

ISSN 1011-6699

Journal of Harbour
Technology
港灣技術

第十三卷
Vol. 13

港灣技術研究所

Institute of Harbour & Marine Technology

中華民國八十七年一月

Jan. 1998

港灣技術

Journal of Harbour Technology

發行人：張金機 Publisher : C. K. Chang
出版者：港灣技術研究所 Publication : Institute of Harbor & Marine
Office Technology
地址：台中縣梧棲鎮臨海路83號 Address : 83, Lin-Hai Road, Wuchi,
Taichung, Taiwan, R.O.C.
電話：(04)6564216 Tel : (04)6564216
傳真：(04)6571329 Fax : (04)6571329

編輯委員會

Editorial Board

會址：台中縣梧棲鎮臨海路83號 Address : 83, Lin-Hai Road, Wuchi,
Taichung, Taiwan, R. O. C.
電話：(04)6564415 Tel : (04)6564415
傳真：(04)6571329 Fax : (04)6571329
總編輯：梁乃匡 Edito-in-Chief: N. K. Liang
副總編輯：顏聰 Vice-in-Chief : T. Yen
執行編輯：莊甲子、蘇青和 Executive Editor: J. T. Juang C. H. Su
編輯委員：(依姓氏筆劃排列) Editors:
王慶福 吳榮貴 C. F. Wang Y. G. Wu
李延恭 周宗仁 Y. K. Lee C. R. Chou
林銘崇 林炳森 M. C. Lin P. S. Lin
歐善惠 郭一羽 S. H. Ou Y. Y. Kuo
黃承傳 黃煌輝 C. C. Hwang H. H. Hwang
黃清和 陳陽益 C. H. Hwang Y. Y. Chen
陳桂清 蔡丁貴 K. C. Chen T. K. Tsay
蔡清標 簡仲璟 C. P. Tsai C. C. Chien

港灣技術

中華民國八十七年一月

第十三卷

目 錄

- 地域性波浪方向波譜模式之建立.....郭一羽、張憲國、孫念華...1
- 波浪與結構物互制之線性問題分析.....李兆芳...23
- 有限水域之暴潮解析.....邵建林、張憲國...41
- 以聲納束寬概念為基礎的測深資料處理.....張逸中、溫進丁、黃煌輝...59
- 以打樁動力分析探討基樁承载力.....邱垂珍...71

地域性波浪方向波譜模式之建立

郭一羽¹ 張憲國² 孫念華³

關鍵字：波浪，結構物，互制作用。

摘 要

利用 Hashimoto(1994) 的 EMEP 法，以四根波高計的水位信號計算波浪的方向頻譜。並提出相位差法計算各頻率成份波的主波向來驗證方向頻譜的正確性，結果發現極為一致。接著利用在台西海域收集到的東北季風時期的一些波浪資料為例，推算當地波浪的方向分佈函數的標準模式，以供海岸工程規劃設計應用。其間並將本研究所得結果與以往他人的一些研究經驗成果做比較。

Local Wave Directional Spreading Function Model

Yi-Yu Kuo, Hsien-Kuo Chang and Samuel Sun

Department of Civil Engineering, National Chiao-Tung University,
Hsinchu, Taiwan, R.O.C

ABSTRACT

Based on the wind waves during winter moonson, wave directional spectra were caculated by EMEP (Hasimoto 1994) at Taisei nearshore. The wind waves were measured simultaneously from four wave gauges. The results of directional spectra were verified by simple phase angle caculation. An empirical directional spreading function was derived by these field data, and was compared with other pervious studies. This results can be used in coastal engineering research, plan and design.

¹ 國立交通大學土木系教授

² 國立交通大學土木系副教授

³ 國立交通大學土木研究所碩士

一、前言

頻譜分析常被用來敘述海洋波浪的不規則性，尤其是方向頻譜可以充份描述波浪能量在頻率和方向上的分佈，對於海岸工程的規劃設計而言是相當重要的一種資訊。然而對於這種資訊的取得卻是相當的困難，因此至今有關台灣近海海域波浪方向波譜的資料近付闕如。最近由於經費上的許可及觀測儀器和數學演算技術的提昇，波浪方向頻譜的觀測和推算工作已逐漸展開。在海面上直接觀測波浪方向頻譜，可以利用水位計、流速計、波壓計、加速度計等各種儀器的多頻道組合來推算。以往需要相當複雜的配置才能得到可靠的觀測結果，但最近由於數學演算方法的進步，利用簡單的儀器配置也可推算出相當精確的結果。國外甚至已有商品化的觀測儀器可供直接使用，國內有些機構也已有使用的經驗。然而沒有絕對正確的資料來做比較，各種推算方法的準確性和可靠性如何仍有待商榷。

關於方向頻譜的推算，國內梁(1993)、李(1993)曾經分別利用最大概似法與有限傅利葉級數法，由台中港附近海域的實測波浪資料計算出方向頻譜，而對該地的波向特性作分析，但是據蕭、高(1995)的研究中指出，最大概似法與有限傅利葉級數法雖然對主波向能夠準確的估計，然而在對能量於方向上的分佈，則無法完全的掌握；接著林、陳(1995)利用上述推算出的方向頻譜以光易型方向分佈函數去嘗試著描述台西外海波浪的方向分佈。其實關於方向頻譜的推算方法，依照以往的研究，最大熵法似乎是一個較為有效的方法。Hashimoto (1994)將其加以改良提出的擴張最大熵法(EMEP)可能是目前最具實用價值的推算方法。錢(1996)亦曾對此加以討論和嘗試再加以改進。本文擬利用此推算方法來推算台西海域波浪的方向頻譜。並利用簡單的相位差法求取主波向來驗證其正確性。此外為適合海岸工程上的應用，本文將探討如何把實測到的波浪方向頻譜加以標準化或模式化，亦即利用台西外海的波浪實測資料，求出一種地域性的波浪方向分佈函數，以供實際的工程規劃設計時參考和使用。

二、理論基礎

2.1 方向頻譜與方向分佈函數

對於海面上的波浪水位變化，若具定常性(stationary)、統一性(ergodic)且滿足高斯過程(Gaussian process)，則其時間上與空間上的統計性質可視為一致，如此可將波形視為由無限個振幅、頻率、相位和方向的成分波疊加而成，表示為：

$$\eta(x, y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} a_{ij} \cos[k_i(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j) - 2\pi f_i t + \varepsilon_{ij}] \quad (1)$$

式中的下標*i*與*j*分別表示第*i*個頻率與第*j*個角度； $\eta(x, y, t)$ 為波形函數，*x*、*y*和*t*分別代表空間與時間的座標；*a*為振幅、*k*為波數 = $(2\pi/L)$ ，*L*：波長）、*f*為頻率、 θ 為波向、 ε 為相位。

Pierson (1955) 則以積分的型式將波形表示如下：

$$\eta(x, y, t) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \cos \left[\frac{(2\pi f)^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - 2\pi ft + \varepsilon(f, \theta) \right] \sqrt{|P(f, \theta)|} df d\theta \quad (2)$$

(2) 式中 $P(f, \theta)$ 即為方向頻譜 (directional spectrum)。為了方便起見，常把方向頻譜 $P(f, \theta)$ 用能量頻譜 $P(f)$ 與方向分佈函數 $G(f, \theta)$ 的乘積加以表示：

$$P(f, \theta) = P(f)G(f, \theta) \quad (3)$$

且同時滿足：

$$\int_0^{2\pi} P(f, \theta) d\theta = P(f) \quad (4)$$

與

$$\int_0^{2\pi} G(f, \theta) d\theta = 1 \quad (5)$$

因此方向分佈函數 $G(f, \theta)$ 表示了對各頻率成分波浪而言，能量在方向上的分佈比例。

對於方向分佈函數，各學者因考量不同而提出各種不同的形式。本篇研究採用如下式目前最常用的方向分佈函數 (Cartwright 1963)。

$$G(f, \theta) = G_0 \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_M}{2} \right) \quad (6)$$

$$G_0 = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)}$$

其中， $\Gamma(\quad)$ 為 Gamma 函數， s 為方向分佈參數， θ_M 為各頻率成分波之主方向（平均波向）。 s 與 θ_M 應都是頻率 f 的函數。這種型態的方向分佈函數最大優點在於對任何頻率成分的波浪可以僅用一個參數（方向分佈參數 s ）來表達波浪的方向分佈特性。Mitsuyasu (1975) 建議方向分佈參數與頻率之間的關係為

$$\begin{cases} S = S_{max} (f/f_p)^5 & (f \leq f_p) \\ S = S_{max} (f/f_p)^{-2.5} & (f \geq f_p) \end{cases} \quad (7)$$

式中 f_p 為主頻， S_{max} 為主頻處的方向分佈參數，依照以往的研究結果，主頻處的波向最集中，也就是說此處的 s 最大，故以 S_{max} 表示。而其又認為 S_{max} 與風速有關，但合田 (1990) 認為由風速推算 S_{max} 在工程應用上不方便，因此經過換算以後建議，

大體上在深海時之風浪 $S_{max} = 10$ ，湧浪之 $S_{max} = 25 \sim 75$ ，且隨著淺化（相對水深變小） S_{max} 會變大。

此外 Hasselmann(1980)，對海洋成熟風浪也提出如下計算分佈參數的經驗式。

$$\begin{cases} S = 6.97(f/f_p)^{4.05} & (f < 1.05f_p) \\ S = 9.77(f/f_p)^{-1.91} & (f > 1.05f_p) \end{cases} \quad (8)$$

2.2 平均波向之計算（相位差法）

利用實測之二根波高計水位訊號間的相位差可以計算波速。

$$C(f) = \frac{2\pi f D \cos \theta}{\varphi(f)} \quad (9)$$

式中， C ：波速、 D ：兩支波高計間的距離， φ ：波高計測得水位訊號間的相位差， θ ：波向線與兩支波高計排列方向的夾角。

以頻譜來表示隨機波浪，則(9)式中的相位頻譜 $\varphi(f)$ (phase spectrum) 可用二根波高計間的交錯頻譜(cross spectrum) 求得。

$$\varphi(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_m[\Phi(f)]}{R_e[\Phi(f)]} \right\} \quad (10)$$

式中， $\Phi(f)$ 為交錯頻譜、 R_e 表示實數部分、 I_m 表示虛數部份。又根據波浪分散關係式，已知頻率可求出波速，故由(9)式，可求出各頻率成份波之平均波向角 θ 。

然而，有時當波向線與波高計排列方向接近垂直時，則上述方法難以求出準確的相位差而得到平均波向；且海洋波浪有時並非單純線性理論即可滿足，因此為解決這個問題，Kuo(1979) 利用配置成三角形陣列的三支波高計同時測得的水位訊號而求出各頻率成份的平均波向，其計算方式如圖1所示。若以其中任兩根波高計為一組，則共有三個如(9)式的方程式如下：

$$C(f) = \frac{2\pi f D_{12} \cos(\beta_1 - \theta_M(f))}{\varphi_{12}(f)} \quad (11)$$

$$C(f) = \frac{-2\pi f D_{23} \cos(\beta_1 + \beta_2 - \theta_M(f))}{\varphi_{23}(f)} \quad (12)$$

$$C(f) = \frac{-2\pi f D_{31} \cos \theta_M(f)}{\varphi_{31}(f)} \quad (13)$$

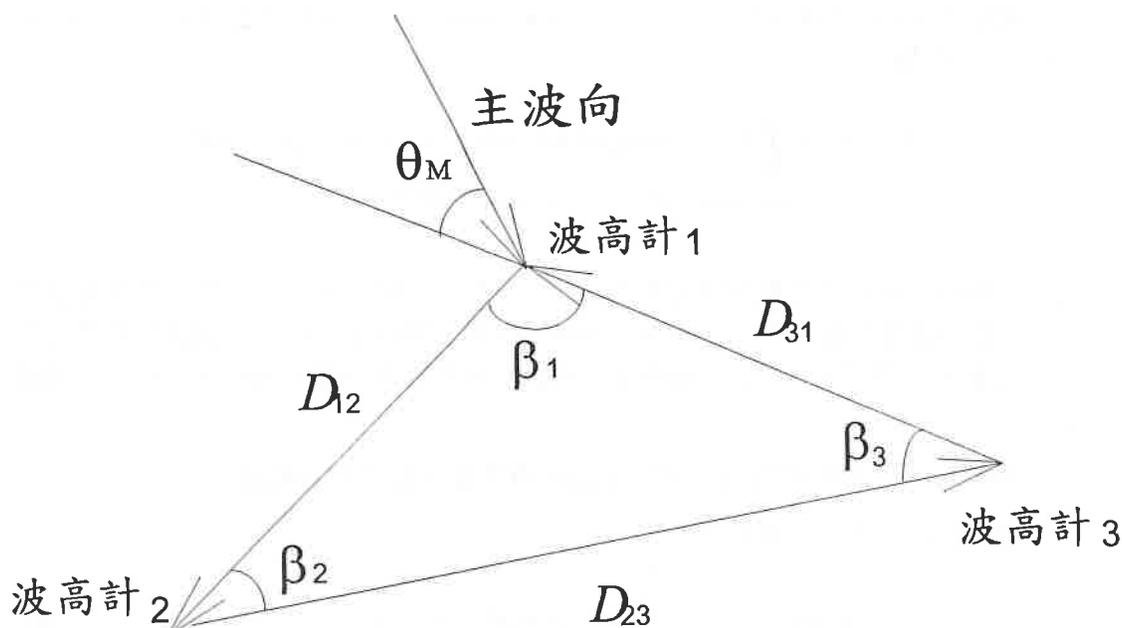


圖1 相位差法計算波向示意圖

式中 $\phi_{ij}(f)$ ($i, j = 1, 2, 3$) 指波高計 i 和 j 間的相位頻譜。上面三式中波速 C 和波向角 θ_M 相同，因此由上面三式中的任意兩式聯立（共三種聯立方程式）可解出平均波向 θ_M 為：

$$\theta_M(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{31}\phi_{12}(f) + D_{12} \cos(\beta_1)\phi_{31}(f)}{-D_{12} \sin(\beta_1)\phi_{31}(f)} \right\} \quad (14)$$

或

$$\theta_M(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{23} \cos(\beta_3)\phi_{12}(f) - D_{12} \cos(\beta_1)\phi_{23}(f)}{D_{23} \sin(\beta_3)\phi_{12}(f) + D_{12} \sin(\beta_1)\phi_{23}(f)} \right\} \quad (15)$$

或

$$\theta_M(f) = \tan^{-1} \left\{ \frac{D_{23} \cos(\beta_3)\phi_{31}(f) + D_{31}\phi_{23}(f)}{D_{12} \sin(\beta_3)\phi_{31}(f)} \right\} \quad (16)$$

上面三式所求出的 θ_M 結果必須相同，否則，表示有計算上或資料上的錯誤。

2.3 波浪方向頻譜計算 (EMEP 法)

磯部等(1984)學者所提出交錯頻譜(cross spectrum)與方向頻譜(directional spectrum)之間的關係：

$$\Phi_{mn}(f) = \int_k H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta) \{ \cos[K(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)] - \sin[k(x_{mn} \cos \theta + y_{mn} \sin \theta)] \} P(f, \theta) d\theta \quad (17)$$

式中下標 m 、 n 分別代表各個波高測計所在位置的序號， x_{mn} 表示第 m 個位置與第 n 個位置之間的距離， Φ_{mn} 為分別由 m 與 n 兩個位置所測得的水位訊號而計算出的交錯頻譜，上標 “*” 表示共軛複數， $H_m(f, \theta)$ 則為第 m 個位置的水面變位轉換函數。

Hashimoto (1994) 根據(17)式發展出EMEP法求波浪方向頻譜。

首先將(17)式改寫如下：

$$\Phi_i(f) = \int_0^{2\pi} H_i(f, \theta) G(f, \theta) d\theta \quad (i = 1, \dots, K) \quad (18)$$

其中：

$$H_i(f, \theta) = H_m(f, \theta) H_n^*(f, \theta)$$

$$\Phi_i(f) = \Phi_{mn}(f) / \{ P(f) W_{mn}(f) \}$$

$$W_{mn}(f) : \text{ 權重函數}$$

K ：表示共 K 組（任兩組水位訊號為一組）資料分別代入(17)式而得到的 K 個獨立方程式。

根據 Maximum Entropy Principle (EMP) 以及 Bayesian Direction Spectrum Estimation Method (BDM)，將方向分佈函數 $G(f, \theta)$ 表示成：

$$G(f, \theta) = \exp \{ \sum_{n=1}^N [a_n(f) \cos n\theta + b_n(f) \sin n\theta] \} \quad (19)$$

a_n ， b_n ($n = 1, \dots, N$) 為需求出的係數。因須滿足(5)式，故(19)式可寫成：

$$G(f, \theta) = \frac{\exp \{ \sum_{n=1}^N [a_n(f) \cos n\theta + b_n(f) \sin n\theta] \}}{\int_0^{2\pi} \exp \{ \sum_{n=1}^N [a_n(f) \cos n\theta + b_n(f) \sin n\theta] \} d\theta} \quad (20)$$

，求出 $G(f, \theta)$ 是最終的目的。

再將(20)式代入(18)式，考慮由實測資料計算的交錯頻譜，與(18)式計算所得結果之間的誤差，其誤差 Δ_i 表示如下：

$$\Delta_i = \frac{\int_0^{2\pi} \{\Phi_i - H_i(\theta)\} \exp\{\sum_{n=1}^N [a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta]\} d\theta}{\int_0^{2\pi} \exp\{\sum_{n=1}^N [a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta]\} d\theta} \quad (i = 1, \dots, K) \quad (21)$$

Φ_i 、 $H_i(\theta)$ 為對每頻率而言之 $\Phi_i(f)$ 、 $H_i(f, \theta)$ 的實數部分與虛數部份分開計算，再依據 $\sum \Delta_i^2$ 最小的原則，將式中的參數 a_n 、 b_n ($n = 1, \dots, N$) 逐步解出而得到 $G(f, \theta)$ 。然而，(21)式為非線性方程式，所以在求解 a_n 及 b_n 並不是相當容易；於計算方式上利用牛頓法經過反覆的疊代來處理。

三、觀測資料

3.1 測站位置與佈置

本研究使用的觀測資料是由國立成功大學台南水工試驗所提供。觀測平台測站設置於台西外海平均水深約15公尺、距海岸線約1.5公里處，地理位置如圖2所示，其係以直徑1公尺的空心圓柱為主幹，於柱上焊接一座長為3.9公尺、寬為3.3公尺的長方形平台。

量測水位訊號的波高計陣列是以四支置於水面上的超音波水位計組成，排列成不規則的四邊形，其中三支架設於平台的三個角落，各向外延伸1.5公尺；另一支則架設於平台下層的欄杆邊。圖3為觀測平台的俯視圖，由圖中可以瞭解波高計相互之間的位置；波高計的編號，由架設於下層平台欄杆邊的波高計算起，依逆時針方向排列，分別為CH1、CH2、CH3及CH4；陣列中，波高計相互間的最長距離為7.20公尺，最短距離為3.83公尺，平均距離為5.26公尺。

3.2 觀測資料的蒐集與處理

觀測平台上有自動控制系統，四支波高計於預定時刻同時起動記錄四組不同位置的水位訊號；工作流程每天重複12次，每隔2小時計測一次，記錄時間約20分鐘，取樣頻率為5HZ。

本研究選取1994年10月至翌年3月整季東北季風期間所測得的資料作分析。而在將資料作分析之前，先對所有的資料作可用性的檢驗，以確保分析結果的正確。檢驗方式與標準是

- (1) 波高檢驗：對每筆資料若示性波高（四組示性波高之平均值）小於1公尺，認為因波高過小對工程設計而言不致構成海洋波浪的條件，如此的資料加以捨棄。

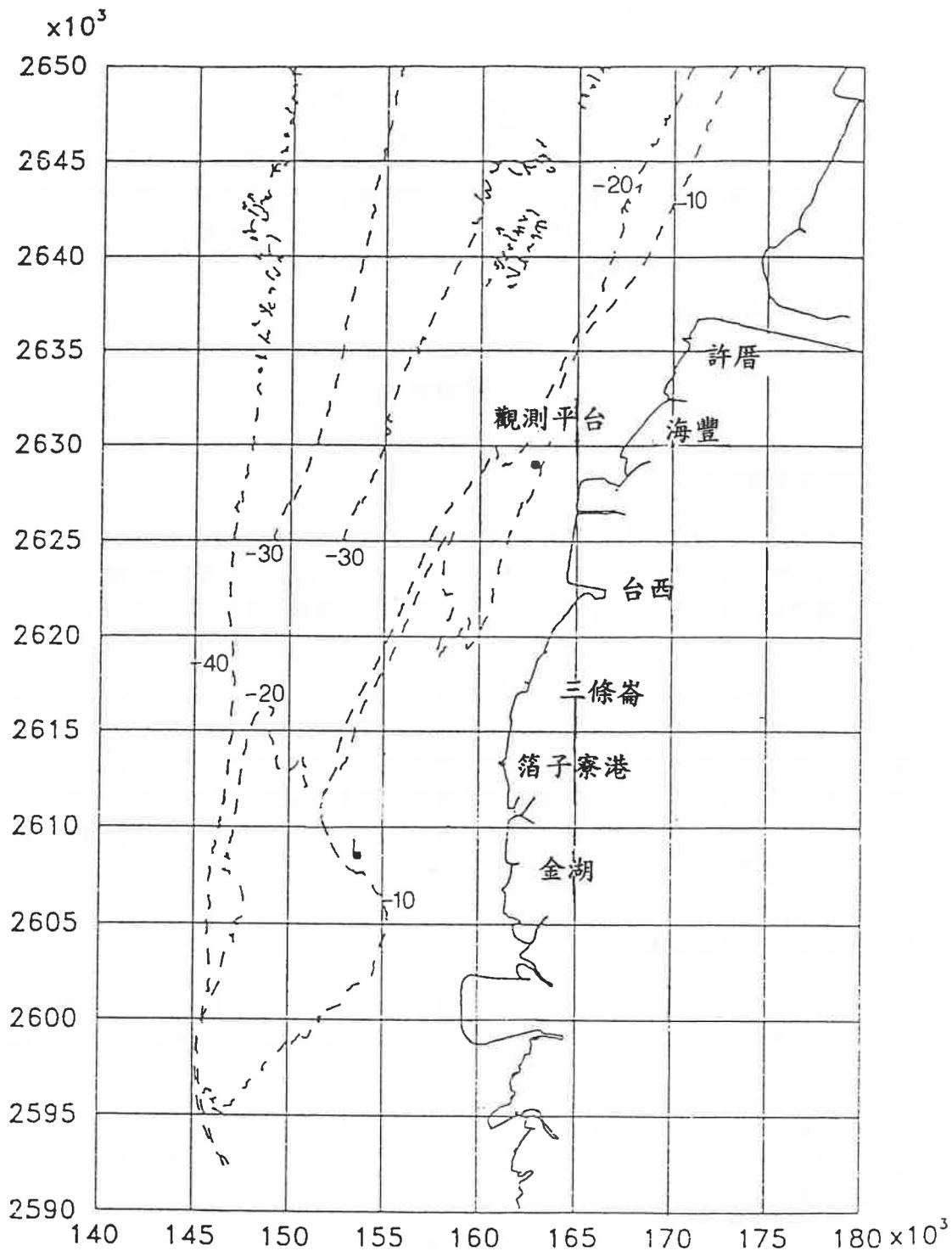


圖2 觀測平台位置圖

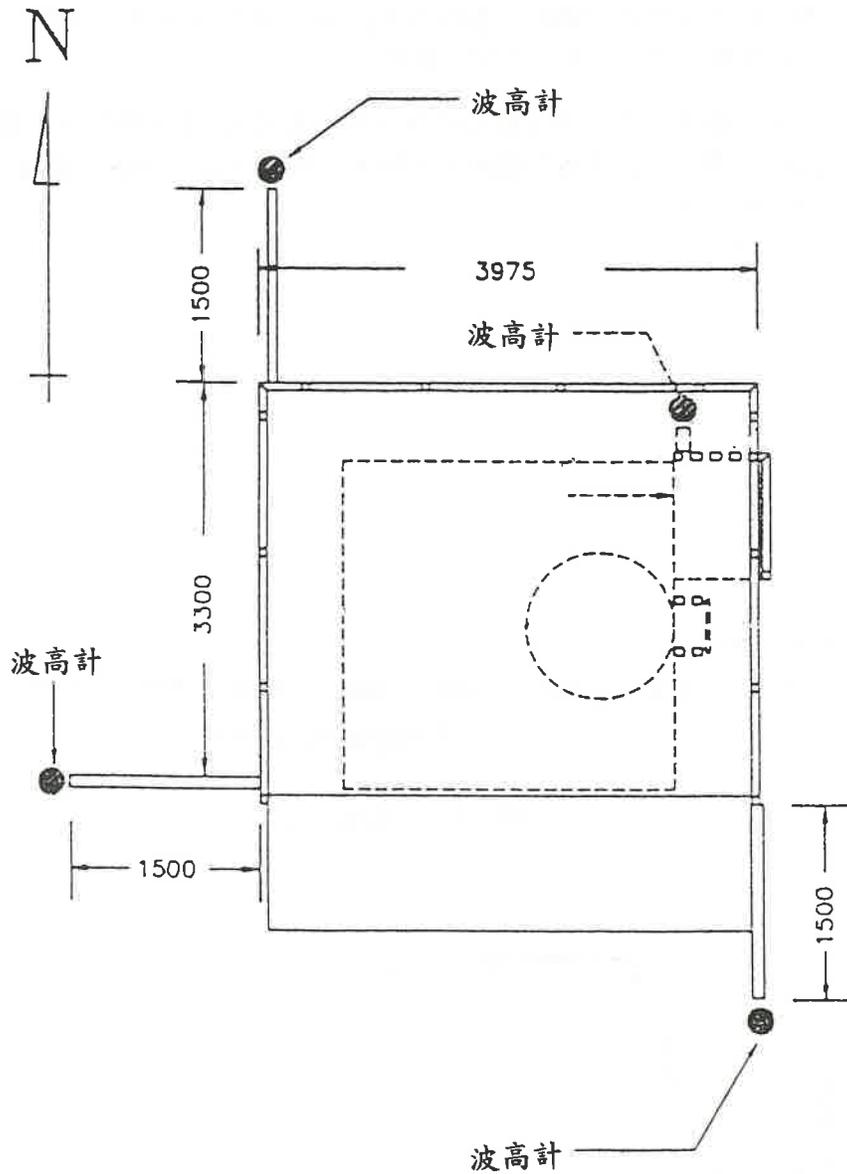


圖3 波高計配置示意圖(單位：mm)

- (2) 相關係數檢驗：因為在探討波浪的方向分散性時需利用不同位置的幾個訊號來推算，但此乃基於各不同位置的訊號在波浪統計特性上具有均一性存在，因此我們要求對於每筆資料，分別由四組水位訊號所求出的相互間之相關函數(Coherence)值皆須高於0.9，否則即認為數據不良而加以捨棄。利用這種檢驗方式同時使四根波高計彼此相互驗正，以避免因儀器故障採用到錯誤的數據。以1995年1月26日8時的資料為例，圖4(a)是能量頻譜圖，於圖中知道此實例的主頻約為

0.16HZ。圖4(b)是四根波高計中任意兩根波高計測得的水位訊號間的相關函數，由圖中可以看出於主頻附近各組二根水位訊號相互間的相關函數值皆大於0.9。表示這筆資料適合於本次的研究使用。

依照上述的篩檢方式，由全部1107筆資料中獲得251筆的資料來計算波浪的方向分佈。此部份資料之波浪發生條件，主頻大約為0.16HZ，波浪尖銳度大約0.02，相對水深大約0.25左右。

