

整合限制規劃與數學規劃求解 大眾捷運系統司機員排班問題

COMBINING CONSTRAINT PROGRAMMING AND MATHEMATICAL PROGRAMMING TO SOLVE THE CREW SCHEDULING PROBLEM FOR MASS RAPID TRANSIT SYSTEMS

陳桂豪 Guei-Hao Chen¹

鍾志成 Jyh-Cherng Jong²

韓復華 Fu-Wha Han³

(108 年 10 月 9 日收稿，109 年 2 月 16 日第一次修改，109 年 3 月 27 日第二次修改，
109 年 11 月 20 日定稿)

摘 要

司機員排班問題為大眾捷運系統營運時所面臨的重要議題之一。本研究將司機員於用餐完得以直接簽退之彈性納入考量，在滿足實務限制下，運用限制規劃法與數學規劃法來分別構建司機員任務產生模式與任務優化模式。前者主要產生符合所有排班營運限制之可行任務；後者主要求解涵蓋每日列車勤務的最小任務成本組合，其結果不僅攸關系統營運時的人事成本，更直接決定司機員的休息時間是否足夠，進而影響系統的營運安全。於案例分析上，本研究以國內某軌道營運機構之實際資料與相關排班規定為例進行測試，相較於人工排班結果，透過本研究提出之兩階段求解架構能夠確實地節省人事成本，以較少任務數涵蓋所有列車勤務，且規劃人員亦可快速地測試多種不同方案，並提供決策單位作為司機員排班規劃之

-
1. 財團法人中興工程顧問社研究員（聯絡地址：11494 台北市內湖區新湖二路 280 號，電話：02-87919198，E-mail：guei@sinotech.org.tw）。
 2. 財團法人中興工程顧問社土木水利及軌道運輸研究中心主任。
 3. 國立交通大學運輸與物流管理學系榮譽退休教授。

參考。

關鍵詞：司機員排班問題；大眾捷運系統；限制規劃法；集合涵蓋問題

ABSTRACT

This paper addresses the crew scheduling problem for mass rapid transit systems. The problem aims to find a duty arrangement with minimal cost that covers all tasks satisfying the scheduling and operating rules. We employ a hybrid approach to solve the problem with a constraint programming model for duty generation and a mathematical programming model for duty optimization. We apply the models to a real-world MRT company in Taiwan. The results show that the proposed solution approach is more efficient than manual scheduling process and can achieve 3% savings of labor cost.

Key Words: Crew Scheduling Problem; Mass Rapid Transit; Constraint Programming; Set Covering Problem

一、緒 論

軌道運輸長期以來為國內交通運輸的主幹之一，往往需要大量人力方能維持正常運轉，所需之技術人力大致可區分為乘務人員與站務人員兩大類。其中，乘務人員運用必須考量業務分擔、乘務員人數以及乘務員勤務條件，以排定每一車次的乘務人員與其任務銜接的作業。乘務人員運用包括司機員及列車長的排班與輪班兩大主要部分^[1]，在勞方意識逐漸抬頭的氛圍下，司機員排班運用 (crew scheduling) 成為不可輕忽之重要課題。司機員排班係在已知時刻表後，再來進行規劃，主要目標為規劃涵蓋每日時刻表上所有列車勤務的司機員任務集合。作業時須滿足相關勞動法規與公司規定，如換班點位置、休息時間、用餐、連續駕駛時間、工時均衡等限制，規劃出由列車勤務組合的任務集合，即每位司機員一日的工作內容。其結果不僅影響軌道系統營運時的人事成本，更直接決定司機員是否有充足的休息時間，因此專業排班人員應藉由公平合理的作業機制避免疲勞駕駛的任務產生，進而維持系統營運安全。

人員排班問題為作業研究 (operation research) 著名問題之一，除了鐵路產業外^[1]，於航空產業^[2]與公路產業^[3]亦有諸多應用。就軌道運輸而言，過去學者多以數學規劃法 (mathematical programming, MP) 對此課題進行相關研究^[4,5,6]。然而，在考量複雜的排班限制與勞資雙方的立場之下，難以單純運用數學規劃法求解大規模之問題，因此通常發展啟發式演算法來加速求解^[7-10]。至今，僅少部分研究針對軌道運輸中的捷運系統深入探討。例如 Chu 與 Chan^[11]以香港輕軌為例提出啟發式演算法來求解人員排班問題，當中利用最短路徑法的概念先從列車時刻表中求取較佳之部分勤務組合，即工作鏈，接著求解含

數個工作鏈之任務集合；Cavique 等人^[12]利用禁忌搜尋法同時以最少任務數為目標求解里斯本地鐵之人員排班問題；Chew 等人^[13]探討新加坡捷運之人員排班，以匈牙利法與禁忌搜尋法分別求解跨夜任務排班模式與一般任務排班模式。Park 與 Ryu^[14]利用基因演算法求解韓國地鐵人員排班問題，在勤務總數固定之下，最小化特定休息次數之任務數；Elizondo 等人^[15]利用演化演算法、禁忌搜尋法與貪婪演算法求解聖地亞哥捷運人員排班問題並比較其效果。

傳統作業研究領域所探討的大多屬於有明確目標式的最佳化問題，但對於許多諸如排班 (scheduling)、班表 (timetabling) 與輪值 (rostering) 等的組合性問題，其牽涉大量複雜與多變的限制條件，因此最佳化模式之應用效率變的有限，即使應用演算法找尋改善解，也需耗費時間來檢查其是否為可行解^[16]。有鑑於此，已有學者探討利用限制規劃法 (constraint programming, CP) 或其概念來輔助尋找人員排班問題之可行解^[17]。由表 1 可知，相較於數學規劃，限制規劃法可有效率地模式化並求解具有高度邏輯限制之最佳化組合問題，如含時間窗限制的人員排班問題、含容量限制的車輛排程問題等；或是邏輯限制程度雖然不高但卻難以透過數學限制表示之問題，如 n-queens 問題、zebra puzzle 問題等。反之，若問題的變數值域的可行組合過多，且邏輯限制程度亦不高，使得限制規劃法無法有效率地求解此類問題，此時運用數學規劃法來構建此類問題的模式反而為較佳之選擇^[18, 19]。

表 1 CP 與 MP 方法所適用之問題特性

求解方法	可行解空間特性
CP	問題以邏輯限制為主
MP	問題以數學限制為主
CP + MP	可兼顧具有邏輯與數學限制的複雜問題

綜觀過往研究得以發現，Han 與 Li^[20]已針對捷運系統司機員排班問題結合限制規劃法與數學規劃法做一深入探討，該研究先利用限制規劃法產生所有可行任務，接著透過數學規劃法求解集合涵蓋問題 (set covering problem)，其對於司機員排班所須相關營運限制式之構建尚稱完備。然而，該研究在模式的變數設計上，無法反映司機員於班別結束前用餐的彈性，即司機員於簽退前須執行列車勤務，不被允許用餐完直接簽退，此假設易造成隸屬早班班別之任務於用餐時間安排的不便，也難以貼近實務現況。此外，對於司機員的有效工時長度，即司機員於行進列車上的時間總合，亦未納入考量。

現今國內大眾捷運系統仰賴人工方式規劃排班作業，然而，隨著系統路網的擴充，不論是在時刻表資訊的整合、司機員排班的規劃，甚至是績效盤點皆日益困難，亦無法高度考量排班的公平性與勞逸不均的問題。緣此，本研究以 Han 與 Li^[20]的研究為基礎，結合限制規劃法與數學規劃法來構建二階段排班模式。第一階段藉由限制規劃法的搜尋策略與值域限制技巧構建任務產生模式，其中，於變數設計上予以修正使其能允許司機員於用餐

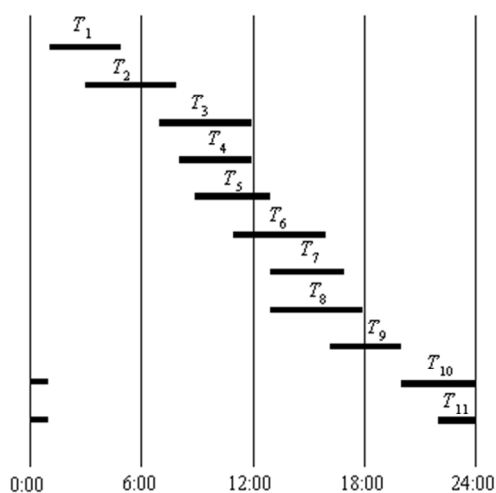
完直接簽退，同時擴充相關排班限制式，產生滿足所有營運需求之可行任務；接著將所求得任務集合作為任務優化模式之輸入資料，以最小化成本為目標，求解涵蓋所有勤務的最佳司機員任務組合，此即為第二階段內容。在求解上，本研究以 C# 程式語言輔以 Google 提供的求解引擎 OR-Tools 進行限制規劃與數學規劃之建模與求解程式之撰寫，並以國內某軌道營運機構的營運資料為例進行測試分析，以驗證模式之正確性與實用性，期望透過本研究提出的求解架構與模式，可有效優化司機員的人力資源配置。

本文後續內容安排如下：第二節針對研究問題給予明確定義，並構建所提出之兩階段司機員排班模式；第三節進行案例分析與敏感度分析；最後於第四節提出本研究的結論與建議。

二、模式構建

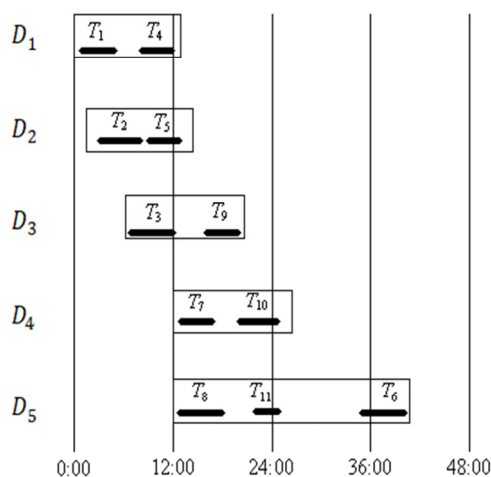
2.1 問題描述

司機員排班問題可被定義為滿足營運限制條件與政府法規的前提下，規劃涵蓋特定期間列車時刻表內所有勤務的最小任務成本組合。司機員排班規劃主要接在列車運用後進行，根據預定的列車時刻表以及可運用之人力資源，將列車運行行程拆解成一系列的列車勤務。以圖 1 為例，即將某單位日的列車運行行程拆解成 T_1 到 T_{11} ，共 11 個具有執行開始與結束時間的列車勤務 (task)，而被指派至司機員的一序列勤務組合稱之為任務 (duty)。以圖 2 為例，11 個列車勤務共由五個單位任務完成，如 T_1 、 T_4 被指派至任務 D_1 ，不同任務由不同司機員執行。於大眾捷運系統中，司機員指派通常以車班為基礎，各車班有對應



資料來源：Caprara 等人^[1]

圖 1 每日工作勤務範例



資料來源：Caprara 等人^[1]

圖 2 兩日任務規劃範例

的機廠及營運路線，因此司機員排班問題即依據每日各車班所負責的列車車班表來規劃司機員的任務。

2.1.1 名詞定義

(一) 換班點 (relief point)

可提供司機員交接勤務的地點稱為司機員之換班點，包含營運路線上的車站與鄰近路線端點的機廠。前者除提供司機員休憩或列車待避之股道外，另亦提供一般乘客上下車服務；後者則提供列車收發車與檢修作業之場域，而不提供載客服務。

(二) 勤務 (task)

