E_i 船$i \in \mathcal{N} \cup \bar{\mathcal{N}} \cup \bar{\bar{\mathcal{N}}}$之船型

Z_i 船$i \in \mathcal{N} \cup \bar{\mathcal{N}} \cup \bar{\bar{\mathcal{N}}}$之儲存油價

$\bar{Z}_i$ 船$i \in \mathcal{N} \cup \bar{\mathcal{N}} \cup \bar{\bar{\mathcal{N}}}$之油艙最大可加容量

L_i 船$i \in \mathcal{N} \cup \bar{\mathcal{N}} \cup \bar{\bar{\mathcal{N}}}$之當下位置

$\bar{L}_i$ 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}}$之起點位置

$\bar{\bar{L}}_i$ 貨物$i \in \mathcal{D} \cup \bar{\mathcal{D}}$之迄點位置

V_{kijm} 貨種$k \in \mathcal{V}$之未來$i \in \Phi$ 期於港$j \in \mathcal{C}$之效益分段$m \in \mathcal{S}_i$的預期效益

$\hat{V}_{kijm}$ 貨種$k \in \mathcal{V}$之未來$i \in \Phi$ 期於港 $j \in \mathcal{C}$
之效益分段$m \in \mathcal{S}_i$的預期效益之船隻數量

R_i 船型$i \in \mathcal{F}$ 之RQ策略加油油量，

J_{ik} $i \in \mathcal{C} \cup \mathcal{S}$港或公海之可租船種$k \in \mathcal{F}$ 之船隻數量

4.3.3 變數

二元變數

x_{ijk} 自有船 i 承接契約貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{x}_{ijk}$ 定期租租賃船 i 承接契約貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{\bar{x}}_{ijk}$ 定程租租賃船 i 承接契約貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E}$

y_{ijk} 自有船 i 承接現貨市場貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{y}_{ijk}$ 定期租租賃船 i 承接現貨市場貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{\bar{y}}_{ijk}$ 定程租租賃船 i 承接現貨市場貨物 j 並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E}$

v_{ijk} 自有船 i 調度至 j 港並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0, $\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{v}_{ijk}$ 定期租租賃船 i 調度至 j 港並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\bar{\bar{v}}_{ijk}$ 定程租租賃船 i 調度至 j 港並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\tilde{x}_{ijk}$ 自有船 i 至 j 港加油並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0,
$\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\ddot{x}_{ijk}$ 定期租租賃船 i 至 j 港加油並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0
$\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$

$\dddot{x}_{ijk}$ 定程租租賃船 i 至 j 港加油並於第 k 天抵達,有則為 1,否則為 0

$\forall i \epsilon \bar{\bar{N}}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$

整數變數

g_{kijm}　在顧客港 i 之貨種 k 的未來 j 時段之效益區段 m 所有散裝船隻數量 ，$\forall k \epsilon \mathcal{V}, i \epsilon \mathcal{C}, j \epsilon \mathcal{E}, m \epsilon \mathcal{S}_i$

4.3.4 目標式

本研究目標式由八個部分所組成，租入定期租、定程租租金、船隻旅行成本(油耗成本)、停泊成本、載貨利潤、清掃船艙成本、超過最小租期之定期租租船日租金、加油成本，以及未來預期效益。

1. 租入定期租與定程租租金

表示為(1)：

$$\sum_{i \in \bar{\bar{I}}^3} \sum_{k \in C \cup S} r_{ik} \left(\sum_{l \in E} \bar{v}_{ikl} + \sum_{j \in O_k} \sum_{l \in E} \bar{x}_{ijl} + \sum_{j \in \bar{O}_k} \sum_{l \in E} \bar{y}_{ijl} \right) + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^3} \sum_{k \in C \cup S} r_{ik} \left(\sum_{l \in E} \bar{\bar{v}}_{ikl} + \sum_{j \in O_k} \sum_{l \in E} \bar{\bar{x}}_{ijl} + \sum_{j \in \bar{O}_k} \sum_{l \in E} \bar{\bar{y}}_{ijl} \right) \quad (1)。$$

2. 旅行成本

本研究之旅行成本為航次之油耗成本，因此計算為日油耗量乘上儲存油價再乘上行駛天數。此處儲存油價計算方式為前兩次加油之油價，依上一次加油之油量與加油前船隻之剩餘油量比例分配，相加後而得。(2)和(3)分別為至公海或顧客港與至加油港之旅行成本

$$\sum_{i \in \bar{I}^2} \sum_{k \in C \cup S} \sum_{l \in E} Z_i l C_{E_i l i k} v_{ikl} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^2 \cup \bar{\bar{I}}^3} \sum_{k \in C \cup S} \sum_{l \in E} Z_i l C_{E_i l L_i k} \bar{v}_{ikl} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^3} \sum_{k \in C \cup S} \sum_{l \in E} Z_i l C_{E_i l L_i k} \bar{\bar{v}}_{ikl} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \bar{I}^1} \sum_{k \in P} \sum_{l \in E} Z_i l \ddot{C}_{E_i l L_i k} \tilde{x}_{ikl} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^1} \sum_{k \in P} \sum_{l \in E} Z_i l \ddot{C}_{E_i l L_i k} \ddot{\tilde{x}}_{ikl} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^1} \sum_{k \in P} \sum_{l \in E} Z_i l \ddot{C}_{E_i l L_i k} \ddot{x}_{ikl} \quad (3)$$

3. 停泊成本

表示為(4)-(5)：

$$\sum_{i \in \bar{I}^2} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} v_{iL_i l} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^2 \cup \bar{\bar{I}}^3} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} \bar{v}_{iL_i l} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^3} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} \bar{\bar{v}}_{iL_i l} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in \bar{I}^1} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} \tilde{x}_{iL_i l} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^1} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} \ddot{\tilde{x}}_{iL_i l} + \sum_{i \in \bar{\bar{I}}^1} \sum_{l \in E} B_{L_i E_i} \ddot{x}_{iL_i l} \quad (5)$$

4. 乘載貨物收入

而因本研究有探討船速與獲利的權衡，實務上也會計算航務日收益當量，因此利潤的計算方式為日獲利，貨物利潤需除以航行天

數，也就是將該次運務所得收益除以所耗天數，以便得知速率與油耗量的取捨。(6)和(7)分別為契約貨物和現貨市場貨物利潤。

$$\sum_{j\in D}\sum_{i\in I^2}\sum_{l\in E}(\bar{P}_j/l)x_{ijl}+\sum_{j\in D}\sum_{l\in E}\sum_{i\in \bar{I}^2\cup \bar{I}^3}(\bar{P}_j/l)\bar{x}_{ijl}+\sum_{j\in D}\sum_{l\in E}\sum_{i\in \bar{\bar{I}}^3}(\bar{P}_j/l)\bar{\bar{x}}_{ijl} \quad (6)$$

$$\sum_{j\in \bar{D}}\sum_{i\in I^2}\sum_{l\in E}(\bar{P}_j/l)y_{ijl}+\sum_{j\in \bar{D}}\sum_{l\in E}\sum_{i\in \bar{I}^2\cup \bar{I}^3}(\bar{P}_j/l)\bar{y}_{ijl}+\sum_{j\in \bar{D}}\sum_{l\in E}\sum_{i\in \bar{\bar{I}}^3}(\bar{P}_j/l)\bar{\bar{y}}_{ijl} \quad (7)$$

5. 清洗船艙成本

只有在髒船承載乾淨貨時需要清洗船艙，表示為(8):

$$\sum_{(i,j)\in A^0}\sum_{l\in E}W_i x_{ijl}+\sum_{(i,j)\in B^0}\sum_{l\in E}W_i y_{ijl}+\sum_{(i,j)\in \bar{A}^0}\sum_{l\in E}W_i\bar{x}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in \bar{B}^0}\sum_{l\in E}W_i\bar{y}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in \bar{\bar{A}}^0}\sum_{l\in E}W_i\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in \bar{\bar{B}}^0}\sum_{l\in E}W_i\bar{\bar{y}}_{ijl} \quad (8)$$

6. 定期租船隻超過最小租期之日租金成本

表示為(9):

$$\sum_{i\in H}\sum_{j\in D}\sum_{l\in E}\bar{r}_k\bar{x}_{ijl}+\sum_{i\in H}\sum_{j\in \bar{D}}\sum_{l\in E}\bar{r}_k\bar{y}_{ijl}+\sum_{i\in H}\sum_{j\in C\cup S}\sum_{l\in E}\bar{r}_k\bar{v}_{ijl}+\sum_{i\in H}\sum_{j\in P}\sum_{l\in E}\bar{r}_k\bar{\bar{x}}_{ijl} \quad (9)$$

7. 未來預估效益

表示為(10):

$$\sum_{k\in V}\sum_{i\in \Phi}\sum_{j\in C}\sum_{m\in S_i}V_{kijm}g_{kijm} \quad (10)$$

8. 加油成本

(1)(R,Q)策略

當目前船隻油量低於一特定量 R 時，船隻必須補充固定 Q 量的油量，表示為數學式如(11)。

$$\sum_{i\in I^1}\sum_{j\in P}P_j R_{E_i}\sum_{l\in E}\tilde{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{I}^1}\sum_{j\in P}P_j R_{E_i}\sum_{l\in E}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\bar{I}}^1}\sum_{j\in P}P_j R_{E_i}\sum_{l\in E}\ddot{x}_{ijl} \quad (11)$$

(2)(s,S)策略

當目前船隻油量低於一特定量 s 時，船隻必須補充油量至 S，表示為數學式如(12)。

$$\sum_{i\in I^1}\sum_{j\in P}P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in E}\tilde{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{I}^1}\sum_{j\in P}P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in E}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\bar{I}}^1}\sum_{j\in P}P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in E}\ddot{x}_{ijl} \quad (12)$$

因此目標式記為

$$\max \sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}} r_{ik}\left(\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{v}_{ikl}+\sum_{j\in\mathrm{O}_k}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{x}_{ijl}+\sum_{j\in\bar{\mathrm{O}}_k}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{y}_{ijl}\right)+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}} r_{ik}\left(\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{v}}_{ikl}+\sum_{j\in\mathrm{O}_k}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{j\in\bar{\mathrm{O}}_k}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ijl}\right)$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{I}^{2}}\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i lC_{E_i lik}v_{ikl}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i lC_{E_i lL_i k}\bar{v}_{ikl}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i lC_{E_i lL_i k}\bar{\bar{v}}_{ikl}$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{I}^{1}}\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i l\ddot{C}_{E_i lL_i k}\tilde{x}_{ikl}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{1}}\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i l\ddot{C}_{E_i lL_i k}\dddot{x}_{ikl}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1}}\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}} Z_i l\ddot{C}_{E_i lL_i k}\ddot{x}_{ikl}$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{I}^{2}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}v_{iL_i l}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}\bar{v}_{iL_i l}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}\bar{\bar{v}}_{iL_i l}$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{I}^{1}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}\tilde{x}_{iL_i l}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{1}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}\dddot{x}_{iL_i l}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1}}\sum_{l\in\mathrm{E}} B_{L_i E_i}\ddot{x}_{iL_i l}$$

$$+\sum_{j\in\mathrm{D}}\sum_{i\in\mathrm{I}^{2}}\sum_{l\in\mathrm{E}}(\bar{P}_j/l)x_{ijl}+\sum_{j\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}(\bar{P}_j/l)\bar{x}_{ijl}+\sum_{j\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}(\bar{P}_j/l)\bar{\bar{x}}_{ijl}$$

$$+\sum_{j\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{i\in\mathrm{I}^{2}}\sum_{l\in\mathrm{E}}(\bar{P}_j/l)y_{ijl}+\sum_{j\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}(\bar{P}_j/l)\bar{y}_{ijl}+\sum_{j\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}}(\bar{P}_j/l)\bar{\bar{y}}_{ijl}$$

$$+\sum_{(i,j)\in\mathrm{A}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i x_{ijl}+\sum_{(i,j)\in\mathrm{B}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i y_{ijl}+\sum_{(i,j)\in\bar{\mathrm{A}}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i\bar{x}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in\bar{\mathrm{B}}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i\bar{y}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in\bar{\bar{\mathrm{A}}}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{(i,j)\in\bar{\bar{\mathrm{B}}}^{0}}\sum_{l\in\mathrm{E}} W_i\bar{\bar{y}}_{ijl}$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{H}}\sum_{j\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{r}_k\bar{x}_{ijl}+\sum_{i\in\mathrm{H}}\sum_{j\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{r}_k\bar{y}_{ijl}+\sum_{i\in\mathrm{H}}\sum_{j\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{r}_k\bar{v}_{ijl}+\sum_{i\in\mathrm{H}}\sum_{j\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{r}_k\ddot{x}_{ijl}$$

$$+\sum_{k\in\mathrm{V}}\sum_{i\in\Phi}\sum_{j\in\mathrm{C}}\sum_{m\in\mathrm{S}_i} V_{kijm}g_{kijm}$$

$$+\sum_{i\in\mathrm{I}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j R_{E_i}\sum_{l\in\mathrm{E}}\tilde{x}_{ijl}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j R_{E_i}\sum_{l\in\mathrm{E}}\dddot{x}_{ijl}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j R_{E_i}\sum_{l\in\mathrm{E}}\ddot{x}_{ijl}$$

$$(+\sum_{i\in\mathrm{I}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in\mathrm{E}}\tilde{x}_{ijl}+\sum_{i\in\bar{\mathrm{I}}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in\mathrm{E}}\dddot{x}_{ijl}+\sum_{i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1}}\sum_{j\in\mathrm{P}} P_j\bar{Z}_i\sum_{l\in\mathrm{E}}\ddot{x}_{ijl})$$

(0)

Equati te (Next) Section 1(

4.3.5 限制式

Subject to

$$\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}} v_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\tilde{x}_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}} x_{ikl}+\sum_{k\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}} y_{ikl}=1 \qquad \forall i\in\mathrm{I}^{1}\cup\mathrm{I}^{2}, j\in\mathrm{L}_i \quad (13)$$

$$\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{v}_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\dddot{x}_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{x}_{ikl}+\sum_{k\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{y}_{ikl}=1 \qquad \forall i\in\bar{\mathrm{I}}^{1}\cup\bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}, j\in\mathrm{L}_i$$

(14)

$$\sum_{k\in\mathrm{C}\cup\mathrm{S}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{v}}_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\ddot{x}_{ijkl}+\sum_{k\in\mathrm{D}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ikl}+\sum_{k\in\bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ikl}=1 \qquad \forall i\in\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1}\cup\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{2}\cup\bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}, j\in\mathrm{L}_i$$

(15)

$$\sum_{j\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\tilde{x}_{ijl}=1 \qquad \forall i\in\mathrm{I}^{1} \quad (16)$$

$$\sum_{j\in\mathrm{P}}\sum_{l\in\mathrm{E}}\dddot{x}_{ijl}=1 \qquad \forall i\in\bar{\mathrm{I}}^{1} \quad (17)$$

$$\sum_{j\in \mathrm{P}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\ddot{x}_{ijl}=1 \qquad \forall i\in \ddot{\mathrm{I}} \tag{18}$$

限制式(13)-(15)，為規範每艘可使用或可租賃船隻於該規劃時間點可選擇之動作，包括承載任務、空船調度、加油、租入船隻或不租等，且其分別表示為自有船、定期租租船與定程租租船。限制式(16)-(18)為油量低於安全存量之船隻應選擇至一加油港加油。

$$\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^0}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^0}\sum_{l\in \mathrm{E}}x_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^0}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^0}\sum_{l\in \mathrm{E}}y_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^1}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^1}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^1}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^1}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{y}_{ijl}$$
$$+\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^2}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^2}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^2}\sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^2}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ijl}\le M\delta_{kw} \qquad \forall k\in \mathrm{F},w\in \mathrm{V} \tag{19}$$

$$\sum_{j\in \mathrm{D}/\mathrm{O}_{\mathrm{L}_i}}\sum_{l\in \mathrm{E}}x_{ijl}+\sum_{j\in \bar{\mathrm{D}}/\mathrm{O}_{\mathrm{L}_i}}\sum_{l\in \mathrm{E}}y_{ijl}=0 \qquad \forall i\in \mathrm{I}^2 \tag{20}$$

$$\sum_{j\in \mathrm{D}/\mathrm{O}_{\bar{\mathrm{L}}_i}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{x}_{ijl}+\sum_{j\in \bar{\mathrm{D}}/\mathrm{O}_{\bar{\mathrm{L}}_i}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{y}_{ijl}=0 \qquad \forall i\in \bar{\mathrm{I}}^2 \tag{21}$$

$$\sum_{j\in \mathrm{D}/\mathrm{O}_{\bar{\bar{\mathrm{L}}}_{i_i}}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{j\in \bar{\mathrm{D}}/\mathrm{O}_{\bar{\bar{\mathrm{L}}}_{i_i}}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ijl}=0 \qquad \forall i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^2 \tag{22}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^2}\sum_{l\in \mathrm{E}}x_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ijl}=1 \qquad \forall j\in \mathrm{D} \tag{23}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^2}\sum_{l\in \mathrm{E}}y_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{y}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ijl}\le 1 \qquad \forall j\in \bar{\mathrm{D}} \tag{24}$$

(19)為若船隻並非貨物之可乘載船型，則無法乘載該貨物；(20)-(22)則為若船隻當前位置與貨物的起點不同，則無法乘載該貨物。(23)為必須分派一艘船隻乘載契約貨物；(24)則為可選擇是否要乘載現貨市場貨物。

