

國 立 交 通 大 學  
運 輸 與 物 流 管 理 學 系

碩 士 論 文

求解單一供應商多購買商供應鏈中寄售與供應商  
管理庫存新模型之最佳搜尋演算法

A Search Algorithm for Solving New Models of  
Consignment and Vendor Management Inventory in  
Single-Vendor Multiple Buyers Supply Chains

研 究 生：林美好

指 導 教 授：姚銘忠 教授

中 華 民 國 一 〇 七 年 七 月

求解單一供應商多購買商供應鏈中寄售與供應商  
管理庫存新模型之最佳搜尋演算法

A Search Algorithm for Solving New Models of  
Consignment and Vendor Management Inventory  
in Single-Vendor Multiple Buyers Supply Chains

研究生：林美好

Student：Mei-Yu Lin

指導教授：姚銘忠

Advisor：Ming-Jong Yao

國立交通大學  
運輸與物流管理學系  
碩士論文

A Thesis  
Submitted to Department of Transportation and Logistics Management  
College of Management  
National Chiao Tung University  
in partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in

Logistics Management

July 2018

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國一〇七年七月

# 求解單一供應商多購買商供應鏈中寄售與供應商管理庫存新模型之最佳搜尋演算法

學生：林美好

指導教授：姚銘忠 教授

國立交通大學運輸與物流管理學系碩士班

## 摘要

本研究分別在一般整數策略與二冪策略下，為單一供應商多購買商的供應鏈建構寄售與供應商管理庫存策略新的數學模式。我們的新數學模式乃協助供應商在有限產能的考量下，尋找對於所有購買商最佳的補貨週期與排程，以最小化平均總成本，包括整備成本、訂購成本與持有成本。本研究對於我們的數學模式進行完整的理論分析，再依其理論性質對於在一般整數策略與二冪策略下，分別提出最佳解搜尋演算法。藉由數據測試顯示本研究之演算法可以有效率地進行求解最佳解，而且本研究的新數學模式可以獲得比文獻研究更好的寄售與供應商管理庫存策略。我們的敏感度分析也提供決策者運用寄售與供應商管理庫存策略的管理與策略性的意涵。

關鍵字：寄售與供應商管理庫存、搜尋演算法、一般整數策略、二冪策略

# A Search Algorithm for Solving New Models of Consignment and Vendor Management Inventory in Single-Vendor Multiple Buyers Supply Chains

Student: Mei-Yu Lin

Advisor: Ming-Jong Yao

Department of Transportation and Logistics Management

National Chiao Tung University

## **Abstract**

We formulate new models that implement vendor-managed inventory (VMI) and consignment (CS) policies for single-vendor and multiple buyers supply chains under both power-of-two (PoT) and general-integer (GI) policies in this study. Considering the vendor has limited production capacity, our new models aims to find the optimal cycles and schedules for the vendor to replenish all the buyers so as to minimize the average total costs that includes setup cost, ordering cost and holding cost. We conduct thorough theoretical analysis on our mathematical models and propose the search algorithms for solving the optimal solutions for our models under PoT and GI policies based on our theoretical results. Our numerical experiments demonstrate that our proposed search algorithms are effective for solving the optimal solutions, and the proposed models could obtain VMI&CS policies better than previous studies in the literature. Our sensitivity analysis also provides managerial and strategic insights for the decision maker utilizing VMI&CS policies.

Keywords: Vendor-managed inventory, consignment, search algorithm, general-integer policy, power-of-two policy

## 誌謝

時光飛逝，一轉眼兩年就過去了，經過無數個晝夜的努力，終於完成這篇論文，為18年的學生生涯畫下一個圓滿的句點，這一路真的很感謝家人們的支持、老師的教導，以及同學們的互相鼓勵。

感謝父母總是全力支持我的任何決定，做我精神上與經濟上最強力的後盾。感謝我的指導教授姚銘忠老師，在百忙之中抽出許多時間與我討論研究中遇到的問題，指引我研究的方向，除了學業以外，姚老師也給予我很多做人與做事上的建言，讓我受益良多，還要感謝兩位口試委員洪一薰老師與陳文智老師，在口試時給予許多的指教，讓我看到做研究過程中的一些盲點。