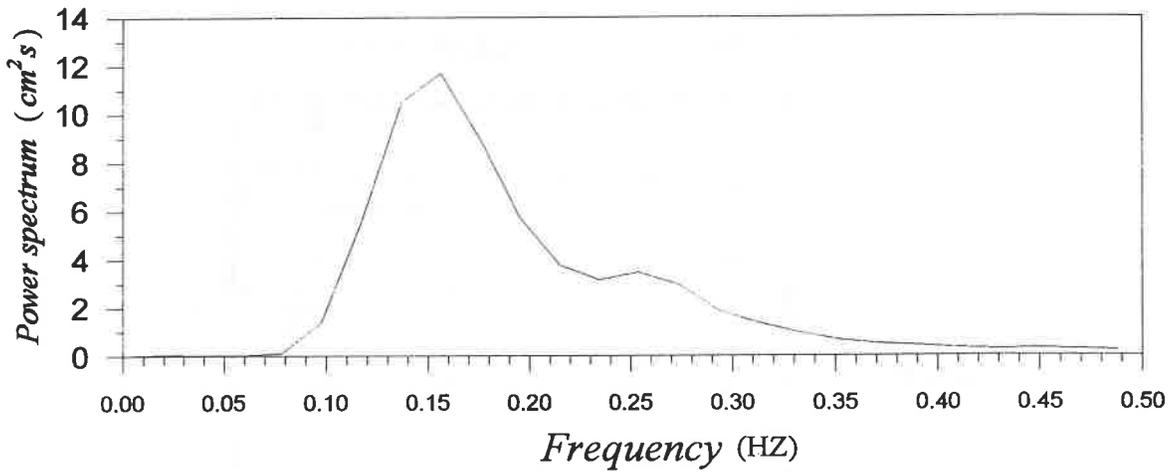


圖4(a) 能量頻譜圖

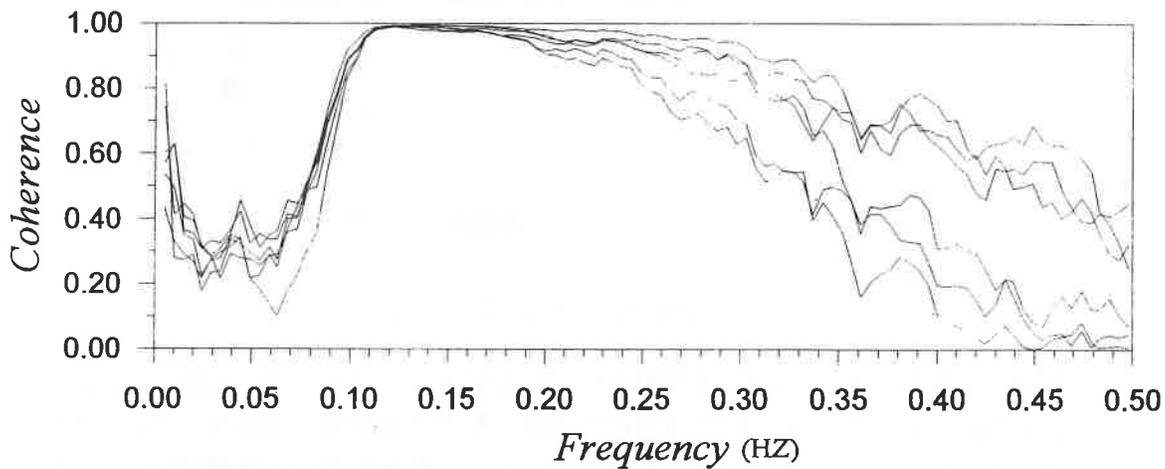


圖4(b) 相關函數圖

圖4 1995年1月26日之波浪頻譜與波高計間的相關函數

四、方向頻譜的計算結果與驗證

4.1 平均波向的計算與驗證

以95年1月26日8時的資料為例。我們利用由四根波高計陣列所得的水位訊號，依據EMEP方向頻譜模式計算出方向頻譜 $P(f, \theta)$ ，圖5即是由計算的結果分別繪成的三維方向頻譜圖和能量等值線圖。於方向頻譜圖中，波向的角度是以正北為基準（0度），依順時針方向計算。

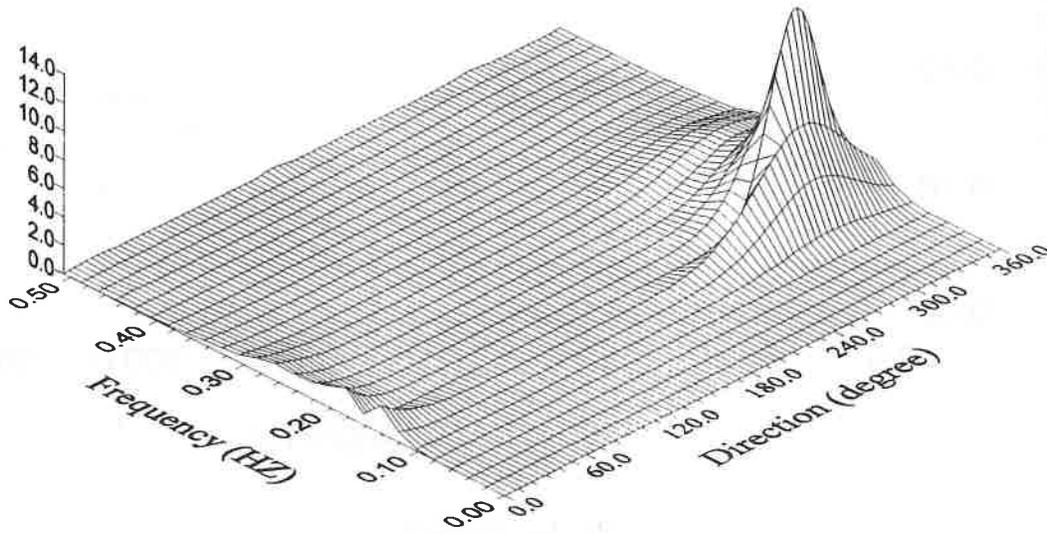


圖5(a) 三維示意圖

依Longt-Higgins(1957)的建議，利用方向頻譜的2次矩，可求得波浪的主波向 θ_P 、平均波向 θ_M 以及長峰參數 γ (Long crestedness parameter)，即

$$M_{pq}(f) = \int_{\theta} P(f, \theta) k^{p+q} \cos^p \theta \sin^q \theta d\theta \quad (22)$$

$$\theta_M(f) = \tan^{-1} \left(\frac{M_{01}}{M_{10}} \right) \quad (23)$$

$$\theta_P(f) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2M_{11}}{M_{20} - M_{02}} \right) \quad (24)$$

$$\gamma(f) = \left\{ \frac{M_{20} + M_{02} - \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}}{M_{20} + M_{02} + \sqrt{(M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

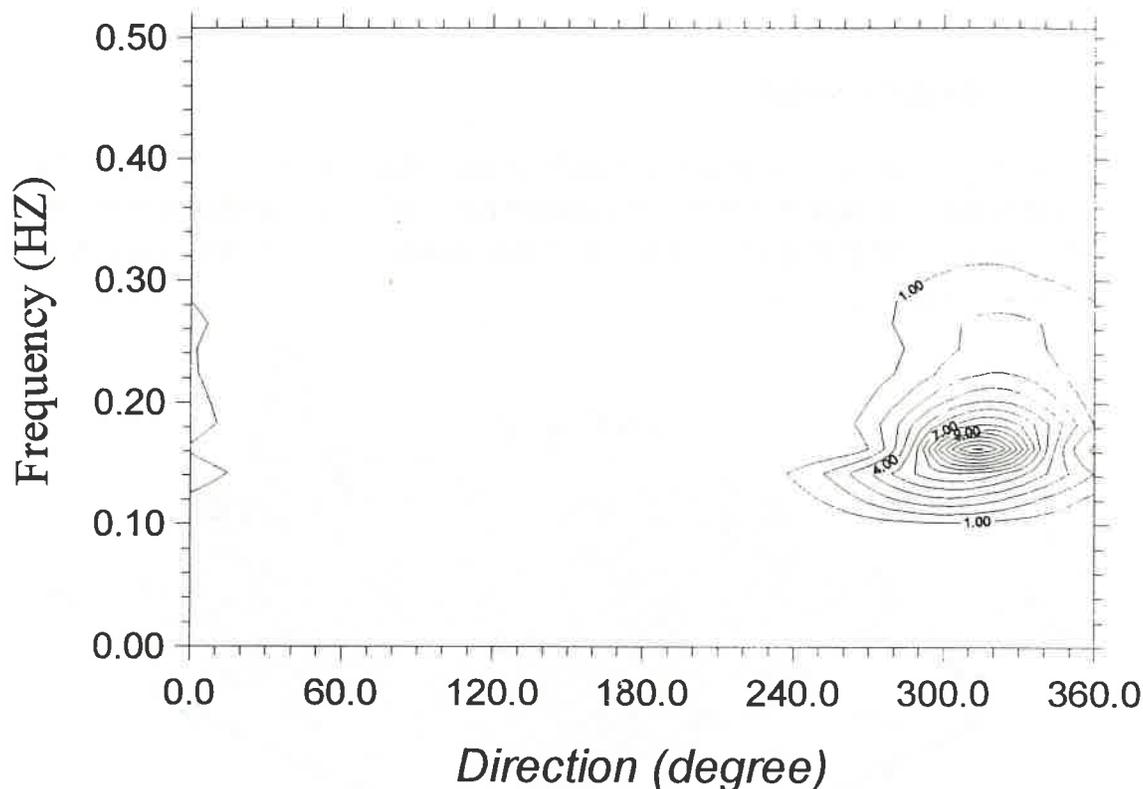


圖5(b) 等值線圖

圖5 1995年1月26日之波浪方向頻譜

我們對於利用EMEP法求得的方向頻譜 $P(f, \theta)$ 的每個頻率成份，求出其最大能量所在的角度，可發現其與 θ_M 、 θ_P 均係同值。此乃EMEP法求得的方向分佈均係對主方向對稱之故，因此以下各個頻率成份的代表波向均只以平均波向來討論。對於原具有非對稱性的資料而言，在此無法處理只好捨棄。圖6中的實線即為由(23)式求得各頻率成份的平均波向，圖中的虛線則是以相位差法對相同資料求出的平均波向。

相位差法的計算結果，如2-2節中所述，(14)式至(16)式三式所得平均波向角必須完全相同，否則表示在計算或資料方面仍有錯誤必須再加以檢查。但我們在計算過程中並沒有發生這樣的問題，因此證明了相位差法計算上相當合理。圖7是由上述資料依據相位差法所計算出的平均波向，圖上的三條虛線，分別是由(14)式至(16)式計算所得的結果。於圖中可以明顯的看出：此筆資料的三條虛線在能量密度明顯存在的頻率範圍內(0.08HZ ~ 0.35HZ)幾乎完全一致，能夠符合如此要求，表示波向的估算結果相當可靠。

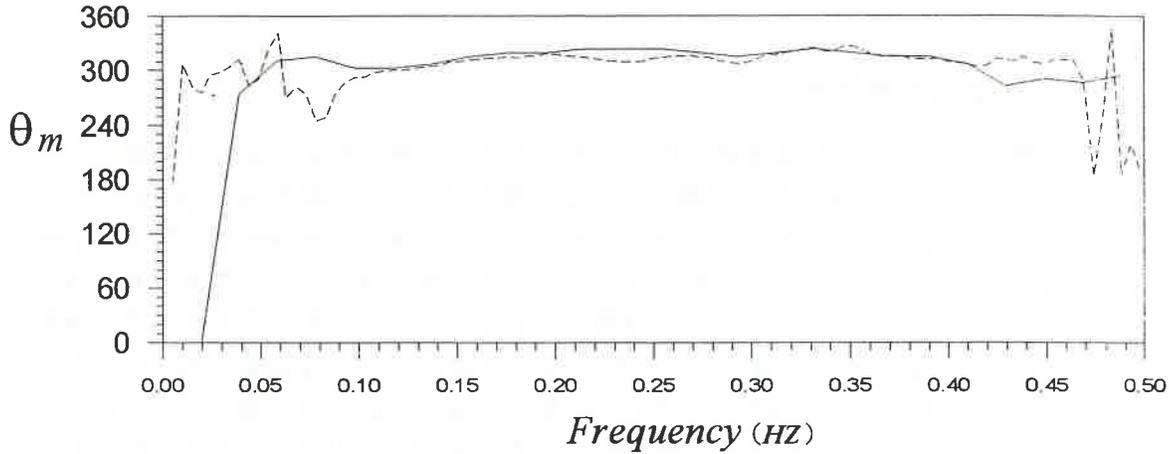


圖6 EMEP法與相位差法計算出之各頻率成份波主方向的比較

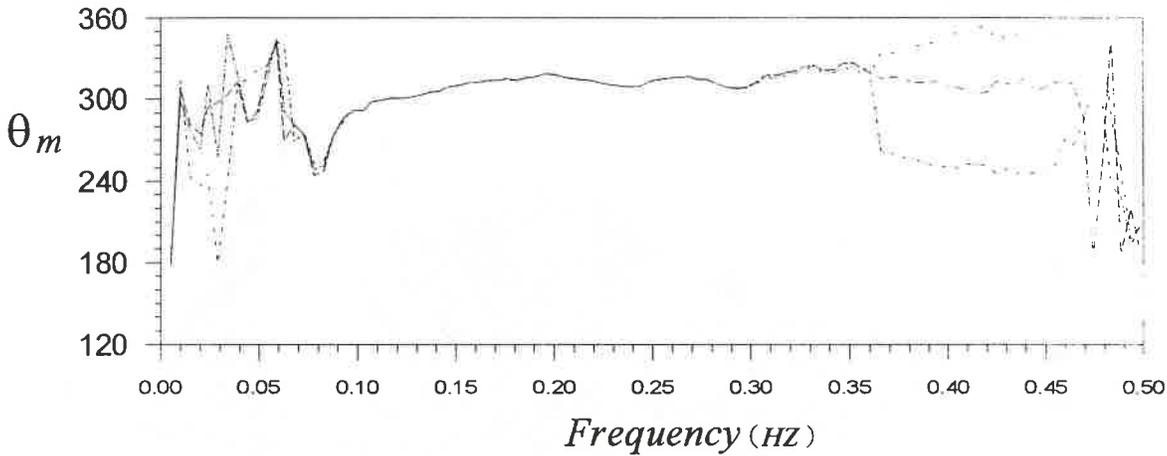


圖7 (14)式~(16)式(相位差法)計算出之各頻率成份波主方向的比較

對於圖6，實線是由上述資料依據EMEP方向頻譜模式求出的各頻率成分之平均方向，虛線則是由圖7中的三條虛線取其中一條，即根據相位差法所算出的平均波向。由圖6中可以清楚的看出，這筆資料於波浪主要能量區間內主頻附近，實線與虛線非常的吻合，若有差異，也僅在5度之內，亦即分別由兩種方法求出的平均波向幾乎相同；除此筆舉例的資料外，其餘的資料約有60%皆是如此的吻合，而另外約40%的資料，實線與虛線於主頻附近差異範圍由5至30度不等。對於實線與虛線有所差異的情況，表示這筆資料或許原始數據品質不良，也或許是EMEP法在使

用上已超過了其適用範圍(相位差法則因可自我驗證,故分析結果較為可靠)。總之,這些二者不合的資料,我們認為其分析結果不儘可靠,因此在以下作當地波向分佈的研究時則捨棄不用,只以吻合的60%資料來作討論。

4.2 方向分佈參數的計算

模式的正確性得到驗證後,接下來的工作:是由模式計算出的方向頻譜,分別配合(6)式的方向分佈函數,試著求出適合台西海域的方向分佈參數,以對該地的波向分佈特性進行描述。然而,由採用資料經由模式計算出的方向波譜,於本篇研究並沒有全部加以運用。首先,對於具多峰性的方向頻譜資料,因為成因複雜不適用於一般性的討論,故捨棄不用,僅運用單純的單峰資料來決定當地的波浪方向分佈特性。於圖4的能量等值線圖中可以清楚的看出,此筆資料四週能量由低漸高而最後集中於一個峰點,且峰點所在頻率即為主頻;這樣是一般風域單純的資料;然而,除了於主頻處有一個峰點外,另外還有第二個峰點出現(如圖8),如此的資料可能受非線性、多重波浪交會或其他不明原因的影響,佔採用資料的五分之二以上,如前所述,因為成因複雜,於本篇研究暫不討論。另外有為數不少的資料,峰點所在的頻率與主頻並不一致,這樣的資料就算僅有一個峰點,但在理論上無法解釋,一樣不予運用。

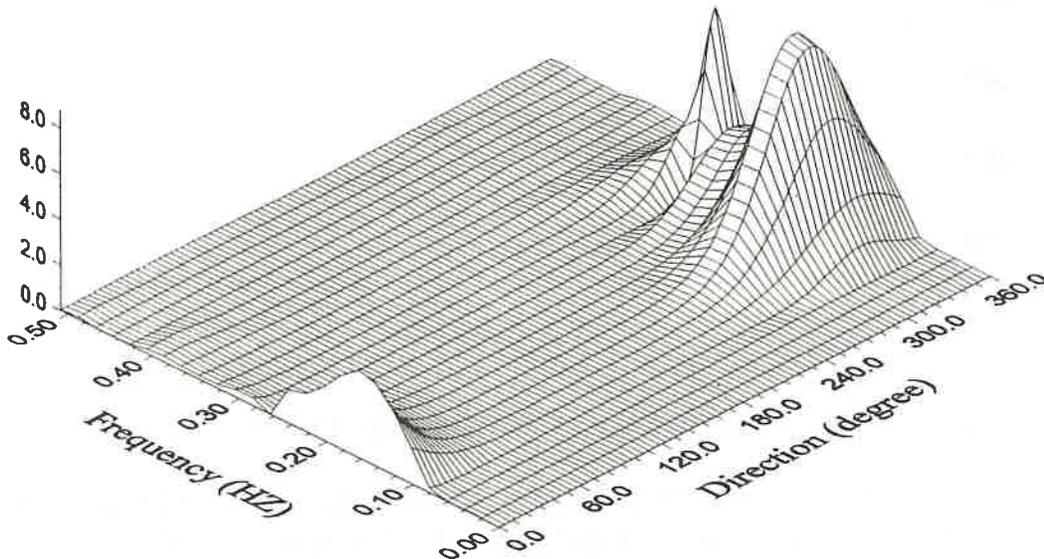


圖8 雙峰性方向波譜例(1994年11月23日)

依據(3)式,將方向頻譜 $P(f, \theta)$ 對每個頻率成份分別除以一維能譜 $P(f)$,即先將各頻率的方向分佈正規化,求得方向分佈函數 $G(f, \theta)$,然後再配合(6)式的型態去

找出參數 θ_M 和 s 。其中平均方向 θ_M 如上所述可由 (23) 式求出。而關於分佈參數 s ，若是假設方向分散的分佈型態是為 $\cos 2^s \frac{\theta}{2}$ ，則分佈參數 s 與長峰參數 γ 之間有如下的關係存在

$$s(f) = \left[\frac{1}{\gamma(f)^2} - \frac{1}{2} \right] + \left[\frac{1}{\gamma(f)^4} - \frac{3}{4} \right]^{1/2} \quad (26)$$

故利用 (25) 式求出的 γ 代入 (26) 式，即可求得每個頻率成份的分佈參數 s 。我們曾以本次實測數據為例，把由直接比對之試誤法求出的 s 與 (26) 式計算出的 s 作比較，發現兩者極為一致。

圖 (9) 同樣是 95 年 1 月 26 日 8 時的資料，由上述方法所求得的方向分佈參數 s 與無因次頻率之間的關係。由圖看出，方向分佈參數於主頻最大 (S_{max} ，約為 18)，表示波向分佈最集中於主頻處，而由主頻分別向低頻與高頻，方向分佈參數分別以不同的趨勢遞減，表示愈低頻或愈高頻其方向分佈愈分散。這樣的結果，與光易當初建議的方向分佈參數與頻率之間關係非常相似。

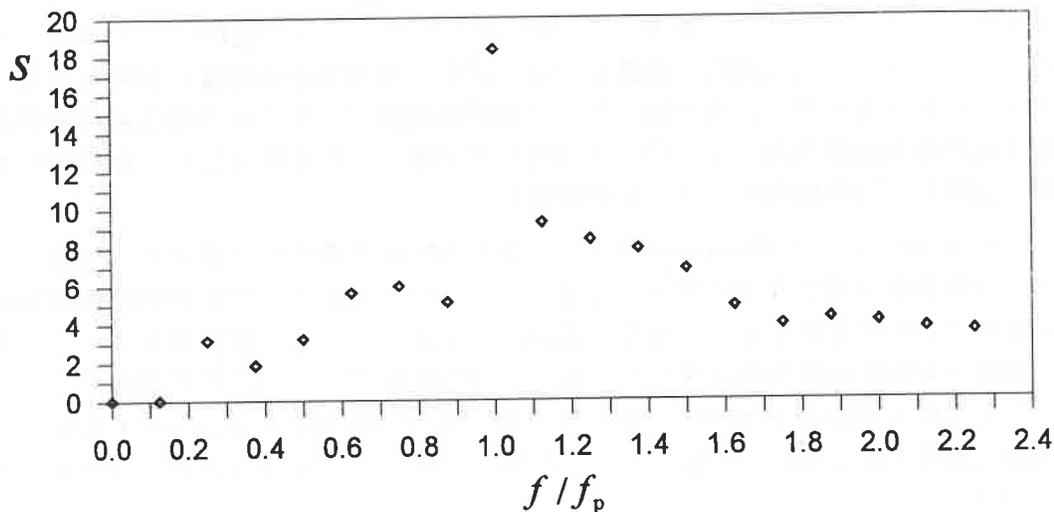


圖9 方向分佈參數與無因次頻率之關係圖
(1995年1月26日8時)

五、台西海域之方向波譜

5.1 平均波向的決定

經過選擇過濾後之台西海域所有波浪資料共有 49 筆。我們分別對每筆的每個頻率成分利用 (23) 式求出其平均波向 θ_M 。從圖 6 的例子中，可以發現各頻率成份的平均波向沒有明顯的變化趨勢。我們對其他的所有資料去觀察也是同樣的情況，也就是說平均波向 θ_M 並非頻率 f 的函數。接著欲瞭解此平均波向是否與波浪的發生條件有關，我們乃將既有的各筆資料之主頻成份的平均波向與風向做比對，結果如圖 10 所示（以正北為 0° ）數據相當散亂，未能發現兩者之相關關係。主要原因是因為此東北季風時期風向相當穩定，風向或波向之分佈範圍甚窄，無法有效的來辨別其相依關係。而從圖中我們可以看出波向均在 $310^\circ \sim 330^\circ$ ，風向均在 $0^\circ \sim 30^\circ$ ，兩者相差平均約 55° 左右。此可能是波浪從深海經折射作用進入測站而造成的方向差異。

5.2 方向分佈函數的決定

如上述所使用同樣的資料依 (26) 式，分別對每筆資料每個頻率成分求出最適合的方向分佈參數，並一同考量與無因次頻率之間的關係而重疊繪於圖 11。各資料於主頻時求得的方向分佈參數 S_{max} 並不相同，且分佈範圍相當廣（約在 7 ~ 48），因此其他頻率成分的方向分佈參數 (s) 分佈範圍亦相當廣，因而使得圖 11 顯得相當混亂。在此為求得分佈函數的一般統計特性，最簡單的方法就是將圖 11 的所有方向分佈參數分別對於相對的無因次頻率取平均值而繪成圖 12，如此較能清楚看出台西海域方向分佈參數與無因次頻率間，大致的分佈形態。同時我們再試著由圖 11 的所有數據迴歸出方向分佈參數與頻率間的關係式。

於 (7) 式中，當初 Mitsuyasu 建議方向分佈參數與頻率間的關係是小於主頻時方向分佈參數隨著無因次頻率的 5 次方遞增；而大於主頻時方向分佈參數隨著無因次頻率的 -2.5 次方逐漸遞減。本研究試圖以本次收集到的數據，求出適合台西海域如上述的方向分佈參數遞增與減趨勢之參數，亦即欲得到類似 (7) 式的數學關係式。為了敘述方便，將小於主頻方向分佈參數隨頻率遞增的趨勢參數定義為 a ，大於主頻遞減的趨勢參數定義為 b 。也就是最終要求如下類似 (7) 式而適用於台西海域的參數 a 、 b 。

$$\begin{cases} s = s_{max}(f/f_p)^a & (f \leq f_p) \\ s = s_{max}(f/f_p)^b & (f \geq f_p) \end{cases} \quad (27)$$

於圖 11 中的所有資料，主頻處的平均方向分佈參數 S_{max} 約為 15.5，以此作為台西海域 S_{max} 的代表，再利用試誤法一直改變 a 和 b 值得到能與實測值最為密合的參數，分別為 $a = 3.1$ 、 $b = -2.1$ 。

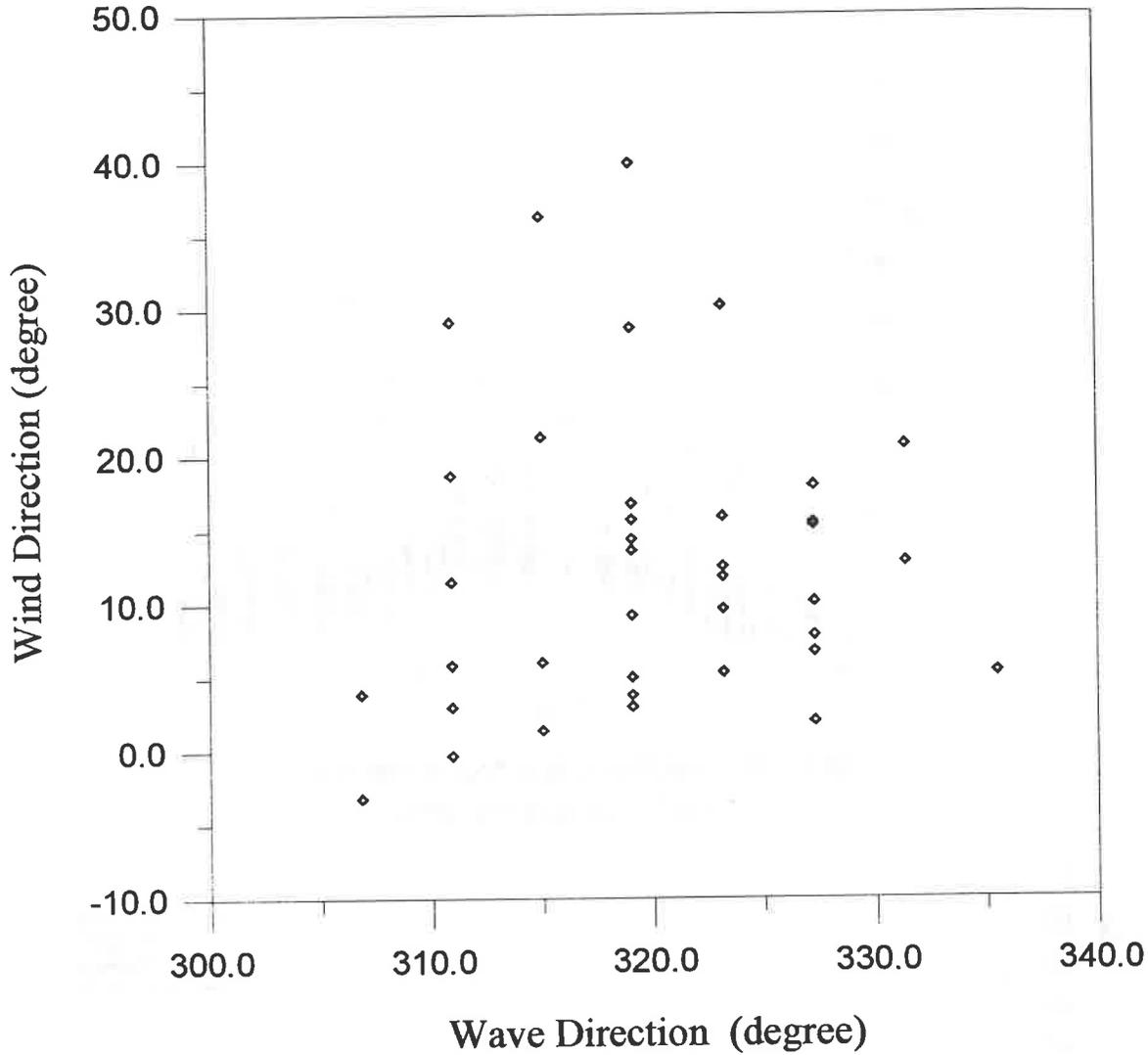


圖10 風向與波浪平均方向的相關性

此外嘗試直接用(7)式 ($a = 5$ 、 $b = -2.5$) 和(8)式 ($a = 4.05$ 、 $b = -1.91$) 來描述台西海域的方向分佈特性。分別對每筆波浪資料作出的方向分佈參數與無因次頻率間的關係圖(即如圖9)，在固定 a 和 b 的條件下，求出最適合的 S_{max} ；依全部資料以 $a = 5$ ， $b = -2.5$ 求出的 S_{max} 分佈範圍約在7~32，平均 S_{max} 約為14.7，以 $a = 4.05$ ， $b = -1.91$ 求出 S_{max} 的分佈範圍約在6~28，平均約為12.5，此均與上述直接求出的原始平均 S_{max} (15.5)相差不大。將由原始數據直接描繪出的公式與(7)式(Mitsuyasu)和(8)式(Hasselmann)的一起重疊描繪於圖12中，由圖中可以看出實測公式最為接近台西海域方向分佈參數對無因次頻率大致的分佈形態。若以以往深海的兩個經驗公式來比較，則Hasselmann的似乎又比Mitsuyasu的接近實測值。

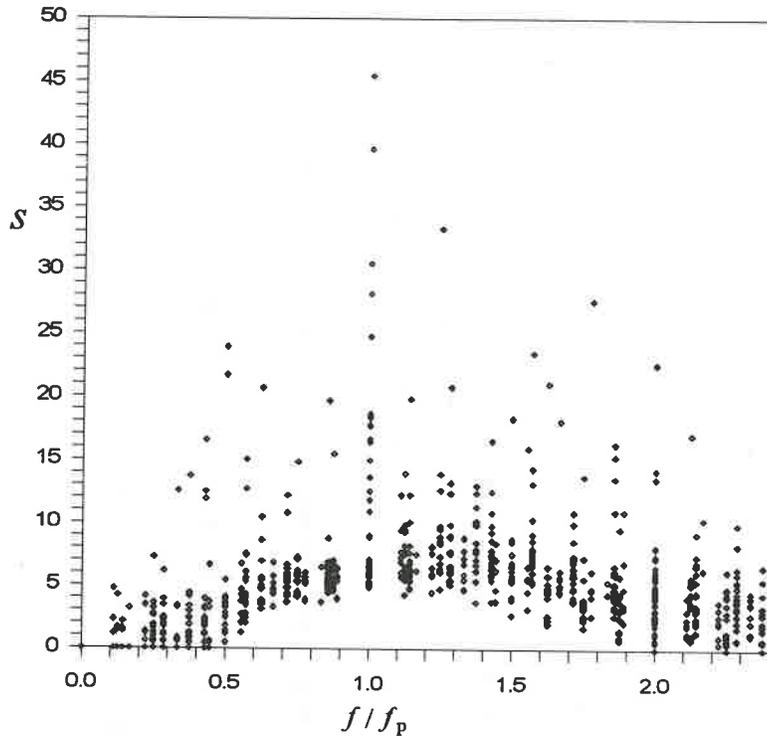


圖11 方向分佈參數與無因次頻率之關係圖
(採用台西海域全部資料)

