

國立交通大學
運輸與物流管理學系

碩士論文

考量平行班次與自由座之客運鐵路營收管理

Revenue Management for Parallel Trains Considering
Unreserved Seats

研究生：許祥哲

指導教授：黃寬丞

中華民國一〇七年七月

考量平行班次與自由座之客運鐵路營收管理

Revenue Management for Parallel Trains Considering Unreserved Seats

研 究 生：許祥哲

Student：Hsiang-Che Hsu

指導教授：黃寬丞

Advisor：Kuan-Cheng Huang

國立交通大學
運輸與物流管理學系
碩 士 論 文

A Thesis

Submitted to Department of Transportation and Logistics Management

College of Management

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Logistics Management

July 2018

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇七年七月

考量平行班次與自由座之客運鐵路營收管理

研究生：許祥哲

指導教授：黃寬丞 教授

國立交通大學運輸與物流管理學系 碩士班

摘要

鐵路運輸一直是台灣最重要的運輸工具之一，隨著科技的發展，鐵路運輸也逐漸提升了行駛的速度和服務的品質，高速鐵路就是新時代下的產物。雖然鐵路運輸在台灣有相當大的影響力，其營運管理卻一直沒有受到重視，也沒有良好的營收管理手段來提升營收。

本研究將使用座位控管的方式，並考量了平行班次和自由座的因素。由於鐵路客運班次相較於航空更為密集的特性，乘客在選擇班次時往往會考慮在多個發車時間相近的班次之間做選擇，此類同天出發、同起迄、短時間差距發出的列車被稱為平行班次。另外，由於鐵路運輸有專有的軌道，行駛較為平穩，也由此產生了自由座這種鐵路客運特有的商品，自由座為非對號座，也就是購買此產品的乘客不一定有座位可以坐，僅能保證可以搭車。平行班次和自由座兩者皆為鐵路客運獨特的議題，因此本研究將其納入考量當中。

因此本研究將發展線性的整數規劃模型，以決策每個班次和每個起迄對的售票限制。並模擬乘客到達購票的情型，以模型求解出的售票限制進行售票控管，以此評估本研究的模型所帶來的收益。

最後本研究對多種情境進行模擬，並做數值分析，比較不同情境下模型帶來收益的差別。根據實驗的結果能證明，使用本研究的模型進行售票控管，比起先到先服務的售票方式能夠提高3%左右的收益。

關鍵詞：鐵路、營收管理、整數規劃、座位配置、平行班次、自由座。

Revenue Management for Parallel Trains Considering Unreserved Seats

Student : Hsiang-Che Hsu

Advisor : Dr. Kuan-Cheng Huang

Department of Transportation & Logistics Management
National Chiao Tung University

ABSTRACT

Rail has been one of the most important transportation modes in Taiwan. With the progress of technology, the railway industry has gradually improved the speed and the service quality. However, it appears that not many studies have been from the aspect of management, especially the revenue management (RM) techniques used in this research.

In this study, in order to increase the revenue, ticket sales are controlled by setting up booking limits. In particular, the parallel-train feature and the unreserved (free) seats are taken into consideration. This is because for railway operation, multiple trains may depart within in a short period of time. Therefore, customers may consider all suitable trains, the so-called parallel trains, when making their decision. In addition to the consideration over parallel trains, another very important characteristic of railway transportation is the case of unreserved seats, in which passengers are accepted without having a fixed seat assignment.

In terms of model formulation, this study develop an integer programming (IP) model, which determines the booking limits of each train for each origin-destination. In order to evaluate the increase of revenue contributed by the IP model, a simulation experiment has been performed, by simulating the ticket purchase behavior of the customers, under the booking control based on the booking limits derived by the mathematical programming model and different control policies.

In the numerical experiment, the revenues for different control policies under various conditions are analyzed. Based on the experiment results, it can be found that the booking control based on the model developed in this study can lead to higher revenue than the simply first-come-first-served (FCFS) control, and the gap between them is in general about 3%.

Key words: Railway, Revenue Management, Integer Programming, Seats Allocation, Parallel Trains, Unreserved Seating.

誌謝

學生生涯就要告一段落了，時間流去的速度似乎呈指數成長，小學時總覺得日子很難熬，國中、高中、大學開始覺得時間越過越快，一轉眼間研究所也畢業了。回顧寫論文的過程當中，比起我研究出了什麼、又或我對學術貢獻了什麼，我最深刻的是瞭解了解決問題的過程。事出必有因，對於產生出來的結果，要如何抽絲剝繭探究其原因；或是對於不合理的結果，如何追本溯源找出問題點，這些都在隱藏在一字一句中。何謂「做研究」也是在過程中才恍然大悟，所有的內容都要有憑有據，一字一句都要細細斟酌，不能無的放矢。

學習的過程雖不能說是毫無痛苦的，但獲得知識和解決問題的時刻是歡愉的，隨著要步入職場也漸漸有了經濟壓力，也不能再無憂無慮的學習了。總以為自己還年輕，但一回神已二十過半，不禁有點後悔被蹉跎去的時光。雖然我的論文無法臻至盡善盡美，但希望還是能有些什麼貢獻。

對於這份論文，最感謝的就是黃寬丞老師，老師在學生間一直有著高人氣，也有不少迷妹，感謝老師在眾多粉絲當中收我為門徒。在研究過程中除了對於問題的解答外，給我更多的是解決問題的著手點或是思路，使我受益非淺。姚銘忠、張宗勝兩位除了是我的口試委員外，我也修了兩位的課，兩位的教學都相當有啟發性，使我在做研究時更有邏輯的思考。再來要感謝碩二的同學們，在苦悶的日子中，有一同奮戰的隊友，總是讓人感到比較安心也更不孤獨。最後要感謝的是爸爸媽媽，對於二十好幾還在家裡啃老的我，依然讓我完成學業。感謝一路上幫助我、陪伴我的人

許祥哲

2018年7月於新竹

目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目錄	IV
圖目錄	V
表目錄	VI
一、緒論	1
1.1. 研究背景與動機	1
1.2. 研究目的與範圍	3
1.3. 研究方法與架構	3
二、文獻回顧	5
2.1. 鐵路客運之營收管理	5
2.2. 平行班次之文獻回顧	6
三、座位配置模型建構	8
3.1. 模式概述與決策情境	8
3.2. 考量平行班次的選擇行為介紹	9
3.3. 符號介紹	10
3.4. 模式建構	11
3.4.1. 目標式	12
3.4.3. 折扣票分配限制式	13
3.4.4. 一般票分配限制式	15
3.4.5. 自由座分配限制式	16
3.4.6. 上下界限制式	17
3.5. 購票分配範例	17
四、座位配置之模擬驗證設計	21
4.1. 需求假設	21
4.2. 票價設定	23
4.3. 需求到達與售票模擬	23
五、數值測試與情境分析	27
5.1. 基本情境求解分析	27
5.2. 兩班次不同需求差距之分析	30
5.3. 總需求量不同之分析	32
六、結論與建議	33
6.1. 結論	33
6.2. 建議	33

圖目錄

圖 1-1 台灣高鐵載客數和月營收趨勢.....	2
圖 1-2 台灣高鐵當月營收/當月乘客數.....	2
圖 1-3 研究架構圖.....	4
圖 3-1 台灣高鐵售票時程圖.....	8
圖 3-2 第一階段購票示意圖.....	13
圖 3-3 第二階段購票示意圖.....	15
圖 3-4 折扣票分配範例.....	18
圖 3-5 一般票分配範例.....	20
圖 4-1 求解與分析架構.....	21
圖 4-2 座位控管售票流程圖.....	25
圖 4-3 FCFS 售票流程圖.....	26
圖 5-1 考量自由座模式於不同兩班次需求差距下的平均收益.....	31
圖 5-2 考量自由座模式對 FCFS 模式改善的百分比.....	31
圖 5-3 兩班次在不同需求差距下各票種平均售出量.....	32
圖 5-4 考量自由座模式於不同總需求量下的平均收益.....	32

表目錄

表 3-1 本研究五種需求之購票偏好順序.....	9
表 3-2 售票限制範例.....	17
表 3-3 需求量範例.....	17
表 4-1 起迄對需求比例.....	22
表 4-2 28 起迄對五種需求比例	22
表 4-3 本研究所使用之票價.....	23
表 4-4 兩售票階段之平均到達時間 β	24
表 5-1 兩班次需求量分別為 2000-2000 之售票限制.....	28
表 5-2 兩班次需求量分別為 2250-1750 之售票限制.....	28
表 5-3 不考慮自由座，兩班次需求量分別為 2000-2000 之售票限制.....	29
表 5-4 不考慮自由座，兩班次需求量分別為 2250-1750 之售票限制.....	29
表 5-5 三種控管模式收益結果.....	30

一、緒論

1.1.研究背景與動機

鐵路運輸自古以來一直是各大陸的主要長程運輸工具，然而隨著科技發展，航空運輸逐漸蓬勃發展，也讓鐵路運輸漸漸勢微。不過鐵路運輸依然有許多航空運輸無法取代的優勢，尤其以台灣本島內的連結來說，鐵路運輸相較於航空運輸更是重要許多。一般而言，鐵路運輸擁有以下幾種特性：

- (一) 載運量大：航空運輸受限於其有較嚴苛的載重限制，公路運輸受限於其車體大小，兩者運量皆無法和鐵路運輸相比。而海上運輸雖然運量也相當龐大，但卻無法深入內陸，使得鐵路運輸依然是大運量的首要選擇。
- (二) 速度快：鐵路速度雖然無法和飛機相比，然而在高速鐵路問世後，速度已迎頭趕上，成為僅次於航空運輸速度的運具。尤其台灣地緣不廣，使飛機速度快的優勢更不明顯。
- (三) 安全性高：受惠於鐵路運輸擁有專用路權，運具沿路循著鐵軌行走，較不用擔心來自其他方向的干擾，安全性較其他運具高上許多。
- (四) 準點率高：由於擁有專用路權，鐵路較不會遇上尖峰時段道路擁塞的情形；再加上鐵路是高自動化的運具，讓鐵路和其他運具相比擁有較高的準點率。
- (五) 長途運輸成本低：鐵路運輸的成本有相當大的比例來自於建設鐵軌的成本，也就是說鐵路的營運沉沒成本高而變動成本相對較低，隨著營運時間、距離的拉長，沉沒成本被攤銷後鐵路運輸的成本就比其他運具低。
- (六) 土地利用高：鐵路運輸所佔用的土地和公路運輸相比較少，但可載運的量卻高出公路運輸許多，因此鐵路土地利用率高於公路。

隨著鐵路技術的成熟，鐵路的速度和服務品質也迎頭趕上航空運輸。台灣於 1999 年正式動工興建國內第一條高速鐵路，並在 2007 年開始正式營運。台灣高鐵(THSR)通車後，立刻使台灣航空業大受影響；而且在台灣，飛機對比高速鐵路所節省下來的時間並不明顯，造成台灣國內航線幾乎全面停駛。在航空業萎縮後，鐵路又重新掌握台灣運輸的主要地位。

台灣高鐵的載客數一直不斷的增長，從 2015 年 1 月不到四百萬人到 2018 年 5 月已突破五百多萬人次；然而此段期間台灣高鐵的營收卻只有緩慢的增加，一直維持在三十億新台幣上下的水平。如圖 1-1 所示，藍線為台灣高鐵從 2015 年 1 月到 2018 年 5 月的月營收，以千元新台幣為單位；橘線為上述時段台灣高鐵每月的載客數。而圖 1-2 將月營收除以當月載客數，可以發現雖然乘客變多，但從每位乘客得到的收入卻沒有提高，因此鐵路需要透過營收管理的手段，來提升從每位乘客獲得的收入。

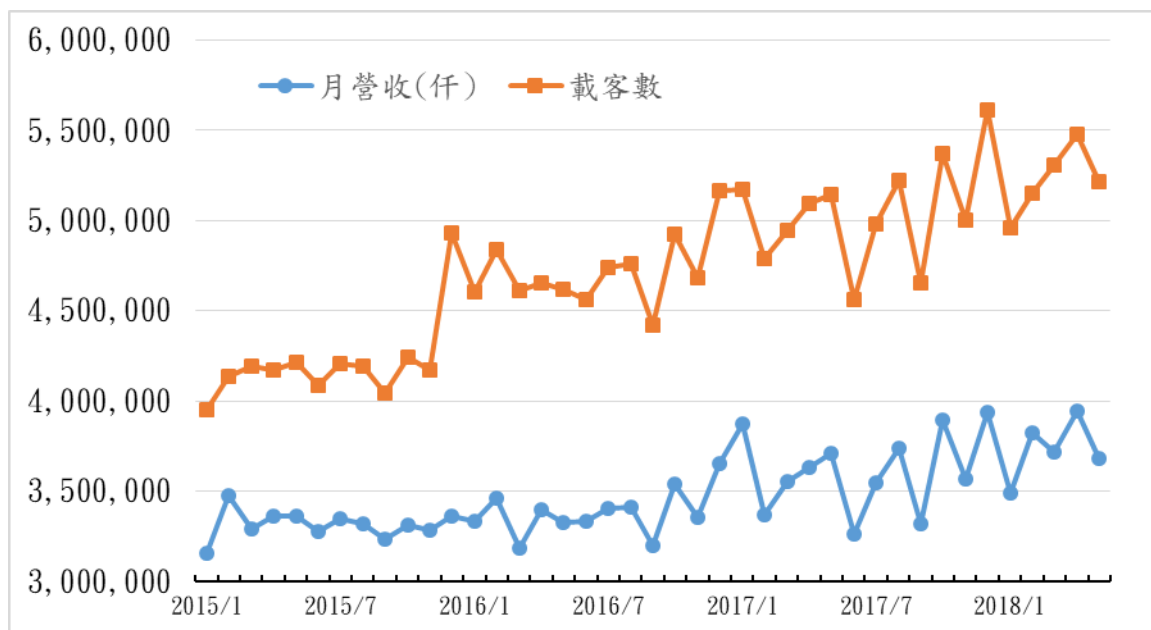


圖 1-1 台灣高鐵載客數和月營收趨勢



圖 1-2 台灣高鐵當月營收/當月乘客數

營收管理原被廣泛用於航空業、飯店業，在高速鐵路興起後，營收管理的策略也開始被應用在鐵路運輸的產業上。預售折扣是營收管理的一個常用手段，在運輸業預售折扣可利用價格差異，來抓住不同時間、價格敏感度的乘客，以增加收益。有些乘客對於價格較敏感，但相對的對於時間沒有嚴格的要求，預售折扣以一較優惠的價格將商品販售給此類乘客，但相對的乘客需要提早購買，也失去了調整時間的彈性。以台灣高鐵為例，其所販賣的「折扣票」價格為全票的 65 折至 9 折，但顧客得於發車日前 28 日至發車前 5 日之間購賣，且為限量販售，讓顧客用其選擇時間的彈性換取價格上的折扣。