感謝運管所05級的同學們，能遇到這群一樣愛玩又能一起學習的朋友真的很幸運，不管是兩次大旅行，還是一起在系館熬夜崩潰的日子都讓人無限懷念，為我的研究生涯增添許多美好的回憶。特別感謝宇晴，沒有你就不會有在交大念研究所的我，從大學到研究所的六年間，不只一起分享了許多生活中的趣事，也當我煩惱時的樹洞。感謝 Yao Lab 的仲柏、宗桓和慶慧，碩二在新竹醒著的日子幾乎都在研究是渡過，每天不管待到多晚都會有人一起陪伴，在研究中遇到問題都幫著我一起解決，因此研究室就像是新竹的第二個家一樣，也很感謝研究室的學長姐侑進、孟嫻、庭好，以及學弟妹柏彥、國隆、妘如，不管是研究室生活或是每次的聚餐，都帶來許多歡樂的回憶。

最後，感謝所有在撰寫論文路上幫助我的人們，沒有你們就沒辦法完成這篇論文，謹將這篇論文獻給我的家人、老師、同學及朋友。

林美好 謹誌

2018年8月

# 目錄

中文摘要.....	I
英文摘要.....	II
誌謝.....	III
目錄.....	IV
表目錄.....	VI
圖目錄.....	VII
一、緒論.....	1
1.1 研究背景.....	1
1.2 研究動機與目的.....	2
1.3 研究與章節架構.....	3
二、文獻回顧.....	6
2.1 供應商管理庫存.....	6
2.2 寄售庫存.....	8
2.3 寄售與供應商管理庫存.....	9
2.3.1 單一供應商單一購買商.....	9
2.3.2 單一供應商多購買商.....	10
2.4 小結.....	13
三、決策情境與數學模式.....	15
3.1 決策情境描述.....	15
3.2 數學模式符號定義.....	17
3.3 寄售與供應商管理庫存的成本函數.....	18
3.4 一般整數策略下的數學模型.....	20
3.5 二冪策略下的數學模型.....	24
四、求解演算法.....	26

4.1 一般整數策略下的求解演算法.....	26
4.1.1 單一購買商的最佳成本函數理論分析.....	26
4.1.2 多購買商的最佳成本函數理論分析.....	31
4.1.3 全域最佳解的搜尋演算法.....	32
4.1.4 最佳的可行補貨排程.....	40
4.2 二冪策略下的求解演算法.....	57
4.2.1 單一購買商的最佳成本函數理論分析.....	57
4.2.2 多購買商的最佳成本函數理論分析.....	61
4.2.3 全域最佳解的搜尋演算法.....	62
五、數據實驗.....	65
5.1 範例測試.....	65
5.1.1 一般整數策略下的範例測試.....	65
5.1.2 二冪策略下的範例測試.....	68
5.2 敏感度分析.....	71
5.2.1 需求變異.....	71
5.2.2 稼動率 $D/P$ .....	74
5.2.3 訂購成本比率 $A_{vs}/A_b$ .....	77
5.2.4 持有成本比率 $h_v/h_b$ .....	80
5.3 隨機數據測試.....	83
六、結論與建議.....	85
6.1 結論.....	85
6.2 研究建議.....	86
七、參考文獻.....	87

## 表目錄

表 2.1 單一供應商多採購商的 VMI&CS 文獻比較 .....	13
表 3.1 決策者和成本份額在 VMI、CS、VMI&CS 和集權式情境下的比較 .....	15
表 3.2 不同情境下的訂購和持有成本組成 .....	16
表 3.3 購買商 $i$ 補貨週期乘數 $ki$ 與 $wilj$ 之關係 .....	21
表 3.4 購買商 1 的生產排程 .....	21
表 3.5 購買商 1、2、3 的補貨週期 .....	24
表 3.6 購買商 1 的生產排程 .....	25
表 5.1 Lee & Yao (2003)的範例參數值 .....	65
表 5.2 本研究的參數值 .....	65
表 5.3 不同需求變異數下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表 .....	72
表 5.4 不同需求變異數下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表 .....	73
表 5.5 不同稼動率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表 .....	75
表 5.6 不同稼動率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表 .....	76
表 5.7 不同訂購成本比率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表 .....	78
表 5.8 不同訂購成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表 .....	79
表 5.9 不同持有成本比率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表 .....	80
表 5.10 不同持有成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表 .....	82
表 5.11 購買商數量與平均運算時間及較 Ben-daya, et al (2013)成本節省比例之對照表 .....	83