介於兩換班點間的列車運行行程為列車勤務，即司機員排班規劃的最小排班單位。依列車勤務營運特性，可分為載客勤務、發車勤務及收車勤務三類。第一類載客勤務的換班點皆為營運路線上的車站，列車沿途停靠所有車站並提供載客服務；第二類發車勤務通常於當日第一個載客勤務前一小時開始，包含司機員將列車由機廠開至鄰近之營運路線端點站，並執行檢查軌道之巡軌工作；最後一類收車勤務則為最後一個載客勤務結束服務後，將列車送回機廠之勤務。根據不同列車勤務之特性即可推估每日應規劃的總列車勤務數，且每個勤務皆賦予列車車次、出發車站、出發時間、到達車站、到達時間、前置作業時間與收車作業時間之屬性。

(三) 任務 (duty)

任務或稱任務卡由數個列車勤務所組成，每一個任務代表司機員一日的工作內容，除了涵蓋列車勤務外，司機員的用餐與休息亦包含其中，如圖 3 所示。規劃期間若先行動務之到達車站與接續勤務之出發車站不同、或司機員簽到車站與最後列車勤務之到達車站不同時，則應給予司機員空載 (deadhead) 旅次，以符合司機員簽到與簽退地點須相同之規範。

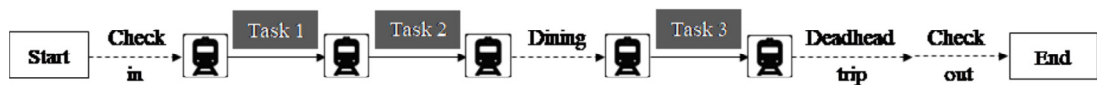


圖 3 司機員任務示意圖

2.1.2 營運限制類別

本研究經實地訪談後知悉，目前大眾捷運系統之排班仍仰賴人工方式規劃。規劃時應考量的營運限制大略分成位置、班別與時間三類。第一類限制主要確保換班點的一致性，除了須探討先行動務之到達車站與接續勤務之出發車站是否相同外，司機員進行簽到與簽退的所在位置亦須納入考量。第二類限制主要與任務所隸屬的班別有關，依據營運機構提供旅客運輸服務的時間與其排班作業的習慣，可再將班別細分為早班、午班及夜班等。不同種類班別其對應的工時長度與可用餐時段皆不盡相同，進而提高排班作業時之複雜程

度。最後一類則與勞動法規有密切關係，營運機構須遵循我國相關排班規範安排任務的內容，舉凡司機員執行勤務間的休息時間之界定、用餐時間長度的下限、連續駕駛時間長度的上限與延長工時的範圍等皆屬其範疇。各類限制之相對時間與空間關係彙整如圖 4 所示，個別限制之細節詳述於後續之 2.3 節。

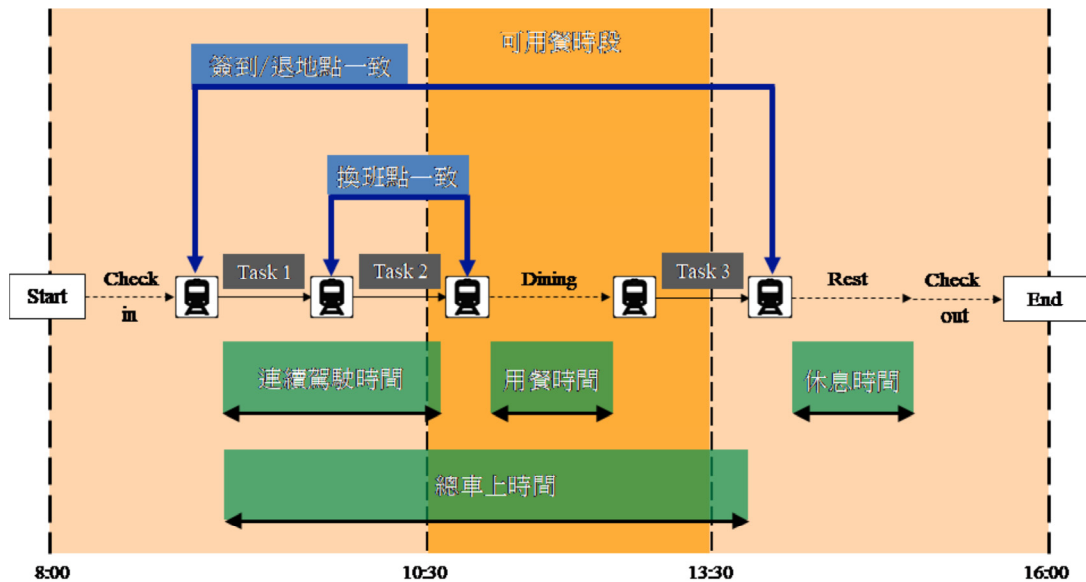


圖 4 各類營運限制示意圖

2.1.3 人工作業困境

實務上，大眾捷運系統司機員排班係在已知時刻表後來作業，排班規劃人員依據換班點的位置，將時刻表轉換成的列車運行圖進行勤務的切割，並參照過往經驗與排班規範來組合切割後的勤務，以安排司機員一天的工作內容，即任務卡。因此每當發生時刻表改點或勞基法規有所修改，排班規劃人員就需耗費數日至數週來重新規劃所有司機員的任務卡，整個程序不僅曠日費時，且無法於規劃期間內有效率地針對不同績效指標測試多種方案。此外，組合勤務的過程中須同時滿足 2.1.2 節所提及之所有限制，僅靠人工作業勢必採取試誤法 (try and error method) 來安排任務內容，其結果未必貼近最適解，且排班經驗難以系統化地傳承亦為隱憂之一。

隨著捷運系統路網的日益擴充，除了造成績效指標的複雜化，也更難以客觀評量排班的公平性與勞逸不均的問題。就管理者的角度，盡可能地減少營運時所需的人力成本為首要之務，然而，對執行勤務的司機員來說，合理的工時、充分的休息及工作量平均分配等係為主要訴求。因此，若能發展一決策支援系統並有效率地處理司機員排班問題，同時兼顧績效指標與修改排班參數的彈性，且規劃人員亦可快速地檢測不同方案，並提供決策單位作為參考，定能妥善運用珍貴人力。

2.2 求解架構

本研究將司機員排班問題切割成任務產生及任務組合最佳化（任務優化）兩個子問題，其求解流程如圖 5 所示。第一階段之任務產生問題在已知換班點位置、列車勤務資訊、班別資訊與排班相關參數等輸入資料下，有效率地產生所有滿足營運限制之可行任務。由於此問題屬於限制滿足問題（constraint satisfaction problem），因此適合利用限制規劃法來構建任務產生模式。限制規劃法之優勢不僅便於將實務規則模式化外，亦容易修正模式使其滿足新的營運需求。而第二階段之任務組合最佳化問題則屬於集合涵蓋問題，利用數學規劃法從已產生的可行任務中選取涵蓋所有列車勤務之任務組合，通常以最少任務數量為目標。後續小節將分別針對任務產生模式與任務優化模式詳細說明。

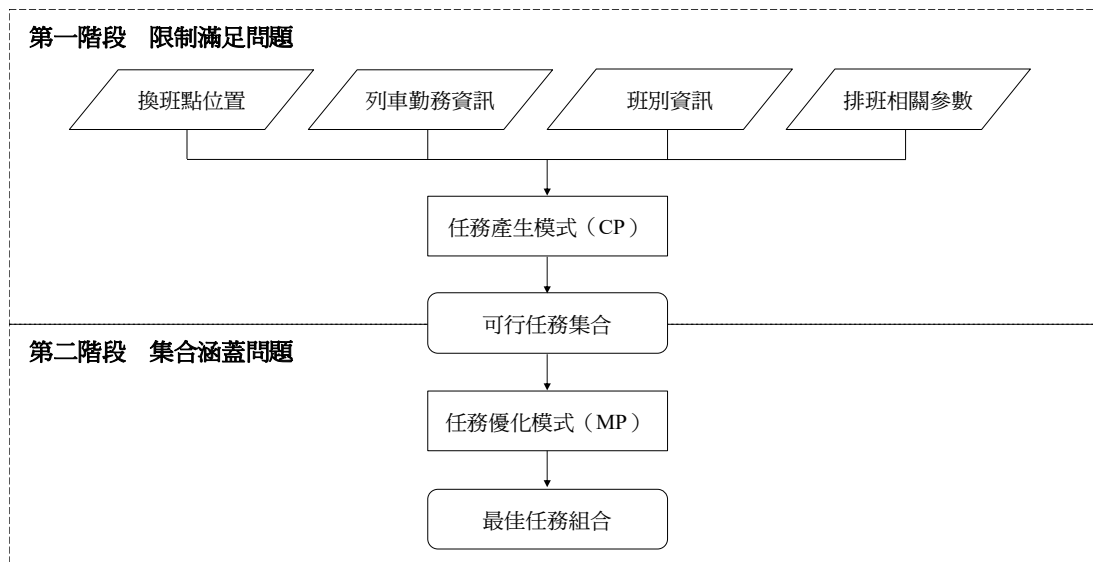


圖 5 司機員排班問題求解流程圖

2.3 任務產生 (duty generation) 模式

本研究以 Han 與 Li^[20] 研究中透過限制規劃法所構建之任務產生模式為基礎，針對原本紀錄司機員只能於相鄰勤務間進行休息或用餐之變數予以調整，使模式能允許司機員於用餐完直接簽退。此外，由於變數結構上的改變，須要一併修改並擴充相關排班限制式，如用餐時間上下限等，使模式產出之任務得以解決早班班別於用餐時間安排之不便。茲將本研究於司機員任務產生模式之集合與參數彙整如表 2 與表 3 所示，後續小節則依序說明模式所需變數、對應值域，以及依據大眾捷運系統營運特性所構建之相關限制。

表 2 司機員任務產生模式之集合表

集合	說明
Task	列車勤務集合， $\mathbf{Task} = \{0, 1, \dots, N_t\}$ ，其中 0 為虛擬勤務
Shift	班別集合
Station	換班點集合

表 3 司機員任務產生模式之參數表

參數	說明
N_t	總列車勤務數
$Number_t$	第 t 個勤務之列車車次， $t \in \mathbf{Task}$
Org_t	第 t 個勤務出發車站， $t \in \mathbf{Task}$
Des_t	第 t 個勤務到達車站， $t \in \mathbf{Task}$
$Dept_t$	第 t 個勤務出發時間， $t \in \mathbf{Task}$
Arr_t	第 t 個勤務到達時間， $t \in \mathbf{Task}$
$Prepare_t$	第 t 個勤務前置作業時間， $t \in \mathbf{Task}$
FT_t	第 t 個勤務收車作業時間， $t \in \mathbf{Task}$
$Start_s$	第 s 種班別開始時間， $s \in \mathbf{Shift}$
End_s	第 s 種班別結束時間， $s \in \mathbf{Shift}$
$DHT(k, l)$	換班點 k 至換班點 l 之空載旅行時間， $k, l \in \mathbf{Station}$
$dineLB_s$	第 s 種班別最早可用餐時間， $s \in \mathbf{Shift}$
$dineUB_s$	第 s 種班別最晚可用餐時間， $s \in \mathbf{Shift}$
$maxRT_s$	第 s 種班別最大休息時間， $s \in \mathbf{Shift}$
$numDine_s$	第 s 種班別是否需給予用餐， $s \in \mathbf{Shift}$
COT	簽退時間
CIT	簽到時間
$minRT$	最小休息時間
$minDT$	最小用餐時間
$maxDT$	最大用餐時間
$minCDT$	最小連續駕駛時間
$maxCDT$	最大連續駕駛時間
$minTWT_s$	最小總車上時間， $s \in \mathbf{Shift}$
$maxTWT_s$	最大總車上時間， $s \in \mathbf{Shift}$
m	單一任務內可被指派最多勤務數量

