

# 道路旅次預約政策基礎分析模型之研究

## A STUDY ON BASIC ANALYTICAL MODEL FOR ROADWAY TRIPS BOOKING POLICY

嚴國基 Kuo-Chi Yen<sup>1</sup>

(107 年 10 月 12 日收稿，108 年 2 月 25 日第 1 次修改，108 年 3 月 25 日定稿)

### 摘要

由於私人運具的成長對於公路運輸造成衝擊，因此主管機關應以系統化的角度進行思考如何以交通管理手段對於公路系統進行管制。近來交通主管單位研擬以道路預約交通政策以達到維持公路服務水準的目標。然而，在政策推行前應先進行系統化的評估。鑒此，本研究建構道路旅次預約政策基礎分析模型對於預約政策進行系統化的評估。本研究考量公路用路人在時間向度下的旅運決策，包含出發時間選擇、路徑選擇以及到達時窗限制，使得模型能充分詮釋公路用路人在預約出發時間與道路替代的旅運行為，此外對於公路系統的單位時間所能承受的系統容量以及不同出發時間的流量先進先出的問題進行探討，本研究以額外限制條件對於所建構的模型進行限制，使得評估的結果能充分反映依時性用路人旅運行為以及預約政策公路的供需現況，進而作為未來政策推行的參考。

**關鍵詞：** 旅次預約；依時性用路人旅運行為；出發時窗

### ABSTRACT

*Rapid growth in private vehicle ownership has led to congestion and inadequate service on freeways. The authorities should consider the traffic demand management policies that accurately control the freeway during peak*

---

1. 國防大學運籌管理學系助理教授 (聯絡地址：臺北市北投區中央北路 2 段 70 號 國防大學運籌管理學系；電話：02-28966301；E-mail: yenkuochi0706@gmail.com)。

*hours is required. Recently the authorities discuss a strategy, called “roadway booking,” to mitigate freeway traffic congestion. However, it should be evaluated before the strategy implement systematically. This study proposes a study on basic analytical model for roadway trips booking policy to assess the new strategy. This study includes departure time replacement, path substitute of trip behaviors and arrival time-window limit under the time domains of travelers. With the aforementioned issues it would explain the departure time reservation and route choice phenomenon adequately. Furthermore, the system capacity of the highway system and the different departure times of flows with first in first out phenomenon are important issues to investigate. These can be utilizing the capacity and first-in-first-out constraints to consummate the model. The results reflect the travelers’ behaviors and highway facilities situation that can be used as reference in establishing public policies.*

**Key Words:** *Roadway trips booking; Time-depend traveler behaviors; Time-window*

## 一、前 言

由於私人運具成長，導致目前公路運輸在例（長）假日或上下班尖峰時間道路容量與服務水準嚴重不足。由於壅塞狀況嚴重。為提升服務水準，相關單位期望透過高乘載管制、總量管制、匝道儀控以及差別費率等手段舒緩尖峰車流。以目前國道運輸為例，在 ETC (electronic toll collection) 技術上的發展成熟，這對於高速公路推行旅次預約政策的實施提供良好的環境，因此交通部目前亦於「MaaS (公共運輸行動服務)」中增加預約國道旅行 App，鎖定每逢假日塞車的北宜廊道，系統除建議較快速、不壅塞的時段路段，用路人若依預約時段上路將可獲得獎勵。為確保政策推行成效，在推行前或實施初期須以整體系統化的角度進行思考，而且規劃的方向亦需考量時間向度下用路人的旅運選擇行為，方能進一步評估政策推行的預期效果，因此建立適切的評估模型是目前十分迫切的研究工作。

旅次預約之概念，其重點在於用路人能夠預約使用道路出發時間 (Wong)<sup>[1]</sup>，如果用路人所預約時間區段的道路系統容量不足則將不會接受旅次的預約，用路人必須重新選擇其他時間使用該道路，或是選擇替代道路完成旅運活動。由於用路人對於到達迄點的時間有所期望，一般而言，旅次將選擇對於本身最有利的時段使用道路，此一現象反映在道路尖峰時間的流量狀態，如實施道路預約制度，藉由預約的方式讓旅次區分時段使用，避免因旅次集中在尖峰時段出發使得道路績效降低肇生交通壅堵問題。由於用路人對於到達時間有預期心理，這將體現在選擇出發時間的旅運選擇行為。然而，道路系統容量有限，因此交通管理單位在配套措施完備的前提下可考量適度酌收預約費用，一方面反映使用尖峰時間的道路價格，另一方面可避免預約後交通旅次不使用原預約時間，以免造成系統容量浪費影響其他用路人權益。

有鑒於前述之問題，本研究著眼於使用者的角度，在道路預約制度施行下用路人對於

出發時間選擇與路徑選擇所採取的旅運決策，以便對於政策實施時進行適切的評估。俟未來預約制度成熟後，管理單位可視系統容量適度調整出發時窗、獎勵用路人使用替代道路以及收取預約費等，增加管理彈性。因此目前首要能建立能評估道路旅次預約模型，然則如沿用以往著重於以靜態交通量指派 (static traffic assignment) 的方式進行規劃，將無法有效詮釋預約出發時間選擇的現象。因此，必須以考量時間向度的因素的依時性用路人最佳化路徑選擇模型 (time-dependent user-optimal route choice model, TDUO) 為基礎，取代靜態用路人均衡模型將更能準確地反映出道路預約政策交通旅次的旅運決策行為。

對於道路預約制度而言，每個時間區間路段的容量為決定允許旅次使用道路的關鍵因素，而各時區的系統容量主要由起迄所組成的路段流入容量以及流出容量所構成 (Wong<sup>[1]</sup>; Akahane 與 Kuwahara<sup>[2]</sup>; Chang 與 Li<sup>[3]</sup>; Feijter 等人<sup>[4]</sup>)。所以在本研究之模型中須分別對於時空路網中起迄路段分別加入流入率容量與流出率容量限制條件，確保預約制實施後路段車流率不會超過特定時區的路段容量。此外為使得時空路網之車流符合先進先出原則，亦須對於模型加入先進先出限制，以確保流量推進時發生先進後出的不合理現象。針對預約不同出發時間的旅次而言，對於到達迄點的時間的期待是相當重要的因素，因此本研究於模型中加入到達迄點時窗限制，符合用路人在道路預約政策推行後對於到達迄點時間的預期。在此，本研究將出發時間與到達時間劃分不同的時窗，在時窗中區分不同的時區以利分析。例如，旅次可選擇由第  $i$  時窗中的第  $k$  時區出發並於第  $j$  時窗的第  $k'$  時區到達迄點。

整體而言，本研究提出符合道路用路人預約旅次特性的基礎模型並發展求解演算法，暫時不討論公共運具的替代效果。將公共運具轉換為小汽車旅次當量，再藉由小型路網驗證規劃解的正確性與合理性，再以臺北至宜蘭的國道與公路系統的簡化路網進行測試分析以貼近實際問題，進一步分析調整出發時窗以及到達時窗限制下展現的交通旅次特性。藉此說明本研究之基礎模型能初步評估政策推行後，對於公路旅運需求以及供需狀況可能的衝擊與影響。本研究敘述安排如下，首先於第一節對於研究主題進行分析與說明。在第二節中對於本研究問題相關之文獻進行回顧。第三節即針對公路旅次預約問題特性建構基礎模型。於第四節中對於前述之模型發展相應的求解演算法；第五節以數值測試說明求解的正確性與模型特性。最後在第六節中進行結論並說明未來的研究方向及其應用。

## 二、問題分析與文獻回顧

本研究主題在探討以道路旅次預約制施行後對於用路人旅運決策的影響。建立詮釋此一問題的模型必須符合預約制的特性，本研究的重點，則是特別針對依時性、流入 (出) 率容量限制、先進先出限制、出發時間選擇以及到達時窗限制的路網均衡問題進行分析，進而針對模型求解演算法進行分析。以下本研究將分別針對相關研究之論述進行分析與回顧。

## 2.1 道路旅次預約相關研究

旅次預約問題已廣為應用於運輸系統，如鐵運、空運、海運以及停車系統等。諸多文獻亦對於前述之預約系統提出改善營運績效、增加收益等進行研究 (Lee 與 Hersh<sup>[5]</sup>; Li<sup>[6]</sup>; Clancimino 等人<sup>[7]</sup>; You<sup>[8]</sup>; Ang 等人<sup>[9]</sup>)。在公路運輸方面，旅次預約的概念緣起於 1990 年代。兩位日本學者 Akahane 與 Kuwahara<sup>[2]</sup> 對於東京都會地區假日的道路壅塞提出預約使用道路的研究，該研究提出以預約出發時間方式降低假日瓶頸壅塞的問題，並藉由分析所提出的旅次預約選擇模型 (trip reservation choice model)，當給予用路人出發時間以及更多的道路通行折扣時吸引將更多用路人參與旅次預約。Koolstra<sup>[10]</sup> 提出道路追蹤預約系統相對於壅塞定價收費策略更具優勢，並通過比較分析支持該研究的論點。Wong<sup>[11]</sup> 對於旅次預約的概念進行詳盡的論述，其中包含了旅次預約系統發展、系統功能、系統的操作性並具體的提出整體概念的架構，最後亦對於旅次預約列舉未來研究的議題與方向。Akahane 等人<sup>[11]</sup> 針對假日的城際運輸提出透過預約系統解決壅塞問題，該研究以問卷進行調查並考量收取預約出發時間的收費進行討論，該研究的調查顯示如能以前述的方式實施預約政策將有效解決假日壅塞的問題。近來，日本高速公路公司 (NEXCO) 實施預約政策，用路人於周末假日時預約時間使用高速公路，則給予用路人禮品卡獎勵 (<http://www.c-nexco.co.jp/campaign/>)。該政策雖然沒有強制用路人使用預約系統，但從這實驗性的測試，NEXCO 統計比較之前的周末假日大約減少 10% 的交通流量，這樣的政策的實施在不久的將來更能增加其全面施行的可能性。Chung 等人<sup>[12]</sup> 提出高速公路預約的交通技術和交通需求管理政策，並針對新的交通管理政策可接受性調查。該研究指出雖然新的控制系統是技術問題，然而引入新的政策還必須考慮公眾的偏好和接受程度，該研究以結構方程式對於用路人進行調查，其研究成果亦進一步呈現新政策實行後的偏好與接受程度。

Feijter 等人<sup>[4]</sup> 以模擬實驗的方式應用於道路預約系統，改善旅行時間可靠度並同時有效利用道路容量。Edara 與 Teodorović<sup>[13]</sup> 以公路分配系統 (highway allocation system, HAS) 與公路預約系統 (highway reservation system, HRS) 建立公路空間庫存控制系統 (highway space inventory control system)。HAS 為離線模組，在已知固定的時區以及公路的空間，利用基因演算法求得最大用路人總旅行公里數，在該模組中亦考量不同車型以及起迄對的出發時間。而 HRS 則為在線模組，利用該模組能及時的決定旅次預約的申請。該研究的基本概念是藉由其他運輸工具預約系統而來的 (航空、鐵路等)。該研究利用 HAS 運算的結果置入 HRA 中以類神經網路進行學習並利用其學習的結果即時確認旅次預約的申請要求。Su 等人<sup>[14]</sup> 的研究提出了道路預約系統概念，並通過使用 VISSIM 微觀交通模擬器的模擬來測試其可行性。測試道路為高速公路的兩條車道由預訂系統在尖峰時段進行測試。雖然該研究中簡化了一些實際的問題，然而在模擬環境下，道路預約系統的服務水準優於未實施預約系統提供明顯的證據，這說明預約系統值得投入更多關注，增加該制度推行的可行性。繼之 Su 與 Park<sup>[15]</sup> 的研究中，參酌公路預約概念以及路段瓶頸模式

Vickrey's Model<sup>[16]</sup>，進而提出以非線性最佳化為基礎的解析性演算法，用以求解最佳化旅次規劃模型，該模型整數規劃模型，其目標函數為旅次選擇提早／延遲出發的成本以及旅行時間成本的總和最小化為目標，受限於使用預約道路旅次等於旅次需求的總和以及流入率須小於路段容量。該模型能夠在容量限制下，求出最佳的旅次預約規劃。並透過兩個數值案例說明其優點並達成高速公路預約制最佳化的目的。

## 2.2 依時性路網均衡問題

傳統靜態用路人均衡模型無法反映路網上不同時間的流量變化，依時性用路人均衡模型之發展主要在克服以往靜態模型中缺乏時間向度之缺點，藉由流量在時空路網中的變化情形，表現用路人在時空路網上路徑選擇與路段中流量傳導的現象。因此，路網上的流量隨時間而產生變化，故依時性用路人均衡模型更能準確地反映出路段上的時間變化下流量形態，以及用路人路徑選擇的行為，進而掌握路網的供需以及服務水準。Chen<sup>[17]</sup>、Chen 與 Hsueh<sup>[18,19]</sup> 提出一時空路網建構方式，界定動態流量型態中路段流入率、路段車輛數與路段流出率三者之間清楚的轉換關係，以變分不等式構建以最佳化模型。在求解上是以巢化對角法 (nested diagonalization method, NDM) 透過逐層固定路網中的交互影響進行處理。第一層運算固定實際旅行時間 ( $\tau$ )，第二層運算則是固定其他時空路段流入率 ( $ut$ ) 之影響，第三層則將變分不等式之模型轉換成最佳化模型並進行求解。其所建構的模型具有以下特點：