## 圖目錄

圖 1.1 研究流程圖 .....	5
圖 3.1 供應商與購買商的存貨水準 .....	18
圖 3.2 供應商生產給購買商 1 和購買商 2 的計畫排程 .....	23
圖 4.1 VMI&CS 情境中，購買商 <i>i</i> 在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本 .....	27
圖 4.2 VMI&CS 情境中，購買商 <i>i</i> 在不同 <i>b</i> 值下對應最好 <i>ki</i> 值時的個別平均成本 ..	27
圖 4.3 集權式情境中，購買商 <i>i</i> 在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本 .....	28
圖 4.4 集權式情境中，購買商 <i>i</i> 在不同 <i>b</i> 值下對應最好 <i>ki</i> 值時的個別平均成本 .....	28
圖 4.5 全域最佳解搜尋演算法的流程圖 .....	39
圖 4.6 初始排程程序的流程圖 .....	43
圖 4.7 The Smooth-out routine 的流程圖 .....	45
圖 4.8 Pair-exchange routine 的流程圖 .....	47
圖 4.9 Two-to-one exchange routine 的流程圖 .....	49
圖 4.10 排程表最佳化程序的流程圖 .....	52
圖 4.11 產生最佳可行排程表啟發式演算法的流程圖 .....	56
圖 4.12 VMI&CS 情境中，購買商 <i>i</i> 在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本 .....	58
圖 4.13 VMI&CS 情境中，購買商 <i>i</i> 在不同 <i>b</i> 值下對應最好 <i>ki</i> 值時的個別平均成本 ..	58
圖 4.14 集權式情境中，購買商 <i>i</i> 在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本 .....	59
圖 4.15 集權式情境中，購買商 <i>i</i> 在不同 <i>b</i> 值下對應最好 <i>ki</i> 值時的個別平均成本 ..	59
圖 5.1 購買商需求變異數與平均總成本之關係圖 .....	72
圖 5.2 購買商需求變異數與成本節省之關係圖 .....	73
圖 5.3 購買商需求變異數與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖 .....	74
圖 5.4 稼動率與平均總成本之關係圖 .....	75
圖 5.5 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比時，稼動率與成本節省之關係圖 ..	76
圖 5.6 稼動率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖 .....	77

圖 5.7 訂購成本比率與平均總成本之關係圖 .....	78
圖 5.8 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比之訂購成本比與成本節省關係圖 ....	79
圖 5.9 訂購成本比率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖 .....	80
圖 5.10 持有成本比率與平均總成本之關係圖 .....	81
圖 5.11 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比之持有成本比與成本節省關係圖 ..	81
圖 5.12 持有成本比率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖 .....	82
圖 5.13 購買商數量與平均運算時間關係圖 .....	84
圖 5.14 購買商數量與相較於 Ben-daya, et al (2013)模型節省成本比例之關係圖 .....	84

# 一、緒論

## 1.1 研究背景

隨著產業競爭日益激烈，除了技術與行銷方面的提升，供應鏈管理的也開始受到重視，供應鏈管理的目的是在滿足一定客戶服務水準的條件下，將整個供應鏈的成員有效地整合，以達到成本最小化的一種管理方法。存貨是供應鏈管理中的重要議題，每年大約有 30% 的成本是用於儲存材料或成品(Ghiani, et al., 2004)，而存貨管理的內涵就是運用與存貨相關資訊基礎的決策分析。

供應鏈管理中「長鞭效應」是常出現的問題，需求資訊的不確定性會沿著供應鏈逆向傳遞，產生逐漸擴大的效果。受此影響，供應方往往準備比實際需求還要高的庫存水準給需求方，導致存貨成本大幅度地增加。故越處於供應鏈的上游，受長鞭效應的影響越大，因此供應商長期以來飽受長鞭效應的影響。各公司為了減少成本與降低不確定性，紛紛透過供應鏈協調（Supply Chain Coordination）使供應鏈的成員有一致的目標，達到供應鏈整體最佳的效益，與上下游進行合作增加資訊的透明度，可以有效抑制長鞭效應，進而減少整體供應鏈的存貨。

供應商管理庫存（Vendor Managed Inventory, VMI）是大眾所熟知的供應鏈協調策略，供應商管理購買商的庫存，並決定何時補貨以及補貨多少。VMI 在 1980 年代開始作為 Wal-Mart 與 P&G 等零售業的測試計畫，並已被許多企業集團的供應鏈所採用，例如：Dell, Barilla, Costco 和 Campbell's Soup 等。Wal-Mart 透過 VMI 和 RFID（無線射頻辨識）系統的採用使得庫存管理變得更加強大，從而實現 100% 的訂單履行。VMI 的好處歸功於供應鏈合作夥伴之間的訊息共享，提高了供應商生產和交付計劃的靈活性、規模經濟，以及供應商與多個購買商簽訂 VMI 協議時的貨運整合，因此可以大幅度地節省庫存成本（Lee & Cho, 2014）。

寄售庫存（Consignment Stock, CS）也是一種常被使用的供應鏈協調，指的是供應商將貨物放置到客戶所在地，直到貨物被使用或銷售之後才能收到付款的模式。CS 的