2.3.1 變數定義

在任務產生模式中的每一個解即代表一個滿足所有排班限制之可行任務。由於一個任務是由數個列車勤務所組成，因此可將其組成樣態與順序以式 (1) 表示，其中 x_i 表示任務中第 i 個被指派的列車勤務， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$ ，且其值域為 $\{0, 1, \dots, N_i\}$ 。另外， m 為一個任務中所能指派之最多勤務數量，利用最長班別時間扣除最小用餐時間、最小休息時間、簽到時間及簽退時間後，可推估單一任務中司機員得以駕駛的時間上限，接著除以不含收發車的最短勤務駕駛時間即可推算求得，如式 (2) 所示。

$$Duty = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} \quad (1)$$

$$m = \max_{s \in Shift} \left(\frac{End_s - Start_s - minDT - minRT - CIT - COT}{\min_{t \in Task} (Arr_t - Dept_t)} \right) \quad (2)$$

然而，並非每個可行任務所指派的列車勤務總數皆等於最多勤務數量，因此本研究利用值域為 0 的虛擬勤務來補足無指派列車勤務的變數 x_i 。此概念使模式不需固定求解任務時之總勤務數，進而找尋較彈性之勤務組合。

於 Han 與 Li ^[20] 的研究中，以變數 $break(x_i, x_{i+1})$ 紀錄司機員於相鄰勤務間是否需要中斷去休息或用餐，在此變數結構之下，忽略了在最後一個列車勤務 x_m 之後，仍可安排中斷予以休息或用餐的可行性。此外，當接續勤務為虛擬勤務時，即 $x_{i+1} = 0$ 時，不容許在先行勤務 x_i 與接續勤務 x_{i+1} 之間進行中斷予以休息或用餐。上述這兩個前提下，該模式不會產生任何司機員於用餐結束後即簽退的結果發生；因為這種司機員用餐後即簽退的狀況只會發生在最後一個列車勤務執行完，或是在最後一個實際的勤務與第一個虛擬勤務之間，而這兩者都與前述兩個前提抵觸。

本研究實際訪談國內某軌道營運機構，其明確表示排班過程是允許司機員用餐後即簽退，一方面可以增加排班的彈性減少人力需求，再則可以解決早班用餐時間不易安排的問題。緣此，本研究針對 Han 與 Li ^[20] 的變數結構予以修正，將原先探討勤務間的中斷狀態修改成探討單一勤務結束後的中斷狀態。在此原則下，模式改以變數 $break(x_i)$ 紀錄司機員於執行勤務 x_i 後是否需要中斷去休息或用餐，若不需要中斷則表示兩相鄰勤務須要被連續執行，如式 (3) 與式 (4) 所示。當先行勤務的到達時間與接續勤務的出發時間之差不小於最短休息時間，即表示兩相鄰勤務不須被連續執行，應於先行勤務結束後安排休息或用餐需求。此外，對任務中最後一個勤務而言，若該勤務不為虛擬勤務，則判斷為中斷，即允許司機員於用餐或休息後進行簽退作業。

$$break(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } (Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} \geq minRT) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \quad (3)$$

$$break(x_m) = \begin{cases} 1, & \text{if } (x_m \neq 0) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

當中斷發生時，需安排司機員於勤務結束後進行休息或用餐。依據前述提及的原則，模式分別改以 $rest(x_i)$ 與 $dining(x_i)$ 兩變數紀錄是否休息與是否用餐，其與變數 $break(x_i)$ 之關係如式 (5) 所示，即休息與用餐僅能擇一。

$$break(x_i) = rest(x_i) + dining(x_i) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (5)$$

此外，模式改以變數 $brektime(x_i)$ 記錄中斷持續的時間，以利處理休息及用餐時間限制。當接續勤務非虛擬勤務，且先行動務之到達車站與接續勤務之出發車站不同時，由於推估過程考量勤務前置與收車作業時間及兩站間之空載旅行時間，其中，空載旅行時間之值可藉由將到達車站 Des_{x_i} 與出發車站 $Org_{x_{i+1}}$ 帶入參數 $DHT(k, l)$ 求得，因此得以確保此中斷持續的時間足夠使司機員移動至接續勤務的出發車站，如式 (6) 所示，藉由此機制亦滿足勤務間的換班點須一致之位置限制。

對於任務中最後一個非虛擬的勤務或第 m 個勤務而言，由於模式納入司機員得以於班別結束前用餐之彈性，因此亦須計算扣除簽退時間、勤務收車作業時間與空載旅行時間後的閒置時間，以利後續判別用餐時間是否充足。此情形下的空載時間之計算，則考量最後一個非虛擬勤務的到達車站與首個列車勤務的出發車站是否相同，如式 (6) 與式 (7) 所示。

$$brektime(x_i) = \begin{cases} Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} - Prepare_{x_{i+1}} - FT_{x_i} - DHT(Des_{x_i}, Org_{x_{i+1}}), & \text{if } (Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} \geq minRT) \wedge (x_{i+1} \neq 0) \\ End_s - Arr_{x_i} - COT - FT_{x_i} - DHT(Des_{x_i}, Org_{x_1}), & \text{if } (Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} \geq minRT) \wedge (x_{i+1} = 0) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\}, s \in Shift \quad (6)$$

$$brektime(x_m) = \begin{cases} End_s - Arr_{x_m} - COT - FT_{x_m} - DHT(Des_{x_m}, Org_{x_1}), & \text{if } (x_m \neq 0) \\ 0 & \text{if } (x_m = 0) \end{cases} \quad \forall s \in Shift \quad (7)$$

最後，模式以變數 CDT_i 紀錄司機員累積的連續駕駛時間，以判別被連續執行的勤務其累積的駕駛時間是否有超過公司規定時間。本研究定義變數 CDT_i 為任務中第 i 個指派的勤務其結束時之累積連續駕駛時間，透過計算第一個至第 i 個的勤務到達時間與出發時間之差的總和而得，此外，僅在發生中斷與最後一個勤務結束時才計算司機員累積的連續駕駛時間，如式 (8) 與式 (9) 所示。前述所提及模式中之變數與其值域範圍皆整理於表 4 中。

$$CDT_i = \begin{cases} \sum_{n=1}^i (Arr_{x_n} - Dept_{x_n}) - \sum_{k=1}^{i-1} CDT_k, & \text{if } (Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} \geq minRT) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \quad (8)$$

$$CDT_m = \sum_{n=1}^m (Arr_{x_n} - Dept_{x_n}) - \sum_{k=1}^{m-1} CDT_k \quad (9)$$

表 4 司機員任務產生模式之變數值域表

變數	值域	說明
x_i	$\{0, 1, \dots, N_t\}$	在任務中，第 i 個指派的勤務， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$
$break(x_i)$	$\{0, 1\}$	判斷第 i 個指派的勤務執行後是否中斷， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$
$rest(x_i)$	$\{0, 1\}$	判斷第 i 個指派的勤務執行後是否因休息而中斷， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$
$dining(x_i)$	$\{0, 1\}$	判斷第 i 個指派的勤務執行後是否因用餐而中斷， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$
$breaktime(x_i)$	$\left\{ \begin{matrix} 0, 1, \dots, \\ \max_{s \in Shift} (maxRT_s, maxDT) \end{matrix} \right\}$	紀錄第 i 個指派的勤務執行後之中斷時間， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$
CDT_i	$\{0, 1, \dots, maxCDT\}$	紀錄到第 i 個指派的勤務之累積連續駕駛時間， $\forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$

2.3.2 位置相關限制

考量相鄰兩勤務若為須連續被執行之勤務，即先行動務結束後無中斷發生，則可藉由指派同一列車車次來確保先行動務之到達車站與接續勤務之出發車站一致，如式 (10) 所示。雖然亦可直接指定先行動務之到達車站與接續任務之出發車站相同而達成換班點一致之目的，然而，卻易造成同一時間多位司機員於月台層等候換班交接之情形。

$$(Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} < minRT) \rightarrow (number_{x_{i+1}} = number_{x_i}) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \quad (10)$$

倘若相鄰兩勤務無須被連續執行，即先行動務結束後有中斷發生，則已透過式 (6) 中考慮空載旅行時間的因素，滿足勤務間的換班點須一致之目的。至於司機員簽到與簽退地點須相同之要求則於式 (12) 中滿足。

2.3.3 班別相關限制

對於可行任務中所指派的所有列車勤務而言，其出發與到達時間均應介於對應班別的開始與結束時間之間，且出發時間須將司機員簽到所需時間與勤務前置作業時間納入考慮，如式 (11) 所示；到達時間則須考慮司機員簽退所需時間、勤務收車作業時間與空載

旅行時間，如式 (12) 所示。此外，當最後一個非虛擬勤務的到達車站與首個列車勤務的出發車站不同時，由於式 (12) 考量兩站間之空載旅行時間，因此確保司機員可於班別結束時間前回到原簽到車站並簽退下班。最後，相鄰的列車勤務則須滿足接續勤務之出發時間不得小於先行勤務之到達時間之限制，如式 (13) 所示。

$$(x_i \neq 0) \rightarrow (Dept_{x_i} \geq Start_s + CIT + Prepare_{x_i}) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, s \in \mathbf{Shift} \quad (11)$$

$$(x_i \neq 0) \rightarrow (Arr_{x_i} \leq End_s - COT - FT_{x_i} - DHT(Des_{x_i}, Org_{x_i})) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}, s \in \mathbf{Shift} \quad (12)$$

$$Dept_{x_{i+1}} \geq Arr_{x_i} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \quad (13)$$

其他班別相關限制還包含：對於不同班別，需考慮是否給予用餐如式 (14) 所示；第一個勤務不得指派虛擬勤務，避免產生全部勤務皆為虛擬勤務之任務，如式 (15) 所示。

$$\sum_{i=1}^m (dining(x_i) = 1) = NumDine_s \quad \forall s \in \mathbf{Shift} \quad (14)$$

$$x_1 \neq 0 \quad (15)$$

2.3.4 時間相關限制

時間相關的限制主要涉及休息時間、用餐時間、連續駕駛時間與總車上時間，且多與法律規範有關。於休息時間方面，若司機員執行列車勤務後須要安排休息，則其中斷持續的時間須介於最小與最大休息時間之間，如式 (16) 所示。然而，司機員在休息完便直接簽退的情況下，意即該勤務為任務中第 m 個勤務或為最後一個非虛擬的勤務，則無需考慮其中斷持續的時間長度。

$$(rest(x_i) = 1) \wedge (x_{i+1} \neq 0) \rightarrow (minRT \leq breaktime(x_i) \leq maxRT_s) \\ \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\}, s \in \mathbf{Shift} \quad (16)$$

於用餐時間方面，若司機員執行列車勤務後須要安排用餐，則其中斷持續的時間須介於最小與最大用餐時間之間，且開始用餐時間亦須介於最早及最晚可用餐時段中，本研究以列車勤務到達時間作為司機員得以開始用餐時間之依據，如式 (17) 所示。然而，司機員在用餐完便直接簽退的情況下，則無需考慮其中斷持續的時間上限，只須滿足最小的用餐時間即可，如式 (18) 與式 (19) 所示。

$$(dining(x_i) = 1) \wedge (x_{i+1} \neq 0) \\ \rightarrow (minDT \leq breaktime(x_i) \leq maxDT) \wedge (dineLB_s \leq Arr_{x_i} \leq dineUB_s)$$