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^2}\sum_{j\in \ddot{\mathrm{O}}_k}\sum_{l\in \mathrm{E}}x_{ijl}+\sum_{i\in \mathrm{I}^2}\sum_{j\in \bar{\ddot{\mathrm{O}}}_k}\sum_{l\in \mathrm{E}}y_{ijl}+\sum_{i\in \mathrm{I}^2}\sum_{l\in \mathrm{E}}v_{ikl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{j\in \ddot{\mathrm{O}}_k}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{j\in \bar{\mathrm{D}}}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{y}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^2\cup \bar{\mathrm{I}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{v}_{ikl}$$
$$+\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^3}\sum_{j\in \ddot{\mathrm{O}}_k}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^3}\sum_{j\in \bar{\ddot{\mathrm{O}}}_k}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{y}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^3}\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{v}}_{ikl}\le Q_k \qquad \forall k\in \mathrm{C} \tag{25}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^1}\sum_{l\in \mathrm{E}}\tilde{x}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^1}\sum_{l\in \mathrm{E}}\ddot{\bar{x}}_{ijl}+\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^1}\sum_{l\in \mathrm{E}}\ddot{x}_{ijl}\le Q_j \qquad \forall j\in \mathrm{P} \tag{26}$$

(25)-(26)為港口容量限制。前者為顧客港容量限制，後者則為加油港容量限制。

$$\sum_{l\in \mathrm{E}}\bar{\bar{v}}_{i\mu l}=1 \qquad \forall i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^2 \tag{27}$$

$$\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{v}_{i,\mu l} \le 1 \qquad \forall i \in \mathrm{H} \tag{28}$$

$$\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{v}_{i,\mu l} = 0 \qquad \forall i \in \overline{\mathrm{H}} \tag{29}$$

$$\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{v}_{i,\mu l} = 1 \qquad \forall i \in \bar{\bar{\mathrm{H}}} \tag{30}$$

(27)規範定程租租船應於完成上一航次後歸還船隻；(28)-(30)規範定期租租船還船動作，其中(28)為當前租賃時間介於還船時間窗內之定期租船，可選擇繼續租借或歸還；(29)為當前租賃時間小於還船時間窗內之定期租船，應繼續租借；(30)為當前租賃時間大於還船時間窗內之定期租船，應強制歸還。

$$\sum_{i\in \mathrm{G}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} v_{ijl} + \sum_{i\in \mathrm{G}_j}\sum_{k\in \ddot{\mathrm{O}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} x_{ikl} + \sum_{i\in \mathrm{G}_j}\sum_{k\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} y_{ikl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{C} \tag{31}$$

$$\sum_{i\in \bar{\mathrm{G}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{v}_{ijl} + \sum_{i\in \bar{\mathrm{G}}_j}\sum_{k\in \ddot{\mathrm{O}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{x}_{ikl} + \sum_{i\in \bar{\mathrm{G}}_j}\sum_{k\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{y}_{ikl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{C} \tag{32}$$

$$\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{G}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{\bar{v}}_{ijl} + \sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{G}}}_j}\sum_{k\in \ddot{\mathrm{O}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{\bar{x}}_{ikl} + \sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{G}}}_j}\sum_{k\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{\bar{y}}_{ikl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{C} \tag{33}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{G}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} v_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{S} \tag{34}$$

$$\sum_{i\in \bar{\mathrm{G}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{v}_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{S} \tag{35}$$

$$\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{G}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \bar{\bar{v}}_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{S} \tag{36}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{G}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \tilde{x}_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{P} \tag{37}$$

$$\sum_{i\in \bar{\mathrm{G}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \ddot{x}_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{P} \tag{38}$$

$$\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{G}}}_j}\sum_{l\in \mathrm{E}} \ddot{x}_{ijl} = 0 \qquad \forall j \in \mathrm{P} \tag{39}$$

(31)-(39)為規範若船隻剩餘油量較下一航次所需之油耗量少時，則不可行駛該航次。

$$a_j x_{ijl} \le \left(T + U_j + \bar{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) x_{ijl} \le b_j x_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{A}^0, l \in \mathrm{E} \tag{40}$$

$$a_j \bar{x}_{ijl} \le \left(T + U_j + \bar{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) \bar{x}_{ijl} \le b_j \bar{x}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\mathrm{A}}^0, l \in \mathrm{E} \tag{41}$$

$$a_j \bar{\bar{x}}_{ijl} \le \left(T + U_j + \bar{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) \bar{\bar{x}}_{ijl} \le b_j \bar{\bar{x}}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\bar{\mathrm{A}}}^0, l \in \mathrm{E} \tag{42}$$

$$a_j x_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) x_{ijl} \le b_j x_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{A}^1 \cup \mathrm{A}^2 \cup \mathrm{A}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (43)$$

$$a_j \bar{x}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) \bar{x}_{ijl} \le b_j \bar{x}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \overline{\mathrm{A}}^1 \cup \overline{\mathrm{A}}^2 \cup \overline{\mathrm{A}}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (44)$$

$$a_j \bar{\bar{x}}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) \bar{\bar{x}}_{ijl} \le b_j \bar{\bar{x}}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\bar{\mathrm{A}}}^1 \cup \bar{\bar{\mathrm{A}}}^2 \cup \bar{\bar{\mathrm{A}}}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (45)$$

$$a_j y_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) y_{ijl} \le b_j y_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{B}^0, l \in \mathrm{E} \qquad (46)$$

$$a_j \bar{y}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) \bar{y}_{ijl} \le b_j \bar{y}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \overline{\mathrm{B}}^0, l \in \mathrm{E} \qquad (47)$$

$$a_j \bar{\bar{y}}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l + \ddot{U}_i\right) \bar{\bar{y}}_{ijl} \le b_j \bar{\bar{y}}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\bar{\mathrm{B}}}^0, l \in \mathrm{E} \qquad (48)$$

$$a_j y_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) y_{ijl} \le b_j y_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{B}^1 \cup \mathrm{B}^2 \cup \mathrm{B}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (49)$$

$$a_j \bar{y}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) \bar{y}_{ijl} \le b_j \bar{y}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \overline{\mathrm{B}}^1 \cup \overline{\mathrm{B}}^2 \cup \overline{\mathrm{B}}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (50)$$

$$a_j \bar{\bar{y}}_{ijl} \le \left(T + U_j + \overline{U}_j + l\right) \bar{\bar{y}}_{ijl} \le b_j \bar{\bar{y}}_{ijl} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\bar{\mathrm{B}}}^1 \cup \bar{\bar{\mathrm{B}}}^2 \cup \bar{\bar{\mathrm{B}}}^3, l \in \mathrm{E} \qquad (51)$$

(40)-(51)為規範欲乘載貨物之船隻的行駛、裝卸與清艙時間應介於該貨物之卸貨時間窗內。

$$\sum_{i \in \mathrm{I}^2} v_{ijn} \delta_{E_i k} + \sum_{i \in \overline{\mathrm{I}}^2} \overline{v}_{ijn} \delta_{E_i k} + \sum_{i \in \mathrm{I}^2} \sum_{v \in \ddot{\mathrm{O}}_j} x_{ivn} \delta_{E_i k} + \sum_{i \in \overline{\mathrm{I}}^2} \sum_{v \in \ddot{\mathrm{O}}_j} \bar{x}_{ivn} \delta_{E_i k}$$
$$+ \sum_{i \in \mathrm{I}^2} \sum_{v \in \bar{\ddot{\mathrm{O}}}_j} y_{ivn} \delta_{E_i k} + \sum_{i \in \overline{\mathrm{I}}^2} \sum_{v \in \bar{\ddot{\mathrm{O}}}_j} \bar{y}_{ivn} \delta_{E_i k} = \sum_{m \in \mathrm{S}_j} g_{knjm} \qquad \forall k \in \mathrm{V}, n \in \Phi, j \in \mathrm{C} \qquad (52)$$

$$g_{knjm} \le \hat{v}_{knjm} \qquad \forall k \in \mathrm{V}, n \in \Phi, j \in \mathrm{C}, m \in \mathrm{S}_j \qquad (53)$$

(52)為用以儲存各港口未來效益分段之船隻數量，而(53)則為各港口未來效益分段之船隻數量限制。

$$\sum_{i \in \overline{\mathrm{I}}^3} \sum_{k \in \mathrm{V}} \sum_{l \in \mathrm{E}} (\delta_{E_i k} \bar{v}_{ijl} + \sum_{m \in \mathrm{O}_j \cap \overline{\mathrm{V}}_k^0} \bar{x}_{iml} + \sum_{m \in \overline{\mathrm{O}}_j \cap \overline{\mathrm{V}}_k^1} \bar{y}_{iml})$$
$$+ \sum_{i \in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^3} \sum_{k \in \mathrm{V}} \sum_{l \in \mathrm{E}} (\delta_{E_i k} \bar{\bar{v}}_{ijl} + \sum_{m \in \mathrm{O}_j \cap \overline{\mathrm{V}}_k^0} \bar{\bar{x}}_{iml} + \sum_{m \in \overline{\mathrm{O}}_j \cap \overline{\mathrm{V}}_k^1} \bar{\bar{y}}_{iml}) \le J_{jk} \qquad \forall j \in \mathrm{P} \cup \mathrm{S}, k \in \mathrm{V} \qquad (54)$$

(54)為各港口可租進不同船種之數量限制。

$$x_{ijk} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E} \qquad (55)$$

$$\bar{x}_{ijk} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E} \qquad (56)$$

$$\bar{\bar{x}}_{ijk} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{D}, k \epsilon \mathcal{E} \qquad (57)$$

$$y_{ijk} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E} \qquad (58)$$

$\bar{y}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E}$ (59)

$\bar{\bar{y}}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \bar{\mathcal{D}}, k \epsilon \mathcal{E}$ (60)

$v_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$ (61)

$\bar{v}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$ (62)

$\bar{\bar{v}}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{C} \cup \mathcal{S}, k \epsilon \mathcal{E}$ (63)

$\tilde{x}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$ (64)

$\ddot{x}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\mathcal{N}}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$ (65)

$\ddot{x}_{ijk} \epsilon (0,1)$ $\forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{P}, k \epsilon \mathcal{E}$ (66)

$g_{kijm} \geq 0$ $\forall k \epsilon \mathcal{V}, i \epsilon \mathcal{C}, j \epsilon \mathcal{E}, m \epsilon \mathcal{S}_i$ (67)

(55)-(67)為為定義各個變數。

4.4 CAVE 理論

因近似動態規劃是由前向後模擬的過程，因而每求解完一次為整規劃期之網路問題，就必須對所有價值方程式進行更新。而因價值方程式的分段斜率會同調遞減（monotonically decreasing），因此此類問題用 CAVE 理論來更新方程式最為適當。CAVE 理論最主要用在預估與資源數相關之方程式，其更新過程可確保分段斜率具有遞減性，每次更新步驟如下。

步驟一：蒐集更新斜率資訊 $\pi(s,\omega)$

步驟二：定義價值方程式更新區間

步驟三：於價值方程式之更新區間內更新斜率

1. 步驟一：蒐集更新斜率資訊 $\pi(s,\omega)$

   根據 Godfrey & Powell（2002），因價值方程式與資源數(船數)有極大的關聯性，所以各港口之船隻數量增加或減少對目標式具有影響。而在最大化目標式之問題當中，限制式求出之對偶值定義為若增加一決策變數單位，對目標式之影響大小。因價值方程式斜率定義為單位資源可獲得之利益，所以本研究希望在放鬆子網路問題前，新增一個港口船數限制式(1.43)，其求出之對偶值作為更新斜率資訊，而各港口船數 β_{ikl} 來自求原子問題中結果，

   $i \in \mathrm{C} \cup \mathrm{S}, k \in \mathrm{V}, l \in \mathrm{E}$。

$$\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{2}}(\delta_{E_i k}v_{ijl}+\sum_{m\in \ddot{\mathrm{O}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{0}}x_{iml}+\sum_{m\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{1}}y_{iml})$$
$$+\sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}(\delta_{E_i k}\bar{v}_{ijl}+\sum_{m\in \ddot{\mathrm{O}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{0}}\bar{x}_{iml}+\sum_{m\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{1}}\bar{y}_{iml}) \tag{68}$$
$$+\sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{2}\cup\bar{\mathrm{I}}^{3}}(\delta_{E_i k}\bar{\bar{v}}_{ijl}+\sum_{m\in \ddot{\mathrm{O}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{0}}\bar{\bar{x}}_{iml}+\sum_{m\in \bar{\bar{\mathrm{O}}}_j\cap\bar{\mathrm{V}}_k^{1}}\bar{\bar{y}}_{iml})\le\beta_{jkl}$$
$$\forall j\in \mathrm{P}\cup\mathrm{S},k\in \mathrm{V},l\in \mathrm{E}$$

因此限制式(1.43)求出對偶值之代表意義為每新增一單位資源數，目標式可增加多少價值。而本研究暫不考慮減少一單位資源會使目標式增加多少價值，因本研究設有契約貨物，減少一單位資源數可能會使模型求解結果無解或者無意義。

根據 Godfrey & Powell (2002)內，提供了兩種方式來修正更新斜率資訊：DUALMAX, DUALNEXT，以下將介紹兩種更新斜率之計算方式。

(1)DUALMAX

每個子問題中，資源數的增加或減少可能會影響至未來之子問題，舉例來說，若決策者於$t-\tau$時將一艘船隻於 t 時抵達 j 港，在$t-\tau$至 t 時間所有影響可能皆來自於此決策。若原對偶值偵測到為該決策之局部影響，DUALMAX 意義為偵測於至 t 時之最大影響。

DUALMAX 之預估公式如下：

$$\tilde{\pi}_{j,t-\tau,t}=\max_{s=0,\dots,\tau-1}\{\tilde{\pi}_{j,t-s,t}\}$$

(2)DUALNEXT

而 DUALNEXT 更新方式為將某期子問題求出之對偶值作為前一期之更新斜率，也就是將下一期之影響視為前一期決策之影響。因其更新斜率僅考慮一期子問題，相對 DUALMAX 的更新方式來說，應會較為平滑與穩定。

DUALNEXT 之預估公式如下：

$$\tilde{\pi}_{j,t-\tau,t}=\tilde{\pi}_{j,t-\tau+1,t}$$

而在文獻中實驗結果以 DUALMAX 表現較 DUALNEXT 好些，因此本研究以 DUALMAX 作為更新斜率方法。

2. 步驟二：定義價值方程式更新區間

更新區間公式為

$$Q=[min\{s-\varepsilon^{-},u^{k}\},max\{s+\varepsilon^{+},u^{k+1}\}]$$

其中區間步長(step size)$\varepsilon^+, \varepsilon^-, \alpha$為固定參數，s 為一斷點，而$k$定義為

$$k = max\{k \in \mathcal{K}: v^k \geq (1-\alpha)v^{k-1} + \alpha\pi^+(s)\}$$

若u^{k+1}無定義，則視$u^{k+1} = \infty$；而 s 之意義為於 t 時間抵達 j 港之資源數量，$t \in \mathcal{T}, j \in \mathcal{C}$。

3. 步驟三：於價值方程式之更新區間內更新斜率

於每個價值方程式之更新區間內更新新的斜率，表示如下：

$$v_{new}^k = \alpha\pi + (1-\alpha)v_{old}^k$$

最後調整步長大小$\varepsilon^+, \varepsilon^-, \alpha$。

完整 CAVE 理論流程如下：

CAVE algorithm

Step 1. Initialize Tuning Parameters:

- Initialize stepsize α and tuning parameters $\varepsilon^- and\ \varepsilon^+$

Step 2. Collecting Gradient Information:

- Get dual from the resource restriction constraints.
- Set updating gradients by DUALMAX or DUALNEXT

DUALMAX: $\tilde{\pi}_{j,t-\tau,t} = \max_{s=0,\dots,\tau-1}\{\tilde{\pi}_{j,t-s,t}\}$

DUALNEXT: $\tilde{\pi}_{j,t-\tau,t} = \tilde{\pi}_{j,t-\tau+1,t}$

Step 3. Define Smoothing Interval of Value Function

- Find k

$$k = max\{k \in \mathcal{K}: v^k \geq (1-\alpha)v^{k-1} + \alpha\pi(s)\}$$

- Smoothing Interval Q

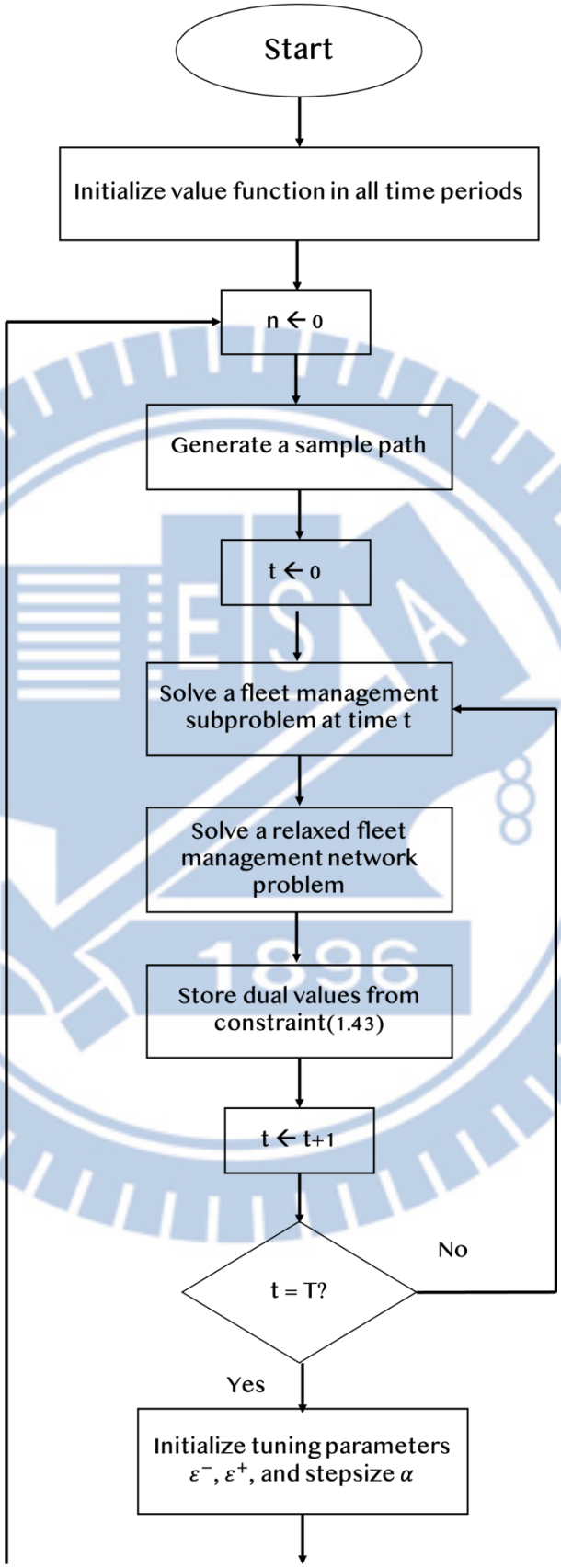
$$Q = [min\{s - \varepsilon^-, u^k\}, max\{s + \varepsilon^+, u^{k+1}\}]$$

