

臺中港類神經與 M5 颱風波浪推算模式之比較

張憲國 國立交通大學土木工程學系 教授
李政達 交通部運輸研究所港灣技術研究中心 副研究員
陳志弘 交通部運輸研究所港灣技術研究中心 副研究員
劉勁成 國立交通大學土木工程學系 博士後研究
陳蔚璋 國立交通大學土木工程學系 博士後研究

摘要

為解決颱風侵台前與往昔資料缺漏時缺乏颱風波浪資料的問題，交通部運輸研究所港灣技術研究中心已發展類神經颱風波浪推算模式與 M5 最小化模式樹等波浪推算模式。本研究以兩種方式針對臺中港進行颱風波浪模式之

建立，再對類神經與 M5 模式的適用性進行評估，其結果顯示 M5 模式在波高峰值推算能力稍較類神經模式差，另歸納模式推算結果的差異，提供未來相關研究做為參考。

一、前言

1.1 研究動機與目的

在異常氣候如颱風作用時所造成的波浪大小對港灣工程規劃設計或是船舶營運調度都是相當重要的資訊。在颱風事件即將發生或是往昔資料缺漏的情況下只能依據模式推算結果來獲得資訊。近年來為解決此問題，交通部運輸研究所港灣技術研究中心已發展類神經颱風波浪推算模式與 M5 最小化模式樹等波浪推算模式。本研究除了以兩種方式針對臺中港進行颱風波浪模式之建立外，再透過與實測波浪紀錄的比較對類神經

與 M5 模式的適用性進行評估，期望能了解兩種模式的應用環境與推算精度。

1.2 文獻回顧

港研中心近年來針對波浪推算模式提出大量的研究成果，其中 99 至 101 年度研究計畫『臺灣主要港口附近海域長期波浪統計特性及設計波推算之研究』中應用類神經網路建立颱風波浪推算模式並已針對大部分國際港區進行模式建立與測試，更與經驗式波浪推算模式進行推算能力的比較，其成果顯示類神經颱風波浪推算模式的推算能力較

佳。建立類神經颱風推算模式需要考慮資料的品質與完整性，故需考慮每場颱風對應之波浪資料之完整性及相關性，在模式建立前必須剔除對應波浪資料不完整的颱風，模式輸入的方式針對不同地理位置與地形屏障因素而有不同研究(陳等人, 2011 與 2012)。在模式建立時所採用風場計算部份，美國國家氣象中心(National Weather Service)所採用的 SLOSH 參數風場模式與美國國家海洋與大氣管理局(National Oceanic and Atmospheric Administration, NOAA)的觀測風場進行比較，並顯示 SLOSH 參數風場模式可以快速計算出合理的風場結果(Houston 及 Powell, 1994；Houston 等人, 1999)。

針對颱風所造成的波高提升屬於連續型的數值資料，一般能以回歸分析(Regression Analysis)、資料探勘裡的回歸樹(Regression Tree)和模式樹(Model Tree)以及類神經網路(Artificial Neural Network)等方法來進行模擬或預測。然以往昔類神經建立颱風波浪模式之經驗顯示，在波浪推算模式影響波浪大小的成因過於複雜，包括颱風因子中心風速、中心距離與目標推算點方位角；底床地形效應、陸地遮蔽效應、及風場衰減效應等。各影響因子可能為獨立影響或交互影響，本研究另嘗試使用模式樹的方式來建立颱風波浪推算模式。M5 模式樹是由 Quinlan(1992)所提出，它是

透過找尋屬性分割前後類別值標準差降低程度最多的分割點，以此來架構整棵樹狀結構，當時的 M5 並無法處理有名目屬性和缺漏值(missing value)的資料，Wang et al.(1997)及 Witten 與 Frank(2005)則依照 M5 最小化模式樹提出了更完整的架構模式樹之步驟，稱為 M5'。張等(2011)提出以 M5 最小化模式樹及經驗公式探討透水與不透水堤面之波浪反射率。發展以不同輸入參數之兩種 M5 模式能力，其推估能力均比經驗公式稍佳。近年來國外許多研究應用模式樹於波浪推算並有相當的突破(Etemad-Shahidi and Mahjoobi, 2009; Jain and Deo, 2008)。隨著港研中心持續發展臺灣各主要港口的 M5 最小化模式樹波浪推算模式，國內外也持續有新的應用與修正方式，在最新的研究文獻中 Zahiri 與 Azamathulla(2014)利用 M5 最小化模式樹與線性基因程序進行複合式渠道的流量預測，文中提到 M5 最小化模式樹不需大量的數值計算也可避免由於渠道幾何因子與流況因子不同而有精度上的差異問題。Samadi 等人(2014)利用 M5 最小化模式樹模擬溢洪道下游沖刷深度，以確保壩體受沖刷下的穩定性。其指出 M5 最小化模式樹的計算與應用較類神經簡單，而精度上明顯較經驗公式、回歸樹及分類演算法有更好的表現。

