國　立　交　通　大　學

運輸與物流管理學系

碩士論文

以模擬退火法求解電動公車車輛排班問題

A Simulated Annealing Heuristic for the Electric Bus Scheduling Problem

研 究 生：簡佑芳

指導教授：王晉元

中　華　民　國　一　〇　九　年　九　月

以模擬退火法求解電動公車車輛排班問題

A Simulated Annealing Heuristic for the Electric Bus Scheduling Problem

研 究 生：簡佑芳　　Student：Yu-Fang Chien

指導教授：王晉元　　Advisor：Jin-Yuan Wang

國 立 交 通 大 學

運 輸 與 物 流 管 理 學 系

碩 士 論 文

A Thesis
Submitted to Department of Transportation and Logistics Management
College of Management
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in

Traffic and Transportation

September 2020

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇九年九月

以模擬退火法求解電動公車車輛排班問題

學生：簡佑芳　　指導教授：王晉元

國立交通大學運輸與物流管理學系碩士班

摘　要

近年來由於全球暖化日趨嚴重，世界各國愈發重視溫室氣體排放的問題，我國政府亦欲藉由推廣市區公車電動化以將低溫室氣體的排放。而由於電動公車具有里程限制的特性，有別於傳統柴油公車，在安排電動公車班表時須將充電排班一併納入考量。

本研究將提出一套以模擬退火法為基礎之演算法求解電動公車車輛排班問題，問題假設為單場站、多路線、不限制車輛每次充電必須充飽且班表已知，目標為在最小化營運成本的條件下找出完成所有班次所需的最少車輛數已及各車輛所需執行的勤務。

本研究以新竹市市區 5 條公車路線的平日班表共 95 個班次作為例題測試，測試結果發現該演算法確實如預期可藉由接受目標值較差的解以跳脫區域最佳解，並且在演算法求解過程的後期僅接受目標值較優的解或是目標值差值不大的較差解，以此逐漸收斂求出近似最佳解。

關鍵字：電動公車車輛排班問題、模擬退火法

A Simulated Annealing Heuristic for the Electric Bus Scheduling Problem

Student：Yu-Fang Chien　　Advisor：Dr. Jin-Yuan Wang

Department of Transportation Technology and Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In recent years, as global warming has become more and more serious, our government wants to promote electric buses in urban areas to reduce greenhouse gas emissions. Because electric buses have the characteristic of mileage limitation, which is different from traditional diesel buses, charging schedules must be taken into consideration when arranging electric bus schedules.

This study proposes a simulated annealing algorithm-based approach to the electric bus scheduling problem. We address a single-depot single-vehicle-type electric bus scheduling problem with multiple objectives to minimize the number of vehicles, deadhead time and the number of charging piles. And each bus is not restricted to be fully charged for each time the vehicle travels back to the depot for charging.

This study uses 95 bus trips of 5 bus lines in Hsinchu city to test the performance of the algorithm. The testing results show that the proposed algorithm can accept worse neighbors in order to avoid getting stuck in local optima and can only accept better neighbors at the end to find an approximate global optimum.

Keywords: Electric bus scheduling problem, Simulated Annealing

誌謝

在交大這所學校默默地也待了六年，很感謝這一路以來的所有老師與同學們，不管是大學頭兩年的管科系老師與同學們，又或者是後來轉系過來並繼續讀了研究所的運管系老師與同學們，以及其他課堂上、社團中、系女排裡認識的每一位夥伴們跟室友們，雖然這中間有笑有淚有過爭執與離別，謝謝你們讓我在交大這六年的日子過得充實、豐富，也成長了不少。

特別感謝我的指導老師——王晉元老師，非常感謝老師當初收我成為學生，除了在課業、學術上的指導，也教了我很多做人處事的道理。尤其是在碩一下時老師指派了我主辦 Lab 看棒球活動，當時有些事情設想不夠周到、執行的並不完善，謝謝老師給予我那次的機會，雖然最後很可惜地因為下雨取消了活動，但是我也因此學習到了處理事情該有的態度與方式。

再來感謝王 Lab 的大家，子勤、鏡芳、王允、士軒以及研究所無緣繼續當同學的芳佳，還有品蓁、06 的學長姐們和 08 的學弟妹們。謝謝同屆的夥伴們這兩年來的照顧，不管是和你們一起上課寫作業、做報告還是一起互相討論論文內容，又或者是一起吃飯、打球，很感謝有你們一起打拼。另外很感謝芳佳在我大三轉系以及剛上研究所和大家都還不熟的時候給了我很多幫助。謝謝品蓁和學長姐們給了我很多的建議，讓我研究所的這一路上少了不少的碰撞。謝謝學弟妹們總是主動提供協助，讓我們在很多事情上無後顧之憂。

謝謝運管所 07 同學們這兩年的陪伴，謝謝你們在課業上給予了我很多的幫助，我才能準時將課程修完，也很感謝你們找我一起吃飯、打球，讓我研究所的生活過地很豐富、很快樂。另外感謝研究所這兩年來的室友怡秀，謝謝妳包容了我很多的壞習慣，升碩二時還不假思索地決定和我繼續一起住，感謝系統當時將我們分在一起當室友！還要感謝我的朋友們，雖不一定能和你們討論課業上的問題，但謝謝你們在我心情低落時願意傾聽，讓我抒發情緒，並且給予我意見讓我能夠在振作起來。

最後最重要要感謝的就是我的家人們，謝謝你們無條件地給予我支持，不管事經濟上或者是精神上的支持，讓我能夠無後顧之憂地完成這些年的學業。謝謝你們一路以來的照顧，教導我做人處事的道理，總是很關心我的課業與生活上是否有遇到什麼困難，如果沒有你們就不會有現在的我。在完成研究所的學業後我即將步入社會，以後就換我來照顧你們了！

版面不夠我一一提到所有想感謝的人們的名字，照著陳之藩先生文章裡的句子：「因為需要感謝的人太多了，就感謝天罷。」那我就謝天吧！

簡佑芳 謹啟

中華民國一百零九年九月 於新竹交大

目錄

中文摘要 ..... **i**

英文摘要 ..... **ii**

誌謝 ..... **iii**

目錄 ..... **iv**

圖目錄 ..... **vi**

表目錄 ..... **vii**

第一章 緒論 **1**

1.1 研究動機 1

1.2 研究目的 2

1.3 研究相關名詞說明 2

1.4 研究範圍 3

1.5 研究流程 3

第二章 文獻回顧 **5**

2.1 電動公車排班文獻回顧 5

2.1.1 模式最佳化求解 5

2.1.2 啟發式解法求解 6

2.1.3 小結 10

2.2 模擬退火法文獻回顧 11

2.3 小結 12

第三章 研究方法 **14**

3.1 問題描述 14

3.2 模擬退火法(Simulated Annealing) 16

3.3 演算法求解流程 17

3.3.1 起始解設計 17

3.3.2 充電規則 19

3.3.3 鄰近解設計 22

第四章 範例驗證 **25**

4.1 範例測試 25

4.2 範例測試結果 26

4.3 檢驗結果 28
4.4 敏感度分析 30
4.4.1 班次間休息時間敏感度分析 30
4.4.2 充電率敏感度分析 32
第五章 結論與建議 35
5.1 結論 35
5.2 建議 35
參考文獻 37
附錄一 新竹市公車 5 條路線平日行駛班表 39

圖目錄

圖 1-1 研究流程圖 4
圖 3-1 模擬退火法流程圖 17
圖 4-1 所有解目標值折線圖 29
圖 4-2 所有解車輛數折線圖 29
圖 4-3 被接受解目標值折線圖 30

表目錄

表 2-1 模式之集合與參數符號定義 8
表 2-2 模式之變數符號定義 9
表 2-3 電動公車排班文獻回顧整理 11
表 2-4 模擬退火法文獻整理 13
表 3-1 加權車輛成本範例一 15
表 3-2 加權車輛成本範例二 15
表 3-3 加權車輛成本範例三 16
表 3-4 起始解設計範例時刻表 18
表 3-5 起始解設計範例一 19
表 3-6 起始解設計範例二 19
表 3-7 起始解設計範例三 19
表 3-8 起始解設計範例結果 19
表 3-9 充電規則範例一 20
表 3-10 充電規則範例二 21
表 3-11 充電規則範例三 21
表 3-12 充電規則範例四 21
表 3-13 充電規則範例結果 22
表 3-14 交換機制範例一 23
表 3-15 交換機制範例結果 23
表 3-16 嵌入機制範例一 24
表 3-17 嵌入機制範例二 24
表 3-18 嵌入機制範例結果 24
表 4-1 新竹公車 5 條路線平日行駛班表 25
表 4-2 空車旅次時間表 26
表 4-3 其餘使用參數表 26
表 4-4 模擬退火法參數表 26
表 4-5 範例起始解 27
表 4-6 範例結果 28
表 4-7 各班次間距初始解比較表 31
表 4-8 班次間休息時間 20 分鐘之初始解 31
表 4-9 各班次間距近似最佳解比較表 32
表 4-10 快慢充起始解比較表 32
表 4-11 快充充電率起始解 33
表 4-12 快慢充近似最佳解比較表 33
表 4-13 快充充電率近似最佳解 34

第一章 緒論

1.1 研究動機

近年來全球氣候變異愈趨嚴重，氣候異常所帶來的天災亦在世界各地頻傳，如熱浪、森林大火等會導致人員傷亡之天災，因此世界各國對於溫室效應及全球暖化的議題愈發重視，其中重要的議題也包含減輕空氣汙染。由經濟部能源局的資料統計，運輸部門在民國 107 年的二氧化碳排放量為 3,632 萬公噸，占總排放之 13.61%，僅低於工業部門的 49.46%以及能源部門的 14.16%。而由交通部運輸研究所之統計，運輸部門於民國 104 年的溫室氣體排放量中，以公路運輸為最大宗，占總體比例約 96.08%，其中細項包含機車、大客車、小客車、大貨車以及小貨車。

而為達成減輕空氣汙染的目的，推廣綠運輸並減少私人運具的廢氣排放成為政府積極推動的目標。根據交通部 101 年運輸政策白皮書之定義，綠運輸強調環境保護，透過低碳運輸、使用替代能源以減少石化能源的使用，進而減少溫室氣體的排放並降低空氣汙染。而其中一項推動綠運輸的策略即為採購新型替代能源之公車，如油電混合公車與電動公車，並汰換舊型柴油公車，且行政院在 2018 年時提出「2030 年市區公車全面電動化」之政策，因此日後各客運業者在營運方面勢必會採用更多的電動公車。

而有別於傳統的柴油公車加油時所需的時間短，約莫十到十五分鐘左右，較沒有里程限制的問題，電動公車由於電池的容量有限，因此會產生里程限制的問題。當電動公車電量不足以提供完成後續班次時則須至充電站充電，但因電動公車依照其電量所需充電所需的時間可能較長，所以在車輛的排班上也須將充電時間一併納入考量。由於電量的限制，電動公車在排班上需比傳統柴油公車多考量充電時間的排班。

而在過去有關電動公車排班的文獻中，有些限制了電動公車在充電時的充電量或是並未詳細記錄充電的時機與電池之電量變化，如 Häll et al. (2018)提出的數學模式預先設定了多種車輛充電的方案，方案的內容已事先將每次充電的時間以及充電量設定好，當車輛充電時必須依照任一設定好的方案去執行，並未充份地提供電動公車在充電時的彈性。因此本研究將提出一套演算法以求解電動公車的排班問題，並且在車輛充電的部分將不限制每次充電的時長及電量，使排班上能夠做出更有彈性的調整。