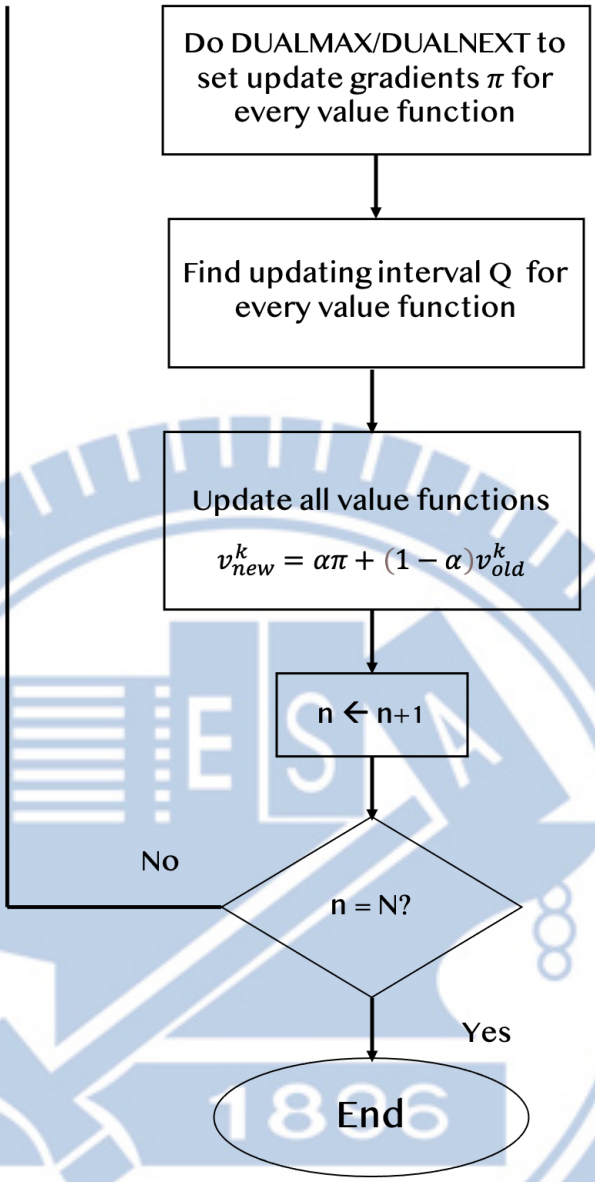
Step 4. Perform Smoothing

- $v_{new}^k = \alpha\pi + (1-\alpha)v_{old}^k$

圖二十、CAVE 演算法流程

4.5 近似動態規劃與 CAVE 理論流程圖





圖二十一、近似動態規劃與 CAVE 理論流程圖

五、 實驗結果

本研究程式語言使用 C++撰寫，並以商業求解軟體 Gurobi 8.1.1 來進行求解，使用電腦處理器為 1.8 GHz 雙核心 Intel Core i5，記憶體 8 GB 1600 MHz DDR3，並於 macOS 上執行，軟體版本 11.2.1。
本研究實驗之部分相關資料來自於某民間散裝船公司，其歷史實際資料來自 2019 年乘載貨物與租賃船隻記錄，金額單位使用新台幣計算。
本章節將介紹實驗設置方法以及實驗結果分析。

5.1 實驗數據設置

本研究屬於一時空網路問題，以天作為本次研究時間單位，且一次規劃期為 15 天，當有新的資訊進入系統時則可重新求解。實務上在安排運務時多以於前兩個禮拜左右安排船隻航程，因而選取 15 天作為一次規劃其時間長度。而得知新運務與新油價的時間間隔為一天，因而重新做規劃的時間可取一天為單位，而本次研究測試實驗僅求解一次規劃期之結果。而因 Godfrey & Powell (2002)與本研究環境設置相似，文獻中實驗參數，CAVE 理論中之步長大小為 20/(40+n)，n 為迴圈數；前 10 迴圈中ε^{-}和ε^{+}為 2，超過 10 迴圈則為 1。

5.1.1 船隻參數設置

本研究選用異質散裝船隊，而船種可分為三種：海岬型（Capesize）、巴拿馬型（Panamax）與輕便型（Handy）。其最大油艙限制分別可裝載 3200, 2500, 以及 1500 噸之油量，而自有船初始油艙狀態則呈最大油艙限制之 3 成至 8 成不等隨機分佈。本研究貨物種類為多類型，根據歷史實際資料統計，挑選出散裝船常見大宗載運貨物類型，分別為鐵礦砂、煤礦與穀物，此三種貨物種類數量加總比例約佔 6 成至 7 成。而不同船型分別有其相對可載運貨物，而經整理實際資料與專業人士詳談後，就本研究實驗範圍而言，得知海岬型常載貨物以鐵礦砂為主，其次為煤礦；巴拿馬型船隻常載貨物範圍較平均，但以煤礦佔較大比例，鐵礦砂、穀物則為其次；而輕便型船隻則相對最常載運穀物，其次為煤礦。

實務上，船隻的租金多寡與待租船隻目前位置關係影響最大。舉例來說，若待租船隻目前位置位於出口港，則租金價格較高，反之則亦然；而歸還時若歸還至出口港，則租金價格較便宜，反之亦然。本研究因假設船隻租金價格僅受待租船隻位置影響，因此根據歷史實際資料，得出 2 其各個租入位置之平均數與標準差，依照常態分佈得出租金價格範圍。

最後最小租期設置為 7-10 天隨機分佈。

船隻參數設置表格如下：

船型	油艙量	常載貨物	清艙時間	載貨艙位
海岬型	3200	鐵礦砂 煤礦	2	9
巴拿馬型	2500	鐵礦砂 煤礦 穀物	1	7
輕便型	1500	煤礦 穀物	0	5

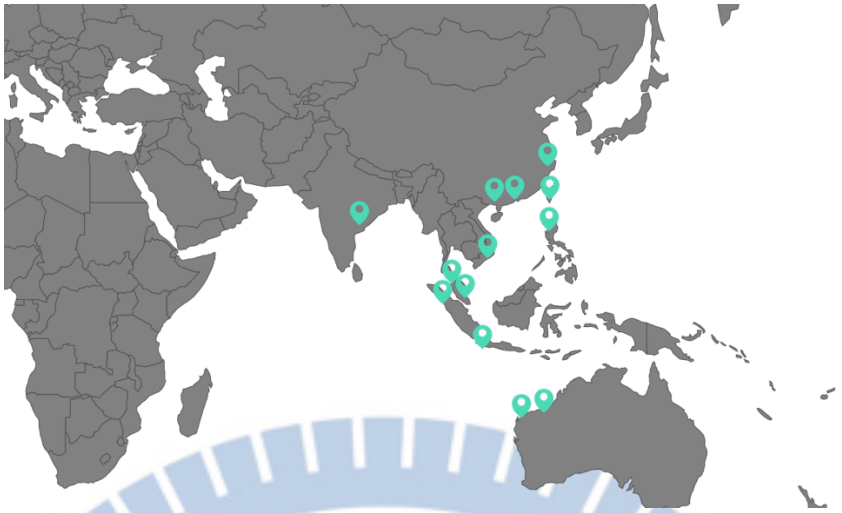
表九、船隻參數設置表

本研究設置自有船隻數量，海岬型 16 艘、巴拿馬型 11 艘以及輕便型 6 艘。而於每個規劃區段，每個港口各船種可租船隻 0-5 艘隨機分佈

5.1.2 港口參數設置

本研究各港口間距離以 google map 所計算之航行距離，且部分港口行駛途中會經過運河，但因目前環境已較複雜，運河費此次不計入成本項的考量之中。而根據歷史實際資料，該公司航線分佈以亞洲與澳洲居多，因而研究範圍選用亞澳航線。若資料中某港口作為載貨港或卸貨港中有超過 12 筆的資料（平均一個月至少一筆貨物資料），則將其視為選取貨物常見起訖點港口。加油港範圍則選取實務上常去的加油港，並且依照已選取之裝卸港，選取附近之可加油港口。因而本研究選用 13 個裝卸港與 4 個加油港，其中有 3 個港口可同時裝卸與加油，而港口可停泊容量隨機分佈 1-4 艘不等。

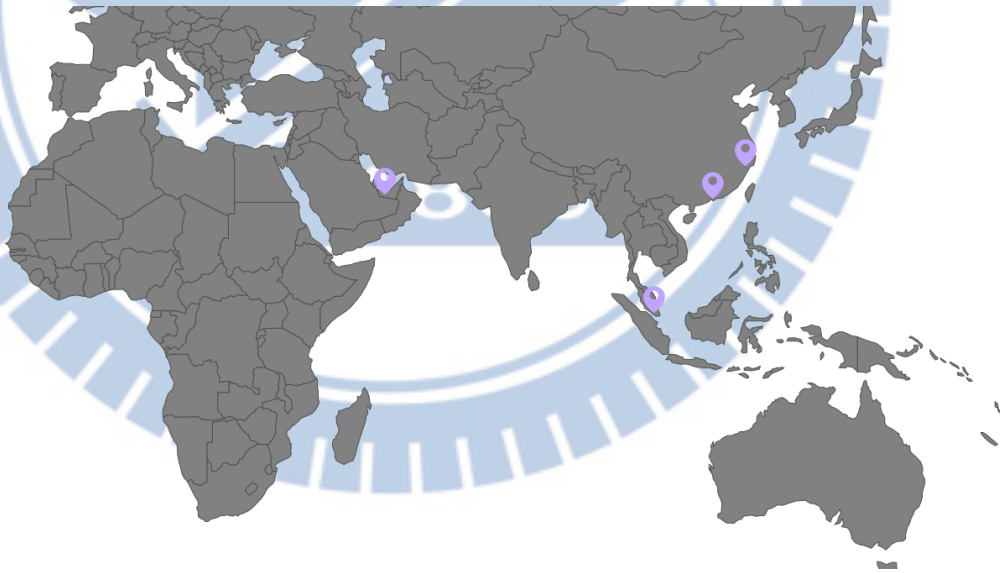
此次運送研究範圍以東南亞、西澳航線為主，圖二十二為裝卸港與加油港一覽：



圖二十二、裝卸港一覽圖

東亞：中國上海港、台灣高雄港、香港維多利亞港以及中國欽州港
南亞：菲律賓馬尼拉港、越南胡志明泰萊港、新加坡吉隆坡港、馬來西亞巴生港、印尼勿拉灣港、印尼丹絨普里克港、東印度維沙卡巴特南港
西澳：黑特蘭港、丹皮爾港

圖二十三為加油港一覽圖：



圖二十三、加油港一覽圖

加油港四個港口，分別為中國上海港、香港維多利亞港、新加坡港以及阿拉伯聯合大公國富吉拉港。

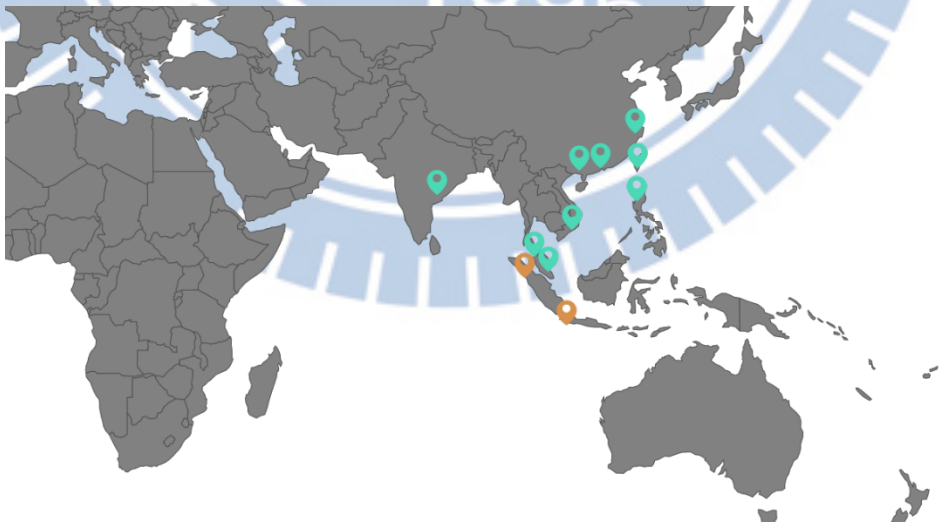
5.1.3 貨物參數設置

貨物類型範圍為礦砂、煤炭與穀物，此三類別貨物皆有其主要起訖點，經整理後貨物流向如下表示：

礦砂主要由西澳運至東南亞各港口，如圖二十四表示。

圖二十四、礦砂起訖港口分佈圖
橘色點為出貨港，綠色點為進貨港

煤炭則由印尼至東南亞洲各港口，如圖二十五。



圖二十五、煤炭起訖港口分佈圖
橘色點為出貨港，綠色點為進貨港

最後穀物則是由西澳運貨至東南亞，如圖二十六。

圖二十六、穀物起訖港口分佈圖
橘色點為出貨港，綠色點為進貨港

而運費在實務上會受船載重噸位或載運距離影響，因本研究沒有探討船載重，因而取隨機分佈，價格區間落在 3000-100000 新台幣不等，若載運距離較遠則會取較高價格區間。參照過往文獻，大多預測情境可分為三種情況，分別為樂觀、普通以及悲觀，因而本研究之現貨需求量也分別依此三種狀況分佈。根據歷史資料以及相關航務人員所述，樂觀的情況下一天平均有 4-5 筆現貨，甚至以上，普通情況則是一天平均 2-3 筆現貨，最後悲觀情況則是一天平均 0-1 筆現貨。

5.1.4 油耗成本參數設置

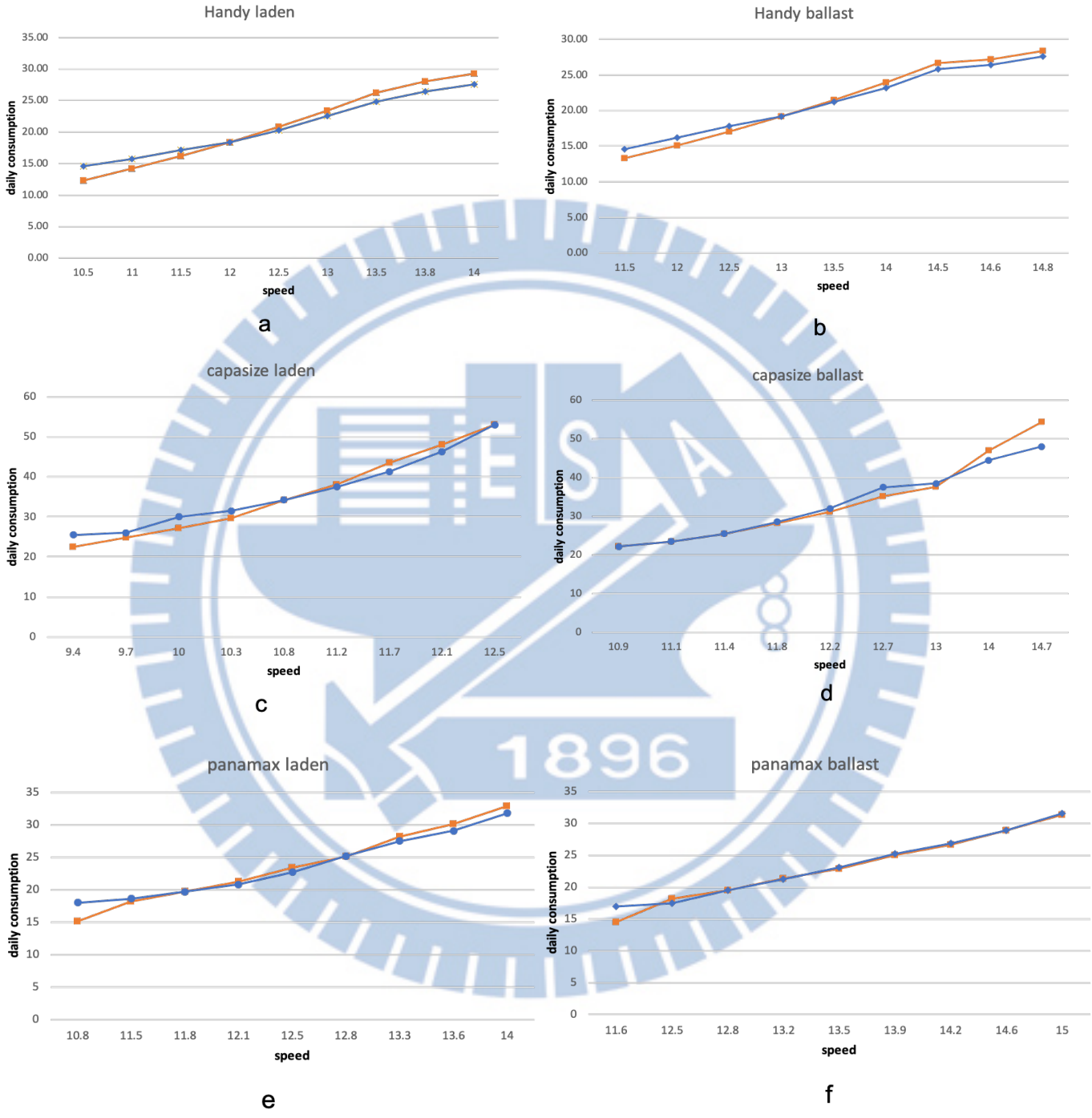
首先，加油策略(R,Q)策略與(s,S)策略中之 R 與 s，也就是加油門檻值，只要低於各船型油艙量之 3 成，即需要至加油港加油。因此門檻值於海岬型、巴拿馬型以及輕便型船隻之加油門檻值分別為 1000,800,500 噸油量。而(R,Q)策略之每次加油量為各船型油艙量之 5 成，因此分別為 1600,1200,800 噸油量。