二、研究方法

2.1 資料來源

本研究為分析颱風所造成的波浪影響量，需收集長期的颱風與波浪資料。颱風資料來源為日本氣象廳 RSMC-

Tokyo Center 提供往昔熱帶氣旋中心資訊。波浪資料採用港研中心於臺中港提供之 AWCP 觀測資料，觀測站位置如圖 1 所示。



圖 1 臺中港海氣象觀測位置圖

2.2 類神經模式

類神經網路具備著一些優良的特性其中包括(1)高速的計算能力(2)自我學習能力(3)高容量的記憶力(4)容錯的能力。

人工神經元輸出值與輸入值的關係式，可以表示如下：

$$Y_i = f \left(\sum_j W_{ij} X_j - \theta_i \right) \quad (1)$$

其中， Y_i 為人工神經元模型的輸出訊號； f 為人工神經元模型的轉換函數 (transfer function)，將人工神經元的輸

出，經由轉換函數處理後，得到輸出訊號； W_{ij} 為人工神經元模型連結加權值； X_j 為人工神經元模型的輸入訊號； θ_i 為人工神經元模型的閾值。

倒傳遞類神經網路學習演算法中，加權值矩陣為 W_1 及 W_2 ，偏權值量為 θ_1 及 θ_2 ，輸入量為 X ，目標輸出量為 T ，轉換函數則採用雙曲函數(hyperbolic tangent function)，而網路輸出量為 Y ，網路的學習過程大致可分為下列幾個單元：(1)計算隱藏層輸出量與網路輸出量；(2)計算隱藏層差距量與輸出層差距量；(3)計算加權值矩陣的修正量；(4)隱藏層與輸出層加權值矩陣及偏權值向量的更新等。

當倒傳遞類神經網路經過輸入值與目標輸出值一次的學習，便算是經過一個學習的循環，而學習循環的次數將取決於誤差函數收斂與否以及是否達到容許的誤差量。一般而言，倒傳遞類神經網路較其他的類神經網路需要較多的學習循環次數。由測試用的資料數據，利用學習完成的網路參數進行網路回想的過程，由網路回想過程得到的網路輸出值與目標輸出值比較，以評估網路學習的精度。

2.3 M5 最小化模式樹

當有各種因子影響一個複雜問題時，可將此因子之數據劃分成幾個類似屬性(attribute)分別去關連一個

輸出量(output)，以此概念之方法可稱為機械學習(machine learning)、專家(expert)或模組(module)。當數據以動態分群(dynamic committee)時，即將輸入值(input space)區分為數群(sub regions)，逐漸成樹支狀(tree-like)之結構，這種分群之模式統稱為層級模組法(hierarchical(tree-like)) modular model)，而類神經或本文 M5 最小化模式樹都是此類方法，模組法之詳細介紹可見，Bhattacharya and Solomatine(2005)、Cios et al.(2007)。M5 最小化模式樹已證實是一種架構小但精準有效之層級模組法。選擇測試數據，以屬性分界逐漸分支(split)樹狀，最後獲得數個末端葉子(leaf)，如圖 2 所示。

以兩變數為例，再將分組數據與輸出值做線性回歸。M5 最小化模式樹是否分支(split)，取決於分群的數量或其變異量，本文以標準差衰減量(standard deviation reduction, SDR)為指標來決定是否再分支，其定義為