1.2 研究目的

本研究之目的在於在公車時刻表已知的情況下，利用模擬退火法作為基礎建構一套演算法以解決電動公車車輛的排班問題，並同時以最小化總成本為目的，求得完成該時刻表所需的電動公車車輛數、充電樁數目以及各車輛所需執行的班次勤務。本研究將不限制電動公車每次充電時的充電量與時長，使公車可依照其時間及電量的安排，配合班次彈性調整其充電的時長與電量，幫助電動公車在排班上可以更有效率。

1.3 研究相關名詞說明

本小節定義電動公車車輛排班問題所使用到之相關名詞，相關名詞定義如下：

1. 場站(場站)：停放並負責管理與維修營運車輛之場所，各營運車輛皆有其所屬之場站，且每日由所屬場站發車，並在每日收班後回到所屬場站。

2. 營運站(terminal)：為各公車路線的起點或迄點站。

3. 充電樁(charging pile)：提供電動公車充電之設備。

4. 班次(trip)：車輛由一營運站出發，經由特定路線行駛至另一營運站即稱為一個班次，同一路線之公車有多個班次。

5. 空車旅次(deadhead trip)：車輛在場站、營運站、充電站之間非營運班次的移動即稱為空車旅次。

6. 班次旅行時間(trip time)：各班次依照不同路線，由一營運站行駛至另一營運站之間所需的時間。

7. 班次旅行距離(trip distance)：各班次依照不同路線，由一營運站行駛至另一營運站之間的距離。

8. 時刻表(timetable)：記錄所有班次須被執行的起訖時間的總表，其中包含所有路線之班次。

9. 勤務(duty)：每台車輛被指定須執行的班次排班，排班表中的班次及執行順序皆為依照時刻表之時間可銜接之班次。

10. 車輛排班表(schedule)：勤務之集合，符合時刻表中的每一班次皆只被執行一次。
11. 續航力(endurance)：即為行駛距離限制，意指當電動公車在電力充滿的情況下所能行駛的最大距離。

1.4 研究範圍

本研究針對的電動公車排班問題為單場站、多路線、單一車種，不限制車輛數，班表、場站以及各路線起迄站之位置已知，且場站即為充電站，目標為在班表已知的情況下最小化總成本並且求得所需車輛數以及充電樁數。在充電的方面車輛可在執行完各班次後依照其勤務需求決定每次充電的時間與充電量，無須每次充電都將電池充滿。

本研究之問題參考過去文獻以及台灣市區公車產業目前現況，文獻中將充電設備設置於充電站中，而以台灣目前的現況充電站即場站，因此充電設備皆設置於場站中。而本研究之目標式假設當客運業者在維持現有公車班表的情況下要將原有柴油公車全數汰換為電動公車時所要花費的成本。

1.5 研究流程

本研究之研究流程圖如圖 1-1 所示，各項目內容描述如下：

1. 確立研究目的：本研究目的如本章 1.3 節所述，以模擬退火法為基礎建構一套演算法以求解電動公車車輛的排班問題。

2. 文獻回顧：蒐集與模擬退火法以及電動公車排班問題相關之文獻並加以整理回顧。

3. 電動公車車輛排班模式建構：建立一組考量單場站、多路線之電動公車車輛排班模式。

4. 設計演算法與求解：以模擬退火法為基礎設計一套演算法以求解此數學模式。

5. 範例測試：本研究將帶入自行設計之範例測試演算法之可行性並加以修正。

6. 結論與建議：根據本研究歸納出之結果提出對相關研究的結論與建議。

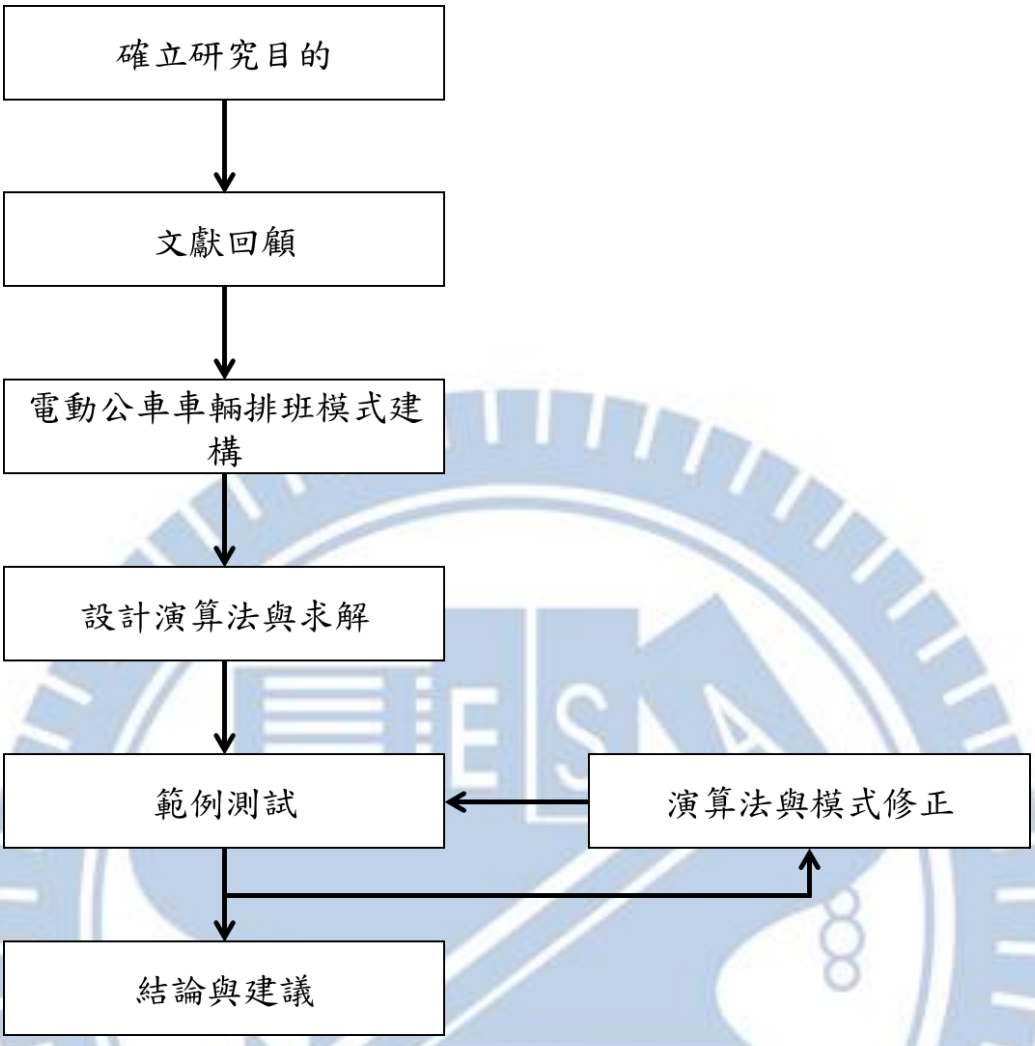


圖 1-1 研究流程圖

第二章 文獻回顧

2.1 電動公車排班文獻回顧

近年來已有許多電動公車排班問題之研究發表於各國際期刊上，在求解此問題上所使用的方法大致可分為提出數學模式求出最佳解的模式最佳化方式，以及採用啟發式解法求解的方式，因此本節將針對電動公車排班規劃之研究蒐集數篇文獻，並進行整理與文獻回顧。

2.1.1 模式最佳化求解

Kunith et al. (2017) 提到當電動公車的電池容量愈小時，車體重量愈輕，載客人數上限愈高，電池的投資成本亦愈低。該研究建立了一套電動公車充電設備設置及電池容量最佳化的模式，以決定充電站的最小設置數量與設置位置以及原柴油公車行駛班表中各路線所需的電池容量。該模式的目標式為最小化總成本，其成本包含充電站的設置成本、變電站的建造成本以及電池的成本，限制式所限制的項目包括電池容量、充電時間的長度、充電功率與充電站的容量限制。在建立了模式後，該研究利用德國柏林公車系統中的十七條公車路線為例進行分析，其中作為分析目標的十七條公車路線間存在高度的異質性，該公車系統共採用的三種不同類型的公車，而每種類型的公車分別可攜帶三種不同容量的電池以確保營運的彈性並同時限制技術上的複雜度。分析結果顯示，在每台公車只服務一條路線的條件下，每條路線的公車皆會分別配備該類型公車所可攜帶容量最小的電池。

Kooten Niekerk et al. (2017) 對於在不同充電情境假設下的電動公車充電排班與排班提出了兩個的主要數學模式並基於前述兩個數學模式再提出兩個加入變化的數學模式。該研究假設電動公車可於每次執行班次前進行充電，即當公車電量不足以執行下一班次則可於出發前充電。文章中的所有數學模式皆是以最小化電動公車的營運總成本做為目標，且在建立決策變數時只將時間上可銜接的班次納入考量，即時間無法銜接之班次已被剔除，因此限制式中只限制了電動公車的電量，並未額外再限制式中限制充電時間。作者提出的第一個數學模式假設電池的充電電量與時間呈線性關係，因此採用的變數為連續變數；第二個數學模式則假設電池的充電電量與時間為非線性關係，因此決策變數為間斷變數(Discrete Variable)；第三及第四個數學模式皆由第二個數學模式變化而來，前者將其改以變數產生法(Column Generation)的方式求解以提升求解效率，後者則是則是利用變數產生法加上拉氏鬆弛法(Lagrangian Relaxation)的方式求解以追求更高的求解效率。該研究利用佛萊明德萊恩交通公司(De Lijn)所提供的比利時魯汶市的三條電動公車路線資料進行測試，經作者代入 CPLEX 測試過後，作者建議當同時兼顧解的品質與求解效率時，第四個數學模式為最佳選擇。

Häll et al. (2018) 對於電動公車的充電排班與排班提出了一數學模式，該研究假設電動公車在執行班次的前後皆可充電，但只能採用事先設定好的不同的充電模式進行充電，每個充電模式皆已設定好不同的充電電量與充電時間。該數學模式的目標在於滿足所有班次被執行的條件下，最小化使用的車輛數同時最小化總空車時間。其在建立決策變數時只考慮包含充電時間，在時間上可銜接的班次，因此限制式中只限制了電動公車的電量，並未將充電時間納入限制考量，該研究也為此建立了兩組變數以記錄電動公車在執行旅次前後的電量變化。

2.1.2 啟發式解法求解

Wang & Shen (2007) 針對電動公車的充電排班與排班提出了一數學模式，其中該模式欲在最小化總空車時間(Deadhead Trip Time)的條件下，找到服務公車班表所需的車輛數及每輛電動公車所需服務的旅次與旅次銜接的順序。該研究假設電動公車只在每日收班後至隔日發車前於停放的場站充電，且每次充電必定充飽至 100%，因此將電動公車的電量限制簡化為以行駛里程代替其在模式中的限制。作者後續也採用蟻群演算法(Ant Colony Algorithm)對前面提出的數學模式加以改善，使其能夠更有效率的求解。

陳玥心 (2013) 針對單場站、單路線且班表與充電座個數已知的電動公車排班問題提出一組數學模式，目標為最小化總成本並求出各車輛須執行的班表以及完成班表所需之最小車輛數，其中電動公車的充電時間為彈性，而充電分為快充與慢充兩種方式。作者採用變數產生法(Column Generation)的方式求解該問題，再加入一演算法來解決不可行重複涵蓋之情形，並利用模擬的方式假設多個情境測試該模式之適用性。

李佳芸 (2015) 針對單場站、單充電站且單一路線的電動公車排班問題提出一組數學模式，假設充電座的個數不大於車輛數，不限制電動公車每次充電都要充飽，充電座同樣也分為快充與慢充，但充電站中的快充充電座最多一個，目標為最小化總營運成本並求得各車輛須執行之勤務以及完成排班所需之車輛數與充電座數目。其中總成本除車輛成本、充電座成本及空車旅次成本等等之外，還另外包含了考量司機員工時之公平性的公平性成本以及調整班次間距時可能產生的發車間距成本。由於問題本身為 NP-hard，因此作者後續採用禁忌搜尋法(Tabu Search)求解該問題，並利用日月潭遊湖公車之時刻表資料作為範例進行測試。