1. 界定依時性流量型態中的路段流入率 ( $u$ )、路段流出率 ( $v$ )、路段車輛數 ( $x$ ) 之轉換關係，故決策變數簡化為路段流入率。
2. 動態用路人路徑選擇問題，因不同時區流入率之間交互影響的關係，成本函數具非對稱性，故無法直接以最佳化模型建立相對應的模型，因此以變分不等式建構動態用路人最佳化路徑選擇模型，並可以數學證明所提出模型與用路人最佳化條件之對等性。
3. 時空路網的建構方式明確易理解，時空路網一旦確定，可視為靜態交通量指派問題加時間向度上之流量傳導限制的一般化問題。
4. 利用巢化對角法結合路段或路徑基礎式的最佳化演算法求解。

## 2.3 額外限制式問題

就容量定義而言，路段容量 (link capacity) 即為在單位時間內可以合理通過道路上某一均質路段或某一點之最大交通量。在 Chen<sup>[17]</sup> 模型中，流量以包裹 (packet flow) 的方式流動，即同一對起迄對  $od$  於同一時區出發，其任一路徑流量均不會產生分流的情形。就同一路段而言，同一時區進入的流入率，會在同一時區流出，但是同一時區離開的流出率可能來自不同時區的流出率，因此路段流入率與路段流出率存在多對一 (many-to-one) 的關係，如以本研究探討道路預約制的系統容量狀態而言，依前述有關道路預約之研究，通常在起點路段入口流率以及迄點路段出口流率進行容量限制。藉此反映時空路網上各時

區的系統容量限制，在求解時所引發的對偶成本為延滯時間，本研究將對偶變數乘上時間價值轉換因子將其成本轉換為單位價格，利用其價格作為旅次選擇出發時間所應付出費用，如此避免旅次任意變換已預約的出發時間造成該時區系統容量浪費以及影響其他出發時區的容量。在容量限制之研究上，Chen 與 Wang<sup>[20]</sup> 首先以變分不等式成功地建構出包含容量限制之依時性用路人均衡模型，而此一容量限制假設在路段入口，即限制路段流入率小於或等於路段容量。該研究在依時性用路人均衡變分不等式模型中加入流入率容量限制式，分別以擴張拉氏對偶法與拉氏法進行模型求解，以獲得滿足容量限制之問題。繼之嚴國基、陳惠國<sup>[21]</sup> 以延滯概念構建出流出率容量限制下的依時性用路人最佳化模型，並以拉氏法進行求解。

此外，依時性用路人最佳化路徑選擇模型在時間變動下，車流在時空路網推進需符合先進先出的原則 (first-in-first-out, FIFO)，就巨觀角度而言，使用相同路段不同出發時間的車流，較早出發的車流應先離開此路段，而較晚出發的車流應較晚離開。因此，不應存在車流超越現象。然而，本研究之依時性用路人最佳化路徑選擇模型以離散化的方式劃分時區單位，當路段上前後時區車輛數或流入率產生明顯變化，便可能發生先進後出的問題。然而，此一問題將導致依時性交通量指派規劃的結果不合理，而無法應用於運輸規劃問題。針對此一問題，目前對於違反先進先出原則之研究多數著重在單一路段旅行成本函數的分析。Carey 等人<sup>[22]</sup> 是以單一路段說明設定流出率上限以及調整流出率方式，使非線性成本函數限制在嚴格遞增的範圍內，避免違反先進先出。然而，前述之方法將因此導致旅行成本發生變化，此方式不適用於 Chen 與 Hsueh<sup>[17,18]</sup> 以路網均衡為基礎的動態用路人均衡模型。因此，本研究參酌嚴國基、陳惠國<sup>[21]</sup> 路段流出率對路段容量以額外限制式對於模型的處理方式，以先進先出額外限制式的方法克服時空路網流量違反先進先出原則問題。

## 2.4 用路人預期到達時窗限制之出發時間選擇／路徑選擇問題

用路人在時間向度旅運行為考慮的重點在於如何在最適當的時間出發，才能在符合期望的時間到達目的地。以通勤旅次為例，通常用路人對於到達目的地的期望時間差異不大。因此，旅次將選擇相近的時間出發，故常使用的路段尖峰時間常發生壅塞現象。如道路推行預約制度，交通旅次考量預期到達時間 (窗)，將進行出發時段預約，如未能順利預約期望出發時段，旅次將預約其他次佳時段或選擇其他替代道路，以滿足旅次期望到達時間。在此本研究將針對道路實施旅次預約制度建構評估模型，暫時不討論公共運具替代，聚焦於小汽車用路人的旅運決策。

前述交通旅次將依符合期望到達時間選擇相應的出發時間，將因各時區的容量而決定是否能被允許使用道路，這樣的現象可透過依時性用路人最佳化到達時窗限制之出發時間/路徑選擇問題進行詮釋。實施預約式的道路可將出發時間予以分群作為預約時窗，換句話說，預約時窗內可劃分數個出發時間，提供旅次進行選擇預約，各預約時窗將發生交通旅次進行道路預約，如受到系統容量限制或預約所產生負效用的影響，旅次可選擇其他不受

預約管制的道路完成旅次活動。有關到達時窗限制之出發時間／路徑選擇問題的時空路網如下圖所示：

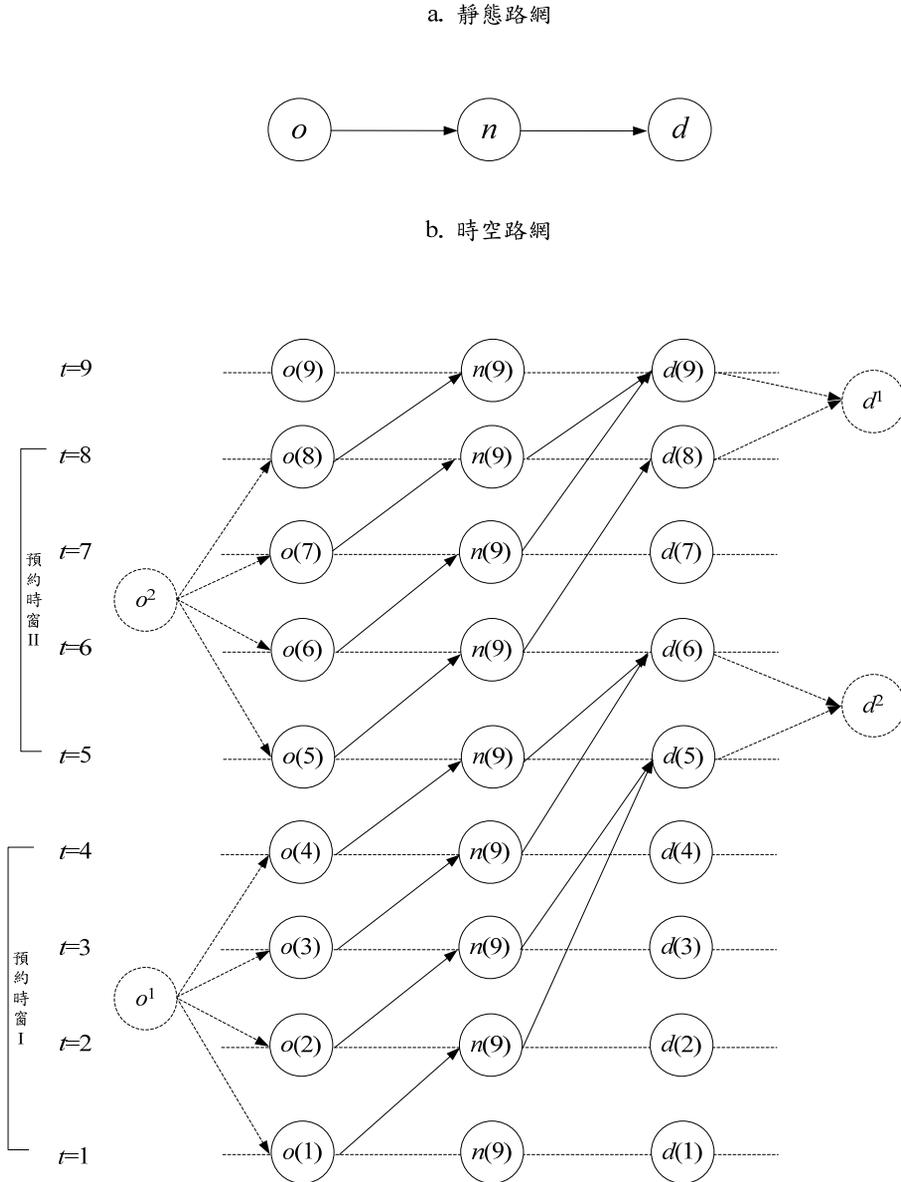


圖 1 道路預約路段時空路網圖

為使本研究所探討的問題更為全面。本研究另回顧有關以往動態用路人最佳化模型的研究議題。如 Janson<sup>[23]</sup> 構建變動的出發時間以及預定到達時間的 Quasi-DUO 模型，以

Frank-Wolfe (FW) 演算法為基礎發展啟發式的求解方法進行求解。Ran 等人<sup>[24]</sup> 建立多對起迄路網的出發時間/路徑選擇雙層最佳化控制 DUO 模型，並提出啟發式的求解法進行求解該問題。Friesz 等人<sup>[25]</sup> 構建以變分不等式為基礎的出發時間與路徑選擇 DUO 模型。Smith and Ghali<sup>[26]</sup> 則以微觀的角度探討出發時間與路徑選擇問題，並以微觀車流的特性進行詮釋。Chen<sup>[17]</sup> 提出符合 Chen 與 Hsueh<sup>[19]</sup> 所構建之依時性用路人均衡出發時間/路徑選擇模型均衡原則之依時性用路人均衡單邊限制起迄/出發時間/路徑選擇模型，並提出簡單的數值例證明其正確性。

## 2.5 依時性用路人最佳化演算法

本研究之模型與依時性用路人最佳化模型相同，其模型成本函數具非對稱性，無法直接以最佳化均衡模型之求解演算法進行處理，因此以變分不等式進行模型描述，以暫時固定路段時空影響之方式，將變分不等式之模型轉換成靜態最佳化之模型後，再應用靜態最佳化演算法進行求解。所以，此靜態模型之求解演算法之優劣，將會對求解動態模型之巢化對角法造成影響。原求解演算法是以路段基礎式的 Frank-Wolfe (FW) 演算法為主，後續 Chen 與 Wang<sup>[20]</sup> 發展拉氏-梯度投影法 (Lagrangian-gradient projection method, L-GP) 路徑基礎式演算法求解路段容量限制模型相較於路段基礎式之演算法，大幅改進模型之求解效率，且當路網達成均衡時，可獲得一組均衡之路徑解。有關求解演算法的步驟將於第四節中述明。

## 2.6 綜合評析

考量到達時窗限制之出發時間/路徑選擇旅次預約問題，本研究以依時性旅運選擇模型為基礎，發展適用於道路旅次預約用路人旅運決策問題的模型。以用路人之需求為主並兼顧主管單位對於未來政策評估之目的，依據上述之問題分析與文獻衍生本研究的綜合評析如次：

1. 以往著眼於靜態路網與用路人行為之間的關係，但是卻無法對於道路旅次預約出發時間與到達時間的問題進行評估。本研究以整體網路的觀點分析問題（包含替代道路）。並就用路人路徑選擇行為的觀點，針對預約制實施路段進行容量限制，作為道路旅次預約上限，以維持道路網基本的服務水準，同時了解用路人在預約制度實施後所反映的旅運決策。此外，由於動態的問題其意涵為在時間的變動下不斷連續的過程，然而前述 Chen<sup>[17-20]</sup> 系列的研究由於具非對稱性質需固定時空路網後將其視為靜態路網進行求解，究其本質並非連續不斷變動的狀態，因此以依時性取代動態的描述方式較為妥適。
2. 目前有關公路旅次預約的研究文獻，多著重以實施預約制的道路所反映的供需狀態進行深究，以「在線」與「離線」建立公路分配系統 (highway allocation system, HAS) 與公路預約系統 (highway reservation system, HRS) 建立公路空間庫存控制系統 (highway space inventory control system)。然則，卻缺乏由運輸規劃層面的方式，以整體路網（包

含預約制道路以及替代道路) 探討道路預約制度下, 旅次需求反映在預約出發時間以及道路替代等旅運決策, 進而評估政策施行後對於路網供需所造成的影響與衝擊。因此個別用路人進入系統申請預約、指定路徑、申請回覆用路人申請預約等個體資訊將不為本研究的規劃性模型所考量。本研究建立之評估模型冀望能妥適的詮釋現況並評估制度實施下推行預約制道路及其替代道路在不同時區的流量對於整體路網績效的影響程度。