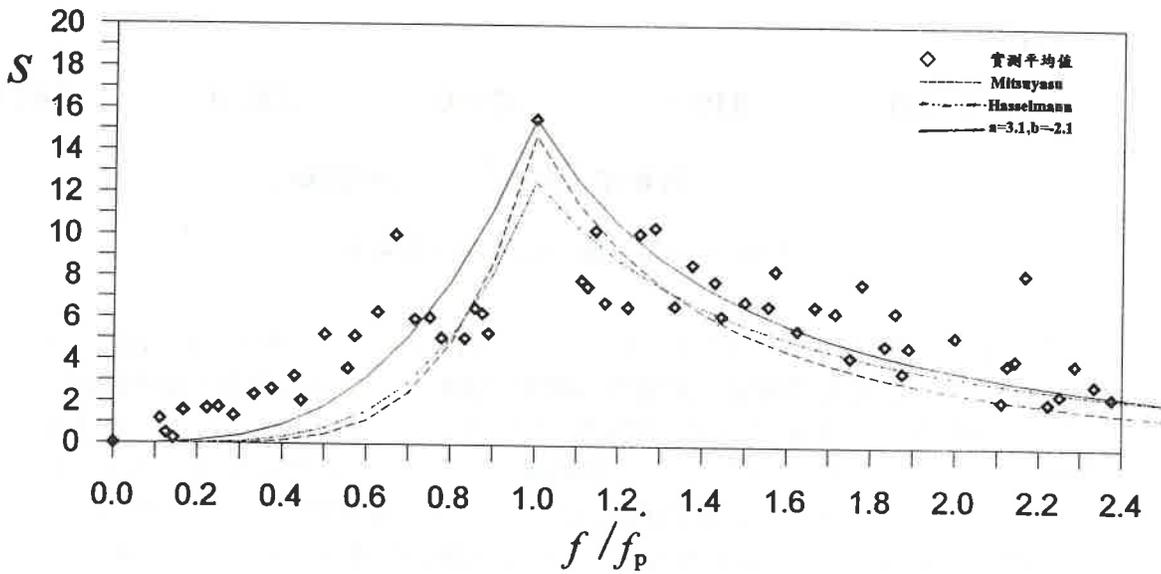


圖12 分佈參數之平均值與無因次頻率的相關圖以及若干經驗公式

Mitsuyasu (1975) 的研究認為 S_{max} 和風速 U 與主頻 f_P 的乘積有關，並提出關係式：

$$S_{max} = 11.5(2\pi f_P U/g) \quad (28)$$

我們由實測資料中之風速資料繪成 S_{max} 與 $f_P U/g$ 的關係圖 13，從圖中我們卻無法發現兩者間有明顯的相關性存在。另外我們亦嘗試用波浪尖銳度 (H/L)、相對水深 (D/L) 兩個無因次參數對 S_{max} 分散的情形找出其中的規則性，但最終並沒有發現其分佈的情形與這兩個無因次參數有關。

另依照合田(1990)的建議方式，採用 Mitsuyasu 型分佈來推算時，對深海風浪而言其 $S_{max} = 10$ 。但波浪進入淺水區時，因折射影響波浪的方向分散度會較為集中，本次量測到的波浪之相對水深平均約 0.25，依合田的方法推算 S_{max} 約是 13 左右。此與我們求到的 14.73 相當接近。所以合田的建議值雖然理論根據不強，但為方便仍頗為適用。

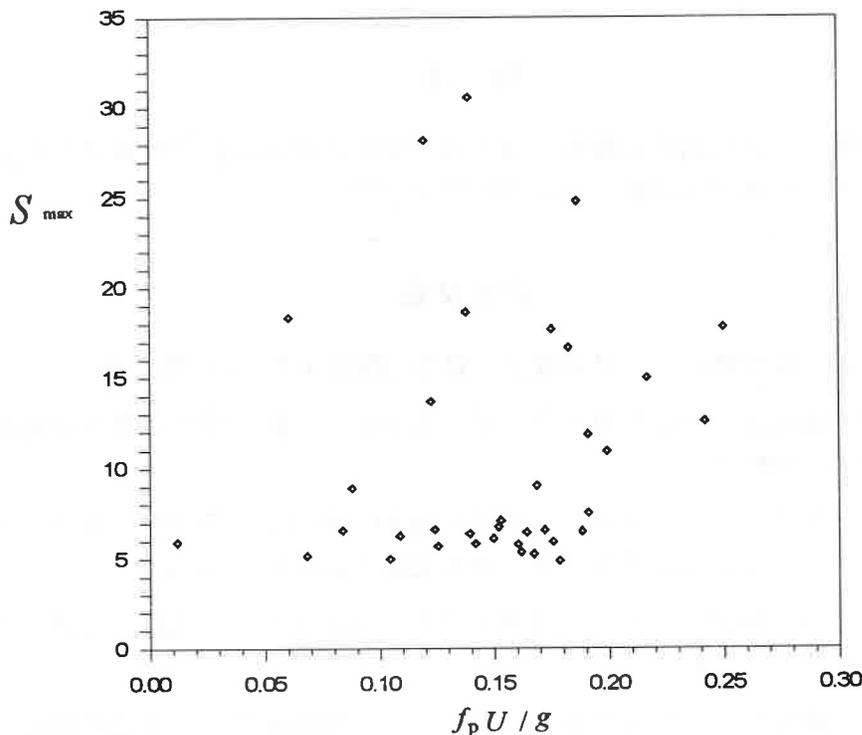


圖 13 S_{max} 與 $f_P U/g$ 之關係圖

六、結 論

本文提供一計算波浪方向頻譜和方向分佈函數的實例以供參考。本研究利用 Hashimoto (1994) 的擴張最大熵法(EMEP)，不需經過複雜的計算，由四根水位計的觀測結果可計算出波浪方向波譜。但在計算進行之前，需要先利用相關函數驗證不同位置量測到的水位信號間的一致性以保障計算結果的精確性。本研究利用三根水位計的相位差法求出各頻率成份的主波向來驗證方向波譜。其實在工程應用上若只是要知道主波向，則相位差法計算簡單又可自我驗證結果相當可靠，不失為觀測波向的一個好方法。

國內已有不少方向波譜的測定實例，但如何將此測定結果加以應用卻有待推展。在從實測到的方向頻譜推算方向分佈函數時，我們經過試誤法推算出方向分佈函數的分佈參數，然後再利用充份的觀測數據即可決定出分佈函數的標準型態(模式化)。此次我們將台西地區東北季風時期的波浪資料迴歸出適合當地的方向分佈函數的經驗公式，即(27)式其中 $S_{max} = 15.5$ ， $a = 3.1$ ， $b = -2.1$ 。發現此型態與 Mitsuyasu 建議的型態略有不同，而分佈參數則與 Gada 建議的甚為一致。此研究提出地域性波浪方向分佈函數，配合地域性波譜(kuo & chien, 1993)一起考慮則有了完整的方向波譜可供實際工程設計應用。另方面此推算方法和過程可提供以後其他地點或更多的數據整理資料時參考。

謝 辭

本研究所使用之台西海域觀測數據，係由成功大學水工試驗所提供，並獲得林西川教授與高家俊教授之協助，謹此致以感謝之意。

參考文獻

1. 合田良實，港灣構造物の耐波設計，鹿島出版社，第24-25頁(1990)。
2. 李春明，海洋方向波譜的觀測與分析，碩士論文，國立成功大學水利及海洋工程研究所，1993。
3. 林西川、陳森永，「Mitsuyasu 方向分佈函數之解析」，第十七屆海洋工程研討會暨1995兩岸港口及海洋開發研討會論文集，第227-239頁(1995)。
4. 梁億華，最大概似法分析方向波譜之研究，碩士論文，國立成功大學水利及海洋工程研究所，1993。
5. 蕭勝文、高家俊，「有限傅利葉級數法與最大概似法分析方法波譜之比較」，第十七屆海洋工程研討會暨1995兩岸港口及海洋開發研討會論文集，第227-239頁(1995)。

6. 磯部雅彦、近藤浩右、堀川清司，「方向スペクトルの推定におけるMLMの擴張」，日本第31回海岸工學講演會論文集，日本土木學會，第173-177頁(1984)。
7. 錢樺，最大熵法應用於推估方向波譜之研究，碩士論文，國立成功大學水利及洋工程研究所，1996。
8. Cartwright, D. E., "The Use of Directional Spectra in Studing the Output of a Moving Ship," ocean wave spectra, Prentice-Hall Englewood clifts, N.J., pp.203-218 (1963).
9. Hasselmann, D. E., M. Dunckel and J. A. Ewing, "Directional Wave Spectra Observed During jonswap 1973," J. physical Oceanography, 10, pp.1264-1280 (1980).
10. Longuet-Higgins, M. S., "The Statistical Analysis of a Random Moving Surface," Phil. Tran. Roy. Soc. London, Ser. A. Vol. 249, pp.321-387 (1957).
11. Mitsuyasu, H. et al, "Observation of the Direction Specturm of Ocean Waves Using a Cloverleaf buoy," Jour. Physical Oceanogr., Vol.5, No.4, pp.750-760 (1975).
12. Hashimoto, N. T. Nagai and T. Asai, "Extansion of Maximum Entropy Principle Method for Direction Wave Spectrum Estimation," 24th Internation Conference Coastal Engineering Research Council/ACSE, October 23 ~ 28, pp.232-246 (1994).
13. Kuo, Yi-Yu, Hisashi Mitsuyasu and Akira Masuda, "Experimental Study on the Phase Velocity of Wind Waves. Part2 Ocean Waves," Report of Research Institute for Applied Mechanics Vol.27, No. 84 (1979).
14. Kuo, Yi-Yu, Chung-Ching Chien, "A study on the Spectral form of Nearshore Water Waves," China Ocean Engineering, Vol. 7, No.3, (1993).

本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出，請將意見於六個月內寄交總編輯。

85年10月15日收稿

86年02月19日修改

86年06月13日接受

波浪與結構物互制之線性問題分析

李兆芳¹

關鍵字：波浪，結構物，互制作用。

摘 要

本文之目的在說明含波浪與結構物互制線性問題理論解析方法以及邊界元素數值方法之求解。文中首先建立一個典型含波浪與結構物互制之線性邊界值問題，然後直接求解得到理論解析解。由所得之理論解析解，則用以說明把互制問題分解成一波浪散射問題，以及一波浪幅射問題之理論依據。對於所討論之波浪與結構物互制問題，文中另以邊界元素數值方法求解。於數值模式中充份利用波浪與結構物互制邊界上之邊界條件，則互制方程式中之結構變數可以消去，所求解問題簡化成僅求解流場變數而已。相較於把問題分解成散射及幅射問題求解，此法可以節省求解矩陣計算時間。由數值與理論計算結果比較顯示數值分析之正確性。利用理論解，文中同時分析波浪與結構物互制問題中，結構物之阻尼效應對於整個波浪與結構物系統其動力反應之特性。

Decoupled Analysis of A Linear Wave-Structure Interaction Problem

Jaw-Fang Lee

Professor

Department of Hydraulics and Ocean Engineering

National Cheng Kung University, Tainan

Key Words: decoupled analysis, wave-structure interaction

¹ 國立成功大學水利及海洋工程系教授

ABSTRACT

A typical model of wave and structure interaction problem is used to illustrate solution schemes for solving coupled problems. An analytic solution to the problem is presented without decoupling the problem into a scattering problem and a radiation one. The solution is then used to interpret the principle of the decoupling method. Similarly, a boundary element model is developed to solve the coupled problem. With the use of the structure boundary condition and the structure equation, the structure unknown is eliminated, and the fluid matrix equations can be readily solved. The present solution scheme is comparatively more efficient than the decoupling solution scheme. The comparisons of the analytic and the numerical solutions show the accuracy of the present method. The analytical solution is then used to study the structure damping effects on the dynamics of the wave - structure coupled system.

1. INTRODUCTION

In the calculations of hydrodynamic wave forces acting on ocean structures, the phenomena of wave and structure interactions occur in most of the engineering problems. Ocean structures such considered in the problem including structures having flexible effects, floating structures, and compliant structures. So far, in the linear analysis the coupled problems have been solved by dividing the problem into a scattering problem and a radiation problem, and the problems are solved together with the use of the structure equation of motion (Sarpkaya and Isaacson, 1981; Mei, 1983; Chakrabarti, 1987; Clauss, Lehmann and Ostergaard, 1992). The advantage of using this approach is that the complicated coupled problem can be decoupled into simple scattering problem and its counterpart the radiation problem. The linear decoupling procedures are clear, and have been used extensively. The wave scattering and radiation problems have been studied by Black, Mei and Bray (1971) among others, and a state-of-art review of using various methods to solve the problem has been given by Mei(1978). Huang(1982) followed the decoupling approach studied the wave interference effects between large structures by using the finite element method. Similarly, Lee(1987) and Lee and Lou(1989) used a coupled boundary and finite element to calculate three dimensional fluid-structure interaction problems, and studied the hydroelastic effects of the ocean structures.

Although the wave and structure interaction problem can be solved by other approaches, for example, the source potential method used by Ursell(1964), and by Maskell and Ursell(1970) in studying the transient motion of a floating body; the partitioned solution scheme used by Lee and Leonard(1988) in studying the transient response of

the floating structure using the finite element method, these alternatives inevitably utilize extensively the boundary conditions at the fluid and structure interface to obtain the linear decoupled solutions.

In this study, a typical model of wave and structure interaction problem is designed to illustrate the theoretical background of the decoupling principle. And an equivalent to the existing decoupling method but computationally more efficient boundary element method is presented. The analytic solution and the numerical results are then compared to show the accuracy of the solution scheme. The analytic solution is then used to study the structure damping effects on the fluid-structure coupled system.

2. THEORETICAL SOLUTION

The model problem studied here is described in figure 1. A rigid plate having a mass M is attached to a spring resistance and a damper, the spring constant is $\bar{\lambda}$ and the damping coefficient $\bar{\mu}$. The water depth in front of the plate is h . An inertial Cartesian coordinate system is adopted such that the origin is located at the still water surface, and the positive x pointed to the right, and the positive z pointed upwardly. The structure is subjected to the action of incident waves, and correspondingly reflected waves generated travelling to the positive x direction. In the following, linear potential wave theory will be used, and periodic, steady state solutions will be pursued. The incident wave potential can be written as

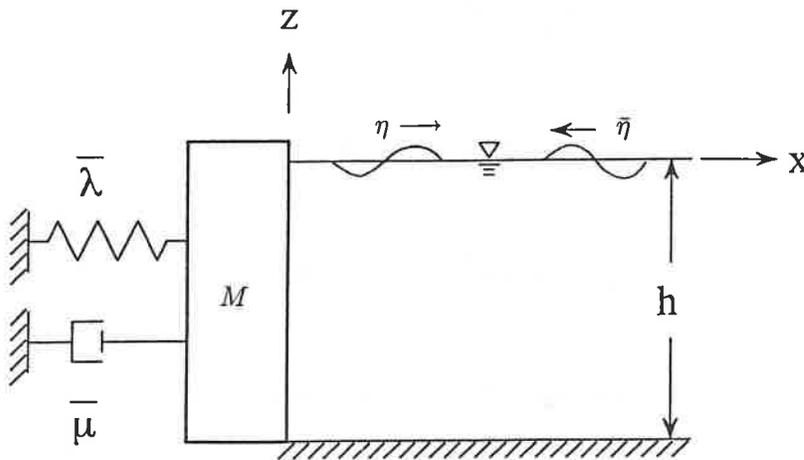


figure 1 Definition sketch of a model problem of wave and structure interaction.

$$\bar{\Phi}(x, z, t) = \bar{\phi}(x, z) \cdot \exp[-i\omega t] \quad (1)$$

$$\bar{\phi} = -\frac{gA \cosh[K(z+h)]}{\omega \cosh[Kh]} \cdot \exp[-iKx] \quad (2)$$

where $i = \sqrt{-1}$, g is gravity constant, and A is incident wave amplitude; $\omega = 2\pi/T$, T is the incident wave period; K is the wave number which can be calculated from the dispersion equation (Dean and Dalrymple, 1984). The reflected wave potential and the structural response can be expressed as

$$\Phi(x, z, t) = \phi(x, z) \cdot \exp[-i\omega t] \quad (3)$$

$$\xi(t) = s \cdot \exp[-i\omega t] \quad (4)$$

Note that $\phi(x, z)$ and s are complex variables.

The boundary value problem solving for the reflected wave potential can be written as

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\omega^2}{g} \phi, \quad z = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = -h \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = i\omega s - \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x}, \quad x = 0 \quad (8)$$

$$\phi \text{ outgoing; finite value, } x \rightarrow \infty \quad (9)$$

The equation of motion of the plate can be written as

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \bar{\mu} \frac{d\xi}{dt} + \bar{\lambda} \xi = F(t) \quad (10)$$

where the wave force term in the right hand side can be expressed as

$$F(t) = f \cdot \exp[-i\omega t] \quad (11)$$

$$f = i\rho\omega \int_{-h}^0 (\phi + \bar{\phi})|_{x=0} dz \quad (12)$$

Equations (5)-(9) and (10) form a set of coupled equations solving for the fluid potential and the structural response. The couplings of the flow and structural motion occur at the structure boundary, $x=0$, through the kinematic condition, Eq.(8), and the dynamic condition, Eq.(10).

The solutions to the linear coupled problem described above can be rather straightforward if one follows the right way. For the reflected waves, the solution satisfying Eqs.(5), (6), (7), (9) can be expressed as (Dean and Dalrymple, 1984)

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos[k_n(z+h)] \cdot \exp[-k_n x] \quad (13)$$

where the wave number k_n can be solved from the dispersion equation

$$\omega^2 = -gk_n \tan[k_n h], \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

where $k_0 = -iK$ is defined. The coefficients shown in Eq.(13) can be solved by the use of Eq.(8) together with the orthogonal function $\cos[k_n(z+h)]$ in the interval $-h \leq z \leq 0$, and can be expressed in terms of the structural response as

$$C_0 = -\frac{gA}{\omega \cosh[Kh]} + \frac{\omega \sinh[Kh]}{K^2 N_0} \cdot s \quad (15)$$

$$C_n = -\frac{i\omega \sin[k_n h]}{k_n^2 N_n} \cdot s, \quad n \geq 1 \quad (16)$$

where

$$N_0 = \frac{2Kh + \sinh[2Kh]}{4k} \quad (17)$$

$$N_n = \frac{2k_n h + \sin[2k_n h]}{4k_n}, \quad n \geq 1 \quad (18)$$

With substitutions of Eqs.(1), (13), (15), (16) into the structure equation, Eq.(10), one can solve for the structure motion as

$$s = \frac{-2i\rho g A \sinh[Kh]/K \cosh[Kh]}{-\omega^2(M + M_a) - i\omega(\bar{\mu} + m\mu_r) + \bar{\lambda}} \quad (19)$$

where the added mass M_a and the radiation damping μ_r can be expressed as

$$M_a = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\rho \sin^2[k_n h]}{k_n^3 N_n} \quad (20)$$

$$\mu_r = \frac{\rho \omega \sinh^2[Kh]}{K^3 N_1} \quad (21)$$

The solution of Eq.(19) can be substituted into Eqs.(15) and (16), and the wave potential is completely determined, and the coupled problem is fully solved. The structure response as given by Eq.(19) is in complex form. A further mathematical manipulation gives

$$s = R + iI \quad (22)$$

where

$$R = \frac{2\rho g A \tanh Kh}{k[(\bar{\lambda} - \omega^2 \bar{M})^2 + \omega^2 \bar{\mu}^2]} \cdot \omega \bar{\mu}^2 \quad (23)$$

$$I = \frac{2\rho g A \tanh Kh}{K[(\bar{\lambda} - \omega^2 \bar{M})^2 + \omega^2 \bar{\mu}^2]} \cdot (\bar{\lambda} - \omega^2 \bar{M}) \quad (24)$$

and

$$\bar{M} = M + M_a \quad (25)$$

$$\bar{\mu} = \mu + \mu_r \quad (26)$$

Equations. (23) and (24) show that the denominators are possible to have zero values, which give the resonant condition. It can also be observed that due to the added mass and radiation damping of the wave actions, the resonant frequency is modified to be different from the original structural natural frequency. The equation deduced from the denominator gives

$$\tilde{M}^2 \omega^4 + (\bar{\mu}^2 - 2\bar{\lambda}\tilde{M})\omega^2 + \bar{\lambda}^2 = 0 \quad (27)$$

Equation (27) is basically complicated to solve for the frequency as the added mass and radiation coefficients are involved which are nonlinear from the dispersion relationship. However; it is simple to check if a particular frequency falls within the vicinity of the resonant frequency by using such as the graphical method.

In the above solution, the coupled problem is solved without decoupling the problem into a scattering problem and a radiation one. However, the solution can be used to show the theoretical background of the decoupling method. In the problem, the total wave field consisting of incident waves and reflected waves can be reformulated using Eqs.(2), (13), (15), (16) as

$$\phi^T = \bar{\phi} + \phi = \phi^D + s \cdot \phi^R \quad (28)$$

where

$$\phi^D = -\frac{2gA}{\omega \cosh[Kh]} \cosh[K(z+h)] \exp[iKx] \quad (29)$$

$$\phi^R = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i\omega \sin[k_n h]}{k_n^2 N_n} \cos[k_n(z+h)] \cdot \exp[-k_n x] \quad (30)$$

Equations (29) and (30) represent, respectively, the total reflecting waves, and the radiation wave potential generated by structural motion of unit amplitude. Similarly, the total wave force in Eq.(11) can be rewritten as

$$f^T = f^D + s \cdot f^R \quad (31)$$

where

$$f^D = -\frac{2i\rho g A \sinh[Kh]}{K \cosh[Kh]} \quad (32)$$

$$f^R = \rho\omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2[k_n h]}{k_n^3 N_n} = \omega^2 M_a + i\omega\mu_r \quad (33)$$

where f^D and f^R represent the scattering wave force and the radiation wave force, respectively. It can be seen that in the above decoupling expressions, once the decoupled

scattering and the radiation wave potentials were solved, then with the substitutions of Eqs.(31)-(33) into the structure equation of motion, the structure motion can then be readily solved using Eq.(19). The total expression Eq.(31) is implicit function of the structure response, The total expression Eq.(31) is implicit function of the structure response, which can be substituted by using Eq.(22). Equation (31) therefore can be reformulated as

$$f^T = (\omega^2 RM_a - \omega I \mu_r) + i[(\omega R \mu_r + \omega^2 IM_a) - \frac{2\rho A \tanh Kh}{K}] \quad (34)$$

Equation (34) is in complex form, and it is interesting to examine if at a certain frequency the wave force can be minimal. Related discussions will be given in the section of results and discussion.

The above description shows that the analytic solution presented in this study is equivalent to the decoupling method. Moreover, one can realize that in the linear analysis, it is not necessary to adopt the decoupling solution procedures, and the solution can still be obtained by skillfully using the fluid and structure interface boundary conditions. In the above analytic solution of the coupled problem, the wave problem is solved first, to obtain the fluid potential function expressed in terms of the structure response, then the structure equation is solved for the unknown structure motion. At this point, it is instructive to ask in solving the coupled problem if the solution can still be obtained, if the structure equation is solved first and then the wave problem is solved afterwards.

3. BOUNDARY ELEMENT SOLUTION

The numerical methods can be used to solve the coupled problems for structures with more general types. In the linear analysis, the decoupling procedures have also been used in the numerical solution (Sarpkaya and Isaacson, 1981; Huang, 1982; Lee, 1987; Lee and Luo, 1989). In this section, in contrast to the decoupling method, a boundary element model utilizing directly the structure interface boundary conditions is presented. In the following only the frame work of the numerical modelling will be stated, for the details one can refer to standard texts, e.g., Brebbia (1987), Brebbia and Dominguez (1989) among others.

For the problem depicted in figure 1, the free surface boundary, the structure surface, the bottom, and the radiation boundary are designated as B_1, B_2, B_3, B_4 , respectively. The boundary element equation for the problem can be written as

$$[H_1 \quad H_2 \quad H_3 \quad H_4] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = [G_1 \quad G_2 \quad G_3 \quad G_4] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (35)$$

where the subscript indicates the corresponding boundary, and q_j represents the normal derivative of the wave potential at the j th boundary. The expressions of the matrix coefficients H_j and G_j can be found in Brebbia (1987). Before substitutions of the boundary conditions into Eq.(35), one may notice that in the structure boundary condition, the structure motion is still not known. Therefore, in general, additional structure equation is needed to solve the problem. This structure equation and the fluid equation form a set of two coupled equations solving for the coupled problem. Solving the coupled equation system, one can use the solution schemes such as the staggered scheme or the partitioned method (Park, Felippa and Deruntz, 1977; Lee and Leonard, 1988). For the model problem in this study, the structure motion is only one degree of freedom, therefore, an analytic expression of the structure motion can be derived in terms of fluid potential, which is then substituted into the fluid equation to eliminate the structure unknown, and the fluid equation can be solved.

Using the boundary element convention, the total wave force shown in the structure equation, Eq.(11), can be written as

$$f^T = \bar{f} + f \quad (36)$$

where

$$\bar{f} = -\frac{i\rho g A \sinh[Kh]}{K \cosh[Kh]} \quad (37)$$

$$f = i\rho\omega \int_{-h}^0 \phi|_{x=0} dz = i\rho\omega \sum_{j=1}^{N_2} \phi_{2j} \ell_j \quad (38)$$

in which ℓ_j is the length of the j th element on the structural boundary, and N_2 is the number of elements. From Eqs.(36)-(38), the total wave force is expressed in terms of the discrete wave potentials.

With substitutions of Eqs.(36)-(38), the structure motion can be derived via Eq.(10) as

$$s = \frac{-\frac{i\rho g A \sinh[Kh]}{K \cosh[Kh]} + i\rho\omega \sum_{j=1}^{N_2} \phi_{2j} \ell_j}{-\omega^2 M - i\omega\bar{\mu} + \bar{\lambda}} \quad (39)$$

Using Eq.(39), the normal derivative of the wave potential on the structure boundary can be written as

$$q_2 = \bar{q}_2 + \sum_{j=1}^{N_2} \bar{G}_{2j} \phi_{2j} \quad (40)$$

where

$$\bar{q}_2 = \frac{iKgA \cosh[K(z+h)]}{\omega \cosh[Kh]} - \frac{\rho g A \omega \sinh[Kh]}{K \cosh[Kh](-\omega^2 M - i\omega\bar{\mu} + \bar{\lambda})} \quad (42)$$

$$\bar{G}_{2j} = \frac{\rho \omega^2 \ell_j}{-\omega^2 M - i\omega\bar{\mu} + \bar{\lambda}} \quad (43)$$

Substitutions of Eqs.(40)-(42) into Eq.(35) yield

$$\left[\begin{array}{cccc} H_1 - \frac{\omega^2}{g} & H_2 - \sum_{j=1}^{N_2} \bar{G}_{2j} \ell_j & H_3 & H_4 - iKG_4 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{array} \right\} = [G_2] \{ \bar{q}_2 \} \quad (44)$$

Equation (43) now contains only fluid variable, and can be readily solved for boundary potentials. Once the fluid problem is solved, the free surface elevation, the structure response, and the wave force acting on the structure can be calculated subsequently.

In the above boundary element solution scheme, the boundary conditions at the structure boundary have been used directly to reduce one problem unknown in the coupled problem, therefore, the numerical matrix equation is solved for the fluid problem only one time. It is more efficient than the decoupling solution method wherein a scattering and a radiation problems should be solved separately, thus two times matrix calculations. It is also interesting to note that in the numerical solution, the structure equation is solved in the first place to obtain the structure motion in terms of the wave potential, then the fluid system equations are solved to obtain the solutions for the fluid problem. It is in a reverse procedure compared to the analytic solution presented in previous section. To fully understand the decoupled solution scheme, it is suggested that the reader derive the theoretical counterpart of the numerical solution method.

4. RESULTS AND DISCUSSION

In this section, the analytic solutions of the model problem will be compared with the boundary element numerical results to show the accuracy of the numerical method. The analytic solution will then be used to calculate the damping effects of the structure damper on the fluid and structure coupled system.

Consider a rigid plate with a mass of 5000 kg, attached by a resistant spring with a spring constant 10000 Newton/meter, and with no structure damping, and is subjected to the action of incident waves. The water depth is 3.0 meter. The comparisons of analytic solutions and boundary element numerical results for dimensionless structure response, s/A , reflected wave amplitude, A_r/A , and total wave force acting on the structure, $|f^T|/\rho g A^2$, versus relative water depth, Kh , are shown in figures 2-4, respectively. The comparisons show that the theory and numerical results match with each other very well, which indicates that the numerical scheme used in the boundary element model is correct. From figure 2, it can be seen that the structure response increases with the increasing wave period. This is true as longer waves act larger wave forces. It is interesting to check if resonant frequencies occur. Using a graphical method Eq.(27) is plotted, and it is found that within the wave frequencies shown in figure 2, there occurs no resonance.