除了預售折扣的手段，通常運輸業還可透過訂價和訂位控制兩大手段來進行，訂價可透過顧客對價格敏感的不同，訂定不同票價來提高利潤；而訂位控制常見的手段則有

超額訂位、座位控管，來讓各個座位都盡可能為公司賺到最多的利潤。以鐵路而言，許多公司在訂位控制方面使用了控管「座位配置」的手段，一班列車擁有數個起迄對，而每個起迄對皆限制了能配給的售票張數，來讓需求高、價格高的區間不會買不到票，使公司利潤提高。這也顯現了鐵路客運和航空客運在營收管理應用的最大不同，在於鐵路為一多航段的營收管理問題，也就是同一班列車上會有不同地方上車以及不同目的地的乘客；反之航空客運則為單一航段的營收管理問題，也就是同一架飛機上的乘客起迄對都是相同的。

在一個運輸系統日漸成熟後，為了滿足越來越多的乘客需求，會在同一日、同一條路線上增開不同時間的班次，我們將這些同日、同起迄、短時間差距內發出的班次稱為「平行班次」。鐵路運輸與航空運輸的另一個最大不同點在於其班次更為密集，旅客可以選擇的種類更加多樣化。一般可將旅客分為「時間敏感型」、「時間不敏感型」兩種，時間敏感型的乘客會選擇最符合自己時間需求的班次購票，而時間不敏感的乘客因為鐵路班次密集，在時間差距不大且偏好班次售完的情形下，會考慮選擇其他平行班次，並在時間和票價間做出權衡。

許多鐵路公司除了預售折扣票的機制以外，還提供了自由座的選項給民眾選擇。一般而言，航空客運要確保每個乘客都有座位乘坐，以免發生危險；而鐵路客運不比空運，鐵路可以接受乘客站立搭乘，也因此有了自由座的服務誕生。自由座最大的特點為無法確保乘客有座位可以坐，消費者購票只能確保自己能上車，若已經沒有座位，則必需站立搭乘。例如德鐵車票和訂位是分開販售，只購買車票僅能乘坐自由席，需加訂座位才保證有座位。台灣高鐵的自由座則僅限於當日購票，並且可於乘車當日不限車次、不限座位搭乘指定之自由座車廂其票價介於全票和折扣優惠票之間。在 Cheng (2010) 的文獻中指出，台灣高鐵的自由座在平日佔了 40% 的載客量，在週末則佔了 50% 的載客量，由此可見自由座對鐵路客運的營收有舉足輕重的影響。

1.2. 研究目的與範圍

在閱讀過去的文獻時可發現，現行研究鐵路營收管理的文獻甚少；再者如前段所述，鐵路運輸在台灣佔有相當重要的地位，卻沒有妥善的手段來管理營收。有鑑於此，本研究希望能擴展現存有關鐵路營收管理的研究，並納入平行班次、自由座的因素，使其能更接近現實生活中鐵路所營運的情形。

本篇研究的研究範圍將探討鐵路運輸的座位控管，決策各起迄對的售票上限，並考量平行班次的因素，研究不同時間敏感度的旅客在平行班次間的選擇行為，以及增加自由座的選項，分析旅客在票價和時間兩者間的取捨，期望能規劃出符合以上因素的適當配票策略，使鐵路運輸的研究能更接近現實面。

1.3. 研究方法與架構

本篇主要研究方法首先將界定研究的範圍，以及回顧過往與本研究相關之營收管理文獻，以文獻資料假設旅客的需求量。接著以過往的鐵路營收管理模型為基礎，建立新的數學模型，於規劃求解軟體 Gurobi 解出座位的配票策略。待模式建立後，本研究將模擬實際訂票需求到達購票的情況，以 C 語言進行配票結果的數值模擬實驗，以探討營收

管理能為高鐵帶來的效益。最後歸納研究結果，並提出結論與建議供後續研究作為參考。

本研究的模型假設需求、容量、起迄對、票價為已知的參數，決策變數是各班次的各票種的各起迄對配票額。詳細研究方法如下：

- (一) 研究範圍之界定：本研究範圍將界定為以台灣高鐵為例的座位配置數學模型，以協助在有限的座位容量下，分配各區間段的售票配額，以獲得最大營收。
- (二) 文獻回顧：本研究將以航空領域關於平行班次的研究為借鏡，並進一步參考現有關於鐵路的營收管理文獻，以了解鐵路客運在模型建構上和航空客運的差別。
- (三) 構式建構與求解：參考現有鐵路座位配置數學模型，並考量自由座的因素，發展一求解預售折扣和平行班次的座位配置模型。
- (四) 乘客購票模擬：以 Poisson 分佈模擬顧客到達購票的情形，並以前面所求得之售票限制進行售票控管。
- (五) 數值測試與情境分析：比較使用本研究所得出之售票配額和先到先售兩種情形下營收的差異，以及其他情境對營收的影響，進一步了解本研究對鐵路公司的貢獻。
- (六) 結論與建議：分析研究結果，並提供結論和建議。

本篇研究之整體研究架構如圖 1-3 所示：



圖 1-3 研究架構圖

二、文獻回顧

營收管理或稱收益管理(Revenue Management)起源於 1978 年美國解除航空管制法案生效後，航空公司可對機票自由設定價格，而有了利用顧客對機票需求的差異來設計票價使營收提高的做法，美國航空在 1987 年將營收管理定義為「在正確的時間將正確的座位賣給正確的顧客，以收入最大化」；而 Weatherford and Bodily (1992)則認為時效性資產的營收管理(Perishable-Asset Revenue Management)一詞，更能完整地描述這類型的問題。Weatherford and Bodily (1992)的研究中指出，適用營收管理的產業通常有以下三種特性：

- (一) 商品不可儲存：此類型商品具有一定的生命週期，因此被稱為時效性商品，當其生命週期過後，商品便失去價值，無法留待下一次銷售。如飛機起飛後，本趟飛行所剩餘的空座位便已無法為公司帶來利潤，也就是未售出的機票無法留待下次銷售。
- (二) 固定的容量：此類型的商品供給俱有限制，或是若要增加容量，則需花費相當高的成本。如飛機每趟飛行能賣的機票數是固定的，就算是需求超過容量，也很難臨時增加座位。
- (三) 可區隔市場：一個常見的用來區隔市場的手法是利用購買時間的不同來做不同的定價。一般而言，較早購買商品的顧客對價格較為敏感，他們願意用一些選擇的彈性換來價格折扣。

鐵路運輸俱備了以上三種特性，因此越來越多的營收管理文獻將焦點從航空業轉移到鐵路上。以下將介紹本研究所參考之文獻，由於本研究將焦點放於平行班次的鐵路客運座位配置，因此以下將分別介紹鐵路客運營收管理相關文獻，以及平行班次營收管理的相關文獻。

2.1.鐵路客運之營收管理

根據 Armstrong and Meissner (2010)的文獻指出鐵路運輸依據服務對象的不同可分為客運以及貨運，其中鐵路客運相較於貨運，更接近航空運輸的模式；此外鐵路貨運因其需裝卸、需求發生較突然等特性，使其問題較鐵路客運更為複雜。由於本研究聚焦於客運的鐵路運輸，本節將以鐵路客運相關文獻做為探討主軸。

Ciancimino et al. (1999)是最早將營收管理的概念應用在鐵路運輸的研究之一。該篇研究認為，雖然航空的營收管理系統雖然也適用於鐵路運輸，但其各航段為分開的假設，卻不適用於鐵路。鐵路旅次是由一連串連續的站點所組成，而任兩個站點都能構成一個航段，因此在規劃鐵路運輸的模型時，必定得視為多航段的問題，無法將各航段獨立考慮。另外 Ciancimino et al.認為鐵路運輸系統對於不同票價的座位是分開在不同的車廂，也就是每個座位只會有一種票價。因此該篇研究將鐵路運輸的營收管理定位在「多航段的單一費率營收管理問題」，並針對每個區間的售票配額做規劃，以達到最大化營收的目的。

Sibdari et al.(2008)的研究中以美鐵(Amtrak)為例，提出一個多商品的鐵路營收管理問題。美鐵列車分別提供載人及運送交通工具的服務，交通工具可運送小汽車、休旅車，旅客則可選擇臥鋪(Roomette)或是一般座位(Coach Seats)。該篇研究的車票價格便是建立在運輸車子和旅客兩者的價格組合上。

Cirillo et al. (2011)則以美鐵經營 Acela 特快(Acela Express)為例，運用兩階段的模型來描述鐵路旅客的選擇行為。第一階段使用多項羅吉特模型(Multinomial Logit, MNL)來建構旅客選擇購票時間的行為模式，第二階段則使用最小平方回歸(Ordinary Least Squares, OLS)來衡量票價對顧客需求量的影響。

綜合以上所述，鐵路常見的營收管理手段不外乎透過座位控管或是價格制定。本篇研究將重點放在座位控管的部分，利用調整高鐵各區間的售票配額來最大化營收。

2.2. 平行班次之文獻回顧

Zhang and Cooper (2005)的文獻中提到，平行班次(parallel flights)指的是航空公司在同起迄、短時間差距內發出的不同航班。隨著航空業日漸蓬勃的發展，競爭對手也越來越多，為了能滿足想在不同時間出發的顧客，航空公司開始在同一日的同一條航線上，提供不同時間點出發的飛機，在納入了平行班次的考量下，顧客從原本只需考量價格因素，轉變為同時要衡量價格、時間對他們的吸引力，來選擇班次。對於時間敏感的顧客來說，會只考慮符合自己時間需求的班次；對於時間不敏感的顧客來說，則多了其他班次的選擇，在購票價格上自然也更加有彈性。

Gallego and Phillips (2004)則提出了「靈活機票」的概念，顧客可以用一個較優惠的價格購買此機票，航空公司則保證購買此機票的乘客可以在平行航班其中一班飛機的位置。但相對的，顧客可能得花上數天甚至數週的時間才能確定自己的飛機是哪一班。

Xiao et al. (2008)的文獻中考慮的是兩班飛機的平行航班問題。他將潛在客群區分為兩類，第一類為時間敏感型的顧客，此類顧客對於起飛時間有嚴格的要求，因此只會購買最符合他們時間要求的航班；第二類為價格敏感型的顧客，因此這類別的顧客總會選擇價格較低的航班。根據上述的兩種分類，又可將顧客分為三群，第一群和第二群顧客，分別只會選擇第一班飛機和第二班飛機。第三群顧客則會先比較兩班飛機當前所提供的票價，選擇價低者購買；當兩班飛機票價相同時($p_A = p_B$)，他們會有 β 的機率選擇第一班飛機，有 $1 - \beta$ 的機率選擇第二班飛機。而以上情況都建立在顧客的感知價值(X)高於票價的前提下。

在Chen et al. (2010)的研究中，使用了和Xiao et al. (2008)相似的方法，將顧客分成三個種類：第一類的顧客只會搭乘第一班飛機，第二類的顧客只會搭乘第二班飛機，而第三類的顧客則有較高的彈性，願意搭乘兩班飛機中的任一航班。當產生訂位需求時，航空公司需立即決定是否接受該筆訂位，若該筆訂位為第三類的顧客，且公司決定接受其訂位，接著還需決定將其分至哪班飛機。為了解決此問題，Chen et al. 參考了Lee and Hersh (1993)所建立的動態規劃模型，將時間切割成數小段，並依據當下剩餘的座位數來計算各時間段的最大期望營收，再依此最大期望營收來決定各時間段的接受訂位準則。

Dai et al. (2014)考慮了大型的平行航班營收管理問題，其問題描述一個三家航空公

司在競爭的市場，其中某一條航線擁有超過三十架平行航班。此外該篇文獻還納入了 No-Show 和 Go-show 的因素。No-Show 意指已購票卻沒登機的旅客，而 Go-Show 在該篇文獻則定義為已購票，卻在到達機場後要求換班的旅客。該篇文獻建構一隨機的數學模型，來求解最大期望收益；並分別使用多項羅吉特模型(Multinomial Logit)、巢式羅吉特模型(Nested Logit)、混合羅吉特模型(Mixed Logit)來描述旅客的選擇行為。

邱浩瑄 (2016)的研究中以台灣高鐵為例，設計了一個兩平行班次的鐵路座位配置問題。其參考王劭暉、黃寬丞 (2011)的研究，將旅客先分為三種類型：只願購買折扣票的「折扣票需求」、買不到折扣票會買一般票的「嘗試折扣票需求」、購買時間太晚以致於只能買一般票的「一般票需求」。接著再納入平行班次的因素，將旅客依時間敏感和時間遲頓區分，最後歸納出五種需求種類，並以數學規劃模型來求解各區間的配票策略。