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\}, s \in \mathbf{Shift} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 & (dining(x_i) = 1) \wedge (x_{i+1} = 0) \\
 & \quad \rightarrow (\min DT \leq breaktime(x_i)) \wedge (dineLB_s \leq Arr_{x_i} \leq dineUB_s) \\
 & \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\}, s \in \mathbf{Shift}
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 & (dining(x_m) = 1) \rightarrow (\min DT \leq breaktime(x_m)) \wedge (dineLB_s \leq Arr_{x_m} \leq dineUB_s) \\
 & \forall s \in \mathbf{Shift}
 \end{aligned} \tag{19}$$

於連續駕駛時間方面，由於司機員累積的連續駕駛時間之上限已透過變數 CDT_i 的值域範圍來限制，因此，只需以式 (20) 與式 (21) 來限制其下限。

$$(Dept_{x_{i+1}} - Arr_{x_i} \geq \min RT) \rightarrow (CDT_i \geq \min CDT) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \tag{20}$$

$$(x_m \neq 0) \rightarrow (CDT_m \geq \min CDT) \tag{21}$$

於總車上時間方面，本研究定義司機員的總車上時間為執行任務時的所有列車勤務運行時間與所有空載旅行時間之總和。總車上時間須介於某個時間範圍內以滿足公司營運規定，如式 (22) 所示。其中， $last$ 表示最後一個非虛擬的列車勤務，其定義如式 (23) 與式 (24) 所示。

$$\begin{aligned}
 \min TWT_s & \leq \sum_{j=1}^m (Arr_{x_j} - Dept_{x_j}) + \sum_{j=1}^{last-1} DHT(Des_{x_j}, Org_{x_{j+1}}) + DHT(Des_{x_{last}}, Org_{x_1}) \\
 & \leq \max TWT_s
 \end{aligned}$$

$$\forall s \in \mathbf{Shift} \tag{22}$$

$$(x_i \neq 0) \wedge (x_{i+1} = 0) \rightarrow (last = i) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \tag{23}$$

$$(x_m \neq 0) \rightarrow (last = m) \tag{24}$$

2.4 任務優化 (duty optimization) 模式

本研究第二階段的求解，要在第一階段產生的所有可行任務中，以最小成本為目標，尋求一組涵蓋所有班表勤務的最佳司機員任務組合。此部分可採用集合分割問題 (set partitioning problem) 與集合涵蓋問題 (set covering problem) 兩種型式建模求解。前者集合分割問題要求每個勤務恰被涵蓋一次，可杜絕重複涵蓋勤務的產生，但卻易造成無解或求解時間過長的結果。後者集合涵蓋問題，允許勤務可被任務涵蓋一次以上，實務上求解不會無解，且刪除重覆涵蓋的勤務並不困難 (詳見案例分析 3.3 與 3.4 節)。爰此，本研究將任務優化視為一集合涵蓋問題建模，求解其最小成本的任務組合，模式所使用之集合與參數分別彙整於表 5 與表 6。

表 5 司機員任務優化模式之集合表

集合	說明
D	可行任務集合，即任務產生模式之輸出資料
T	時刻表上列車勤務集合

表 6 司機員任務優化模式之參數表

參數	說明
C_d	第 d 個可行任務之成本， $d \in D$
A_{td}	第 d 個可行任務是否涵蓋第 t 個列車勤務， $d \in D, t \in T$

Min

$$\sum_{d \in D} C_d y_d \quad (25)$$

Subject to

$$\sum_{d \in D} A_{td} y_d \geq 1 \quad \forall t \in T \quad (26)$$

$$y_d \in \{0, 1\} \quad \forall d \in D \quad (27)$$

此模式之決策變數 y_d 為二元變數，表示第 d 個可行任務是否被選到，若被選到則為 1，反之為 0，其中 $d \in D$ 。目標式 (25) 為最小化任務成本組合，若每個任務成本皆相同，則問題即為求解排班所需最少任務數。式 (26) 確保每個列車勤務至少須被一個可行任務所涵蓋。式 (27) 則說明決策變數性質。

三、案例分析

3.1 資料輸入

本研究以國內某軌道營運機構的特定車班之營運資料作為研究範圍，來測試所提出之司機員排班模式，並利用 C#與 Google OR-Tools 軟體撰寫模式與求解程序，且於 Intel Core i7-6700K 處理器與 32 GB RAM 記憶體以及 Windows 10 作業系統的環境下執行測試。由於該機構的司機員排班為各路線獨立規劃，並以車班為基礎，因此，不同路線的司機員指派並不會相互影響。此車班服務的路線共有 24 個營運車站，考量晨間巡軌作業，列車實際運行時間約從早晨五點至隔日凌晨一點半。於司機員任務規劃上，此車班提供兩個換班

點，其一為非路線端點之車站，此車站之列車上行方向或下行方向皆可讓司機員進行換班作業，另一為鄰近之機廠，其相對位置如圖 6 所示。

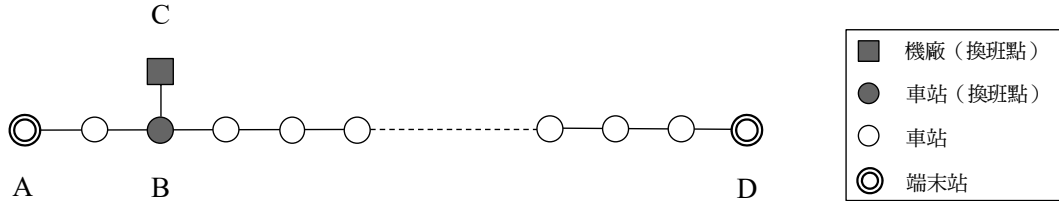


圖 6 車班換班點示意圖

依據列車勤務營運特性與換班點位置可將營運車班表上之列車勤務分為以下四類。藉由此四類勤務的排列組合，即可使模式產生允許司機員於換班點 B 之上行方向 (A→D) 或下行方向 (D→A) 進行換班之可行任務，以滿足實務上之需求。本研究所輸入之列車勤務共計 199 個，包含 17 個發車勤務、17 個發車勤務與 165 個載客勤務，而兩換班點 B、C 間的空載旅行時間為 20 分鐘。

1. C→B (發車勤務)
2. B→A→B (載客勤務)
3. B→D→B (載客勤務)
4. B→C (收車勤務)

從訪談過程知悉，可行班別的起始時間以 10 分鐘間隔為規劃基礎，即若 05:00 為第一種可行班別開始時間，後續其他班別開始時間則為 05:10、05:20、05:30 等以此類推；此外，在可行班別上規劃亦較具彈性，可使用 6 小時至 10 小時班別，且班別工時以半小時間隔為基礎，故班別工時可為 6 小時、6.5 小時、7 小時、7.5 小時、8 小時、8.5 小時、9 小時、9.5 小時及 10 小時共 9 類。

本研究以班別的工時長度作為不同情境分析之基礎，來驗證模式的彈性。情境一所輸入之可行班別的工時皆為 8 小時，班別開始時間的範圍為 04:30~07:30 與 13:00~18:00，並以 10 分鐘為間隔，共計 50 種不同可行班別；情境二所輸入之可行班別的工時則從 6 小時增至 10 小時，雖然班別開始時間的範圍與情境一相同，但因工時長度的變化，所以產生 450 種不同可行班別；情境三則接續情境二之設定，進階探討司機員能否於用餐完後即簽退對於排班結果的影響。其他排班參數數值則如表 7 所示。

3.2 分析情境一：單一工時班別

考量一般鐵路營運機構多以單一班別工時進行排班規劃，故本研究先以班別工時 8 小時作為規劃基礎。任務產生模式之輸入資料包含了 50 種可行班別與 199 個列車勤務，其相對分布時間如圖 7 所示，其中午餐與晚餐用餐時段分別為 10:30~14:00 與 16:30~20:00，

且各班別均須安排用餐。而任務優化模式中各可行任務之成本則定為 1 單位。

表 7 排班參數數值表

參數	說明	數值
COT	簽退時間	10 分鐘
CIT	簽到時間	10 分鐘
$minRT$	最小休息時間	25 分鐘
$maxRT_s$	最大休息時間， $s \in Shift$	80 分鐘
$minDT$	最小用餐時間	40 分鐘
$maxDT$	最大用餐時間	80 分鐘
$minCDT$	最小連續駕駛時間	100 分鐘
$maxCDT$	最大連續駕駛時間	150 分鐘
$minTWT_s$	最小總車上時間， $s \in Shift$	220 分鐘
$maxTWT_s$	最大總車上時間， $s \in Shift$	370 分鐘
$Prepare_t$	第 t 個勤務前置作業時間， $t \in Task$	發車勤務為 30 分鐘，其餘不需要
FT_t	第 t 個勤務收車作業時間， $t \in Task$	收車勤務為 10 分鐘，其餘不需要
m	單一任務內可被指派最多勤務數量	9

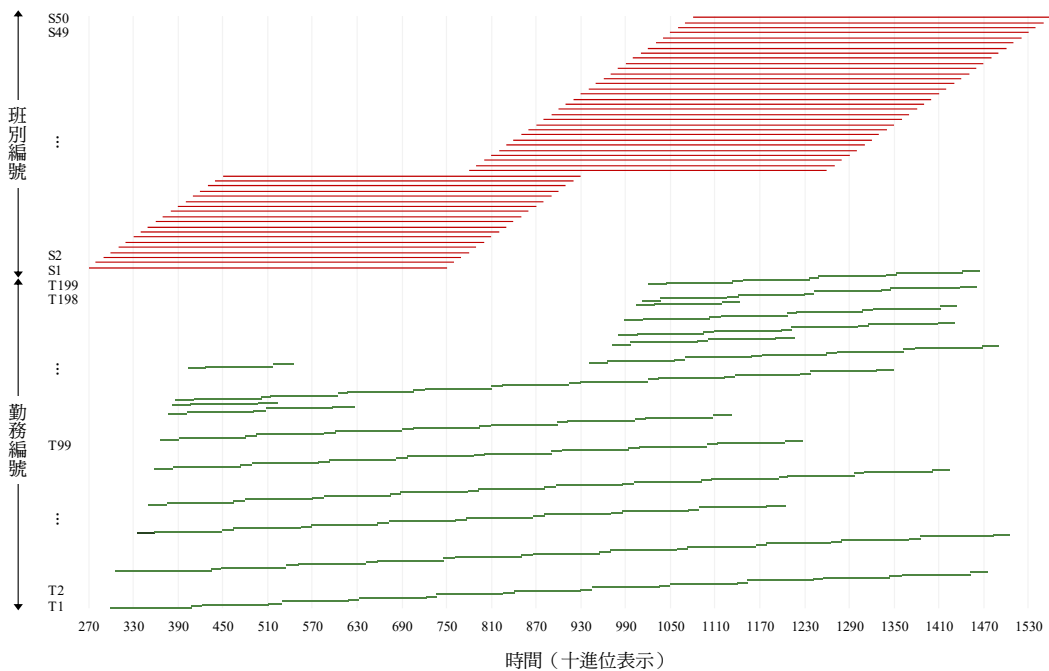


圖 7 情境一之輸入資料

在此情境下之求解結果如表 8 所示，模式於第一階段依據不同班別共耗時 144 秒產生 11,903 個可行任務；於第二階段則將已產生之可行任務作為輸入資料，求解出最佳任務數量為 34 個，此結果說明至少需要 34 個司機員人力才得以執行車班表上之所有列車勤務。

表 8 情境一之模式求解品質

班別工時 範圍	第一階段		第二階段	
	任務產生模式 求解時間	可行任務 數量	任務優化模式 求解時間	最佳任務數量
8 小時	144 秒	11,903	1 秒	34