油耗成本受油耗量與油價影響，而各港口油價為常態分佈設置，其平均與標準差取自於 2019 年歷史 IFO 380 油價；而船隻油耗量則受船隻行駛速率與裝載量影響，因本研究載貨狀態皆為滿載，因此油耗量依其船型與裝載量，有 6 個對應之消耗方程式。

根據 Psaraftis and Kontovas（2014），船隻行駛速率與油耗成本之每日燃油消耗為$ku^3(l+A)^{2/3}$。而因散裝船公司提供之現有船速資料之速率區間並非呈等差顯示，因而本研究希望使用現有資料去代入耗油公式，以求得相同速率區間間隔中，不同船型之船速對應之油耗量。

根據現有資料，本研究將每筆速率與耗油量依次作為基準，代入油耗方程式，以求得常數項與載重之常數。接著使用該常數項並代入速率以求得公式耗油量，並用原資料與新資料做 t 檢定，取最大 p 值之新資料作為本研究之速率油耗關係式。

原資料與新資料之關係式如圖二十七呈現：



圖二十七、各船型對空艙與滿載之新舊速率對油耗關係圖

a. 輕便型滿載船之速度油耗關係圖

b. 輕便型空船之速度油耗關係圖

c. 海岬型滿載船之之速度油耗關係圖

d. 海岬型空船之速度油耗關係圖

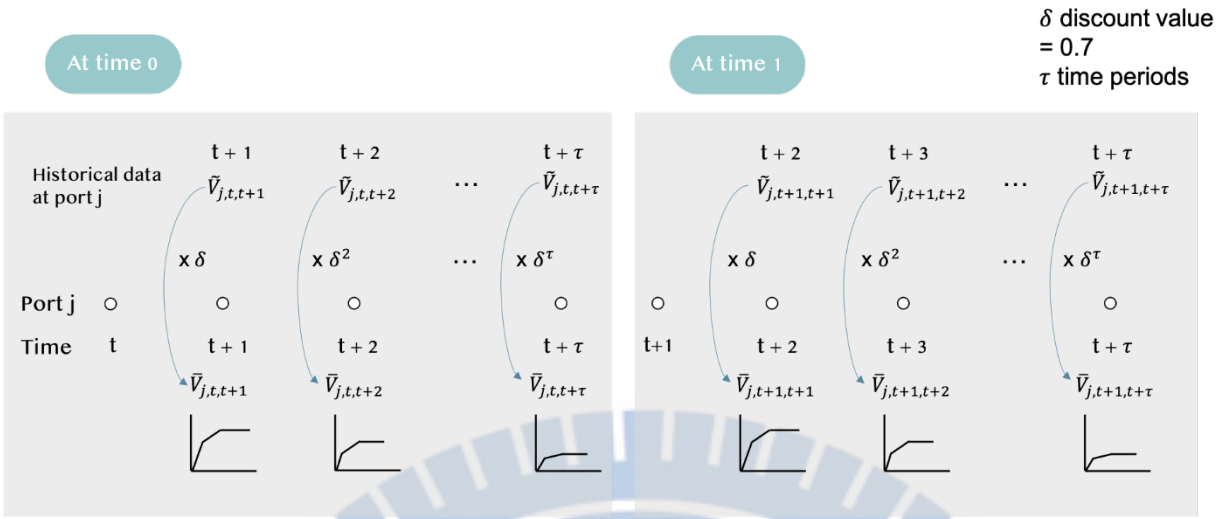
e. 巴拿馬型滿載船之速度油耗關係圖

f. 巴拿馬型空船之速度油耗關係圖

而可行駛速率區間以 0.5 節作為間隔，不同船型之可行駛最高與最低速率皆不同。輕便型空船最低速 11.5 節，最高速 15 節；輕便型滿船最低速 10.5 節，最高速 14 節；巴拿馬型空船最低速 11.5 節，最高速 15 節；巴拿馬型滿船最低速 10.5 節，最高速 14 節；海岬型空船最低速 11 節，最高速 15 節；海岬型滿船最低速 9.5 節，最高速 12.5 節。

5.1.5 價值方程式初始值設置方法

在 Godfrey & Powell（2002）中價值方程式初始值皆設為 0，而本研究認為若一開始價值方程式之初始值設置若不為 0，賦予其初始值一開始即具有對應價值，或許可使最後結果較快收斂，達到更高效率。因價值方程式是對未來可得到利益之預期值，若當前時間距離預測需求時間越近，相對能接到貨的機率越高，反之則亦然。所以本研究認為未來可獲取之利益換算至目前應折扣，也就是未來利益應折現至當期，以作為價值方程式之預期值。舉例來說，當位於 t 期時，假設在 t+1 期時將船調至 j 港預計可獲取利益ρ，但對位於 t 期時而言，此利益ρ需打折θ倍，因此價值方程式$\bar{V}_{jt(t+1)}$值為$\theta\rho$；而若假設在 t+2 期時將船調至 j 港預計可獲取利益ρ，則折回 t 期應打折θ^2倍，因此於 t 期之價值方程式$\bar{V}_{jt(t+1)}$值為$\theta^2\rho$，其示意圖如圖二十八所示。本研究首先產生一組所有規劃期 T 期內之所有現貨的隨機參數，並將位於各港口之不同貨種的現貨運費加總，依照預估現貨出現時間與先前時間點的相差天數n，乘上折扣參數θ^n，求得的折扣運費即作為價值方程式之初始值。在實務上，安排承接現貨的船隻會以在該現貨附近的船隻為主，也就是航行至貨物起始港之天數大致會在 3-5 天內。因此本研究保守估計之初始θ值設置為 0.7，讓其現貨價值折現至三天前的價值落在原本價值的一半左右。說明示意圖如圖二十八：



圖二十八、價值方程式初始值設置方法示意圖

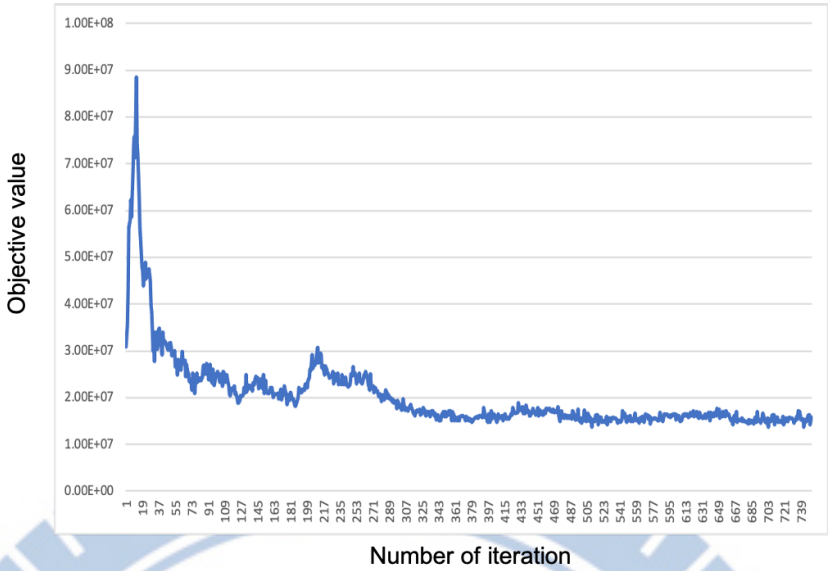
5.2 實驗結果

本研究實驗可分為三個部分進行，首先使用本研究方法測試其求取目標值效率以及散裝船隊規劃結果；接著與現有文獻之標竿比較分析本研究問題求解效益；最後則是測試實際例子並比較其散裝船隊規劃結果。

5.2.1 測試結果分析

1. 目標值收斂結果

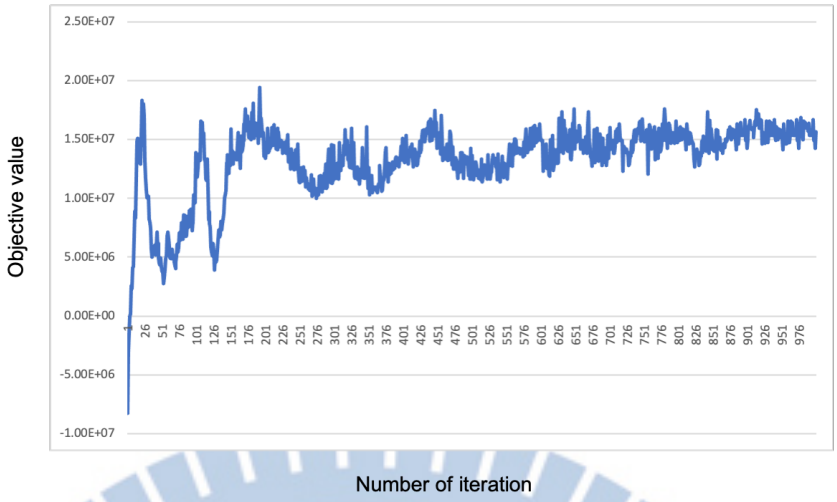
本研究實驗首先採用規劃期 15 天、(R,Q)加油策略來做實驗分析。現貨需求數量分佈則採樂觀分佈，每日有 5-10 筆不等，以均勻機率分佈；契約貨物數量與出現時間則是參照歷史資料，而每個港口各船種每天可租船隻 0-5 艘隨機均勻分佈。且價值方程式之初始值設置採用上一章節所說明之方法，最終測試結果如圖二十九所示：



圖二十九、價值方程式初始值不為 0 之目標值大小

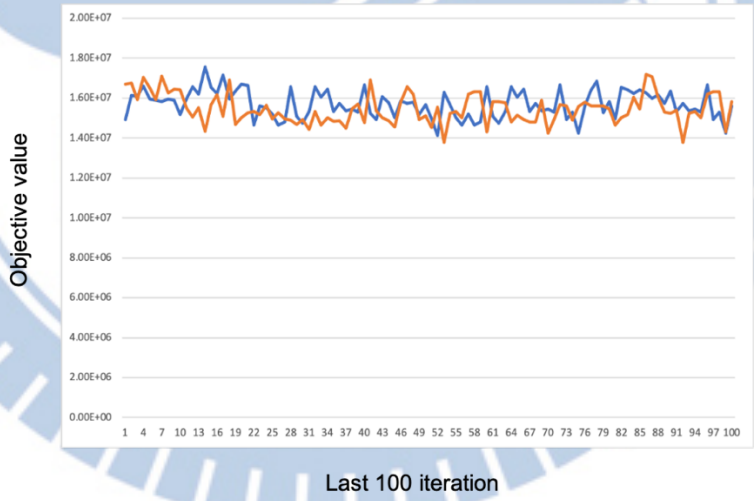
因本研究價值方程式更新方法參考 Godfrey & Powell（2002）之做法，其初始值設定為 0，也因此更新時會慢慢新增目標值大小直至收斂。而當初始值設定不為 0 時，因更新機制的運作，可由上圖得知價值方程式初始更新時首 10 迴圈之目標值大小會先提高，隨後才慢慢下修。本研究設置之初始值可能預期價值過高，因此藉由 CAVE 理論的更新慢慢下修到一收斂目標值。可看到上圖，大概至 300 個迴圈之後，目標值逐漸收斂，到 500 迴圈後目標值變動穩定，平均之收斂值大小約為 1580 萬上下。

而為確定此實驗結果收斂值之準確度，本研究測試當價值方程式初始值為 0 時，實驗結果是否與當初始值不為 0 時收斂值相同，實驗結果如圖三十：



圖三十、價值方程式初始值為 0 之目標值大小

可從圖三十看到前 150 迴圈之目標值震盪較大，相較初始值不為 0 的實驗結果，收斂速率較緩慢，擺動震幅也較大。而直至 500 迴圈值後值才趨於穩定，至 900 迴圈後收斂，且收斂值與初始值不為 0 之實驗結果相近。我們將兩種實驗結果最後 100 迴圈之目標值做比較，如圖三十一所示：

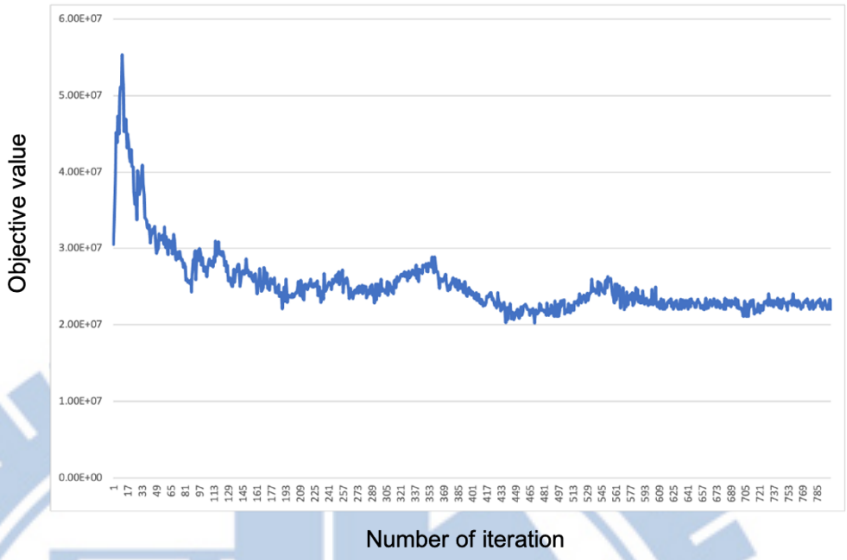


圖三十一、收斂值結果比較圖

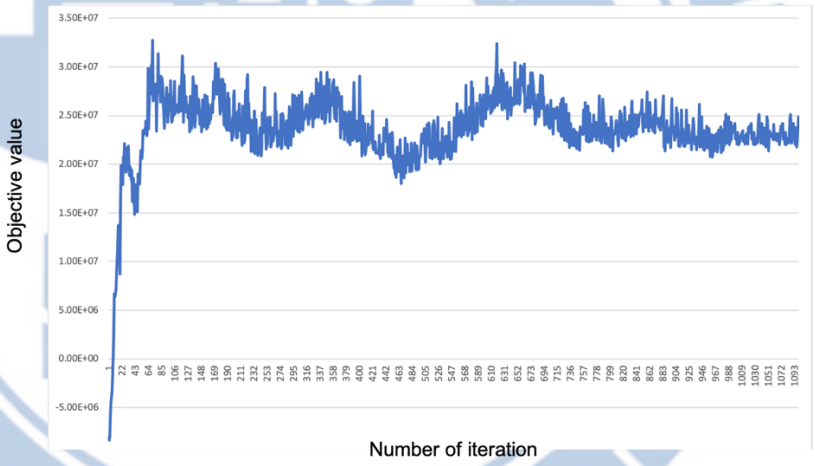
可看出兩者之收斂值曲線分佈相近，而比較圖二十八與圖二十九，當初始值不為 0 時，其曲線先往上震盪後，接著慢慢往下收斂；而初始值若為 0 則是一直慢慢往上收斂，且其收斂速率較慢。而因最終收斂值。兩者收斂速率相差將近一倍，因此在此次實驗中，設置初始值不為 0 的情況下，目標值收斂較快，且相較初始值為 0 的情況下求解效率高了一倍。

為驗證實驗收斂趨勢，本研究再進行第二組資料測試，其差異為

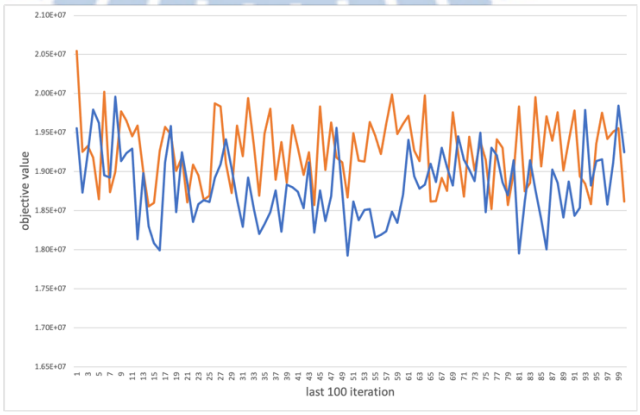
產生不同的樣本路徑(sample path)，也就是兩者產生之隨機現貨資料不同。而測試結果如圖三十二與圖三十三：