優點是直到出售前，供應商都持有貨物的所有權，購買商則不會產生庫存成本，而當 CS 實施的規模較大時，時常涉及 VMI 與基於掃描的貿易行為 (Scan Based Trading, SBT)。CS 的庫存管理模式在生產性企業中被廣泛地使用，例如：IBM、Dell 及 Philip 等。

另一方面，在設計 VMI 的合約時，購買商倉庫的存貨所有權是一個重要的問題，多數文獻對於這項存貨歸屬問題有兩種處理方法：(1) 當購買商收到貨後，立即付款給供應商，這是「傳統 VMI」的做法；(2) 直到貨物被售出後，供應商才會收到付款，這種方法是將 CS 包含在 VMI 合約的一部分，稱為「寄售與供應商管理庫存」(VMI&CS)。

由此可知 VMI 與 CS 常被混合使用，具有寄售庫存協議的供應商管理系統已是一種商業慣例 (Bazan, et al., 2014)。VMI&CS 的操作方式是供應商將產品批量運送到由供應商管理的購買商倉庫，供應商保證商品的庫存始終可用，不會發生缺貨，直到貨物從購買商的倉庫售出才會付款給供應商。因此，供應商和購買商的持有成本皆被降低，供應商不需要負擔庫存的物理存儲成本，而購買商不需要負擔庫存的機會成本。這種做法的可以平衡 CS 對供應商較不利的情形，VMI 的決策偏差也可以透過 VMI&CS 修正，與公司間不合作的基礎模型相比，VMI 和 VMI&CS 分別增加了 13.7% 及 21.2% 的供應鏈利潤，相較於只使用 VMI 策略，VMI&CS 可以獲得更高的利潤 (Chen et al., 2010)。

## 1.2 研究動機與目的

Ben-Daya, et al. (2013) 與 Yao & Wulandari (2018) 為本研究在 VMI&CS 研究中兩篇重要的參考文獻。Ben-Daya, et al. (2013) 針對單一供應商多購買商提出三個買賣雙方的合作關係：(1) 供應商和購買商獨立行事，(2) 供應商和購買商為 VMI&CS 夥伴關係，(3) 供應商和購買商於一個垂直整合的公司，由一個決策者決定 (集權式) 訂購政策。在 Ben-Daya, et al. (2013) 所提出 VMI&CS 的模式中，不論購買商需求差異的大小，所有購買商皆共用同一個基本週期，供應商會決定出所有購買商的共同補貨週期，決策變數為週期長度 ( $T$ ) 及一個週期中的補貨次數 ( $n$ )。由於 Yao & Wulandari (2018) 認為上述 VMI&CS 的運作方式沒有彈性，故提出使每個購買商可有不同補貨周期策略

的 VMI&CS 數學模型，並運用 Gurobi 軟體求解其所提出的混合整數規劃模型。

Yao & Wulandari (2018) 建構「二冪策略」下的數學模式，決策變數為基本週期長度 ( $b$ ) 與購買商  $i$  的補貨週期乘數 ( $k_i$ )，「二冪策略」(Power-of-Two Policy) 是限制補貨週期乘數 ( $k_i = 2^l, l \in \mathbb{N}$ ) 為二冪次方整數值，購買商  $i$  的補貨週期長度為此兩數值的乘積 ( $T_i = k_i b$ )，藉由決定不同的補貨週期乘數 ( $k_i$ ) 使各個購買商可以有不同的補貨週期。運用 Gurobi 軟體求解的方法為固定  $b$  值時，求出對應之最佳補貨乘數組合，並計算此  $b$  值時的最佳平均總成本，測試一段範圍 (分成相當多個有相同間隔大小) 的  $b$  值後，選擇所有  $b$  值求解平均總成本之最小者。但此求解方法有三個不利的因素：(1)  $b$  值間隔大小的設定影響求解品質，(2) 需要進行多次 (通常數百次甚至上千次) 測試，導致求解沒有效率，(3) 補貨週期乘數 ( $k_i$ ) 有二冪策略的限制。

觀察上述兩篇重要文獻在建立模式及求解方法上，仍有可以再精進的空間。故本研究的目的是以 Yao & Wulandari (2018) 的數學模型為基礎，針對單一供應商多購買商供應鏈建構「一般整數策略」(General-Integer Policy; 允許  $k_i$  為一般正整數) 與「二冪策略」下的 VMI&CS 與集權式模型，其目標是最小化供應商與購買商之平均總成本 (考慮訂購成本與持有成本)，並提出一個有效率的最佳搜尋演算法進行求解。最後透過隨機數據測試與 Ben-Daya, et al. (2013) 提出之數學模式與求解方法，在各種參數組合之下進行比較。