Adler & Mirchandani (2017) 針對多場站、多路線且充電站站數已知的新能源汽車排班問題提出解決方法，其目標在於找出能夠完成所有班次指派所需的最少車輛數。該研究先是以變數產生法(Column Generation)求解其問題，但由於該問題仍屬於 NP-hard，因次作者提出一套以同時調度演算法(Concurrent Scheduler Algorithm)為基礎之啟發式解法求解問題。該研究後續以美國鳳凰城 Valley Metro Bus 中七十二條路線共

4373 公車班次進行測試，結果顯示與變數產生法相比，以啟發式解法求解可以大幅降低求解所需之時間。

Li (2014) 針對交換電池與快充式的電動公車排班提出數學模式求解，目標為最小化總成本，其問題假設為單場站、多路線且換電站位置及數量已知。第一組數學模式為針對交換電池與快充式的電動公車所提出，第二組模式則是將第一組模式中的關於換電站之限制移除，使其能應用於其他類型之公車，如柴油公車或油電混和公車等續航力較長之公車。作者後續分別應用分支價格演算法(Branch-and-price Algorithm)與分段式變數產生法(Truncated Column Generation Algorithm)解決規模小與大之問題，再利用局部搜尋法(Local Search)改善分段式變數產生法在大規模問題之求解效率。

Ke et al. (2016) 提出一套模式用以預估建置一個完整充電式電動公車系統所需之成本，其中涉及了電動公車的排班與充電排班，由此影響的成本包含購車成本、電池的成本、充電樁設置成本以及電力成本，作者也利用基因演算法(Genetic Algorithm, GA)作為最佳化的工具以最小化總成本。該研究以澎湖之電動公車系統作為測試，且該模式能夠應用於任何班表、營運參數跟成本資訊已知之公車系統。

Wen et al. (2016) 認為應使電動公車在每次充電時可以依照其後續排班決定是否要將電池充飽或是只充一部份的電以應付接續的路程。因此該研究建立了一組數學模式以解決多場站、多路線且充電站位置已知的電動公車排班問題，其目標式為最小化總營運成本，其中包含車輛的旅行成本以及每輛車發車的成本。其詳細問題特性與數學模式如下：

1. 多場站、多路線、單一車種與電池容量。
2. 車輛數未知。
3. 每輛車每日均須從所屬之場站發車，收班後亦須回到該場站。
4. 充電站的數量及位置已知。
5. 車輛可在執行完班次後至執行下一班次前充電。
6. 每輛車每日不可重複去同一充電站。
7. 每座充電站皆有各自開放的時間限制，車輛只可在各充電站之開放時間前往充電。

8. 介於任何場站、充電站以及班次起訖點間的空車旅次時間與距離皆已知。

9. 每次充電不限制充電的時長與充電量，最少只需充至可執行接續班次及空車旅次的電量即可，最多則充至電池電量之上限。

作者提出之數學模式所使用到的集合、參數與變數如**錯誤! 找不到參照來源。**與**錯誤! 找不到參照來源。**所示。

表 2-1 模式之集合與參數符號定義

符號	定義
V	所有節點的集合
A	所有可行節線的集合
T	班次節點的集合
a_i	班次 i 的開始時間
s_i	班次 i 的服務時間
e_i	班次 i 的耗電量
D	場站的集合
β	場站, $\beta \in D$
O^β	場站β的起始點
d^β	場站β的終點
$\overline{D}$	所有場站起訖點之集合
$\bar{R}$	充電站的集合
a	代表節線(i, j), $a \in A$
$\overrightarrow{r_{ij}}$	節點，表示執行完班次 j 後可至充電站 i
$\overleftarrow{r_{ij}}$	節點，表示由場站出發至該車第一班次 j 之間可至充電站 i
c_a	節線a之旅行成本
d_a	節線a之旅行距離
t_a	節線a之旅行時間
$[a_i, b_i]$	每個場站或充電站 i 服務時間之時間窗限制
$\Delta^+(i)$	起始於 i 之節線
$\Delta^-(i)$	結束於 i 之節線
Q	電動公車之行駛里程上限
r	耗電率(耗電量/單位時間)
g	充電率(充電時間/單位電量)
p	每車執勤之固定成本

資料來源：Wen et al. (2016)

表 2-2 模式之變數符號定義

符號	定義
x_a^β	$=\begin{cases}1, \text{某車由場站}\beta\text{出發經過節線}a, \beta \epsilon D, a \in A \\ 0, \text{其他}\end{cases}$
h_i	車輛在充電站i的充電量, $i \in \bar{R}$, $h_i \in \mathbb{R}, h_i \geq 0$
z_i	車輛在節點 i 開始值勤或充電的時間, $z_i \in \mathbb{R}, z_i \geq 0$
y_i	車輛抵達節點 i 時的剩餘電量, $y_i \in \mathbb{R}, y_i \geq 0$

資料來源：Wen et al. (2016)

作者提出之數學模式如下：

$$\min \sum_{\beta \in D} \sum_{a \in A} c_a x_a^\beta + p \sum_{\beta \in D} \sum_{a \in \Delta^+(O^\beta)} x_a^\beta \tag{1}$$

Subject to

$$\sum_{\beta \in D} \sum_{a \in \Delta^+(i)} x_a^\beta = 1, \forall i \in T \tag{2}$$

$$\sum_{a \in \Delta^+(i)} x_a^\beta \leq 1, \forall i \in \bar{R}, \beta \in D \tag{3}$$

$$\sum_{\beta' \in D \setminus \{\beta\}} \sum_{a \in \Delta^+(O^\beta)} x_a^{\beta'} = 0, \forall \beta \in D \tag{4}$$

$$\sum_{\beta' \in D \setminus \{\beta\}} \sum_{a \in \Delta^-(d^\beta)} x_a^{\beta'} = 0, \forall \beta \in D \tag{5}$$

$$\sum_{a \in \Delta^+(i)} x_a^\beta - \sum_{a \in \Delta^-(i)} x_a^\beta = 0, \forall i \in T \cup \bar{R}, \beta \in D \tag{6}$$

$$z_i = a_i, \forall i \in T \tag{7}$$

$$a_i \leq z_i \leq b_i, \forall i \in \bar{D} \cup \bar{R} \tag{8}$$

$$z_i + s_i + t_a - M_{ij}^1 \left(1 - \sum_{\beta \in D} x_a^\beta\right) \leq z_j, \forall i \in T, a = (i,j) \in \Delta^+(i) \tag{9}$$

$$z_i + t_a + g \cdot h_i - M_{ij}^2 \left(1 - \sum_{\beta \in D} x_a^\beta\right) \leq z_j, \forall i \in \bar{R}, a = (i,j) \in \Delta^+(i) \tag{10}$$

$$y_i - e_i - r \cdot d_a + M_{ij}^3 \left(1 - \sum_{\beta \in D} x_a^\beta\right) \geq y_j, \forall i \in T \cup \{O^\beta : \beta \in D\}, a = (i,j) \in \Delta^+(i) \quad (11)$$

$$y_i + h_i - r \cdot d_a + M_{ij}^4 \left(1 - \sum_{\beta \in D} x_a^\beta\right) \geq y_j, \forall i \in \bar{R}, a = (i,j) \in \Delta^+(i) \quad (12)$$

$$0 \leq h_i \leq Q - y_i, \forall i \in \bar{R} \quad (13)$$

$$0 \leq y_i \leq Q, \forall i \in V \quad (14)$$

$$x_a^\beta \in \{0,1\}, \forall a \in A, \beta \in D \quad (15)$$

式(1)為該數學模式之目標式，其意義在於最小化總營運成本，其中營運成本包含車輛的旅行成本以及發車成本。式(2)至式(15)為該數學模式之限制式。式(2)規定班表中的每個班次都必須且只被服務一次。式(3)限制每輛車不得重複去同一充電站。式(4)及式(5)規定車輛一定要由場站出發並且回到場站。式(6)為維持流量守恆之限制式。式(7)限制每個班次必須要準時出發。式(8)表示充電站與場站只在指定的時間範圍內開放。式(9)與式(10)表達的則是節點之間的時間必須得以銜接，式(9)紀錄由一班次銜接下一節點的時間，式(10)則是記錄由一充電站銜接下一節點的時間。式(11)與式(12)表示車輛的電量要足夠使用，式(11)是紀錄一班次消耗其行駛所需電量後車輛的電量要足夠其移動至下一節點，式(12)則是記錄在一充電站充電過後的車輛電量要足夠其移動至下一節點。式(13)為車輛的充電量限制。式(14)則是車輛的電量限制。式(15)表示變數x_a^β為二元變數。

在文章的後半，作者採用自適應大規模鄰域搜尋法(Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic, ALNS)，以啟發式演算法求解電動公車排班問題，透過範例測試發現當問題的規模越大時，利用 ALNS 可以比先前提出的數學模式更有效地求解。

2.1.3 小結

表 2-3 為電動公車排班文獻回顧之整理。由前面 2.1.1 以及 2.1.2 節所整理之文獻回顧可以得出若以模式最佳化之方式求解電動公車排班問題通常可以得到較好的解；若是以啟發式解法求解，雖得出的解不一定較模式最佳化的結果好，但比起模式最佳化卻能減少求解所需的時間，尤其在大規模的問題時尤為明顯。因此本研究想嘗試使用啟發式解法中的模擬退火法求解電動公車排班之問題，2.2 節則為模擬退火法之文獻回顧。

表 2-3 電動公車排班文獻回顧整理

作者	目標式	求解方法
Kunith et al. (2017)	最小化總成本	數學模式
Kooten Niekerk et al. (2017)	最小化總成本	數學模式
Häll et al. (2018)	最小化車輛數與總空車時間	數學模式
Wang & Shen (2007)	最小化總空車時間	蟻群演算法
Wen et al. (2016)	最小化總成本	ALNS
陳玥心 (2013)	最小化總成本	變數產生法＋演算法
李佳芸 (2015)	最小化總成本	禁忌搜尋法
Adler & Mirchandani (2017)	最小化車輛數	變數產生法、同時調度演算法
Li (2014)	最小化總成本	分段式變數產生法、局部搜尋法
Ke et al. (2016)	最小化總成本	基因演算法

資料來源：本研究整理

2.2 模擬退火法文獻回顧

Yu & Lin (2015) 提出一套以模擬退火法作為基礎的演算法以解決開放式區位途程問題(Open location-routing problem, OLRP)。其演算法透過貪婪法(Greedy method)先求出起始解，再設計三套求鄰近解的方式代入演算法中改善起始解並逐步更新最佳解。三套求鄰近解的方式分別為交換機制(Swap move)、嵌入機制(Insertion move)與倒序機制(2-opt move)，在演算法中三種鄰近解被選擇採用的機率皆相同。交換機制的方式為隨機選擇某一組解中的第 i 與的 j 個項目直接進行交換；嵌入機制為隨機挑選某一組解中的第 i 與的 j 個項目，將第 j 項嵌入至第 i 項前；倒序機制為隨機隨機挑選某一組解中的第 i 與的 j 個項目，將此二者之間的所有項目順序倒過來。作者採用 C++撰寫演算法求解，並代入兩組不同規模之實例進行測試，最終證明利用模擬退火法能夠有效地求解。

Haridass et al. (2014) 以模擬退火法為基礎，利用演算法解決有容量限制以及時間窗限制的運木卡車(Log truck)排班問題，目標為在滿足需求的條件下最小化車輛沒有裝載木材的里程。作者針對求解過程中可能出現的不同情況設計了五種調整機制以求得鄰近解並且逐步更新最佳解，分別為減少路線機制(Decrease route)、增加路線機制(Increase route)、卡車停止機制(Stop truck)、限定不同卡車間交換路線的路線轉移機制