以上文獻都將平行班次的因素納入研究中，使其研究能更貼近現實情形，然而就目前所知，尚未有文獻將自由座納入鐵路運輸營收管理的範疇中，諸如台灣高鐵、日本的新幹線、德國鐵路等都有自由座供旅客選擇。根據 Cheng (2010)的文獻指出，自由座乘客在平日佔了台灣高鐵 40%的載客量，在週末佔了 50%的載客量，可見自由座對鐵路客運營收的影響。本研究將參考以上平行班次的文獻再將自由座納入考量中，讓關於鐵路的營收管理研究能更臻完善。

三、座位配置模型建構

3.1.模式概述與決策情境

本篇研究考慮兩班平行班次，並有三種票價可供選擇的座位配置數學模型，三種票價分別為折扣票、一般票、自由座。我們先依顧客的選擇行為做分類，並假設各類需求的到達購票速度和它們的需求量成正比，並以此求得各類型需求的購票比例，再由此求解出最佳的售票限制。本研究所輸入之需求數據係依據過往文獻做假設，需求、票價為模型已知的參數，最後得到各起迄對、各票種的座票需求上限，以此對售票進行決策。

關於不同票種的售票方式我們以台灣高鐵為例做說明，折扣票為發車日前 28 日(含)開始限量販售，直至折扣票全數售完，或最晚售至發車前 5 日(含)；而一般票則為發車前 28 日(含)至發車當日皆可購票，直至該列車售票額全數售盡。折扣票及一般票皆為對號票，購買後一定有座位；而自由座為發車當日販售，為非對號票，可以任選當日任一班列車搭乘，但並不保證有座位。

由前段所述可知，在發車日前 28 日至發車前 5 日，折扣票和一般票皆開放購賣，然而因為兩票種皆販售同一服務，在仍可購得折扣票的情形下，乘客應會優先選擇折扣票。因此本研究假設在發車前 28 日至發車前 5 日，在折扣票尚未售完的情形下，乘客只會選擇折扣票，並將這段時間稱為第一階段。在發車日前 4 日至發車當日，由於只剩下一般票可以購買，因此本研究將這段時間設定為只能購買一般票，並稱之為第二階段。

直至乘車當日，自由座車票開放購買。不過因為一般座能確保乘客有座位而自由座則否，在這邊假設乘客會優先選擇一般票，倘若發車當日一般票已售罄，乘客才選擇購買自由座車票，我們將此段時間稱之為第三階段。關於台灣高鐵販售車票的時程可參見圖 3-1 所示。而由於自由座可以任選購票當日任一班次搭乘，我們將自由座視為無容量限制。

另外，為了聚焦於分配座位所帶來的影響，並避免模型過度複雜化，本研究不考慮旅客不出現(no-show)、超額訂位(overbooking)等因素。綜合以上所述，本研究所做假設有以下幾點：

1. 各類需求到達購票速度和其需求量成正比。
2. 只考慮兩班平行列車、三種票價，折扣票、一般票、自由座。
3. 自由座無容量限制。
4. 票價、需求皆為已知。
5. 不考慮旅客不出現，以及超額訂位。

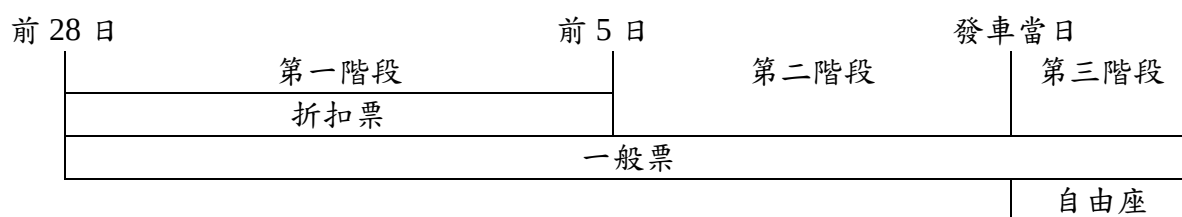


圖 3-1 台灣高鐵售票時程圖

3.2. 考量平行班次的選擇行為介紹

本節將介紹本研究如何分類乘客的選擇行為。本研究參考邱浩瑄 (2016) 的研究，依據到達購票時間的不同，以及是否願意轉換班次，將乘客分為五類。

首先，我們假設有兩種乘客，一種在 3.1 節所提到的第一階段購票，也就是購買折扣票的乘客；另一種為第二階段才到達購票，以至於只剩下一般票能購買的乘客。因此在這邊我們分別有「折扣票需求」以及「一般票需求」，兩種乘客。

然而，有些在第一階段到達購票的乘客還是晚了一步，折扣票已全數售罄，有部分的人因此直接加錢改買一般票，此類乘客因其嘗試在折扣期間購票，但無法購得時也願意加錢購買一般票，該需求我們稱之為「嘗試折扣票需求」。於是目前我們有了「折扣票需求」、「嘗試折扣票需求」以及「一般票需求」，三種乘客。

接著，在「折扣票需求」和「一般票需求」這兩種乘客中，又可因不同時間敏感度各自區分出兩類乘客。一類為在偏好的班次售罄時，會改買另一班列車相同票種的「嘗試轉班需求」；以及另一類因為對時間較敏感，既使偏好的班次售罄，也不改買平行班次的「不轉班需求」，這類需求由於對時間有嚴格要求，一旦買不到偏好的班次，便可能放棄搭乘高鐵，改尋求搭乘其他交通工具。綜合以上所述，我們有了「折扣票嘗試轉班需求」、「折扣票不轉班需求」、「嘗試折扣票需求」、「一般票嘗試轉班需求」、「一般票不轉班需求」，總共五種乘客。

在這邊，本研究假設了「嘗試折扣票需求」的乘客不會尋求購買平行班次的票。針對「嘗試折扣票需求」、「一般票嘗試轉班需求」、「一般票不轉班需求」此三類乘客，由於此類需求願意花錢買最貴的一般票，我們也因此假設了當此三類需求買不到首選偏好和次選偏好的票時，會於乘車當日購買自由座車票，自由座車票可於當日不限班次搭乘。而「折扣票嘗試轉班需求」、「折扣票不轉班需求」此兩類需求，在無法購得折扣票時便放棄搭乘台灣高鐵。

為了方便敘述，將上述五類需求分別用符號表示，代表「一般票不轉班需求」的 A 類需求、代表「一般票嘗試轉班需求」的 B 類需求，此兩類需求因為在第二階段才到達購票，因此已無折扣票可購買；以及代表「折扣票不轉班需求」的 C 類需求、代表「嘗試折扣票需求」的 D 類需求、代表「折扣票嘗試轉班需求」的 E 類需求，此三類需求在第一階段到達，會優先購買折扣票，若折扣票已售罄才考慮其他選擇。

以上介紹五種需求的購票偏好順序，如表 3-1 所示，五類需求皆只有在前一順位的票種售完後，才選擇下一票種：

表 3-1 本研究五種需求之購票偏好順序

代表符號	需求種類	購票順序
A	一般票不轉班需求	偏好班次一般票→自由座
B	一般票嘗試轉班需求	偏好班次一般票→平行班次一般票→自由座
C	折扣票不轉班需求	偏好班次折扣票
D	嘗試折扣票需求	偏好班次折扣票→偏好班次一般票→自由座
E	折扣票嘗試轉班需求	偏好班次折扣票→平行班次折扣票

3.3.符號介紹

接下來將介紹數學模型中所用到的參數以及變數，詳細的目標式和限制式會在下一節做介紹。

參數介紹

- k : 表票價， $k = 1$ ，表折扣票； $k = 2$ ，表一般票。
 t : 表班次， $t = 1, 2$ 。
 t' : 表 t 的平行班次，當 $t = 1$ ， $t' = 2$ ；反之當 $t = 2$ ， $t' = 1$ 。
 m : 表區間別，以八站點為例，就會共有七個區間。
 j, J : j 表起迄對， J 表起迄對總數。
 P_{jk} : j 起迄對， k 票種的價格。
 P_j^Y : j 起迄對，自由座的價格。
 α_{mj} : 起迄對 j 是否有包含到區間段 m 。若有包含， $\alpha_{mj} = 1$ ；否則為 0。
 V : 表列車的座位容量。
 A_{jt} : j 起迄偏好 t 班次的一般票不轉班需求量。
 B_{jt} : j 起迄偏好 t 班次的一般票嘗試轉班需求量。
 C_{jt} : j 起迄偏好 t 班次的折扣票不轉班需求量。
 D_{jt} : j 起迄偏好 t 班次的嘗試折扣票需求量。
 E_{jt} : j 起迄偏好 t 班次的折扣票嘗試轉班需求量。
 Q_{jkt} : j 起迄偏好 t 班次，首選 k 票種的需求量總合。
 當 $k = 1$ ，首選折扣票的需求為 C 、 D 、 E 三類需求，因此
 $Q_{j1t} = C_{jt} + D_{jt} + E_{jt}$ 。
 當 $k = 2$ ，首選一般票的需求為 A 、 B 兩類需求，因此
 $Q_{j2t} = A_{jt} + B_{jt}$ 。
 M : 一極大值。

決策變數介紹

- X_{jkt} : j 起迄 t 班次 k 票種的售票限額。
 Y_j : j 起迄的自由座售票量。
 X_{jkt}^i : 首選 t 班次的 i 類需求，在 j 起迄 t 班次 k 票種的購票量。
 $X_{jkt'}^i$: 首選 t' 班次的 i 類需求，在 j 起迄 t' 班次 k 票種的購票量。
 只有 C 、 D 、 E 三類需求會購買折扣票，因此當 $k = 1$ ， $i = C$ 、 D 、 E 。
 而只有 A 、 B 、 D 三類需求會購買一般票，因此當 $k = 2$ ， $i = A$ 、 B 、 D 。
 $X_{jkt}^{i'}$: 首選 t' 班次的 i 類需求，轉至 j 起迄 t 班次 k 票種的購票量。
 $X_{jkt'}^{i'}$: 首選 t 班次的 i 類需求，轉至 j 起迄 t' 班次 k 票種的購票量。
 對於折扣票，只有 E 類需求會轉購平行班次車票，
 因此當 $k = 1$ ， $i = E$ 。
 對於一般票，只有 B 類需求會轉購平行班次車票，
 因此當 $k = 2$ ， $i = B$ 。

3.4.模式建構

本研究為一納入雙平行班次、預售折扣以及自由座的座位配置最佳化模型，欲透過分配給每一起迄對的售票配額，來最大化總售票收入。本研究數學模型如下：

$$\text{Maximize } \sum_{t=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^J P_{jk} X_{jkt} + \sum_{j=1}^J P_j^Y Y_j \quad (0)$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^2 \alpha_{mj} X_{jkt} \leq V \quad \forall m, t \quad (1)$$

$$X'_{j1t} \geq \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t} \right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}} \right) \quad \forall j, t \quad (2)$$

$$X'_{j1t} \geq 0 \quad \forall j, t \quad (3)$$

$$X'_{j1t} \leq \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t} \right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}} \right) + M(1 - \varepsilon_{jt}) \quad \forall j, t \quad (4)$$

$$X'_{j1t} \leq 0 + M\varepsilon_{jt} \quad \forall j, t \quad (5)$$

$$X_{j1t}^C = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{C_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (6)$$

$$X_{j1t}^D = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{D_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (7)$$

$$X_{j1t}^E = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{E_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (8)$$

$$X_{j2t}^D \leq D_{jt} - X_{j1t}^D \quad \forall j, t \quad (9)$$

$$X_{j2t}^D \leq X_{j2t} \quad \forall j, t \quad (10)$$

$$X_{j2t}^D \geq (D_{jt} - X_{j1t}^D) + M(1 - \theta_{jt}) \quad \forall j, t \quad (11)$$

$$X_{j2t}^D \geq X_{j2t} - M\theta_{jt} \quad \forall j, t \quad (12)$$

$$X'_{j2t} \geq \left[\left(X_{j2t} - X_{j2t}^D \right) - \frac{X_{j2t'} - X_{j2t}^D}{Q_{j2t'}} Q_{j2t} \right] \left(\frac{B_{jt'}}{Q_{j2t} + B_{jt'}} \right) \quad \forall j, t \quad (13)$$

$$X'_{j2t} \geq 0 \quad \forall j, t \quad (14)$$

$$X'_{j2t} \leq \left[\left(X_{j2t} - X_{j2t}^D \right) - \frac{X_{j2t'} - X_{j2t}^D}{Q_{j2t'}} Q_{j2t} \right] \left(\frac{B_{jt'}}{Q_{j2t} + B_{jt'}} \right) + M(1 - \beta_{jt}) \quad \forall j, t \quad (15)$$

$$X'_{j2t} \leq 0 + M\beta_{jt} \quad \forall j, t \quad (16)$$

$$X_{j2t}^A = (X_{j2t} - X_{j2t}^D - X'_{j2t}) \frac{A_{jt}}{Q_{j2t}} \quad \forall j, t \quad (17)$$

$$X_{j2t}^B = (X_{j2t} - X_{j2t}^D - X'_{j2t}) \frac{B_{jt}}{Q_{j2t}} \quad \forall j, t \quad (18)$$

$$\sum_{t=1}^2 A_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^A + Y_j^A \quad \forall j \quad (19)$$

$$\sum_{t=1}^2 B_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^B + \sum_{t=1}^2 X_{j2t'}^{B'} + Y_j^B \quad \forall j \quad (20)$$

$$\sum_{t=1}^2 D_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j1t}^D + \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^D + Y_j^D \quad \forall j \quad (21)$$

$$Y_j = Y_j^A + Y_j^B + Y_j^D \quad \forall j \quad (22)$$

$$A_{jt} \geq X_{j2t}^A \quad \forall j, t \quad (23)$$

$$B_{jt} \geq X_{j2t}^B + X_{j2t'}^{B'} \quad \forall j, t \quad (24)$$

$$C_{jt} \geq X_{j1t}^C \quad \forall j, t \quad (25)$$

$$D_{jt} \geq X_{j1t}^D + X_{j2t}^D \quad \forall j, t \quad (26)$$

$$E_{jt} \geq X_{j1t}^E + X_{j1t'}^{E'} \quad \forall j, t \quad (27)$$

$$X_{jkt} \cdot Y_j \cdot Y_j^i \cdot X_{jkt}^i \cdot X_{jkt}^{i'} \geq 0 \quad \forall i, j, k, t \quad (28)$$