### 1.3 研究與章節架構

本研究之進行步驟與相對應章節如圖 1.1 所示，其中各步驟的詳細說明如下：

#### 1. 確認問題與情境

本研究的第一章，先進行寄售與供應商管理庫存問題定義的確認，接著透過 Yao & Wulandari (2018) 與 Ben-Daya, et al. (2013) 兩篇本研究重要的參考文獻，確認問題與情境。

#### 2. 文獻回顧與探討

本研究的第二章，回顧過去學者對於供應商管理庫存、寄售管理以及寄售與供應商管理庫存的問題定義、數學模型建構以及求解方法。

3. 確認寄售與供應商管理問題的數學模式

本研究的第三章，以 Yao & Wulandari (2018) 提出之寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 新模型為基礎，推導一般整數策略及二冪策略下寄售與供應商管理庫存問題及集權式管理問題的數學模式。

4. 對一般整數策略及二冪策略下 VMI&CS 問題的目標函數結構進行理論分析

本研究的第四章前半部，對一般整數策略及二冪策略下 VMI&CS 問題與集權式管理問題的目標函數結構進行理論分析，這些理論分析是設計演算法的重要基礎。

5. 運用理論性質設計有效之演算法，並撰寫演算法之程式

本研究的第四章後半部，運用數學模式的理論性質設計問題的全域最佳解搜尋演算法，並撰寫演算法之程式。

6. 運用所提出之演算法進行數據實驗，驗證其計算時間的效率及求解的品質

本研究的第五章，運用所提出之演算法進行數據實驗，針對一般整數策略、二冪策略與 Ben-Daya, et al. (2013) 之模型進行敏感度分析，最後驗證其計算時間的效率及求解的品質。

7. 結論與未來研究方向

本研究的第六章，對研究成果歸納分析與總結，並提出未來可以繼續研究的方向建議。

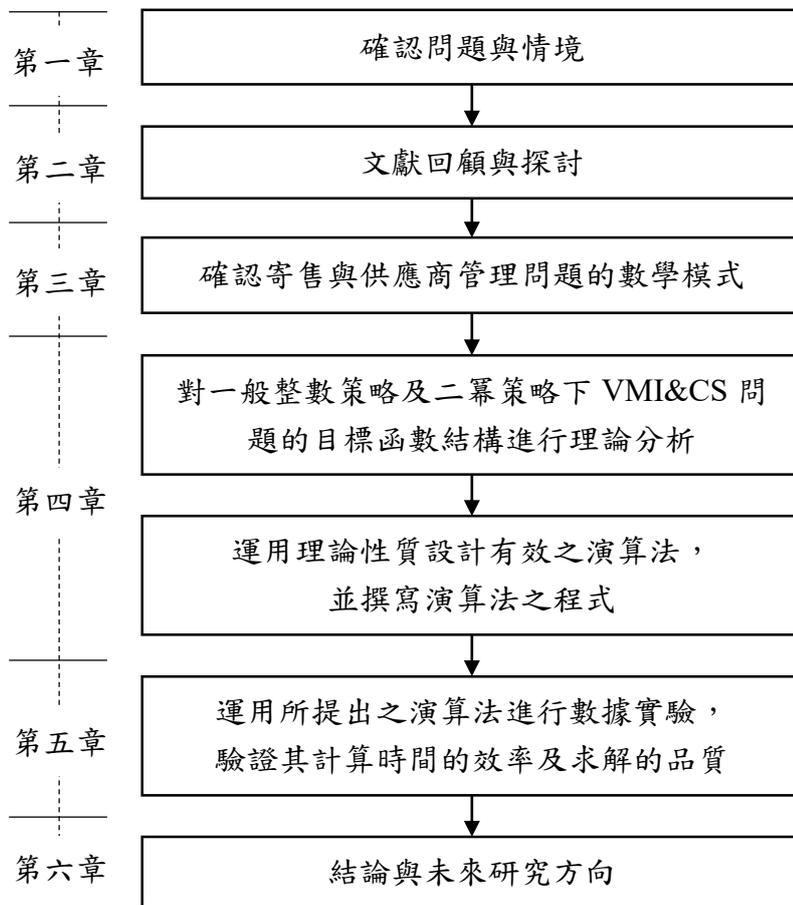


圖 1.1 研究流程圖

## 二、文獻回顧

本研究主要在探討寄售與供應商管理庫存問題。在本章節中，2.1 節將介紹供應商管理庫存問題，2.2 節介紹寄售庫存問題，2.3 節彙整關於寄售與供應商管理庫存問題之文獻，並進行問題特性、決策情境及求解方法的比較，最後在 2.4 節歸納小結。