(Transfer route)以及不限單一或多輛卡車交換路線順序的交換機制(Interchange)。作者採用 C 語言撰寫演算法，並先行利用一小範例測試其演算法之求解效率，而後利用美國密西西比州一家木材運輸公司的資料實際求解。

Ceschia et al. (2017) 利用模擬退火法提出一套演算法求解批次調度與排程問題(Lot-sizing and scheduling, LSS)，目標為找出滿足需求之生產排程並最小化成本。其起始解之求法為將生產需求隨機分配至排程中，之後利用兩種機制求得鄰近解，分別為倆倆生產排程交換的交換機制，以及單一生產排程移動位置的嵌入機制。作者採用 C++撰寫演算法求解，利用模擬的資料代入不同情境進行測試，測試結果發現即使只採用相對簡單的方式求鄰近解，該演算法在各情境下仍然能夠求出近似最佳解。

Valentine et al. (2011) 為解決充電式電動車於夜間充電時所造成的充電尖峰與區位邊際價格(Locational Marginal Prices)提高之問題，以填谷式排班方法(Valley-fill scheme)與其他充電方法整合使用，並採用模擬退火法以降低系統之成本。

2.3 小結

本研究所蒐集到之電動公車排班相關文獻皆有提出各自的數學模式以解決電動公車的排班問題，共通點在於上述文獻皆未先設定電動公車的車輛數，而是透過數學模式以求得完成班表所需的車輛數，且其目標式主要分為兩種，分別為最小化總營運成本以及最小化空車時間，其中最小化空車時間的意義等同於最小化營運班次外的額外成本。

上述文獻中在考量充電的部分時，Wang & Shen (2007) 限制車輛只能在非營運時充電且一定會將電池充飽，Häll et al. (2018) 則是設定車輛每次充電必須依照不同充電規劃(時間與電量)，只有 Wen et al. (2016) 特別假設車輛充電時可彈性選擇每次的充電時間與充電量。

而在模擬退火法之相關文獻中可以看出其通用且易於開發的特性，利用相對簡單的求鄰近解方式可以在以模擬退火法為基礎之演算法中有效地求出最佳解或是近似最佳解。在 2.2 節的文獻中，模擬退火法被用於解決各式不同的問題，並且除了交換機制、嵌入機制與倒序機制三種常見的求鄰近解的方法外，Haridass et al. (2014) 也針對欲解決的問題提出了五種特殊的鄰近解求法，如表 2-4 整理。

本研究認為讓電動公車在充電時自由調整其充電的時間與充電量更符合現實生活的情境，且由於模擬退火法易於開發與通用的特性加上由於該演算法可以透過一定的機率跳脫區域最佳解進而求出全域最佳解，本研究將以模擬退火法為基礎，提出一套電動公車排班的求解方法，目標為在公車時刻表已知的情況下求得完成時刻表時之所

需車輛數與各車所需服務的勤務，同時最小化營運的總成本，並且將不會限制車輛充電時的時長與電量。希望透過此一方法能提供客運業者在處理電動公車排班問題時一個參考。

表 2-4 模擬退火法文獻整理

作者	求解問題	鄰近解求法
Yu & Lin (2015)	開放式區位途程問題(Open location-routing problem, OLRP)	交換機制(Swap move) 嵌入機制(Insertion move) 倒序機制(2-opt move)
Ceschia et al. (2017)	批次調度與排程問題(Lot-sizing and scheduling, LSS)	交換機制(Swap move) 嵌入機制(Insertion move)
Haridass et al. (2014)	有容量以及時間窗限制的運木卡車(Log truck)排班問題	減少路線機制(Decrease route) 增加路線機制(Increase route) 卡車停止機制(Stop truck) 路線轉移機制(Transfer route) 交換機制(Interchange)
Valentine et al. (2011)	電動車充電排班問題	

資料來源：本研究整理

第三章 研究方法

3.1 問題描述

本研究以 Wen et al. (2016)之數學模式為參考，其數學模式如 2.1.2 節描述，本研究加入充電樁數量計算的考量，並且車輛可於任意時間至充電站充電。本研究之問題描述如下：

1. 單場站、多路線、單一車種與電池容量。
2. 車輛數未知。
3. 每輛車每日均從場站發車，收班後亦須回到該場站。
4. 充電站設置於場站內。
5. 充電樁的數量未知。
6. 車輛可在執行完班次後至執行下一班次前充電。
7. 介於場站以及任一路線起訖點間的空車旅次時間與距離皆已知。
8. 每次充電不限制充電的時長與充電量，最多充至電池電量之上限。

本研究亦將 Wen et al. (2016)之數學模式中目標式中最小化總成本由原本車輛成本與旅行成本的加總改為車輛成本、空車旅行成本與充電樁成本加總，此外，本研究在目標式中額外加入一加權車輛成本以鼓勵鄰近解車輛數的減少。各項成本的詳細計算方式如下：

1. 車輛成本：車輛成本的計算方式為由演算法計算出完成班表排班所需之最小車輛數乘上每車之購車成本。
2. 空車旅行成本：空車旅行成本的計算方式為公車服務路線起迄點與場站之間的總空車旅行里程乘上單位成本，由於所有服務班次之行駛里程加總固定，因此不納入旅行成本中考量。

3. 充電樁成本：由於本研究假設每輛電動公車在每日開始執行班次前電量都是充飽的狀態，因此每輛車皆會在執行完當日的所有服務班次後進行夜間充電，則每輛車皆需要各自的充電樁，即充電樁的數量等同於車輛數，所以充電樁成本計算方式為充電樁數量乘上每座充電樁的建置成本即為充電樁之成本。

4. 加權車輛成本：由於在演算法中所求出起始解的車輛數可能會較多，因此額外加入一加權車輛成本以鼓勵鄰近解車輛數的減少，該加權車輛成本的計算方式為（最少服務班次數／最多服務班次數）*每車購車成本。下面舉一範例說明加權車輛成本之用途。表 3-1 的解中使用到 3 輛車，最大及最小服務班次數分別為 3 班次與 2 班次，因此加權車輛成本為（2/3*每車購車成本），總車輛成本為（$3\frac{2}{3}$＊每車購車成本）。由表 3-1 之解轉變為表 3-2 之解時，車輛數依然為 3 輛車，最大及最小服務班次數分別為 3 班次與 1 班次，加權車輛成本為（1/3*每車購車成本），總車輛成本為（$3\frac{1}{3}$＊每車購車成本），目標值降低，因此表 3-2 之解會被接受。再由表 3-2 之解轉變為表 3-3 之解時，車輛數減少至 2 輛車，最大及最小服務班次數分別為 4 班次與 3 班次，加權車輛成本為（3/4*每車購車成本），總車輛成本為（$2\frac{3}{4}$＊每車購車成本），目標值再次降低，因此表 3-3 之解會被接受，車輛數成功減少。

表 3-1 加權車輛成本範例一

A 車			B 車			C 車		
編號	起	迄	編號	起	迄	編號	起	迄
1	06:40	07:30	2	07:20	08:10	4	09:40	10:10
3	09:10	09:40	6	10:20	10:50	7	11:00	11:30
5	10:00	10:50						

表 3-2 加權車輛成本範例二

A 車			B 車			C 車		
編號	起	迄	編號	起	迄	編號	起	迄
1	06:40	07:30	2	07:20	08:10	7	11:00	11:30
3	09:10	09:40	4	09:40	10:10			
5	10:00	10:50	6	10:20	10:50			

表 3-3 加權車輛成本範例三

A 車			B 車		
編號	起	迄	編號	起	迄
1	06:40	07:30	2	07:20	08:10
3	09:10	09:40	4	09:40	10:10
5	10:00	10:50	6	10:20	10:50
			7	11:00	11:30

3.2 模擬退火法(Simulated Annealing)

本研究的車輛排班問題有別於傳統的柴油公車排班問題，將電動公車因電量限制產生的里程限制與充電問題納入考量。但電動公車的排班問題仍然屬於 NP-hard 問題。

模擬退火法(Simulated Annealing)首先由 Metropolis et al. (1953)提出其概念，而後由 Kirkpatrick et al.(1983)以 Metropolis 方法發展出模擬退火演算法，並用其解決組合最佳化問題。模擬退火法為一機率演算法，透過以一定的機率接受比當前解還差的解試著跳脫區域最佳解，進而找出全域最佳解。圖 3-1 為模擬退火法之流程圖，其詳細應用步驟如下：

1. 初始化：決定初始溫度 T、結束溫度T_l與初始解x^0，並將初始解設為當前解x^*
2. 利用不同求解機制產生新的鄰近解y
3. 將當前最佳解與第(2)產生之新解分別代入成本函數$f(x)$，若$f(y)$優於 $f(x^*)$則接受並更新y為新的當前解，否則以$\exp(-\frac{f(y)-f(x^*)}{T})$的機率決定是否接受$y$為新的當前解
4. 在達到終止條件前重複進行第(2)與第(3)步驟，終止條件通常為已達到演算次數(假設演算次數為 a)
5. 降溫：逐步減少 T，當$T > T_l$時則回到的第(2)步驟

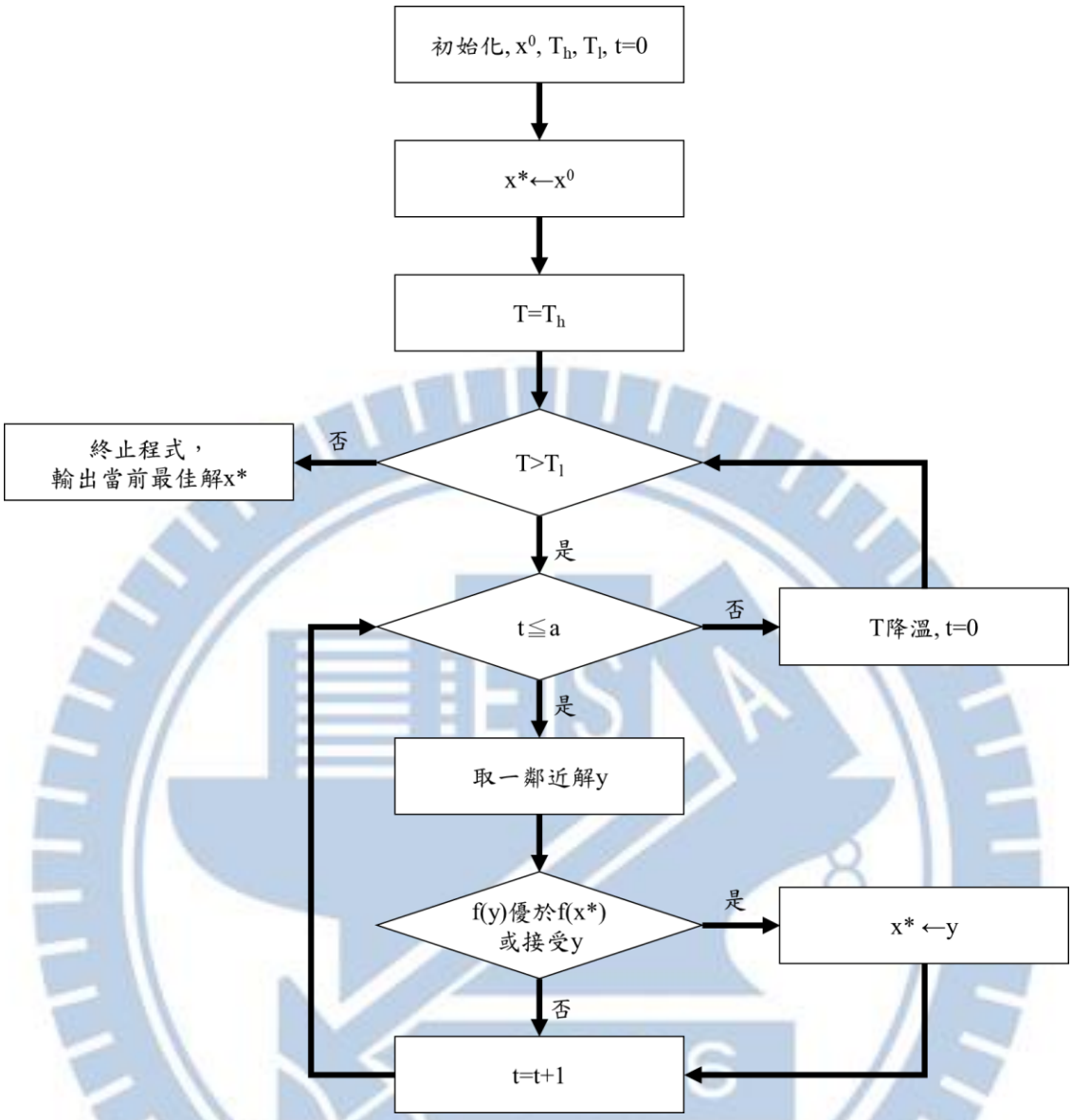


圖 3-1 模擬退火法流程圖

3.3 演算法求解流程

由於使用模擬退火法需要首先輸入起始解，在演算法的求解過程亦須提供鄰近解的範圍，因此本節將會介紹本研究所使用之起始解如何設計與生成、如何設計安排充電時的充電規則，以及如何產生鄰近解。