最佳任務組合如圖 8 與表 9 所示，在所有任務皆需安排用餐的前提下，由於午餐用餐只能安排於 10:30~14:00 之間，因此，對於班別開始時間極早的司機員來說，例如介於 04:30~06:00 之間者，始能安排用餐時往往已執行數小時之勤務，造成用餐時間只能受限於接近班別結束之前。圖 8 中任務 No.1~No.6、No.14、No.16、No.21 的用餐時間皆安排於勤務全數執行之後，對於司機員來說用餐完便可直接簽退，無須再執行任何勤務，如此的任務內容安排亦反映本研究所提出之模式的彈性。

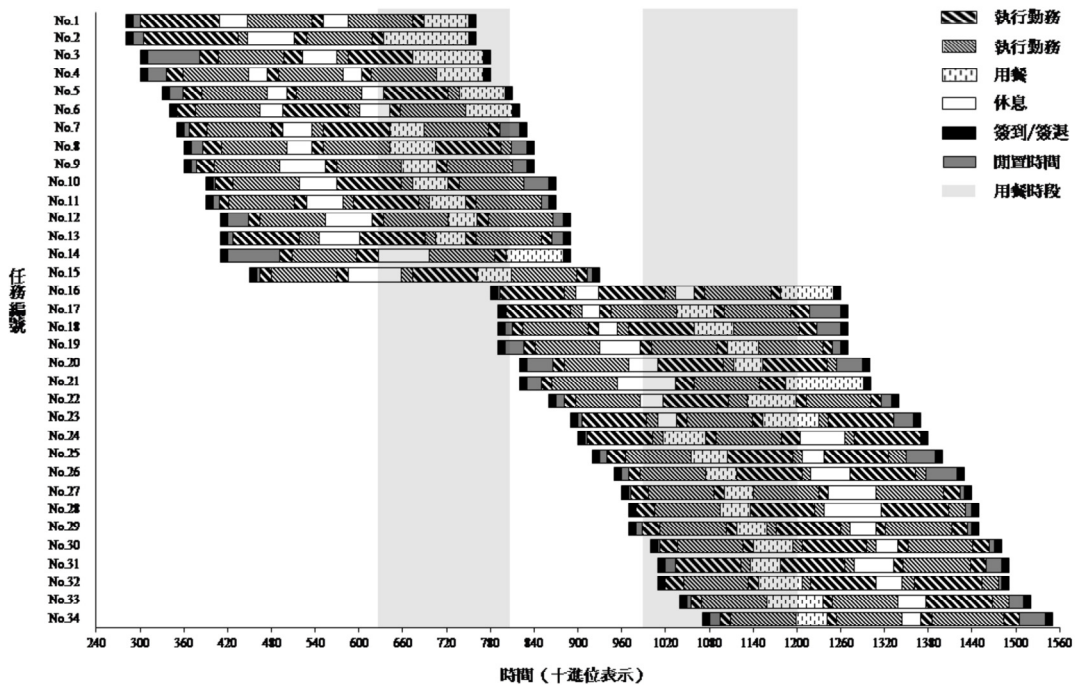


圖 8 情境一之最佳任務組合時間分布圖 (含重複勤務)

表 9 情境一之最佳任務組合內容 (含重複勤務)

任務 編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.1	8	T1, R , T25, T26, R , T67, T68, D	317	20	70 %
No.2	8	T23, T24, R , T4, T5, T6, D	264	20	59 %
No.3	8	T120, T121, T122, R , T66, T67, D	245	40	59 %
No.4	8	T45, T46, R , T85, T86, R , T127, T128, D	319	20	71 %
No.5	8	T83, T84, R , T125, T126, R , T7, T8, D	322	20	71 %
No.6	8	T62, T63, R , T103, T104, R , T28, T29, D	323	20	71 %
No.7	8	T100, T101, T102, R , T26, T27, D , T69, T70	340	20	75 %
No.8	8	T123, T124, R , T26, T27, D , T107, T108	326	20	72 %
No.9	8	T115, T116, R , T49, T50, D , T129, T130	322	20	71 %
No.10	8	T142, T143, R , T50, T51, D , T8, T9	323	20	71 %
No.11	8	T2, T3, T4, R , T87, T88, T89, D , T30, T31	343	0	71 %
No.12	8	T47, T48, R , T6, T7, D , T53, T54	313	0	65 %
No.13	8	T143, T144, R , T105, T106, D , T30, T31, T32	342	20	75 %
No.14	8	T117, T118, T119, R , T90, T91, D	239	20	54 %
No.15	8	T64, T65, T66, R , T51, T52, D , T109, T110	328	0	68 %
No.16	8	T71, T72, R , T134, T135, R , T36, T37, T38, D	327	0	68 %
No.17	8	T92, T93, R , T12, T13, D , T158, T159, T160	339	20	75 %
No.18	8	T131, T132, T133, R , T34, T35, D , T98, T99	338	20	75 %
No.19	8	T10, T11, R , T74, T75, T76, D , T194, T195	324	0	68 %
No.20	8	T55, T56, R , T96, T97, D , T17, T18	310	0	65 %
No.21	8	T32, T33, R , T179, T180, T181, D	243	40	59 %
No.22	8	T72, T73, R , T113, T114, D , T165, T166, T167	335	20	74 %
No.23	8	T94, T95, R , T14, T15, T16, D , T186, T187	324	0	68 %
No.24	8	T111, T112, D , T59, T60, T61, R , T40, T41	338	20	75 %
No.25	8	T145, T146, D , T77, T78, R , T140, T141	330	0	69 %
No.26	8	T57, T58, D , T173, T174, R , T152, T153	310	0	65 %
No.27	8	T156, T157, T158, D , T185, T186, R , T81, T82	346	0	72 %
No.28	8	T161, T162, D , T138, T139, R , T168, T169	332	0	69 %
No.29	8	T170, T171, T172, D , T149, T150, T151, R , T176, T177, T178	370	0	77 %
No.30	8	T182, T183, T184, D , T78, T79, T80, R , T197, T198, T199	369	0	77 %
No.31	8	T136, T137, D , T39, T40, R , T188, T189, T190	332	20	73 %
No.32	8	T191, T192, T193, D , T174, T175, R , T20, T21, T22	361	0	75 %
No.33	8	T147, T148, D , T195, T196, R , T154, T155	319	20	71 %
No.34	8	T163, T164, D , T18, T19, R , T42, T43, T44	341	20	75 %
平均	8	—	322	13	70 %

R : 休息 **D** : 用餐

由於本研究以集合涵蓋問題來求解最佳任務組合，即各勤務至少須被一個以上的可行任務所涵蓋，因此各任務間即可能有勤務重複之情形，例如表 9 中任務 No.1、No.7 的工作內容皆包含列車勤務 T26。對於重複勤務的修正，本研究建議針對最佳解之任務內容進行微調，檢視總駕駛時間與該任務班別工時的比值（任務利用率），刪除具有較高利用率任務中的重複勤務，保留任務利用率最低的重複勤務。此方法不僅檢核快速，實務排班作業上除了列車勤務外，尚有較為瑣碎的行政勤務可交予司機員於車班（換班點 B）執行，故宜將被刪除的列車勤務置換行政勤務，同時避免司機員過勞情形發生。

刪除重複勤務的結果如表 10 所示，平均總駕駛時間從 327 分鐘縮短至 322 分鐘，平均總空載旅行時間維持不變，而總車上時間，即司機員的總駕駛時間與總空載旅行時間之和，其平均則佔整個工時的 65%。

表 10 情境一之最佳任務組合內容（不含重複勤務）

任務編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.1	8	T1, R , T25, T26, R, X , T68, D	228	20	52 %
No.2	8	T23, T24, R , T4, T5, T6, D	264	20	59 %
No.3	8	T120, T121, T122, R , T66, T67, D	245	40	59 %
No.4	8	T45, T46, R , T85, T86, R , T127, T128, D	319	20	71 %
No.5	8	T83, T84, R , T125, T126, R, X , T8, D	233	20	53 %
No.6	8	T62, T63, R , T103, T104, R , T28, T29, D	323	20	71 %
No.7	8	T100, T101, T102, R, X , T27, D , T69, T70	324	20	72 %
No.8	8	T123, T124, R , T26, X, D , T107, T108	235	20	53 %
No.9	8	T115, T116, R , T49, X, D , T129, T130	233	20	53 %
No.10	8	T142, X, R , T50, T51, D, X , T9	217	20	49 %
No.11	8	T2, T3, X, R , T87, T88, T89, D , T30, T31	325	0	68 %
No.12	8	T47, T48, R, X , T7, D , T53, T54	298	0	62 %
No.13	8	T143, T144, R , T105, T106, D, X, X , T32	238	20	54 %
No.14	8	T117, T118, T119, R , T90, T91, D	239	20	54 %
No.15	8	T64, T65, X, R, X , T52, D , T109, T110	298	0	62 %
No.16	8	T71, T72, R , T134, T135, R , T36, T37, T38, D	327	0	68 %
No.17	8	T92, T93, R , T12, T13, D , T158, T159, T160	339	20	75 %
No.18	8	T131, T132, T133, R , T34, T35, D , T98, T99	338	20	75 %
No.19	8	T10, T11, R , T74, T75, T76, D , T194, X	311	0	65 %
No.20	8	T55, T56, R , T96, T97, D , T17, T18	310	0	65 %

任務 編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.21	8	X, T33, R, T179, T180, T181, D	228	40	56 %
No.22	8	X, T73, R, T113, T114, D, T165, T166, T167	320	20	71 %
No.23	8	T94, T95, R, T14, T15, T16, D, T186, T187	324	0	68 %
No.24	8	T111, T112, D, T59, T60, T61, R, X, T41	325	20	72 %
No.25	8	T145, T146, D, T77, T78, R, T140, T141	330	0	69 %
No.26	8	T57, T58, D, T173, T174, R, T152, T153	310	0	65 %
No.27	8	T156, T157, X, D, T185, X, R, T81, T82	319	0	66 %
No.28	8	T161, T162, D, T138, T139, R, T168, T169	332	0	69 %
No.29	8	T170, T171, T172, D, T149, T150, T151, R, T176, T177, T178	370	0	77 %
No.30	8	T182, T183, T184, D, X, T79, T80, R, T197, T198, T199	357	0	74 %
No.31	8	T136, T137, D, T39, T40, R, T188, T189, T190	332	20	73 %
No.32	8	T191, T192, T193, D, X, T175, R, T20, T21, T22	349	0	73 %
No.33	8	T147, T148, D, T195, T196, R, T154, T155	319	20	71 %
No.34	8	T163, T164, D, X, T19, R, T42, T43, T44	328	20	73 %
平均	8	—	300	13	65 %

R：休息 D：用餐 X：行政勤務

3.3 分析情境二：多種工時班別

本研究利用情境二進階探討電腦排班與人工排班之優劣，基本設定與 3.1 節所提及的研究對象於人工排班時相同，即以工時 6 小時至 10 小時之班別作為規劃基礎、班別工時以半小時為間隔。在該前提下，任務產生模式之輸入資料包含了 450 種可行班別與 199 個列車勤務，其相對分布時間如圖 9 所示，另午餐、晚餐用餐時段與各班別用餐與否皆與研究對象相同，即情境一所述。