### 2.1 供應商管理庫存

自 1980 年代以來，供應商管理庫存 (VMI) 的概念就開始作為供應鏈管理實務操作的手段。在學術研究方面，VMI 直到 2000 年才由「單一供應商單一購買商」的供應鏈架構為研究對象開始發展。Dong & Xu (2002) 運用採購數量與採購價格研究 VMI 如何影響整個供應鏈，並分析短期與長期使用 VMI 的動機。Yao, et al. (2007) 提出供應商訂單數量是購買商補貨數量整數倍的數學模型 ( $Q = k_{VMI} \cdot q$ )，目標是找到最佳訂單量 ( $Q, q$ ) 和補貨頻率 ( $k_{VMI}$ )，以最大限度地降低供應鏈系統的成本；van der Vlist, et al. (2007) 以 Yao, et al. (2007) 的數學模型為原型，再加入補貨時間和運輸成本的考量，並研究此兩參數如何影響 VMI 的運作。

因應實際問題的複雜性，許多學者在研究的對象上從單一供應商（製造商）單一購買商推廣至多購買商（零售商），探討不同產品的特性、購買商的銷售量是否有限制及是否可以延期交貨等 VMI 的延伸問題進行研究，並透過賽局理論或演算法求得最佳的運作模式。

Nachiappan & Jawahar (2007) 使用基因演算法求解「二階式單一供應商多購買商供應鏈問題」，目標是最大化利潤，決策變數是銷售量；其中，供應商的收益來源為與購買商簽訂的合約價格，購買商的收益來源為購買商市場的售價，透過演算法求得最佳銷售量，推得可接受的合約價格與最佳的購買商市場售價。每一個購買商的銷售量都有上限與下限，在最後的數據測試觀察到，由於此數學模型的目標是最大化整體供應鏈（或通路）利潤，使得較高的價格存在於較低的限度，因此，對於所有的購買商而言，最佳銷售量皆盡可能地靠近下限。

Yu, et al. (2009) 運用 Stackelberg 博弈模型，通過調整資訊不對稱 VMI 供應鏈中的產品營銷（廣告和定價）和庫存政策來最大化淨利潤。在這個 VMI 供應鏈中的合作為製造商和購買商都對廣告支出做出貢獻，以共同的目標來增加需求，製造商確定其批發價格、廣告投資、原材料和成品的補貨週期，和延期交貨數量來最大化其利潤。零售商反過來考慮補貨政策和製造商的促銷政策，確定最優的零售價格和廣告投資，以實現利潤最大化。

Darwish & Odah (2010) 的 VMI 模型目標是最小化供應鏈總成本，以 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 為基礎建立有效演算法，求出全域最佳解。供應商決定在合約協議中購買商庫存的適當水準，此庫存水準設有一上限；當供應商運送給購買商的貨物量超出庫存水準上限會產生懲罰成本。通過選擇較高的懲罰成本，可以將該模型中的上限作為約束，並發現給定購買商的上限需求比率，對於確定最佳庫存量具有著重要的作用。

Yu, et al. (2012) 研究 VMI 型供應鏈下，製造商管理其快速惡化原物料及其緩慢惡化產品的全系統庫存，目標是最小化總庫存和退化成本，決策變量是產品的補貨週期和原材料的補貨頻率，並開發了黃金搜索算法來尋找模型的最優解。

Taleizadeh, et al. (2015) 也考慮到庫存項目的惡化，使用 Stackelberg 方法建構模型，最佳化零售價格、原材料的補貨頻率、產品的補貨週期和生產率，其中原材料和成品的退化率不同，目標是最大化供應鏈利潤。

Li & Huang (2015) 建立 VMI 合作及獨立行事的兩種數學模式，補貨策略是在每個週期內，輪流對購買商批次交貨，各個購買商在週期內可以有不同的交貨次數，決策變數是週期長度、交貨頻率及交貨模式（購買商間的輪流交貨順序），目標是最小化成本，求出雙購買商模式的封閉解，並分析多購買商的數學模式，提出啟發式算法求解。

Mateen & Chatterjee (2015) 建立四個不同的 VMI 模式，探討不同政策中涉及的不同權衡，目標皆是最小化總平均成本，除了整備成本、訂購成本與持有成本，特別注重運輸成本的變化，決策變數為週期長度與一個週期內補貨的次數。第一個模式是改寫自 Ben-Daya, et al. (2013) VMI&CS 模型，在一個週期內多次地輪流為零售商補貨，與原