3.4.1. 目標式

$$\text{Maximize} \sum_{t=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^J P_{jk} X_{jkt} + \sum_{j=1}^J P_j^Y Y_j \quad (0)$$

目標式(0)為最大化售票收入，由於我們會確保配票額不超過需求量，意即每個位置都有人購買，因此總收入即為將各起迄對之配票額與票價的乘積和自由座售票收入的加總。要特別注意的是，這邊的總收入，是以假設的需求所求出的最大值，並非使實際購票情況發生後的收入最大。

3.4.2. 容量限制式

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^2 \alpha_{mj} X_{jkt} \leq V \quad \forall m, t \quad (1)$$

限制式(1)為列車容量限制式。 α_{mj} 表示起迄對 j 是否有函蓋了區間段 m ，若有函蓋，則為 1，否則為 0。限制式(1)限制了對於每一區間段，函蓋此段的起迄對售票額加總不可超過列車容量上限 V ，以確保售出的每張票都有位置。

3.4.3.折扣票分配限制式

在折扣票限制式的部分，兩班列車一開始都由 C 類、D 類、E 類需求購票，直到其中一班次的折扣票先售盡，該班次的 E 類需求會至另一班分搶另一班剩餘的票，我們先假設 t' 班次折扣票先售盡，則剩餘的 $E_{jt'}$ 需求至 t 班次購票，如圖 3-2 所示。

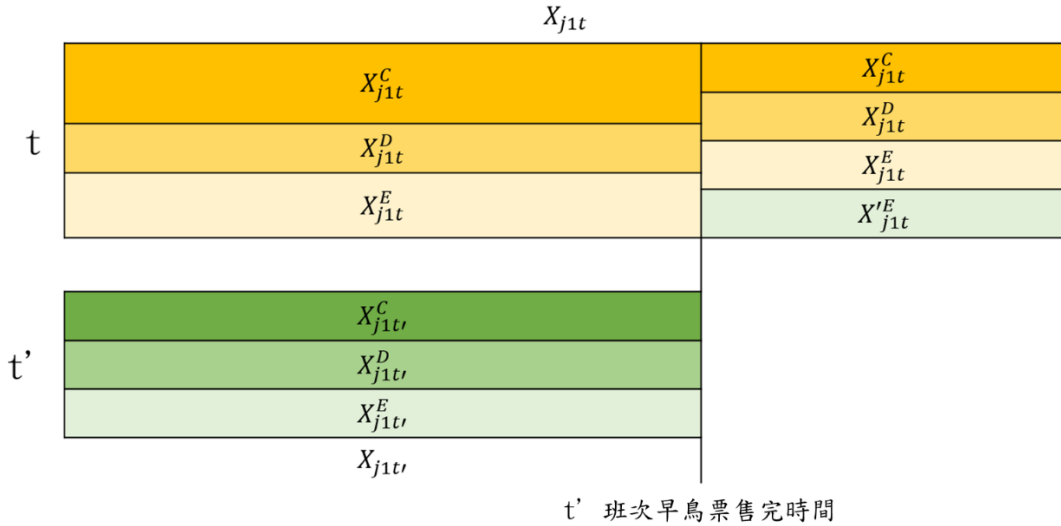


圖 3-2 第一階段購票示意圖

先看到轉換班次購票的 X_{j1t}^E 該怎麼分配， X_{j1t}^E 定義為從 t' 班跑來 t 班購買折扣票的 E 類需求。由於購票速率和需求成正比，在任一時間點， $Q_{j1t}:Q_{j1t'} = t$ 班折扣票銷售量:t' 班折扣票銷售量，先假設 t' 班折扣票率先全部售完，此時 t' 班折扣票銷售量 = $X_{j1t'}$ ，t 班折扣票銷售量 = $\frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}$ ，如下面算式所示。

$$\begin{aligned}
 Q_{j1t}:Q_{j1t'} &= t \text{ 班折扣票銷售量}:t' \text{ 班折扣票銷售量} \\
 Q_{j1t}:Q_{j1t'} &= t \text{ 班折扣票銷售量}:X_{j1t'} \\
 Q_{j1t'} \times t \text{ 班折扣票銷售量} &= Q_{j1t} \times X_{j1t'} \\
 t \text{ 班折扣票銷售量} &= \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}
 \end{aligned}$$

在 t' 班次折扣票全數售完的時候，t 班次折扣票已賣出 $\frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}$ 張，還剩餘 $X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}$ 張；t 班的折扣票需求量則剩餘 $Q_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}$ ；想轉班過來的 $E_{jt'}$ 需求量則剩餘 $E_{jt'} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} E_{jt'}$ ，如下所示。

$$\begin{aligned}
 E_{jt'}:Q_{j1t'} &= t' \text{ 班 E 類需求購票量}:t' \text{ 班折扣票銷售量} \\
 E_{jt'}:Q_{j1t'} &= t' \text{ 班 E 類需求購票量}:X_{j1t'} \\
 Q_{j1t'} \times t' \text{ 班 E 類需求購票量} &= E_{jt'} \times X_{j1t'} \\
 t' \text{ 班 E 類需求購票量} &= \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} E_{jt'}
 \end{aligned}$$

t 班剩餘折扣票會依比例分配給 Q_{j1t} 剩餘需求和 $E_{jt'}$ 剩餘需求， $E_{jt'}$ 剩餘需求佔得比例為：

$$\frac{E_{j1t'} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} E_{j1t'}}{\left(E_{j1t'} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} E_{j1t'}\right) + \left(Q_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right)} = \frac{E_{j1t'}(1 - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}})}{E_{j1t'}(1 - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}}) + Q_{j1t}(1 - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}})} = \frac{E_{j1t'}}{E_{j1t'} + Q_{j1t}}$$

最後我們得到 $E_{jt'}$ 轉至 t 班次購買的折扣票數量 (X'_{j1t})

= t 班剩餘折扣票 × 剩餘 $E_{jt'}$ 所佔比例

$$= \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{E_{jt'} + Q_{jt}}\right)。$$

反之當 t' 班折扣票比 t 班折扣票晚售完時， $X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t} < 0$ ，此時不會有 $E_{jt'}$ 需求至 t 班購買折扣票， $X'_{j1t} = 0$ 。綜合上述，從 t' 轉至 t 班購買折扣票的 E 類需求量 $X'_{j1t} = \max\left\{\left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{E_{jt'} + Q_{jt}}\right), 0\right\}$ ，使用二元變數 ε_{jt} 線性化後，得到限制式(2)-(5)。

$$X'_{j1t} \geq \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}}\right) \quad \forall j, t \quad (2)$$

$$X'_{j1t} \geq 0 \quad \forall j, t \quad (3)$$

$$X'_{j1t} \leq \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}}\right) + M(1 - \varepsilon_{jt}) \quad \forall j, t \quad (4)$$

$$X'_{j1t} \leq 0 + M\varepsilon_{jt} \quad \forall j, t \quad (5)$$

當 $\left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}}\right) > 0$ 時， ε_{jt} 等於 1， $X'_{j1t} = \left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}}\right)$ ；反之當 $\left(X_{j1t} - \frac{X_{j1t'}}{Q_{j1t'}} Q_{j1t}\right) \left(\frac{E_{jt'}}{Q_{j1t} + E_{jt'}}\right) < 0$ 時， ε_{jt} 會等於 0， $X'_{j1t} = 0$ 。

限制式(6)-(8)為 C、D、E 三類需求在 t 班購買的折扣票數量。在算得 X'_{j1t} 後，我們將 t 班的折扣配票額扣掉分配給轉班來的 X'_{j1t} 部分，再將票依三類需求的比例做分配，就能得到 X_{j1t}^C 、 X_{j1t}^D 、 X_{j1t}^E 。

$$X_{j1t}^C = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{C_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (6)$$

$$X_{j1t}^D = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{D_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (7)$$

$$X_{j1t}^E = (X_{j1t} - X'_{j1t}) \frac{E_{jt}}{Q_{j1t}} \quad \forall j, t \quad (8)$$

3.4.4.一般票分配限制式

在一般票分配限制式，首先要介紹 X_{j2t}^D 。 X_{j2t}^D 是 D 類需求在買不到偏好班次的折扣票時，會轉而購買該偏好班次一班票的數量。由於 D 類需求是在第一階段，也就是折扣票期間，就到達購票的乘客，而 A、B 兩類需求，是在第二階段才到達購票的乘客。因此 D 類需求會比 A、B 兩類需求還早購票，也就是一般票會先被 D 類需求買走，若有剩餘的票才分配到 A、B 類需求的乘客。

若 D 類需求扣除已購買折扣票後剩餘的需求量比一般票配額還高($D_{jt} - X_{j1t}^D > X_{j2t}$)，則一般票會全部被 D 類需求買走 $X_{j2t}^D = X_{j2t}$ ，反之 $X_{j2t}^D = D_{jt} - X_{j1t}^D$ ，因此 D 類需求在 t 班車購買一般票的數量 $X_{j2t}^D = \min\{D_{jt} - X_{j1t}^D, X_{j2t}\}$ 。

接著使用二元變數 θ_{jt} 轉換為線性限制式得到式(9)-(12)。當 D 類剩餘需求小於一般票配額($D_{jt} - X_{j1t}^D \leq X_{j2t}$)， θ_{jt} 會等於 1，這些剩餘需求全部都能買到一般票($X_{j2t}^D = D_{jt} - X_{j1t}^D$)；反之，當 D 類剩餘需求超過一般票配額($D_{jt} - X_{j1t}^D \geq X_{j2t}$)， θ_{jt} 會等於 0，則 t 班次的一般票會全數賣給剩餘的 D 類需求($X_{j2t}^D = X_{j2t}$)。

$$X_{j2t}^D \leq D_{jt} - X_{j1t}^D \quad \forall j, t \quad (9)$$

$$X_{j2t}^D \leq X_{j2t} \quad \forall j, t \quad (10)$$

$$X_{j2t}^D \geq (D_{jt} - X_{j1t}^D) + M(1 - \theta_{jt}) \quad \forall j, t \quad (11)$$

$$X_{j2t}^D \geq X_{j2t} - M\theta_{jt} \quad \forall j, t \quad (12)$$

處理完 D 類需求的購票，隨著時間來到第二階段，A 類需求和 B 類需求乘客也紛紛到達購票。在第二階段，一般票的配額只剩下扣除 D 類需求購買的量($X_{j2t} - X_{j2t}^D$)，依比例分給 A 類、B 類需求以及轉班的 B 類乘客。如同 3.4.3.節，我們先假設 t' 班次一般票比 t 班一般票早售完，因此 $B_{jt'}$ 需求轉向 t 班購買一般票，如圖 3-3 所示。

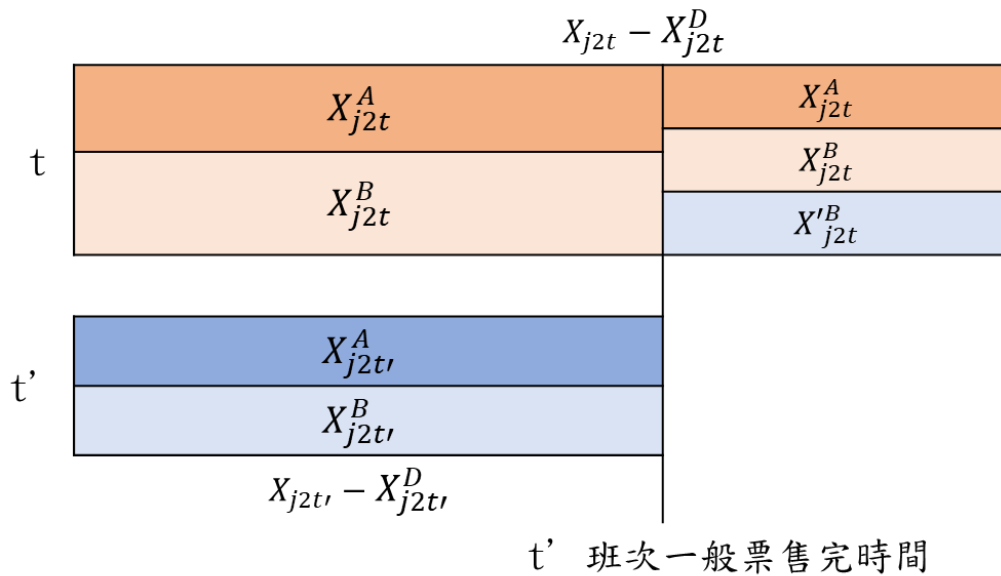


圖 3-3 第二階段購票示意圖

此階段處理方式和第一階段分配折扣票的概念相同， X_{j2t}^B 是因為 t' 班次一般票售罄，轉至平行班次 t 班購買一般票的量，依照 3.4.3 節處理轉班購買折扣票的方法，使用二元變數 β_{jt} ，將 $X_{j2t}^B = \max \left\{ \left[(X_{j2t} - X_{j2t}^D) - \frac{X_{j2t'} - X_{j2t}^D}{Q_{j2t'}} Q_{j2t} \right] \left(\frac{B_{jt'}}{Q_{j2t} + B_{jt'}} \right), 0 \right\}$ 線性化，得到限制式 (13)-(16)。

$$X_{j2t}^B \geq \left[(X_{j2t} - X_{j2t}^D) - \frac{X_{j2t'} - X_{j2t}^D}{Q_{j2t'}} Q_{j2t} \right] \left(\frac{B_{jt'}}{Q_{j2t} + B_{jt'}} \right) \quad \forall j, t \quad (13)$$

$$X_{j2t}^B \geq 0 \quad \forall j, t \quad (14)$$

$$X_{j2t}^B \leq \left[(X_{j2t} - X_{j2t}^D) - \frac{X_{j2t'} - X_{j2t}^D}{Q_{j2t'}} Q_{j2t} \right] \left(\frac{B_{jt'}}{Q_{j2t} + B_{jt'}} \right) + M(1 - \beta_{jt}) \quad \forall j, t \quad (15)$$

$$X_{j2t}^B \leq 0 + M\beta_{jt} \quad \forall j, t \quad (16)$$

接著將一般票扣除 D 類需求以及 B 類轉班購買需求剩餘的量 ($X_{j2t} - X_{j2t}^D - X_{j2t}^B$)，依比例分配給 A 類需求和 B 類需求，得到限制式 (17)、(18)。

$$X_{j2t}^A = (X_{j2t} - X_{j2t}^D - X_{j2t}^B) \frac{A_{jt}}{Q_{j2t}} \quad \forall j, t \quad (17)$$

$$X_{j2t}^B = (X_{j2t} - X_{j2t}^D - X_{j2t}^B) \frac{B_{jt}}{Q_{j2t}} \quad \forall j, t \quad (18)$$