3.3.1 起始解設計

本研究之起始解將會在公車時刻表已知的情況下生成，首先計算預估最少需要的車輛數，其計算方法為將班表中所有班次的服務時間取交集，求得之最大數則視為預估所需的最少車輛數，而此處的服務時間會將班表上公車的原始服務時間再加上休息

時間。接著生成數台車輛，生成的車輛數即為預估最少車輛數。再來依照班表服務開始時間順序將班次指派給時間可以銜接且當前服務班次數最少之車輛，當有複數車輛符合要求時則優先將該班次指派給較早生成之車輛，所有班次皆依照時間順序被指派完畢後，再利用充電規則進行充電安排，而當有任一車輛在安排充電後電量上無法銜接則新增車輛，並重新由第一個班次開始依服務時間依序指派給車輛，指派完畢後再進行充電安排，重複進行以上步驟直到求出起始可行解。

本研究假設時間可銜接的條件為前後兩班次間的間距必須大於等於休息時間加上兩班次間空車旅次的時間，而電量可銜接的條件為在執行完當前指派的班次後車輛的剩餘電量必須大於等於安全電量，即電量上限之 20%，且每輛車的起始電量皆為充滿電的狀態。下面將舉一範例說明，表 3-4 為範例班表。

表 3-4 起始解設計範例時刻表

班次	路線	起始時間	結束時間	消耗電量
1	53	5:30	6:30	24
2	52	5:40	6:40	24
3	52	7:00	8:00	24
4	52	7:15	8:15	24
5	53	9:00	10:00	24
6	52	9:20	10:20	24
7	52	14:30	15:30	24

依照表 3-4 之時刻表，首先將所有班次服務時間取交集，表 3-4 中同樣底色的班次即為服務時間重疊的班次，因此得出最少所需的車輛數為 2 輛。由第一步的結果生成兩台車輛，如表 3-5 所示。接著從班次 1 開始指派，由於兩輛車時間皆可以銜接且當前服務班次皆為 0，因此將班次 1 優先指派給較先生成的車輛 A，如表 3-6 所示。因為執行完班次 1 後，車輛 A 時間上無法接續執行班次 2，因此將班次 2 指派由車輛 B 執行，如表 3-7 所示。後續班次也依照前述規則依序指派，最後指派完所得到的未考量充電的起始解如表 3-8 所示。

表 3-5 起始解設計範例一

A 車				B 車			
編號	路線	起	迄	編號	路線	起	迄

表 3-6 起始解設計範例二

A 車				B 車			
編號	路線	起	迄	編號	路線	起	迄
1	53	5:30	6:30				

表 3-7 起始解設計範例三

A 車				B 車			
編號	路線	起	迄	編號	路線	起	迄
1	53	5:30	6:30	2	52	5:40	6:40

表 3-8 起始解設計範例結果

A 車				B 車			
編號	路線	起	迄	編號	路線	起	迄
1	53	5:30	6:30	2	52	5:40	6:40
3	52	7:00	8:00	4	52	7:15	8:15
5	53	9:00	10:00	6	52	9:20	10:20
7	52	10:15	11:15				

3.3.2 充電規則

本研究設計之充電規則依照每台車輛分別決定，首先假設每輛車的起始電量皆為充飽電的狀態，依序檢視各班次執行完後是否缺電，並分為缺電以及不缺電兩種情境，其中缺電的定義為在執行完當前的班次後車輛的剩餘電量小於安全電量，即電量上限之 20%。兩情境的詳細內容如下：

1. 不缺電

   若是執行完當前的班次後不會有缺電的情況，則繼續檢視後續的班次。直到所有班次執行完後皆不缺電，則視為完成充電安排。

2. 缺電

此情況下將首先計算缺少的電量，缺少的電量計算方式為：安全電量－當前剩餘電量＋空車旅次消耗之電量，接著將在此班次前的所有班次間距相加，所有前序班次的間距加總即為此班次前所有可充電的時間，若是加總後的時間全數用於充電仍無法補足缺少的電量則視為電量無法銜接，則需重新求解，在求起始解階段新增車輛，求鄰近解階段重新選擇嵌入或交換的班次。若是時間全用於充電得以補足缺少的電量，則在前序班次的間距中加入充電排班，補足缺少的電量，並且休息時間會納入充電時間一併計算，因此充電時間最短至少等於休息時間。

在情境(2)中會依序選擇當前時間最長之間距開始安排充電排班，並將當前選擇之間距時間全數用於充電，若電量仍有不足才選擇下一間距繼續安排充電，直至缺少的電量被補足。利用此規則安排充電的用意是為了盡量減少車輛回到場站的次數，由於空車旅次的增加亦會使得目標值增加，因此透過此方式以減少空車旅次的發生。

以下舉一範例說明充電規則，如表 3-9 所示，車輛的起始電量，即電量上限，為 120 度，安全電量則為 24 度。依序檢視各班次電量情況，發現車輛在執行完第 4 班次後有缺電的情形，如表 3-10 所示，本次缺少的電量為 6 度(缺少電量＝24－22＋2＋2＝6)，確認前面班次的所有間距相加後時間足夠補足電量，選擇第 4 班次前時間最長之間距優先安排充電，即第 3 班次與第 4 班次間的間距，安排完本次充電排班後更新的班表如表 3-11。繼續檢視後續班次至第 6 班次又出現缺電情形，如表 3-12 所示，缺少的電量為 14 度(缺少電量＝24－14＋2＋2＝14)，依照前述規則，此次選擇當前班距時間最長的第 4 班次與第 5 班次間的間距安排充電，最後的充電排班結果如表 3-13 所示。

表 3-9 充電規則範例一

班次	路線	起始時間	結束時間	起始電量	消耗電量	結束電量	服務時間	充電量
0	場站			120	0	120	0:00	
1	52	5:40	6:40		24		1:00	
2	52	7:15	8:15		24		1:00	
3	52	10:00	11:00		24		1:00	
4	52	13:00	14:00		24		1:00	
5	52	16:00	17:00		24		1:00	
6	52	18:00	19:00		24		1:00	

表 3-10 充電規則範例二

班次	路線	起始時間	結束時間	起始電量	消耗電量	結束電量	服務時間	充電量
0	場站			120	0	120	0:00	
1	52	5:40	6:40	118	24	94	1:00	
2	52	7:15	8:15	94	24	70	1:00	
3	52	10:00	11:00	70	24	46	1:00	
4	52	13:00	14:00	46	24	**22**	1:00	
5	52	16:00	17:00		24		1:00	
6	52	18:00	19:00		24		1:00	

表 3-11 充電規則範例三

班次	路線	起始時間	結束時間	起始電量	消耗電量	結束電量	服務時間	充電量
0	場站			120	0	120	0:00	
1	52	5:40	6:40	118	24	94	1:00	
2	52	7:15	8:15	94	24	70	1:00	
3	52	10:00	11:00	70	24	46	1:00	
充電	場站	11:05	12:55	44	0	88	1:50	44
4	52	13:00	14:00	86	24	**62**	1:00	
5	52	16:00	17:00		24		1:00	
6	52	18:00	19:00		24		1:00	

表 3-12 充電規則範例四

班次	路線	起始時間	結束時間	起始電量	消耗電量	結束電量	服務時間	充電量
0	場站			120	0	120	0:00	
1	52	5:40	6:40	118	24	94	1:00	
2	52	7:15	8:15	94	24	70	1:00	
3	52	10:00	11:00	70	24	46	1:00	
充電	場站	11:05	12:55	44	0	88	1:50	44
4	52	13:00	14:00	86	24	62	1:00	
5	52	16:00	17:00	62	24	38	1:00	
6	52	18:00	19:00	38	24	**14**	1:00	

表 3-13 充電規則範例結果

班次	路線	起始時間	結束時間	起始電量	消耗電量	結束電量	服務時間	充電量
0	場站			120	0	120	0:00	
1	52	5:40	6:40	118	24	94	1:00	
2	52	7:15	8:15	94	24	70	1:00	
3	52	10:00	11:00	70	24	46	1:00	
充電	場站	11:05	12:55	44	0	88	1:50	44
4	52	13:00	14:00	86	24	62	1:00	
充電	場站	14:05	15:55	60	0	104	1:50	44
5	53	16:00	17:00	102	24	78	1:00	
6	52	18:00	19:00	78	24	54	1:00	

3.3.3 鄰近解設計

在起始解生成之後需要透過班次間的交換或者移動以改善起始解。考量到車輛與班次對應的特性，本研究將設計兩種鄰近解之求法，第一種為交換機制，第二種則為嵌入機制，即為單一班次的移動。在進行班次的移動後需檢視各車輛的電量是否足夠，若電量不足則需按照 3.3.2 節之充電規則安排充電。在演算法的求解過程中將會隨機選擇其中一種方法所生成之鄰近解以進行後續的步驟。以下將介紹兩種鄰近解之求法，其中所採用的範例假設電動公車在開始執行勤務前電量為 100%且每運行一分鐘消耗 0.5%的電量，每充電一分鐘同樣補充 0.5%的電量，為重點呈現執行步驟將在此省略空車旅次耗費的時間以及電量，並且結果只顯示車輛執行完班次後之剩餘電量。

1. 交換機制

交換機制將隨機選擇不同車輛之兩班次進行交換後依班次服務起始時間順序重新排列，並採用充電規則依照電量變化安排充電，若交換後時間或電量無法銜接則重新選擇欲進行交換之班次。範例如下，如表 3-14 所示，A 車之班次 1 與 B 車之班次 2 被選為交換的兩班次，由於交換後兩車輛在時間上皆得以銜接，且電量變化與交換前相同因此不需充電，則交換後求得之鄰近解則如表 3-15 所示。

表 3-14 交換機制範例一

A 車				B 車			
編號	起	迄	剩餘電量	編號	起	迄	剩餘電量
1	06:40	07:30	75%	2	07:20	08:10	75%
3	09:10	09:40	60%	4	09:40	10:10	60%
5	10:00	10:50	35%	6	10:20	10:50	45%
				7	11:00	11:50	20%

表 3-15 交換機制範例結果

A 車				B 車			
編號	起	迄	剩餘電量	編號	起	迄	剩餘電量
2	07:20	08:10	75%	1	06:40	07:30	75%
3	09:10	09:40	60%	4	09:40	10:10	60%
5	10:00	10:50	35%	6	10:20	10:50	45%
				7	11:00	11:50	20%