$$SDR = sd(T) - \sum_{i=1}^n \frac{|T_i|}{|T|} sd(T_i) \quad (2)$$

其中 T 為進至某屬性之目標值(target value, 推估值)，而 T_i 為分區 i 之目標值， $sd(T_i)$ 為分群資料 T_i 之標準差。

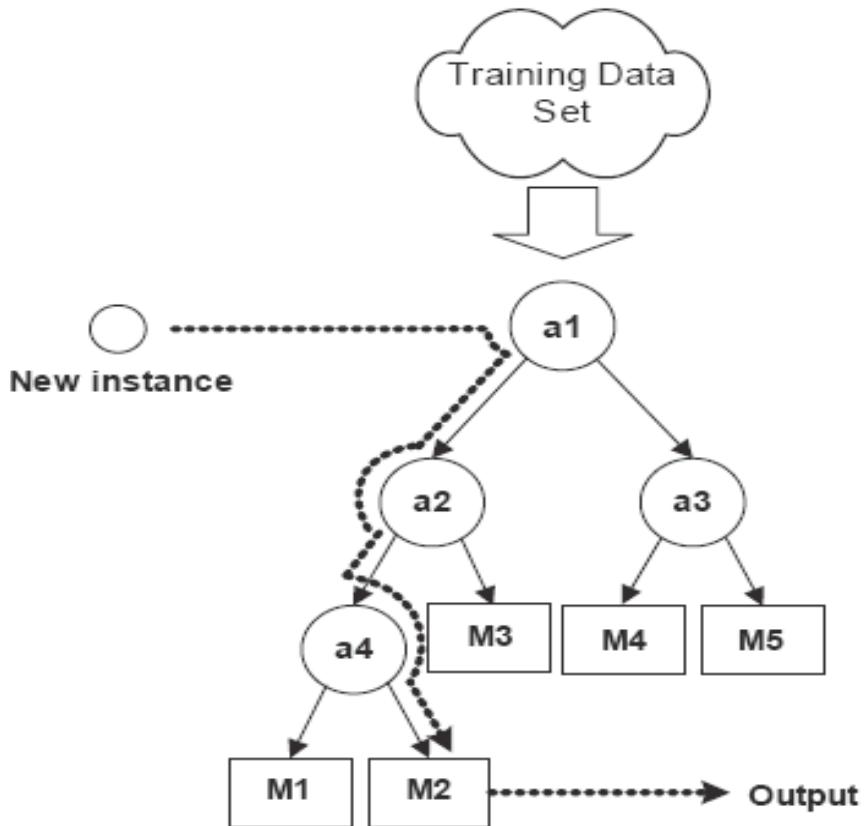


圖 2 層級模組法示意圖(ai 為屬性，Mi 為分群之模組)

三、模式推算結果之比較

為比較港研中心近年來所發展的類神經網路與 M5 最小化模式樹兩套波浪推算模式對於颱風波浪推算的適用性，故採用相同的訓練資料群與測試資料群來進行模式建構(如表 1)，再針對各場颱風的波浪推算結果進行特性分析。為瞭解各模式推算值與觀測值的吻合程度，將採用 4 個指標來評估各模式推算結果的優劣，分別為判定係數(R-square, R^2)、均方根誤差(RMSE, root mean squared error)、颱風波浪峰值波高誤差 $\Delta H_{s,p}$ 及峰值波高發生時間誤差 Δt_p 。

$$R^2 = \frac{\left(\sum_m \sum_n ((H_{s,obs})_{mn} - \bar{H}_{s,obs})((H_{s,num})_{mn} - \bar{H}_{s,num}) \right)^2}{\left(\sum_m \sum_n ((H_{s,obs})_{mn} - \bar{H}_{s,obs})^2 \right) \left(\sum_m \sum_n ((H_{s,num})_{mn} - \bar{H}_{s,num})^2 \right)} \quad (3)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_m \sum_n ((H_{s,obs})_{mn} - (H_{s,num})_{mn})^2} \quad (4)$$

$$\Delta H_{s,p} = MAX(H_{s,num}) - MAX(H_{s,obs}) \quad (5)$$

$$\Delta t_p = t_{p,num} - t_{p,obs} \quad (6)$$

其中 $H_{s,num}$ 為模式推算颱風波浪示性波高； $H_{s,obs}$ 為測站實測颱風波浪示性波高； $t_{p,num}$ 為模式推算颱風波浪示性峰值波高發生時間； $t_{p,obs}$ 為測站實測颱風波浪峰值波高發生時間。由式(5)可知，若 $\Delta H_{s,p}$ 為正值，表示模式推算的示性波高過於高估，若為負值

則表示低估，由式(6)可知，若 Δt_p 為正值，表示模式推算的峰值波高發生時間較實測晚，若為負值則表示較實測早。另外本文相關表格中為避免常態性的誤差分布造成平均值偏小的狀況，在 $\Delta H_{s,p}$ 與 Δt_p 的平均值部分採用絕對值平均來表示。