3.4.5. 自由座分配限制式

在最後一個階段，本研究假設了會購買一般票的 A、B、D 三類需求若買不到優先想要的票，最後會於當日購買自由座。由於自由座可於當日不限班次搭乘，我們將其視為沒有容量限制，因此自由座的售票量就等於 A、B、D 三類需求的剩餘總合，這邊引入了三個變數 Y_j^A 、 Y_j^B 、 Y_j^D ，分別代表了此三類需求購買自由座的票數。

如前面表 3-1 所示，以 t 班為例，A 類需求首選偏好為偏好班次一般票 (X_{j2t}^A)；B 類需求首選為偏好班次一般票 (X_{j2t}^B)，次選為平行班次一般票 ($X_{j2t'}^B$)；D 類需求首選為偏好班次折扣票 (X_{j1t}^D)，次選為偏好班次一般票 (X_{j2t}^D)，我們可以得到限制式 (19)-(22)。

$$\sum_{t=1}^2 A_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^A + Y_j^A \quad \forall j \quad (19)$$

$$\sum_{t=1}^2 B_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^B + \sum_{t=1}^2 X_{j2t'}^B + Y_j^B \quad \forall j \quad (20)$$

$$\sum_{t=1}^2 D_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j1t}^D + \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^D + Y_j^D \quad \forall j \quad (21)$$

$$Y_j = Y_j^A + Y_j^B + Y_j^D \quad \forall j \quad (22)$$

式(19)-(21)分別將 A、B、D 三類剩餘沒買到票的需求量整合，式(22)將 Y_j^A 、 Y_j^B 、 Y_j^D 加總得到各起迄對自由座車票的售出量 Y_j 。

3.4.6.上下界限限制式

如前面表 3-1 所示，本研究假設 A 類需求只會購買偏好班次的一般票和自由座，B 類需求只會購買偏好班次和平行班次的一般票以及自由座，C 類需求只會購買偏好班次的折扣票，D 類需求只會購買偏好班次的折扣票、一般票以及自由座，E 類需求則會購買偏好班次和平行班次的折扣票。各類需求所購買的各種票數加總必定不會超過其需求量，因此得到限制式(23)-(27)。

$$A_{jt} \geq X_{j2t}^A \quad \forall j, t \quad (23)$$

$$B_{jt} \geq X_{j2t}^B + X_{j2t'}^B \quad \forall j, t \quad (24)$$

$$C_{jt} \geq X_{j1t}^C \quad \forall j, t \quad (25)$$

$$D_{jt} \geq X_{j1t}^D + X_{j2t}^D \quad \forall j, t \quad (26)$$

$$E_{jt} \geq X_{j1t}^E + X_{j1t'}^E \quad \forall j, t \quad (27)$$

3.5.購票分配範例

接下來我們用一個數值範例來演示各階段各類需求的購票情形。假設某個起迄對 j 解出來的售票限制以及根據資料所得到的各類需求量如表所示。

表 3-2 售票限制範例

	一般票配額	折扣票配額
t	84	157
t'	81	13

表 3-3 需求量範例

	A	B	Q_{j2t}	C	D	E	Q_{j1t}
t	40	40	84	30	70	30	130
t'	40	40	80	30	70	30	130

在折扣票分配的部分，根據本研究購票速度和需求量成正比的假設，在兩班次折扣票總需求量相同，但 t' 班次折扣票配額較少的情況下，t' 班次的折扣票配額會比 t 班早售盡，也不會有人從 t 班轉至 t' 班購票(因為此時 t 班次折扣票還沒賣完)，由限制式(2)-(5)可以得到 $X_{j1t'}^E = 0$ ；此時也可以根據限制式(6)-(8)求出 t' 班次 C、D、E 的購買量：

$$X_{j1t'}^E \geq \left(13 - \frac{157}{130}130\right) \left(\frac{30}{130+30}\right) = -27 \quad (2)$$

$$X_{j1t'}^E \geq 0 \quad (3)$$

$$X_{j1t'}^E \leq \left(13 - \frac{157}{130}130\right) \left(\frac{30}{130+30}\right) + M(1 - \varepsilon_{jt'}) = -27 + M(1 - \varepsilon_{jt'}) \quad (4)$$

$$X_{j1t'}^E \leq 0 + M\varepsilon_{jt'} \quad (5)$$

$$X_{j1t'}^C = (13 - 0) \frac{30}{130} = 3 \quad (6)$$

$$X_{j1t'}^D = (13 - 0) \frac{70}{130} = 7 \quad (7)$$

$$X_{j1t'}^E = (13 - 0) \frac{30}{130} = 3 \quad (8)$$

接下來 t' 班次的剩餘 E 類需求會轉至 t 班次，加入購買 t 班折扣票的行列，先由限制式(2)-(5)算出 t' 班次轉至 t 班購買的折扣票數量 $X'_{j1t}^E = 27$ 。接著代入限制式(6)-(9)可以求出 t 班次 C、D、E 的購買量，最終折扣票分配如圖所示：

$$X'_{j1t}^E \geq \left(157 - \frac{13}{130}130\right) \left(\frac{30}{130+30}\right) = 27 \quad (2)$$

$$X'_{j1t}^E \geq 0 \quad (3)$$

$$X'_{j1t}^E \leq \left(157 - \frac{13}{130}130\right) \left(\frac{30}{130+30}\right) + M(1 - \varepsilon_{jt'}) = 27 + M(1 - \varepsilon_{jt'}) \quad (4)$$

$$X'_{j1t}^E \leq 0 + M\varepsilon_{jt'} \quad (5)$$

$$X_{j1t}^C = (157 - 27) \frac{30}{130} = 30 \quad (6)$$

$$X_{j1t}^D = (157 - 27) \frac{70}{130} = 70 \quad (7)$$

$$X_{j1t}^E = (157 - 27) \frac{30}{130} = 30 \quad (8)$$

$X_{j1t} = 157$	
t	$X_{j1t}^C = 30$
	$X_{j1t}^D = 70$
	$X_{j1t}^E = 30$
t'	$X_{j1t'}^C = 3$
	$X_{j1t'}^D = 7$
	$X_{j1t'}^E = 3$
$X_{j1t'} = 13$	
$X'_{j1t}^E = 27$	

t' 班次折扣票售完時間

圖 3-4 折扣票分配範例

處理完折扣票的分配，接下來處理一般票的配額，一般票配額首先分配給 D 類剩餘

的需求，根據限制式(9)-(12)可以求得 t 班和 t' 班的 D 類需求購買到的一般票數量分別為 $X_{j2t}^D = 0$ 和 $X_{j2t'}^D = 63$ ：

$$X_{j2t}^D \leq 70 - 70 = 0 \quad (9)$$

$$X_{j2t}^D \leq 84 \quad (10)$$

$$X_{j2t}^D \geq (70 - 70) + M(1 - \theta_{jt}) = 0 + M(1 - \theta_{jt}) \quad (11)$$

$$X_{j2t}^D \geq 84 - M\theta_{jt} \quad (12)$$

$$X_{j2t'}^D \leq 70 - 7 = 63 \quad (9)$$

$$X_{j2t'}^D \leq 81 \quad (10)$$

$$X_{j2t'}^D \geq (70 - 7) + M(1 - \theta_{jt}) = 63 + M(1 - \theta_{jt}) \quad (11)$$

$$X_{j2t'}^D \geq 81 - M\theta_{jt} \quad (12)$$

一般票被 D 類需求買走後，t 班剩餘的一般票配額為 $84-0=84$ ，t' 班剩餘的一般票配額為 $81-63=18$ 。如同分配折扣票的概念，由限制式(13)-(16)可求出兩班次各別 B 類需求的轉班購買量 $X'_{j1t}^B = 22$ 和 $X'_{j1t'}^B = 0$ ：

$$X'_{j2t}^B \geq \left[(84 - 0) - \frac{81-63}{80}80 \right] \left(\frac{40}{80+40} \right) = 22 \quad (13)$$

$$X'_{j2t}^B \geq 0 \quad (14)$$

$$X'_{j2t}^B \leq \left[(84 - 0) - \frac{81-63}{80}80 \right] \left(\frac{40}{80+40} \right) + M(1 - \beta_{jt}) = 22 + M(1 - \beta_{jt}) \quad (15)$$

$$X'_{j2t}^B \leq 0 + M\beta_{jt} \quad (16)$$

$$X'_{j2t'}^B \geq \left[(81 - 63) - \frac{84-0}{80}80 \right] \left(\frac{40}{80+40} \right) = -22 \quad (13)$$

$$X'_{j2t'}^B \geq 0 \quad (14)$$

$$X'_{j2t'}^B \leq \left[(81 - 63) - \frac{84-0}{80}80 \right] \left(\frac{40}{80+40} \right) + M(1 - \beta_{jt}) = -22 + M(1 - \beta_{jt}) \quad (15)$$

$$X'_{j2t'}^B \leq 0 + M\beta_{jt} \quad (16)$$

再依據限制式(17)-(18)得到兩班次各別 A、B 兩類需求的購買量，最終一般票分配如圖所示：

$$X_{j2t}^A = (84 - 0 - 22) \frac{40}{80} = 31 \quad (17)$$

$$X_{j2t}^B = (84 - 0 - 22) \frac{40}{80} = 31 \quad (18)$$

$$X_{j2t'}^A = (81 - 63 - 0) \frac{40}{80} = 9 \quad (17)$$

$$X_{j2t'}^B = (81 - 63 - 0) \frac{40}{80} = 9 \quad (18)$$

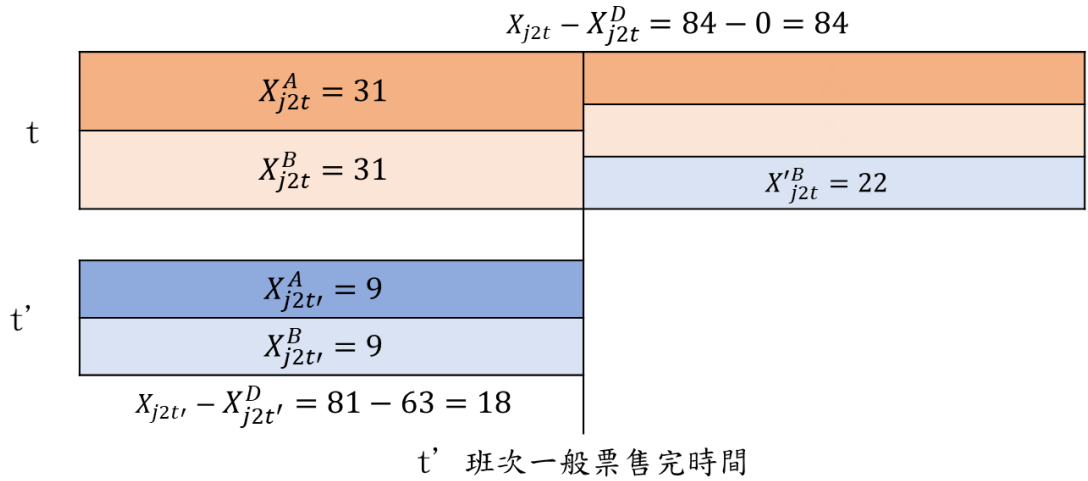


圖 3-5 一般票分配範例

最終就是整合兩班次 A、B、D 類的剩餘需求，根據限制式(19)-(22)得到自由座的購買量：

$$\sum_{t=1}^2 A_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^A + Y_j^A \quad Y_j^A = (40 + 40) - (31 + 9) = 40 \quad (19)$$

$$\sum_{t=1}^2 B_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^B + \sum_{t=1}^2 X_{j2t'}^B + Y_j^B \quad Y_j^B = (40 + 40) - (31 + 9) - 22 = 18 \quad (20)$$