3. 目前道路預約的研究, 多著重於旅次預約系統設計。目前少有研究以運輸規劃角度分析道路旅次預約制度推行後, 旅運決策對於整體路網的影響與衝擊。整體路網包含實施預約制度道路以及未實施預約制度道路, 旅次可選擇使用預約制道路或者非預約制道路到達迄點; 另外, 旅次預約出發時間之現象, 無法以靜態交通量指派模型進行描述, 該現象實為出發時間選擇旅運行為。故本研究所建構之模型乃是以依時性用路人最佳化模型為基礎發展為道路旅次預約基礎分析模型, 除能充分詮釋前述出發時間選擇 (旅次預約出發時間) 以及路徑選擇等旅運行為外, 亦能反映出時空路網中各路段時間變化下流量形態, 藉由決策變數路段流入率 ( $u$ ) 界定依時性流量形態 (路段流出率( $v$ )、路段流量( $x$ )) 之轉換關係, 可進一步得到時空路網中各路段的流量推進狀態。此外, 本模型亦能將時間變動下之車流符合先進先出的原則 (first-in-first-out, FIFO); 並且為描述各時區道路的系統容量 (由路段流入容量以及流出容量構成), 本研究以流入率容量與流出率容量限制條件, 確保預約制實施後路段車流率不會超過特定時區的路段容量。本研究所設計的模型可以前述現象與問題做出精確地詮釋, 並可合理的評估道路預約政策推行後, 整體路網衝擊與影響。
4. 本研究參酌前述研究對於道路旅次預約的議題, 建立含流入 (出) 率容量限制與先進先出額外限制之道路旅次預約基本模型, 以詮釋在考量預約時的出發時間選擇、分析時區系統容量、預期到達迄點時間、路徑替代等因素下用路人的旅運行為。
5. 本研究是以變分不等式構建模型。在求解上是以巢化對角化法 (nested diagonalization method, NDM) 透過逐層固定路網中的交互影響進行處理。第一層運算固定實際旅行時間 ( $\tau$ ), 第二層運算則是固定其他時空路段流入率 ( $u_i$ ) 之影響, 同時獲得非線性道路預約旅次最佳化路徑選擇/出發時間選擇模型, 第三層則將變分不等式之模型轉換成最佳化之靜態模型, 再利用最佳化演算法進行求解。所以, 此模型之求解演算法之優劣, 將會對求解道路預約旅次模型之巢化對角法造成影響。本研究求解方法則應用巢化對角法結合梯度投影法結合拉氏法進行求解此模型。

### 三、道路旅次預約政策基礎分析模型

#### 3.1 最佳化原則與模型建立

本研究構建之模型以用路人的觀點, 考慮到達時間的因素, 因此不同時窗的旅次需求可針對時窗內的出發時間進行預約, 因此有關模型的用路人最佳化原則為:

在起迄對  $od$  之間，旅次需求可選擇使用預約第  $i$  個時窗，每個時窗的旅次需求為已知。在第  $i$  個時窗中旅次可選擇該時窗內第  $k$  時區出發。旅次可選擇使用包含實施預約制路段的路徑亦可使用其他不含預約制路段的替代路徑，所有被使用到的路徑  $p$  之一般化路徑成本均相等，且等於起迄對  $od$ ，由第  $i$  時窗中出發的一般化最短路徑旅行成本  $\bar{\pi}^{o^i d^j}$ ，而此一般化旅行成本由該路徑上的旅行時間 ( $\bar{c}_{pk}^{o^i d^j}$ )、流入(出)容量造成的等候延滯以及違反先進先出限制的對偶成本 ( $\beta_{pk}^{o^i d^j}$ ) 所共同組成。

上述之依時性用路人最佳化原則可以由以下數學式表示：

$$\bar{c}_{pk}^{o^i d^j} = \begin{cases} \bar{\pi}^{o^i d^j} & \text{if } h_{pk}^{o^i d^j} > 0 \\ \geq \bar{\pi}^{o^i d^j} & \text{if } h_{pk}^{o^i d^j} = 0 \end{cases} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (1)$$

其中：

$$DEPE^{o^i} \leq k \leq DEPL^{o^i} \quad \forall o, i, k \in K^{o^i} \quad (2)$$

$$ARRE^{d^j} \leq k \leq ARRL^{d^j} \quad \forall d, j, k' \in K^{d^j} \quad (3)$$

$$\bar{c}_{pk}^{o^i d^j} = c_{pk}^{o^i d^j} + \beta_{pk}^{o^i d^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k \quad (4)$$

$$\beta_{pk}^{o^i d^j} = \sum_a \sum_t \beta_{at}^* \delta_{atpk}^{o^i d^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k \quad (5)$$

$$k' = k + \sum_a \sum_t NINT [c_{at} + \beta_{at}^*] \delta_{atpk}^{o^i d^j} \quad \forall a, t, o, d, i, j, p, k \quad (6)$$

式 (2) 定義起點  $o$ ，其預約出發時窗  $i$  的時區範圍。式 (3) 為迄點  $d$ ，其到達時窗  $j$  的時區範圍。式 (4) 定義為起迄對  $od$  由第  $i$  時窗中第  $k$  時區出發的第  $p$  條路徑，其一般化旅行時間由該路徑上的旅行時間、道路的流入(出)容量限制的等候延滯以及違反先進先出原則的對偶成本之總和；式 (5) 前述三項對偶成本的定義；式 (6) 為起迄對  $od$  從第  $i$  時窗中第  $k$  時區出發的第  $p$  條路徑，其到達時區  $k'$  的計算方式。

依據本研究所探討的主題，考量道路旅次預約時用路人所面對的現象，本研究以變分不等式建構模型如下：

$$\sum_a \sum_t \bar{c}_{at}^* [u_{at} - u_{at}^*] \geq 0 \quad \forall (\mathbf{u}) \in \Omega^* \quad (7)$$

流量守恆限制式

$$\sum_k \sum_p h_{atpk}^{o^i d^j} = \bar{q}^{o^i d^j} \quad \forall o, d, i, j \quad (8)$$

流量傳導限制式

$$u_{atpk}^{o'd_k^j} = h_{pk}^{o'd_k^j} \delta_{atpk}^{o'd_k^j*} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (9)$$

$$\sum_t \delta_{atpk}^{o'd_k^j*} = 1 \quad \forall o, d, i, j, a \in p, k, k' \quad (10)$$

$$\delta_{atpk}^{o'd_k^j*} = \{0, 1\} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (11)$$

流量非負限制式

$$h_{pk}^{o'd_k^j} \geq 0 \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (12)$$

定義限制式

$$u_{atpk}^{o'd_k^j} = h_{pk}^{o'd_k^j} \delta_{apkt}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (13)$$

$$u_{at} = \sum_{od} \sum_i \sum_p \sum_k \sum_{k'} h_{pk}^{o'd_k^j} \delta_{apkt}^{o'd_k^j*} \quad \forall a, t \quad (14)$$

$$u_{o^j o(k)} = \sum_o \sum_p h_{pk}^{o'd_k^j} \quad \forall o, i, k, k' \quad (15)$$

$$u_{d(k)d^j} = \sum_d \sum_p h_{pk}^{o'd_k^j} \quad \forall o, j, k, k' \quad (16)$$

$$\tilde{c}_p^{o'd_k^j} = \sum_a \sum_t [c_{at} + \beta_{at}^{inflow} + \beta_{at}^{outflow} + \beta_{at}^{FIFO}] \delta_{apkt}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (17)$$

$$k' = k + \sum_a \sum_t NINT [c_{at} + \beta_{at}] \delta_{atpk}^{o'd_k^j} \quad \forall a, t, o, d, i, j, p, k, k' \quad (18)$$

額外限制式 (流入率容量限制)

$$u_{at} \leq CAP_{at} \quad \forall a, t \quad (19)$$

額外限制式 (流出率容量限制)

$$v_{at'} \leq CAP_{at'} \quad \forall a, t' : t + \tau_{at} \quad (20)$$

額外限制式 (先進先出限制式)

$$\tilde{c}_{at} \leq \tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T - t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (21)$$

有關式 (7)~(21) 敘述如下：式 (7) 為根據前述最佳化條件所構建之公路旅次預約基礎模型，可視為尋找一組路段流入率  $\mathbf{u}^*$  滿足下變分不等式的型態。式 (8) 表示任一起迄對  $od$  在第  $i$  時窗中選擇時區  $k$  出發的路徑流量加總，必須等於此起彼迄對在到達  $j$  時窗的  $k'$  時區之起迄旅次需求；式 (9) 定義起迄對  $od$  在第  $i$  時窗中選擇時區  $k$  出發之路徑流量與路段流量之關係亦是代表路徑流量在時空路網中流量傳導現象，即路徑流量  $h_{pk}^{o'd_k}$  若於時區  $t$  到達路段  $a$ ，則  $\sum_t \delta_{apkt}^{o'd_k} = 1$ ，且  $u_{apkt}^{o'd_k} = h_{pk}^{o'd_k}$ ；式 (10) 限制任意起迄  $od$ ，旅次於時窗  $i$  中的第  $k$  時區出發並於時窗  $j$  中的  $k'$  時區到達的路徑流量  $h_{pk}^{o'd_k}$  僅能通過路段  $a$  一次；式 (11) 說明  $\delta_{apkt}^{o'd_k}$  為 0-1 指標變數；式 (12) 說明路徑流量非負；式 (13)-(16) 說明決策變數路段流入率與路徑流量之間的關係；式 (17) 定義起迄對  $od$  在時區  $k$  出發所使用到之路徑  $p$  的一般化路徑旅行成本，為該路徑所通過之所有路段一般化旅行成本加總；式 (18) 為起迄對  $od$  從第  $i$  時窗中第  $k$  時區出發的第  $p$  條路徑，其到達時區  $k'$  的計算方式。在額外限制式部份，式 (19) 表示路段流入率  $u_{at}$  必須小於路段流入率  $CAP_{at}$ ；式 (20) 表示路段流出率  $v_{at}$  必須小於等於路段流出率限制  $CAP_{at}$ ；式 (21) 為假設在較早時區  $t$  路段  $a$  的流入率為  $u_{at}$ ，其路段旅行時間為  $\tilde{c}_{at}$ ，另稍晚時區  $t + \Delta t$  路段  $a$  的流入率為  $u_{a,t+\Delta t}$ ，其路段旅行時間為  $\tilde{c}_{a,t+\Delta t}$ ，其中  $\Delta t$  為滯後時差。為避免違反先進先出原則，較晚到達路段  $a$  的流入率其離開時區為  $\tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t$  必須大於等於較早到達路段  $a$  流入率的離開時間  $\tilde{c}_{at}$ 。

### 3.2 額外限制式最佳化條件

有關一般化旅行成本由路徑上的旅行時間、流入 (出) 容量造成的等候延滯以及違反先進先出限制的對偶成本所共同組成。前述之對偶變數 (成本) 具有旅行時間延滯之意義，乃是額外限制條件經對偶化鬆弛至目標函數後，再對於其對偶變數進行偏微分後，可推導其互補鬆弛性質，其在模型求解過程中藉由對偶變數的增加進而使得一般化旅行成本變化，促使最佳化指派的結果吻合限制條件，在此本研究即針對額外限制式的最佳化條件進行推導與說明。

當分別對經由固定時空路網及非欲分析時空路段流入率後，變分不等式模型 (式 (7)) 可以轉換成下列之最佳化問題：

$$\min_{\mathbf{u} \in \Omega} z(\mathbf{u}) = \sum_a \sum_t \int_0^{u_a(t)} c_a(\mathbf{u} \setminus u_a(t), \omega) d\omega \quad (22)$$

其中  $\bar{\Omega}$  (4.1)-(4.2) 是  $\Omega$  的子集合，即為在固定實際路段旅行時間  $\{\tau_a(t)\}$  後，所定義之時空路網下之可行解區域。當  $\{\tau_a(t)\}$  固定後，整數變數  $\{\delta_{apkt}^{o'd_k}\}$  亦隨之固定為指標變數  $\{\bar{\delta}_{apkt}^{o'd_k}\}$ 。 $\bar{\Omega}$  為凸集合，其可行解區域係由下列限制式所構成：

流量守恆限制式

$$\sum_k \sum_p h_{atpk}^{o'd_k^j*} = \bar{q}^{o'd^j} \quad \forall o, d, i, j \quad (23)$$

流量傳導限制式

$$u_{atpk}^{o'd_k^j} = h_{pk}^{o'd_k^j} \bar{\delta}_{atpk}^{o'd_k^j*} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (24)$$

$$\sum_t \bar{\delta}_{atpk}^{o'd_k^j*} = 1 \quad \forall o, d, i, j, a \in p, k, k' \quad (25)$$

$$\bar{\delta}_{atpk}^{o'd_k^j*} = \{0, 1\} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (26)$$