表 1 臺中港兩種波浪推算模式的誤差比較

| 年份 | 颱風名稱 | $\Delta H_{s,p}$ | Δt_p | RMSE | R^2 | $\Delta H_{s,p}$ | Δt_p | RMSE | R^2 | H_{obs} |
|------|---------------|------------------|--------------|------|-------|------------------|--------------|------|-------|-----------|
| | | (m) | (hour) | | | (m) | (hour) | | | |
| 2003 | 杜鵑(DUJUAN) | 0.74 | 3.00 | 0.59 | 0.86 | -0.38 | -4.00 | 0.53 | 0.80 | 3.3 |
| 2003 | 梅米(MAEMI) | 0.44 | 0.00 | 0.50 | 0.79 | 0.57 | -4.00 | 0.61 | 0.41 | 2.2 |
| 2003 | 米勒(MELOR) | -1.33 | -1.00 | 0.59 | 0.61 | -0.49 | -23.00 | 0.90 | 0.24 | 4.2 |
| 2004 | 康森(CONSON) | -0.24 | 2.00 | 0.53 | 0.58 | 0.08 | 0.00 | 1.27 | 0.00 | 3.34 |
| 2004 | 蘭寧(RANANIM) | 0.09 | 20.00 | 0.56 | 0.38 | 0.25 | 8.00 | 0.50 | 0.63 | 2.55 |
| 2004 | 艾利(AERE) | -0.18 | 7.00 | 0.44 | 0.85 | -0.39 | 5.00 | 0.68 | 0.64 | 3.44 |
| 2004 | 納坦(NOCK_TEN) | -0.19 | 1.00 | 1.24 | 0.70 | -0.90 | 0.00 | 1.49 | 0.65 | 4.56 |
| 2005 | 海棠(HAITANG) | -0.94 | 0.00 | 0.51 | 0.88 | -1.61 | 0.00 | 0.55 | 0.86 | 6.96 |
| 2005 | 馬莎(MATSA) | -1.46 | 7.00 | 0.54 | 0.56 | -1.31 | -14.00 | 0.67 | 0.45 | 4.34 |
| 2005 | 泰利(TALIM) | 0.40 | 1.00 | 0.91 | 0.71 | -0.83 | 1.00 | 0.72 | 0.75 | 6.26 |
| 2005 | 卡努(KHANUN) | -0.30 | -18.00 | 0.41 | 0.50 | -0.15 | -32.00 | 0.58 | 0.44 | 3.15 |
| 2005 | 龍王(LONGWANG) | 0.10 | -2.00 | 0.62 | 0.74 | -0.55 | 0.00 | 0.65 | 0.64 | 5.58 |
| 2006 | 碧利斯(BILIS) | -1.06 | -9.00 | 0.68 | 0.81 | -1.24 | -14.00 | 0.47 | 0.87 | 4.72 |
| 2006 | 凱米(KAEMI) | 0.10 | 3.00 | 0.86 | 0.71 | -0.38 | 1.00 | 0.70 | 0.60 | 3.63 |
| 2006 | 珊瑚(SHANSHAN) | 0.73 | 8.00 | 0.45 | 0.79 | 0.48 | 9.00 | 0.61 | 0.70 | 3.2 |
| 2006 | 奇比(CHEBI) | -0.17 | -16.00 | 0.91 | 0.35 | -0.14 | -28.00 | 0.99 | 0.16 | 3.18 |
| 2007 | 聖帕(SEPAT) | 0.01 | 0.00 | 0.70 | 0.73 | -0.83 | 1.00 | 0.50 | 0.75 | 5.43 |
| 2007 | 韋帕(WIPHA) | -0.28 | 8.00 | 1.29 | 0.22 | -0.88 | 8.00 | 0.92 | 0.38 | 4.62 |
| 2007 | 柯羅莎(KROSA) | 0.28 | -1.00 | 1.19 | 0.65 | -0.80 | -1.00 | 1.33 | 0.67 | 6.74 |
| 2008 | 卡玫基(KALMAEGI) | 0.95 | -15.00 | 0.94 | 0.69 | 0.35 | -16.00 | 0.78 | 0.70 | 3.28 |
| 2008 | 鳳凰(FUNG_WONG) | -1.40 | 1.00 | 0.77 | 0.86 | -1.66 | 2.00 | 0.87 | 0.80 | 6.24 |
| 2008 | 辛樂克(SINLAKU) | 0.84 | 29.00 | 0.65 | 0.73 | -1.41 | 10.00 | 0.57 | 0.80 | 5.24 |