模型的差異在於成本的分攤。在第二個模式以後的模式中，供應商會同時補貨給所有零售商，以此節省運輸成本。第三個模式與第二種類似，但這些交付僅在其現有庫存耗盡時才到達零售商。第四個模式裡供應商以不斷增加的子批量大小將產品交付給零售商，並表明這種方法可能導致在某些情況下系統的成本降低。

## 2.2 寄售庫存

寄售庫存 (CS) 是寄售人 (供應商) 將貨物放置到代售人 (購買商) 所在地，直到貨物被使用或銷售之後才能收到付款的模式。寄售人與代售人之間的關係是一種委託代理關係，直到出售前，寄售人持有貨物的所有權，其中的風險與費用都由寄售人承擔。在 CS 下「單一供應商單一購買商」情境的文獻中，Braglia & Zavanella (2003) 是第一個提出 CS 政策分析公式的人，將 Hill (1999) 的最佳交付量數學模型改成符合 CS 情境的模型，也提出考慮延遲運送的模式，設置購買商最低與最高的庫存水準，目標是最小化平均成本。此後，大量關於 CS 單一供應商單一購買商的文獻都是由 Braglia & Zavanella (2003) 的模型延伸而成，Zanoni & Grubbstrom (2004) 延伸此數學模型，提出模型中三個決策變數 (一個生產批次中的運送次數、每次交貨的數量及延遲交貨的數量) 的最佳化表達式；Hill & Omar (2006) 延伸 Hill (1999) 的模型，與 Braglia & Zavanella (2003) 一般模型最大的不同在於允許每次可以有不同的交貨量，數據測試結果顯示此條件的放鬆可以降低成本。

在 CS 下「單一供應商多購買商 (零售商)」方面，Adida & Ratisoontorn (2011) 研究單一供應商多零售商 CS 供應鏈中的橫向競爭，建構以供應商為領導者的 Stackelberg 賽局模型，制定兩種不同的 CS 合約，在寄售價格 (CP) 合約中供應商決定給零售商的寄售價格，在寄售與收益分成 (CR) 合約中供應商決定來自零售商每單位銷售的收入份額，各零售商再藉此進行零售價格和庫存數量的決策，目標是最大化利潤，探討零售商間的差異如何影響供應鏈利潤，以及應使用何種合約可以使所有供應鏈成員得到最大利益。

Hariga, et al (2013) 模型中的供應商會維護多購買商的庫存水平，代表各購買商做出庫存補貨決策，不同的購買商在一個補貨週期中可以有不同的補貨次數，決策變數是補貨週期長度及生產各次補貨數量的時間長度，目標是最小化總平均成本。文獻中證實此問題為 NP 問題，因此提出啟發式程序求解。

Molamohamadi, et al (2013) 考慮按實際銷售支付及因缺貨而延後補貨並延後支付的兩種情境，目標是最大化總淨利潤，決策變數是購買商缺貨時間的比例、供應商的補貨週期長度及購買商的補貨週期長度，各購買商有不同的補貨週期長度，但與供應商補貨週期長度相除皆必須是整數，最後提出一個結合粒子群最佳化演算法與基因演算法的混合啟發式算法來求解此問題。

## 2.3 寄售與供應商管理庫存

在回顧文獻後可以發現，VMI 與 CS 經常被混合使用，在設計 VMI 的合約時，如果直到貨物被售出後，供應商才會收到付款，就是將寄售 (CS) 庫存包含在 VMI 合約的一部分；另一方面，Gümüş, et al. (2008) 也指出在多數文獻中，CS 大多被認為是 VMI 或 CS + VMI 的同義詞。寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 普遍的定義為：供應商將產品批量運送到由供應商管理的購買商倉庫，直到貨物被售出後，供應商才會收到付款。與 VMI 在成本項最大的不同是供應商會負擔部分的購買商庫存持有成本。

### 2.3.1 單一供應商單一購買商

Gümüş, et al. (2008) 的研究對象為單一供應商單一購買商，目標是最小化平均總成本，在確定性需求下分析供應鏈中的 CI (Consignment Inventory, 與 CS 同義)，提供 CI 為供應商、購買商和雙方共同創造利益的一般條件。研究結果指出，當 CI 下的系統效率低下時，供應商可以提供 C&VMI (CI+VMI) 協議來為自己和系統節省開支。

Zanoni, et al. (2012) 針對單一供應商單一購買商的情境下，考慮供應商在其生產過程中，經歷學習效應的情況與每個生產週期之間的部分遺忘現象，求出 VMI&CS 問題的封閉解，目標是最小化總成本，決策變數是每次裝運的大小和週期中的裝運次數，比