圖三十二、範例二價值方程式初始值不為 0 之目標值大小



圖三十三、範例二價值方程式初始值為 0 之目標值大小



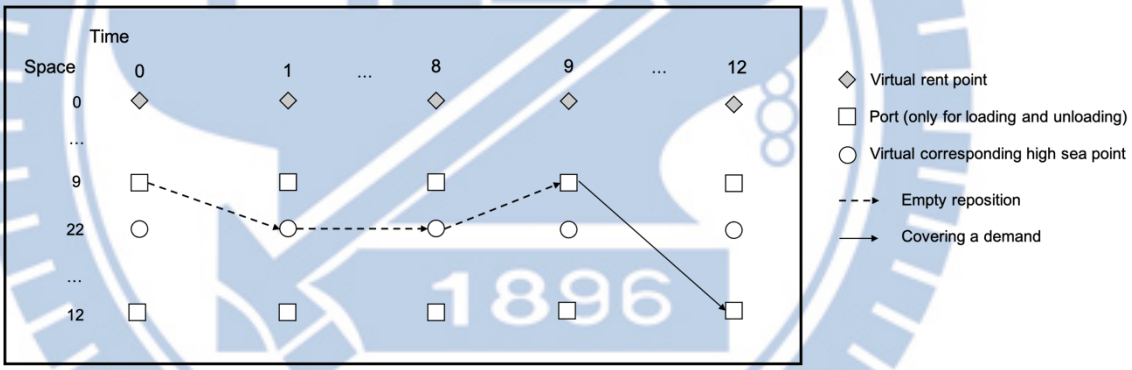
圖三十四、範例二收斂值結果比較圖

圖三十二在 500 迴圈左右後抵達收斂，而圖三十三約於 1000 迴圈後才趨於收斂，且前者變動幅度較後者小，其收斂速率也相差一倍，且各分別於 500 迴圈和 1000 迴圈抵達收斂值。因此本研究採用之方法最終可達收斂，且收斂速度相較未賦予價值方程式之初始值快速，相差速度為一倍。

2. 散裝船隊規劃內容

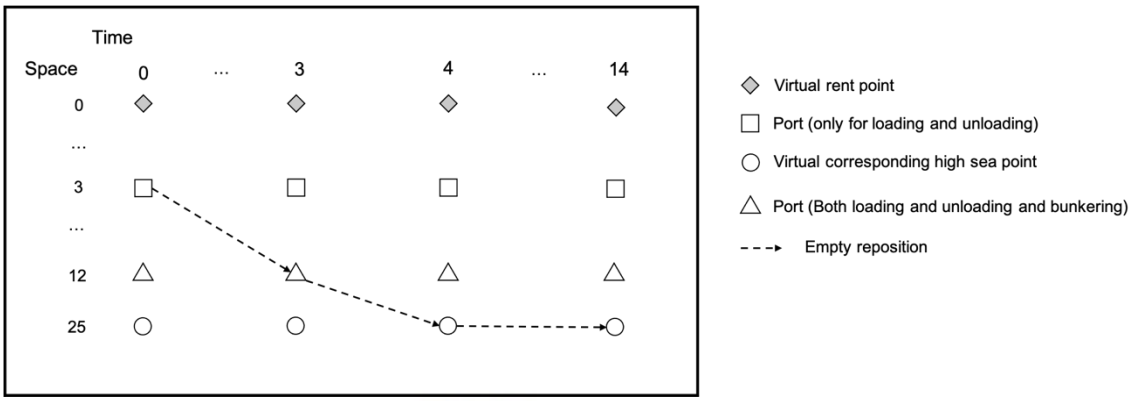
散裝船隊規劃內容以規劃期 15 天、需求狀況為樂觀、最終迴圈之求解結果舉例，船隊大小規模共計租入 24 艘定程租船，5 艘定期租船。

本研究就不同船隻路徑規劃，挑出具代表性之部分船隻路徑來做說明。首先舉編號 3 之自有船為例，其起始位置位於點 9，而首先至點 9 對應公海虛擬點等待調度，而後在第九天時回點 9，載運一筆現貨至點 22，且於第 12 天抵達。特別注意乘載貨物時，第 9 天到第 12 天中包含裝貨時間，而於第 12 天抵達時才進行卸貨。如圖三十五表示：



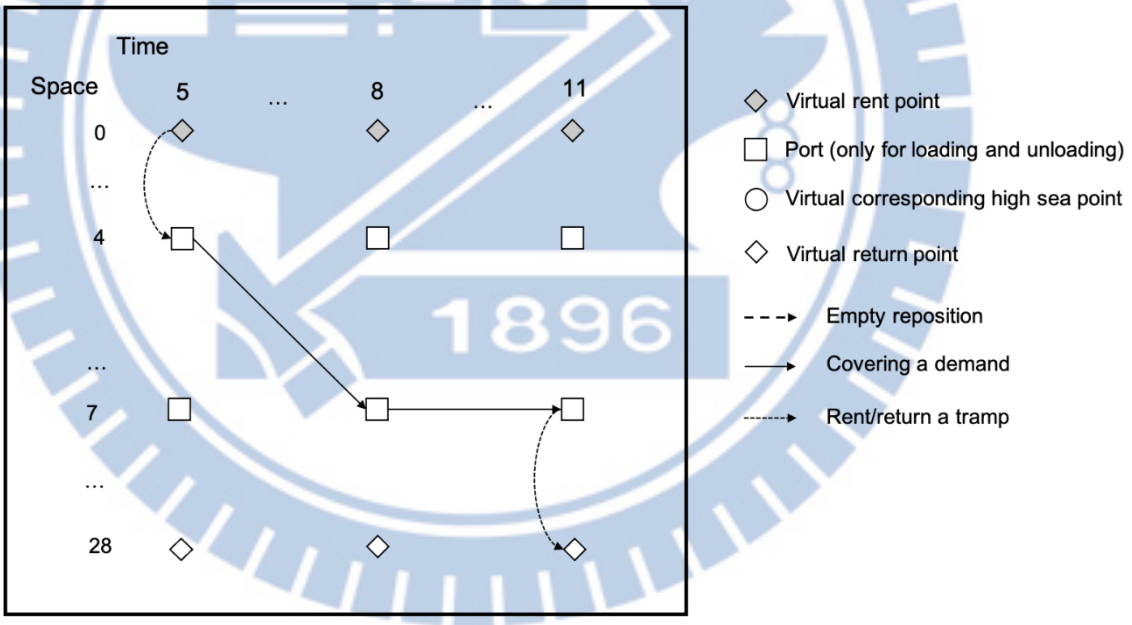
圖三十五、自有船 3 之路徑圖

而編號 21 自有船，因一開始油量不足，於第 3 天至點 12 加油，而後停泊至點 12 之對應公海虛擬點等待調度。如圖三十六表示：



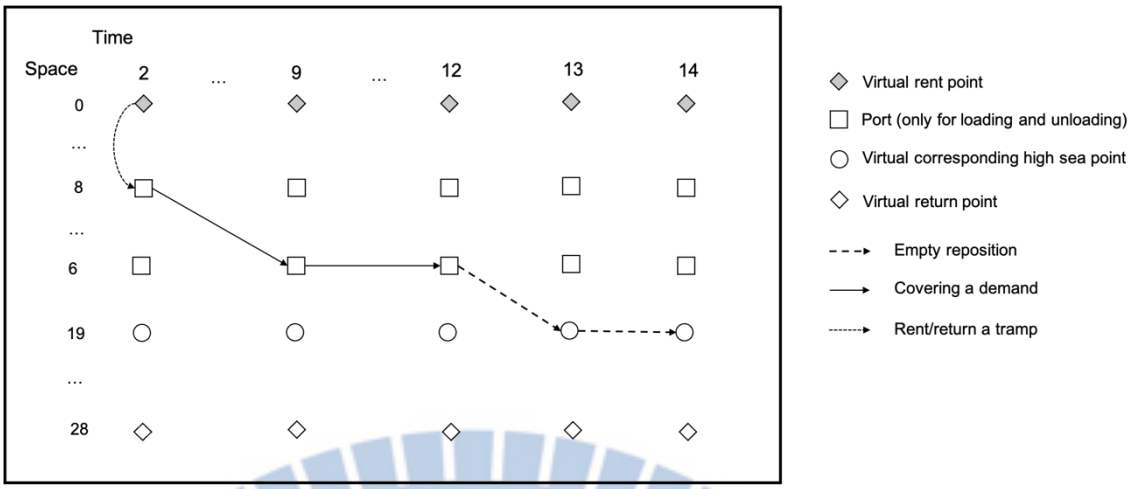
圖三十六、自有船 21 之路徑圖

而租船的部分，分別針對定程租與定期租租船各一船隻舉例。因定程租船租入後僅能載完單趟貨後便歸還，路徑較為簡單。一定程租租船於第 5 天時租入，並載運契約貨物至點 7，且於第 8 天時抵達，而卸貨耗費三天時間，接著於時間第 11 天歸還。如圖三十七所示：



圖三十七、定程租租船之路徑圖

而租入定期租租船應於規定租期後才能歸還，因而可看到例子中於第 2 天時於點 8 租入一定期租租船，載運一筆現貨至點 6，且於第 9 天抵達，卸貨完於第 12 天調度至點 6 之對應虛擬公海點等待調度，直至規劃期結束前都沒有歸還船隻。如圖三十八：



圖三十八、定期租租船之路徑圖

而在本次實例測試結果中，貨物與船隻之船艙狀態皆一致，並沒有船隻先進行清艙才承接貨物。

5.2.2 標竿例子測試

本研究欲得知求出之目標值效益，而目前與散裝船相關的標竿文獻為 Hemmati et al., (2014) 所做之散裝船路徑問題，為一確定性規劃問題 (deterministic planning problem)，決定一散裝船異質船隊服務契約貨物（已知貨物）之路徑。因其環境設置相較本研究簡單，且本研究屬於一時空網路問題，規劃時間單位以天為單位，然而 Hemmati et al., (2014) 所做之問題並非時空網路問題，其時間紀錄為連續性並以小時作為計算單位。因標竿文獻較本研究環境簡單，可透過簡化本研究問題來與標竿進行比較，但又因網路架構不同，原先標竿例子以小時作為時間單位，本研究需將標竿例子之時間單位四捨五入轉換為天，造成簡化問題後之環境相較標竿問題放鬆，以致於最終求出結果可能會比標竿問題之最佳解更好，但仍舊能作為參考得知其與最佳解之差距。

以下將詳述標竿例子的環境設定，並與本研究之環境比較以簡化。在標竿例子中僅決定一散裝船異質船隊服務契約貨物之路徑，且其乘載貨物僅考慮契約貨物，沒有選擇是否承接額外的現貨收入，因此該問題目標為最小化成本。因契約貨物一定要被任意船隻承接，所以當沒有自有船隻能夠承接某一契約貨物時，就必須租入船隻來載運，使得目標式除了旅行成本外尚有租金成本。特別注意此處之租金成本與本研究定程租租船的概念相符，故本研究在標竿例子測試中保留定程租租船，不考慮定期租租船。另不同船隻種類有對應之可承載貨物種類，每筆貨物有其對應之時間窗限制，皆與本研究之環境相符。而因標竿文獻無探討影響油耗成本之因素，因此此處不探討加油以及速度對目標值之影響。而因

不考慮速度對油耗成本之影響，簡化後參變數刪除天數之維度，旅行天數則是在狀態轉換方程式時更新至船隻可用時間。另外簡化後問題也刪除與定期租租船、現貨、加油相關之參變數。經簡化後之數學式如下：

$$\max \sum_{i\in \mathrm{I}^{2}} \sum_{k\in \mathrm{C}\cup \mathrm{S}} C_{E_i L_i k} v_{ik} + \sum_{j\in \mathrm{D}} \sum_{i\in \mathrm{I}^{2}} C_{E_i \bar{L}_j \bar{\bar{L}}_j} x_{ij} + \sum_{i\in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}} \sum_{k\in \mathrm{C}\cup \mathrm{S}} r_{ik} \left(\sum_{j\in \mathrm{O}_k} \bar{\bar{x}}_{ij} \right) + \sum_{k\in \mathrm{V}} \sum_{j\in \mathrm{C}} \sum_{m\in \mathrm{S}_i} V_{kjm} g_{kjm} \tag{68}$$

(68)為簡化問題後之目標式，在原文獻中為最小化目標式，本研究將參數轉為負數，求解最大化目標式。且僅考慮自有船旅行成本、自有船若無法承接契約貨物所需租金成本（原文獻中不計租船之旅行成本），以及預期未來效益。而此處未來效益僅包含契約貨物，且契約貨物皆為已知資訊。但因標竿中並無貨物收入之參數，因而此處契約貨物價值為本研究所設，最後實際求解目標值並不會包含此價值。

Subject to

$$\sum_{k\in \mathrm{C}\cup \mathrm{S}} v_{ijk} + \sum_{k\in \mathrm{D}} x_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in \mathrm{I}^{1} \cup \mathrm{I}^{2}, j \in \mathrm{L}_i \tag{69}$$

$$\bar{\bar{v}}_{i00} + \sum_{k\in \mathrm{D}} \bar{\bar{x}}_{ijk} = 1 \qquad \forall i \in \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{1} \cup \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{2} \cup \bar{\bar{\mathrm{I}}}^{3}, j \in \mathrm{L}_i \tag{70}$$

$$\sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^{0}} \sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^{0}} x_{ij} + \sum_{i\in \bar{\mathrm{F}}_k^{2}} \sum_{j\in \bar{\mathrm{V}}_w^{2}} \bar{\bar{x}}_{ij} \le M \delta_{kw} \qquad \forall k \in \mathrm{F}, w \in \mathrm{V} \tag{71}$$

$$\sum_{j\in \mathrm{D}/\mathrm{O}_{\mathrm{L}_j}} x_{ij} = 0 \qquad \forall i \in \mathrm{I}^{2} \tag{72}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^{2}} x_{ij} + \sum_{i\in \bar{\mathrm{I}}^{2}\cup \bar{\mathrm{I}}^{3}} \bar{\bar{x}}_{ij} = 1 \qquad \forall j \in \mathrm{D} \tag{73}$$

$$a_j x_{ij} \le \left(T + U_j + \bar{U}_j + l + \ddot{U}_i \right) x_{ij} \le b_j x_{ij} \qquad \forall (i,j) \in \mathrm{A}^{0} \tag{74}$$

$$a_j \bar{\bar{x}}_{ij} \le \left(T + U_j + \bar{U}_j + l + \ddot{U}_i \right) \bar{\bar{x}}_{ij} \le b_j \bar{\bar{x}}_{ij} \qquad \forall (i,j) \in \bar{\bar{\mathrm{A}}}^{0} \tag{75}$$

$$\sum_{i\in \mathrm{I}^{2}} v_{ij} \delta_{E_i k} = \sum_{m\in \mathrm{S}_j} g_{kjm} \qquad \forall k \in \mathrm{V}, j \in \mathrm{C} \tag{76}$$

$$g_{kjm} \le \hat{v}_{kjm} \qquad \forall k \in \mathrm{V}, j \in \mathrm{C}, m \in \mathrm{S}_j \tag{77}$$

$$x_{ij} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{D} \tag{78}$$

$$\bar{\bar{x}}_{ij} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{D} \tag{79}$$

$$v_{ij} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \mathcal{N}, j \epsilon \mathcal{C} \tag{80}$$

$$\bar{\bar{v}}_{i00} \epsilon (0,1) \qquad \forall i \epsilon \bar{\bar{\mathcal{N}}}, j \epsilon \mathcal{C} \tag{81}$$

$$g_{kijm} \ge 0 \qquad \forall k \epsilon \mathcal{V}, i \epsilon \mathcal{C}, j \epsilon \mathcal{E}, m \epsilon \mathcal{S}_i \tag{82}$$

(69)(70)分別為自有船和定程租租船動作規範，當期可用船隻一定要選擇調度或者承接貨物，而定程租租船調度若無承接貨物僅能在租賃虛擬點。(71)為各自有船船隻可乘載之各種貨物限制。(72)為若自有船當前不是位於契約貨物之起始港，則無法載運該貨物。(73)則為契約貨物限制乘載限制，一定要被船隻服務。(74)(75)則為貨物時間窗限制。(76)(77)為紀錄船隻至各港口數量以及預計可獲得價值之船隻數量限制，用以計算未來效益。最後(78)-(82)為變數限制。

在文獻中產生之標竿分為幾種不同的類組，依照地理性有短途範圍及遠途範圍；以及貨物類型則分為混合載運以及滿載貨運。而與本研究較相符的地理性為短途範圍，貨物類型則為滿載貨運，因此選用該類組之標竿例子進行測試。表十為原文獻產生之所有標竿類組簡述。

Group	Geography	Cargo sizes	#Cargoes	#Ships	#Ship types
1	Short sea	Mixed	7–130	3–40	2–4
2	Short sea	Full load	8–100	3–50	2
3	Deep sea	Mixed	7–130	3–40	2–3
4	Deep sea	Full load	8–100	3–50	2

表十、Hemmati et al., (2014)產生之所有標竿類組簡述表

表十一與表十二則分別為短途範圍且滿載貨運之標竿例子的平均求解效益，以及各項例子當前所得知的最佳解。

		XPRESS			ALNS		
#Cargoes	#Ships	Optimality Gap (%)	Gap to Best Known (%)	Seconds	Minimum Gap to Best Known (%)	Average Gap to Best Known (%)	Seconds
8	3	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	1.84
11	4	0.00	0.00	0.46	0.00	0.13	2.85
13	5	0.00	0.00	0.26	0.00	0.07	4.10
16	6	0.00	0.00	0.70	0.00	0.05	6.14
17	13	0.00	0.00	1.00	0.01	0.01	8.59
20	6	0.00	0.00	47.78	0.00	0.14	10.71
25	7	0.85	0.00	2428.02	0.00	0.22	16.47
35	13	9.83	0.60	3600.04	0.00	0.29	35.91
50	20	16.41	1.90	3600.52	0.00	0.35	83.08
70	30	204.65	156.51	3603.32	0.00	0.70	210.66
90	40	364.12	276.11	3617.60	0.00	0.47	418.57
100	50	381.14	269.85	3651.22	0.00	0.35	587.52