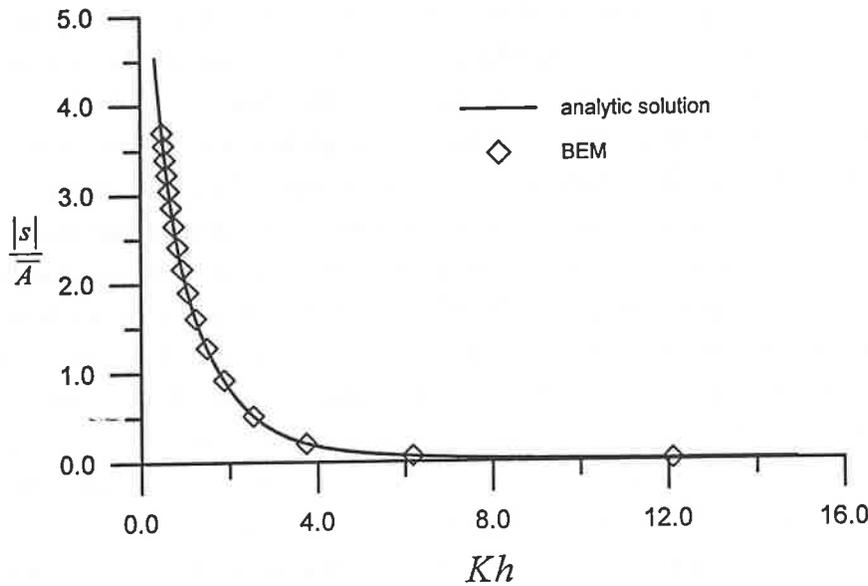


Figure 2 Comparison of analytic and boundary element solutions for dimensionless structure motion.

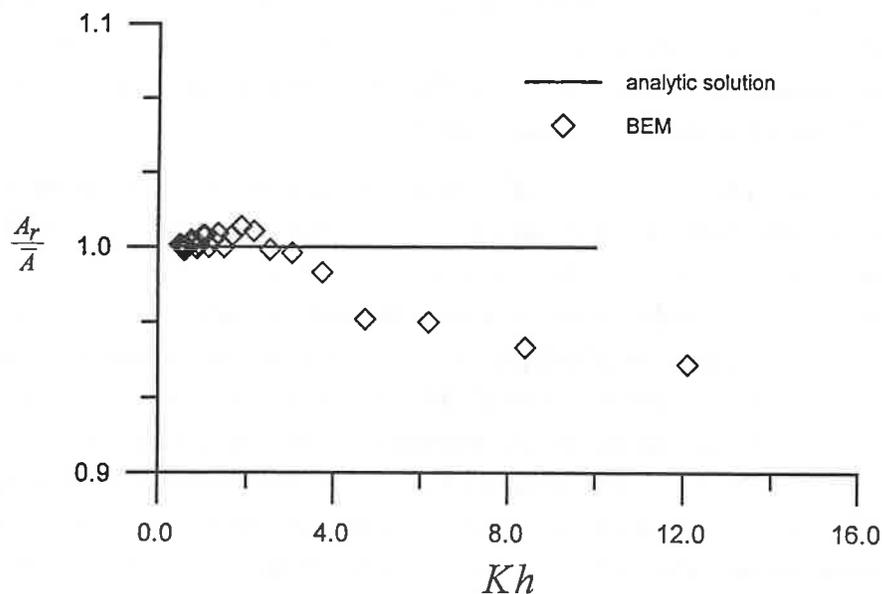


Figure 3 Comparisons of analytic and boundary element solutions for the reflected wave coefficient.

In figure 3, the analytic solution of the ratio of the reflected wave amplitude to the incident wave is shown to be one, which means that in front of the rigid plate, total reflected waves occur disregarding the motion of the structure. This is correct, since in this case the wave-structure system has no energy loss, and incident waves are totally reflected. Since in the boundary element calculation a fixed size element mesh is used, therefore, it can be seen that errors in the numerical solutions increase up to about 5%. This numerical errors can be reduced by using a finer element mesh for shorter wave cases. As for the total wave force acting on the structure shown in figure 4. It is interesting to note that the total wave force is zero at the structural natural frequency, in this case $\sqrt{2}\pi$. However, from the discussion for figure 2, it is understood that at this inherent natural frequency of the structure, there occurs no resonance. From further check of equation (34) one can see that the added mass and radiation damping can be balanced by incident waves. In this problem it occurs at the natural frequency of the structure. Figures 2-4 further show that in spite of errors of the reflection coefficient shown in figure 3, the results of the structure response and the wave force are still in appraisable comparisons. This indicates that the reflection coefficient is more sensitive than the resolution of the element mesh in the numerical analysis. Therefore,

the reflection coefficient can be used to identify whether the numerical results are good enough to represent the physical problems.

To see the structural damping effects, the damper coefficient $\bar{\mu}$ of 5000, and 10000 Newton/(meter/sec) are added in the problem considered above. Analytic results of the structural response, s/A , the reflected wave coefficient, A_r/A , and the total wave force coefficient, $\frac{|f^T|}{\rho g A^2}$, are shown in figures 5, 6, and 7, respectively. Figure 5 shows that with the added structural damping the structure response is reduced, and this added structural damping is effective for $Kh \leq 4.0$, and shows little effect for short waves. It is understood that in the case of short waves, the structure mass is already large enough, therefore, the added structure damping shows little effect on the structure motion. As to the reflected wave coefficient, figure 6 shows that with the added structural damping, the reflected waves can be reduced by a large amount, and it tends to be minimal at structure natural frequency. The structural damping effect on the total wave force as shown in figure 7 indicates that with the added structural damping, the total wave force is reduced in the general trend. The drastic variation near the structural natural frequency is also lessened, and the larger the structural damping the less the variation of the total wave force.

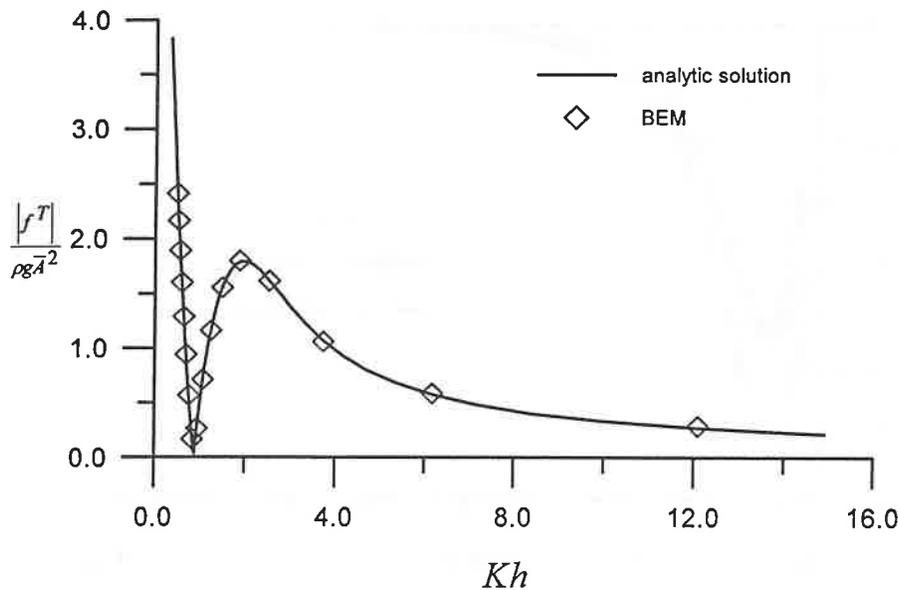


Figure 4 Comparisons of analytic and boundary element solutions for dimensionless total wave force.

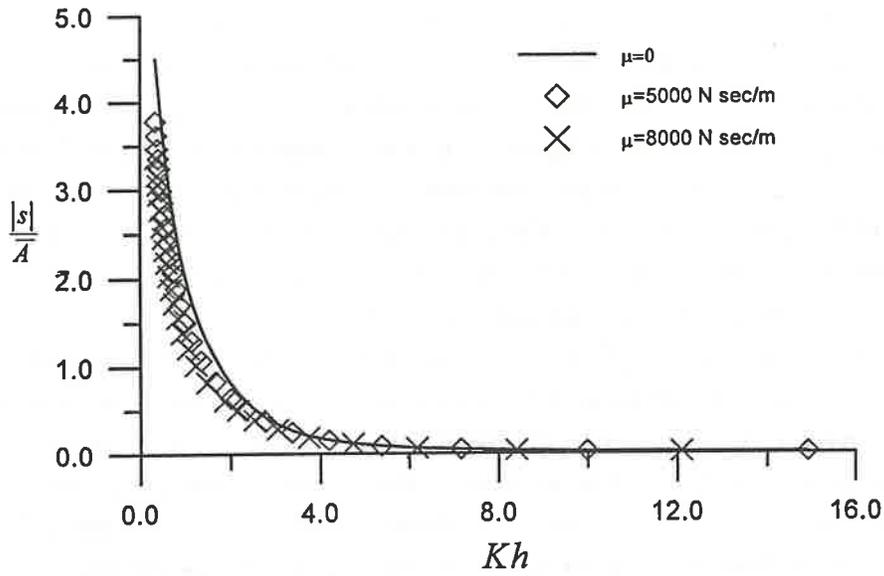


Figure 5 Structure damping effects on dimensionless structure motion.

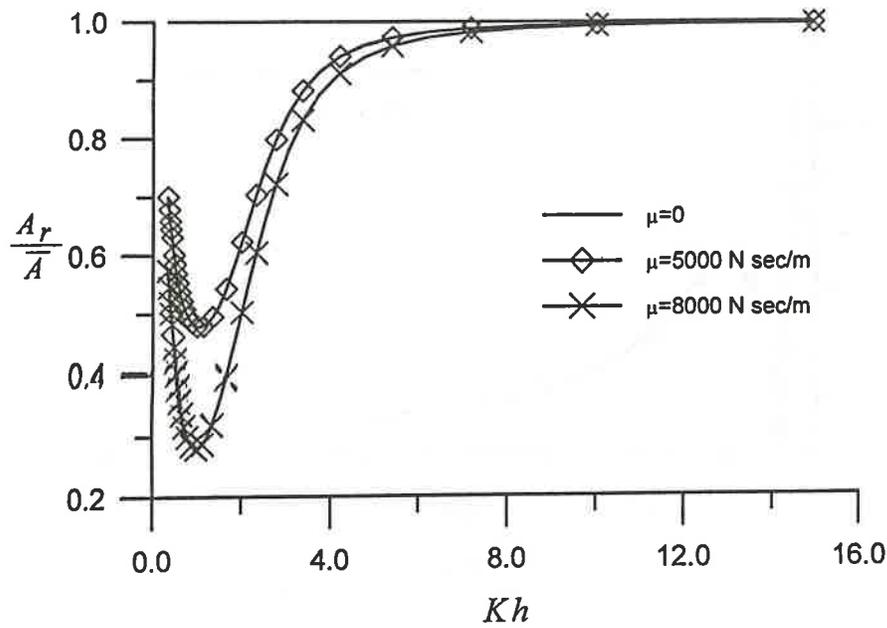


Figure 6 Structure damping effects on the reflected wave coefficient.

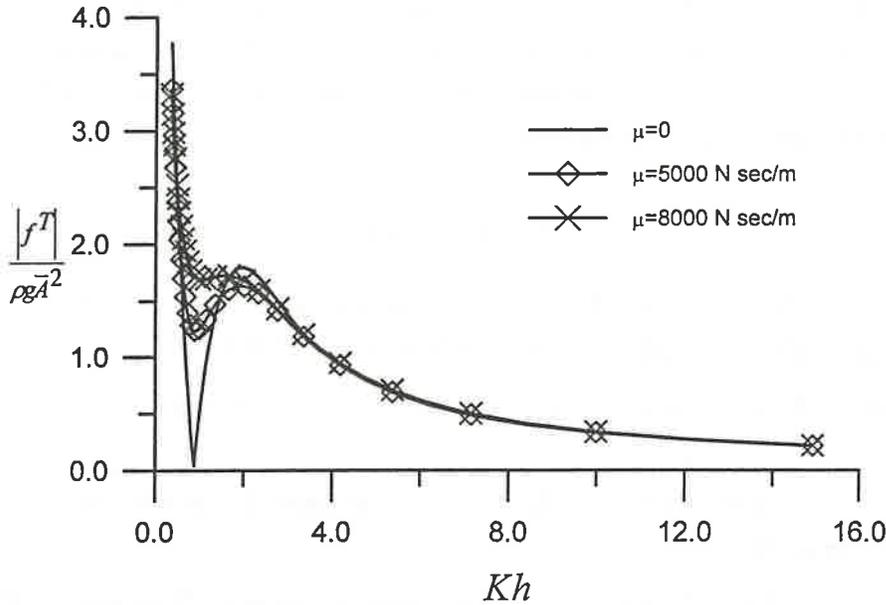


Figure 7 Structure damping effects on dimensionless total wave force.

5. CONCLUSIONS

A solution scheme solving the coupled problem of wave and structure interaction without decoupling the problem into a scattering problem and a radiation one is presented. In the analytical approach, the solution is also used to interpret the principle of the decoupling method. In the boundary element numerical solution, it is shown that the solution scheme is more efficient than the decoupling method, as the fluid matrix equation needs to be solved only once. The comparisons of the analytic and numerical solutions show that the present solution scheme is correct. The present solutions show that without the structure damping, the wave field in front of the structure is total reflected waves, the total wave force is zero at the structure natural frequency, and the structure response increases with the increased wave period. With the added structure damping, the structure response is reduced, the variation of the total wave force near the structure natural frequency is reduced, and the reflected waves tend to be minimum at the structural nature frequency.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was supported by the National Science Council of Taiwan, Republic of China, under the Contract 30C002. This work was done during author's visit to

the Disaster Prevention Research Institute, Coastal Disaster Session, Kyoto University, Japan (1992. 09 - 1993. 09). Helpful discussions provided by research fellows therein were appreciated. Constructive comments from the referees were also appreciated. Financial support by the National Science Council of Taiwan, ROC, under Contract No. NSC86-2611-E006-020 was also appreciated.

REFERENCES

1. Black, J.L., Mei, C.C., and Bray, M.C., Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies, *J. Fluid Mech.*, Vol.46, Part 1, pp.151-164, 1971.
2. Brebbia, C.A., *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech Press, London, 1987.
3. Brebbia, C.A. and Dominguez, J., *Boundary Elements*, Computational Mechanics Publications, 1989.
4. Chakrabarti, S.K., *Hydrodynamics of Offshore Structures*. Southampton Berlin: Computational Mechanics Publications and Springer, 1987.
5. Clauss, G., Lehmann, E., and Ostergaard, C., *Offshore Structures-Conceptual Design and Hydromechanics*, Vol.1, Springer-Verlag, London Limited, 1992.
6. Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall, Inc., 1984.
7. Lee, C.K., *A Coupled Boundary and Finite Element Method of Three Dimensional Fluid-Structure Interaction Problems*, Ph.D. Dissertation, Civil Eng. Dept., Texas A& M University, College Station, Texas, 1987.
8. Huang, M.C., *Finite Element Analysis of Wave Interference Effects Between Large Structures*, Ph.D. Thesis, Oregon State University, Oregon, 1982.
9. Lee, C.K. and Lou, J.Y.K., The Hydroelastic Effects on Three- Dimensional Structural Dynamics, *Ocean Engineering*, Vol.16, No.4, pp.327-342, 1989.
10. Lee, J.F. and Leonard, J.W., A Finite Element Model of Wave- Structure Interactions in the Time Domain, *Engineering Structures*, Vol. 10, No. 4, pp.229-238, 1988.
11. Maskell, S.J. and Ursell, F., The Transient Motion of a Floating Body, *J. Fluid Mechanics*, 44, pp.303-313, 1970.
12. Mei, C.C., Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 10, pp.393-416, 1978.

13. Mei, C.C., The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves, John Wiley and Sons, New York, 1983.
14. Park, K.C., Felippa, C.A. and DeRuntz, J.A. Stabilization of Staggered Solution Procedures for Fluid-Structure Interaction Analysis, In Computational Methods for Fluid-Structure Interaction Problems, AMD, Vol.26, ASME, 1977.
15. Sarpkaya, T. and Isaacson, M. Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold Co., 1981.
16. Ursell, F. The Decay of the Free Motion of a Floating Body, J. Fluid Mechanics, 19, pp.305-319, 1964.

本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出，請將意見於六個月內寄交總編輯。

85年10月05日收稿

86年04月19日修改

86年08月25日接受

有限水域之暴潮解析

邵建林¹ 張憲國²

關鍵字：暴潮、選擇性堆積法、有限元素法、有限水域。

摘要

本文以選擇性堆積有限元素法，解析有限水域受颱風侵襲所產生的暴潮。在數值技巧上，採用選擇性堆積二階段顯式法，而選擇堆積參數建議採用0.92。本文以高雄港為例，由所得暴潮結果顯示，在有限水域之暴潮最大值比外海者大約降低12%，時間延遲約45分鐘，且在有限水域之暴潮主要受水域大小及形狀所控制，而無暴潮在颱風路徑之右側比在左側稍大的現象。

Storm Surge in a Finite Domain

Jiann-Lin Shaw

Civil Engineer, Department of Production Taiwan Salt Industrial Corporation
Tainan, Taiwan

Hsien-Kuo Chang

Associate Professor, Department of Civil Engineering, National Chiao Tung
University, Hsinchu, Taiwan

Key Words: storm surge, selective lumping, finite element method, finite domain.

¹ 台鹽實業股份有限公司生產處土木工程師

² 國立交通大學土木工程研究所副教授

ABSTRACT

Selective lumping finite element method was used to solve the problem of storm surge in a finite domain. Numerical algorithm was programmed in two-step explicit form with a selective lumping parameter, λ , whose value is suggested to be 0.92 for a storm surge problem. The maximum value of a storm surge in Kuo-Hsiung Harbour was reduced about 12% than that at offshore and had lag time of 45 minutes. That higher storm surge at the right semicircle of a propagating storm in an open domain than that at the left one could be verified by this method. However, the storm surge in a finite domain does not keep that conclusion as in an open domain. Both shape and size of a finite domain have strong effect on storm surge.

一、前言

在台灣地區夏季經常受颱風之侵襲，颱風之低氣壓及強風所導致的水位上昇，即暴潮，會增加颱風對海岸結構物的破壞力，或在港區的暴潮可能引起海水超越岸頂，而造成港區排水容量不足的問題，所以如何解析暴潮傳遞以瞭解暴潮特性，進而防患颱風暴潮之侵害，為防護海岸地區重要課題之一。

關於颱風暴潮預測問題，使用有限差分法來解析的學者如楊(1974)^[1]，Yen等人(1979)^[2]，Walton等人(1980)^[3]，Harper等人(1983)^[4]。當有限元素法被提出應用在水理時，便有學者指出有限元素法較方便處理不規則邊界的問題，遂漸被學者重視而廣為使用，如土屋等人(1982)^[5]，(1984)^[6]，Kawahara等人(1978)^[7]，Kawahara等人(1980)^[8]，Kawahara等人(1982)^[9]，Kawahara和Kashiyama(1984)^[10]及Tou(1987)^[11]。Kawahara等人(1978)^[7]及Kawahara等人(1980)^[8]提出二階段顯式有限元素法(selective lumping two-step explicit scheme)，應用在潮流、海嘯等問題。二階段顯式有限元素法解析結果比有限差分法的結果偏低，且不符合實際現象，故Kawahara等人(1982)^[9]，Kawahara和Kashiyama(1984)^[10]，改善二階段顯式有限元素法之缺點，提出選擇性堆積有限元素法，解析淺水長波及沿岸流等問題，獲得良好的結果，且選擇性堆積二階段顯式有限元素法之穩定性高，在程式處理上可避免解帶狀矩陣之計算時間長及記憶體空間大的問題。爾後，Hatanaka等人(1988)^[12]提出二階段顯式有限元素法之向量化計算(vectorization)，其運算速率比二階段顯式有限元素法之速率增快4至9倍，但此方法需較大之計算機記憶體空間。Westerink等人(1992)^[13]以有限元素法解析暴潮及潮汐現象，其主要利用多變化格網及一般波動連續方程式建立模式，可獲得正確而有效之暴潮結果。Szymliciewicz(1992)^[14]利用有限元素法配合隱式法之ADI法(alternative directional implicit method)解淺水長波方程式來探討暴潮之問題，其中方程式之非線性項以牛頓疊代法(Newton's iteration method)來處理，其模式經證實為有效且正確。Mathew等人(1996)^[15]及Mathew和

Mahadevan (1996)^[16] 分別探討外海邊界、颱風參數及地形因子等因素對數值模式正確性之影響。

作者(1992)^[17] 曾以二階段顯式選擇性堆積有限元素法解析開放海域颱風暴潮，發現北半球颱風暴潮在颱風進行方向之右側比在左側大，並探討岸邊為海堤或防波堤之邊界對颱風暴潮之影響及計算台灣南部模型颱風所造成之暴潮偏差，發現此法所得結果較差分法為合理，故本文進一步以此方法探討颱風經過一個有限水域時之暴潮特性，期望由所得結果能提供海港工程設計時，估算設計水位之參考。

二、基本方程式

暴潮之基本方程式可由淺水長波理論來推導。若假設在水深方向之壓力分佈為流體靜壓力，且將動量方程式及連續方程式由海底至水面積分之，則可得二維暴潮基本方程式為

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial(\eta - \eta_a)}{\partial x} - fv + \tau_x^B - \tau_x^s = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial(\eta - \eta_a)}{\partial y} + fu + \tau_y^B - \tau_y^s = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial[u(h + \eta)]}{\partial x} + \frac{\partial[v(h + \eta)]}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

式中 x 、 y 為水平面上卡氏座標軸， u 、 v 為流體在 x 、 y 軸方向上之平均流速， η 為暴潮偏差， η_a 為靜止低氣壓抬升之水位量， h 為水深， g 為重力加速度 ($g \approx 9.81\text{m/sec}^2$)， f 為科氏力係數 ($f = 2\omega \sin\phi$)， ω 為地球旋轉角速度， ϕ 為緯度， t 為時間， τ_x^B 、 τ_y^B 為 x 、 y 方向海底剪應力， τ_x^s 、 τ_y^s 為 x 、 y 方向海面剪應力。

海底剪應力在 x 、 y 方向分量由二次方定理 (quadratic law) 可表為

$$\tau_x^B = \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (4)$$

$$\tau_y^B = \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{C^2(h + \eta)} \quad (5)$$

式(4)及式(5)中， C 為 Chezy 係數， C 值一般採用 60。海面剪應力 τ_x^s 、 τ_y^s 與風力的關係為

$$\tau_x^s = \frac{\gamma\rho_a W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h + \eta)} \quad (6)$$

$$\tau_y^s = \frac{\gamma\rho_a W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho(h + \eta)} \quad (7)$$

式中 γ 為海面剪力係數($\gamma \approx 2.6 \times 10^{-3}$)， ρ_a 為大氣密度($\rho_a \approx 1.22 \times 10^{-3}$ gr/cm³)， ρ 為海水密度($\rho \approx 1.033$ gr/cm³)。

W_x ， W_y 為風速在 x ， y 方向之分量，由颱風資料及氣象條件(楊(1974)^[1])表為

$$W_x = -\frac{C_1}{r}(\hat{x}\sin\alpha + \hat{y}\cos\alpha)W_g + C_2\frac{V_x}{(W_g)_{max}}W_g \quad (8)$$

$$W_y = \frac{C_1}{r}(\hat{x}\cos\alpha - \hat{y}\sin\alpha)W_g + C_2\frac{V_y}{(W_g)_{max}}W_g \quad (9)$$

式(8)及式(9)中，梯度風 W_g 為

$$W_g = \left(\frac{ar_0}{\rho_a r}e^{-\frac{r_0}{r}} + r^2\omega^2\sin^2\phi\right)^{\frac{1}{2}} - r\omega\sin\phi \quad (10)$$

$$\hat{x} = X - X_c$$

$$\hat{y} = Y - Y_c \quad (11)$$

其中， α 為對稱風向與等壓線之夾角，在台灣 $\alpha \approx 35^\circ$ ， r_0 為颱風最大風速半徑， a 颱風中心氣壓常數[$a = \Delta P_c = (P_\infty - P_c) \approx (1013.3 - P_c)$ mb]， P_c 颱風中心氣壓， V_x 、 V_y 為颱風進行速度在 x ， y 方向上之分量， C_1 ， C_2 為颱風常數，在台灣 $C_1 \approx 0.6$ ， $C_2 \approx 0.6$ (見楊(1974)^[1])， $(W_g)_{max}$ 為當 $r = r_0$ 之最大梯度風， P_∞ 為平均大氣壓， (X_c, Y_c) 為颱風中心座標， r 為任一點至颱風中心距離($r = \sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$)

颱風之氣壓分佈由Myers(1954)^[16]之經驗式可得

$$P = P_c + ae^{-\frac{r_0}{r}} \quad (12)$$

若颱風靜止時，因颱風之低氣壓所引起之水位上升量，由外力與靜壓力平衡簡單估算為

$$\eta_a = \frac{a(1 - e^{-\frac{r_0}{r}})}{\rho g} \quad (13)$$

式(13)之水位上升量僅為低氣壓所造成，即不考慮因颱風移動之影響。

三、數值模式

3.1 選擇性堆積有限元素法

本文利用加權餘數法及線性形狀函數 (shape function) 之 Galerkin 方法，獲得有限元素方程式為

$$M_{\alpha\beta}\dot{u}_\beta + E_{\alpha\beta\gamma,x}u_\beta u_\gamma + E_{\alpha\beta\gamma,y}v_\beta u_\gamma + H_{\alpha\beta,x}\eta_\beta - fM_{\alpha\beta}v_\beta + R_{\alpha x} = \hat{\Omega}_{\alpha x} \quad (14)$$

$$M_{\alpha\beta}\dot{v}_\beta + E_{\alpha\beta\gamma,x}u_\beta v_\gamma + E_{\alpha\beta\gamma,y}v_\beta v_\gamma + H_{\alpha\beta,y}\eta_\beta + fM_{\alpha\beta}u_\beta + R_{\alpha y} = \hat{\Omega}_{\alpha y} \quad (15)$$

$$M_{\alpha\beta}\dot{\eta}_\beta + G_{\alpha\beta,x\gamma}(h_\beta + \eta_\beta)u_\gamma + E_{\alpha\beta\gamma,x}(h_\beta + \eta_\beta)u_\gamma \\ + G_{\alpha\beta,y\gamma}(h_\beta + \eta_\beta)v_\gamma + E_{\alpha\beta\gamma,y}(h_\beta + \eta_\beta)v_\gamma = 0 \quad (16)$$

式(14)至式(16)中，

$$M_{\alpha\beta} = \int_V (\Phi_\alpha \Phi_\beta) dV \quad (17a)$$

$$E_{\alpha\beta\gamma,x} = \int_V (\Phi_\alpha \Phi_\beta \Phi_{\gamma,x}) dV \quad (17b)$$

$$E_{\alpha\beta\gamma,y} = \int_V (\Phi_\alpha \Phi_\beta \Phi_{\gamma,y}) dV \quad (17c)$$

$$H_{\alpha\beta,x} = g \int_V (\Phi_\alpha \Phi_{\beta,x}) dV \quad (17d)$$

$$H_{\alpha\beta,y} = g \int_V (\Phi_\alpha \Phi_{\beta,y}) dV \quad (17e)$$

$$G_{\alpha\beta,x\gamma} = \int_V (\Phi_\alpha \Phi_{\beta,x} \Phi_\gamma) dV \quad (17f)$$

$$G_{\alpha\beta,y\gamma} = \int_V (\Phi_\alpha \Phi_{\beta,y} \Phi_\gamma) dV \quad (17g)$$

$$R_{\alpha x} = \int_V (\Phi_\alpha \cdot \tau_x^B) dV \quad (17h)$$

$$R_{\alpha y} = \int_V (\Phi_\alpha \cdot \tau_y^B) dV \quad (17i)$$

$$\hat{\Omega}_{\alpha x} = \int_V (\Phi_\alpha \cdot \tau_x^S) dV + g \int_V (\Phi_\alpha \cdot \eta_{\alpha,x}) dV \quad (17j)$$

$$\hat{\Omega}_{\alpha y} = \int_V (\Phi_\alpha \cdot \tau_y^S) dV + g \int_V (\Phi_\alpha \cdot \eta_{\alpha,y}) dV \quad (17k)$$

式(14)至式(16)中， \dot{u} 、 \dot{v} 及 $\dot{\eta}$ 表示 u 、 v 及 η 對時間之導數，下標 x 、 y 分別代表物理量在 x 、 y 方向之偏導數，式(17)中 \forall 代表計算區域， Φ_α 為平均流速、水位之形狀函數， u_α 、 v_α 及 η_α 為任一元素第 α 個節點之平均流速、水位變動值。