流量非負限制式

$$h_{pk}^{o'd_k^j} \geq 0 \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (27)$$

定義限制式

$$u_{atpk}^{o'd_k^j} = h_{pk}^{o'd_k^j} \bar{\delta}_{apki}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, a, t, p, k, k' \quad (28)$$

$$u_{at} = \sum_{od} \sum_i \sum_p \sum_k \sum_{k'} h_{pk}^{o'd_k^j} \bar{\delta}_{apki}^{o'd_k^j*} \quad \forall a, t \quad (29)$$

$$u_{o'(k)} = \sum_o \sum_p h_{pk}^{o'd_k^j} \quad \forall o, i, k, k' \quad (30)$$

$$u_{d(k)d^j} = \sum_d \sum_p h_{pk}^{o'd_k^j} \quad \forall o, j, k, k' \quad (31)$$

$$\bar{c}_{pk}^{o'd_k^j} = \sum_a \sum_t [c_{at} + \beta_{at}^{inflow} + \beta_{at}^{outflow} + \beta_{at}^{FIFO}] \bar{\delta}_{apki}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (32)$$

$$k' = k + \sum_a \sum_t NINT [c_{at} + \beta_{at}] \bar{\delta}_{atpk}^{o'd_k^j} \quad \forall a, t, o, d, i, j, p, k, k' \quad (33)$$

額外限制式 (流入率容量限制)

$$u_{at} \leq CAP_{at} \quad \forall a, t \quad (34)$$

額外限制式 (流出率容量限制)

$$v_{at'} \leq CAP_{at'} \quad \forall a, t' : t + \tau_{at} \quad (35)$$

額外限制式 (先進先出限制式)

$$\tilde{c}_{at} \leq \tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (36)$$

其中  $t' = t + \tau_a(t)$ ，而最佳化模型式 (22) 可以進一步將流量守恆限制式 (23)、流入率容量限制式 (34)、流出率容量限制式 (35) 與先進先出限制式 (36) 鬆弛到目標式中，其對偶變數分別為  $\tilde{\pi}^{o'd^j}$ 、 $\beta_{1at}$ 、 $\beta_{2a,t}$  以及  $\beta_{3at,t+\Delta t}$ ，如式 (37) 所示：

$$\begin{aligned} L(\mathbf{h}, \tilde{\pi}^{o'd^j}, \beta_{1a}, \beta_{2a}, \beta_{3a}) = & \sum_a \sum_t \int_0^{u_a(t)} c_a(\mathbf{u} \setminus u_a(t), \omega) d\omega \\ & + \sum_{o'd^j} \tilde{\pi}^{o'd^j} \left( \sum_k \sum_p h_{apk}^{o'd_k^*} - \bar{q}^{o'd^j} \right) \\ & + \sum_a \sum_t \beta_{1at} [u_{at} - CAP_{at}] \\ & + \sum_a \sum_{t+\tau_a(t)} \beta_{2a,t+\tau_a(t)} \left[ \sum_{t+\tau_a(t)} u_{at} - CAP_{at'} \right] \\ & + \sum_a \sum_t \sum_{\Delta t=1}^{T-t} \chi_{3at,t+\Delta t} \beta_{3at,t+\Delta t} [c_{at} - c_{a,t+\Delta t} - \Delta t] \end{aligned} \quad (37)$$

在式 (37) 中，引入指標變數  $\chi_{3at,t+\Delta t}$  係用來確認先進先出條件適用性，亦即當路段  $a$  前後兩時區  $t$  與  $t+\Delta t$  均有流入率進入路段  $a$  時，即  $u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0$ ，才須考慮先進先出限制式，其數學式表示如下：

$$\chi_{3at,t+\Delta t} \begin{cases} = 1, & \text{if } u_{at} > 0 \text{ and } u_{a,t+\Delta t} > 0 \\ = 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (38)$$

最佳化條件可以經由拉氏目標式 (37) 對路徑流量變數  $h_{apk}^{o'd_k^*}$ 、對偶變數  $\tilde{\pi}^{o'd^j}$ 、 $\beta_{1at}$ 、 $\beta_{2a,t+\tau_a(t)}$  以及  $\beta_{3at,t+\Delta t}$  一階偏微可以獲得。為了簡化數學符號，我們定義一般化旅行時間  $\tilde{c}_{pk}^{o'd_k^j}$  為實際旅行時間  $c_{pk}^{o'd_k^j}$  及虛擬成本  $\beta_{pk}^{o'd_k^j}$  之總和，其數學表達式如下：

$$\tilde{c}_{pk}^{o'd_k^j} = c_{pk}^{o'd_k^j} + \beta_{pk}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (39)$$

其中虛擬成本  $\beta_p^{o'd_k^j}$  為該路徑上時空路段  $(a, t)$  之先進先出虛擬成本之總和，如下：

$$\beta_{pk}^{o'd_k^j} = \sum_a \sum_t \beta_{at} \bar{\delta}_{apkt}^{o'd_k^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (40)$$

其中  $\beta_{at}$  的定義如下：

$$\beta_{at} = \beta_{1at} + \beta_{2a,t+\tau_a(t)} + \beta_{3at,t+\Delta t} \quad \forall a, t \quad (41)$$

根據以上簡化數學符號，可以將拉氏目標式 (37) 以對偶變數  $\bar{\pi}^{odj}$ 、 $\beta_{1at}$ 、 $\beta_{2a,t+\tau_a(t)}$  以及  $\beta_{3at,t+\Delta t}$  進行一階偏微，以求得最佳化條件如式(42)-(4.50)：

$$h_{pk}^{od_k^j} [\bar{c}_{pk}^{od_k^j} - \bar{\pi}_{pk}^{od_k^j}] = 0 \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (42)$$

$$\bar{c}_{pk}^{od_k^j} - \bar{\pi}_{pk}^{od_k^j} \geq 0 \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (43)$$

$$\sum_k \sum_p h_{apk}^{od_k^j*} = \bar{q}^{od^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (44)$$

$$h_{pk}^{od_k^j} \geq 0 \quad \forall o, d, i, j, p, k, k' \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{pk}^{od_k^j} = & \sum_a \sum_t c_{at} \bar{\delta}_{apkt}^{od_k^j} + \sum_a \sum_{t+\tau_a(t)} \beta_{1at} \bar{\delta}_{apkt}^{od_k^j} \\ & + \beta_{2a,t+\tau_a(t)} \bar{\delta}_{apkt}^{od_k^j} + \sum_a \sum_t \sum_{t'=1}^{T-t} \beta_{3at,t+\Delta t} \bar{\delta}_{apkt}^{od_k^j} \quad \forall o, d, i, j, p, k, k', t, \Delta t \end{aligned} \quad (46)$$

$$\beta_{1at} [u_{at} - CAP_{at}] = 0 \quad \forall a, t \quad (47)$$

$$u_{at} \leq CAP_{at} \quad \forall a, t \quad (48)$$

$$\sum_{t+\tau_a(t)} \beta_{2a,t+\tau_a(t)} \left[ \sum_{t+\tau_a(t)} u_{at} - CAP_{at'} \right] = 0 \quad \forall a, t, t' = t + \tau_a(t) \quad (49)$$

$$\sum_{t+\tau_a(t)} u_{at} \leq CAP_{at'} \quad \forall a, t, t' = t + \tau_a(t) \quad (50)$$

$$\beta_{at,t+\Delta t} [c_{at} - c_{a,t+\Delta t} - \Delta t] = 0 \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (51)$$

$$c_{at} \leq c_{a,t+\Delta t} - \Delta t \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (52)$$

$$\beta_{1at} \geq 0 \quad \forall a, t \quad (53)$$

$$\beta_{2a,t+\tau_a(t)} \geq 0 \quad \forall a, t \quad (54)$$

$$\beta_{3at,t+\Delta t} \geq 0 \quad \forall a, t, \Delta t = 1, 2, \dots, T-t \quad (55)$$

式 (42)、(43) 為路徑選擇之互補鬆弛性質，表示對於某一起迄對  $od$  於第  $i$  時窗中選擇時區  $k$  出發使用路徑  $p$  時，其一般化路徑旅行時間必等於該起迄對之最小一般化路徑旅行時間；反之，當其一般化路徑旅行時間大於或等於該起迄對最小一般化路徑旅行時間

時，此路徑  $p$  流量為 0。式 (44)、(45) 分別為流量守恆及流量非負限制。式 (46) 說明一般化路徑旅行時間由實際路徑旅行時間、流入率及流出率容量限制式與違反先進先出限制式增加之額外延滯成本所組成。(47)~(48) 式為等候延滯成本 (拉氏乘數) 與路段流入率容量差的互補鬆弛性質，表示當路段上額外等候延滯成本為 0 時，其流入率將小於路口流出入率的容量；而 (49)~(50) 式則為路段流出率的互補鬆弛性質，表示當路段上額外等候延滯成本為 0 時，其流出率將小於路口流出率的容量 (符合流出率容量限制)。此外 (51)~(52) 式為額外延滯成本 (拉氏乘數) 與路段旅行時間差的互補鬆弛性質，表示當路段上額外等候延滯成本為 0 時，其稍早進入路段車流的離開時間將比稍後進入路段車流先離開此路段 (符合先進先出原則)，而當路段上額外等候延滯成本大於 0 時，其稍早進入路段車流的離開時間將比稍後進入路段車流晚離開此路段 (違反先進先出原則)。式 (53)~(55) 為對偶變數的非負限制式。

## 四、求解演算法

本研究之道路旅次預約基礎模型為變分不等式，成本函數之黑森矩陣 (Hessian Matrix) 為非正定且該矩陣具有非對稱性，無法直接以最佳化均衡模型之求解演算法進行求解。因此，利用本研究以暫時固定路段時空影響之方式，將變分不等式之模型轉換成依時性最佳化模型後，再利用最佳化演算法進行模型求解。所以，此應用求解最佳化模型演算法的優劣，將會對本研究模型所應用的巢化對角法造成影響。以往最佳化求解演算法是以路段基礎式的 Frank-Wolfe (FW) 演算法為主，後續 Chen 與 Wang<sup>[20]</sup> 發展拉氏-梯度投影法 (Lagrangian-gradient projection method, L-GP) 路徑基礎式演算法求解路段容量限制模型相較於路段基礎式之演算法，大幅改進模型之求解效率，且當路網達成均衡時，可獲得一組均衡之路徑解。

在本研究面對的問題中，為有效描述預約道路系統容量，必須同時考量路段流入率以及流出率的限制；此外，為避免時空路網上的流量發生違反先進先出的狀況，本研究採以 Carey 等人<sup>[22]</sup> 處理單一路段流量先進先出的想法，進而對模型以先進先出之限制條件使得流量推進符合先進先出的現象。本研究將前述的額外限制條件在 3.2 節中已推導其最佳化條件與模型之關係，在後續有關演算法的設計中將所有的限制條件鬆弛至目標函式，使其成為拉氏函數，再以梯度投影法求解原始變數以及拉氏法更新多個對偶變數。使得拉氏-梯度投影法益趨完善，有關巢化對角法以及拉氏-梯度投影法之詳細內容如下所述。

### 4.1 巢化對角法

巢化對角法主要可劃分 3 個迴圈。第一層迴圈運算是用來固定時空路網，估算實際路段旅行時間  $\tau_{at}$ 。只有當其值固定，解的集合能暫時固定為中凸，方可建立時空路網，以進行後續的流入率運算。也就是根據估計的時計路段旅行時間  $\tau_{at}$ ，方可求解一組路網流入

率  $\{u_{at}\}$ ，而依據此組路網流入率可另求路段旅行時間  $c_{at}$ 。第二層迴圈運算，則是根據估計的時計路段旅行時間  $\tau_{at}$ 。求解一組路網流入率  $\{u_{at}\}$ 。只需要固定其他非分析時區的時空路段流入率對該分析時區路段旅行時間的影響，則可轉換為數學規劃非線性子問題，以最佳化求解演算法進行第三迴圈運算。相關演算流程如下：

步驟 0：暫時固定路段時空影響之方式以建構時空路網，將變分不等式之模型轉換成最佳化之靜態模型。

步驟 0.1：令  $m=0$ 。設定起始實際旅行時間  $\tau_{at}^0 = NINT[c_{at}]$ ,  $\forall a, t$ 。

步驟 0.2：令  $n=1$ 。設定路段流入率起始解  $\bar{c}_{at}^1, \forall a, t$ 。並計算路段起始動態旅行時間  $\bar{c}_{at}^1, \forall a, t$ 。

步驟 1：第一層迴圈運算

令  $m=m+1$ ，更新值計路段旅行時間估計值  $\tau_{at}^m, \forall a, t$ ：

$$\tau_{at}^m = NINT[(1-\gamma)\tau_{at}^{m-1} + \gamma\bar{c}_{at}^n] \quad \forall a, t \quad (56)$$

其中， $0 < \gamma \leq 1$ 。

步驟 2：第二層迴圈運算

步驟 2.1：令  $n=1$ 。依據  $\tau_{at}^m, \forall a, t$  建立之修正時空路網，重新求解  $u_{at}^m, \forall a, t$ 。並依據其求解結果計算動態旅行時間  $\bar{c}_{at}^n, \forall a, t$ 。