表十一、Hemmati et al., (2014) 短途範圍且滿載貨運之標竿例子的平均求解效益

#Cargoes	#Ships	Instance #1	Instance #2	Instance #3	Instance #4	Instance #5
8	3	**1391997**	**1246273**	**1698102**	**1777637**	**1636788**
11	4	**1052463**	**1067139**	**1212388**	**1185465**	**1310285**
13	5	**2034184**	**2043253**	**2378283**	**2707215**	**3011648**
16	6	**3577005**	**3560203**	**4081013**	**3667080**	**3438493**
17	13	**2265731**	**3154165**	**2699378**	**2806231**	**2910814**
20	6	**2973381**	**3206514**	**3197445**	**3342130**	**3156378**
25	7	**3833588**	**3673666**	**4238213**	4260762	4069693
35	13	2986667	3002974	3084339	3952461	3293086
50	20	7265169	7470529	6938306	8947342	7330386
70	30	10088768	10503191	10314521	10910832	10908679
90	40	13468846	13981808	12767716	14506983	13720466
100	50	13893237	14718351	13206559	14936198	14106741

表十二、短途範圍且滿載貨運之標竿各項例子當前最佳解

文獻中前六項標竿例子有求得確切最佳解，後項例子值則為目前已得知之最佳解。而又前五項例子之貨物與船隻數量以及求解效率、效益差異不大，因此選取貨物與船隻數量分別最小以及最大之例子測試。總計選取 9 項標竿，貨物數量\船隻數量分別為 8\3、17\13、20\6、25\7、35\13、50\20、70\30、90\40 及 100\50。每項標竿內皆含有 5 個例子，總計 45 個例子進行測試。而求解結果如表十三至表二十一：

8 cargoes_3 ships	Average seconds: 2				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	1391997	1246273	1698102	1777637	1636788
Test result	1220492	1333341	1538130	1522621	1398483
Relative gap	-0.1232079	0.0698627	-0.0942064	-0.1434579	-0.1455931

表十三、8 cargoes\ 3 ships 測試結果

17 cargoes_13 ships	Average seconds: 3				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	2265731	3154165	2699378	2806231	2910814
Test result	1562086	3653299	3475931	3997616	2611745
Relative gap	-0.3105598	0.158246	0.28767849	0.42454987	-0.1027441

表十四、17 cargoes\ 13 ships 測試結果

20 cargoes_6 ships	Average seconds: 3				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	2973381	3206514	3197445	3342130	3156378
Test result	4181615	2601804	2800608	3956903	4982855

Relative gap	0.40635021	-0.188588	-0.1241107	0.18394647	0.57866231

表十五、20 cargoes\ 6 ships 測試結果

25 cargoes_7 ships	Average seconds: 5				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	3833588	3673666	4238213	4260762	4069693
Test result	5595620	6130252	4402661	5169877	4310123
Relative gap	0.45962999	0.66870151	0.03880126	0.21336911	0.05907817

表十六、25 cargoes\ 7 ships 測試結果

35 cargoes_13 ships	Average seconds: 9				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	2986667	3002974	3084339	3952461	3293086
Test result	3252268	2127067	3096632	4640096	3203588
Relative gap	0.0889289	-0.2916798	0.00398562	0.17397642	-0.0271775

表十七、35 cargoes\ 13 ships 測試結果

50 cargoes_20 ships	Average seconds: 14				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	7265169	7470529	6938306	8947342	7330386
Test result	6264164	6037626	5612082	9310371	8095104
Relative gap	-0.1377814	-0.1918074	-0.1911452	0.04057395	0.10432166

表十八、50 cargoes\ 20 ships 測試結果

70 cargoes_30 ships	Average seconds: 22				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	10088768	10503191	10314521	10910832	10908679
Test result	9738192	11333606	10336409	11365304	11166804
Relative gap	-0.0347491	0.07906312	0.00212206	0.04165329	0.02366235

表十九、70 cargoes\ 30 ships 測試結果

90 cargoes_40 ships	Average seconds: 34				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	13468846	13981808	12767716	14506983	13720466

Test result	13687650	14121503	12089605	15162901	16119002
Relative gap	0.01624519	0.0099912	-0.0531114	0.04521395	0.17481447

表二十、90 cargoes\ 40 ships 測試結果

100 cargoes_50 ships	Average seconds: 37				
Instance	1	2	3	4	5
Best known result	13893237	14718351	13206559	14936198	14106741
Test result	15562201	17741605	13818000	21844909	21366100
Relative gap	0.1201278	0.20540711	0.04629828	0.46254817	0.51460213

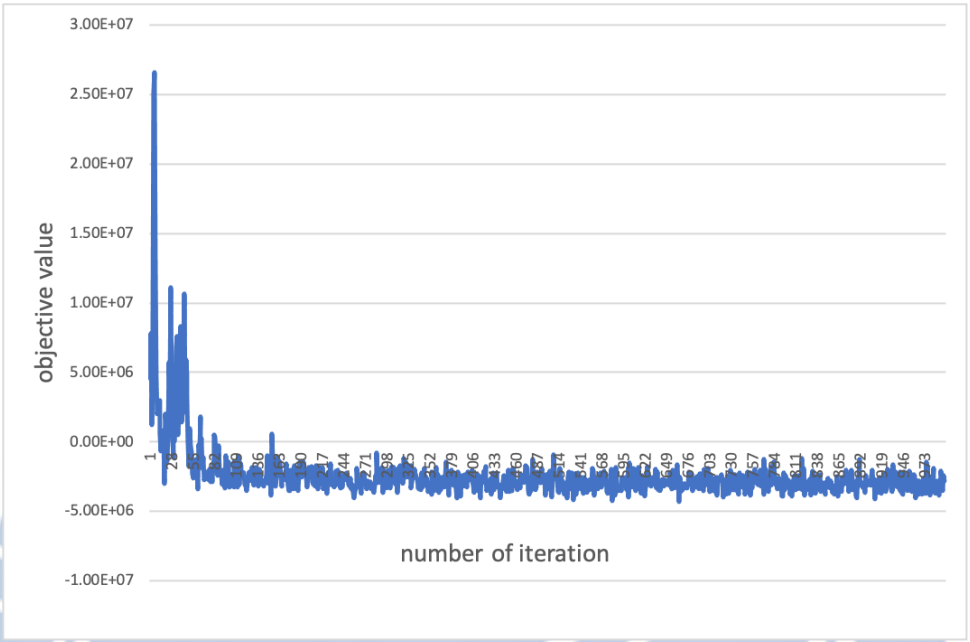
表二十一、100 cargoes\ 50 ships 測試結果

上述表格之相對差距以越小越好，若相對差距為負數，則代表所求出解比當前得知最佳解好。測試結果發現以 8\3、17\13、35\13、50\20、70\30、90\40，此六項標竿測試結果效益相對穩定，有些例子求出更好的解或者接近，但也有相對比較差的解。而有些求解結果與當前最佳解差異較大，如 25\7 的例子一與例子二，值相差有至 100 萬單位成本以上，主要應是因為有租較多船來乘載貨物。在原文獻標竿內的租金成本較旅行成本來得高許多，從 20 幾萬至 90 幾萬不等，因此若多租一艘船來乘載貨物，最後目標值就會相差許多。而在本研究之目標式中，租金成本屬於第一階段之求解範圍，又在標竿中之租金成本對目標值影響很大，且與本研究租金設定方式較為不同。而未來乘載貨物之租金成本並不會納入第二階段價值方程式內，導致求解結果可能會偏向於僅選擇路徑旅行成本較小之承接貨物路徑，而未完全考慮到其可能租金成本較高，造成有些例子求解結果相差較大。而此部份可納入未來建議，作為未來研究修正方向。

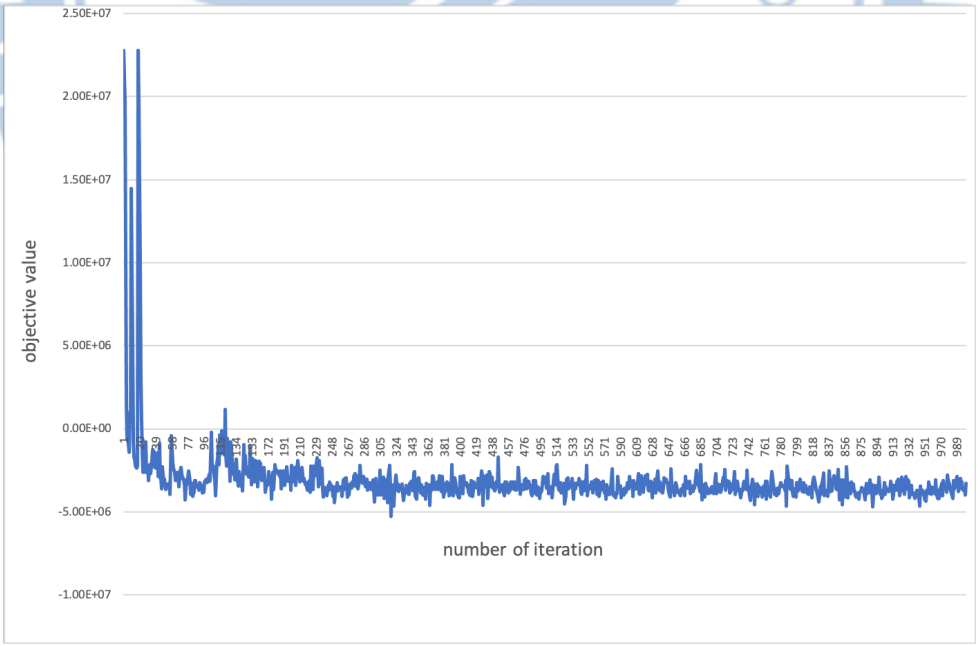
5.2.3 實際例子測試

在前述章節有提到，現貨需求數量分佈可分為樂觀、普通以及悲觀。而因本次實際例子之散裝船隊公司，在國際上並不是屬於規模較大的航運公司，因而現貨需求數量分佈依照其規模大小而做修正。在樂觀的情況下一天平均有 3-4 筆現貨，普通情況則是一天平均 1-2 筆現貨，最後悲觀情況則是一天平均 0-1 筆現貨。但因現實中較少出現每天皆是樂觀分佈的情況，為使例子測試更為貼近現實，本研究將樂觀分佈修正為一天可能有 0-5 筆現貨，其出現機率分別為 20%, 20%, 20%, 20%, 20%；而普通分佈則為一天有 0-3 筆不等現貨，其出現機率則為 20%, 20%, 30%, 30%；最後悲觀情況不變，一天平均 0-1 筆現貨，出現機率為 50%, 50%。

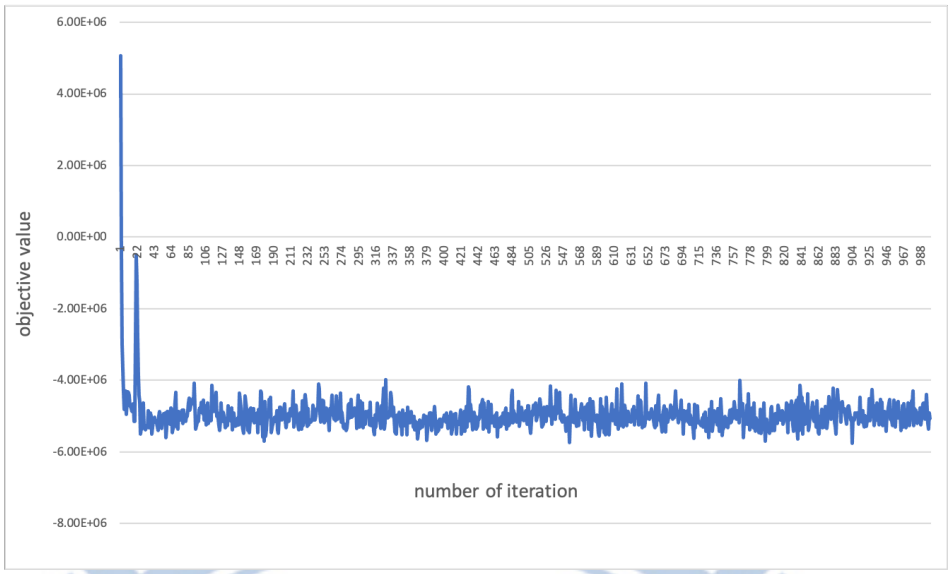
本研究針對三種情境實驗皆進行了 1000 次迴圈，且規劃期為 15 天，加油策略為(R,Q)策略，價值方程式初始值不為 0 且折扣參數為 0.7。圖三十九至圖四十一為其目標值結果呈現：



圖三十九、樂觀狀況之求解目標值結果



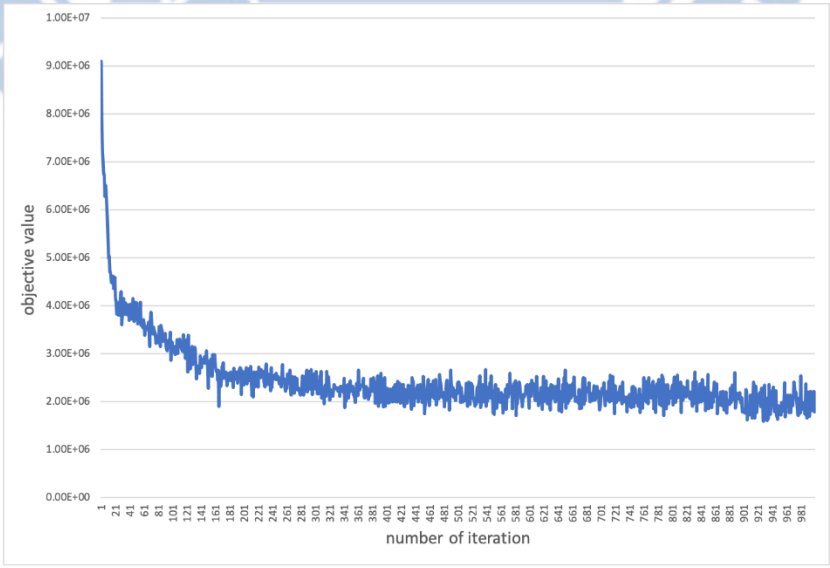
圖四十、普通狀況之求解目標值結果



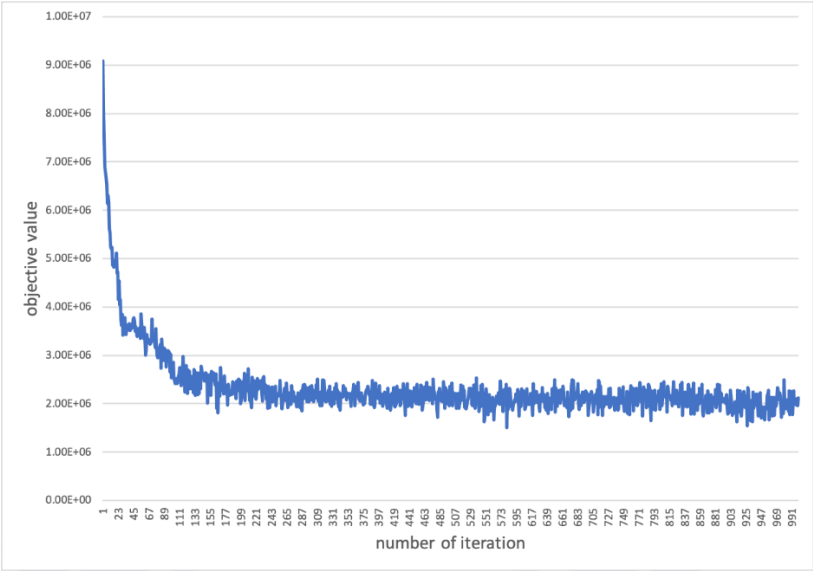
圖四十一、悲觀狀況之求解目標值結果

比較圖三十九、四十與四十一，可發現當需求數量較多時，前期迴圈動盪幅度較大，收斂速度相對較慢。樂觀情況因此收斂速度以樂觀情況的時候相對較慢，悲觀情況則相對較快。但總體來說皆在大約 200 迴圈過後，目標值即達穩定且趨於收斂。

本研究有涉及兩種加油策略(R,Q)以及(s,S)，但又因本次研究範圍僅為亞澳區域，且一次規劃期僅為 15 天，較無法看出加油策略對目標值之影響。因而本研究於此處將一次規劃期拉長為 30 天，來比較使用兩種不同策略之結果。而現貨需求分佈同樣採樂觀分佈，價值方程式初始值不為 0 且折扣參數同樣為 0.7。兩者求解結果如圖四十二與圖四十三：