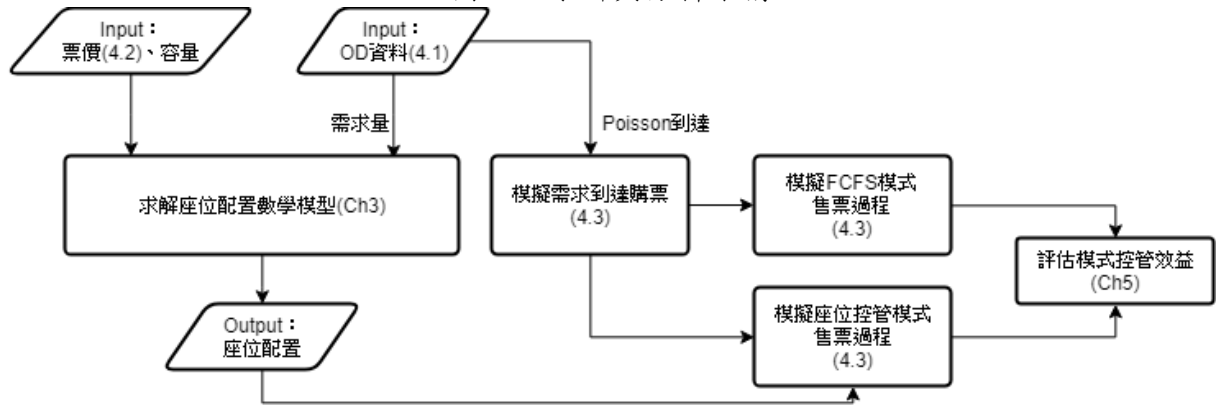
$$\sum_{t=1}^2 D_{jt} = \sum_{t=1}^2 X_{j1t}^D + \sum_{t=1}^2 X_{j2t}^D + Y_j^D \quad Y_j^D = (70 + 70) - (70 + 7) - 63 = 0 \quad (21)$$

$$Y_j = Y_j^A + Y_j^B + Y_j^D \quad Y_j = 40 + 18 + 0 = 58 \quad (22)$$

四、座位配置之模擬驗證設計

在第三章已介紹過本研究的數學模型，得到求解結果後，我們就可以模擬顧客的購票情形，並用第三章所得到的座位配額進行售票控管，第四章將介紹本研究如何模擬顧客到達購票以及控管售票的過程，4.1 小節會先介紹模型輸入的需求是如何產生的，4.2 小節介紹我們怎麼設定票價，4.3 小節介紹如何模擬需求到達和控管售票，在第五章會以數據分析以本研究數學模型進行售票控管所帶來的效益。整體求解架構如圖 4-1 所示。

圖 4-1 求解與分析架構



4.1.需求假設

本研究參考邱浩瑄 (2016)中使用的方法，來假設模型中要輸入的需求，並以台灣高鐵的南下八個站點做為起迄對的範例，八站點分別為台北、板橋、桃園、新竹、台中、嘉義、台南、左營等八站。首先根據過往文獻推估得台北-左營、台北-台中、台中-左營三個起迄對折扣票佔總需求的比例。其它起迄對依據是否橫跨台中站分為長、短旅次，若橫跨了台中站，則視其為長程旅次，折扣票比例假設和台北-左營相同；若無橫跨台中站，則視其為短程旅次，再依該起迄對是否包含了台北站做分配，若為短程旅次又包含了台北站，則折扣票比例假設和台北-台中相同，若為短程旅次且不包含台北站，則折扣票比例和台中-左營相同。

例如新竹-嘉義起迄對，橫跨了台中站，假設其折扣票比例和台北-左營相同；台北-台中起迄對，無橫跨台中站且包含台北站，假設其折扣票比例和台北-台中相同；板橋-台中、台中-左營起迄對，兩者皆無橫跨台中站且不包含台北站，假設兩者折扣票比例和台中-左營相同。

嘗試折扣票和一般票需求無文獻可參考，因此本研究假定兩者比例各為一半。而對於嘗試轉班需求以及不轉班需求我們設計了不同的比例(1:9、3:7、5:5、7:3、9:1)，來觀察此模型在不同情境下所帶來的效益。各起迄對的比例則是參考黃曼晴 (2012)的研究中所引用的資料，如表 4-1 所示。表 4-2 則顯示嘗試轉班和不轉班比例 5:5 情況下，所得到的各起迄對五種需求比例。

表 4-1 起迄對需求比例

	台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
台北	0	0.0010	0.0253	0.0598	0.1679	0.0489	0.0599	0.2011
板橋		0	0.0063	0.0143	0.0392	0.0216	0.0123	0.0411
桃園			0	0.0084	0.0331	0.0121	0.0155	0.0412
新竹				0	0.0146	0.0097	0.0102	0.0335
台中					0	0.0099	0.0140	0.0686
嘉義						0	0.0023	0.0140
台南							0	0.0142
左營								0

表 4-2 28 起迄對五種需求比例

起迄	不轉班 一般票需求	嘗試轉班 一般票需求	不轉班 折扣票需求	嘗試折扣票 需求	嘗試轉班 折扣票需求
台北-板橋	0.2260	0.2260	0.0480	0.4520	0.0480
台北-桃園	0.2260	0.2260	0.0480	0.4520	0.0480
台北-新竹	0.2260	0.2260	0.0480	0.4520	0.0480
台北-台中	0.2260	0.2260	0.0480	0.4520	0.0480
台北-嘉義	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
台北-台南	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
台北-左營	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
板橋-桃園	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
板橋-新竹	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
板橋-台中	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
板橋-嘉義	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
板橋-台南	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
板橋-左營	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
桃園-新竹	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
桃園-台中	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
桃園-嘉義	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
桃園-台南	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
桃園-左營	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
新竹-台中	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
新竹-嘉義	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
新竹-台南	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
新竹-左營	0.1866	0.1866	0.1268	0.3732	0.1268
台中-嘉義	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
台中-台南	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
台中-左營	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
嘉義-台南	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
嘉義-左營	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639
台南-左營	0.2180	0.2180	0.0639	0.4361	0.0639

4.2.票價設定

折扣票、一般票、自由座的票價參考自台灣高鐵官網，其中台灣高鐵提供不同的折扣幅度，這邊取一般票的 7 折做為本研究所使用的折扣票價。此外參考王劭璋、黃寬丞 (2011) 的研究，納入了服務每位乘客的成本，如印製票券等成本。我們假設該服務乘客的成本為 5 元，將每個起迄對的票價再扣除該成本，便得到本研究所使用的票價，如表 4-3 所示。

表 4-3 本研究所使用之票價

		一般票(折扣票)							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
自由座	台北		35 (23)	155 (107)	285 (198)	695 (485)	1075 (751)	1345 (940)	1485 (1038)
	板橋	30		125 (86)	255 (177)	665 (464)	1045 (730)	1315 (919)	1455 (1017)
	桃園	150	120		125 (86)	535 (373)	915 (639)	1185 (828)	1325 (926)
	新竹	275	245	120		405 (282)	785 (248)	1055 (737)	1195 (835)
	台中	670	640	515	390		375 (261)	645 (450)	785 (548)
	嘉義	1040	1010	885	760	360		275 (191)	405 (282)
	台南	1300	1275	1145	1020	625	265		135 (93)
	左營	1440	1410	1285	1155	760	390	130	

4.3.需求到達與售票模擬

為了評估座位控管所帶來的效益，在以第三章模型求得各票種、各區間的售票限式後，接著以需求資料模擬乘客到達購票的情形，並依據模式所求得之售票限制進行售票控管。售票分為兩階段進行，第一階段為發車前 28 日(含)至發車前 5 日(含)，共 24 天的售票期間；第二階段為發車前 4 日(含)至發車當日，共 4 天的售票期間。第一階段販售折扣票和一般票，第二階段則不販售折扣票。

本研究假設到達的顧客服從 Poisson 分配，亦即需求之間的到達時間會呈現指數分配。將兩個階段各別的總售票時間除以前面小節得到的兩階段各自的總需求量，可以得到兩階段各自的平均到達時間 β (分鐘/人)。如表 4-4 所示，以兩班次需求量皆為 2000 為例，第一階段只會有 C、D、E 三類需求到達購票，總需求為 2368 人，總購票期間為 34560 分鐘，由此可得第一階段平均到達時間 $34560/2368 \approx 14.6$ (分鐘/人)；第二階段只會有 A、B 兩類需求到達購票，總需求為 1632 人，總共票期間為 5760 分鐘，得到第二階段平均到達時間為 $5760/1632 \approx 3.5$ (分鐘/人)。

表 4-4 兩售票階段之平均到達時間 β

	到達期間	時間	需求量	β
一班票不轉班需求(A)	前 4 日-當日	5760 分鐘	1632	3.5 分鐘/人
一般票嘗試轉班需求(B)				
折扣票不轉班需求(C)	前 28 日-前 5 日	34560 分鐘	2368	14.6 分鐘/人
嘗試折扣票需求(D)				
折扣票嘗試轉班需求(E)				

接著以指數分配隨機產生每個旅客到達購票的時間，到達時間依式(29)所示，第 i 個顧客的到達時間點為前一個顧客到達時間點，加上從指數分配中隨機取得之時間間隔，其中 $-\beta \cdot \ln U$ 是指數分配累積機率之反函數。

$$t_i = t_{i-1} + (-\beta \cdot \ln U) \quad (29)$$

t_i : 第 i 個顧客到達購票的時間。
 β : 該售票階段的平均到達時間。
 U : 從[0,1)均勻分配取出之亂數。

最後再依比例決定該顧客屬於哪類需求、哪個起迄對、首選哪個班次的機率。以兩班次需求皆為 2000 為例，依據表 4-4，C、D、E 總需求為 2368 人，而 4-1 節假設出 t1 班次台北桃園的 A 類需求為 11.4356，除以 2368，比例約為 0.48%；t1 班次台北新竹的 A 類需求則為 75.8908，除以 2368，比例約為 3.2%。因此在本研究的模擬中，每個顧客會有 0.48% 的機率被指派為 t1 班次台北桃園的 A 類需求，3.2% 的機率被指派為 t1 班次台北新竹的 A 類需求，其他以此類推得到 28(起迄對)×3(類需求)×2(班次)=168 個比例；第二階段的售票也是相同方式處理，得到 28(起迄對)×2(類需求)×2(班次)=112 個比例。

在模擬出顧客到達購票的情形後，便可以進行售票的模擬，並求出收益。本研究分別使用了 FCFS(First-Come, First-Serve，先到先服務)，以及座位控管兩種方式進行售票模擬。在 FCFS 模式下，只要還有剩餘的座位，就不會拒絕顧客的購票；在座位控管的模式下，顧客到達時程式先判斷其起迄對、需求種類、偏好班次，若該顧客首選偏好的票還有剩餘配額，則購票成功，若無剩餘配額，則檢查次選偏好是否有剩餘配額，直至該顧客無偏好的票種，就流失該顧客的需求。

本研究先使用最佳化軟體 Gurobi 求解售票限制，數學模型共有 1008 個連續變數以及 168 個二元變數，求解時間皆在一秒鐘以內。接著使用 C 語言撰寫模擬乘客到達和售票的程式，圖 4-2 顯示座位控管下的售票流程圖、圖 4-3 顯示 FCFS 模式下的售票流程圖。