步驟 2.2：固定此求解階段下修正時空路網中其他非分析時區的每個時空路段的流入率，可獲得非線性數學規劃模型。

步驟 3：第三層迴圈運算

步驟 3.1：以拉氏-梯度投影法 (L-GP) 求解非線性數學規劃模型。

步驟 3.2：第三層迴圈收斂檢驗

仍使用演算法收斂標準進行收斂檢驗，即可獲得新的路段流入率，令  $u_{at}^{n+1} = u_{at}^{l+1}, \forall a, t$ ， $\bar{c}_{at}^{n+1} = \bar{c}_{at}^{l+1}, \forall a, t$ ，進行步驟 4；否則令  $l=l+1$ ，回到步驟 3.1 繼續求解。

步驟 4：第二迴圈收斂性檢查

若  $\frac{u_{at}^{n+1} - u_{at}^n}{u_{at}^{n+1}} \leq \varepsilon, \forall a, t$ ，則進行步驟 5，否則令  $n=n+1$ ，回到步驟 2.2。

步驟 5：第三迴圈收斂性檢查

若  $\tau_{at}^m = NINT[\bar{c}_{at}^{n+1}(t)]$ ,  $\forall a, t$ ，停止，則此求解階段即為最佳解；否則令  $m=m+1$ ，回到步驟 1。

其中步驟 3 的第三層迴圈運算將採用拉氏-梯度投影法 (L-GP)，說明如下節。

## 4.2 拉氏-梯度投影法

本研究為一個含額外限制條件的公路預約式旅次基礎模型，因此利用拉氏法求解含先進先出限制用路人均衡問題即是反覆對於拉氏函數  $\min L(z(\mathbf{u}), \beta_1, \beta_2, \beta_3)$  求解原始變數

$\mathbf{u}$  以及各個對偶變數  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ ，本研究以 Chen 與 Wang<sup>[20]</sup> 所發展之拉氏-梯度投影法為基礎，以拉氏法更新對偶變數再以梯度投影法求解原始變數，其詳細演算步驟說明如下：

### 1. 拉氏函數求解原始變數之最佳化問題：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} L(z(\mathbf{u}), \bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2, \bar{\beta}_3) = & z(\mathbf{u}) + \sum_a \sum_t \bar{\beta}_{1at} [u_{at} - CAP_{at}] + \sum_a \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} \bar{\beta}_{2aj} \left[ \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} u_{aj} - CAP_{at'} \right] \\ & + \sum_a \sum_t \sum_{\Delta t=1}^{T-t} \bar{\beta}_{3at,t+\Delta t} [c_{at} - c_{a,t+\Delta t} - \Delta t] \quad \forall \mathbf{u} \in \Omega_\tau \end{aligned} \quad (57)$$

其中  $\Omega_\tau$  為由式(8)~式(21)等限制條件所構成的可行解區域。

### 2. 拉氏函數求解對偶變數之最佳化問題：

$$\begin{aligned} \min_{\beta_1, \beta_2, \beta_3} L(z(\bar{\mathbf{u}}), \beta_1, \beta_2, \beta_3) = & z(\bar{\mathbf{u}}) + \sum_a \sum_t \bar{\beta}_{1at} [u_{at} - CAP_{at}] + \sum_a \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} \bar{\beta}_{2aj} \left[ \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} u_{aj} - CAP_{at'} \right] \\ & + \sum_a \sum_t \sum_{\Delta t=1}^{T-t} \bar{\beta}_{3at,t+\Delta t} [c_{at} - c_{a,t+\Delta t} - \Delta t] \end{aligned} \quad (58)$$

S.t.

$$\beta_{1at} \geq 0 \quad \forall a, t \quad (59)$$

$$\beta_{2a,t+\tau_a(t)} \geq 0 \quad \forall a, t \quad (60)$$

$$\beta_{3at,t+\Delta t} \geq 0 \quad \forall a, t, \Delta t = 1, 2, \dots, T-t \quad (61)$$

由求解過程中可以發現式 (57) 原始問題的求解，即為求解道路旅次預約基礎模型，可利用路徑型式的梯度投影法進行求解；至於式 (58)~(61) 為對偶問題的求解，以下式 (62)~(64) 更新每回合的對偶變數，直至符合收斂條件。

$$\beta_{1at}^{l+1} \begin{cases} = \beta_{1at}^l + \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{at}, CAP_a)] & \text{if } u_{at} \geq CAP_a \\ = \beta_{1at}^l - \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{at}, CAP_a)] & \text{if } u_{at} < CAP_a \end{cases} \quad \forall a, t \quad (62)$$

$$\beta_{2aj}^{l+1} \begin{cases} = \beta_{2aj}^l + \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{a,t+\tau_{at}}, CAP_{a'})] & \text{if } \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} u_{aj} = v_{a,t+\tau_{at}} > CAP_{a'} \\ = \beta_{2aj}^l - \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{a,t+\tau_{at}}, CAP_{a'})] & \text{if } \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} u_{aj} = v_{a,t+\tau_{at}} < CAP_{a'} \\ = \beta_{2aj}^l & \text{if } \sum_{j=t}^{t+\tau_{at}} u_{aj} = v_{a,t+\tau_{at}} = CAP_{a'} \end{cases} \quad \forall aj \quad (63)$$

$$\beta_{3at,t+\Delta t}^{l+1} \begin{cases} = \beta_{3at,t+\Delta t}^l + \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{at}, u_{a,t+\Delta t}) - \Delta t] \\ \quad \text{if } c_{at} > c_{a,t+\Delta t} + \Delta t \\ = \beta_{3at,t+\Delta t}^l - \rho [c_a^l(\mathbf{u}) - c_a^l(\mathbf{u} \setminus u_{at}, u_{a,t+\Delta t}) - \Delta t] \\ \quad \text{if } c_{at} < c_{a,t+\Delta t} + \Delta t \\ = \beta_{3at,t+\Delta t}^l \\ \quad \text{if } c_{at} = c_{a,t+\Delta t} + \Delta t \end{cases} \quad (64)$$

$$\forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0$$

其中步幅調整參數  $\rho$  為一介於 0~1 的常數，避免因步幅跨步過大而導致結果發散。利用拉氏法求解道路旅次預約最佳化問題，接續 4.1 節有關步驟 3 詳細 L-GP 演算步驟說明如下：

步驟 3：演算法之初始化

步驟 3.1.1：第三層迴圈運算

令  $l = 0$ ，設定拉氏乘數的起始值為零， $\beta_{1at}^l = 0 \forall a, t$ 、 $\beta_{2aj}^l = 0 \forall a, j$ 、 $\beta_{3at,t+\Delta t}^l = 0 \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0$ 。

步驟 3.1.2：第四層迴圈運算

在第 4.1 節中步驟 0 所建立的時空路網中，以梯度投影法 (GP) 求解公路預約式旅次路徑選擇問題，以求得各起迄對間不同時窗的路徑流量解  $\{h_{pk}^{o,d_k,l}\}$  及其所對應的路段流量解  $\{u_{a(t)}^l\}$ 。

步驟 3.1.3：第三層迴圈收斂性檢定

若  $\max_a \{u_{at} - CAP_a\} < \varepsilon_{\beta_1}$ 、 $\max_{a,j} \left\{ \sum_{j=t}^{t+\tau_{aj}} u_{aj} - CAP_{a'} \right\} < \varepsilon_{\beta_2}$ ，且  $\max_{\substack{a,t,\Delta t=1,\dots,T-t, \\ u_{aj}>0, u_{a,t+\Delta t}>0}} \{c_{at}^l - c_{a,t+\Delta t}^l - \Delta t\} < \varepsilon_{\beta_3}$ ，則設定  $\bar{c}_{at}^{w+1} = \bar{c}_{at}^l \forall a, t$ 、 $\beta_{1at}^{w+1} = \beta_{1at}^l \forall a, t$ 、 $\beta_{2aj}^{w+1} = \beta_{2aj}^l \forall a, j$  及

$\beta_{3at,t+\Delta t}^{w+1} = \beta_{3at,t+\Delta t}^l \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0$ ，並執行步驟 1；否則即違反額外限制條件，並以式(62)~(64)更新拉氏乘數，更新後，令  $l = l+1$ ，返回步驟 3.1.2。

## 五、數值驗證與分析

### 5.1 簡例驗證(I)

在求解公路預約式旅次基礎模型時，由於模型包含三項額外限制條件，使得可行解空間更為縮限。再者因該模型具備依時性的性質，使得原本的路網將隨時間的變化擴充為數倍於靜態路網的時空路網，增加求解難度與運算成本。有鑒於本研究是對於公路旅次預約為研究主題，因此測試範例的輸入資料將十分關鍵。本研究先以 5 個節點路網 (測試路網 1·Chen<sup>[17]</sup>) 以及臺北至宜蘭簡化路網 (測試路網 2) 以說明求解的結果能符合模型的特性

與最佳化條件，以下將針對路網結構、路段成本函數、界定分析時區以及起迄預約需求量等進行說明如下：

### 1. 路網結構、路段成本函數

本研究採用 Chen<sup>[17]</sup> 使用之測試路網 (I) (如圖 1)。該路網包含 5 個節點，7 條節線，節點 1 為起點，節點 5 為迄點。其中節線 1→3、3→5 為實施預約之道路，成本函數假設如式 (65)。有關前述容量限制均為 7 單位旅次。藉此以限制分析時區中的系統容量。反映實施公路旅次預約的容量上限。其他未實施預約制路段之成本函數如式 (66)。

$$\tilde{c}_{at} = 1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{1at} + \beta_{2aj} + \beta_{2at,t+\Delta t} \quad (65)$$

$$\tilde{c}_{at} = 1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{2at,t+\Delta t} \quad (66)$$

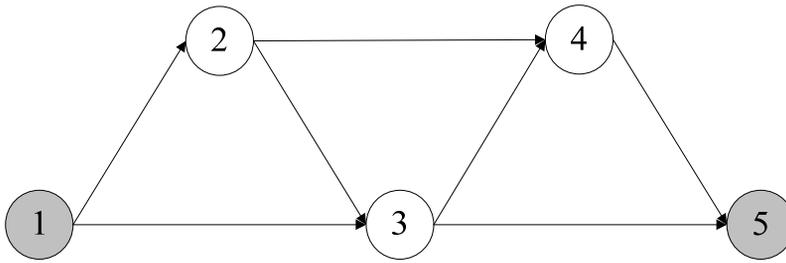


圖 2 測試路網 I

### 2. 界定分析時區與起迄預約需求量

本研究之模型為變分不等式型態，在固定時空路網後屬於數學最佳化模型，然而為闡述依時性的特性需以時空路網進行描述。時空路網結構為離散式結構，因此必須將連續型的數值轉換為離散型的方式與以表達，所以界定分析時區將顯得格外重要。鑒此，本研究將分析時區假設每 5 分鐘為一個預約時區，每三個預約時區為一個出發時窗，不同的出發時窗 [1,2,3]、[4,5,6] 各有不同交通旅次需求，預約的交通旅次必須分別於時窗 [10,11,12]、[12,13,14] 到達迄點 (如表 1 所示)。此外在路段成本函數部份，對於決策變數  $\{u_{at}\}$  分別進行一次與二次偏微均符合連續、可微以及嚴格凸性等條件。其中， $\theta_1, \theta_2$  為旅行時間參數值，本研究設定  $\theta_1=0.01$ ； $\theta_2=0.001$ 。

### 3. 驗證與分析

在此對於本研究所提出的公路旅次預約基礎模型進行求解，利用巢化對角法以及 L-GP 求得測試結果。假設目前共有 2 個出發時窗進行預約，每個時窗內各有 3 個時區可供旅次

表 1 預約旅次起迄需求量

起迄對	出發時窗	到達時窗	旅次需求量 (單位旅次)
1-5	[1,2,3]	[10,11,12]	30
1-5	[4,5,6]	[12,13,14]	28

進行出發時間選擇且不同時窗出發的旅次均於限制的時窗到達迄點。有關旅次路徑選擇行為可藉由表 2 進行觀察。首先，對於解的正確性進行驗證。以第 1 時窗而言，共有 30 單位旅次進行預約。其中的第 1 時區，共有 12.80 單位旅次選擇該時區出發，共選擇 4 條不同路徑；第 2 時區，共有 8.38 單位旅次選擇該時區出發，共選擇 5 條不同路徑；第 3 時區，共有 8.82 單位旅次選擇該時區出發，共選擇 3 條不同路徑；其一般化路徑旅行時間均為 9.11，所有被使用的路徑其一般化旅行時間均相等。此外，1~3 時區 (第一時窗) 出發的所有路徑流量的總合為 30 單位旅次。因此求解結果符合模型的最佳化條件 (如式(1)所示) 以及流量守恆限制式。