2. 嵌入機制

嵌入機制是先隨機抽選兩車輛，將其中一車輛中的一班次抽取出來並嵌入至另一車輛的服務班表中，而後依班次服務起始時間順序重新排列，並採用充電規則依照電量變化安排充電。當任一車輛之所有服務班次皆被抽取完畢後，即無任何服務班次，則將該車輛刪除。在嵌入機制中，除了現有的車輛可被選擇外亦可新增車輛，即第一步驟可以選擇的車輛數為現有車輛數＋1，新增車輛的發生機率與其他現有車輛被選中之機率相同；當新增車輛時，新增的車輛一定為被嵌入之車輛，即增加班次的車輛，且每當新增車輛後至少持續 5 個解不會減少車輛，使其有機會打亂原本的排班藉此跳脫區域最佳解。若移動後時間或電量無法銜接則重新選擇欲移動的班次及被嵌入的車輛。

嵌入機制的範例如下，如表 3-16 所示，B 車之班次 7 將被選擇移動至 A 車中，移動後之結果如表 3-17 所示，雖然 A 車在移動後時間上可以銜接，但執行完班次 7 後的剩餘電量不足 20%，因此選擇在前面班距最大的班次 1 與班次 3 之間進行充電，該間距可充電時間為 100 分鐘(07:30~09:10)，全部時間用於充電可補充 50%的電量，但由於執行完班次 1 後剩餘 75%電量，因此只能再補充 25%的電量致電量上限，最後安排完充電排班之結果如表 3-18 所示。

表 3-16 嵌入機制範例一

A 車				B 車			
編號	起	迄	剩餘電量	編號	起	迄	剩餘電量
1	06:40	07:30	75%	2	07:20	08:10	75%
3	09:10	09:40	60%	4	09:40	10:10	60%
5	10:00	10:50	35%	6	10:20	10:50	45%
				7	11:00	11:50	20%

表 3-17 嵌入機制範例二

A 車				B 車			
編號	起	迄	剩餘電量	編號	起	迄	剩餘電量
1	06:40	07:30	75%	2	07:20	08:10	75%
3	09:10	09:40	60%	4	09:40	10:10	60%
5	10:00	10:50	35%	6	10:20	10:50	45%
7	11:00	11:50	**10%**				

表 3-18 嵌入機制範例結果

A 車				B 車			
編號	起	迄	剩餘電量	編號	起	迄	剩餘電量
1	06:40	07:30	75%	2	07:20	08:10	75%
充電	**07:30**	**08:20**	**100%**	4	09:40	10:10	60%
3	09:10	09:40	85%	6	10:20	10:50	45%
5	10:00	10:50	60%				
7	11:00	11:50	**25%**				

第四章 範例驗證

4.1 範例測試

本節所使用之資料取自交通部公共運輸整合資訊流通服務平台(PTX)中新竹市公車五條公車路線之平日行駛班表，分別為 50、51、52、53 以及 81 路，而 81 路公車依照去程以及回程拆分為 810 與 811 路線，總共 95 個班次，配合客運公司提供之到站時刻表得出各路線之服務時間，如表 4-1，完整班表如附錄一所示。由於該五條路線之班表以及服務時間資訊取得較為容易，且由於電動公車里程限制的特性，其服務路線應以市區為主，因此選擇此五條路線做為測試用的範例。其中表 4-1 之服務時長計算方式為依照不同路線將各班次預估到站時間取平均數得出，並將各班次服務起始時間加上服務時長後得出服務結束時間，各班次消耗電量則由服務時長乘上耗電率得出，此範例中耗電率設為 0.4 度/分鐘。電池與充電率部分假設使用之電池為大容量電池因此配合使用慢充充電樁，充電樁之建置成本亦為慢充充電樁之成本。表 4-2 為路線起點與場站間之空車旅次對應時間表，此為利用 Google Maps 模擬得出之參考時間。表 4-3 為本範例所使用其餘參數，其參考自 Ke (2016) 以及賴文泰 (2017) 之文獻內容，表 4-4 為本範例模擬退火法中所使用之參數。

表 4-1 新竹公車 5 條路線平日行駛班表

編號	路線	起始時間	結束時間	消耗電量	服務時長(小時)
1	50	5:55	6:55	24	01:00
2	810	6:00	7:14	29.6	01:14
3	52	6:00	7:00	24	01:00
4	810	6:25	7:39	29.6	01:14
5	811	6:25	7:39	29.6	01:14
…	…	…	…	…	…
91	811	20:35	21:49	29.6	01:14
92	52	21:00	22:00	24	01:00
93	810	21:10	22:24	29.6	01:14
94	51	21:10	22:10	24	01:00
95	811	21:40	22:54	29.6	01:14

資料來源：交通部公共運輸整合資訊流通服務平台、科技之星交通股份有限公司、金牌客運有限公司

表 4-2 空車旅次時間表

	場站	52	53	50	51	811	810
場站	0	5	5	10	10	5	65
52	5	0	0	15	15	0	65
53	5	0	0	15	15	0	65
50	10	15	15	0	0	15	80
51	10	15	15	0	0	15	80
811	5	0	0	15	15	60	0
810	65	65	65	80	80	0	60

單位：分鐘

表 4-3 其餘使用參數表

項目	參數值	單位
車輛成本	65	十萬元台幣/車
充電樁成本	3	十萬元台幣/充電樁
距離成本	0.0002	萬元台幣/公里
電量上限	240	度
安全電量	48	度
充電率	0.83	度/分鐘
班次間休息時間	5	分鐘

資料來源：Ke (2016) 、賴文泰 (2017)

表 4-4 模擬退火法參數表

項目	數值
起始溫度	100
結束溫度	1
溫度衰減係數	0.95
每個溫度迭代次數	50
總計求解 4500 次	

4.2 範例測試結果

本次範例測試所使用的電腦硬體設備處理器為 AMD Rysen 5 2400G with Radeon Vega Graphics 3.60GHz，記憶體容量為 8G，作業系統為 64 位元版本專業版 Windows

10，程式語言為 Python 3，進行範例測試之軟體為 Spyder。本次範例測試所使用的時間為 35 分鐘 09 秒。

本範例由演算法推算出因班次時間重疊而需要的預估最少車輛數為 12 台，而起始解如表 4-5 所示，共使用 20 台車輛，最大服務班次數為 5 班，最少服務班次數為 4 班，目標值為 1412.12 十萬元，其所使用到的車輛數比預估最少車輛數多上許多，由此可見可藉由嵌入機制配合目標式中的加權車輛成本使得車輛數減少以大幅將低目標值。而演算法求解得出之近似最佳解如表 4-6 所示，共使用 15 台車輛，最大服務班次數為 10 班，最少服務班次數為 2 班，目標值為 1033.10 十萬元。

表 4-5 範例起始解

車輛編號	勤務
1	1→21→41→61→81
2	2→22→42→充電→62→82
3	3→23→43→63→83
4	4→24→44→充電→64→84
5	5→25→45→65→85
6	6→26→46→66→86
7	7→27→47→67→充電→87
8	8→28→充電→48→68→88
9	9→29→49→69→89
10	10→30→50→70→90
11	11→31→51→71→91
12	12→32→52→72→充電→92
13	13→33→53→73→93
14	14→34→充電→54→74→94
15	15→35→55→75→充電→95
16	16→36→56→76
17	17→37→57→77
18	18→38→58→78
19	19→39→59→79
20	20→40→60→80

表 4-6 範例結果

車輛編號	勤務
1	1→11→29→充電→47→65→78→87
2	21→31→43→57
3	3→13→32→44→充電→64→76→83→95
4	5→17→36→45→59→90
5	20→52→63→74
6	2→30→充電→48→54→66→75→84→91
7	8→18→33→39→充電→51→62→82
8	60→81
9	10→22→35→充電→50→68→86
10	14→24→38→58→73
11	6→16→26→37→充電→46→55→67→77→充電→93
12	9→19→27→40→49→充電→71→88
13	12→28→42→56→69→79→92
14	7→15→23→34→41→充電→53→61→72→80→充電→89
15	4→25→充電→70→85→94

4.3 檢驗結果

以下收集演算法求解過程中所有解的目標值以檢驗演算法求解過程之合理性。圖 4-1 為演算法求解過程中所有解之目標值折線圖，圖 4-2 為所有解使用車輛數之折線圖，由圖中可以看出因目標值中主要成本來自於車輛，因此目標值的起伏大致與車輛數的變化相同。

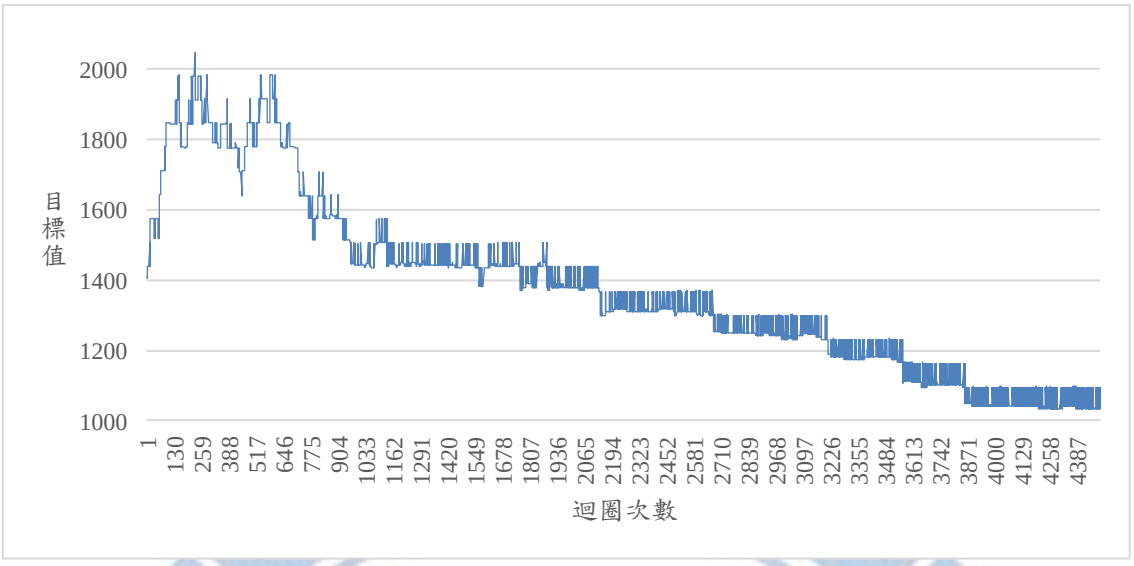


圖 4-1 所有解目標值折線圖

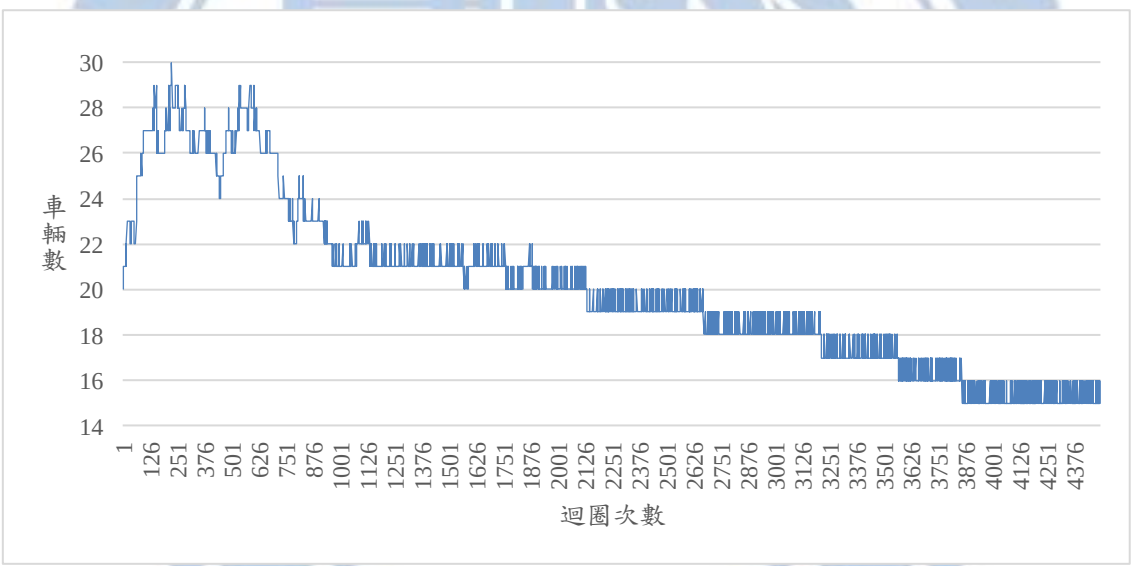


圖 4-2 所有解車輛數折線圖

圖 4-3 則是在模擬退火法求解過程中被接受的解的目標值折線圖，即目標值較優解以及因機率而被接受之解的目標值折線圖。由圖中可以看出在演算法求解過程中目標值並非一味地下降，而是多有起伏，由此可見演算法求解過程中可以透過接受較差的解以跳脫區域最佳解。在前面的迴圈中目標值的起伏較為明顯，並且在越前面的迴圈所接受的較差解其差值越大，即使新增車輛將會大幅提升目標值也依然被接受作為新解。而在後面的迴圈中目標值大致呈現持續下降的趨勢，由於減少車輛時會大幅降