| | | | | | | | | | | |
|-------|---------------|-------|-------|------|------|-------|--------|------|------|-------|
| 2008 | 哈格比(HAGUPIT) | -0.20 | 10.00 | 0.66 | 0.79 | -0.53 | 11.00 | 0.52 | 0.56 | 3.64 |
| 2009 | 蓮花(LINFA) | -0.25 | 0.00 | 1.06 | 0.10 | -0.26 | 0.00 | 0.57 | 0.49 | 2.76 |
| 2009 | 莫拉克(MORAKOT) | -2.86 | -2.00 | 0.72 | 0.94 | -3.05 | 1.00 | 1.14 | 0.72 | 7.78 |
| 2009 | 芭瑪(PARMA) | -1.18 | 49.00 | 0.61 | 0.58 | -0.78 | -46.00 | 0.78 | 0.51 | 4.35 |
| 2010 | 凡那比(FANAPI) | 0.72 | -1.00 | 0.68 | 0.75 | 0.06 | -1.00 | 0.65 | 0.80 | 5.09 |
| 2010 | 梅姬(MEGI) | -1.41 | -5.00 | 0.97 | 0.44 | -1.34 | -74.00 | 1.70 | 0.22 | 4.83 |
| 2011 | 桑達(SONGDA) | -0.95 | 4.00 | 0.57 | 0.56 | -0.76 | 2.00 | 0.76 | 0.47 | 4.08 |
| 2011 | 米雷(MEARI) | -0.30 | 37.00 | 0.51 | 0.50 | -0.49 | -7.00 | 0.40 | 0.57 | 2.76 |
| 2011 | 南瑪都(NANMADOL) | 0.31 | 0.00 | 0.71 | 0.62 | -0.57 | 5.00 | 0.50 | 0.62 | 3.56 |
| 2012 | 泰利(TALIM) | 0.47 | 0.00 | 0.61 | 0.11 | 0.28 | -8.00 | 0.40 | 0.28 | 2.05 |
| 2012 | 蘇拉(SAOLA) | -0.54 | -1.00 | 0.62 | 0.76 | -1.72 | 0.00 | 0.47 | 0.89 | 5.49 |
| 2012 | 天秤(TEMBIN) | 0.98 | 5.00 | 0.84 | 0.66 | 0.06 | 116.00 | 0.93 | 0.37 | 3.35 |
| 2012 | 杰拉華(JELAWAT) | -0.74 | -6.00 | 0.66 | 0.65 | -0.77 | 1.00 | 0.73 | 0.73 | 3.81 |
| 2014 | 浣熊(NEOGURI) | -0.06 | 9.00 | 0.52 | 0.36 | 0.43 | 17.00 | 0.40 | 0.53 | 2.18 |
| 2014 | 麥德姆(MATMO) | 0.56 | 1.00 | 0.45 | 0.75 | 0.64 | 2.00 | 0.37 | 0.79 | 3.94 |
| 2014 | 海鷗(KALMAEGI) | 0.54 | 11.00 | 0.57 | 0.78 | 1.01 | -3.00 | 0.40 | 0.71 | 2.56 |
| 2014 | 鳳凰(FUNG_WONG) | -0.30 | 28.00 | 0.77 | 0.62 | -0.55 | 27.00 | 0.58 | 0.76 | 4.12 |
| 2015 | 蘇迪勒(SOUDELOR) | -3.09 | 0.00 | 0.59 | 0.88 | -4.91 | 1.00 | 0.72 | 0.83 | 10.95 |
| 2015 | 天鵝(GONI) | 0.22 | 22.00 | 0.88 | 0.66 | 0.30 | 17.00 | 0.59 | 0.68 | 2.94 |
| 2015 | 杜鵑(DUJUAN) | 0.37 | 2.00 | 0.61 | 0.86 | -0.82 | 1.00 | 0.56 | 0.93 | 7.7 |
| 平均絕對值 | | 0.67 | 8.21 | 0.70 | 0.64 | 0.83 | 12.40 | 0.72 | 0.60 | 4.38 |

*註：颱風名稱灰階底色部分為測試資料群，其餘為訓練資料群

本研究選出下列在臺中港推算中誤差較大的颱風進行探討與比較，如莫拉克(2009)、鳳凰(2008)與蘇迪勒(2015)三場颱風兩種模式的推算結果都接近，但與實測仍有較大的誤差，其波高推算值與實測值比較圖示如圖 3。圖中各場颱風以兩種模式的推算結果其趨勢與峰值發生時間都與實測波浪資料相近，但其推算出的峰值仍與實測資料有明顯的差異。其

中蘇迪勒(2015)颱風的實測波浪資料顯示峰值在一小時內由 4.61m 突增至 10.95m，即使把蘇迪勒颱風納入學習資料群進行訓練仍然無法妥善模擬出此峰值變化特性，故兩種模式在推算此類颱風仍有改善的空間，若未來有更多類似的颱風事件，可考慮納入訓練資料群增加學習樣本以提升模式推算能力。