由於運用不同工時的班別來規劃司機員任務，因此，任務優化模式中各可行任務之成本應隨著不同班別的工時長度而作調整。本研究以勞基法規的加班給薪規範為基準，若班別工時為法規規範的基本工時 8 小時，則成本定為 1 單位；若班別工時為 6 小時至 8 小時之間，則對應成本依其工時佔法規規範的基本工時之比例作調整，另若工時超過 8 小時之班別的成本計算，對於延長工作時間在 2 小時以內者，得按平日每小時工資額加給三分之一作為延長工時之補償，即加班單位小時成本以 1.33 倍來計算。例如：班別工時為 6 小時者成本為 0.75 單位；班別工時為 8.5 小時者成本為 1.08 單位；班別工時 9 小時者成本為 1.17 單位；班別工時 9.5 小時者成本為 1.25 單位；班別工時 10 小時者成本為 1.33 單位。

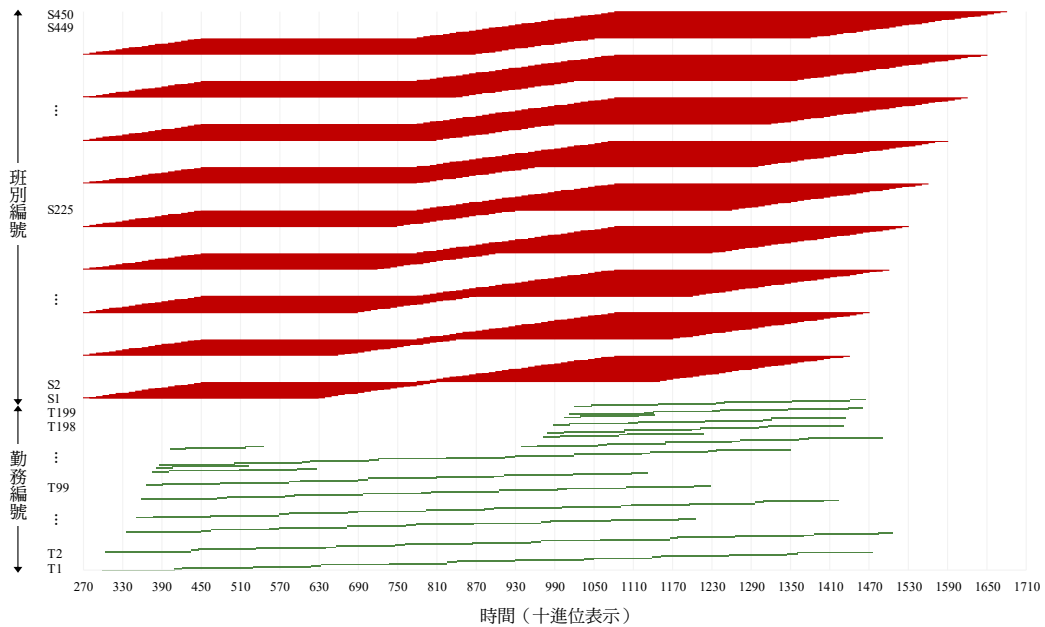


圖 9 情境二之輸入資料

情境二之求解結果如表 11 所示，其可行班別數量高達 450 種，模式於第一階段透過限制規劃法搜尋可行解之優勢，僅耗時 31 分鐘即產生所有滿足營運限制的可行任務；之後再於第二階段將已產生的 85,422 個可行任務作為輸入資料，求出最佳任務數量為 32 個，相較於人工排班作業可減少一個任務數，此結果呈現本研究研擬之模式可產生效率更高的任務集合，有益於營運機構於排班規劃作業時降低人力成本。

表 11 情境二之模式求解品質

班別工時 範圍	第一階段		第二階段	
	任務產生模式 求解時間	可行任務數 量	任務優化模式 求解時間	最佳任務數量
6 ~ 10 小時	1,854 秒	85,422	18 秒	32

註：人工排班任務數為 33，作業時程約一周

最佳任務組合如圖 10 與表 12 所示，在 32 個司機員的任務當中，任務 No.1~No.5、No.9、No.11、No.18 之工作內容均採司機員用餐完直接簽退的安排，說明在受限於用餐時段的情形下，有部分早班的任務於勤務全數執行完後才用餐是較適宜的，此外，人工排班作業上安排司機員用餐完直接簽退的任務之佔比約為 12%。兩個情境透過最佳化的模式均反映司機員於用餐後可直接簽退的彈性，此亦為本研究將其納入模式考量的貢獻之一。

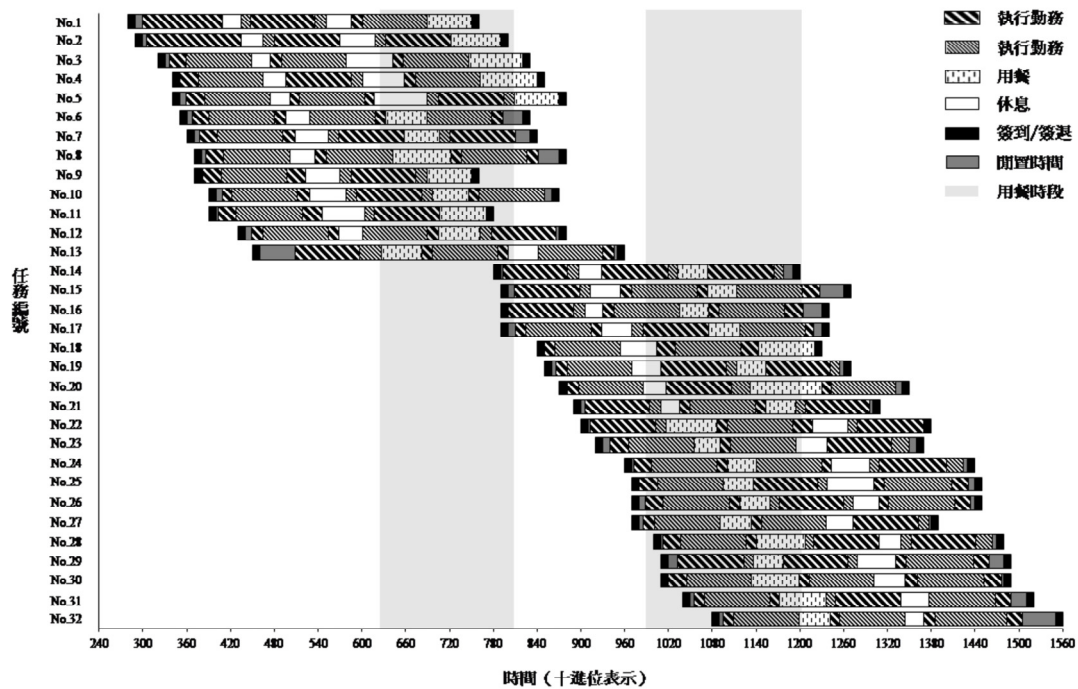


圖 10 情境二之最佳任務組合時間分布圖 (含重複勤務)

表 12 情境二之最佳任務組合內容 (含重複勤務)

任務 編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.1	8	T1, R , T24, T25, T26, R , T104, T105, D	330	20	73 %
No.2	8.5	T23, R , T64, T65, R , T6, T7, D	339	20	70 %
No.3	8.5	T45, T46, R , T85, T86, R , T28, T29, D	321	20	67 %
No.4	8.5	T62, T63, R , T103, T104, R , T51, T52, D	323	20	67 %
No.5	9	T83, T84, R , T125, T126, T127, R , T106, T107, T108, D	350	20	69 %
No.6	8	T100, T101, T102, R , T5, T6, D , T69, T70	337	20	74 %
No.7	8	T115, T116, T117, R , T49, T50, D , T129, T130	339	20	75 %
No.8	8.5	T123, T124, R , T26, T27, D , T8, T9, T10	341	20	71 %
No.9	6.5	T120, T121, T122, R , T66, T67, T68, D	260	40	77 %
No.10	8	T2, T3, T4, R , T87, T88, T89, D , T30, T31	343	0	71 %
No.11	6.5	T142, T143, T144, R , T127, T128, D	245	40	73 %
No.12	7.5	T47, T48, T49, R , T105, T106, D , T53, T54	328	0	73 %

任務 編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.13	8.5	T118, T119, R , T89, T90, T91, D , T11, T12	341	20	71 %
No.14	7	T71, T72, R , T134, T135, D , T37, T38	313	0	75 %
No.15	8	T109, T110, R , T34, T35, T36, D , T98, T99	337	20	74 %
No.16	7.5	T92, T93, R , T12, T13, D , T59, T60, T61	339	20	80 %
No.17	7.5	T131, T132, T133, R , T57, T58, D , T173, T174	325	0	72 %
No.18	6.5	T32, T33, R , T179, T180, T181, D	243	40	73 %
No.19	7	T55, T56, R , T96, T97, D , T17, T18	310	0	74 %
No.20	8	T72, T73, R , T113, T114, D , T186, T187	321	20	71 %
No.21	7	T94, T95, R , T14, T15, T16, D , T78, T79	323	0	77 %
No.22	8	T111, T112, D , T158, T159, T160, R , T40, T41	338	20	75 %
No.23	7.5	T145, T146, R , T76, T77, D , T140, T141	332	0	74 %
No.24	8	T156, T157, T158, D , T185, T186, R , T80, T81, T82	359	0	75 %
No.25	8	T161, T162, D , T138, T139, R , T167, T168, T169	345	0	72 %
No.26	8	T170, T171, T172, D , T149, T150, T151, R , T176, T177, T178	370	0	77 %
No.27	7	T74, T75, D , T193, T194, R , T152, T153	311	0	74 %
No.28	8	T182, T183, T184, D , T174, T175, R , T197, T198, T199	356	0	74 %
No.29	8	T136, T137, D , T39, T40, R , T188, T189, T190	332	20	73 %
No.30	8	T191, T192, D , T165, T166, R , T20, T21, T22	349	0	73 %
No.31	8	T147, T148, T149, D , T195, T196, R , T154, T155	332	20	73 %
No.32	8	T163, T164, D , T18, T19, R , T42, T43, T44	341	20	75 %
平均	7.8	—	327	14	73 %

R：休息 **D**：用餐

有關各任務間重複勤務之修正作法亦如情境一同，即刪除具有較高利用率任務中的重複勤務，僅保留利用率較低者，透過微調最佳解之任務內容來達成目的。然而，倘若重複勤務為任務中第一個或最後一個列車勤務，則可在移除重複勤務後，檢查是否可縮短採用班別的工時長度，進而有空間去延長任務利用率過高的班別之工時，減少勞逸不均的問題。

刪除重複勤務的結果如表 13 所示，平均總駕駛時間從 327 分鐘縮短至 318 分鐘，平均總空載旅行時間維持不變，而總車上時間，即司機員的總駕駛時間與總空載旅行時間之和，其平均則佔整個工時的 71%。所有數值皆不低於單一工時班別之情境，反映本研究研擬之模式在多種工時班別條件下，可更有效率地規劃勤務之組合，避免產生過多的閒置時間。

表 13 情境二之最佳任務組合內容 (不含重複勤務)