低目標值，因此折線圖走勢如階梯狀，即使接受目標值較差的解亦都是差值不大的解。

該折線圖所呈現的結果大致與預期中模擬退火法會產生之結果相同，即在求解過程的前期因溫度高使得即使是目標值較差且差值較大的解，其被接受的機率亦可能不低，因而容易接受目標值較差的解，因此求解過程前期的目標值波動較大；而在求解過程的後期因溫度下降使得目標值較差解的被接受機率降低，不容易接受目標值較差的解，因此求解過程後期的目標值會大致呈現持續下降的趨勢，不易出現大幅上升的情況。

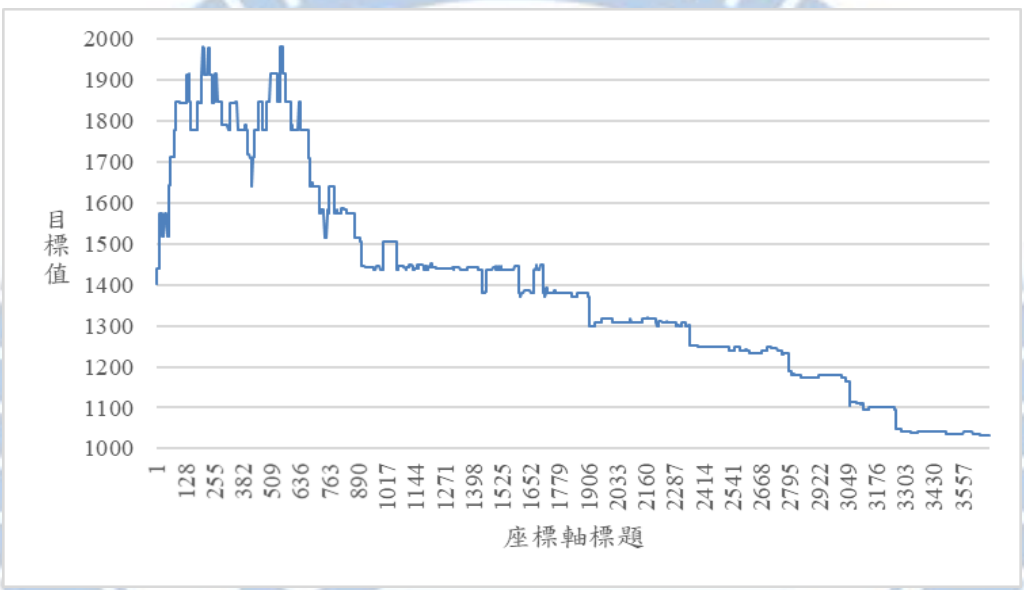


圖 4-3 被接受解目標值折線圖

4.4 敏感度分析

本節將以 4.1 節之範例進行敏感度分析測試，欲進行調整的參數為班次間休息時間與充電率。班次間休息時間的敏感度分析將測試 5、10、15、20 分鐘的差異，而充電率的敏感度分析將進行 0.83 度/分鐘以及 3.33 度/分鐘的差異。

4.4.1 班次間休息時間敏感度分析

在班次間休息時間的部分除原範例中之 5 分鐘，本研究另外測試了 10、15 以及 20 分鐘的休息時間，以下為不同班次間休息時間測試之結果。表 4-7 為不同班次間休息時間所產生出之初始解比較表，休息時間 5、10、15 分鐘所產生之初始解皆相同，即表 4-5 之車輛排班班表，只有休息時間為 20 分鐘之初始解不同，如表 4-8 所示，此差

異是由於休息時間 5、10、15 分鐘所得出之預估最少車輛數接近，因此會產生類似或相同的初始解。而休息時間 20 分鐘之預估最少車輛數較前三者多，在求初始解的過程中會更有彈性，因此產生了較好的可行解。

表 4-7 各班次間距初始解比較表

班次間距	預估最少車輛數	目標值	車輛數	最少班次數	最大班次數
5(原範例)	12	1412.12	20	5	4
10	12	1412.12	20	5	4
15	13	1412.12	20	5	4
20	15	1278.28	18	6	5

表 4-8 班次間休息時間 20 分鐘之初始解

車輛	勤務
1	1→19→37→55→73→91
2	2→22→39→充電→56→74→92
3	3→充電→20→38→充電→57→75→充電→93
4	4→24→41→充電→58→76→94
5	5→21→40→59→77→充電→95
6	6→23→42→60→79
7	7→25→43→充電→61→78
8	8→26→44→62→83
9	9→27→45→充電→63→80
10	10→28→46→64→82
11	11→29→充電→47→65→84
12	12→30→48→66→85
13	13→31→49→67→81
14	14→33→充電→50→68→86
15	15→32→51→69→87
16	16→34→充電→52→70→89
17	17→35→53→72→88
18	18→36→54→71→90

表 4-9 為經演算法求解後得出各班次間休息時間之近似最佳解比較表，與表 4-7 相比可以看出雖然休息時間 5、10 以及 15 分鐘之初始解較差，使用的車輛數也較多，但由於休息時間較短，安排班次以及充電方面都比休息時間 20 分鐘更有彈性，因此在最後得出的解所使用的車輛數較休息時間 20 分鐘的解還少。由結果可見，即使將班次

間的休息時間拉長至 15 分鐘，雖總成本較高，但不會增加使用的車輛數，並且可以使得駕駛們有更充足的休息時間。

表 4-9 各班次間距近似最佳解比較表

班次間距	目標值	車輛數	最少班次數	最大班次數
5(原範例)	1033.1	15	10	2
10	1041.8	15	9	3
15	1046.1	15	10	4
20	1104.4	16	10	2

4.4.2 充電率敏感度分析

原範例中假設使用之充電樁為慢充充電樁，其充電率為 0.83 度/分鐘，本小節將加入測試若是使用快充充電樁之差異，假設快充充電樁之充電率為 3.33 度/分鐘。表 4-10 為不同充電率之起始解比較表，表 4-11 為快充充電率之起始解，由表中可以看出因充電率較高，使得每次的充電時間較短，車輛所需的充電次數較少，車輛可被指派較多班次，因此快充充電率之起始解所使用的車輛數較少。

表 4-10 快慢充起始解比較表

充電率	預估最少車輛數	目標值	車輛數	最少班次數	最大班次數
0.83(原範例)	12	1412.12	20	5	4
3.33	12	1278.28	18	6	5

表 4-11 快充充電率起始解

車輛編號	勤務
1	1→19→37→55→73→91
2	2→21→38→充電→56→74→92
3	3→20→39→57→75→充電→93
4	4→23→40→58→充電→76→充電→94
5	5→22→41→59→77→充電→95
6	6→24→42→60→79
7	7→25→43→61→充電→78
8	8→26→44→62→81
9	9→27→45→充電→63→80
10	10→28→46→64→82
11	11→29→47→65→充電→83
12	12→30→48→66→84
13	13→31→49→67→85
14	14→32→50→充電→68→86
15	15→33→51→69→87
16	16→34→充電→52→70→充電→88
17	17→35→53→71→89
18	18→36→54→72→90

表 4-12 為快慢充由演算法求出近似最佳解之比較表，表 4-13 因快充充電率高，每當車輛回到場站充電都能補充更多的電量，車輛需要的充電時間更短，在班次的調度上更有彈性，因此最後得出的解所使用的車輛數較慢充少。

本次敏感度測試雖只改變充電率之參數，但在實務上快充充電樁之設置成本為慢充充電樁之兩倍以上，因此使用快充充電樁雖可能減少車輛數的使用，但不一定能夠減少總花費之成本。

表 4-12 快慢充近似最佳解比較表

充電率	目標值	車輛數	最少班次數	最大班次數
0.83(原範例)	1033.1	15	10	2
3.33	958.61	14	10	1

表 4-13 快充充電率近似最佳解

車輛編號	勤務
1	5→28→41→55→充電→71→84→95
2	11→20→38→充電→60→81→91
3	8→25→35→45→充電→61→72→82
4	7→16→26→34→充電→52→69→79→88
5	4→19→39→充電→48→56→65→75→86
6	1→15→23→31→充電→47→53→66→78→92
7	3→12→18→29→37→充電→44→充電→54→64→73→90
8	13→32→68→87
9	6→17→30→43→50→充電→63→74→93
10	9→27→充電→59→76→83→94
11	14→24→36→充電→51→58→67→80→89
12	10→22→42→49→62
13	2→21→充電→33→40→46→57→充電→77→85
14	70

第五章 結論與建議

5.1 結論

因應政府近年來節能減碳、提倡公車電動化，本研究之目的為針對單場站、多路線且在班表已知的情況找出當使用純電動公車執行任務時，在最小化總成本下所需要的最少車輛數、充電樁數以及各車輛所需執行的勤務，以其作為客運業者將車輛汰換為電動公車時的參考。為達成本研究之目的，本研究以模擬退火法為基礎提出一套演算法以求解電動公車車輛排班問題，在安排車輛勤務的過程中將不限制車輛每次充電必須充飽，只需將電量維持在安全電量以上，逐步透過交換與嵌入機制的方式改善初始解。

本研究測試例題是以新竹市市區的 5 條公車路線平日運行班表做為參考，由交通部公共運輸整合資訊流通服務平台下載之班表配合客運公司之到站時刻表，由於其班表及服務時間取得較容易，且因為電動公車里程限制之特性，應多運行於市區公車路線，因此選擇此 5 條公車路線做為測試例題。最終測試得出之車輛排班表確實能滿足車輛之里程限制，並且在不限制充電量的情況下可以使車輛電量維持在安全電量以上。

而在模擬退火法求解過程中，其目標值的變化也如預期一樣，求解過程的前期因溫度高、接受機率較高，因此較容易接受目標值較差的解，並可藉此跳脫區域最佳解。在求解過程的後期，因為溫度降低、接受機率也降低，因此較不容易接受目標值較差的解，即使接受較差的解，其目標值差值亦不大。

在 4.4 節敏感度分析中可以得出，若是要在不增加車輛數使用的情況下增加駕駛們的休息時間，最多可將班次間的休息時間調整至 15 分鐘。而若是將原本假設之慢充設備改為快充設備，可減少使用的車輛數，但不見得能夠減少所要花費的總成本。