利用式(14)至式(16)累積流場所有元素之 u 、 v 及 η 值，即得非線性聯立一階偏微分有限元素方程式。本文再應用選擇性堆積二階段顯式法之數值技巧，處理式(14)至式(16)之時間導數項，即 n 時間段至 $n+1$ 時間段之計算，分成二個步驟計算，第一步驟為

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} u_\beta^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} u_\beta^n - \frac{\Delta t}{2} (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_\beta^n u_\gamma^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_\beta^n u_\gamma^n \\ &\quad + H_{\alpha\beta,x} \eta_\beta^n - f M_{\alpha\beta} v_\beta^n + R_{\alpha x}^n - \hat{\Omega}_{\alpha x}^n) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} v_\beta^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} v_\beta^n - \frac{\Delta t}{2} (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_\beta^n v_\gamma^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_\beta^n v_\gamma^n \\ &\quad + H_{\alpha\beta,y} \eta_\beta^n + f M_{\alpha\beta} u_\beta^n + R_{\alpha y}^n - \hat{\Omega}_{\alpha y}^n) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_\beta^n - \frac{\Delta t}{2} [(G_{\alpha\beta,x\gamma} (h_\beta + \eta_\beta^n) u_\gamma^n + G_{\alpha\beta,y\gamma} (h_\beta + \eta_\beta^n) v_\gamma^n \\ &\quad + E_{\alpha\beta\gamma,x} (h_\beta + \eta_\beta^n) u_\gamma^n + E_{\alpha\beta\gamma,y} (h_\beta + \eta_\beta^n) v_\gamma^n)] \end{aligned} \quad (20)$$

而第二步驟為

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} u_\beta^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} u_\beta^n - \Delta t (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_\beta^{n+\frac{1}{2}} u_\gamma^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_\beta^{n+\frac{1}{2}} u_\gamma^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + H_{\alpha\beta,x} \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}} - f M_{\alpha\beta} v_\beta^{n+\frac{1}{2}} + R_{\alpha x}^{n+\frac{1}{2}} - \hat{\Omega}_{\alpha x}^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} v_\beta^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} v_\beta^n - \Delta t (E_{\alpha\beta\gamma,x} u_\beta^{n+\frac{1}{2}} v_\gamma^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} v_\beta^{n+\frac{1}{2}} v_\gamma^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + H_{\alpha\beta,y} \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}} + f M_{\alpha\beta} u_\beta^{n+\frac{1}{2}} + R_{\alpha y}^{n+\frac{1}{2}} - \hat{\Omega}_{\alpha y}^{n+\frac{1}{2}}) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_{\alpha\beta} \eta_\beta^{n+1} &= \tilde{M}_{\alpha\beta} \eta_\beta^n - \Delta t [(G_{\alpha\beta,x\gamma} (h_\beta + \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}}) u_\gamma^{n+\frac{1}{2}} + G_{\alpha\beta,y\gamma} (h_\beta + \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}}) v_\gamma^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + E_{\alpha\beta\gamma,x} (h_\beta + \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}}) u_\gamma^{n+\frac{1}{2}} + E_{\alpha\beta\gamma,y} (h_\beta + \eta_\beta^{n+\frac{1}{2}}) v_\gamma^{n+\frac{1}{2}})] \end{aligned} \quad (23)$$

式(18)至式(23)中， Δt 為差分時間段， $\bar{M}_{\alpha\beta}$ 表示 $M_{\alpha\beta}$ 之堆積係數(lumped coefficient)， $\tilde{M}_{\alpha\beta}$ 表示 $M_{\alpha\beta}$ 之選擇性堆積係數(selective lumping coefficient)，此選擇性堆積係數可表為

$$\tilde{M}_{\alpha\beta} = \lambda \bar{M}_{\alpha\beta} + (1 - \lambda)M_{\alpha\beta} \quad (24)$$

式(24)中， λ 為選擇性堆積參數(selective lumping parameter)， λ 的範圍為 $0 \leq \lambda \leq 1$ ，當 $\lambda=0$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = M_{\alpha\beta}$ 。當 $\lambda=1$ ， $\tilde{M}_{\alpha\beta} = \bar{M}_{\alpha\beta}$ 。 λ 值若接近於0，計算的收斂性較佳，但計算之結果比其他方法所得者偏低而不合理，若 λ 值接近於1，雖然計算的收斂性較差，可是計算之結果與其他方法所得者相近。至於如何選擇 λ 值，需依解析問題不同而異，如淺水長波問題，Kawahara等(1982)^[9]建議 $0.80 \leq \lambda \leq 0.95$ 。

3.2 邊界條件

邊界條件計有下列二種情況：

(a) 開放邊界(外海邊界或不合陸地之側向邊界)， S_1

$$\eta = \eta_a(t) \quad (25)$$

(b) 滑動邊界(陸地邊界)， S_2

$$u_i \cdot n_i = 0 \quad (26)$$

上式中 n_i 為垂直於邊界 S_2 的單位向量(向外為正)

在整個計算區域 \forall 中之邊界 S 分成 S_1 和 S_2 ，且 $S_1 \cap S_2 = \text{空集合}$ ， $S_1 \cup S_2 = \text{全體邊界}$ 。

3.3 穩定條件

Kawahara等(1982)^[9]以線性長波理論推導出選擇性堆積二步驟顯式法之穩定條件為

$$\frac{\Delta t}{\Delta s} \leq \frac{\sqrt{2} - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}}{3} \frac{1}{\sqrt{gh_{max}}} \quad (27)$$

式中 Δs 為元素中最短節點距離， h_{max} 為計算區域中元素之最大平均水深，本文乃以此穩定條件計算差分時間段。

3.4 起始條件

本模式之起始流速為零，起始水位輸入颱風靜止時低氣壓所抬升之水位，即如下式

$$u = 0; \quad v = 0; \quad \eta = \eta_a(0) \quad (28)$$

式(28)中， $\eta = \eta_a(0)$ 之起始值，即為式(13)。

四、數值印證

為說明本模式之適用性，首先以一維之湧浪(bore)傳遞現象來檢測。圖1為有限元素之三角網格配置圖，渠道邊之斜線表示滑動邊界(slip boundary)，所謂滑動邊界乃指流速僅在邊界切線方向有分量而在垂直方向之流速為零。此計算格網使用153個節點，200個元素，水深10m；起始條件為，當時間 $t=0$ 時，渠道左半部之水位為+0.1m，渠道右半部之水位為-0.1m。圖2為採用 $\lambda=0.92$ ， $\Delta t=0.02$ sec所計算各時間之波形，由結果顯示其盪漾週期為2.02sec，此週期與以Merian公式計算所得週期理論值 $T = 2 \times 10 / \sqrt{9.81 \times 10} = 2.019$ 相同。

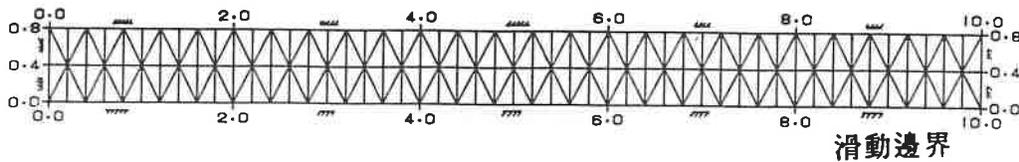


圖1 於一維渠道內之有限元素法之網路配置圖

第二個檢測法為比較以有限元素法及有限差分法來計算模型颱風侵襲海岸的暴潮偏差。圖3為流場之有限元素網格配置及颱風進行路徑，渠道邊斜線表示滑動邊界，格網有441個節點，800個元素。一般颱風半徑約為100~300km，颱風涵蓋範圍大，其範圍往往超過計算範圍，颱風中心在計算範圍外而逐漸趨近計算區時，即可增加在外海邊界之歷時輸入。假設颱風參數 $a=100$ mb， $r_0=30$ km，颱風中心自 $x=50$ km， $y=140$ km處，以 $V_f=20$ km/hr之移動速度沿 $x=50$ km線前進，水深均勻為50m。經多次嘗試發現對暴潮問題 $\lambda=0.92$ 可獲得較合理的結果。若不考慮底部摩擦影響，採用 $\Delta s=5$ km， $\Delta t=10$ sec之計算結果，在節點11之暴潮偏差歷時曲線如圖4所示。由圖4顯示，本法之結果和楊(1974)^[1]之有限差分法之結果相當吻合，但本法所得暴潮偏差之歷時曲線較為平滑。依數值計算之原理，若輸入的風場條件為平滑歷線，則輸出水位之歷時曲線應為平滑較為合理，所以，以有限元素法計算之水位歷時較符合暴潮歷時不快速起伏變化之現象。因而，採用有限元素法之計算結果，做為其他河海交界數值模擬問題之邊界條件亦較為合理。

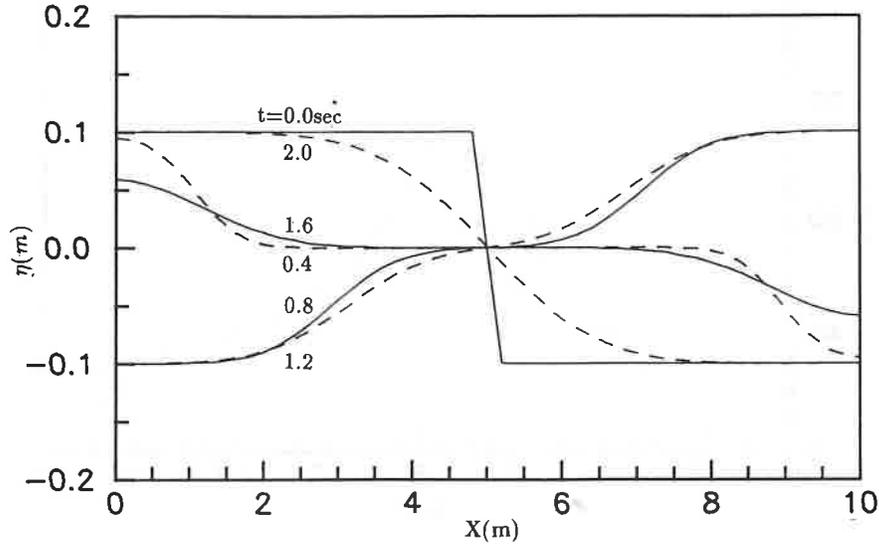


圖2 湧浪在各時段之水位

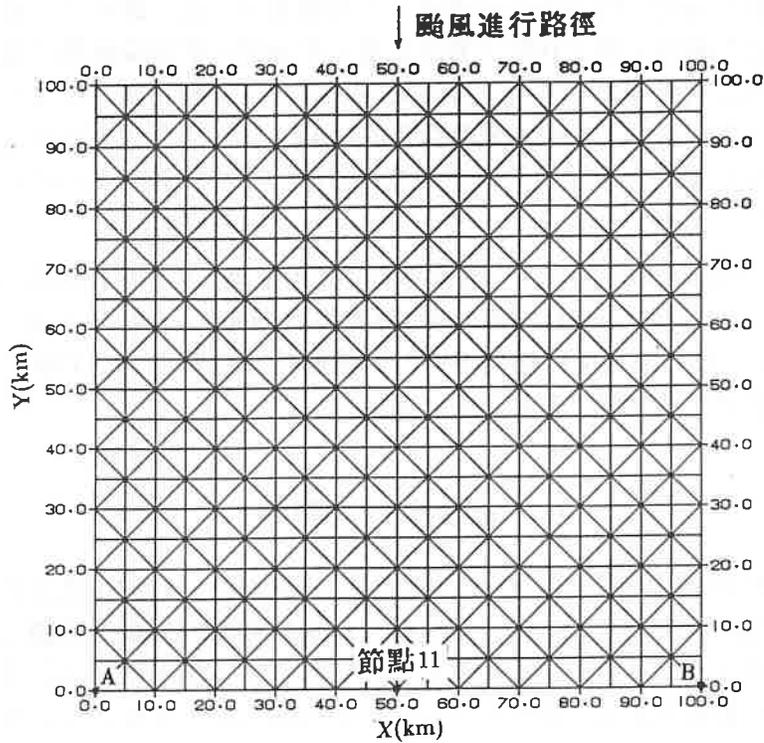


圖3 計算模型颱風造成暴潮，本文所使用之有限元素法之網格配置圖

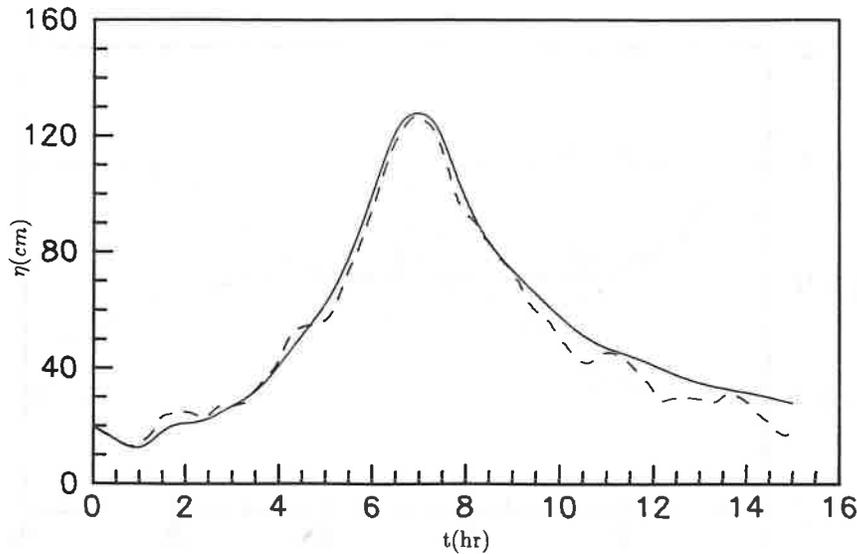


圖4 由有限元素法(一)及有限差分法(—)所計算在節點11之暴潮偏差歷線

圖5為海岸AB之最大偏差，本法和有限差分法之比較結果。由圖5顯示本法之暴潮偏差在颱風路徑之右側比在左側者大，但有限差分法之計算結果在颱風路徑左右兩側之暴潮偏差相近，而且有限元素法之最大暴潮偏差稍微偏離颱風路徑之右側。此因移動颱風之風速為颱風移動速度與颱風旋轉速度向量合成，此合成風速在颱風前進之右側比在左側大，又由能量保存定理(conservation of energy)可知流速愈大壓力愈小，壓力小導致之水位偏差較大，故以有限元素法計算移動颱風之暴潮偏差較符合物理現象。

圖6及圖7分別為 $t=6$ 小時及8小時之暴潮偏差等值線。6小時之颱風中心位置在 $x=50\text{km}$ ， $y=20\text{km}$ 處，8小時之颱風中心位置在 $x=50\text{km}$ ， $y=-20\text{km}$ 處，由圖6及圖7顯示暴潮偏差沿著颱風進行路徑傳遞，暴潮偏差在颱風路徑右半圈之暴潮偏差比左半圈大，且最大暴潮偏差在颱風中心稍右側前方。

五、有限水域之暴潮

上節已印證本模式之適用性後，在本節以高雄港為例，計算一模型颱風侵襲高雄港，在港區內之暴潮。一般港區水域範圍之長度尺度相對於颱風範圍之尺度極小，故計算颱風傳遞情形需用大尺度之網格，而計算港區之暴潮則需小尺度之網格。二種尺度網格間銜接邊界處，可令大尺度之結果當做港區小尺度網格之邊界條件。

若以模型颱風侵襲台灣南部，計算高雄港外的暴潮時，所用大尺度有限元素法網格配置及模型颱風進行路徑示如圖8，其節點數有774個，元素共1378個。模型颱風參數為 $a=119.59\text{mb}$ ， $r_0=20\text{km}$ ，颱風起始點位於 $x=-116.73\text{km}$ ， $y=130.763\text{km}$

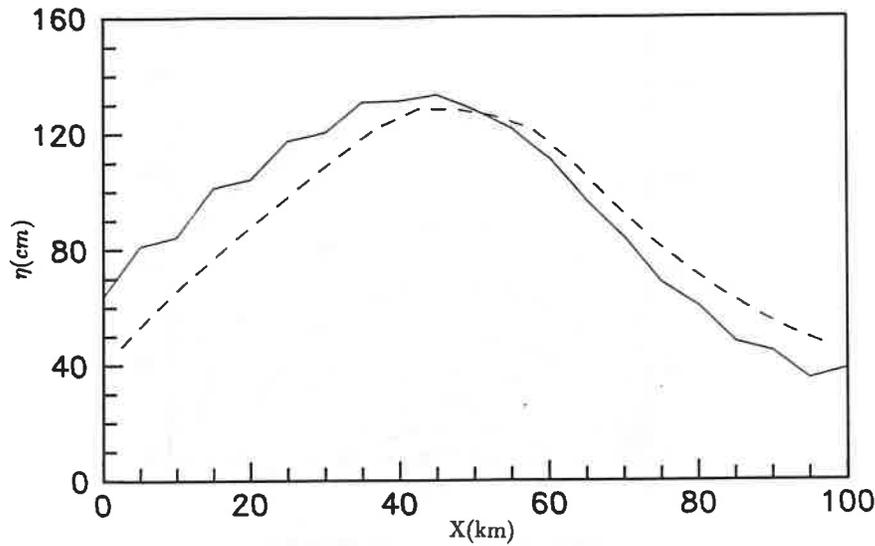


圖5 由有限元素法(—)及有限差分法(---)所計算沿岸線AB之最大暴潮偏差

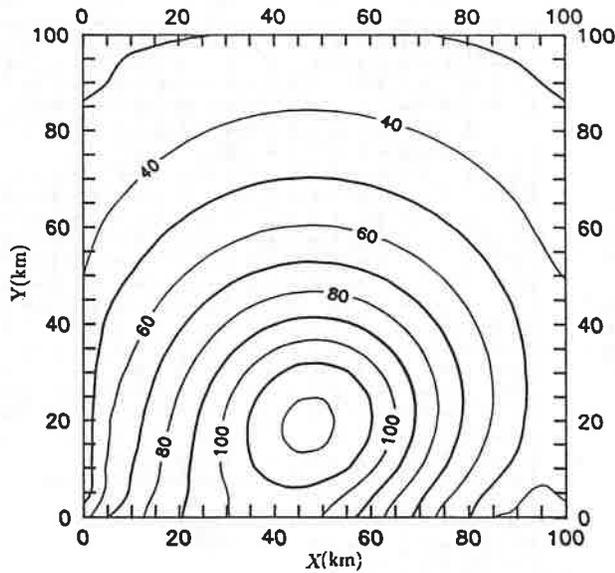


圖6 t=6小時暴潮偏差等值線

處，進行速度 $V_f = 30\text{km/hr}$ ，進行方向與 x 軸夾 -24.3° ，計算的條件 $\Delta t = 10\text{ sec}$ ， $\lambda = 0.92$ 。圖9為時間 $t=8$ 小時，颱風中心位置於高雄港之暴潮偏差等值線，由圖9顯示高雄港之最大暴潮偏差約為 130cm 。

計算高雄港內暴潮所用之小尺度有限元素法網格配置及模型颱風進行路徑示如

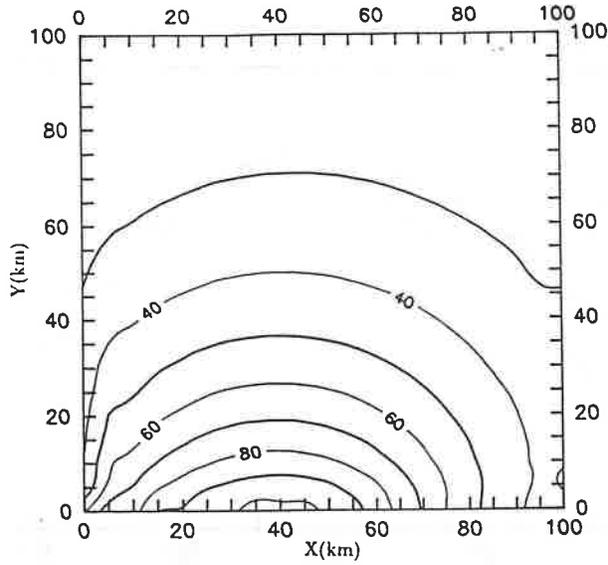


圖7 t=8小時之暴潮等值線

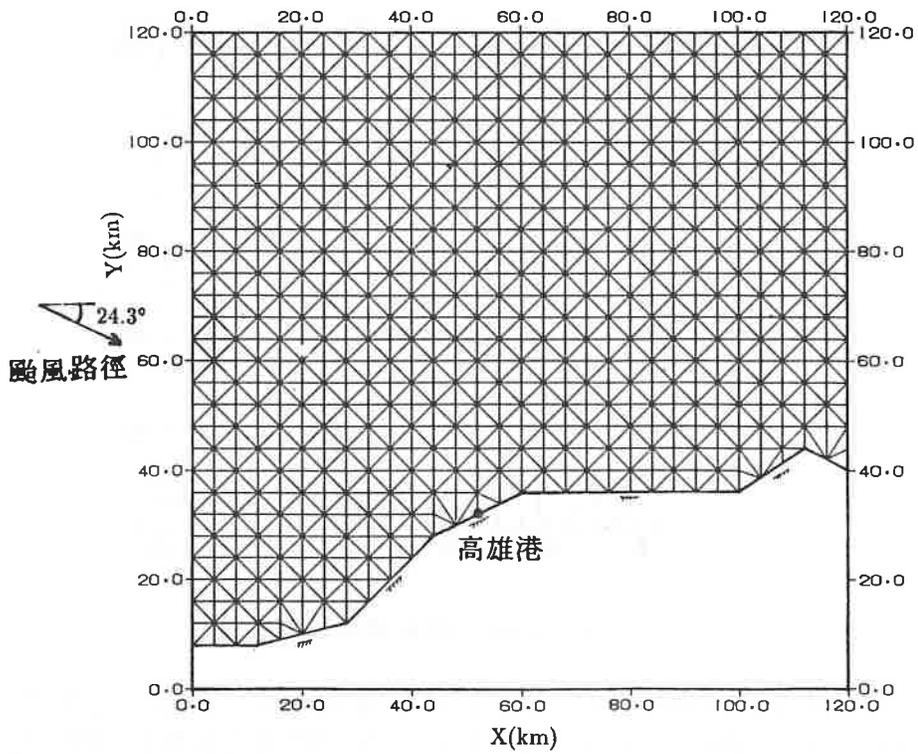


圖8 計算高雄港外暴潮，本文所使用之有限元素法之大尺度網格配置圖

圖10。其節點數有396個，元素共570個，計算 $\Delta t = 2\text{sec}$ ， $\lambda = 0.92$ 。由大尺度網格所得之結果當邊界條件，計算出節點編號1至9之暴潮歷時曲線，如圖11(a)、圖11(b)及圖11(c)所示。高雄港區之計算範圍涵蓋在一個暴風半徑範圍之內。節點9在颱風通過之外海邊界點，圖11(a)為節點1、節點3及節點5點與節點9之結果比較，此三點位於港區外圍堤岸前，節點3約為颱風通過港區中點，節點1及節點5位於港區外圍但近左右邊緣，由圖11(a)顯示節點3之暴潮最大值比節點9較高5%，其原因為節點3位於颱風路徑上且在堤岸前，堤的反射會增加水位之抬升，而節點3及節點5之最大值比節點9者小，分別各降低3%及7%，降低的因素可能為節點1及節點5不在颱風的路徑上，且由作者(1992)^[17]之研究發現北半球颱風暴潮在颱風進行方向之右側比在左側大，因節點1在颱風進行路徑之右側，而節點5在颱風進行路徑之左側，故節點1之暴潮最大值比節點5者稍大。至於暴潮最大值在節點1、3及5與節點9之時間延遲分別為0、20及20分鐘。圖11(b)為節點2及節點4與節點9之暴潮結果。節點2及節點4分別位於高雄港二個港口之入口處，其位處之水域已受港區防波堤限制，但在水域之進出口暴潮之情況應屬有限水域情況。由圖11(b)顯示二個港口處暴潮之最大值比節點9明顯降低，其相對降低值約為15%，時間延遲為20分鐘。圖11(c)為節點6、節點7及節點8與節點9之暴潮比較結果。節點6、7及節點8為港區內三區之代表節點。由圖11(c)顯示港區內暴潮受水域範圍影響，在節點6及7之最大值比節點9者降低12%，而節點8降低7%，且在節點6及節點8之暴潮最大值比節點9者之時間延遲為45分鐘，而節點7之時間延遲為50分鐘。

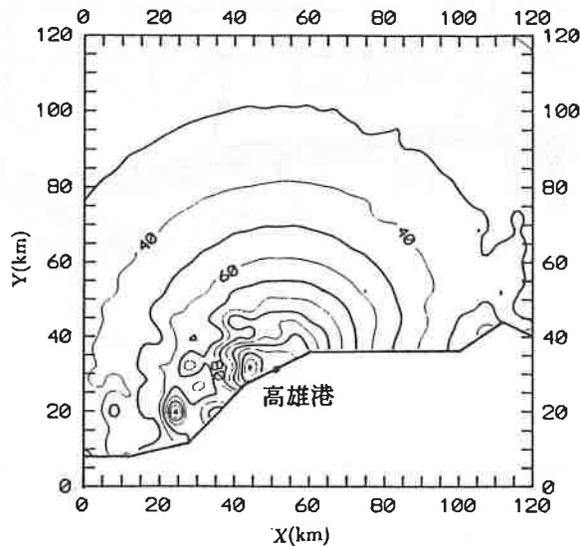


圖9 t=8小時之高雄港外暴潮等值線

由節點1、3及節點5之暴潮，及驗證模式的結果，發現在大水域之暴潮有在颱風路徑之右側比在左側者大的現象。但由節點6、7及節點8之暴潮發現，在小水域並無此現象，此因在小水域之暴潮主要受水域大小及形狀所控制。由作者(1992)^[17]解析暴潮受岸邊海堤或防波堤影響之結果，顯示暴潮最大值因防波堤降低約為13%至17%，而最大值發生之時間延遲約為0.5小時，本文計算港區暴潮之結果與此結論相近。

本模式乃利用選擇性堆積有限元素法，解析有限水域之暴潮問題，然而，在實際之暴潮現象，海底底部之植物地形、河川水流之注入以及海岸水位邊界之變動(moving boundary)等因素，均可對暴潮產生影響，而此類影響因素不在本文討論之範疇之內，在未來本模式可再加入上述影響因子，以增加本模式之完整性及預報暴潮之準確性。