任務 編號	班別 工時 (小時)	任務內容	總駕駛 時間 (分鐘)	總空載 旅行時間 (分鐘)	總車上 時間佔 工時比例
No.1	8	T1, R, T24, T25, T26, R, X, T105, D	314	20	70 %
No.2	8.5	T23, R, T64, T65, R, X, T7, D	324	20	67 %
No.3	8.5	T45, T46, R, T85, T86, R, T28, T29, D	321	20	67 %
No.4	8.5	T62, T63, R, T103, T104, R, T51, T52, D	323	20	67 %
No.5	9	T83, T84, R, T125, T126, X, R, X, T107, T108, D	322	20	63 %
No.6	8	T100, T101, T102, R, T5, T6, D, T69, T70	337	20	74 %
No.7	8	T115, T116, T117, R, X, T50, D, T129, T130	324	20	72 %
No.8	8.5	T123, T124, R, X, T27, D, T8, T9, T10	325	20	68 %
No.9	6.5	T120, T121, T122, R, T66, T67, T68, D	260	40	77 %
No.10	8	T2, T3, T4, R, T87, T88, X, D, T30, T31	328	0	68 %
No.11	6.5	T142, T143, T144, R, T127, T128, D	245	40	73 %
No.12	7.5	T47, T48, T49, R, X, T106, D, T53, T54	239	0	53 %
No.13	8.5	T118, T119, R, T89, T90, T91, D, T11, X	326	20	68 %
No.14	7	T71, T72, R, T134, T135, D, T37, T38	313	0	75 %
No.15	8	T109, T110, R, T34, T35, T36, D, T98, T99	337	20	74 %
No.16	7.5	T92, T93, R, T12, T13, D, T59, T60, T61	339	20	80 %
No.17	7.5	T131, T132, T133, R, T57, T58, D, T173, T174	325	0	72 %
No.18	6.5	T32, T33, R, T179, T180, T181, D	243	40	73 %
No.19	7	T55, T56, R, T96, T97, D, T17, T18	310	0	74 %
No.20	8	X, T73, R, T113, T114, D, T186, T187	306	20	68 %
No.21	7	T94, T95, R, T14, T15, T16, D, T78, T79	323	0	77 %
No.22	8	T111, T112, D, T158, T159, T160, R, X, T41	325	20	72 %
No.23	7.5	T145, T146, R, T76, T77, D, T140, T141	332	0	74 %
No.24	8	T156, T157, X, D, T185, X, R, T80, T81, T82	332	0	69 %
No.25	8	T161, T162, D, T138, T139, R, T167, T168, T169	345	0	72 %
No.26	8	T170, T171, T172, D, X, T150, T151, R, T176, T177, T178	357	0	74 %
No.27	7	T74, T75, D, T193, T194, R, T152, T153	311	0	74 %
No.28	8	T182, T183, T184, D, X, T175, R, T197, T198, T199	344	0	72 %
No.29	8	T136, T137, D, T39, T40, R, T188, T189, T190	332	20	73 %
No.30	8	T191, T192, D, T165, T166, R, T20, T21, T22	349	0	73 %
No.31	8	T147, T148, T149, D, T195, T196, R, T154, T155	332	20	73 %
No.32	8	T163, T164, D, X, T19, R, T42, T43, T44	328	20	73 %
平均	7.8	—	318	14	71 %

R：休息 D：用餐 X：行政勤務

不同工時之班別運用情形如表 14 所示，就人工排班而言，採用班別以工時 8 小時至工時 8.5 小時為主；而就電腦排班而言，則以工時 8 小時為主，其數量約占一半。進一步探討便可發現，相較於人工手排，本研究之排班結果對於工時相對極端的班別需求較低，工時標準差亦是如此。這說明每位司機員的工作時間變化相對小，有助於提升勞逸之均衡。

表 14 不同排班作業方式之班別工時統計表

	班別工時 (小時)									成本	總數	工時標準差
	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10			
本研究	0	3	4	4	15	5	1	0	0	31.29	32	0.62
人工排班	2	3	0	4	10	11	3	0	0	33.08	33	0.70

3.4 分析情境三：不允許司機員用餐完即簽退

此情境接續情境二之設定，進階探討司機員能否於用餐完後即簽退對於排班結果的影響。本研究透過限制規劃法構建第一階段的任務產生模式，由於限制規劃法賦予模式於調整上高度的彈性，因此僅新增式 (28) 與式 (29) 於模式中便可達成司機員不得用餐完即簽退之目的。式 (28) 與式 (29) 說明不論是最後一個非虛擬的列車勤務或最後一個列車勤務，於執行結束後皆不得因為用餐而中斷，即只能安排休息於簽退之前。

$$(x_i \neq 0) \wedge (x_{i+1} = 0) \rightarrow (\text{dining}(x_i) = 0) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, m-1\} \quad (28)$$

$$\text{dining}(x_m) = 0 \quad (29)$$

如 2.1.2 節所述，在不允許司機員用餐完即簽退的情況下，對於需執行極早勤務的司機員來說，可能因為超過總車上時間之上限，違反排班規範而發生無解情形。本研究經多方案例測試歸納出當最大總車上時間 $\max TWT_s$ 增至 440 分鐘以上時，模式便能允許執行極早勤務的司機員於用餐後仍繼續執行勤務，而不違反限制。爰此，除了新增式 (28) 與式 (29) 於模式中之外，亦同時設定最大總車上時間之數值為 440 分鐘。

此情境下，模式於第一階段依據不同班別產生 99,290 個可行任務；於第二階段求解出最佳任務數量為 36 個，如圖 11 所示。結果說明在各班別皆須安排用餐的前提下，由於缺少司機員用餐完退之彈性，因此至少需要 36 個司機員人力才得以執行車班表上之所有列車勤務，相較情境二之排班結果增加 4 個任務數。不同工時之班別運用情形則如表 15 所示，從採用的班別工時之數量分布可以看出，為了執行極早勤務同時滿足用餐要求，部分司機員的班別工時須延長至 9.5 小時，即任務 No.1。此外，相較於情境二之結果，工時相對極端的班別需求較高，工時標準差亦是如此。這說明了賦予司機員用餐完即簽退之彈性得以讓珍貴的人力得到妥善的利用，並降低營運所需人力成本，同時也反映本研究將其納

入考量之必要性。

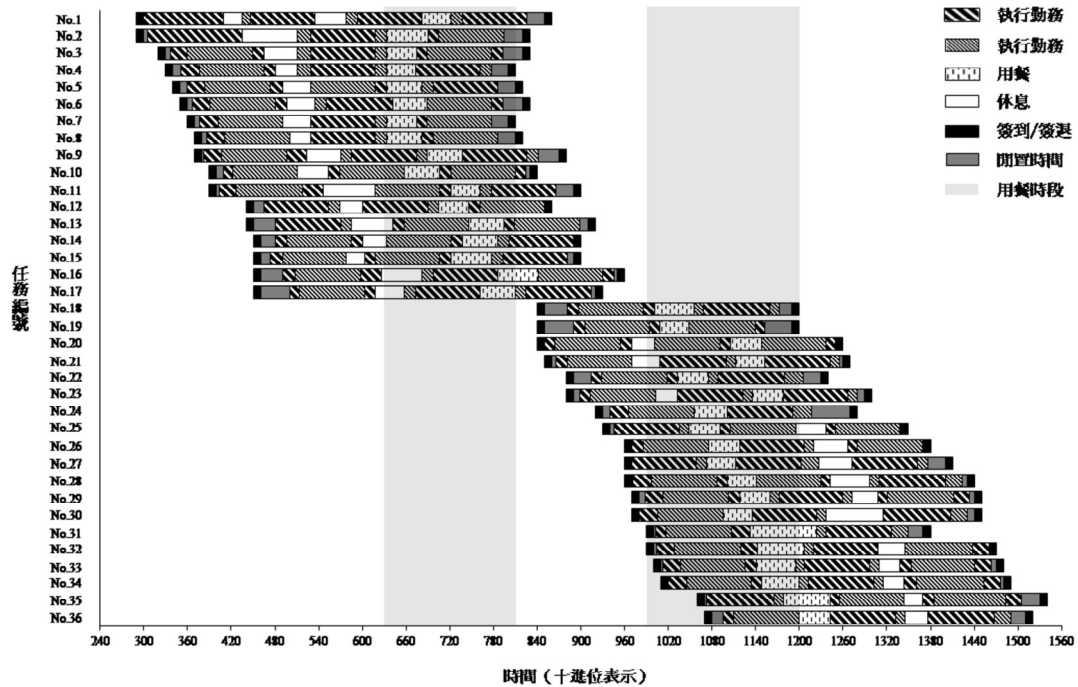


圖 11 情境三之最佳任務組合時間分布圖 (含重複勤務)

表 15 不同情境之班別工時統計表

	班別工時 (小時)									成本	總數	工時 標準差
	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10			
情境二	0	3	4	4	15	5	1	0	0	31.29	32	0.62
情境三	4	1	6	7	12	4	1	1	0	34.37	36	0.82

3.5 敏感度分析

由於模式中各項排班相關參數，在數值不同的情形下，可能造成不同的排班規劃結果。因此，為了評估輸入數值的不同對於模式之影響，本研究針對任務產生模式之參數進行敏感度分析。

3.5.1 最小休息時間

司機員於執行任務中是否有充足的休息時間與疲勞駕駛有著密不可分的關係，本研究

以情境二之多種工時的班別為分析基礎，對最小休息時間 $minRT$ 參數進行敏感度分析，在其他參數固定不變之下，調整最小休息時間長度於 20~60 分鐘間，檢視可行任務的產生與最佳任務的組合有何影響，其結果如圖 12 所示，說明如下。

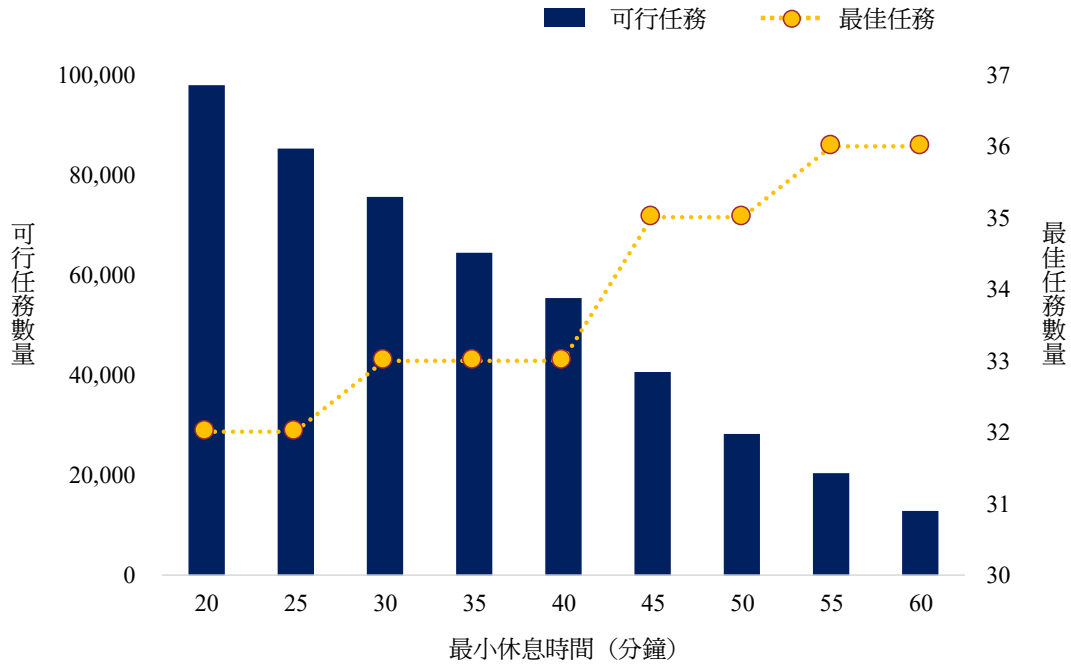


圖 12 最小休息時間敏感度分析

當最小休息時間增至 60 分鐘時，模式產生 12,826 個可行任務，求解出 36 個最佳任務；當最小休息時間減至 20 分鐘時，模式產生 98,032 個可行任務，求解出 32 個最佳任務。透過敏感度分析可知，在相同班別之下，隨著最小休息時間的增加，非連續執行的勤務間之時間間隔勢必拉長，進而造成勤務組合的彈性降低，故可行任務之數量也隨之下降，而對於最佳任務的數量來說，為了滿足時刻表上所有的列車勤務，可行任務數量的減少意指著模式的求解空間也跟著縮小，自然有可能需要更多的任務數來滿足需求。