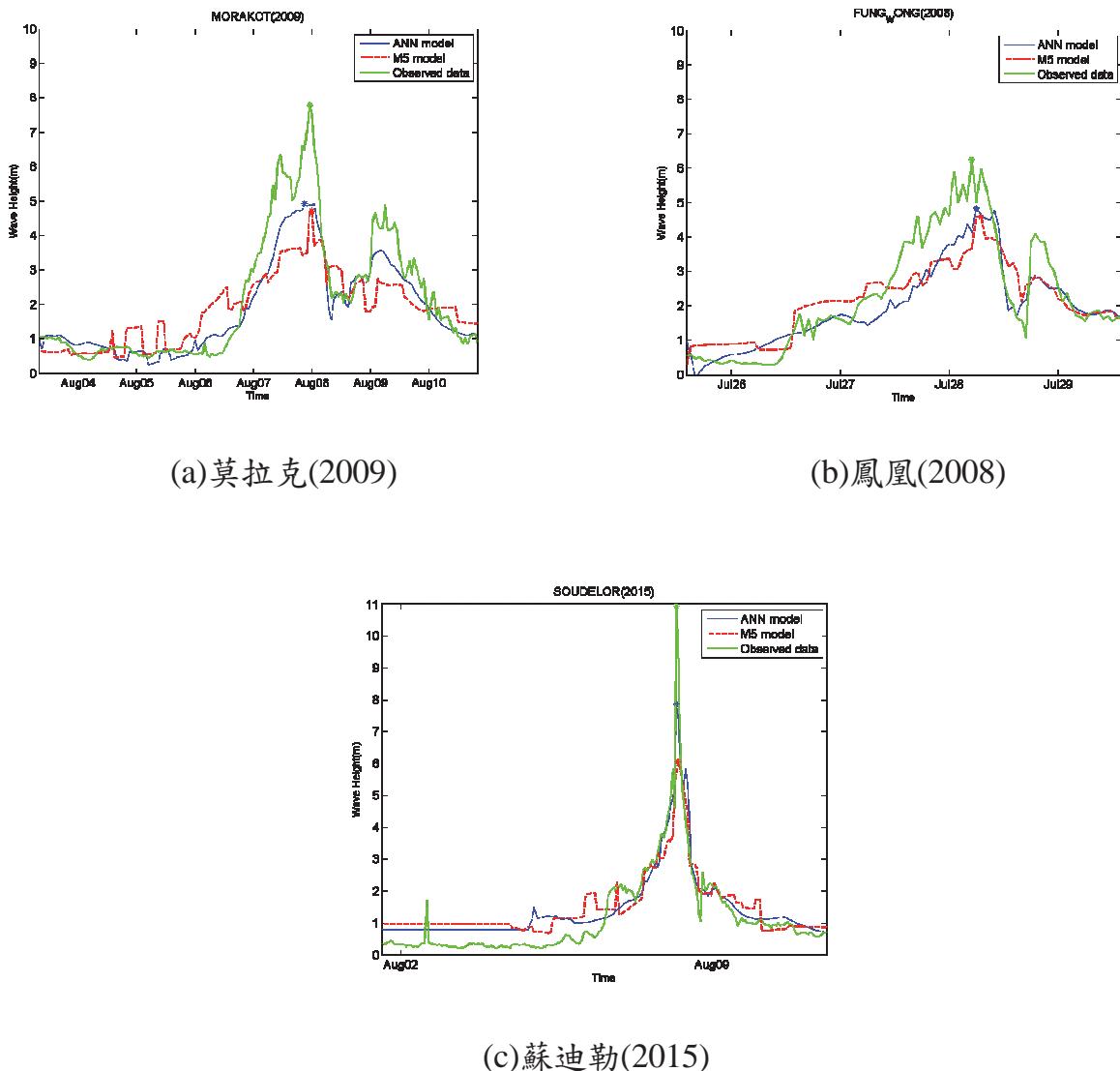


圖 3 臺中港 M5 與類神經模式推算結果低估的颱風波浪時序圖

此外在分析兩種模式的精度比較中顯示有些颱風的推算峰值發生時間與實測值有較大誤差，排除其中颱風波浪峰值不明顯的案例外，發現有兩類的西行颱風會造成此現象。第一類為由台灣南端與菲律賓群島間自東向西行的颱風，如圖 4 奇比(2006)、芭瑪(2009)及梅姬