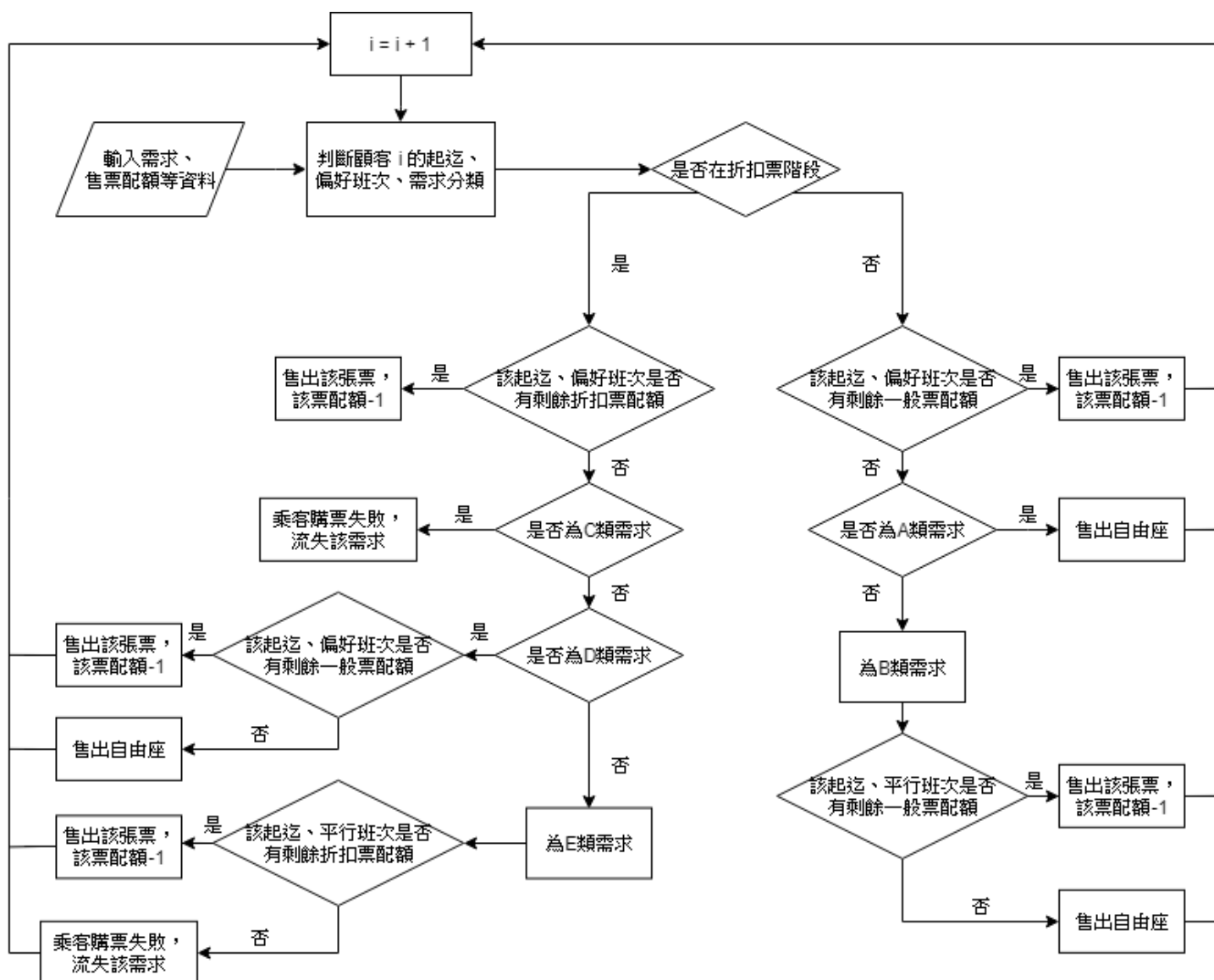


圖 4-2 座位控管售票流程圖

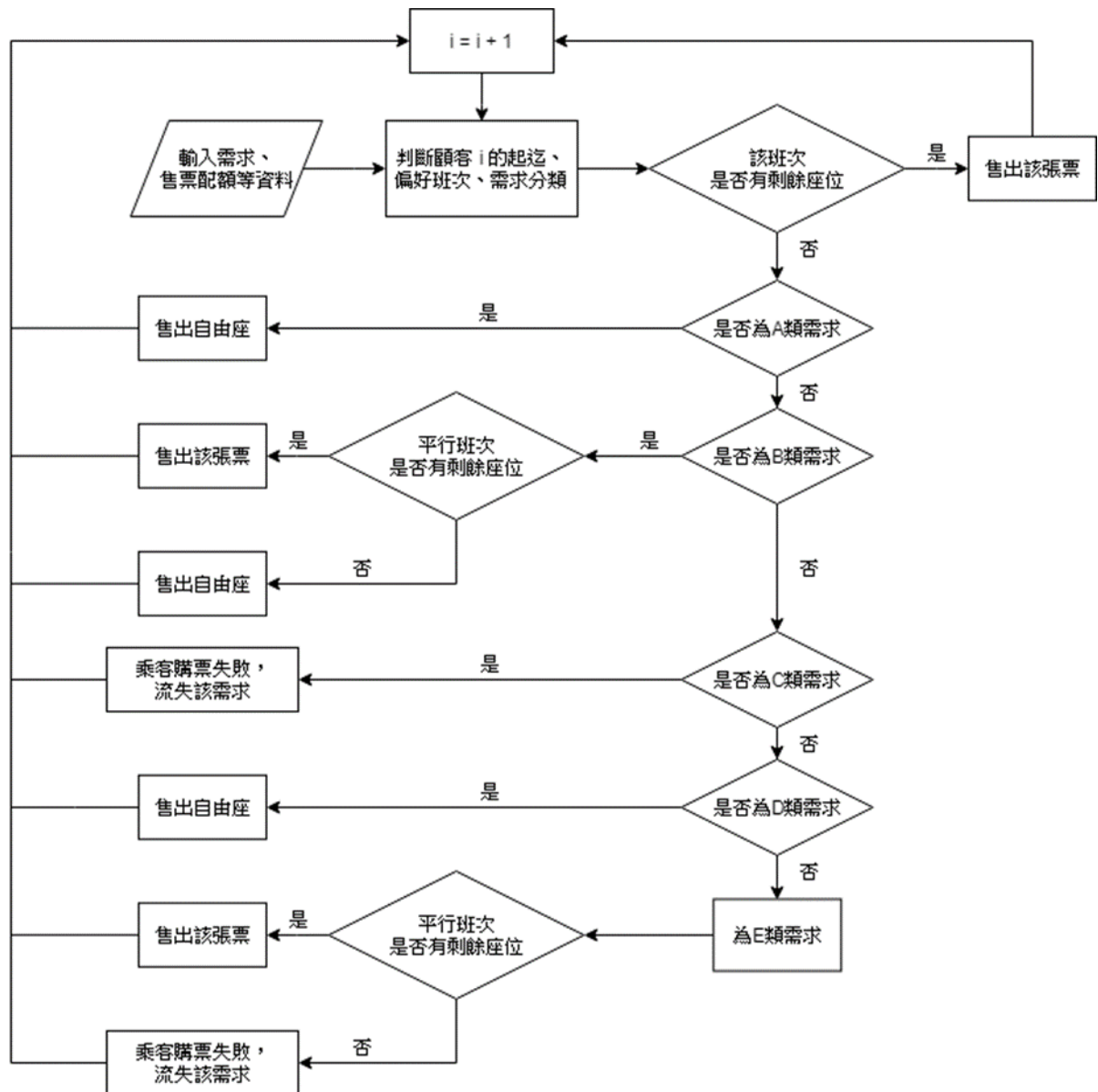


圖 4-3 FCFS 售票流程圖

五、數值測試與情境分析

5.1.基本情境求解分析

將需求量、票價、容量等已知的參數輸入第三章所建構的模型後，可以求解出 2 個班次 $\times$ 2 種票(折扣票、一般票) $\times$ 28 個起迄對，共 112 個售票限制。本小節以兩班次需求量 2000-2000 和 2250-1750 兩個基本情境做分析。表 5-1 顯示在兩班車次的總需求殘皆為 2000 人的情境下，利用本研究的數學模型所求解出的售票限制；表 5-2 顯示在兩班列車總需求量分別為 2250 人、1750 人的情境下，所求解出的售票限制。

表 5-3、表 5-4 為邱浩瑄 (2016)的研究中，沒有納入自由座因素的數學模型，所求解出來的 112 個售票限制。在需求量 2000-2000 的情境，未考慮自由座因素的數學模型求得的售票限制中，折扣票共分得 202 個座位、一般票共分得 2576 個座位；而本研究的模型所求得的售票限制，折扣票和一般票分別為 785、1987 個座位。另外，在需求量 2250-1750 的情境中，未考慮自由座因素所求得的售票限制，折扣票為 207 個座位、一般票為 2579 個座位；本研究模式所求得的售票限制，折扣票和一般票分別為 962、1817 個座位。

由上述求解結果可以發現，未考慮自由座的模式所得到的座位配置會將座位分配較多給一般座，以盡量掌握到較有價值的一般座需求；然而本研究的模式在納入自由座因素後，反而是分配給折扣票的座位增加，且分配給一般票的座位減少了。其原因在於增加折扣票配額，可以把握到原本流失的 C、E 兩類扣折票需求，此兩類需求只願意購買折扣票。反之由於 A、B 兩類需求在買不到一般票後，仍然會去購買自由座車票，因此既使減少一般票配額也不會流失 A、B 兩類的乘客。如此雖然兩模式的總配額差不多，但本模式所產生之配額能服務到較多旅客，也因此帶來較高的收益。

表 5-1 兩班次需求量分別為 2000-2000 之售票限制

需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	46	88	43	0	45	300
	板橋	0		11	31	85	0	9	61
	桃園	0	0		0	0	0	29	31
	新竹	0	0	0		32	0	8	50
	台中	0	0	0	0		16	24	120
	嘉義	74	33	0	15	0		2	12
	台南	90	19	0	15	0	3		25
	左營	0	0	62	0	0	18	0	
需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	46	88	152	0	89	150
	板橋	0		11	12	0	0	9	31
	桃園	0	0		0	0	0	0	62
	新竹	0	0	0		10	0	15	25
	台中	0	0	0	0		18	24	120
	嘉義	0	0	18	0	0		4	24
	台南	0	0	23	0	0	0		25
	左營	303	62	0	50	0	0	0	

表 5-2 兩班次需求量分別為 2250-1750 之售票限制

需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	51	61	185	5	120	362
	板橋	0		12	16	0	43	25	69
	桃園	0	0		0	0	0	31	83
	新竹	0	0	0		0	0	20	56
	台中	0	0	0	0		23	27	135
	嘉義	0	0	0	0	0		5	27
	台南	0	0	0	0	0	0		28
	左營	0	0	0	0	0	0	0	
需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	40	96	69	0	0	83
	板橋	0		5	0	0	0	0	27
	桃園	0	7		0	0	0	0	0
	新竹	0	16	0		0	0	0	22
	台中	0	44	37	17		0	11	52
	嘉義	68	30	17	13	11		2	11
	台南	83	17	21	14	16	3		11
	左營	278	57	57	46	78	16	16	

表 5-3 不考慮自由座，兩班次需求量分別為 2000-2000 之售票限制

需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	46	113	210	73	89	300
	板橋	0		11	0	0	32	18	61
	桃園	0	0		0	0	18	23	62
	新竹	0	0	0		0	14	8	25
	台中	0	0	0	0		9	12	60
	嘉義	0	0	0	0	12		2	12
	台南	0	0	0	15	18	3		25
	左營	0	0	0	50	86	18	0	
需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	46	80	243	73	89	300
	板橋	0		11	0	0	32	18	61
	桃園	0	0		0	0	18	23	62
	新竹	0	0	0		0	14	15	50
	台中	0	0	0	0		17	24	120
	嘉義	0	0	0	0	0		4	24
	台南	0	0	0	0	0	0		25
	左營	0	0	0	0	0	0	0	

表 5-4 不考慮自由座，兩班次需求量分別為 2250-1750 之售票限制

需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	51	90	177	82	101	338
	板橋	0		12	0	0	18	21	69
	桃園	0	0		0	0	10	26	69
	新竹	0	0	0		0	16	17	56
	台中	0	0	0	0		15	27	135
	嘉義	0	0	0	0	0		5	27
	台南	0	0	0	0	0	0		28
	左營	0	0	0	0	0	0	0	
需求 2000		一般票							
		台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
折扣票	台北		2	40	102	292	64	78	263
	板橋	0		5	0	0	37	16	54
	桃園	0	7		0	0	21	20	54
	新竹	0	0	0		0	13	7	22
	台中	0	0	0	0		10	11	52
	嘉義	0	0	0	0	11		2	11
	台南	0	0	0	14	16	3		11
	左營	0	0	0	46	78	16	16	

在本章除了和 FCFS 控管模式所得到的收益相比較外，本章也將與以邱浩瑄 (2016) 未考慮自由座得到的售票限制做售票控管所得到的收益做比較。兩者售票控管流程皆相同，因此兩者的一般票在首選偏好和次選偏好的票買不到時，都會去買自由座。差別在於前者控管售票時，使用的是本研究考慮了自由座的數學模型所產生的售票限制；後者在控管售票時，使用的是邱浩瑄 (2016) 未考慮自由座的數學模型所產生的售票限制。

先將需求量 2000-2000 和 2250-1750 兩種情境以三種模式各模擬售票情形 100 次後，將 100 次模擬所得到的收益平均，可發現在兩種情境下以圖 4-2 的流程進行售票控管，本研究有考慮自由座的售票限制，得到的收益均會最高；而未考慮自由座的售票限制，收益會最低；以 FCFS 控管模式得到的收益則居中，如表 5-5 所示。經過成對母體的平均數差異 t 檢定，本研究模式的收益對 FCFS 的收益或是未考慮自由座的收益均有顯著的優勢。

表 5-5 三種控管模式收益結果

需求量 2000-2000	考慮自由座	未考慮自由座	FCFS
1	3126999	2928228	3026301
2	3156517	2967925	3036985
3	3135253	2968405	3036244
4	3159139	2982457	3065485
5	3090266	2926479	3004722
⋮	⋮	⋮	⋮
100	3026047	3117682	2914758
平均收益	3133750.94	2961116.27	3039856.29
需求量 2250-1750	考慮自由座	未考慮自由座	FCFS
1	3142813	2936560	3029098
2	3136578	2977189	3039270
3	3171245	2968698	3042412
4	3178361	2992801	3065156
5	3098780	2926808	3009298
⋮	⋮	⋮	⋮
100	3024560	3102181	2906295
平均收益	3140788.72	2962474.06	3042904.34

將表 5-5，100 次模擬得到的平均收益除以這 100 次平均所服務的乘客數，可以得到本模式平均能從每個乘客中賺到八百多元，和第一章圖 1-2 比較，可發現使用本模式求解出的售票限制進行售票控管，確實能提升鐵路客運的收益。

5.2.兩班次不同需求差距之分析

本節設計了從兩班次不同需求差距的情境，分別是兩班次需求量 2000-2000、2050-1950、2150-1850、2250-1750 四個情境，需求差距分別為 0、100、300、500。由圖 5-1 可以發現隨著兩班次的需求差距變大，以本模式控管售票下的收入也有成長。而圖 5-2 則顯示了以本模式控管售票得到的收入，對於 FCFS 控管售票得到的收入改善的百分比，可發現隨著需求差距變大，本模式控管的效果也越佳。

另外在圖 5-3，方點線代表較高需求量的班次(2000、2050、2150、2250)，圓點線代表較低需求量的班次(2000、1950、1850、1750)；而橘線為折扣票、綠線為一般票，三角點藍線為自由座。橫軸由左至右表示兩班次需求差距由小至大，縱軸為以本研究模型控管售票 10 次後，各班次、各票種的平均售出額。

隨著兩班次需求差距變大，高需求量的班次售出折扣票會減少，一般票會增加；反之低需求量的班次是折扣票增加了，一般票減少；自由座售出量則走勢平穩，不因需求差距增加而有明顯變化。原因在於隨著需求差距增加，兩班次間座位配置的差異也隨之變大，高需求量的班次增加一般座配額，以滿足會願意從折扣票改買一般票的 D 類需求；低需求量的班次增加折扣票配額，以滿足願意轉班購票的 E 類需求。