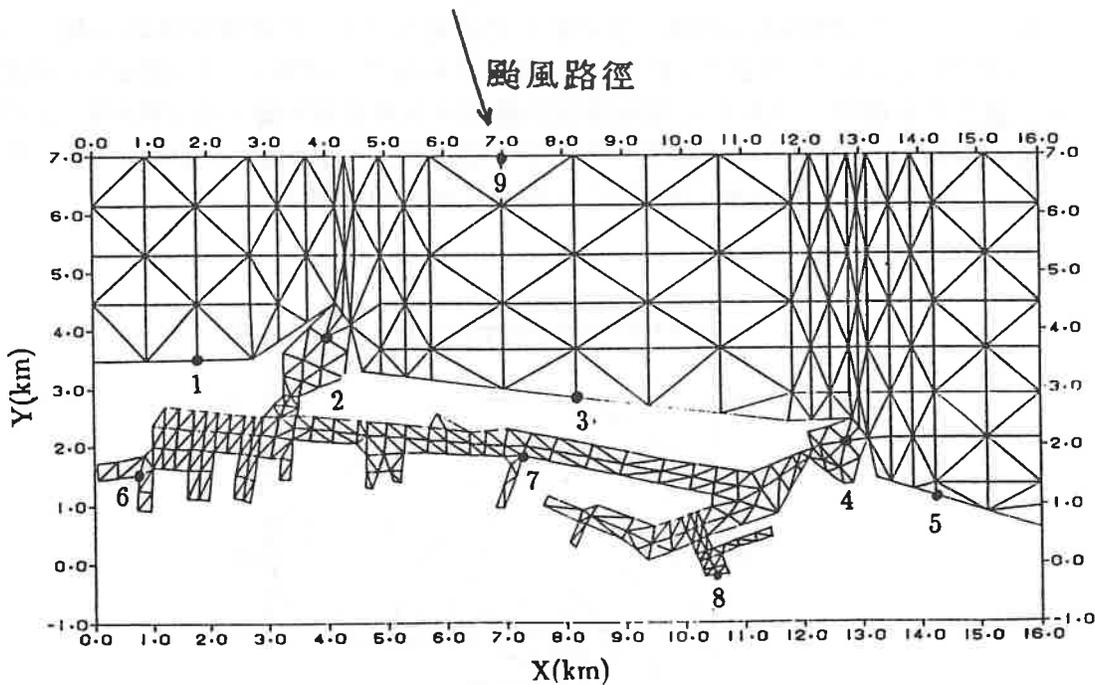


圖10 計算高雄港區暴潮，本文所使用之有限元素法之小尺度網格配置圖

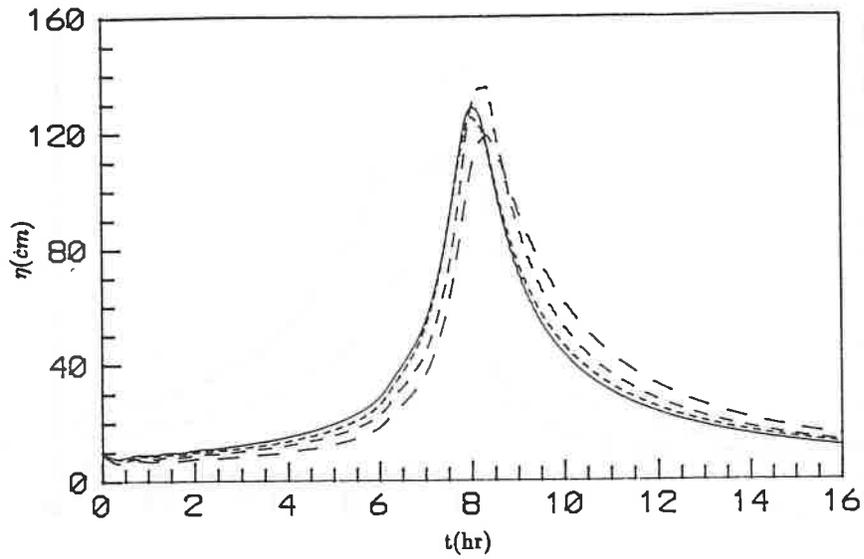


圖 11(a) 暴潮在節點 9(——)、節點 1(---)、節點 3(-·-) 及節點 5(- - -) 之時間歷線圖

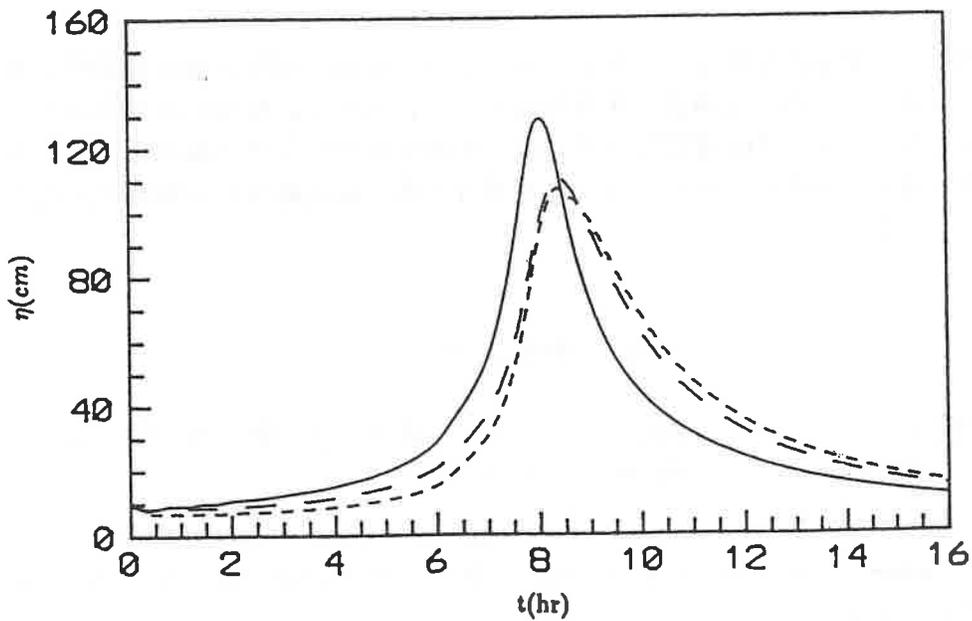


圖 11(b) 暴潮在節點 9(——)、節點 2(---)、節點 4(-·-) 之時間歷線圖

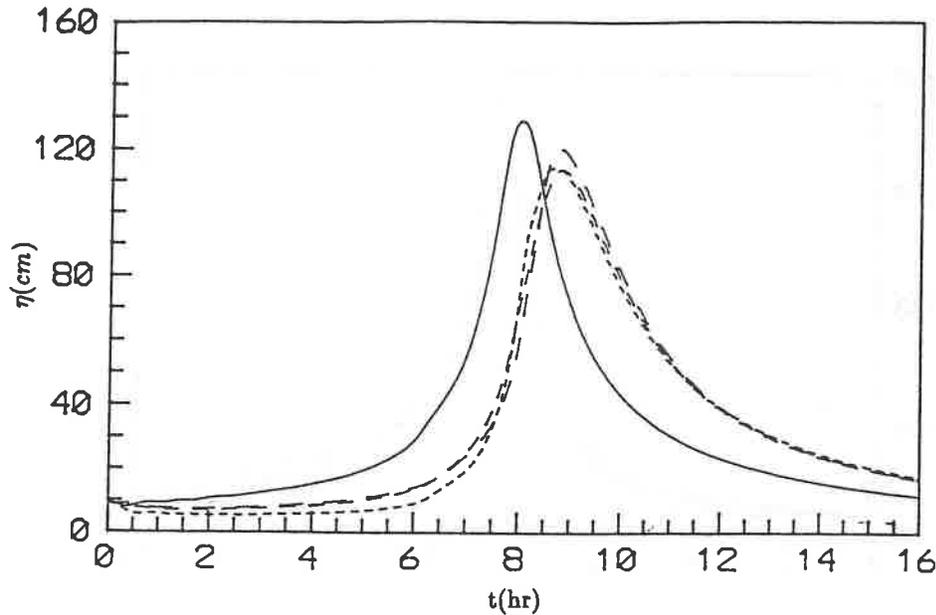


圖11(c) 暴潮在節點9(——)、節點6(---)、節點7(— · —)及節點8(- - -)之時間歷線圖

六、結 論

本文使用之選擇性堆積有限元素法，解析暴潮，暴潮之歷時比使用有限差分法所得較為平滑，顯示有限元素法之適用性較高。在有限水域之暴潮其最大值比外海之暴潮最大值低12%，其時間延遲約45分鐘，颱風路徑左右兩側之暴潮在有限水域時主要受水域大小及形狀所控制，而未如在開放水域有颱風路徑之右側暴潮比在左側者為大之現象。

七、參考文獻

1. 楊春生，「台灣北部海岸暴潮推算之研究」，國立成功大學土木工程研究所，台南水工試驗所土木水利學術彙刊，第49-63頁(1974)。
2. Yen, G. T. and F. K. Chou, "Moving Boundary Numerical Surge Model," J. of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 106, No. WW3, pp. 247-263 (1979).
3. Harper, B. A. and R. J. Sobey, "Open-boundary Conditions for Open-coast Hurricane Storm Surge," Coastal Eng., Vol. 7, pp. 41-60 (1983).

4. Walton, R. and B. A. Christensen, "Friction Factors in Storm Surges over Inland Areas," J. of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ACSE, Vol. 106, No. WW1, pp. 261-271 (1980).
5. 土屋義人，山下隆男，平石哲也：有限要素-差分模式之高潮數值計算法，第29回海岸工學講演會論文集，第31-35頁(1982)。
6. 土屋義人，山下隆男，杉木浩：高潮氾濫模式之適用性相關研究，第31回海岸工學講演會論文集，第218-222頁(1984)。
7. Kawahara, M., N. Takeuchi and T. Yoshida, "Two Step Explicit Finite Element Method for Tsunami Wave Propagation Analysis," Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 12, pp. 331-351 (1978).
8. Kawahara, M., S. Nakazawa, S. Ohmori and T. Tagaki, "Two-step Explicit Finite Element Method for Strom Surge Propagation Analysis," Int. J. Num. Engng., Vol. 15, pp. 1129-1148 (1980).
9. Kawahara, M., H. Hirano, K. Tsubota and K. Inagaki, "Elective Lumping Finite Element Method for Shallow Water Flow," Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 2, pp. 89-112 (1982).
10. Kawahara, M. and K. Kashiyaama, "Elective Lumping Finite Element Method for Nearshore Current," Int. J. Num. Meth. Fluids, Vol. 4, pp. 71-97 (1984).
11. Tou, K. W., "Finite Element Analysis of Heat Transfer under Tide/Storm Surge Conditions," Coastal Engineering in Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 67-87 (1987).
12. Hatanaka, K., M. Kinoshita and M. Kawahara, "Vectorization Programming for Two Step Explicit Finite Elements of Tsunami Propagation," Computer Modelling in Ocean Engineering, Schrefler & Zienkiewicz(eds), Balkema, Rotterdam, pp. 25-36 (1988).
13. Westerink, J. J., A. M. Luettich, A. M. Baptista, N. W. Scheffner, and P. Farrar, "Tide and Storm Surge Prediction Using Finite Element Model," J. Hydr., Engng., ASCE, Vol. 118 (10), pp. 1373-1390 (1992).
14. Szymkiewicz, R., " A Mathematical Model of Storm Surge in the Vistula Lagoon, Poland," Coastal Engineering, Vol. 16, pp.181-203 (1992)
15. Mathew, J.P., R. Mahadevan, B.H. Bharatkuma and V. Subbramania, " Numerical Simulation of OPen Coast Surges. Part I: Experiments on Offshore Boundary Conditions," J. of Coastal Research, Vol. 12, No.1, pp. 112-122 (1996).
16. Mathew, J.P. and R. Mahadevan, " Numerical Simulation of OPen Coast Surges.

Part II: Experiments with Storm Parameter and Shelf Geometry,” J. of Coastal Research, Vol. 12, No.1, pp. 112-122 (1996).

17. 邵建林、張憲國「選擇性堆積有限元素法應用於暴潮傳遞之解析」，第十四屆海洋工程研討會論文集，台灣新竹，第148-164頁(1992)。
18. Myers, V. A., “ Characteristics of United States Hurricanes Pertinent to Levee Design for Lake Okeechobee Florida,” Hydrometeorological Report No. 32, U. S. Weather Bureau, Washington, D. C. (1954).

本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出，請將意見於六個月內寄交總編輯。

86年01月25日收稿

86年08月19日修改

86年11月15日接受

以聲納束寬概念為基礎的測深資料處理

張逸中¹ 溫進丁² 黃煌輝³

關鍵詞：聲納、束寬

摘 要

目前一般的水深資料處理仍以聲納路徑為單一波線的概念為基礎，在此假設下各個測深值是互不相關的獨立事件。但事實上多數的測深過程中，聲納音束在空間中重疊的比例甚高，並非完全的獨立事件。本文以此概念為基礎，重新解讀測深值的物理意義，並據此設計了一個可辨認異常值及修正斜坡誤差的自動化處理程序。與單一波線觀念最大的不同是我們從各測深值所代表的波束空間重疊之中，可以得到相鄰波束提供的交互資訊，對真實的水深作更合理的推論。此項處理程序除經數值模擬驗證其正確性外，也已運用於本所的實測資料，有效的提高了資料處理的自動化程度。

The Processing of Echo-Sounding Data Based on the Concept of Finite Beam-Width

Yet-Chung Chang, Jing-Ting Wen and Hwung-Hweng Hwung

ABSTRACT

The traditional data processing of the echo-sounding data are based on an assumption that the ray path of sound is vertically going down and reflected back to the sonar along the same path. The above assumption makes each datum be an event of totally independent with the others. However, it is not true because the sonar is actually have

¹ 國立成功大學水工試驗所助理研究員

² 國立成功大學水工試驗所研究助理

³ 國立成功大學水工試驗所所長

a finite beam-width and the false assumption does induce some data distortion. In this paper, all the echo-sounding data are re-interpreted as sonar beams with certain beam-width. The benefits of this processing include (1) the data distortion on the slope can be corrected reasonably to some extent; (2) most of the abnormal data caused by suspended bodies and ship rolling (or pitching) can be recognized. The main difference between the new assumption and the single ray approach we used before is that the new one can extract the information from the overlapped sonar beams, which is basically impossible for the old assumption.

一、前 言

聲納測深的基本原理是以震動音鼓的方式產生具有指向性的聲波波束，將此波束射向水底，再記錄它自水底反射回音鼓的時間(t)，將此時間乘以水中音速(v)即為聲波在水中行進的距離($v*t$)。假設聲波在水中的路徑為垂直往返的單一波線，則水深公式應為： $Depth = v*t/2$ 。據此，測深的工作即為以定位系統取得聲納體的空間位置，再加上測深值就得到了一個三度空間的座標，以描繪海底地形。

但事實上，在原始水深資料中，通常會有不規則跳動（突然變深或變淺）的水深異常值；以及在遭遇斜坡時資料看來穩定無誤卻與真實地形有差距等情況。根據以往研究（宋&邱，1993），這些誤差多與聲納之束寬有關，在資料處理過程中這些異常值通常需要許多人力以主觀判斷的方式加以剔除。此舉除了耗費時間之外，其正當性及客觀性也容易受到質疑；另一方面，即使異常值皆能剔除，斜坡地形的扭曲仍是資料解釋上的一大困擾（宋&邱，1993；蕭，1997）。

為減少束寬產生的誤差並增加資料的水平向解析度，目前的發展趨勢多從硬體著手，製造更窄束聲納使其趨近「聲納為單一波線」的假設，並以一次發出多個多方向音束的多波束(multi-beam sonar)來提高資料解析並確保可以得到各種斜坡地形的迴聲。但此種發展使聲納製作成本及所需之週邊設備要求大幅增加，以目前情況而言，非一般測深工作單位所能負荷（宋&邱，1993）。在硬體成本無法增加的情況下，如何以資料處理的方式合理修正改善一般單束測深資料品質是本研究之主要著眼點。

如前所述，多數水深異常或資料扭曲都與聲納束寬有關。換言之，如果我們放棄聲納為單一波線的不當假設，改以聲納確有束寬的概念重新解讀測深資料，應可趨近解決束寬問題的答案。本文即以此為基礎，針對造成水深異常值及資料扭曲的誤差原因加以闡述，並提出相應的資料處理程序以排除或修正這些誤差。

二、誤差種類及成因

對於水深異常值而言，若排除硬體本身產生的錯誤（如電路故障或電訊干擾等），偏淺的測值多起因於聲納擊中水中懸浮物（如魚群或氣泡等）；偏深的測值則多與船身搖晃(pitch & roll)使聲納指向偏移有關，此時迴聲路徑將不再是到達水底的最短距離（宋&邱，1993）。另一方面，資料扭曲多與波束遇上斜坡地形時的反應有關（宋&邱，1993），以下謹就這些情況逐一討論。

2.1 斜坡誤差

在水底地形為斜坡時，產生迴聲反應的聲波路徑常為波束範圍內最短的路徑，而非聲納的指向軸線。此時造成的系統誤差是所測水深較聲納正下方的水深為淺（如圖1），其誤差量隨聲納束寬及坡度增大而升高。以圖1為例，如線段SD所示水深為20米，斜坡坡度為 $\theta = 5^\circ$ 時，聲納至水底最短路徑應為線段SA，其長度可由幾何關係推知為 $20 \cdot \cos(5^\circ) \approx 19.92$ ，其誤差約變淺8公分；但 $\theta = 15^\circ$ 時此誤差會隨之擴大為近70公分。

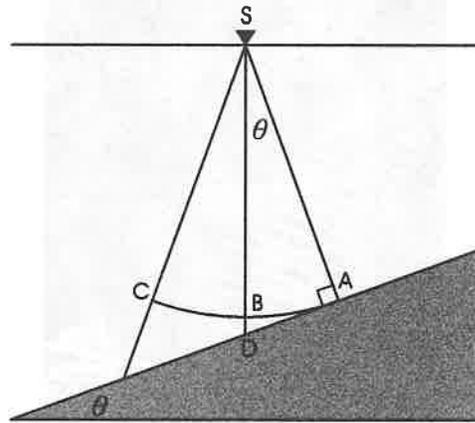


圖1 斜坡測深示意圖。反射自A點的測深值將被記錄於B點

此外，若純以波線反射的角度來看，當坡度超過波束寬之一半時，由於反射能量無法返回聲納（如圖2），聲納將會完全無法定出測深值（宋&邱，1993）。但考慮到海底地形的粗糙度(Roughness)，除反射外也有可能產生聲波的散射(Scattering)，若散射能量足以使聲納產生反應時，即使在大於半束寬的斜坡亦有可能得到測深值。圖3為模擬的海床對聲納音響的散射反應圖，其運算基礎是假設任一海床點都在受到聲納音束擾動後成為一新的點波源（散射強度一致）。可以看出雖然主要音

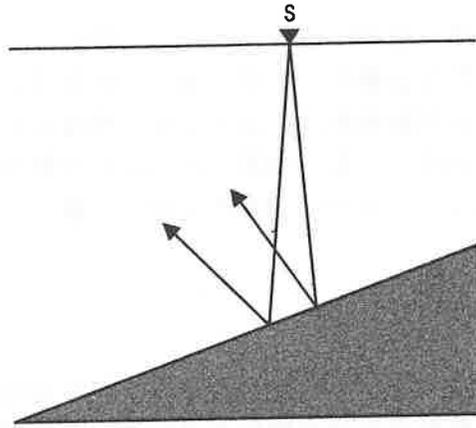


圖2 斜坡坡度過大時反射波束無法涵蓋聲納所在的S點



圖3 傾斜海床之散射音場反應圖。標示 SONAR 處為聲納音束之發射位置。

束因海底傾斜反射到聲納側面，但在聲納體所在位置的音場也並非完全靜止。若聲納接收之靈敏度調高，有可能對散射音場產生反應。

在實務上，由側掃聲納可以在平坦海床上接收散射能量形成海底影像的事實顯示，散射對聲納反應的影響確實存在。此外，以多波束側深系統來說，其單一波束寬僅 $1 - 3^\circ$ 若僅有嚴守反射定律的波束可得到測深值，則在平坦海床應該只有垂直上下的中央幾個波束可得到測值。這當然與事實不符，換言之，多波束系統中大半的斜射波束基本上是仰賴海床散射能量測得水深的。這也再次顯示以單一波線的反

射來理解測深過程的不足。

2.2 船隻搖晃誤差

一般而言，在船隻或聲納體搖晃幅度小於聲納束寬之半的情況下，使聲納產生測深反應的聲波路徑不會有明顯改變（如圖 4a，宋 & 邱，1993）。但是一旦搖晃超過此限，聲納可能有兩種反應：一是完全得不到資料；一是在斜射的情況下，聲波找到一個新的反射點，產生一個較深的測深值（如圖 4b，蕭，1997）。如果是後者，它會在資料群中產生一個突然變深的異常值。一般而言，在良好海況下，船體搖晃很少達到 10 度以上，如果聲納束寬夠大（如 30 度），這種誤差幾乎不會產生；相對的，如果束寬較小（如 10 度左右）此種異常時時可見。

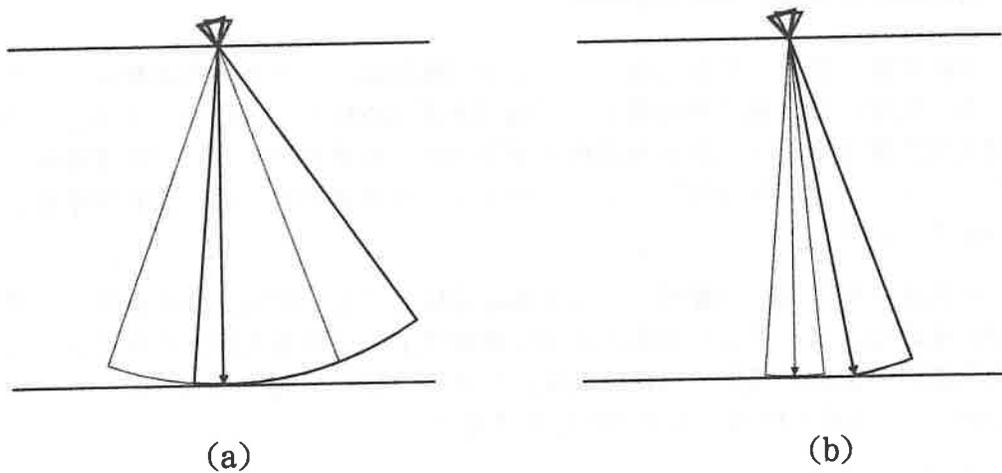


圖 4 (a) 船隻傾斜未達束寬之半時，反射點都在黑色箭頭所指處。

(b) 超過束寬之半時，反射點自灰色箭頭所指處跳躍至黑色箭頭處。

值得注意的是這種誤差是系統性的偏深，與斜坡誤差恰好相反。而且它是以跳動的方式呈現，當搖晃大於半束寬時反射點的改變是不連續的。也因此這類誤差會被視為異常值，因為它所顯示的地形坡度陡升陡降不符合我們對海底地形的常識。如果我們有船隻搖晃幅度的正確記錄（可由船體動態補償器收錄），可據以修正此種誤差，但只能用於修正超出束寬之半的異常值。因為在半束寬的搖動幅度以內，聲

納路徑並無明顯改變，如果強以搖晃幅度修正每一筆資料，結果只是在原始資料上加上一些系統性變淺的誤差而已。

2.3 水中懸浮物造成的錯誤水深值

在測深過程中，聲納音束如觸及水中懸浮物，如魚群或氣泡，因其與水之聲波阻抗（密度×聲波波速）有明顯差距，理論上也可造成迴聲反應（多數漁探機便是依此原理設計）。這些測值的特性是它們總是比真實水深淺，測值深度會在水面到水底之間隨機跳動；在時間序列上則傾向於偶發，因為懸浮物的體積通常很小，極少有機會使連續多個測深音束擊中同一目標。

三、各種誤差的自動化檢測及資料處理

3.1 船體搖晃造成之水深異常值檢測

如前所述，此類異常值的特性為可預期的跳動偏深。但多大的跳動值才可確定為異常，需要一個客觀合理的標準。根據宋&邱(1993)等人之研究，理論上若地形坡度大於束寬之半時，此地形應該根本測不出來。於是可以定下一個相當簡單的準則：『如果兩個連續測深值顯示之地形坡度大於束寬之半時，即可認定其中較深者是搖晃產生的異常值』。

在此以波束寬度的角度而言，必須為這種檢測加上一個先決條件就是：『用以互相比較的兩個測深波束在空間中必須有相關性』，也就是它們的波束空間必須有重疊的部份。如果測深值來自兩個完全沒有重疊的音束，則任何地形坡度都有可能（如圖5），也就不能據以推斷資料是否異常了。

圖6為一個以10度束寬的聲納（Odom公司出品，ECHOTRAC MKII型）測得之原始水深剖面，其中橫軸為船行距離，單位為公里；縱軸為水深，單位為公尺。可以看到其中有許多大幅跳動的異常水深值，經過反覆的鄰點間半束寬坡度檢驗後絕大多數的異常值可自動被清除（見圖7），僅少數可能與懸浮物有關的偏淺異常值仍然存在，有待最後的人為取捨。

3.2 修正斜坡深度的移位處理

以聲納確有一定束寬的概念為基礎，如果不考慮聲波的衰減，聲納波束的側剖面應為一扇型（如圖1），在三度空間中則為一個圓錐體。據此，『聲納測得水深』的事件應描述為：「在波束形成的圓錐體內之某一點率先將聲波反射回聲納所在的錐頂，由其往返時間和水中音速可知此點與錐頂的距離，即聲納反應之水深值。

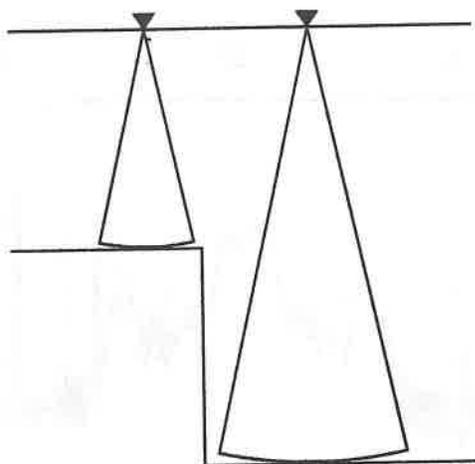


圖5 兩獨立音束測得的結果都是正確的，但坡度遠大於半束寬。

」符合此條件的所有可能反射點在三度空間中，是一個與錐頂等距的部份球面。因此，我們可由測深值得知的確定資訊有二：一是聲納反射點（可能是水底或水中懸浮物）必在上述部份球面上；二是球面以上至錐頂的空間內可確定都是水體。

以二維剖面（如圖1）為例，我們從單一測深資料所得的正確資訊應是：『在束寬範圍內離聲納最近的聲波反射點，位於以水深測值（如圖1之 SA 線段）為半徑的圓弧（ ABC 弧）上的某一點』。換言之，實際的反射點應與 ABC 弧上至少一點相切，而 $SABC$ 四點形成的扇形之內不會有聲納反射點。如果有！它就會給聲納更快的反射訊號， SA 線段也就會更短。如果我們將連續的測深結果延測線排列（如圖8），再將前段所述的推論推演為：「真實的水底剖面必然不會經過任何一個扇形內部」。則這些扇形最深的切線便趨近於真實地形。

以圖8為例，具體求出A點水深值的運算步驟可設計如下：

1. 計算A與鄰近測點（如圖8之B點）之水平距離（圖9之 AB 線段）。
2. 計算鄰近圓錐體水平向的半徑（圖9之 BR 線段）。
3. 若 $AB > BR$ （A點在B點波束範圍以外）回到步驟1尋找其他相關的鄰近點。
4. 若 $AB \leq BR$ ，計算B圓錐底在A下方之深度（ AD 之長）。因為 $\angle BAD = 90^\circ$ 且 $BD = BC$ （B處測得之原始水深值），故可由 $AD^2 = BC^2 - AB^2$ 的關係得知 AD 。

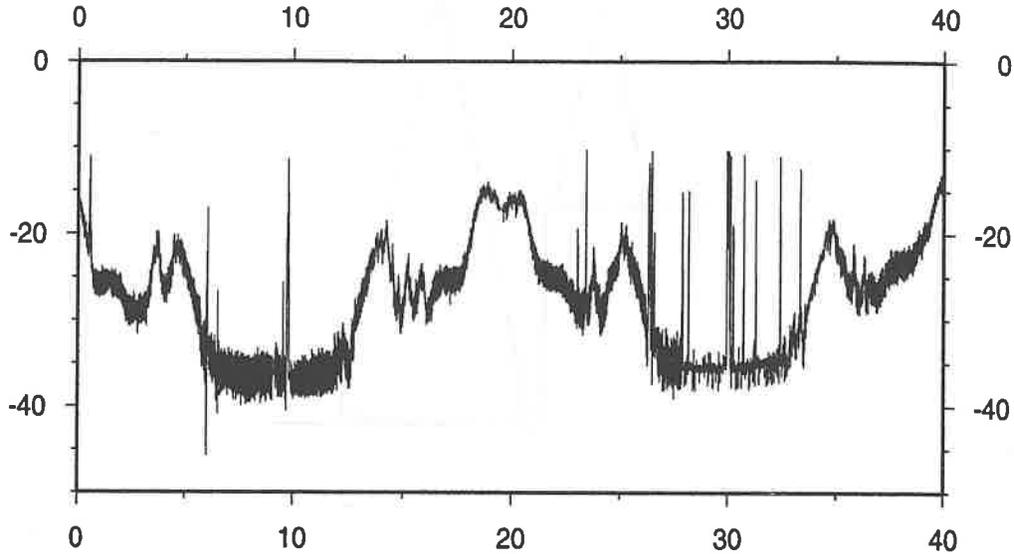


圖6 原始水深剖面實例，束寬 = 10 度，橫軸為船行距離(km)；縱軸為水深(m)。

5. 若 $AD > depth(A)$ ，則令 $depth(A) = AD$ 。回到步驟1 搜尋其他資料點，直到所有測點都檢驗過為止。

圖10為此方法在一假想剖面上數值模擬之結果，斜面傾角為 20° ，聲納束寬為 40° ，最深處80米，測點如圖示共有七點，間隔10米。圖中實心圓點代表將原始水深值置於聲納正下方所得的測量地形，很明顯的較實際地形為淺；但經上述之移位處理後的修正深度（由空心圓點代表）則十分趨近真實深度。其數值運算結果列於圖的下方。可以看出，除了位於邊緣的測點因可供參考的鄰近點較少，修正效果不明顯外，其餘資料點都可得到很好的修正。圖11是圖7剖面其中一段之放大圖，灰色曲線為原地形剖面，黑色實線為移位處理之結果。

此項運算基本上仍略嫌簡化，如船體搖晃的因素尚未考慮，以及圓錐狀的音束與事實還有差距，但以此為基礎加入音束搖擺或改變音束形狀等計算應為可行，進一步的測試研究將持續進行。