(2010)三場颱風。發現兩種模式推算的峰值結果都偏早發生，其中 M5 模式推算的峰值發生時間差最多。此類型颱風大多對臺中港造成影響的歷史紀錄較少，由現有分析結果來看，M5 模式對此類颱風的模擬能力都較差。

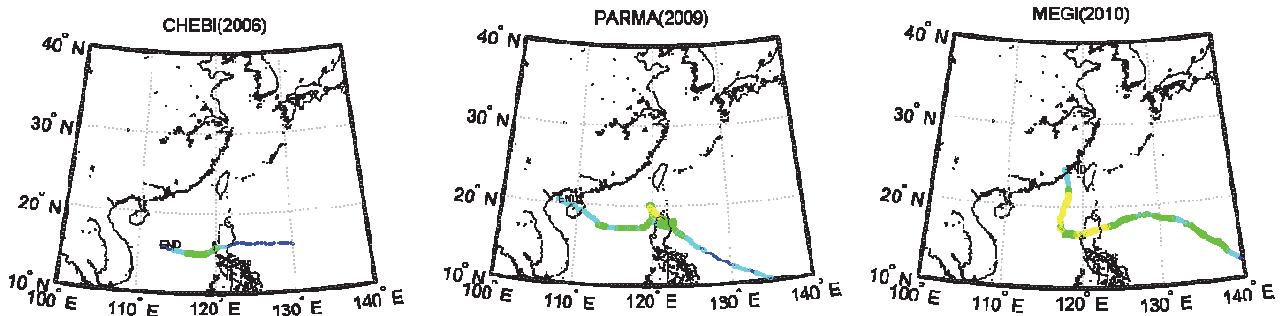


圖 4 奇比(2006)、芭瑪(2009)及梅姬(2010)三場颱風路徑圖

另一類西行颱風則是由宜蘭外海處向西北往中國大陸前進的颱風路徑，如圖 5 卡努(2005)、碧利斯(2006)、卡玫基(2008)及辛樂克(2008)等四場颱風，類神