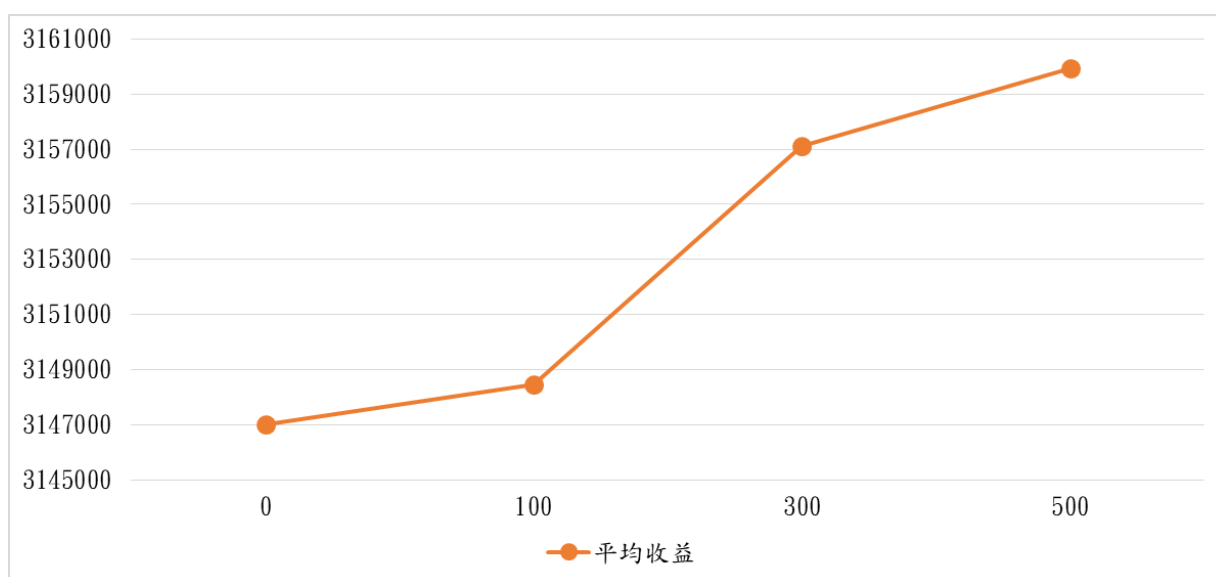


圖 5-1 考量自由座模式於不同兩班次需求差距下的平均收益

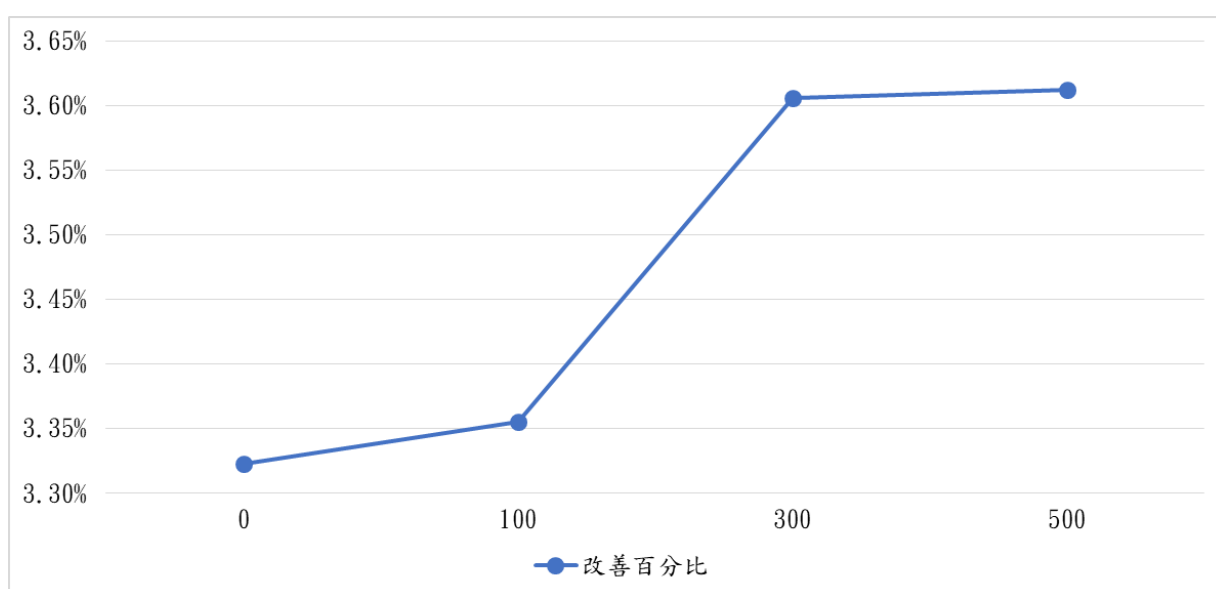


圖 5-2 考量自由座模式對 FCFS 模式改善的百分比

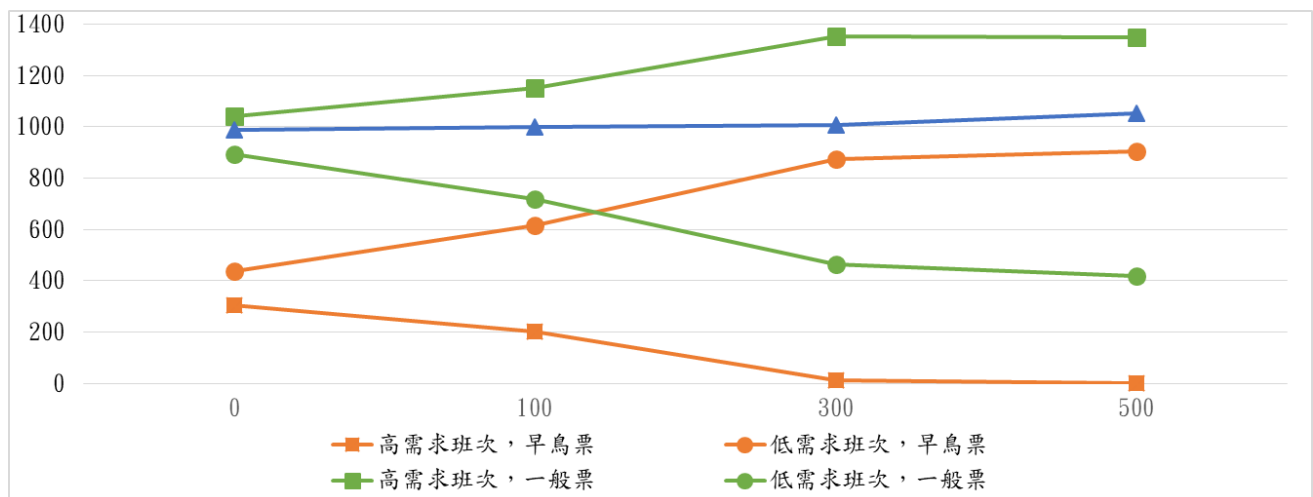


圖 5-3 兩班次在不同需求差距下各票種平均售出量

5.3.總需求量不同之分析

本小節在兩班次需求無差距的前提下，設計了三種不同總需求量的情境，分別是低需求量的 1750-1750 情境、中需求量的 2000-2000 情境、高需求量的 2250-2250 情境，三種情境總需求量分別為 3500、4000、4500。此外，本研究還設計了不同的轉換班次比例，將不願轉班對上願意轉班的需求比例分為 9：1、7：3、5：5、3：7、1：9 五總情境，搭配前面三種不同總需求量，共 15 種情境做分析。

圖 5-4 橫軸由左至右為願意轉換班次的比例從低到高，縱軸為本研究模型在三種不同總需求量的情境下，模擬售票 10 次後的收益平均。可以發現總需求量越高，收益也會越高；另外，隨著願意轉換班次的比例增加，不論是低、中、高需求量的收益，皆有上升的趨勢。

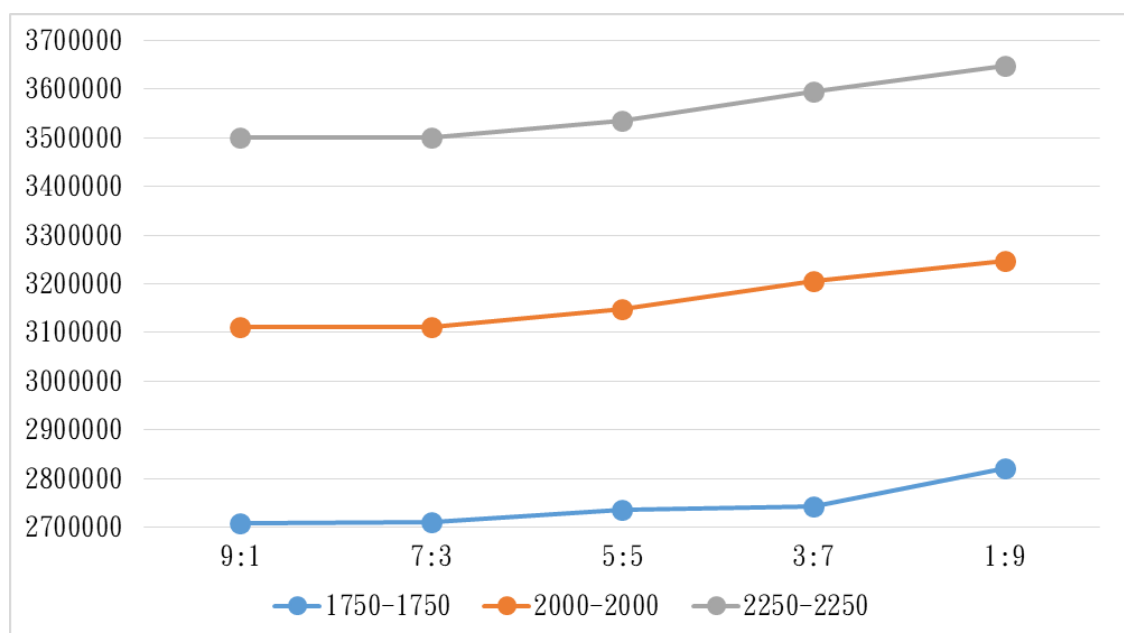


圖 5-4 考量自由座模式於不同總需求量下的平均收益

六、結論與建議

6.1. 結論

鐵路在台灣歷史悠久，這段時間鐵路運輸一直是台灣最重要的交通運輸工具之一。隨著時間推移，鐵路運輸的速度、容量皆有很大的提升，然而鐵路管理方面的研究卻不太受重視。相較公路運輸、航空運輸，在台灣針對鐵路的研究相對要少上許多，在資訊流通的時代，鐵路運輸的營運若無更多的人力投入研究，勢必會在其他運輸工具的夾殺下逐漸凋零，成為老舊時代的代名詞。

相較於空運一班飛機只服務一個起迄對，鐵路運輸一班列車要同時滿足多個起迄對的需求。此外為了滿足時間敏感度的顧客，鐵路也在同一天開出許多不同時間的平行班次；此外也提供了折扣票，以吸引願意提早購票的旅客。自由座也是鐵路客運的另一特點，鐵路有專用路權，在行駛中較航空與公路客運平穩，也不容易顛簸，因此能利用販售非對號座位的方式利用空間也提升載客數。

本研究發展一規劃鐵路各起迄對、票種販售限制的數學模型。本研究的模型考量了鐵路多重起迄區對共用同一系統容量的特性，以及旅客在平行班次間的選擇行為，此外本研究也納入了自由座的因素，將其可任一選擇班次的特性考量進模型中，使本研究更貼近真實情境。

經過模擬售票過程的實驗可以發現，根據本模型所產生之配票額控管售票後得到的收益，比起無限制的售票方式有顯著的提升。另外隨著願意轉換班次的乘客比例增加，本模型控管下的售票收益也會隨之增加。

6.2. 建議

針對本研究有以下兩點建議：

1. 更貼近現實的顧客選擇行為。本研究顧客選擇行為係依據文獻和現實狀況做推估，若將來有針對鐵路旅客選擇票種和班次的研究，俾能使本研究更貼近現實。
2. 更精確的需求量估計。本研究對各起迄間、各種類的需求量皆為依據過去文獻數據及假設而得，若能取得真實需求資料或是有更精確的需求假設，將能使本模型的效益更高。

參考文獻

- Armstrong, A., & Meissner, J. (2010). Railway revenue management: overview and models. Working Paper. The Department of Management Science, Lancaster University.
- Ciancimino, A., Inzerillo, G., Lucidi, S., & Palagi, L. (1999). A Mathematical Programming Approach for the Solution of the Railway Yield Management Problem. *Transportation Science*, 33(2), 168-181.
- Cheng, Y. H. (2010). High-speed rail in Taiwan: New experience and issues for future development. *Transport Policy*, 17(2), 51-63.
- Chen, S., Gallego, G., Li, M. Z. F., & Lin, B. (2010). Optimal seat allocation for two-flight problems with a flexible demand segment. *European Journal of Operational Research*, 201(3), 897-908.
- Cirillo, C., Hetrakul, P., & Toobaie, S. (2011). Discrete choice model for Amtrak Acela Express revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 10(6), 492-513.
- Dai, J., Ding, W., Kleywegt, A. J., Wang, X., & Zhang, Yi. (2014). Choice Based Revenue Management for Parallel Flights. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2404193
- Gallego, G., & Phillips, R. (2004). Revenue Management of Flexible Products. *Manufacturing & Service Operations Management*, 6(4), 321-337.
- Sibdari, S., Lin, K. Y., & Chellappan, S. (2008). Multiproduct revenue management: An empirical study of Auto Train at Amtrak. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 7(2), 172-184.
- Weatherford, L. R., & Bodily S. E. (1992). A Taxonomy and Research Overview of Perishable-Asset Revenue Management: Yield Management, Overbooking, and Pricing. *Operations Research*, 40(5), 831-844.
- Xiao, Y. B., Chen, J., & Liu, X. L. (2008). Joint Dynamic Pricing for Two Parallel Flights based on Passenger Choice Behavior. *System Engineering-Theory & Practice*, 28(1), 46-55.
- Zhang, D., & Cooper, L. (2005). Revenue Management for Parallel Flights with Customer-Choice Behavior. *Operations Research*, 53(3), 415-431.
- 王劭暉、黃寬丞 (2011)。考量預購折扣之鐵路營收管理模式。中華民國運輸學會 100 年會暨學術論文國際研討會，新竹。
- 邱浩瑄 (2016)。考量預售折扣之鐵路客運平行班次座位配置模式。國立交通大學運輸與物流管理學系碩士論文，未出版，新竹市。
- 黃曼晴 (2012)。探討具異質性高鐵旅客之超額訂位策略。國立成功大學交通管理科學研究所碩士論文，未出版，台南。

簡歷



姓名：許祥哲
電子信箱：sagwow@gmail.com
學歷：國立成功大學交通管理科學系學士
國立交通大學運輸與物流管理學系碩士