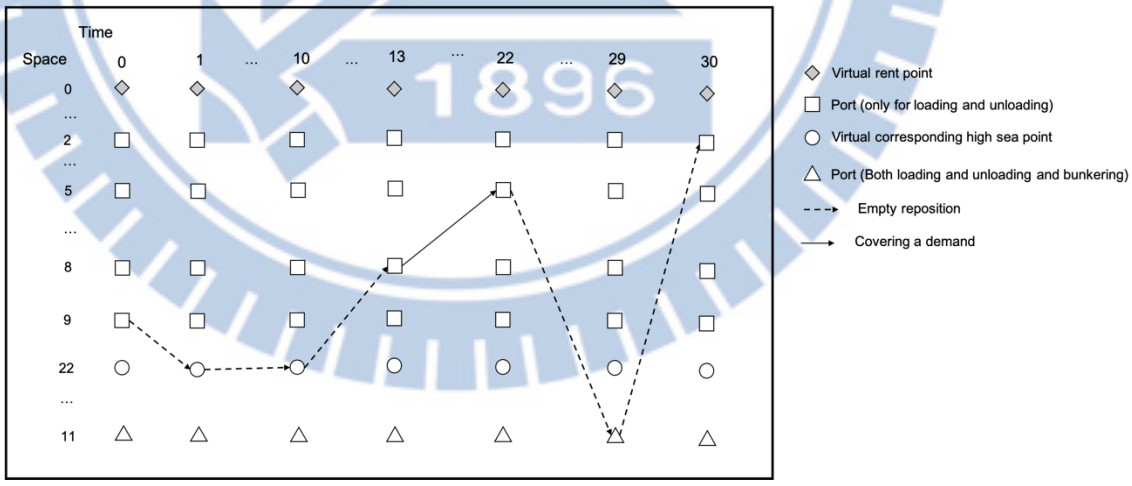


圖四十二、(R,Q)策略求解目標值結果



圖四十三、(s,S)策略求解目標值結果

可由圖四十二、圖四十三看出兩者差異並無到太大，但(s,S)策略在200迴圈後即達收斂，(R,Q)策略則是在350迴圈左右後抵達收斂，因而(s,S)策略相較(R,Q)策略來說曲線稍快達到收斂。但因本研究問題實際範例本身並無跨遠洋，因此加油策略相對在此處較看不出明顯差別。而此部分也可納入未來研究方向，若實驗例子為跨遠洋，旅行時間拉長時，應可明顯看出加油策略對目標值大小之影響。而散裝船之加油路徑，以圖四十四表示：

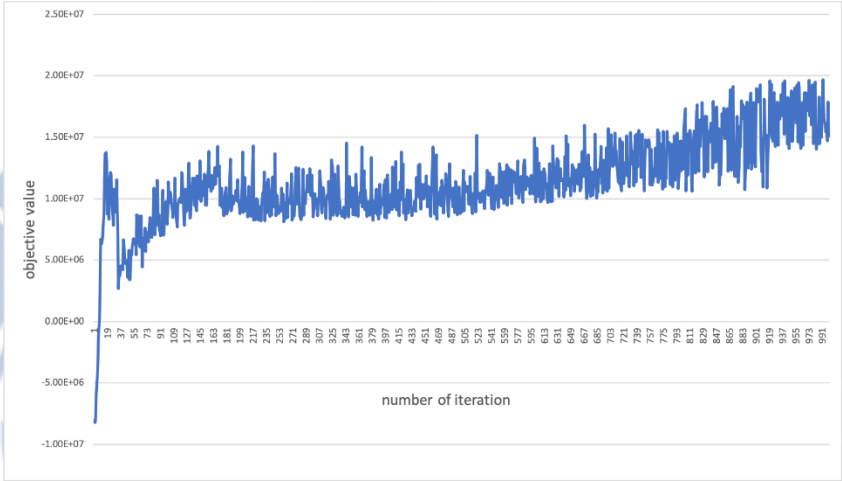


圖四十四、自有船5之路徑圖

圖四十四使用測試例子中編號5之自有船路徑舉例，由圖中看到船隻起始位置為點9，船隻從點9先調度至其對應虛擬公海點，等待調度至第10天，接著調度至點8，在第13天時承接一筆契約貨物至點5，且於第22天變為可用船隻，再調度至點11加油，最後一天時調度至點2。此處

注意調度至點 2 為當初將超過規劃期之契約貨物價值更新到最後一天規劃期，因而船隻會前往點 2 乘載契約貨物。

於上一章節的實驗研究中，測試例子為規劃期 15 天、樂觀需求分佈，且初始θ值設置為 0.7，而其實驗結果最終收斂曲線是由上往下收斂；當初始值設置為 0 時，收斂曲線則是從下往上收斂。因而本實驗欲觀察當初始θ值設置為其中間值 0.35 時，收斂曲線之收斂方向為何。而實驗結果如圖四十四：



圖四十五、價值方程式初始值不為 0 且θ值為 0.35 之目標值大小

然而，圖四十五之曲線卻呈現發散狀態，經 1000 迴圈後值尚未達至收斂，反彈的程度仍舊偏大，面臨了收斂問題，而此問題也在 Powell (2011)第 15 章節中有提到。書中說明最終值可能無法收斂是有可能發生的，而當遇到此類狀況，只能盡力避免最終迴圈結束時不是剛好踏在比較差的結果。而避免該情況的方法，有例如每過 k 個迴圈便檢視一次其結果，但此方法也相對較麻煩；或者計算算出結果之平均值作為最後迴圈目標值結果等。

六、 結論與建議

海運業受到國際市場波動影響大，其中又以散裝船影響更甚。因散裝船航線設計上具有高度的彈性與自由度，運費的變化波動也相對影響較大，再加上近期時事影響，如中美貿易戰、疫情等等，使得海運市場的經濟起伏增大，導致在經營上要面臨的風險增高不少。因而如何有效管理散裝船隊，對航運業者來說是一很重要的課題與挑戰。而為使經營能夠最大利潤化，如何同時開源與節流便相當重要。最主要影響散裝船營運成本以油耗支出佔相當高的比例，為營運成本的一半左右，其中影響油耗成本的便為油價與油耗量。各個港口隨著時間不同，油價也會跟著改變；而油耗量則是受到船速影響，又船速會受承接貨物之時間窗以及快速抵達目的港可獲得的潛在運務機會影響，因此權衡船速也是一項影響成本的重要因素。除了油耗成本，租金成本也是成本的一大支出。何時何地租入與歸還所需支付的租金有很大的差別，而這也是航運業者所要決策的事項。收入部分，來自於兩種收入類別：契約貨物以及現貨。契約貨物為航運業者與貨主事前談的合約，為航運業者必定要承接之貨物；現貨則是航運業者可根據當時狀況，自行決定是否要承接該貨物。在種種會影響成本與收入的因素下，如何規劃一散裝船隊並使總體利潤達到最大化，是決策者最迫切需要得知之資訊，也是本次研究目標與價值。

回顧過去與散裝船相關之文獻，相比貨櫃船而言來得少，但這也使本研究之研究價值提高。本研究將文獻分為兩大類別進行回顧，分別為以散裝船為主題以及與本研究方法-近似動態規劃相關之文獻。而與本研究環境與研究方法最相似之文獻為 Godfrey and Powell（2001, 2002），因而後續研究方法多參考其並再做修正。統整各個文獻，可歸納本研究為首個替複雜環境的散裝船管理問題建立數學模型之研究，不僅於討論租賃船隊之時間點、大小，並替散裝船隊規劃行駛路徑以及行駛速率，決定加油的時機點以及加油量。並且本研究也注重環境設置之細節，如速率對油耗之關係式、船隻乘載髒貨與乾淨貨之順序、計算旅行成本油耗量方式…等等。本研究測試實例使用真實世界歷史資料，比起目前已知之其它文獻，更貼近現實實務。且在 Godfrey and Powell（2001, 2002）所設置之價值方程式，作者賦予其初始值為 0。而本研究設計了一項初始值設置方法，其求解效率較初始值為 0 的情況高，甚至可達一倍。

在第五章實驗結果為三個部分進行測試，分別為測試結果分析、標竿例子測試以及實際例子測試。於第一部分證明其目標值最終抵達收斂的狀況，並與不同價值方程式初始值之收斂情況進行分析，以得知最終收

斂結果相同並針對收斂速度比較。本研究提出一設置價值方程式初始值之方法，賦予價值方程式初始值意義。而使用本研究提出初始值設置方法，與未使用比較後發現收斂速度可快至一倍左右。且針對測試例子進行部分船隻結果呈現，可供決策者參考散裝船隊管理規劃內容。因本研究所求出之結果為近似最佳解，為得知其求解效益，與標竿文獻 Hemmati et al., (2014)進行比較。而因兩者環境有所差異，需先將本研究之問題簡化後再測試，且本問題為一時空網路問題，與標竿文獻之問題類型不同，須轉換原文獻之時間單位為天，導致簡化後環境相較原文獻放鬆，可能求出比目前得知最佳解更好的解。而最後求解部分結果效益落差較大，推斷為環境設置不盡相同，以及影響目標值較大的成本無法反應到本研究之價值方程式中，導致最終求解品質有些落差。最終實際例子測試，使用台灣某一民間散裝船公司於 2019 年之實際營運資料，契約貨物時間窗、現貨分佈、船隊資料與成本參數等皆為歷史實際資料統計而得。針對三種現貨市場狀況（樂觀、普通、悲觀）、加油策略和價值方程式初始值設置之折扣參數進行測試與結果分析。探討不同折扣參數產生之價值方程式初始值對目標值影響，有可能出現目標值最終無法抵達收斂，呈現發散狀態。而 Powell(2011)提出做法為避免最終迴圈結束時不是剛好落在表現較差的值，或者對其各迴圈求出值平均作為最終目標值收斂答案。

最後，本研究尚有些未臻完善之處。在第五章標竿例子測試中部分求解結果與目前已知之最佳解差異甚大，推斷有可能是價值方程式未能完全反應影響目標式之因素，但主要原因還是在於標竿文獻和本研究之環境設定仍舊不完全相同。而目前現有文獻中，除第五章中提到 Hemmati et al., (2014)之標竿文獻外，並無其他標竿可進行比對。因此未來可為此問題建立一靜態數學模型，使其求解出最佳值作為標竿，來比照本研究求解結果。另外，本研究尚無把加油油量納入價值方程式之考量，僅用過去存貨策略作為本次加油策略依據。在 Papageorgiou et al., (2014) 的文獻中，其價值方程式受到載貨單位量影響，或許可將其觀念轉於加油油量並融合本次研究，使得價值方程式之價值意義涵蓋層面更廣，最終求出結果更符合現實所需。本次實際例子屬於近洋範圍，旅行天數不多導致耗油量相對較少，因此不同加油策略對目標值之影響較不明顯，而未來若採用更大範圍的例子測試，不同加油策略的影響應會更加明顯。本研究之民間散裝航運公司在國際市場上屬於中小散裝船公司，其貨物比例分配、船隊大小規模等等在國際市場上並不算大，也因此對於更大規模的公司來說，更需要本研究提供此類船隊管理規劃內容以助其完善營運，造就了本研究之研究價值以及重要性，也希望透過未來修正，期許之後研究能更貼近實務應用。

參考文獻

鍾政棋，「航業經營概論」，第三版，2017

陳永順，「散裝船經營學」，第二版，2016

陳皓剛，「基於船舶租賃策略之最佳化散裝船隊管理 」

Appelgren, L. H. (1969). “A column generation algorithm for a ship scheduling problem. “*Transportation Science*, *3*(1), 53-68.

Brown, G. G., Graves, G. W., & Ronen, D. (1987). Scheduling ocean transportation of crude oil. Management Science, 33(3), 335-346.

Berman, O., & Larson, R. C. (2001). “Deliveries in an inventory/routing problem using stochastic dynamic programming. “Transportation Science, 35(2), 192-213.
Erdelyi, A., & Topaloglu, H. (2010). “Approximate dynamic programming for dynamic capacity allocation with multiple priority levels. “IIE Transactions, 43(2), 129-142.

Eide, L., Årdal, G. C. H., Evsikova, N., Hvattum, L. M., & Urrutia, S. (2020). “Load-dependent speed optimization in maritime inventory routing. “Computers & Operations Research, 123, 105051.

Fagerholt, K. (2001). “Ship scheduling with soft time windows: An optimisation based approach.” *European Journal of Operational Research*, *131*(3), 559-571.

Fagerholt, K., & Lindstad, H. (2000). “Optimal policies for maintaining a supply service in the Norwegian Sea.” *Omega*, *28*(3), 269-275.

Godfrey, G. A., & Powell, W. B. (2002). “An adaptive dynamic programming algorithm for dynamic fleet management, I: Single period travel times. “Transportation Science, 36(1), 21-39.

Godfrey, G. A., & Powell, W. B. (2002). “An adaptive dynamic programming algorithm for dynamic fleet management, II: Multiperiod travel times.” Transportation Science, 36(1), 40-54.

Hemmati, Ahmad, et al. "Benchmark suite for industrial and tramp ship routing and scheduling problems." INFOR: Information Systems and Operational Research 52.1 (2014): 28-38.

Kleywegt, A. J., Nori, V. S., & Savelsbergh, M. W. (2002). “The stochastic inventory routing problem with direct deliveries. “Transportation Science, 36(1), 94-118.

Kleywegt, A. J., Nori, V. S., & Savelsbergh, M. W. (2004).” Dynamic programming approximations for a stochastic inventory routing problem. “Transportation Science, 38(1), 42-70.

Lin, D. Y., & Liu, H. Y. (2011). “Combined ship allocation, routing and freight assignment in tramp shipping. “*Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *47*(4), 414-431.

Laake, J., & Zhang, A. (2016). “Joint optimization of strategic fleet planning and contract analysis in tramp shipping. “*Applied Economics*, *48*(3), 203-211.

Magirou, E. F., Psaraftis, H. N., & Bouritas, T. (2015). “The economic speed of an oceangoing vessel in a dynamic setting. “Transportation Research Part B: Methodological, 76, 48-67.

Meng, Q., Wang, S., & Lee, C. Y. (2015). “A tailored branch-and-price approach for a joint tramp ship routing and bunkering problem. “Transportation Research Part B: Methodological, 72, 1-19.

Norstad, I., Fagerholt, K., & Laporte, G. (2011). “Tramp ship routing and scheduling with speed optimization. “Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 19(5), 853-865.

Neves-Moreira, F., Amorim-Lopes, M., & Amorim, P. (2020). “The multi-period vehicle routing problem with refueling decisions: Traveling further to decrease fuel cost?.” Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 133, 101817.

Powell, W. B., Shapiro, J. A., & Simão, H. P. (2002). “An adaptive dynamic programming algorithm for the heterogeneous resource allocation problem. “Transportation Science, 36(2), 231-249.

Papageorgiou, D. J., Cheon, M. S., Nemhauser, G., & Sokol, J. (2014). “Approximate dynamic programming for a class of long-horizon maritime inventory routing problems. “Transportation Science, 49(4), 870-885.

Powell, W. B. (2019). “A unified framework for stochastic optimization. “European Journal of Operational Research, 275(3), 795-821

Sherali, H. D., Al-Yakoob, S. M., & Hassan, M. M. (1999). “Fleet management models and algorithms for an oil-tanker routing and scheduling problem. “*IIE transactions*, *31*(5), 395-406.

Simao, H. P., Day, J., George, A. P., Gifford, T., Nienow, J., & Powell, W. B. (2009). “An approximate dynamic programming algorithm for large-scale fleet management: A case application. “Transportation Science, 43(2), 178-197.

Topaloglu, H., & Powell, W. B. (2006). “Dynamic-programming approximations for stochastic time-staged integer multicommodity-flow problems.” INFORMS Journal on Computing, 18(1), 31-42.

Topaloglu, H., & Kunnumkal, S. (2006). “Approximate dynamic programming methods for an inventory allocation problem under uncertainty. “Naval Research Logistics (NRL), 53(8), 822-841.

Vilhelmsen, C., Lusby, R., & Larsen, J. (2014). “Tramp ship routing and scheduling with integrated bunker optimization. “EURO Journal on Transportation and Logistics, 3(2), 143-175.

Wen, M., Ropke, S., Petersen, H. L., Larsen, R., & Madsen, O. B. (2016).” Full-shipload tramp ship routing and scheduling with variable speeds. “Computers & Operations Research, 70, 1-8.

Wang, Y., Meng, Q., & Kuang, H. (2018). “Jointly optimizing ship sailing speed and bunker purchase in liner shipping with distribution-free stochastic bunker prices. “Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 89, 35-52.

Zhen, L., Wang, S., & Zhuge, D. (2017). “Dynamic programming for optimal ship refueling decision. “Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 100, 63-74.