為詮釋用路人對於到達迄點時間的期待，本研究於時空路網中對於到達時間進行了限制，以本測試簡例而言，對於預約出發時窗 I 與出發時窗 II 的旅次分別限制其到達時區為 [10,11,12] 以及 [12,13,14] (如表 1 所示)，經由簡例測試後可以得知，預約出發時窗 I 與出發時窗 II 的旅次均於限制的時窗到達迄點，旅次因出發時區的不同而在不同時區到達迄點，由此可知，本模型規劃求解的結果，能充分展現用路人因預期到達的時間而對於出發時間進行選擇的旅運行為。

表 2 旅次路徑選擇流量表

路段	預約時窗 I			預約時窗 II		
	出發時區					
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$
1→2→4→5	6.80(9.11)	3.62(9.11)	3.38(9.11)	8.52(8.19)	3.35(8.19)	-
<u>1</u> → <u>3</u> →4→5	0.003(9.11)	0.07(9.11)	4.52(9.11)	0.13(8.19)	1.88(8.19)	4.26(8.19)
1→2→ <u>3</u> → <u>5</u>	2.87(9.11)	1.78(9.11)	-	0.94(8.19)	1.07(8.19)	-
<u>1</u> → <u>3</u> → <u>5</u>	-	1.43(9.11)	0.92(9.11)	3.04(8.19)	1.95(8.19)	0.35(8.19)
1→2→3→4→5	3.12(9.11)	1.48(9.11)	-	0.73(8.19)	1.78(8.19)	-
到達時區	$k'=10$	$k'=11$	$k'=12$	$k'=12$	$k'=13$	$k'=14$
到達時窗	到達時窗 I			到達時窗 II		

註：(1)括弧外為路徑流量，括弧內為一般化路徑旅行時間  
 (2)底線表示為實施預約制路段

由表 2 中以預約出發時窗 I 的旅次為例，可進一步獲知全程使用與部分使用預約制路段之旅次共計為 11.60 單位旅次。由此可知，在出發時窗 I 使用預約道路的旅次未超過各別時區的系統容量，符合預約制的條件。至於全程未使用預約制道路旅次 (18.40 單位旅次)，則選擇替代道路完成旅運活動。無論旅次是否選擇使用預約制道路，其一般化旅行成本均相等。

在此，進一步觀察時空路網各路段的流量狀態 (如表 3)，以實施預約制路段 1→3、3→5 為觀察的重點，其中 1→3 為起點路段，因此對於該路段進行流入率與流出率容量限制，在該路段中出發時區 2~6 均有流量進入 (分屬不同的預約時窗) 吻合本研究模型詮釋道路旅次預約不同時窗中出發時間選擇的旅運決策。另外，針對路段 3→5，在時區 5、6 以及 8、9 均有流量進入該路段，時區 5、6 進入流量分別 2.35、4.56 並同時於 11 時區到達迄點，流出率為 7.00 此外，第 8 時區進入的流量為 7.00 單位流量並於第 13 時區流出，以上流入與流出率均符合容量限制條件並有對應的對偶成本 (如表 3 中灰階粗體所示)。

表 3 路段流量表

路段	出發時區	流入率容量 限制對偶變數	流出率容量 限制對偶變數	先進先出限制 對偶變數	一般化 旅行時間	路段 流入率	路段 車輛數	路段 流出率	到達 時區
1→2	1	0.00	0.00	0.00	2.64	12.79	0.00	0.00	4
	2	0.00	0.00	0.00	1.64	6.88	12.79	0.00	4
	3	0.00	0.00	0.00	1.50	3.38	19.67	0.00	5
	4	0.00	0.00	0.00	2.57	10.19	23.05	19.67	7
	5	0.00	0.00	0.00	1.57	6.20	13.57	3.38	7
	6	0.00	0.00	0.00	1.27	0.00	16.39	0.00	-
	7	0.00	0.00	0.00	1.27	0.00	16.39	16.39	-
1→3	1	0.00	0.00	0.00	3.51	0.00	0.00	0.00	-
	2	0.00	0.00	0.00	2.51	1.51	0.00	0.00	5
	3	0.00	0.00	0.00	1.51	5.44	1.51	0.00	5
	4	0.00	<b>2.24</b>	0.00	3.77	3.18	6.95	0.00	8
	5	0.00	<b>1.18</b>	0.00	2.77	3.82	10.12	6.95	8
	6	0.00	0.00	0.00	2.77	4.61	7.00	0.00	9
	7	0.00	0.00	0.00	1.13	0.00	11.61	0.00	-
	8	0.00	0.00	0.00	1.13	0.00	11.61	7.00	-
	9	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.61	4.61	-
2→3	4	0.00	0.00	0.00	1.86	9.25	0.00	0.00	6
	5	0.00	0.00	0.00	1.09	0.00	9.25	0.00	-
	6	0.00	0.00	0.00	1.09	0.00	9.25	9.25	-
	7	0.00	0.00	0.00	1.20	4.52	0.00	0.00	8
	8	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.52	4.52	-
2→4	4	0.00	0.00	0.00	2.09	10.43	0.00	0.00	6

路段	出發時區	流入率容量限制對偶變數	流出率容量限制對偶變數	先進先出限制對偶變數	一般化旅行時間	路段流入率	路段車輛數	路段流出率	到達時區
	5	0.00	0.00	0.00	1.22	3.38	10.43	0.00	6
	6	0.00	0.00	0.00	1.19	0.00	13.80	13.80	-
	7	0.00	0.00	0.00	2.41	11.87	0.00	0.00	9
	8	0.00	0.00	0.00	1.14	0.00	11.87	0.00	-
	9	0.00	0.00	0.00	1.14	0.00	11.87	11.87	-
3→4	5	0.00	0.00	0.00	1.21	4.59	0.00	0.00	6
	6	0.00	0.00	0.00	1.23	4.60	4.59	4.59	7
	7	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.60	4.60	-
	8	0.00	0.00	0.00	1.20	4.52	0.00	0.00	9
	9	0.00	0.00	0.00	1.20	4.26	4.52	4.52	10
3→5	10	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.26	4.26	-
	5	0.00	<b>4.11</b>	0.00	5.60	2.35	0.00	0.00	11
	6	0.00	<b>3.12</b>	<b>0.73</b>	4.62	4.65	2.35	0.00	11
	7	0.00	0.00	0.00	1.05	0.00	7.00	0.00	-
	8	<b>3.44</b>	<b>3.88</b>	0.00	5.42	7.00	7.00	0.00	13
	9	0.00	0.00	<b>1.71</b>	4.42	0.35	14.00	0.00	12
	10	0.00	0.00	0.00	1.21	0.00	14.36	0.00	-
	11	0.00	0.00	0.00	1.21	0.00	14.36	7.00	-
4→5	12	0.00	0.00	0.00	1.05	0.00	7.36	0.35	-
	13	0.00	0.00	0.00	1.05	0.00	7.00	7.00	-
	6	0.00	0.00	0.00	4.39	18.40	0.00	0.00	10
	7	0.00	0.00	<b>1.83</b>	3.38	4.60	18.40	0.00	10
	8	0.00	0.00	0.00	1.53	0.00	23.00	0.00	-
	9	0.00	0.00	0.00	4.22	16.39	23.00	0.00	12
	10	0.00	0.00	<b>0.48</b>	3.22	4.26	39.39	23.00	14
	11	0.00	0.00	0.00	1.43	0.00	20.64	0.00	-
12	0.00	0.00	0.00	1.43	0.00	20.64	16.39	-	
13	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.26	0.00	-	
14	0.00	0.00	0.00	1.02	0.00	4.26	4.26	-	

在先進先出原則的現象，以路段 3→5 為例，在該路段於時區 6、9 分別有 4.62 與 4.42 流量進入路段，為防止流量違反先進先出原則，因而產生相應的對偶變數值使得進入的流量未發生流量超越的問題，該兩時區進入的流量分別由 11 與 12 時區流出該路段。綜上所述，本模型測試之結果均符合本研究模型構建的最佳化條件以及限制條件，充分說明解的正確性。

經由前述求解的結果，可以充分說明旅次需求在面對公路預約政策下的用路人旅運路徑選擇與預約出發時間的選擇行為。在不同時窗產生的旅次，可選擇全程（部分）使用預

約制道路或替代道路，其旅運決策是對一般化旅行成本的感知所反應的結果。

## 5.2 簡例驗證(II)

藉由 5.1 節的數值驗證以充分說明本研究模型求解後能符合最佳化以及限制條件並充分詮釋道路推行旅次預約下用路人基於到達時間的預期所反映的出發時間選擇與路徑選擇的旅運決策行為。為了使得模型未來更進一步說明對於政策的評估，本研究另以測試路網 II (如圖 3，簡化後的臺北至宜蘭的路網) 為範例進行驗證。雖然，簡化後的路網雖未能完全表述真實路網的狀態，然而就現階段基礎模型發展而言，已能詮釋主要特徵。以下將針對路網結構、路段成本函數以及情境假設等進行說明如下：

### 1. 路網結構、路段成本函數

有關本研究的簡化路網為臺北至宜蘭路網以國道一、三、五號為主要道路，連接臺北①、汐止②、南港③、新店④、坪林⑤以及宜蘭⑧，另外以省道為替代道路聯繫臺北①至南港③、臺北①至新店④、新店④經坪林(北宜公路)至頭城⑦抵達宜蘭⑧，再者由汐止②由國道 2 號至基隆 6 接臺 2 線至頭城⑦再抵達宜蘭⑧。有關前述的路網結構如圖 3 所示。

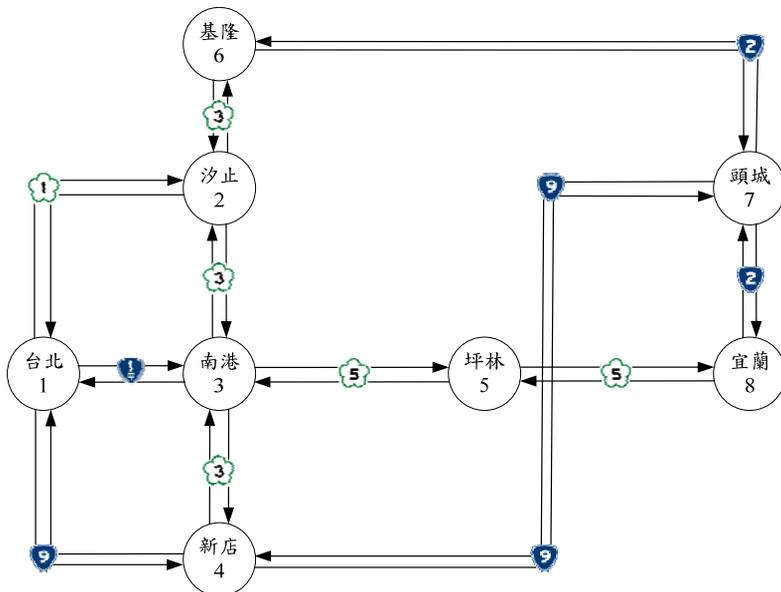


圖 3 測試路網 II

本研究之模型屬於數學最佳化模型，因成本函數為連續型函數故模型本身具備連續性質(有關充分性與必要性之證明請參閱 Chen<sup>[17]</sup>)，然而為闡述依時性的特性需以時空路網進行描述。時空路網結構為離散式結構，因此必須將連續型的數值轉換為離散型的方式與

以表達。有關於國道成本函數以及一般公路成本函數本研究設定如下式：

$$\tilde{c}_{at} = 1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{1at} + \beta_{2aj} + \beta_{2at,t+\Delta t} \quad (67)$$

$$\tilde{c}_{at} = 2 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{2at,t+\Delta t} \quad (68)$$

國道路段成本函數，由 2 個部分組成，第 1 部份乃參考 Chen 等人 [17-20] 對於動態用路人路段成本函數的描述，該函數為  $1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2$  由決策路段流入率( $u_{at}$ )以及路段車輛數( $x_{at}$ )所組成，其中  $\theta_1$ ， $\theta_2$  均為參數。由於國道假設為推行旅次預約道路。為反映國道系統容量作為每個時段旅次預約上限，因此第 2 部份增加當違反路段流入、流出率容量限制與先進先出條件所產生的對偶變數 ( $\beta_{1at}$ )、( $\beta_{2aj}$ )、( $\beta_{3at,t+\Delta t}$ )，使得依時性用路人最佳化模型能滿足額外限制條件。

有關非國道路段成本函數，亦可分為 2 個部份，第 1 部份與國道路段第 1 部份相同，僅常數 1 的部份設定為 2，這是假設在自由流的旅行時間下，一般道路需要更多的旅行時間，因此以  $2 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2$  的函數型態描述。由於一般道路的依時性車流亦須滿足流出率容量限制與先進先出條件的額外限制，因此當違反上述限制條件時亦將產生 ( $\beta_{3at,t+\Delta t}$ ) 對偶變數。上述所列各項成本函數對於決策變數  $\{u_{at}\}$  分別進行一次與二次偏微均符合連續、可微以及嚴格凸性等條件。