3.3 懸浮物造成之水深異常值檢測

對於一個因水中懸浮物造成的過淺測值，在上述的移位處理下會成為一個位置

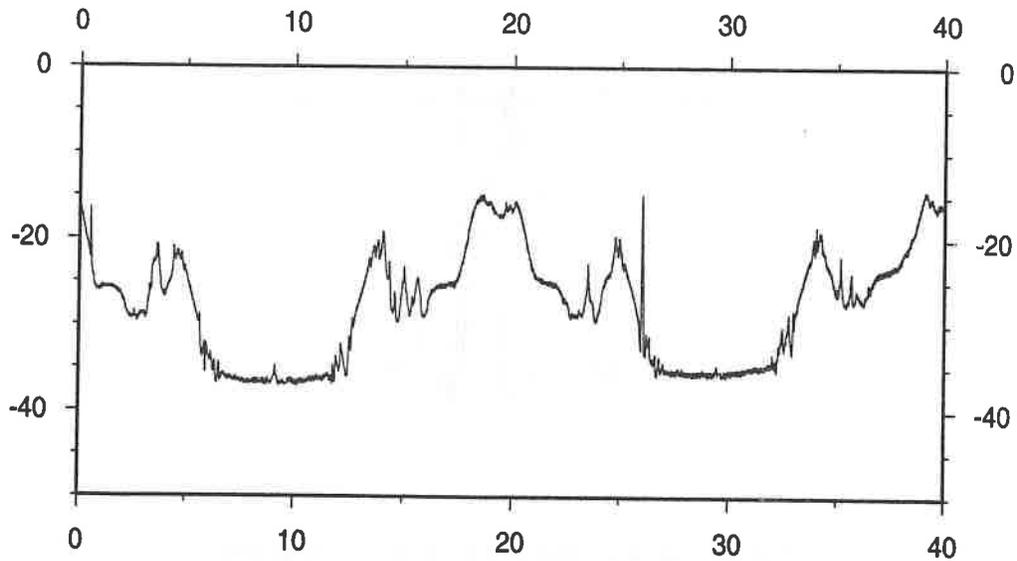


圖7 經自動化水深異常值檢測後的水深剖面。

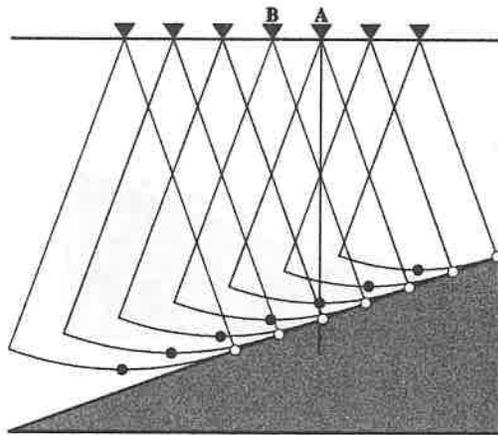


圖8 連續測深音束在斜坡地形上分佈的示意圖。

較高的球面（如圖12）。如果相鄰的測深波束能略過此懸浮物直達水底，並涵蓋此點下方。則在選擇此點之可能水深時，必然會忽略這個高懸的球面。也就是說，這個錯誤測值不會影響最後的水深值判定，這使得移位處理也同時具有排除因懸浮物造成的水深異常值的作用。不過前題是鄰近的音束必須近到足以涵蓋此異常值的正下方。

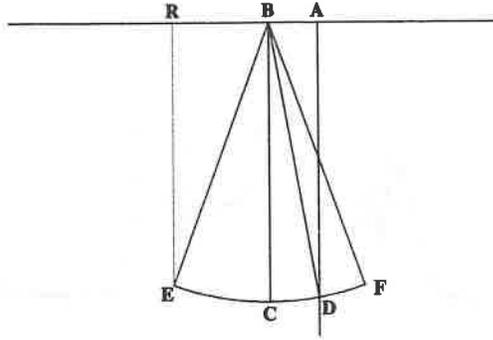
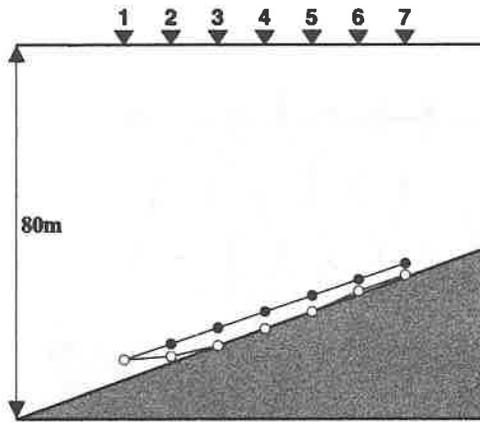


圖9 以B音束範圍推算A點水深之幾何示意圖。



點 位	1	2	3	4	5	6	7
實際深度	71.63	67.99	64.35	60.71	57.07	53.43	49.79
測量深度	67.31	63.89	60.47	57.05	53.63	50.21	46.79
修正深度	67.31	66.55	64.27	60.69	57.03	52.68	49.20
百分誤差	6.03	2.11	0.12	0.03	0.06	1.40	1.18

圖10 斜坡測深之數值模擬及修正結果，實心圓點代表未修正之測值，空心點表示修正值，數值結果列於圖下。

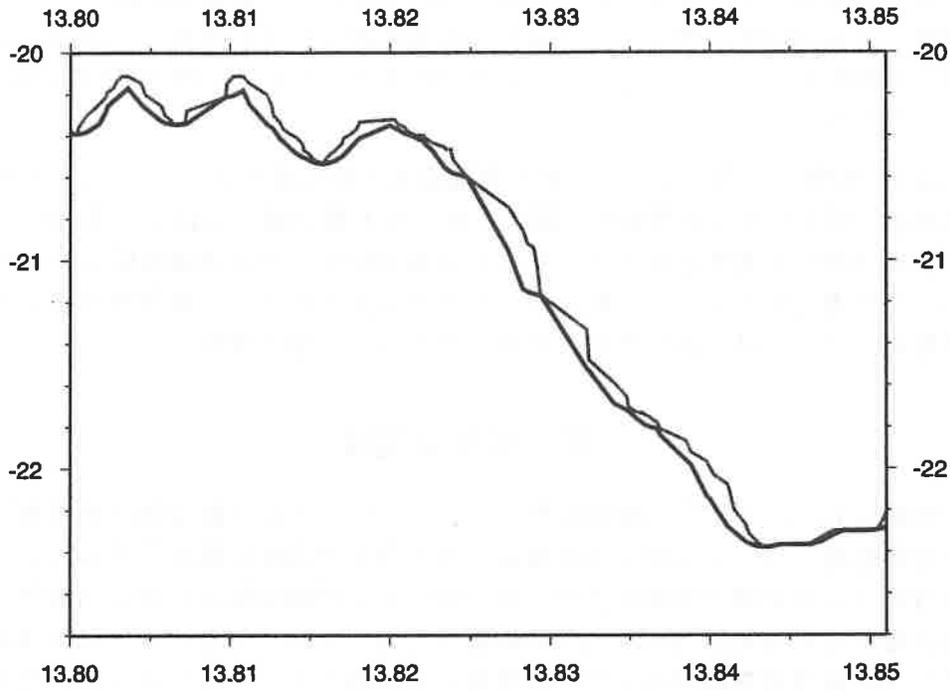


圖 11 實測水深之修正實例。灰色曲線為原始值，黑色實線為修正值。

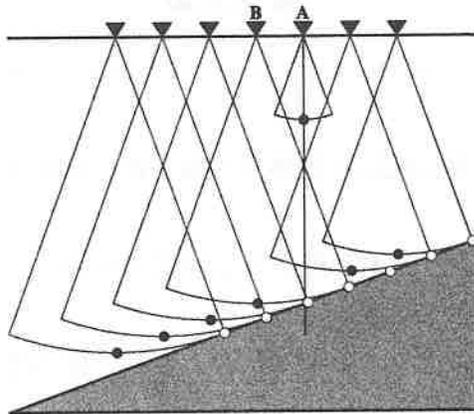


圖 12 在 A 處因懸浮物產生之過淺水深值，在決定水深時會因其下有更深的音束而被捨棄。修正值將落於接近底部的空心圓點處

3.4 必要之異常值人工檢測

在以上的幾個自動化資料處理過程後，基本上絕大多數的水深異常值已自動排

除。但在連續幾個相對穩定的異常值出現的特殊狀況下(如聲納連續擊中同一水中懸浮物,或聲納硬體故障產生的錯誤),錯誤水深值仍可能倖存。為確定沒有這類狀況,最後的人工檢測仍不可免。不同於以往的是,此時需要修正之資料應該極少甚或完全沒有。

以圖7為例,經過以上所有自動化處理之後,位於接近26公里處的偏淺異常值仍然存在(圖7經移位處理後的剖面在這個尺度上與原圖差異極小,不再重覆繪製,移位處理的效果請參考圖11)。經過原始資料的檢查確為連續兩個以上,相對平緩的偏淺異常值所造成。而其鄰近波束亦未能涵蓋其正下方,使移位處理中排除偏淺異常值的功能也無法執行而殘留下來必須人為介入加以剔除。

四、結論與建議

綜觀以上所述,本文以聲納確有一定束寬的角度,重新解讀測深值的物理意義。以此為基礎,每一測深值皆可從音束空間互有重疊的鄰近測值得到更多資訊,而對真實的水深有更接近事實的推理。這中間包括合理的排除大半的水深異常值,以及修正聲納在束寬範圍內斜射造成的斜坡誤差等。不同於以往的是,以此觀點進行的資料異常檢測或聲納移位處理,皆奠基於資料群本身提供的確切資訊,使人為主觀介入的情況降至最低。其收益除了增進資料處理的合理性及正當性之外,自動化程度也因此得到提升。

五、參考文獻

1. Ristic, V. M., Principles of Acoustic Devices, University of Toronto, pp.294- 342 (1982)
2. 宋國士、邱協棟,測深系統誤差效應之考量,海下技術季刊,第三卷,第四期,31-35頁(1993)。
3. 蕭國寬,單束式測深之水下地形解析度及精確度的研究,國立台灣大學海洋研究所碩士論文(1997)。
4. 張逸中、溫進丁、高瑞棋、余進利,以波束空間排除法進行之聲納資料移位處理,1997中國地球物理年會報告(1997)。

本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出,請將意見於六個月內寄交總編輯。

86年09月25日收稿

86年11月02日修改

86年12月01日接受

以打樁動力分析探討基樁承載力

邱垂珍¹

摘 要

本文主要目地在介紹以PDA探討PC樁及開口鋼管樁於打設時樁身的應力、基樁的完整性及其所能承受的承載力，本研究報告係以2支PC樁及5支鋼管樁作為研究對象，上述7支基樁除均以PDA試樁外，又選其中4支樁以靜載重試樁印證。本文也同時探討靜載重試樁的循環加載法與快速加載所得結果之差異，俾使在允許範圍下能儘量使用快速加載法試樁以節省時間、人力、物力。

The Research of the Capacities of PC Piles and Open-End Steel Piles with PDA Method

Chui-Chen Chiu

ABSTRACT

The primary purpose of this paper is to introduce using PDA to check the stress, bearing capacities, and the integrity of piles while under driving. There were 2 PC piles and 5 open-end piles were used for the research. Except using PDA, we also used static loading test to check the accuracy of PDA. For the loading test method, we used both cyclic-loading method and quick-loading method to check the difference of the result of these two methods.

一、前 言

傳統上，在研判基樁施工時，基樁所能承受之承載力不外採用：動力公式(dynamic formula)計算或以靜載重試驗(loading test)。但據Dr. Goble公司的統計：動力公式迄至目前為止已超過400種，而卻沒有一種被證明確實可靠，其不準確的原

¹ 台中港務局正工程司兼第一工務所主任

因可概略歸納為下列三點：(1)動力公式忽略了土壤的阻尼因素之考慮，(2)動力公式對樁帽、基樁樁身的假設不完全正確，它對基樁的彈性作用的詮釋與實際情況尚有一些差距，(3)動力公式對樁錘能量傳輸的假設也不完全正確，尤其當樁錘能量傳輸發生異常時無法立即察覺。至於靜載重試驗，雖然至今仍被認為最可靠，但卻因頗浪費金錢及時間，工程人員們均視靜載重試驗為畏途，而不太願意多做。

自從Smith氏(1960)提出以波動方程(wave equation)，應用於分析打樁時樁身所產生之應力及基樁所能承受之承載力以來，解波動方程式之電腦程式即不斷被發展出來，較著名者有TTI、WEAP、CAPWAP等。波動方程式，仍沿習動力方程式，需採用最後數錘之平均入土深度，只是對基樁性質係以基樁材料之密度，彈性係數及斷面積來詮釋，對土壤的特性則以阻尼係數來列入考量。TTI、WEAP、CAPWAP等這些電腦程式，在實際應用時需輸入樁錘資料、基樁之長度、基樁之斷面積、基樁之彈性係數基樁之密度，土壤之阻尼係數及最後十錘之基樁平均入土深度等。這些資料中之樁錘資料可由電腦程式資料獲得；基樁之長度、斷面積等則可由工程設計圖準確計算得出，基樁之彈性係數及密度可由基樁材質查出近似值。但如阻尼係數則係假設數字，僅能由土壤鑽探資料及由Dr. Goble等公司所提供之參考表加以假設，有時與實際情況仍有些差距。若輸入之假設資料不正確，則所得到之結果也不正確。因此Dr. Goble等數位大師歷數年之研究，終於發展出一套儀器，在打樁時直接以應變計(strain gauge)及加速度計(accelerometer)量測，即立刻可得到打樁時之樁身應力及基樁之承載力等資料，使用PDA時基樁之彈性係數及密度(或波速)可由實測得出，而土壤之阻尼係數亦可由CAPWAP分析以試誤法求出近似真值，頗為方便、省錢。並在國際上引起了廣泛的重視，這種量測基樁承載力之方法稱為動力試樁(piles driving analysis)簡稱PDA。PDA自從公共工程督導委員會主任委員歐晉德博士，在榮工處當總工程司時引進國內以來，在李建中博士的領導下，曾掀起一陣旋風，各大公司、學術機構均爭相研究，只可惜這種研究風氣曾一度逐漸淡化，實在令人惋惜，好在近一兩年又有一批學者重新帶動PDA的研究風氣，真令人欣慰。近年亞洲各國在PDA的研究不遺餘力，尤其已有國家發展出一套自己的儀器及規範，因此我們似也應再加努力，研發一套屬於臺灣地區的規範。

PDA除了可量測基樁之承載力外，它最大的優點是可分別測出每段樁身之摩擦力及樁尖之承載力，因此可核算靜力公式計算所得之樁身摩擦力及樁尖之承載力。由於此項特性，利用於量測開口鋼管樁之承載力時，可判斷基樁打設後鋼管中所填塞土柱長度對樁尖承載力(end-bearing)之影響。

為達上述各項的研究結果，台中港務局特於南環道路橋樑基礎選二支樁(PC樁)P3及P8做PDA及靜載重試驗，又於台中港西三、西四號碼頭施工中，選定3支陸上打樁(開口鋼管樁)及2支海上打樁(開口鋼管樁)進行PDA試驗，並於其中各選1支陸上打樁及海上打樁進行靜載重試驗以做比對分析，除可確實了解基樁之總承載力外，同時也對基樁中空部份所填塞之土柱長度的不同，對基樁承載力而造成之影響。雖然PDA引進國內以有十餘年了，但是在國內的工程界的使用上仍不

普遍，甚至有些人仍對他感到陌生與懷疑。因此筆者不揣疏陋願稍加介紹，並將所作試驗結果提出以供參考，希能得到拋磚引玉之效，使PDA經大家的研究，能在國內正確地被採用，則不失為工程界之幸，請諸位先輩、賢達不吝指正。

二、以動力公式計算

最早的動力公式是新聞公式(engineering news formula)其公式為：

$$R = e \frac{2wh}{s + \frac{C}{2}} \quad (1a)$$

式中：

R_u ：基樁極限承載力。

e ：為樁錘效率。

w ：為樁錘重量。

h ：為樁錘落差。

s ：為基樁最後十錘平均沈陷量。

C ：為彈性損失（採用大寫係避免與(2)混淆）。

註：若樁錘係蒸汽錘則能量(wh)不得加2倍。

新聞公式本身含有六倍的安全係素，是一種極為保守的公式，故早期美國的橋樑大多採用新聞公式計算而能安全。後來工程師們為了找尋更準確的動力公式，才先後有多種動力公式被提出，甚至迄今已有超過400種的動力公式被提出，較著名者有海利(Hiley)公式(1b)、(1c)等

蒸汽錘：

$$R_u = \frac{e_f W_r h}{s + 1/2(C_1 + C_2 + C_3)} \times \frac{W_r + e^2 W_p}{W_r + W_p} \quad (1b)$$

柴油錘：

$$R_u = \frac{12e_f E_n}{s + 1/2(C_1 + C_2 + C_3)} \times \frac{W_r + e^2 W_p}{W_r + W_p} \quad (1c)$$

(1b)，(1c)式中：

R_u ：基樁極限承載力。

e_f ：為樁錘效率。

W_r ：為樁錘重量。

E_n : 樁錘能量。

h : 為樁錘落差。

s : 為基樁最後十錘平均沈陷量。

C_1 : 為樁頭及樁帽之彈性壓縮。

C_2 : 基樁之彈性壓縮。

C_3 : 土壤之彈性壓縮。

e : 灰復係數。

W_p : 基樁重量。

海利公式已將樁帽、樁身及土壤在打樁過程中的收縮所造成能量損失列入考慮，已較新聞公式跨一大步，但由於對土壤阻尼作用未被重視、樁錘能量傳輸及基樁特性與實際情形也未盡相符。故其準確性也不十分理想。近年雖然有動力公式的修正公式，但仍然無法得到正確的答案。另外採用動力公式，若僅憑以初打時之打擊數計算承载力，而未再以重打時之打擊數計算排水後之承载力以及未考慮基樁打設後因須開挖而造成基樁入土深度變化，也是其結果不準確的因素。再則 pile foundation^[1] 一書認為動力公式不適用於黏性土壤，因此要求在24小時內若承载力灰復不大於25%時，則不適用於採用動力公式。另外也規定使用本公式時需做重打(Restrike)(Robert, 1961)。

三、波動方程式及PDA概述

3.1 波動方程式的基本理論

波動方程式係Smith氏於(1960)提出，其原理概略如下：假想有一棒如圖(1)，截面積為 A 、彈性系數為 E 、密度為 ρ 。首先由牛頓第二定律及圓棒之內應力原理可導出：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

式中

u : 圓棒在 t 瞬時間內及在 x 之位移， $u(x, t)$

c : 波速。

這就是眾所周知的波動方程式

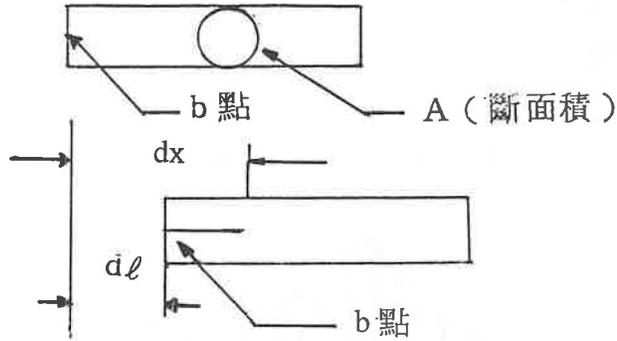


圖1 圓樁受外力作用變形

再由圖1點分子位移 dl

$$dl = F \frac{dx}{EA} \quad (3)$$

式中 dx 為應力波影響長度， A 為圓樁截面積， F 為作用力

$$c = \frac{dx}{dt} \quad (4a)$$

式中 c 為波速

a 點分子移動之速度 dv .

$$dv = \frac{dl}{dt} \quad (4b)$$

因此可得

$$F = dv \frac{EA}{c} \quad (5)$$

式中 $\frac{EA}{c}$ 稱為樁之阻抗 (impedance)。

F 可表示為

$$F = ma \quad (6)$$

式中 m 為樁之質量， a 為加速度。

$$m = dx(A)\rho \quad (7)$$

即可得

$$c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (8)$$

E : 基樁材料彈性係數。

ρ : 基樁材料密度。

由(1)之通解得。

$$U = g(x + ct) + f(x - ct) \quad (9)$$

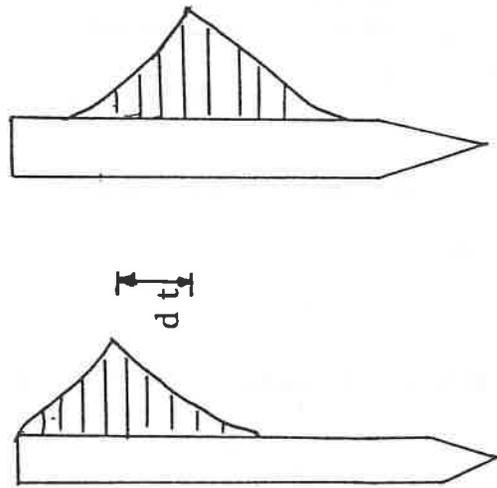


圖2 波沿基樁傳遞圖

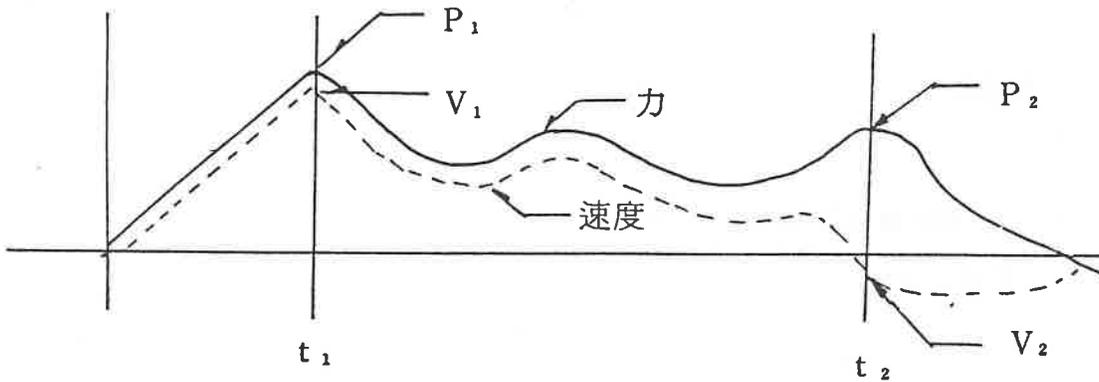


圖3 力與速度與時間之函數

即意味著樁某點之位移含了兩個分位移 f 及 g 之和。當樁受到錘擊，樁頭即產生一壓力波以 c 波速向下傳遞，如圖2，當過 $t = L/c$ (L 為樁長) 之時間後，此壓力波傳抵樁尖，此時受到土壤之阻力產生一(壓力)反射波，往上傳於 $2L/c$ 時到達樁頂。但是若土壤鬆軟，阻力 = 0 時，往上傳遞的應力波則為張力波。前述波動方程

式(wave equation)均以力(force)及速度(velocity)隨時間座標如圖(3)做為分析研究之依據。其樁錘、基樁及土壤之數學模式，如圖(4)。TTI，WEAP等電腦程式應用於解波動方程式頗為方便，只可惜其土壤之阻尼係數係假設值，若輸入之假設值不準確，則所得之結果亦無法準確，這是波動方程式美中不足的地方。

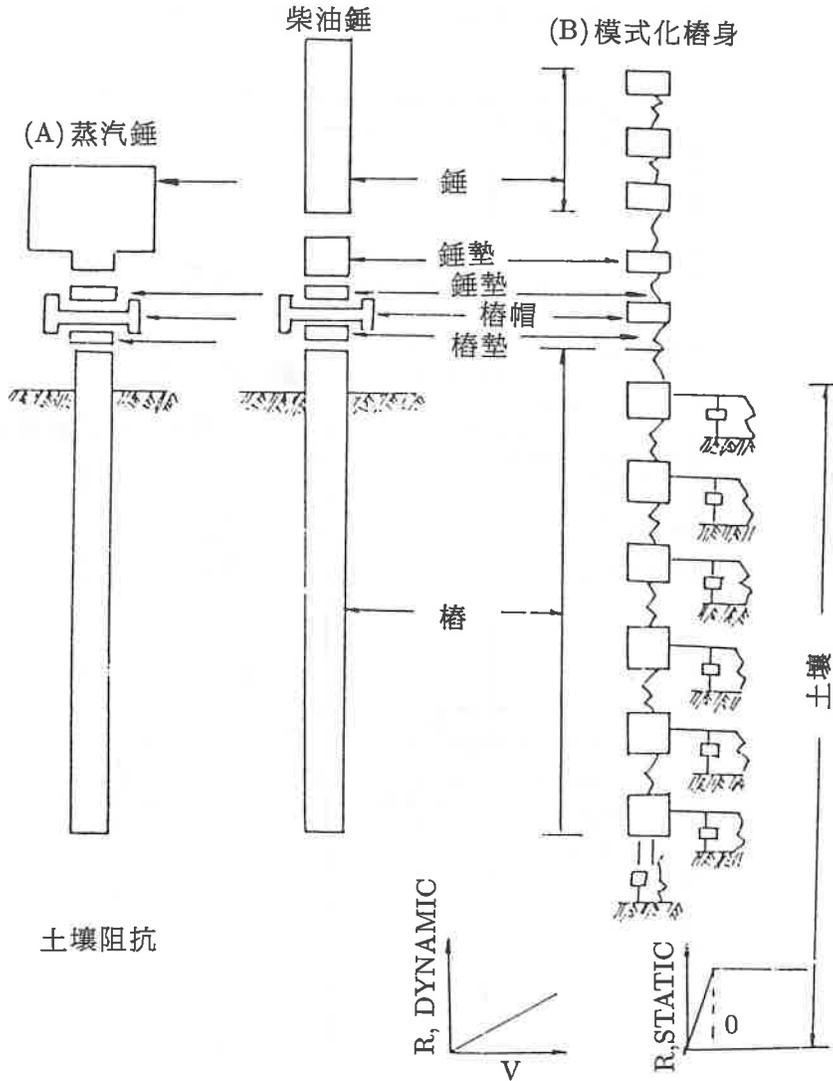


圖4 波動方程式之數學模式

3.2 PDA

由於波動方程式在使用上尚有缺失之處。因此 Dr. Goble 等數位大師歷數年之研究，終於發展一套在打樁時透過應變計(strain gauge)及加速度計(accelerometer)直

接量測，立刻可得到基樁之承载力。在現場量測時，只有土壤之阻尼係數之 J 係假設值，可用 CAPWAP 試誤法求出近似真值之 J 值。量測時應變計及加速度計之感應器(transducer)按裝於距樁頭 $2D$ 之位置如圖 5。依由波動方程式導出之阻力為：

$$R = 1/2[F(t_1) + F(t_2)] + Mc/(2L)[V(t_1) - V(t_2)] \quad (10)$$

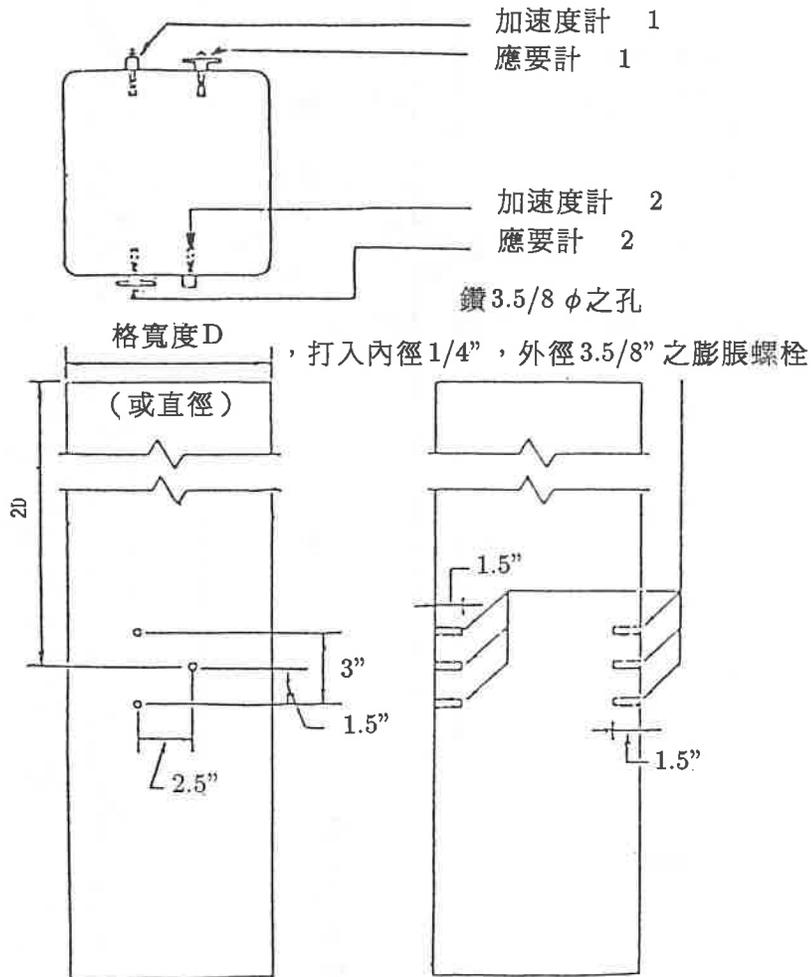


圖 5 基樁安裝器之孔位與尺寸
(資料來原參考資料 7)

式中

F 及 V 分別為應力波之力及速度

M 為基樁之質量

c 為波速

t_1 為樁錘打擊樁頭之時刻 (sec)

$$t_2 = t_1 + 2L/c$$

$$R = S + D \quad (11)$$

式中 R 為總承載力、 S 為靜承載力、 D 為阻尼力， R 扣除阻尼力即得樁之靜承載力。

四、基樁承載力

4.1 PC 樁之承載力

在台中港南環道路橋樑基樁 ($\phi = 80\text{cm}$ ， $L = 45\text{m}$ 之 p.c 樁) P3 樁，分別做 PDA 及靜載重試樁加以比對，結果如以下各小節所述：

4.1.1 以動力公式計算 PC 樁

以動力公式計算南環道路橋樑之 PC 樁結果因與試樁結果相去頗大，故不在此討論

4.1.2 以 PDA 探討 PC 樁承載力

P3 樁經 PDA 試樁，其結果詳表(1)。總承載量 863.4，其中樁身摩擦力 767.8ton，樁尖之阻力 95.7ton，樁尖阻力偏低，係因為 $\phi = 80\text{cm}$ ， $L = 45\text{m}$ 之樁（陸上打樁）重打時使 D80 樁錘未能產生明顯的貫入量，因此本試驗結尚偏保守。初打與重打之比值為 1.95。樁錘能量轉換比為 0.45 詳表(2)，顯然樁錘性能正常（柴油錘 30% ~ 50% 屬正常）。