附錄一

附錄一 為本研究使用之實際例子詳細參數，而成本使用單位皆為新台幣。

港口相對應編號	
編號	對應港口
0	租船虛擬點
1	維沙卡巴特南港
2	丹絨普里克港
3	馬尼拉港
4	勿拉灣港
5	欽州港
6	泰萊港
7	巴生港
8	黑德蘭港
9	丹皮爾港
10	高雄港
11	新加坡港
12	維多利亞港
13	上海港
14	1對應公海
15	2對應公海
16	3對應公海
17	4對應公海
18	5對應公海
19	6對應公海
20	7對應公海
21	8對應公海
22	9對應公海
23	10對應公海
24	11對應公海
25	12對應公海
26	13對應公海
27	富吉拉港
28	還船虛擬點

Port	Capacity
1	3
2	2
3	1
4	3
5	2
6	2
7	1
8	2
9	4
10	4
11	3
12	4
13	2

Range of bunker price		
SINGAPORE	min	339.50
	max	412.00
HONG KONG	min	359.50
	max	419.50
SHANGHAI	min	361.50
	max	424.00
FUJAIRAH	min	334.50
	max	394.50

Cleaning cost		
Handy	Panamax	Capesize
2500	3500	4500

Cleaning time		
Handy	Panamax	Capesize
2	3	5

Berthing cost		
Handy	Panamax	Capesize
20000	25000	30000

本研究船隻與貨物參數會根據各個測試例子而不同，以下僅列舉 5.2.1 測試例子之參數。散裝船油艙量為根據實際船容量 85%，其中 capacity 為船艙最大容量，bunker level 為當前油量。Kind 為船種，而船種 0 為輕便型船隻，1 為巴拿馬型，2 為海岬型。Location 為船隻當前位置，則是在出口港範圍內隨機決定。Ballast 為船艙，船艙狀態為系統隨機決定，0 為乾淨，1 為骯髒。

Tramp imformation						
number	location	bunker level	bunker level	capacity	kind	ballast
0	2	1599.05304	1599.05304	1500	0	0
1	8	1066.63392	1066.63392	1500	0	1
2	4	749.39712	749.39712	1500	0	0
3	9	787.70496	787.70496	1500	0	0
4	9	1204.30272	1204.30272	1500	0	0
5	9	638.06496	638.06496	1500	0	0
6	3	2039.79272	2039.79272	2500	1	0
7	2	1642.44864	1642.44864	2500	1	1
8	2	1361.2252	1361.2252	2500	1	0
9	6	1788.49728	1788.49728	2500	1	1
10	9	1776.52608	1776.52608	2500	1	0
11	2	986.82592	986.82592	2500	1	0
12	8	1959.48592	1959.48592	2500	1	0
13	4	682.3584	682.3584	2500	1	1
14	3	1130.48032	1130.48032	2500	1	0
15	8	1961.68064	1961.68064	2500	1	0
16	4	1599.95088	1599.95088	2500	1	0
17	6	941.33536	941.33536	3200	2	0
18	8	2222.6528	2222.6528	3200	2	1
19	4	1111.3264	1111.3264	3200	2	0
20	9	1310.8464	1310.8464	3200	2	1
21	3	947.32096	947.32096	3200	2	0
22	9	2018.84312	2018.84312	3200	2	1
23	3	1606.53504	1606.53504	3200	2	1
24	4	1183.1536	1183.1536	3200	2	1
25	3	1228.84368	1228.84368	3200	2	1
26	3	849.65592	849.65592	3200	2	0
27	4	625.4952	625.4952	3200	2	0
28	2	1634.0688	1634.0688	3200	2	1
29	2	1454.5008	1454.5008	3200	2	0
30	4	2427.75936	2427.75936	3200	2	0
31	8	1632.0736	1632.0736	3200	2	1
32	6	1713.07872	1713.07872	3200	2	1

而定期租與定程租船初始位置皆位於租賃虛擬點，初始油量為最大油艙量之 8 成，船艙狀態皆為乾淨船。而契約貨物與現貨資料皆從航運公司歷史資料而來，牽扯至商業機密問題因此不放上附錄。

而油耗量分為滿艙狀態以及空艙狀態，各船型對應之兩種船艙狀態油耗量如下。

Handy/Laden									
Speed	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	13.8	14
Daily fuel consumption	12.33	14.17	16.19	18.40	20.80	23.39	26.20	27.98	29.22

Handy/Ballast									
Speed	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	14.6	14.8
Daily fuel consumption	13.29	15.10	17.07	19.20	21.50	23.98	26.64	27.20	28.33

Panamax/Laden									
Speed	10.8	11.5	11.8	12.1	12.5	12.8	13.3	13.6	14
Daily fuel consumption	15.10	18.24	19.70	21.24	23.42	25.14	28.21	30.16	32.90

Panamax/Ballast									
Speed	11.6	12.5	12.8	13.2	13.5	13.9	14.2	14.6	15
Daily fuel consumption	14.51	18.16	19.50	21.39	22.88	24.97	26.62	28.94	31.38

Capesize/Laden									
Speed	9.4	9.7	10	10.3	10.8	11.2	11.7	12.1	12.5
Daily fuel consumption	22.55	24.78	27.15	29.67	34.20	38.14	43.48	48.10	53.03

Capesize/Ballast									
Speed	10.9	11.1	11.4	11.8	12.2	12.7	13	14	14.7
Daily fuel consumption	22.20	23.44	25.40	28.17	31.13	35.11	37.66	47.04	54.45

而旅行距離則是由 Google map 計算兩點可航行距離產生，本研究問題中旅行速度由旅行距離除上旅行天數而來。

附錄二

附錄二為 5.2.1 測試之實例所有變數結果，路徑表示格式與結果如下。

格式範例：

1. 承接貨物－ 船隻 i 乘載貨物 j，從貨物起始地點移至目標地點(若有清艙為 1，否則為 0)，從第 m 天（起租）,第 n 天抵達,(第 k 天歸還)
   Tramp(number): Origination of contract cargo with contract task(number) with cleaning(0:no / 1:yes) → Destination of contract cargo, rent at day 5, arrive at day 10, returns at day 13
2. 調度 － 船隻 i 從目前位置調度至目標地，從第 m 天（起租）,第 n 天抵達,第 k 天歸還
   Tramp current location reposition to → Destination, rent from day m, arrive at day n
3. 加油 － 船隻 i 從目前位置移動至目標地加油，於第 n 天抵達
   Tramp current location refuel to -> Destination, arrive at day: n

總計有 33 艘自有船，租進 24 艘定程租租船，5 艘定期租租船。

定程租：

Tramp (1):
4 with spot task(8) with cleaning(0) -> 7,from day 3, arrive at day 6, returns at time 10

Tramp (2):
2 with spot task(13) with cleaning(0) -> 10,from day 5, arrive at day 11, returns at time 14

Tramp (3):
4 with contract task(6) with cleaning(0) -> 7,from day 5, arrive at day 8, returns at time 12

Tramp (4):
4 with contract task(7) with cleaning(0) -> 10,from day 5, arrive at day 9, returns at time 12

Tramp (5):
4 with contract task(8) with cleaning(0) -> 7,from day 5, arrive at day 8, returns at time 11

Tramp (6):
3 with spot task(15) with cleaning(0) -> 10,from day 5, arrive at day 7, returns at time 9

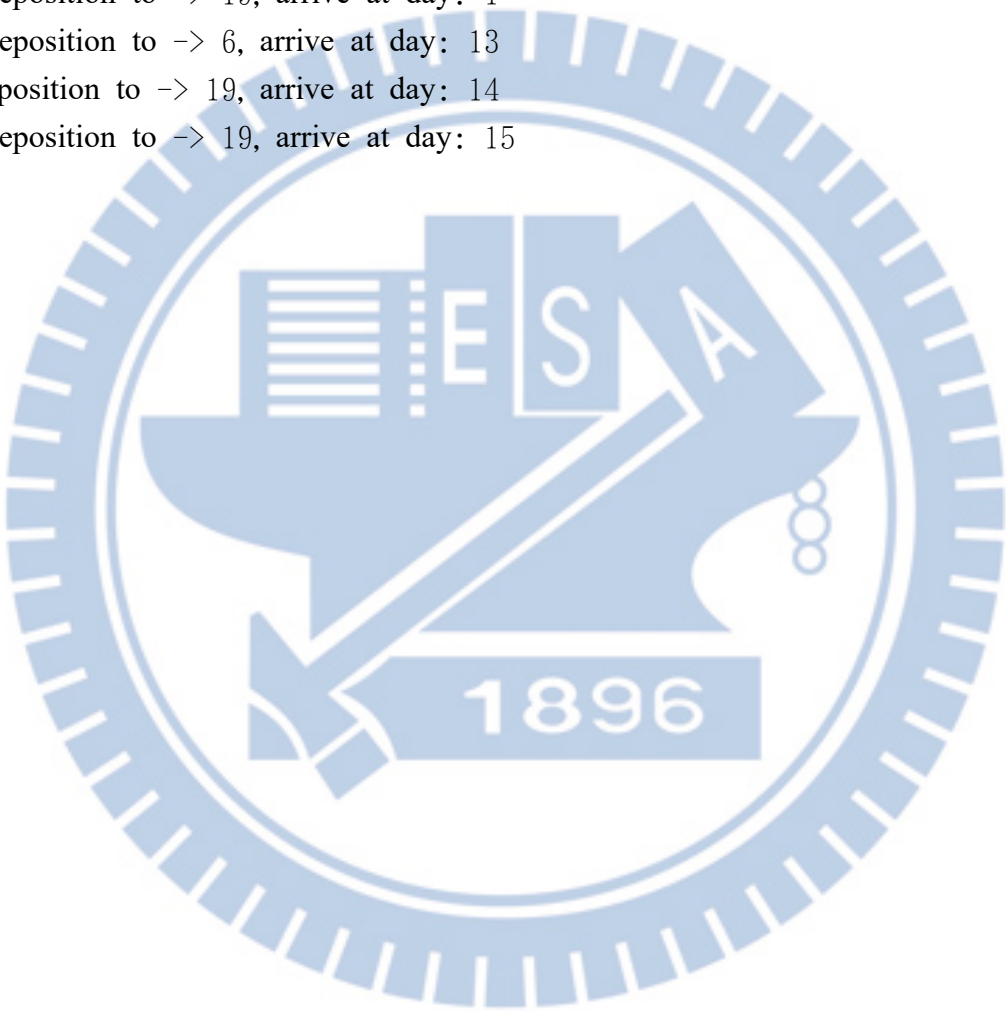
Tramp (7):
2 with contract task(10) with cleaning(0) -> 10,from day 7, arrive at day 13

Tramp (8):
9 with spot task(19) with cleaning(0) -> 11,from day 7, arrive at day 13
Tramp (9):
9 with contract task(12) with cleaning(0) -> 11,from day 8, arrive at day 14
Tramp (10):
8 with contract task(17) with cleaning(0) -> 3,from day 9, arrive at day 18
Tramp (11):
9 with contract task(16) with cleaning(0) -> 5,from day 9, arrive at day 18
Tramp (12):
8 with contract task(14) with cleaning(0) -> 10,from day 9, arrive at day 19
Tramp (13):
3 with spot task(28) with cleaning(0) -> 13,from day 11, arrive at day 15
Tramp (14):
4 with spot task(30) with cleaning(0) -> 10,from day 11, arrive at day 15
Tramp (15):
2 with contract task(23) with cleaning(0) -> 10,from day 12, arrive at day 18
Tramp (16):
2 with contract task(22) with cleaning(0) -> 10,from day 12, arrive at day 18
Tramp (17):
9 with contract task(20) with cleaning(0) -> 13,from day 12, arrive at day 23
Tramp (18):
9 with contract task(25) with cleaning(0) -> 10,from day 13, arrive at day 22
Tramp (19):
3 with spot task(33) with cleaning(0) -> 7,from day 13, arrive at day 18
Tramp (20):
8 with contract task(28) with cleaning(0) -> 11,from day 13, arrive at day 19
Tramp (21):
8 with contract task(26) with cleaning(0) -> 10,from day 13, arrive at day 24
Tramp (22):
4 with spot task(32) with cleaning(0) -> 10,from day 13, arrive at day 17
Tramp (23):
6 with contract task(29) with cleaning(0) -> 10,from day 14, arrive at day 20
Tramp (24):
8 with contract task(31) with cleaning(0) -> 7,from day 14, arrive at day 20
定期租：
Tramp (1):
8 with spot task(4) with cleaning(0) -> 6,from day 2, arrive at day 9
6 reposition to -> 19,from day 12, arrive at day 13

19 reposition to -> 6,from day 13, arrive at day 13
Tramp (2):
 9 with spot task(11) with cleaning(0) -> 5,from day 3, arrive at day 12
5 reposition to -> 18,from day 14, arrive at day 15
Tramp (3):
 8 with spot task(14) with cleaning(0) -> 4,from day 5, arrive at day 12
Tramp (4):
 8 with contract task(5) with cleaning(0) -> 13,from day 5, arrive at day 17
Tramp (5):
 9 with contract task(27) with cleaning(0) -> 10,from day 13, arrive at day 22
自有船：
Tramp (1):
 2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 20
Tramp (2):
 8 reposition to -> 21, arrive at day: 1
21 reposition to -> 8, arrive at day: 4
8 reposition to -> 21, arrive at day: 5
21 reposition to -> 8, arrive at day: 6
8 8 with contract task(9) with cleaning(0) -> 11, arrive at day 12
Tramp (3):
 4 with spot task(0) with cleaning(0) -> 10, arrive at day: 4
10 reposition to -> 23, arrive at day: 8
23 reposition to -> 10, arrive at day: 9
10 reposition to -> 23, arrive at day: 10
23 reposition to -> 10, arrive at day: 20
Tramp (4):
 9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 9
9 9 with spot task(24) with cleaning(0) -> 12, arrive at day: 18
Tramp (5):
 9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 3
9 9 with spot task(10) with cleaning(0) -> 3, arrive at day: 12
Tramp (6):
 9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 8
9 9 with spot task(20) with cleaning(0) -> 2, arrive at day: 12

Tramp (7)
3 reposition to -> 16, arrive at day: 1
16 reposition to -> 3, arrive at day: 19
Tramp (8):
2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 17
Tramp (9):
2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 18
Tramp (10):
6 reposition to -> 19, arrive at day: 1
19 reposition to -> 6, arrive at day: 19
Tramp (11):
9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 6
9 reposition to -> 22, arrive at day: 7
22 reposition to -> 9, arrive at day: 11
9 reposition to -> 22, arrive at day: 12
22 reposition to -> 9, arrive at day: 14
9 9 with contract task(30) with cleaning(0) -> 12, arrive at day 23
Tramp (12):
2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 19
Tramp (13):
8 reposition to -> 21, arrive at day: 1
21 reposition to -> 8, arrive at day: 8
8 reposition to -> 21, arrive at day: 9
21 reposition to -> 8, arrive at day: 11
8 8 with spot task(27) with cleaning(0) -> 10, arrive at day: 21
Tramp (14):
4 refuel to -> 11, arrive at day: 2
11 reposition to -> 24, arrive at day: 3
24 reposition to -> 11, arrive at day: 22
Tramp (15):
3 reposition to -> 16, arrive at day: 1
16 reposition to -> 3, arrive at day: 20
Tramp (16):
8 reposition to -> 21, arrive at day: 1

21 reposition to -> 8, arrive at day: 3
8 8 with spot task(9) with cleaning(0) -> 10, arrive at day: 13
Tramp (17):
4 with spot task(1) with cleaning(0) -> 13, arrive at day: 6
13 reposition to -> 26, arrive at day: 9
26 reposition to -> 13, arrive at day: 21
Tramp (18):
6 refuel to -> 11, arrive at day: 2
11 reposition to -> 24, arrive at day: 3
24 reposition to -> 11, arrive at day: 6
11 reposition to -> 24, arrive at day: 7
24 reposition to -> 11, arrive at day: 15
Tramp (19):
8 reposition to -> 21, arrive at day: 1
21 reposition to -> 8, arrive at day: 12
8 reposition to -> 21, arrive at day: 13
21 reposition to -> 21, arrive at day: 14
21 reposition to -> 21, arrive at day: 15
Tramp (20):
4 refuel to -> 11, arrive at day: 3
11 reposition to -> 24, arrive at day: 4
24 reposition to -> 11, arrive at day: 12
11 reposition to -> 24, arrive at day: 13
24 reposition to -> 11, arrive at day: 21
Tramp (21):
9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 7
9 9 with contract task(11) with cleaning(0) -> 11, arrive at day 13
Tramp (22):
3 refuel to -> 12, arrive at day: 3
12 reposition to -> 25, arrive at day: 4
25 reposition to -> 12, arrive at day: 23
Tramp (23):
9 reposition to -> 22, arrive at day: 1
22 reposition to -> 9, arrive at day: 2
9 9 with spot task(5) with cleaning(0) -> 6, arrive at day: 9
6 reposition to -> 19, arrive at day: 14
19 reposition to -> 19, arrive at day: 15

Tramp (24):
3 reposition to -> 16, arrive at day: 1
16 reposition to -> 3, arrive at day: 7
3 reposition to -> 16, arrive at day: 8
16 reposition to -> 3, arrive at day: 20
Tramp (25):
4 refuel to -> 11, arrive at day: 3
11 reposition to -> 24, arrive at day: 4
24 reposition to -> 11, arrive at day: 10
11 reposition to -> 24, arrive at day: 11
24 reposition to -> 11, arrive at day: 12
11 reposition to -> 24, arrive at day: 13
24 reposition to -> 11, arrive at day: 20
Tramp (26):
3 reposition to -> 16, arrive at day: 1
16 reposition to -> 3, arrive at day: 9
3 3 with contract task(15) with cleaning(0) -> 7, arrive at day 15
Tramp (27):
3 refuel to -> 12, arrive at day: 3
12 reposition to -> 25, arrive at day: 4
25 reposition to -> 12, arrive at day: 9
12 reposition to -> 25, arrive at day: 10
25 reposition to -> 12, arrive at day: 23
Tramp (28):
4 refuel to -> 11, arrive at day: 3
11 reposition to -> 24, arrive at day: 4
24 reposition to -> 11, arrive at day: 6
11 reposition to -> 24, arrive at day: 7
24 reposition to -> 11, arrive at day: 9
11 reposition to -> 24, arrive at day: 10
24 reposition to -> 11, arrive at day: 17
Tramp (29):
2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 15
Tramp (30):
2 reposition to -> 15, arrive at day: 1
15 reposition to -> 2, arrive at day: 14
2 reposition to -> 15, arrive at day: 15

Tramp (31):
4 reposition to -> 17, arrive at day: 1
17 reposition to -> 4, arrive at day: 21
Tramp (32):
8 reposition to -> 21, arrive at day: 1
21 reposition to -> 8, arrive at day: 11
8 8 with contract task(19) with cleaning(0) -> 3, arrive at day 21
Tramp (33):
6 reposition to -> 19, arrive at day: 1
19 reposition to -> 6, arrive at day: 13
6 reposition to -> 19, arrive at day: 14
19 reposition to -> 19, arrive at day: 15