## 2. 情境假設(1)

本研究之測試情境 (1) 假設目前共有三個時窗提供旅次預約，因此每個時窗均有已知的預約旅次需求。由於預約出發時窗的旅次對於到達迄點時間有所期待，在此本研究設定為到達迄點的時窗限制 (如表 4)。預約出發時窗的旅次量不盡相同，在此假設預約時窗 [4,5,6] 為尖峰時間，預約旅次較多，其他 [1,2,3]、[7,8,9] 預約時窗為非尖峰時段旅次需求量較少。在測試路網方面，國道路段均為旅次預約制實施路段，其他一般道路未實施旅次預約，有關道路成本函數已於式 (33)~(34) 進行說明，對於實施預約制的國道，道路流入率與流出率容量均假設為 7.2 千(PCU/小時)，另一般道路因未實施預約制在此未設定道路容量。

表 4 情境(1)預約起迄旅次需求量

起迄對	預約時窗	到達時窗	旅次需求量(千旅次)
①-⑧	[1,2,3]	[4,5,6]	15
	[4,5,6]	[7,8,9]	26
	[7,8,9]	[13,14,15]	15

## 3. 情境假設(2)

由於測試情境 (1) 的預約時區較為分散，因此本研究將情境 (1) 預約時窗中的 3 個時

區壓縮為 2 個時區，每個時窗的預約旅次需求與情境 (1) 相同，基於每個預約出發時區的旅次對於到達迄點時間均有期待，在此本研究將預約時窗 [1,2] 出發的旅次設定於 [4,5] 到達，另外預約時窗 [3,4]、[5,6] 出發的旅次均設定於時窗 [11,12] 到達迄點 (如表 5)。本研究藉由情境 (2) 的設定，進一步觀察，當管理單位將預約時窗縮減後的旅運決策行為。

表 5 情境 (2) 預約起迄旅次需求量

起迄對	預約時窗	到達時窗	旅次需求量(千旅次)
①-⑧	[1,2]	[4,5]	15
	[3,4]	[11,12]	26
	[5,6]	[11,12]	15

#### 4. 分析與說明

依據前述的路網及情境設定，本研究即針對問題進行求解，利用 Borland C++ 5.02 版編輯器撰寫程式，並在中央處理器 Intel Core i5-3230M CPU 2.60GHz 的個人電腦環境進行測試運算與分析。測試結果情境 (1) 以及情境 (2) 最佳化指派後路徑流量狀態如表 6、7 所述，經由本研究提出之模型與演算法針對不同情境所進行的測試，可藉由下述各點進行分析，相關分析詳述如次：

- (1) 表 6 中以底線註記的路段表示為國道亦為推行旅次預約的道路。首先針對情境 (1) 進行討論，由模型求解結果可知，各預約時窗旅次最佳化均衡指派的狀態。由於模型的路徑解並非唯一解，因此求解的結果並不盡然可視為用路人的選擇。然而，在目前行前資訊透明的狀態下，旅次可以進行預約使用道路，故模型的路徑解或路段解所反映的是流量在時空路網狀態。以預約出發時窗 I 的旅次而言，交通旅次由不同的時區出發並指派至 6 條不同的路徑。由於各時區、路徑的一般化旅運成本均相同，因此一般化路徑旅行時間與路徑流量狀態吻合本研究提出的最佳化條件。
- (2) 就情境 (1) 的設定而言，各預約時窗所包含的出發時區均為 3 個時區對於到達迄點時窗限制亦較為寬鬆 (時窗內包含 3 個時區)，經求解後可藉由觀察表 6 發現，各預約時窗的起迄旅次量指派至時空路網後所反映的路徑流量較為分散並於時窗限制之內到達迄點。
- (3) 拉氏-GP 法為路徑式基礎演算法求解效率佳，應用於求解本研究之模型除能提供旅次流率 (封包型態) 的路徑資訊，此外亦能求得時空路網上流量推進的狀態。以情境 (1) 預約出發時窗 I 的旅次為例，第 1、2 時區出發的旅次指派至時空路網，其中包含國道路段之起迄路徑計有①(臺北)→③(南港)→⑤(坪林)→⑧(宜蘭)、①(臺北)→②(汐止)→③(南港)→⑤(坪林)→⑧(宜蘭) 由於本模型以路段流入 (出) 率容量限制表達國道路段容量上限，故前述路徑流量分別為 6.16、0.53 以及 0.55 單位旅次，將路徑流量在國道路

段上進行加總可知國道路段各時區的流量均符合系統容量。由於國道路段容量以及到達迄點時窗的限制，使得在預約時窗 I 中未能指派至國道路段的旅次，則指派至①(臺北)→④(新店)→⑦(頭城)→⑧(宜蘭)以及①(臺北)→②(汐止)→⑥(基隆)→⑦(頭城)→⑧(宜蘭)等其他替代道路。

- (4) 在預約時窗 II 中，由於到達迄點時窗的限制，所以旅次均由第 4 時區出發。囿於國道路段系統容量，經最佳化指派後，其中旅次量 7.20 單位指派至路徑①(臺北)→③(南港)→⑤(坪林)→⑧(宜蘭)。因為預約出發時窗 II 並自該時區 4 出發並於第 8 時區到達迄點，致使預約第 III 時窗出發的旅次與前述出發時窗使用國道的旅次重疊；在系統容量的限制下，致使第 III 時窗的旅次僅第 7、9 時區 5.66、0.42 部分旅次能指派至國道路段，其它未能指派至國道路段的旅次則指派至北宜以及北部濱海等替代道路。

表 6 情境 (1) 測試路網路徑流量表

路徑	預約時窗 I ( $k=1\sim3$ )		預約時窗 II ( $k=4\sim6$ )	預約時窗 III ( $k=7\sim9$ )	
			出發時區		
	$k=1$	$k=2$	$k=4$	$k=7$	$k=9$
1→ <u>3</u> →5→8	6.16(3.14)	0.53(3.14)	7.20(4.02)	5.66(6.03)	0.42(5.03)
1→4→7→8	6.16(3.14)	0.20(3.14)	9.81(4.02)	7.08(6.03)	—
<u>1</u> →2→3→5→8	0.55(3.14)	—	—	—	—
1→2→6→7→8	1.40(3.14)	—	7.10(4.02)	1.84(6.03)	—
1→ <u>3</u> →2→6→7→8	—	—	1.49(4.02)	—	—
1→3→4→7→8	—	—	0.40(4.02)	—	—
到達時區	4	5	8	13	14
到達時窗	到達時窗 I ( $k'=4\sim6$ )		到達時窗 II ( $k'=7\sim9$ )	到達時窗 III ( $k'=13\sim15$ )	

註：使用路徑中路段間如為國道以底線標註，如為一般道路無底線標註。

- (5) 與前述情境相同，表 7 中以底線註記的路段表示為國道，即推行旅次預約的道路。在此有別於情境 (1) 的設定，針對情境 (2) 本研究將出發時窗內的時區由原本的 3 個時區縮小至 2 個時區；在到達迄點時窗限制方面亦由 3 個時區縮小為 2 個時區，此外將預約第 II、III 出發時窗的旅次設定限制於第 II 時窗到達迄點 (時區 11~12)。
- (6) 由表 7 路徑解的資訊可知。以預約時窗 I~III 出發的旅次而言，其分別選擇不同的出發時區並指派至不同的路徑，亦於預期的時間到達迄點。由於一般化旅運成本均相同，故吻合模型的最佳化條件。此外，不同出發時窗的路徑流量的加總等於該出發時區的預約旅次需求量，亦符合流量守恆的限制條件。
- (7) 進一步比較表 6、7 中預約時窗 I。表 6 的預約時窗包含  $k=1\sim3$  時區，到達時窗的時區為  $k'=4\sim6$ ，旅次所指派至路徑的流量均於  $k'=3, k'=4$  到達迄點。測試情境 (2) 將預約時

窗 I 與到達時窗 I 均縮減為 2 個時區 (出發時窗 I 之時區,  $k=1,2$  ; 到達時窗之時區限制在  $k'=3,4$ ), 但並不影響旅次預約出發時窗 I 的旅次在最佳化指派後的路徑解、出發時間選擇以及到達迄點時間等結果 (如表 7 所示)。

- (8) 在情境 (2) 中, 預約時窗 I 中於  $k=1$  時區出發的旅次經最佳化指派至①→③→⑤→⑧以及①→②→③→⑤→⑧的國道路徑流量分別為 6.16、0.55, 此外自  $k=2$  時區出發的旅次亦指派至①→③→⑤→⑧, 其路徑流量為 0.53, 前述路徑流量的總和已達國道容量上限。然而自預約時窗 I 出發的旅次受限於時窗 I ( $k'=4、5$ ) 到達迄點, 如此將直接影響預約時窗 II、III 出發的旅次指派至國道路徑, 故均衡指派下, 僅部分由出發時窗 II ( $k=3$ ) 4.14 單位旅次以及出發時窗 III ( $k=5$ ) 1.69 單位旅次指派至①→③→⑤→⑧國道路徑。其餘旅次在相同的到達時間限制下 (預期到達時間), 指派至替代路徑到達迄點。
- (9) 利用本研究之模型可以調整出發時窗中的時區, 另外可以依用路人對於到達迄點時間進行限制, 藉由巢化對角法逐次固定分析時區以及拉氏-GP 法求解後最佳化均衡指派的結果。藉由演算法所提供的路徑資訊、路段資訊以及出發時間的旅運決策, 可以客觀評估整體路網各路段不同時間的服務績效, 並能清楚分析預約制實施後, 預約不同出發時窗的旅次需求對整體路網系統所造成的影響與衝擊。

表 7 情境 (2) 測試路網路徑流量表

路徑	預約時窗 I ( $k=1\sim 2$ )		預約時窗 II ( $k=3\sim 4$ )		預約時窗 III ( $k=5\sim 6$ )	
			出發時區			
	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$
1→ <u>3</u> →5→8	6.16(3.14)	0.53(3.14)	4.14(7.61)	–	1.69(5.87)	–
1→4→7→8	6.16(3.14)	0.20(3.14)	10.29(7.61)	–	1.14(5.87)	2.34(5.87)
1→2→ <u>3</u> →5→8	0.55(3.14)	–	–	–	–	–
1→2→6→7→8	1.40(3.14)	–	1.26(7.61)	4.48(7.61)	1.73(5.87)	2.28(5.87)
1→ <u>3</u> → <u>2</u> →6→7→8	–	–	1.90(7.61)	–	–	–
1→3→4→7→8	–	–	2.78(7.61)	–	5.82(5.87)	–
到達時區	4	5	11	12	11	12
到達時窗	到達時窗 I ( $k' = 4\sim 5$ )		到達時窗 II ( $k' = 11\sim 12$ )			

註：使用路徑中路段間如為國道以底線標註，如為一般道路無底線標註。

## 六、結論與建議

### 6.1 結論

本研究主要之目的，在於建立道路旅次預約政策基礎分析模型以有效評估用路人的旅

運決策。針對本研究的成果可獲致以下結論：

1. 本研究利用依時性用路人最佳化選擇模型發展適合表述道路旅次預約政策的基礎模型，並對於模型最佳化條件進行了定義。另外，依據模型特性設計有效的演算法進行模型求解，規劃求解的結果能吻合模型的最佳化條件與限制式，充分說明求解的正確性。
2. 本研究提出之模型除了可以說明時空路網上流量傳導的過程以及由流量相依之旅行成本函數所反應的旅行時間外，亦可闡述各路段因違反容量限制與先進先出限制所引發的延滯成本，而延滯成本在數學規劃中的意義在於由違反額外限制式的對偶成本。各出發時窗之旅次在進行最佳化指派時，將依旅行成本與延滯成本共同組成的一般化旅行成本作為最佳化指派的決策依據。
3. 由於加入了流出（入）率容量限制以及先進先出額外限制條件，因此能合理詮釋推行預約制道路在時間向度上的預約制道路的系統容量以及時空路網中流量推進的現象，以描述路網中各路段的流量狀態，反映出路段在不同時區的服務績效。
4. 當道路預約政策實施後，用路人首先關注的是如何進行時間預約並選擇出發時間能在預期的時間到達迄點，藉由本研究提出的基礎模型進一步描述預約各出發時窗的旅次對於到達迄點的期待，進而反映在出發時間選擇的現象。因此本研究以時空路網中的虛擬節線與節點，對於到達迄點的時窗進行了限制，藉由最佳化均衡指派後的路徑、路段資訊，可充分描述一般用路人面對道路預約政策推行下的旅運決策。
5. 如前述項次 3 所述，對於路段在不同時區的服務績效，可以知道尖峰時間路段使用狀態，進一步對於熱門時間進行合理定價。本研究提出的模型可以有效評估前述的問題與現象。在此基礎上，未來利用成本轉換參數將等候延滯成本（對偶變數）轉換為金錢價值成本，表示使用預約道路的旅次進行預約時應付出相對應的費用，一方面避免預約後不使用原預約時段造成道路資源浪費，另一方面使得使用預約的道路能維持應有的服務水準，取代道路為避免壅塞而收取額外增加的通行費率。