P8 樁之總承載力 741.6ton，摩擦力 640ton，樁尖阻力 101.6ton，初打與重打之比值為 2.2，其中摩擦力增加比率為 2.05，而樁尖為 4.0。

4.1.3 以靜載重試樁核對

在靜載重試樁方面，分別以循環加載法 (cyclic-loading method) 及快速加載法 (quick-loading method) 各做乙次，以比較兩種加載法，所得之結果如表(3)。快速加

表1 南環道路橋樑 P3、P8 CAPWAP 之分析結果

樁號	樁長 (M)	打擊貫入值 BLOW/M	周緣摩擦 (TON)	樁尖阻力 (TON)	總和 (TON)	比值
P3(初打)	43.0	195	389.9	52.9	442.8	
P3(重打)	43.0	7200	767.8	95.7	863.4	1.95
P8(初打)	43.0	126	311.6	25.4	337.1	
P8(重打)	43.0	7200	767.8	95.4	863.4	1.95

註：#：打初，*：重打，兩者間隔7天。

表2 南環道路橋樑 P3、P8 樁錘之轉換比

每分鐘打擊數 BPM	轉換能量 EMX(T-M)	額定能量 PE(T-M)	轉換比 EMX/PE
#37.9	8.28	23.68	0.35
#37.9	8.28	23.68	0.35
#38.5	10.52	22.88	0.46
#39.7	8.06	21.52	0.37

註：#：打初，*：重打，兩者間隔7天。

表3 南環道路橋樑 P3 靜載重結果

分析方法	極限承載重(Ton)	
	循環加載法	快速加載法
CHIN FAILURE	1103	1294
DAVISSON FAILURE	992	1002
FULLER HOY FAILURE	1009	1166
BUTLER HOY FAILURE	945	1078
VANDER FAILURE	1098	1288
HANSEN FAILURE(90%)	885	778
TERZAGHI FAILURE	979	1077
平均	1001	1098

載法約比循環加載法大10%。但快速加載法之試樁時間只需約為循環加載法之1/20，因此快速加載法在台中港區之土壤(silt-sand)而言，似不失為可採信之試樁法。(因限於當時環境及時間之限制只做一組樁之比較，今後將繼續做兩種試樁法之比較)。靜載重試樁之樁與錨樁配置如圖(6)，在試樁過程中，因參考樁之固定樁較短係打在新填土層，受潮水上漲時，發生新填土層含水量增加產生膨脹，造成沉陷量增

加，退潮時則發生相反的現象。故在海邊做靜載重試樁時，若參考樁之固定樁係打在新填土區時，應做潮汐影響之校正方能得正確的結果。圖(7)及圖(8)是循環加載法及快速加載法各種分析法之分析圖，各種分析法平均循環加載法1001 ton 快速加載法1098 ton。靜載重試樁現況如照片(1)。

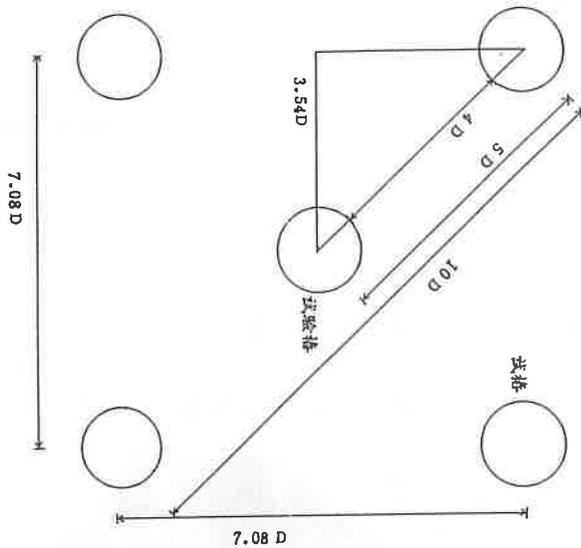


圖6 南環道路橋樑試樁樁與錨樁樁位配置

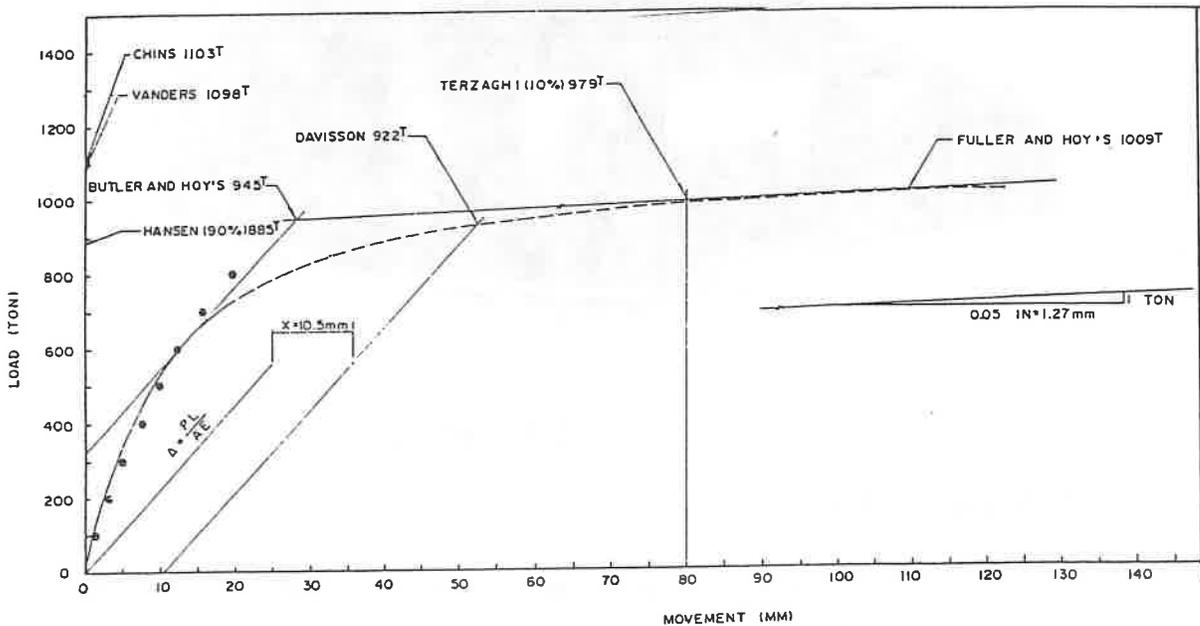


圖7 P3 靜載重試樁循環加載法分析圖

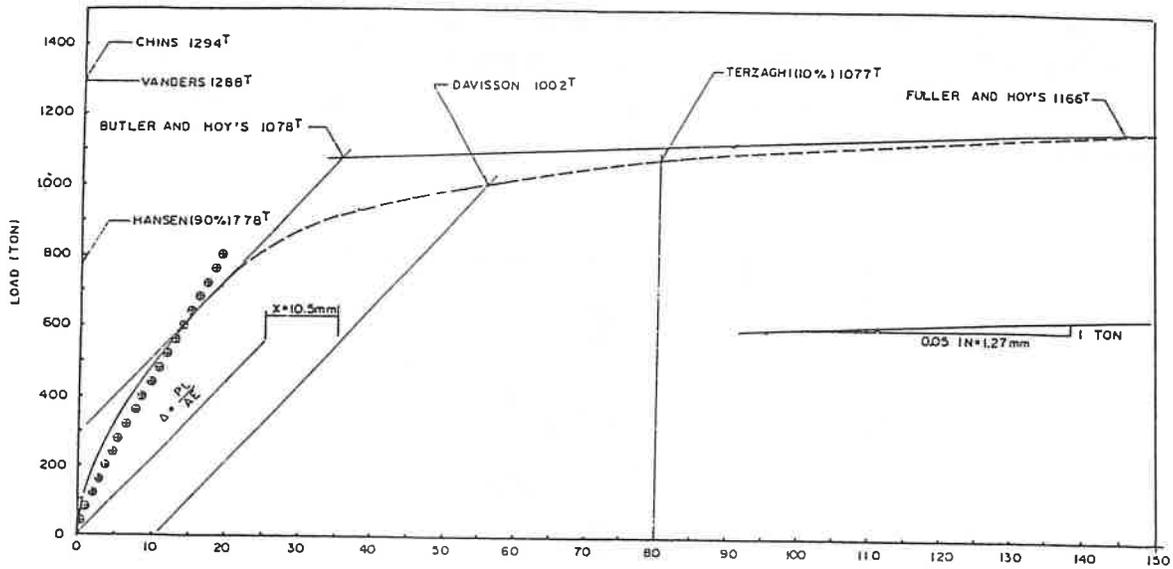


圖 8 P3 靜載重試樁快速加載法分析圖



照片(1) 南環道路P3靜載重試樁情形

4.2 開口鋼管樁之承載力

西三、西四號碼頭工程總共打設 1309 支樁，其中陸上打樁 1167 支，海上打樁 232 支。在施工中特選擇陸上打樁 3 支(E1-2,G6-2,N3-7)及海上打樁 2 支(B2-7,C2-2)做 PDA 試樁，並在陸上打樁之 N3-7 及海上打樁之 C3-3 進行靜載重試樁。其結果如下各小節所述：

4.2.1 以動力公式計算

西三、西四號碼頭工程鋼管樁之承載力以動力公式計算結果因頗不理想。其原因除如第參章所述，在此就不再詳述。

4.2.2 以 PDA 探討開口鋼管樁承載力

PDA 試樁結果如表(4)、G6-2之重打與初打之比值為1.93。其中摩擦力增加頗有限僅為1.08，而樁尖阻力重打與初打則增加頗大，比值為3.84。E1-2之重打與初打之比值為1.48。其中摩擦亦增加得頗小，重打時之摩擦力僅為初打時之1.02倍，而樁尖阻力則為2.74倍，由以上兩支樁之試樁結果顯示重打時比初打時所增加之承載力大多來自樁尖阻力，因限於環境，其餘3支樁未做初打。

基樁打擊應力如表(5)、以上5支樁之樁錘轉換比除C2-2為18%顯得偏低外，其餘在38%~53.3%均屬正常（正常值介於30%~50%間）。C2-2之樁錘轉換比偏低的原因，係因其土壤阻力偏低所致。

樁錘轉換比如表(6)、最大張應力者為C2-2達 $270\text{kg}/\text{cm}^2$ ，最小者係N3-7為0，係因C2-2樁之土壤阻力偏低，而N3-7則顯示土壤阻力頗大所致。以上5支樁之壓應力最大值係N3-7為 $2890\text{kg}/\text{cm}^2$ 尚在鋼管樁容許壓應力 $3160\text{kg}/\text{cm}^2$ 之範圍內。

基樁之完整性與 β 值之關係如表(7a)，樁之完整性如表(7b)。

表 4 西三、西四號碼頭工程 CAPWAP 之分析結果(一)

樁 號	入土長度	試驗總 周緣摩擦 (TON)	未受束制 周緣摩 (TON)	受束制 周緣摩擦 (TON)	樁尖阻力 (TON)	總支承力 (TON)
G6-2(初打)	9.85	254.8	154.8	100.0	44.3	144.3
G6-2(重打)	9.85	324.2	212.8	108.4	170.2	278.6
E1-2(初打)	9.85	279.1	154.4	124.7	45.5	170.2
E1-2(重打)	9.85	381.3	253.5	127.8	124.8	252.6
C2-2	9.85	175.7	99.3	76.4	49.6	126.0
B2-7	9.85	163.9	59.4	104.5	49.5	154.0
N3-7	9.85	364.0	—	364.0	215.7	579.7

4.2.3 以靜載重試樁與 PDA 做比較

陸上打樁N3-7除做PDA動力試樁外，又做靜載重試樁。兩者相比誤差約13%，顯示PDA試樁應可被接受。N3-7之PDA試樁結果為579.7ton，（摩擦力佔364ton，

表 5 西三、西四號頭工程 CAPWAP 之分析結果(三)

樁 號	最大張應力 (KG/CM ²)	最大壓應力 (KG/cm ²)
G6-2(初打)	-80	1930
G6-2(重打)	0	2500
E1-2(初打)	-90	2470
E1-2(重打)	-10	2490
C2-2	270	1570
B2-7	90	1470
N3-7	0	2890

表 6 西三、西四號碼頭工程樁錘之轉換比

樁 號	每分鐘打擊數 BMP	轉換能量 EMX(T-M)	額定能量 PE(T-M)	轉換比 EMX/PE(0)
C2-2	45.1	2.19	12.36	18.0
B2-7	44.5	4.88	12.71	38.0
G6-2	38.7	12.07	22.64	53.3
E1-2	40.2	8.76	20.96	41.8
M3-7	36.1	3.27	8.07	40.5

表 7a β 與基樁完整性之關係

β 值	基樁完整性
1.0	完整
0.8 ~ 1.0	輕微損壞
0.6 ~ 0.8	損壞
0.6	破裂

〔註〕 β 為基樁之完整係數。

樁尖阻力為 215.7ton)。而同為陸打之 G6-2 及 E1-2 (G6-2 及 E1-2 之入土深度與 N3-7 相同均為 28m，地質狀況相似) 試樁結果其承載力則較 N3-7 低很多，PDA 試樁結果 G6-2 之總承載力為 278.6ton (摩擦力 108.4ton，樁尖阻力為 170.2ton)。E1-2 為 252.6ton (摩擦力 127.8ton，樁尖阻力為 124.8ton)。，其中樁尖阻力 N3-7 為 G6-2

表 7b 樁之完整性

樁 號	β	樁 之 完 整 性
G6-2	90.84	尚可
E1-2	1.0	完整
B2-7	1	完整
C2-2	0.6	偏低，但經再以 TNO 檢測結果基樁完整性良好
W3-7	1	完整

〔註〕本想另外以其他方法再復測 C2-2 樁的完整性，不料卻因該支樁於夜間被不明船隻撞斷，因此補打。

之1.26倍、為E1-2之1.73倍，磨擦力N3-7為G6-2之3.3倍、為E1-2之2.85倍，N3-7之承載力，與相同入土深度及土壤狀況相似之G6-2及E1-2高出甚多，其原因為在未打N3-7樁前先打設 $\Phi = 90\text{cm}$ 之套管後再打設N3-7，以便在試樁時可將樁及套管間之砂抽除，俾使其入土深度與開挖後之入土深度相同，但因先打設套管後再打基樁，造成土壤受擠壓及震動干擾之影響，使N3-7之承載力大幅增加，且其磨擦力以在加打套管底端下4m範圍內最大（詳表8），之後即急速遞減，在此證明在這4m範圍內土壤被大量擠壓。樁尖承載力方面；因本支樁土壤受擠壓也較G6-2及E1-2大，而且其承載力（樁尖）恰與靜力公式計算之所得結果（視基樁為實心）相當接近，而G6-2及E1-2之樁尖承載力，則比靜力公式計算所得之結果小很多，在此是否證明此類之開口鋼管樁縱使整支樁均貫入土中，其樁尖承載力亦無法達到實心者之樁尖承載力。N3-7因加打套管之因素而造成其承載力大幅增加，故其承載力有高估的現象。但由N3-7樁的PDA試樁結果及靜載重試樁結果很相近，且G6-2及E1-2兩支樁之承載力頗相近，可證明PDA之結果尚可採信，故實際上本三之基樁之承載力，應以G6-2及E1-2之結果較接近事實。由上述之實驗在鬆軟砂質地層，若採用先打套管再將基樁由套管中打入，應可較直接將基樁打在此類地層者增加承載力，可達到有效之地質改良。B2-7及C2-2係海上打樁。B2-7之總承載力為154ton（磨擦力104.5ton，樁尖阻力為49.5ton），C2-2為126ton（磨擦力為76.4ton，樁尖阻力為49.6ton）。顯然此2支海上打樁之承載力較G6-2及E1-2之陸上打樁者低甚多（海上打樁之C2-2及B2-7其入土深度與陸上打樁之N3-7、G2-6及E1-2等三支樁之實際入土深度相同，因為陸上打樁之三支樁在計算承載力時，已將須開挖部份之磨擦力扣除，且其樁尖承載力所在之深度已超過受深度影響之臨界深度(8m)），其原因除本地區地質較差外，因本工程所採用係開口鋼管樁，樁底係以弧形加勁。此類基樁中空所填塞之土柱長度，足以影響樁尖阻力。因海上打樁區，基樁貫穿土層較薄（陸打貫穿厚度28m，海打為17.5m），故海打區之基樁其中空所填塞之土柱遠較陸上打樁者短（陸打

填塞之土柱長18.7，海打10.5），故其樁尖阻力遠較陸上打樁者低。也有可能是在以CAPWAP分析C2-2及B2-7時所用之阻尼係數偏高所致。由此可得PDA樁因可分別得出摩擦力及樁尖阻力，故用於研判基樁承载力之實際情況確有其優點。

表8 西三、西四號碼頭N3-7樁PDA分析資料

CAPWAP FINAL RESULTS

Final CAPWAP Capacity: Ru 579.7 Skin 364.0 Toe 215.7 Ton

Soil Sgmt No.	Depth	Depth	Ru	Sum of Ru		Unit Resist. w. Respect to Damping	Smith	Quake	
	Below Gages	Below Grade		Up	Down				
	m	m	Ton	Ton	Ton	Depth Ton /m	Area Ton /m2	s/m	mm
				579.7					
1	19.4	1.9	133.4	446.3	133.4	65.49	34.20	.342	2.540
2	21.4	3.9	113.5	332.8	246.9	55.71	29.09	.342	2.540
3	23.4	5.9	78.2	254.6	325.0	38.37	20.04	.342	2.540
4	25.5	8.0	35.6	219.0	360.7	17.49	9.13	.342	2.540
5	27.5	10.0	3.3	215.7	364.0	1.63	.85	.342	2.432
Average Skin Values			72.8			36.40	18.66	.342	2.539
Toe			215.7				9572.27	.428	5.583
Soil Model Parameters/Extensions						Skin	Toe		
Case Damping						1.341	.994		
Unloading Level			(% of Ru)			0			
Soil Plug Weight			(Ton)					.49	

靜載重試樁係於N3-7樁做試樁。採用快速加載法，其加載過程如表(10)及表(11)。其結果依Vanders Failure Load分析法，所得之值為509ton。因為B2-7及C2-2由PDA所得的結果較低，因為C2-2無法做靜載力試樁故選擇隔壁地質相同之C3-3（隔六個月）再以靜載重試樁，其結果如圖(9)，承载力為256ton。可能是因為又經過半年土壤固結的原因或是因為當時以PDA試樁時就偏低，靜載重試驗的結果其承载力大幅增加。海上打樁情形如照片(2)。



照片(2) 西三西四號碼頭C3-3海上打樁情形

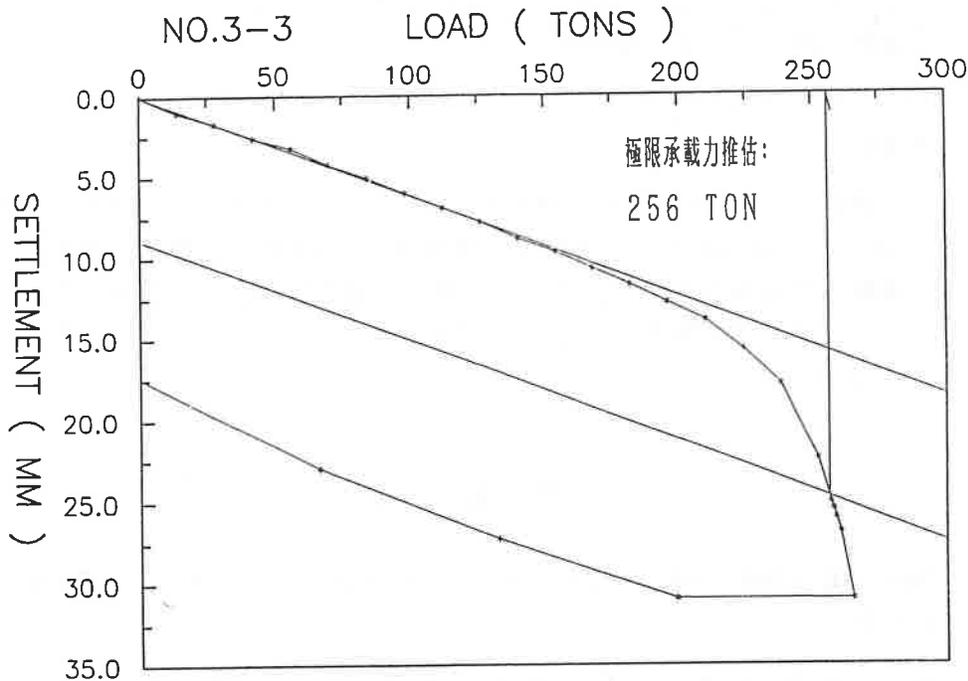


圖9 軸向試驗極限承載力推估 (Davisson 法)

五、結 論

- 一、台中港南環道路橋樑基礎之P3基樁之PDA動載重試樁結果承載力為863ton，靜載重試樁結果為1001ton，兩者之偏差為16%（但兩者在分析時均偏保守）。
- 二、台中西三、西四號碼頭工程N3-7基樁分別做PDA及靜載重試樁，前者所得到之基樁承載力為579.7ton，後者為509ton，兩者相較偏差13%。
- 三、西三、西四號碼頭工程除前述之N3-7樁外共又選擇4支樁（G6-2、E1-2、B2-7及C2-2）做動載重試樁，其結果承載力G6-2及E1-2約只N3-7之一半，其原因係因N3-7為做試樁而事先加打 $\phi = 90cm$ 之套管以便將套管與樁之間的砂抽除，由於打套管而造成土壤震動擠壓，使承載力增加，但由於本支樁之靜載重試樁與PDA之偏差為13%，而南環道路橋樑P3所做PDA及靜載重所得結果為其兩者之偏差為16%。故PDA應足以信賴。又B2-7及C2-2兩支樁其承載力偏低的原因係因海上打樁其樁中空所填之土柱較短所致。也有可能係本兩支樁之PDA分析時所用阻尼係數偏高所致。又經過半年在C3-3再以靜載重試樁結果承載力大幅增加。
- 四、陸上打樁做靜載重試樁，若參考樑（按裝測微計）之固定樁打在新填土層時，因填土層易受潮汐影響而產生膨脹及收縮的現象造成試樁結果誤差，故在此情

況下試樁時其沉陷量必須做潮汐影響之修正，方可得到正確之結果，尤其以循環加載法因時間長更需注意。

- 五、PDA 由於可分別得到摩擦力及樁尖阻力之承載力，故對於核校靜力公式頗有參考價值。
- 六、在本研究中， N_{3-7} 樁在打樁前先打設 $\phi = 90\text{cm}$ ， $L = 14\text{m}$ 之套管（基樁 $\phi = 60\text{cm}$ ， $L = 28.5\text{m}$ ），結果發現套管末端以下4m範圍內摩擦力大幅增加，樁尖承載力亦大幅增加，且此狀況下之樁尖承載力與靜力公式計算（視基樁為實心）之樁尖承載力頗為接近，而未打套管之 G_{6-2} 及 E_{1-2} 之樁尖承載力則均較 N_{3-7} 小許多。

六、參考文獻

1. Robert D. Chellis 1961, "PILE FOUNDATION" the McGraw-Hill Book Company, Inc.
2. Goble, G. G., Likins, G. E., and Rausche, F., 1975, " Bearing Capacity of piles from Dynamic Measurements" Final Report, Department of Civil Engineering, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, March .
3. Smith E. A. L., 1951, " Pile Driving Impact ", Proceedings, Industrial Computation seminar, September 1950, International Business Machines Corp., New York, N.Y. P.44.
4. Smith E. A. L., 1960 "Pile Driving Analysis by the Wave Equation " Proc. ASCE, August.
5. Goble, G. G. Kovacs, W. D., and Rausche, F., 1972 "Final Demonstration : Response of Instrumented Piles to Driving and Load Testing ", Proceeding of the Specialty Conference on Performance of Earth and Earth- Supported Structures, Volum III , Purdue University Lafayette, Indiana, June .
6. Frank Rausche 1981, "A short introduction to continuous and discrete wave mechanics " — the second seminar on the dynamics of pile driving. Boulder, Colorado. March 24 - 25 .
7. 李建中、葉向陽、石朝松、翁斌，75年“打樁動力分析儀之應用與結果分析”榮民工程事業管理處。
8. 李建中，73年“試樁加載過程及結果，詮釋方法之探討”，榮民工程事業管理處。

—以打樁動力分析探討基樁承載力 邱垂珍—

9. 謝敏雄、邱垂珍等，77年7月，“台中港基樁之應力及承載量之研究”台灣省交通處台中港務局。
10. 邱垂珍，85年11月，“以動載重試樁(PDA)探討PC樁及開口鋼管樁承載力的影響”，第十七屆海洋工程研討會。
11. 邱垂珍，86年11月，“探討基樁打樁行為及基樁承載力”。

本文討論意見將在本刊後期討論欄中刊出，請將意見於六個月內寄交總編輯。

86年07月29日收稿

86年12月01日修改

87年01月05日接受

港灣技術論文投稿須知

1. 本期刊出版港灣工程及相關應用科學範圍之原創性學術論文及工程技術性論文。
2. 稿件（四份）請寄：台中縣梧棲鎮臨海路83號，港灣技術總編輯梁乃匡教授收。
3. 凡投寄之稿件必須不在其他期刊出版者。
4. 本期刊無稿酬，但贈送作者論文抽印本五十份。
5. 本刊為審查及以後排版方便起見，稿件請按本須知妥善打字。稿件如經接受，為減少重新打字之錯誤，增快校稿時效，請提供論文繕打之磁片，並附上軟體名稱；校對工作將由作者負責。
6. 應徵論文可用中文或英文撰寫；並依序包括題目、作者姓名（服務機構、職稱）、關鍵詞、摘要、前言、正文（區分成數段）、結論、參考文獻、附錄等，請參照刊文格式。以中文撰寫者須附英文摘要，以英文撰寫者附中文摘要（如不諳中文者可代寫）。
7. 論文撰寫力求言簡意賅，文長以A4格紙三十頁為限（含圖表）。
8. 文之各段大標題，中文以一、二、三……示之前，並置於稿紙中央；英文以1.2.3.……示之前，並置於稿紙左邊。小標題置於左邊，並以1-1、1-2……2-1、2-2……等示之於前。
9. 文章內插圖大小應顧及刊登後版面清晰程度，插圖內之符號或文字以工程字書寫，照片需為黑白光面照片原件。所有圖表及照片皆附簡短說明，並依文中出現之次序分別編號，如圖1，圖2，……，表1，表2……等。表說明置於表上方，圖說明置於圖下方。圖表請附目錄、所有圖表依序粘貼在稿紙。
10. 文章內所引之參考文獻依出現之次序排在文章之末，文內引用時應在括號內附其編號，如葉(1979)^[1]，Craig et al. (1973)^[2]等。參考文獻之書寫應依下列格式：

(1) 期刊：

陳大仁、林志明，「港池共振數值分析」，港灣技術，第十卷，第一期，第15 - 28頁(1989)。

Su, R. A. and M. A. Lin, "Reflection from Porous Structures," J. Fluid Mech., Vol. 10, pp.100-150 (1991).

(2) 論文集：

黃正德，「波壓之試驗研究」，第十一屆海洋工程研討會論文集，基隆，第15-33頁(1989)。

Sollitt, C. K., "Wave Transission Through Permeable Breakwaters," Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, Vancouver, Canada, pp.18-32 (1972).

(3) 研究報告：

張金機，港灣及海岸構造物設計基準，港灣技術研究所研究報告，專刊100號，台中(1993)。

Chang, C. K., "Wave Force on Breakwater," Institute of Harbour & Marine Technology, Report No. 30, Taichung (1993).

(4) 學位論文：

陳大慶，波浪溯升之試驗研究，碩士論文，台灣大學土木工程研究所，台北，1990。

Lin, P. M., "Wave Force on Structures," Ph. D. Thesis, Oregon State University, Corvallis, Oregon (1987).

(5) 書籍：

周大德，邊界元素法，臺灣書局，台北，第100-120頁(1995)。

Ward, J. C., *Turbulent Flow*, McGraw-Hill, London, pp.100-131 (1992).

11. 期刊論文的順序以接受日期先後排定。

12. 本期刊定於每年一月出刊。

統一編號

030961870023

Journal of Harbour Technology

Jan. 1998

Vol. 13

CONTENTS

- Local Wave Directional Spreading Function Model
..... Yi-Yu Kuo, Hsien-Kuo Chang and Samuel Sun..... 1
- Decoupled Analysis of A Linear Wave-Structure Interaction
Problem..... Jaw-Fang Lee..... 23
- Storm Surge in a Finite Domain
..... Jiann-Lin Shaw, Hsien-Kuo Chang..... 41
- The Processing of Echo-Sounding Data Based on the Concept of
Finite Beam-Width.....
Yet-Chung Chang, Jing-Ting Wen and Hwung-Hweng Hwung..... 59
- The Research of the Capacities of PC Piles and Open-End Steel
Piles with PDA Method..... Chui-Chen Chiu..... 71