3.5.2 最大總車上時間

最大總車上時間包含所有列車勤務運行時間與所有空載旅行時間之總和，直接決定司機員於執行當日任務能夠待在車上的時間上限，亦與疲勞駕駛息息相關。本研究以情境二之多種工時的班別為分析基礎，對最大總車上時間 $maxTWT_s$ 參數進行敏感度分析，在其他參數固定不變之下，調整最大總車上時間長度於 330~410 分鐘間，檢視可行任務的產生與最佳任務的組合有何影響，其結果如圖 13 所示，說明如下。

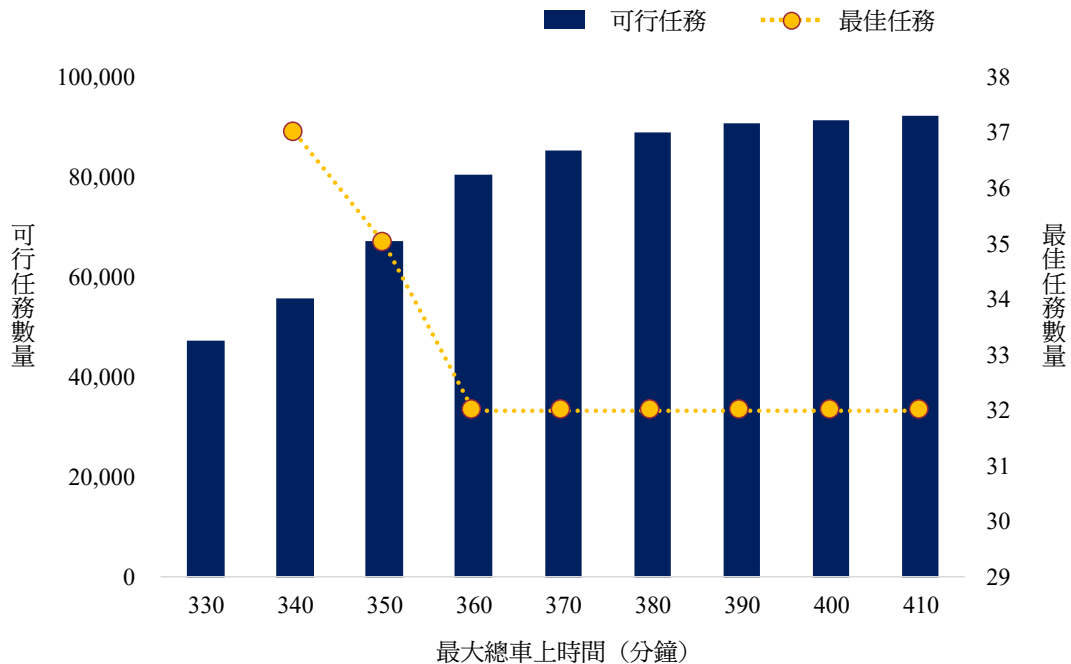


圖 13 最大總車上時間敏感度分析

最大總車上時間低於 340 分鐘：為涵蓋最早出發時間的列車勤務，且司機員皆須安排用餐的前提下，總車上時間勢必超過 340 分鐘，因此低於該時間會發生無解的情形。

最大總車上時間介於 340~360 分鐘：隨著最大總車上時間的增加，模式能在滿足營運限制下產生勤務覆蓋率更高之任務，亦能以較少任務數量來滿足時刻表上所有的列車勤務。

最大總車上時間高於 360 分鐘：雖然勤務覆蓋率較高之任務數量不斷增加，但其隸屬班別的工時長度較長成本亦較高，因此在求解最小化任務組合成本過程中，最佳任務數量並不會隨之降低。

3.5 小結

本研究以國內某軌道營運機構為案例分析之對象，透過其車班之實務營運資料來驗證模式之完備性。於案例分析中，分別以單一工時班別與多種工時班別作為排班規劃案例。就分析結果而言，所構建之二階段模式，包含任務產生模式與任務優化模式，皆能於不同情境下有效率地產生所有滿足營運限制之可行任務並從中求解出最佳的任務組合。此外，藉由最佳任務組合的數量也說明了多種工時班別於排班規劃上帶來的效益。以多種工時班別作為輸入資料得以求解出 32 個最佳任務數，相較於單一工時班別減少了兩個任務數。

站在營運機構的立場，本研究所規劃出的任務組合可以替其省下 3% 的人力成本。透

過情境三探討司機員能否於用餐完後即簽退對於排班結果的影響，發現此彈性不僅解決早班任務於用餐時間安排上的不便，也使得規劃結果更貼近實務需求。經由敏感度分析也從中瞭解司機員的休息時間與總車上時間對於可行任務的產生與最佳任務的組合之影響。

四、結論與建議

4.1 結論

司機員的任務安排為軌道營運機構相當重要的課題之一，考慮人事成本、現行勞基法規與營運機構排班規範等，使得司機員排班問題增添不少困難。合適的任務安排，除能減少人事成本外，更可讓值勤人員有充足的休息時間，提升列車運行的安全。不同於過往文獻多以啟發式演算法求解司機員排班問題，本研究以 Han 與 Li^[20] 的研究為基礎，將司機員排班問題分解成可行任務產生及任務組合最佳化兩個子問題，且分別透過限制規劃法與數學規劃法對其進行模式的構建與求解，其中任務組合最佳化問題可視為一典型的集合涵蓋問題。由於限制規劃法的特性得以讓規劃人員有效率地根據問題需求調整限制，因此，面對不同的營運單位僅需依照其排班規則調整任務產生模式之參數，即可產生滿足實務需求的所有任務，反映了本研究所構建的模式之適用性。

司機員排班問題的複雜度主要取決於可行任務的規模，而影響規模的因素除了勤務數量、勤務時間長短、以及限制程度外，可行班別的數量與其工時長短亦有所影響。藉由案例分析便可明顯看出當可運用的班別種類越豐富時，勤務組合的彈性便會越高，同時越容易以較少的任務數量涵蓋時刻表的所有列車勤務，使珍貴人力得以適當運用。此外，任務的工作內容允許司機員於用餐後逕行簽退，此彈性不僅提供早班任務於用餐時間安排上之便利，也使得規劃結果更貼近實務需求。

在求解效率方面，本研究提出的司機員排班問題之求解架構，從可行任務的產生到最佳任務的組合，於案例分析上均能於一小時內求解完成。對於規劃人員而言，不僅可以在規劃期間內測試多種方案，如調整班別的時間間隔，尋找最合適且較佳的任務組合做為參考，也彌補專業排班人員訓練與排班經驗傳承之不易。

4.2 建議

綜觀實務作業與本研究的具體改善方向可知：現行營運機構在司機員排班作業中，多數先以司機員換班點之列車特定方向（如上行）作為勤務的出發或到達車站，待初步排班結果規劃完成，再將列車另一行進方向（如下行）作為彈性來調整排班；就本研究之具體成效而言，構建模式時已一併將勤務出發/到達車站、換班點列車雙向運行考慮在內，使成果可考慮更多種勤務組合，進而產生利用率較高之任務。

整體而言，本研究模式所規劃的成果可以篩除工時極端之班別，除可讓司機員班別更

公平外，亦能為營運機構省下 3% 的人力成本，同時達到多贏的良好循環。由於司機員排班問題須考慮眾多因素，人工作業效率不佳且甚難求得最佳解，若以數學規劃構建模式並求解都過於複雜且欠缺效率，相較之下，本研究採用兩階段求解方法，既可考慮實務上管理的彈性及各項排班規範，又可有效率地求得最節省人力的任務組合。根據本研究的發現，在實務應用時，如何將營運單位排班的各項規則與特殊考慮因素，具體轉化為邏輯限制納入本研究提出的求解模式，將是成功應用的重要關鍵與挑戰。

參考文獻

1. Caprara, A., Fischetti, M., Toth, P., Vigo, D., and Guida, P. L., "Algorithms for Railway Crew Management", *Mathematical Programming*, Vol. 79, 1997, pp. 125-141.
2. Barnhart, C., Cohn, A., Johnson, E., Klabjan, D., Nemhauser, G., and Vance, P., "Airline Crew Scheduling", *Handbook of Transportation Science*, Vol. 56, 2003, pp. 517-560.
3. Wilson, N. H. M., *Computer-Aided Transit Scheduling*, Springer, 1999.
4. 江紋緣，「司機員排班作業最佳化模式之研究」，國立中央大學土木工程學系碩士論文，民國 105 年。
5. 林萬生，「捷運系統站務人員排班輔助系統之開發研究」，中華大學運輸科技與物流管理學系碩士論文，民國 97 年。
6. 蘇昭銘、張靖，「捷運系統站務人員排班模式之研究」，*運輸學刊*，第 12 卷，第 2 期，民國 89 年，頁 1-14。
7. Freling, R., Lentink, M., and Odijk, A., "Scheduling Train Crews: A Case Study for the Dutch Railways", *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Vol. 505, 2011, pp. 153-166.
8. Alfieri, A., Kroon, L., and Velde, S. V. D., "Personnel Scheduling in A Complex Logistic System: A Railway Application Case", *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 18, 2007, pp. 223-232.
9. 盧宗成，「捷運司機員排班問題之研究－以台北捷運公司為例」，國立交通大學運輸工程與管理系碩士論文，民國 90 年。
10. 謝欣宏，「台鐵司機員排班與輪班問題之研究－以基因演算法求解」，國立成功大學交通管理學系碩士論文，民國 91 年。
11. Chu, S. C. K. and Chan, E. C. H., "Crew Scheduling of Light Rail Transit in Hong Kong: From Modeling to Implementation", *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 11, 1998, pp. 887-894.
12. Cavique, L., Rego, C., and Themido, I., "Subgraph Ejection Chains and Tabu Search for the Crew Scheduling Problem", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, No. 6, 1999, pp. 608-616.
13. Chew, K. L., Pang, J., Liu, Q., Ou, J., and Teo, C. P., "An Optimization Based Approach to the Train Operator Scheduling Problem at Singapore MRT", *Annals of Operations Research*, Vol. 108, No. 1, 2001, pp. 111-122.

14. Park, T., and Ryu, K. R., “Crew Pairing Optimization by a Genetic Algorithm with Unexpressed Genes”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol. 17, No. 4, 2006, pp. 375-383.
15. Elizondo, R., Parada, V., Pardenas L., and Artigues, C., “An Evolutionary and Constructive Approach to a Crew Scheduling Problem in Underground Passenger Transport”, *Journal of Heuristics*, Vol. 16, No. 4, 2010, pp. 575-591.
16. Brailsford, S. C., Potts, C. N., and Smith, B. M., “Constraint Satisfaction Problem: Algorithms and Applications”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 119, No. 3, 1999, pp. 557-581.
17. Lustig, I. J. and Puget, J. F., “Program Does Not Equal Program: Constraint Programming and Its Relationship to Mathematical Programming”, *Interfaces*, Vol. 31, No. 6, 2001, pp. 29-53.
18. Apt, K. R., *Principles of Constraint Programming*, Cambridge University Press, 2003.
19. Hooker, N. J., “Operations Research Methods in Constraint Programming”, *Handbook of Constraint Programming*, 2006, pp. 527-570.
20. Han, A. F. and Li, E. C., “A Constraint Programming-based Approach to the Crew Scheduling Problem of the Taipei Mass Rapid Transit System”, *Annals of Operations Research*, Vol. 223, No. 1, 2014, pp. 173-193.