## 6.2 建議

本研究雖然在模型建立與求解演算法的應用上有所貢獻，但未來仍有相關課題有待繼續努力，相關建議事項說明如次：

1. 本研究主要著重在基礎模型的探討，雖然納入時窗限制的考量，但未對於出發時間以及期望到達時間的效用函數進行討論。有鑒於針對道路實施預約政策，用路人必然期望獲得更好的服務品質，也就是希望能在期望時間內到達迄點，使得負效用最低。在未來的研究中可以相關的議題進行探討，使得模型益趨完善。
2. 本研究目前討論運具的範疇僅在於單一運具，未來可加入公共運具，可以固定班次進行分析或是考量多車種的問題。因為使用大眾運具具有固定班次、固定路線之特性，使用預約制之道路可不受收取預約費用之限制，因此將公共運具替代選項納入考量如此將使得旅次預約政策評估問題更趨完備。

3. 對於預約出發時窗的旅次，目前假設所有旅次全數由該時窗選擇不同的時區出發並到達迄點，就實際而言，如旅次因道路系統容量限制無法順利使用預約道路，旅次可能選擇更改預約時窗，因此未來可考慮以軟時窗方式取代目前硬時窗的限制，將更能貼近路人的行為反應。
4. 目前在模型求解上是以巢化對角法逐次固定分析時區，再以最佳化均衡指派演算法應用求解旅次預約基礎模型，目前本研究以運算績效與提供路徑資訊的梯度投影法求解最佳化問題，未來可發展運算績效更高的起點基礎式演算法適用解決隨著分析時區的增加，時空路網擴增的問題，提高運算績效，使得模型求解更具備實用性。
5. 目前本研究模型是以變分不等式構建最佳化模型，是以用路人的角度探討此類問題，然而如以管理單位的角度而言則有必要討論控制問題，未來在模型的討論上可以由最佳化控制進行切入，則可以由管理單位的角度探討旅次預約，在政策推行時如能由供給與需求進行討論，未來更能使得此項問題獲得更進一步的認識，增加政策推行的可能。

## 參考文獻

1. Wong, J. T., "Basic Concepts for a System for Advance Booking for Highway Use", *Transport Policy*, Vol. 4, No. 2, 1997, pp. 109-114.
2. Akahane, H. and Kuwahara, M., "A Basic Study on Trip Reservation Systems for Recreational Trips on Motorways", *Proceedings of the Third World Congress on Intelligent Transportation Systems*, ITS America, Washington, DC, 1996.
3. Chang, T. H. and Li, Z. Y., "Optimization of Mainline Traffic via an Adaptive Co-Ordinated Ramp-Metering Control Model with Dynamic OD Estimation", *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 10, No. 2, 2002, pp. 99-120.
4. Feijter, R. D., Evers, J. J. M., and Lodewijks, G., "Improving Travel-Time Reliability by the Use of Trip Booking", *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 5, No. 4, 2004, pp. 288-292.
5. Lee, T. L. and Hersh, M., "A Model for Dynamic Airline Seat Inventory Control with Multiple Seat Bookings", *Transportation Science*, Vol. 27, No. 3, 1993, pp. 252-265.
6. Li, M. Z. F., "Pricing Non-Storable Perishable Goods by Using a Purchase Restriction with an Application to Airline Fare Pricing", *European Journal of Operational Research*, Vol. 134, No. 3, 2001, pp. 631-647.
7. Clancimino, A., Inzerillo, G., Lucidi, S., and Palagi, L., "A Mathematical Program-Ming Approach for the Solution of the Railway Yield Management Problem", *Transportation Science*, Vol. 33, No. 2, 1999, pp. 168-181.
8. You, P. S., "An Efficient Computational Approach for Railway Booking Problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 185, No. 2, 2008, pp. 811-824.
9. Ang, J. S. K., Cao, C., and Ye, H. Q., "Model and Algorithms for Multi-Period Sea Cargo Mix Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 180, No. 3, 2007, pp. 1381-1393.

10. Koolstra, K., “Potential Benefits of a Freeway Slot-Reservation System: Queuing Costs versus Scheduling Costs”, Urban Transport Systems conference, Lund, Sweden, 1999.
11. Akahane H., Kuwahara M., and Sato T., “A Basic Study on Trip Reservation Systems for Recreational Trips on Motorways”, *Japan Society of Civil Engineers*, Vol. 2000, No. 660, 2000, pp. 79-87.
12. Chung, Y., Song, T., and Park, J., “Freeway Booking Policy: Public Discourse and Acceptability Analysis”, *Transport Policy*, Vol. 24, 2012, pp. 223-231.
13. Edara, P. and Teodorović, D., “Model of an Advance-Booking System for Highway Trips”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 16, No. 1, 2008, pp. 36-53.
14. Su, P., Park, B. B., and Lee, J., “Proof-of-Concept Study for a Roadway Reservation System: An Integrated Traffic Management Approach”, Transportation Research Board 2013 Annual Meeting America, Washington, DC, 2013.
15. Su, P. and Park, B. B., “Analytical Modeling of Highway Reservation as a Centralized Traffic Management Concept”, unpublished work, University of Virginia, <https://www.researchgate.net/publication/286459278>, 2015.
16. Vickrey, W. S., “Congestion Theory and Transport Investment”, *The American Economic Review*, Vol. 59, No. 2, 1969, pp. 251-260.
17. Chen, H. K., *Dynamic Travel Choice Models: A Variational Inequality Approach*, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
18. Chen, H. K. and Hsueh, C. F., “A Model and an Algorithm for the Dynamic User-Optimal Route Choice Problem”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 32, No. 3, 1998, pp. 219-234.
19. Chen, H. K. and Hsueh, C. F., “Discrete-Time Dynamic User-Optimal Departure Time/Route Choice Model”, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 124, No. 3, 1998, pp. 246-254.
20. Chen, H. K. and Wang, C. Y., “Dynamic Capacitated User-Optimal Route Choice Problem”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 1667, No. 3, 1999, pp. 16-24.
21. 嚴國基、陳惠國，「依時性高速公路收費雙層規劃模式」，*運輸計劃季刊*，第46卷，第4期，民國106年，頁374-375。
22. Carey, M., Humphreys, P., McHugh, M., and McIvor, R., “Extending Travel-Time Based Models for Dynamic Network Loading and Assignment, to Achieve Adherence to First-In-First-Out and Link Capacities”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 65, No. 7, 2014, pp. 90-104.
23. Janson, B. N., “Dynamic Traffic Assignment for Urban Road Networks”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 25, No. 3, 1991, pp. 143-161.
24. Ran, B., Boyce, D. E., and LeBlanc, L. J., “A New Class of Instantaneous Dynamic User-Optimal Traffic Assignment Models”, *Operations Research*, Vol. 41, No. 1, 1993, pp. 192-202.
25. Friesz, T. L., Bernstein, D., Smith, T. E., Tobin, R. L., and Wie, B. W., “A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem”, *Operations Research*, Vol. 41, Issue 1, 1993, pp. 179-191.

26. Smith, M. J. and Ghali, M., "The Dynamics of Traffic Assignment and Traffic Control: A Theoretical Study", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 24, Issue 6, 1990, pp. 409-422.

## 附錄：符號說明

- $a$  : 路段標記
- $\alpha$  : 估計實際路段  $a$  的旅行時間使用的參數值
- $\bar{c}_{pk}^{o,d,k}$  : 起迄對  $(o,d)$  在收費費率下由  $k$  時區出發選擇並使用路徑  $p$  的一般化旅行成本
- $c_{pk}^{o,d,k}$  : 起迄對  $(o,d)$  在收費費率下由  $k$  時區出發選擇並使用路徑  $p$  的旅行時間
- $CAP_{at}^{t'}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  的流出率容量上限，其中  $t' = t + \tau_a(t)$
- $CAP_{at}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  的流出率容量上限
- $o$  : 起點標記
- $d$  : 迄點標記
- $\bar{\pi}^{o,d,l}$  : 一般化最短路徑旅行成本
- $h_{pk}^{o,d,k}$  : 起迄對  $(o,d)$  在時窗  $i$  於時區  $k$  出發，選擇路徑  $p$  的路徑並於時窗  $j$  時區  $k'$  到達迄點的流量
- $h_{pk}^{o,d,k,*}$  : 均衡條件下起迄對  $(o,d)$  在時窗  $i$  於時區  $k$  出發，選擇路徑  $p$  的路徑並於時窗  $j$  時區  $k'$  到達迄點的流量
- $k$  : 自起點出發時區標記
- $K^{o,i}$  : 起點出發窗  $i$  中出發時區  $k$  的集合
- $k'$  : 到達迄點時區標記
- $K'^{d,j}$  : 到達迄點時窗  $j$  中時區  $k'$  的集合
- $m$  : 第一迴圈運算次數
- $n$  : 第二迴圈運算次數
- $l$  : 第三迴圈運算次數
- $p$  : 路徑標記
- $\bar{q}^{o,d,i,j}$  : 起迄對  $(o,d)$  於時窗  $i$  自起點出發並於  $j$  時窗到達迄點的運輸需求量
- $t$  : 時區標記
- $\Delta t$  : 滯後時差
- $T$  : 時區總數
- $u$  : 流入率向量
- $u_{at}$  : 時區  $t$  時，路段  $a$  的流入率
- $u_{at}^*$  : 時區  $t$  時，均衡條件下路段  $a$  的流入率
- $u_{atpk}^{o,d,k}$  : 起迄對  $(o,d)$  在時窗  $i$  於  $k$  時區出發，選擇路徑  $p$ ，在時區  $t$  時進入路段  $a$  的流入

- 率，該流率於時窗  $j$  的  $k$  時區到達迄點
- $u_{o^i o(k)}$  : 自起點  $o$  第  $i$  時窗出發的旅次即為  $i$  時窗中選擇不同時區  $k$  出發旅次的總和
- $u_{d(k)^j d^j}$  : 到達迄點  $d$  第  $j$  時窗的旅次即為  $j$  時窗中不同到達時區  $k$  旅次的總和
- $v$  : 流出率向量
- $v_{at}$  : 時區  $t$  時，路段  $a$  的流出率
- $x$  : 路段車輛數向量
- $x_{at}$  : 時區  $t$  時，路段  $a$  的車輛數
- $z$  : 目標函數
- $\tau$  : 固定後實際旅行時間表達方式
- $\tau_{at}$  : 實際路段  $a$  的旅行時間的估計值
- $\beta_{ak}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  的路段為滿足額外限制條件所對應的拉氏乘數
- $\beta_{s_a t}$  : 額外限制  $g_{at}$  所對應的拉氏參數
- $\beta_{pk}^{o^i d^j}$  : 起迄對  $(o, d)$  在  $k$  時區出發，選擇路徑  $p$  為滿足額外限制條件所對應的拉氏乘數
- $\beta_{1at}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  的路段流入率為符合  $t$  時區流入率容量限制對應的拉氏乘數
- $\beta_{2at}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  的路段流入率為符合  $t + \tau_a(t)$  時區流出率容量限制對應的拉氏乘數
- $\beta_{3a, t+\Delta t}$  : 路段  $a$  於時區  $t$  與時區  $t + \Delta t$  之先進先出限制式所對應的拉氏乘數
- $\beta_1$  : 對應於  $\beta_{1at}$  之向量
- $\beta_2$  : 對應於  $\beta_{2at}$  之向量
- $\beta_2$  : 對應於  $\beta_{3a, t+\Delta t}$  之向量
- $\varepsilon$  : 收斂條件可接受之誤差值
- $\theta_1$  : 路段成本函數之參數值
- $\theta_2$  : 路段成本函數之參數值
- $\gamma$  : 估計實際路段  $a$  的旅行時間使用的參數值
- $\rho$  : 步幅調整參數
- $\chi_{2a(t, t+\Delta t)}$  : 指標變數，確認先進先出條件適用性
- $\Omega_\tau$  : 含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇模型解集合
- $\Omega_\tau^*$  : 含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇模型均衡解集合
- $\delta_{apkt}^{o^i d^j}$  : 1: 起迄對  $(o, d)$  在  $k$  時區出發的路徑  $p$  於  $t$  時區進入路段  $a$   
0: 其他狀況
- $\bar{\delta}_{apkt}^{o^i d^j}$  : 對應  $\delta_{apkt}^{o^i d^j}$  之子問題的鄰接變數
- $\delta_{apkt}^{j d^i}$  : 均衡條件下的鄰接變數
- $DEPE^{o^i}$  : 自起點  $o$  出發的最早時窗為第  $i$  時窗

- $DEPL^o$  : 自起點  $o$  出發的最晚時窗為第  $i$  時窗  
 $ARRE^{d^j}$  : 到達迄點  $d$  的最早時窗為第  $j$  時窗  
 $ARRL^{d^j}$  : 到達迄點  $d$  的最晚時窗為第  $j$  時窗  
 $NINT$  : 整數化並四捨五入  
\* : 均衡狀況之標號