經模式與 M5 模式兩種方法在模擬此類路徑的颱風波浪峰值發生時間皆有明顯的誤差，且大多的峰值推估時間都早於實測資料的峰值發生時間。

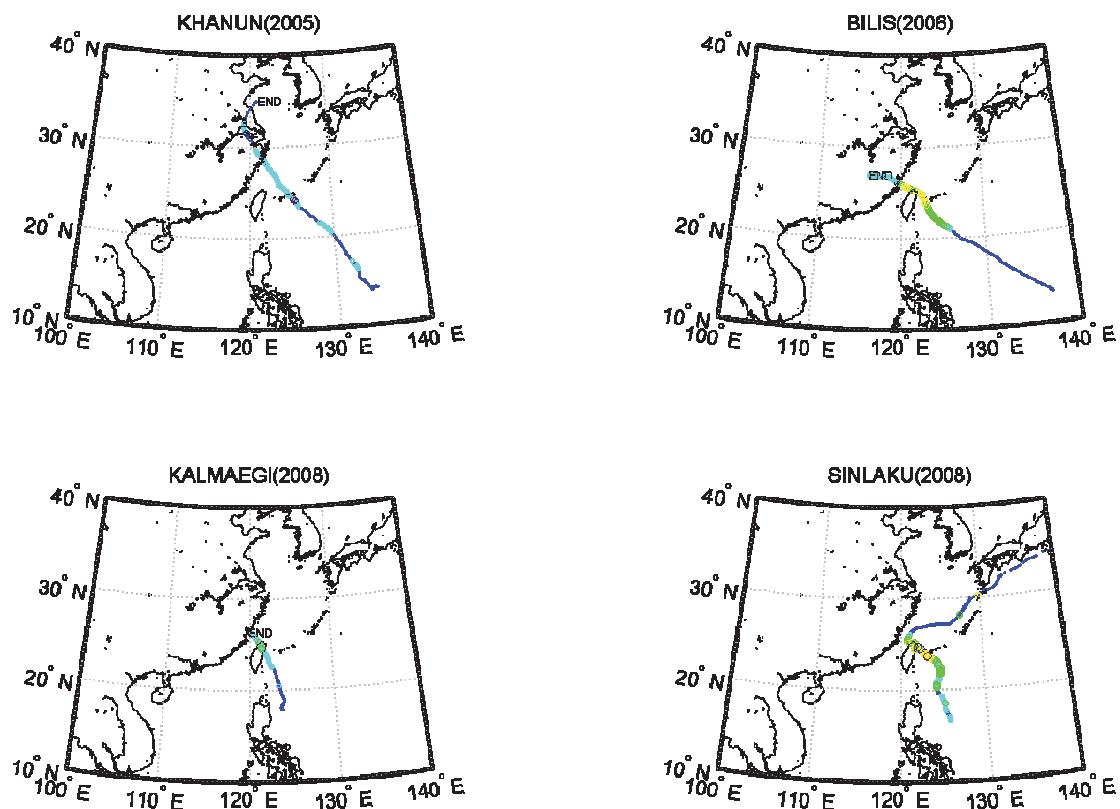


圖 5 卡努(2005)、碧利斯(2006)、卡玫基(2008)及辛樂克(2008)等四場颱風路徑圖

四、結論

本研究以相同的輸入參數與資料長度配合 M5 最小化模式樹與類神經兩種機械學習方法來建立颱風波浪推算模式，歸納各場颱風推算結果的比較中發現在特定路徑兩種模式的推算結果有相同的缺點，包括：1.台灣南端與菲律賓群島間自東向西行的颱風；2.由宜蘭外海處向西北往中國大陸前進的颱風。此兩類路徑的推算結果皆有颱風波浪峰值

發生時間錯估的問題。另由四種誤差指標分析比較，類神經模式推算颱風波浪的精度較 M5 模式好，尤其在峰值發生時間部分類神經模式所推估的結果較為可靠，且 M5 模式所推估的波高時序列常有不連續的現象。故現階段若考慮這兩種方法，無論是應用於即時預報或極值樣本推算仍建議採用以類神經模式較為合適。

五、參考文獻

1. 江玟德、張憲國、劉勁成、陳蔚璋、何良勝，「臺灣主要港口附近海域長期波浪統計特性及設計波(3/4)」，交通部運輸研究所(2011)。
2. 張憲國、劉勁成、陳蔚璋，「以 M5 模式及經驗公式推算透水與不透水堤面之波浪反射率」，第三十三屆海洋工程研討會論文集，高雄，臺灣(2011)。
3. 陳蔚璋、何良勝、林賢銘、張憲國，「結合歸屬函數之類神經網路颱風波浪推算模式」，第三十三屆海洋工程研討會論文集，高雄，臺灣(2011)。
4. 陳蔚璋、張憲國、何良勝、劉勁成，「應用二維歸屬函數建立臺中港類神經網路颱風波浪推算模式」，第三十四屆海洋工程研討會論文集，臺南，臺灣(2012)。
5. Bhattacharya, B and D.P. Solomatine (2005) "Neural networks and M5 model trees in modeling water level-discharge relationship," *Neurocomputing*, 63, 381-396.
6. Cios, K., Pedrycz, W., Seiniarski, R. W. and Kurgan, L. A. (2007) "Data mining, a knowledge discovery approach," Springer.
7. Etemad-Shahidi, A. and Mahjoobi, J. (2009) "Comparison between M5' model tree and neural networks for prediction of significant wave height in Lake Superior," *Ocean Engineering*, 36, 1175-1181.
8. Houston, S.H., and Powell, M.D. (1994) "Observed and modeled wind and water-level response from tropical storm Marco (1990)," *Weather and Forecasting*, 9, 3, 427-439.
9. Houston, S.H., Shaffer, W.A., Powell, M.D., and Chen, J. (1999) "Comparisons of HRD and SLOSH

- surface wind fields in hurricanes: Implications for storm surge modeling.". *Weather and Forecasting*, 14, 5, 671-686.
- 10.Jain, P. and Deo, M.C. (2008) "Artificial Intelligence Tools to Forecast Ocean Waves in Real Time," *The Open Ocean Engineering Journal*, 1, 13-20.
- 11.Quinlan J.R. (1992) "Learning with continuous classes," Proceedings of 5th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, World Scientific, Singapore, 343-348.
- 12.Samadi, M., Jabbari, E., Azamathulla, H. M. (2014) "Assessment of M5 model tree and classification and regression trees for prediction of scour depth below free overfall spillways," *Neural Comput & Applic.*, 24, 2, 357-366.
- 13.Wang Y. and Witten I.H. (1997) "Induction of model trees for predicting continuous classes," *Proceedings European Conference on Machine Learning*, Prague, 128-137.
- 14.Witten, I. H., and Frank, E. (2005) "Data Mining : Practical Machine Learning Tools and Techniques (2nd ed.)," San Francisco : Morgan Kaufmann.
- 15.Zahiri, A., Azamathulla, H. M. (2014) "Comparison between linear genetic programming and M5 tree models to predict flow discharge in compound channels," *Neural Comput & Applic*, 24, 413-420.