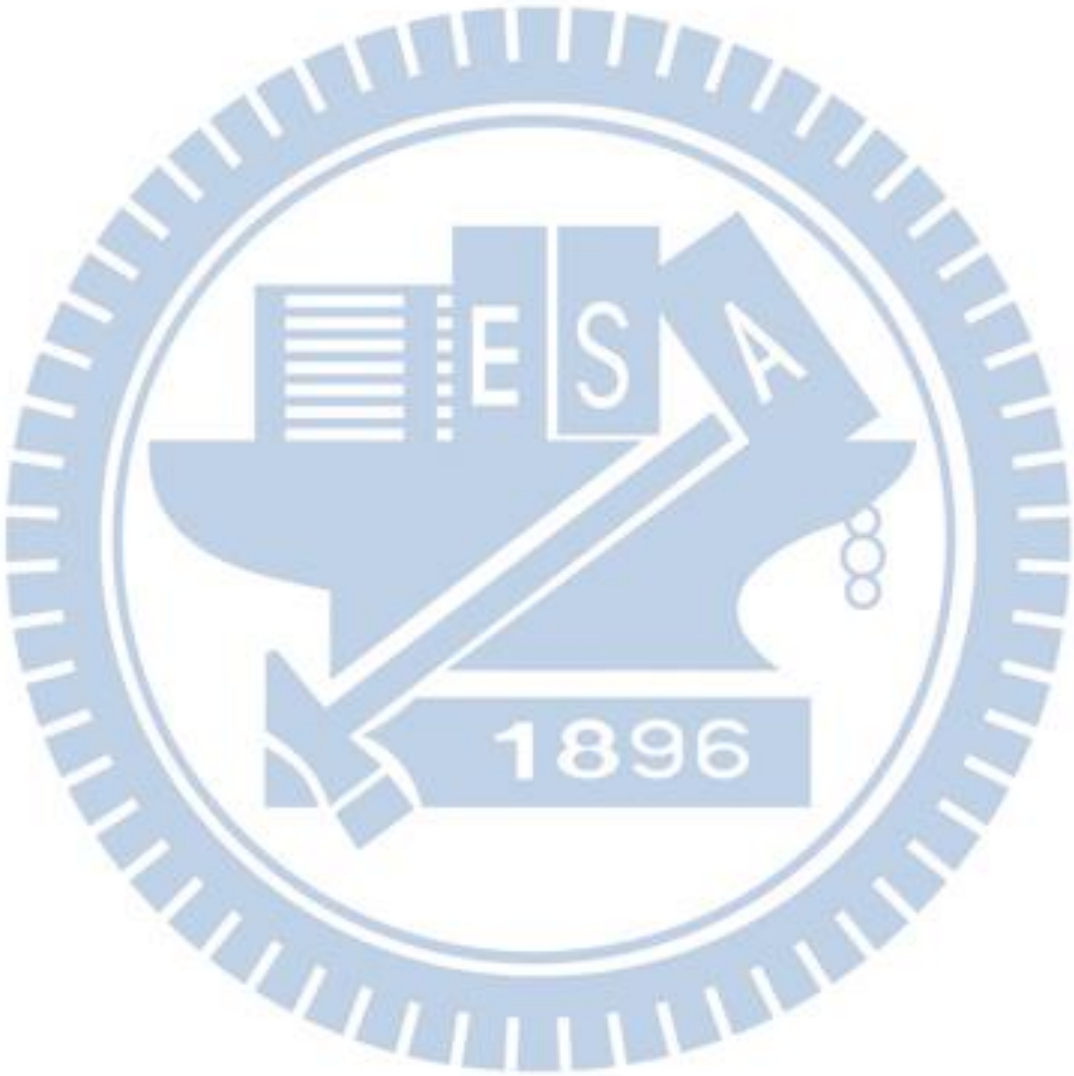
由此可見，本研究提出之演算法可在客運業者規劃將現有公車路線班表調整為由電動公車執行時，提供其車輛勤務與充電安排以及添購車輛與充電設備方面的一項參考依據。

5.2 建議

1. 本研究僅探討單場站、多路線、不限制充電量之電動公車車輛排班問題，建

議後續研究可將問題擴展為多場站之問題。

2. 本研究僅針對車輛排班問題，未妥善考慮駕駛人員的因素，如：執行班次之公平性，由於本研究演算法求解方法之緣故會使得服務班次集中，即部分車輛執行班次多，部分車輛執行班次較少，後續研究可將駕駛人員因素納入考量。



參考文獻

Kunith, A., Mendelevitch, R. & Goehlich, D. (2017). Electrification of a city bus network—An optimization model for cost-effective placing of charging infrastructure and battery sizing of fastcharging electric bus systems. *International Journal of Sustainable Transportation*, 11(10), 707-720.

Wang, H., & Shen, J. (2007). Heuristic approaches for solving transit vehicle scheduling problem with route and fueling time constraints. *Applied Mathematics and Computation*, 190(2), 1237-1249.

Kooten Niekerk, M. E., Akker, J. M., & Hoogeveen, J. A. (2017). Scheduling electric vehicles. *Public Transport*, (1-2), 155(22).

Häll, C. H., Ceder, A., Ekström, J., & Quttineh, N. (2018). Adjustments of public transit operations planning process for the use of electric buses. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 1-15.

Wen, M., Linde, E., Ropke, S., Mirchandani, P., & Larsen, A. (2016). An adaptive large neighborhood search heuristic for the Electric Vehicle Scheduling Problem. *Computers and Operations Research*, 76, 73-83.

Yu, V. F., & Lin, S. (2015). A simulated annealing heuristic for the open location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 62, 184-196

Haridass, K., Valenzuela, J., Yucekaya, A. D., McDonald, T. (2014). Scheduling a log transport system using simulated annealing. *Information Sciences*, 264, 302-316.

Ceschia, S., Di Gaspero, L., Schaerf, A. (2017). Solving discrete lot-sizing and scheduling by simulated annealing and mixed integer programming. *Computers & Industrial Engineering*, 114, 235–243.

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6), 1087-1092.

Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598), 671-680.

Valentine, K., Temple, W. G., Zhang, K. M. (2011). Intelligent electric vehicle charging: Rethinking the valley-fill. *Journal of Power Sources*, 196, 10717– 10726.

Adler, J. D., & Mirchandania, P. B. (2017). The Vehicle Scheduling Problem for Fleets with Alternative-Fuel Vehicles. *Transportation Science*, 51(2), 441–456.

Li, J. Q. (2014). Transit bus scheduling with limited energy. *Transportation Science*, 48(4), 521-539.

Ke, B. R., Chung, C. Y., & Chen, Y. C. (2016). Minimizing the costs of constructing an all plug-in electric bus transportation system: A case study in Penghu. *Applied energy*, 177, 649-660.

陳玥心，「應用變數產生法求解電動公車車輛排班問題」，國立交通大學，碩士論文，民國 102 年。
李佳芸，「充電式電動公車排班模式之研究」，國立交通大學，碩士論文，民國 104 年。
賴文泰，「電動公車營運指標，財務效益分析與發展策略之研究」，運輸計劃季刊，第四十六卷 第四期，377~397 頁，106 年 12 月。
行政院經濟部能源局。(2019)。我國燃料燃燒二氧化碳排放統計與分析。
行政院交通部。(2018)。運輸部門溫室氣體排放管制行動方案(第一期階段)核定本。
行政院交通部。(2012)。101 年運輸政策白皮書。

附錄一 新竹市公車 5 條路線平日行駛班表

編號	路線	起始時間	結束時間	消耗電量	服務時長(小時)
1	50	5:55	6:55	24	01:00
2	810	6:00	7:14	29.6	01:14
3	52	6:00	7:00	24	01:00
4	810	6:25	7:39	29.6	01:14
5	811	6:25	7:39	29.6	01:14
6	51	6:30	7:30	24	01:00
7	53	6:30	7:30	24	01:00
8	52	6:40	7:40	24	01:00
9	810	7:00	8:14	29.6	01:14
10	811	7:00	8:14	29.6	01:14
11	50	7:00	8:00	24	01:00
12	52	7:05	8:05	24	01:00
13	52	7:30	8:30	24	01:00
14	810	7:40	8:54	29.6	01:14
15	811	7:40	8:54	29.6	01:14
16	51	7:50	8:50	24	01:00
17	52	8:00	9:00	24	01:00
18	52	8:15	9:15	24	01:00
19	811	8:20	9:34	29.6	01:14
20	50	8:30	9:30	24	01:00
21	52	8:30	9:30	24	01:00
22	810	8:40	9:54	29.6	01:14
23	52	9:00	10:00	24	01:00
24	811	9:05	10:19	29.6	01:14
25	810	9:10	10:24	29.6	01:14
26	51	9:10	10:10	24	01:00
27	810	9:40	10:54	29.6	01:14
28	811	9:40	10:54	29.6	01:14
29	50	9:40	10:40	24	01:00
30	53	10:00	11:00	24	01:00
31	811	10:05	11:19	29.6	01:14
32	810	10:10	11:24	29.6	01:14
33	52	10:20	11:20	24	01:00

34	51	10:30	11:30	24	01:00
35	811	10:40	11:54	29.6	01:14
36	50	11:00	12:00	24	01:00
37	52	11:00	12:00	24	01:00
38	810	11:10	12:24	29.6	01:14
39	52	11:30	12:30	24	01:00
40	811	11:35	12:49	29.6	01:14
41	51	12:00	13:00	24	01:00
42	52	12:00	13:00	24	01:00
43	810	12:10	13:24	29.6	01:14
44	811	12:40	13:54	29.6	01:14
45	50	13:00	14:00	24	01:00
46	53	13:00	14:00	24	01:00
47	810	13:10	14:24	29.6	01:14
48	51	13:20	14:20	24	01:00
49	52	13:20	14:20	24	01:00
50	811	13:35	14:49	29.6	01:14
51	52	14:00	15:00	24	01:00
52	810	14:10	15:24	29.6	01:14
53	811	14:40	15:54	29.6	01:14
54	51	14:40	15:40	24	01:00
55	50	15:00	16:00	24	01:00
56	52	15:00	16:00	24	01:00
57	810	15:10	16:24	29.6	01:14
58	52	15:30	16:30	24	01:00
59	811	15:35	16:49	29.6	01:14
60	810	15:40	16:54	29.6	01:14
61	52	16:00	17:00	24	01:00
62	810	16:10	17:24	29.6	01:14
63	811	16:10	17:24	29.6	01:14
64	51	16:10	17:10	24	01:00
65	50	16:20	17:20	24	01:00
66	52	16:30	17:30	24	01:00
67	811	16:35	17:49	29.6	01:14
68	810	16:40	17:54	29.6	01:14
69	53	17:00	18:00	24	01:00
70	810	17:10	18:24	29.6	01:14

71	811	17:10	18:24	29.6	01:14
72	52	17:15	18:15	24	01:00
73	52	17:30	18:30	24	01:00
74	810	17:40	18:54	29.6	01:14
75	811	17:40	18:54	29.6	01:14
76	50	17:40	18:40	24	01:00
77	52	18:00	19:00	24	01:00
78	51	18:10	19:10	24	01:00
79	811	18:20	19:34	29.6	01:14
80	52	18:30	19:30	24	01:00
81	810	18:40	19:54	29.6	01:14
82	50	18:50	19:50	24	01:00
83	52	19:00	20:00	24	01:00
84	810	19:10	20:24	29.6	01:14
85	811	19:10	20:24	29.6	01:14
86	51	19:40	20:40	24	01:00
87	811	19:50	21:04	29.6	01:14
88	50	20:00	21:00	24	01:00
89	52	20:00	21:00	24	01:00
90	810	20:10	21:24	29.6	01:14
91	811	20:35	21:49	29.6	01:14
92	52	21:00	22:00	24	01:00
93	810	21:10	22:24	29.6	01:14
94	51	21:10	22:10	24	01:00
95	811	21:40	22:54	29.6	01:14