較五種不同供應商和購買商之間運輸的政策。

Bazan, et al. (2014) 的研究對象為單一供應商單一購買商，比較廢棄政策、重製政策、生產過程恢復政策，或這三種政策任何組合，目標是最小化供應鏈總成本，決策變數是週期時間、生產批量大小和週期中的裝運次數。探討生產過程是不完善的情況，也就是說，它會產生需要重做或報廢的缺陷物品。開發的模型考量中斷供應商的生產過程，以恢復到一個在控制狀態，每當生產過程中斷，恢復時會產生額外的設置成本。

Zanoni, et al. (2014) 將環境績效納入物流和庫存系統，提出一個單一供應商單一購買商的聯合經濟批量 (JELS) 模型，用於 VMI、CS 和排放交易方案下協調的庫存補貨策略。系統的總成本是性能指標，研究目標為最小化系統總成本，總成本包括整備和訂購成本、庫存持有成本、溫室氣體 (GHG) 排放稅和罰款成本，決策變數為裝運數量、週期中的裝運次數和供應商的生產率。

Lee & Cho (2014) 研究 VMI&CS 合約下的考量缺貨成本分攤，在只有一個購買商的情境下，當購買商發生缺貨時，合約規定了向供應商收取的定額罰款和比例罰款，目標是最小化平均總成本。該研究將供應商和購買商的總成本分開探討，通過比較僅使用定額罰款的情況與使用定額和比例罰款的情況，來檢查購買商缺貨數量訊息共享的價值。此研究中除了比較是否採用 VMI&CS 合約的情境，也比較需求為固定或隨機的差異，求出  $(Q,r)$  庫存模型下的封閉解，決策變數為訂單數量、訂貨點、定額缺貨罰款和比例缺貨罰款。

### 2.3.2 單一供應商多購買商

在回顧的文獻研究對象中，較多文獻針對單一供應商單一購買商的情境進行研究，爾後也開始有學者的研究對象從單一購買商擴展成多購買商。

Chen et al. (2010) 研究 VMI&CS 如何改變了單一批發商多零售商垂直分離的分銷體系的績效，以零售價格、週期時間及補貨量做為決策變數，目標是最大化利潤，並將損失庫存的影響（例如商品的竊盜、具時效性的商品），以及庫存水準會刺激需求的現象考慮在內。在賽局理論背景下，主導批發商可以選擇合作或不合作，並對合作（整體

供應鏈利潤) 和非合作 (自身利潤) 的環境進行均衡分析，考慮三種合約安排：只有批發價格、VMI 和 VMI&CS。

Ben-Daya, et al. (2013) 提出一個單一供應商多購買商架構下的數學模型，採連續的補貨週期，決策變數為週期長度 ( $T$ ) 與一個週期內補貨的次數 ( $n$ )，目標是最小化平均總成本，並研究三個買賣雙方的合作關係：(1) 供應商和購買商獨立行事，(2) 供應商和購買商為 VMI&CS 夥伴關係，(3) 供應商和購買商屬於一個垂直整合的供應鏈 (集權式, Centralized)。透過 (1) 和 (2) 研究 VMI&CS 合作關係的好處，透過 (2) 和 (3) 比較不同參數下供應商與購買商合作形式的優勢，並發現在 VMI&CS 下，供應商會傾向於使用小批量且頻繁的補貨策略。各個情境的詳述如下：

### (1) 各自獨立行事

供應商和購買商透過最小化各自的總成本得到最佳策略。購買商利用經濟訂貨量 (EOQ) 求得相對應的最佳總成本，其中購買商  $i$  每隔時間  $T_i^1 = \sqrt{\frac{h_{bi}d_i}{2A_{bi}}}$  會收到貨物量  $q_i^1$ ；供應商利用經濟生產批量 (EPQ) 決定補貨週期  $T_v^1 = \sqrt{\frac{2A_{vs}}{h_v D(1-\frac{D}{P})}}$ ，進而得到總成本：

$$TC_{bi}^1 = \sqrt{2A_{bi}d_i h_i} \quad (2.1)$$

$$TC_v^2 = \frac{A_{vs}}{T_v^1} + h_v \frac{DT_v^1}{2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) + \sum_{i=1}^N \frac{A_{vri}}{T_i^1} + h_v \sum_{i=1}^N q_i^1 \quad (2.2)$$

$$TC^1 = \sqrt{2A_{vs}Dh_v \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + h_v \sum_{i=1}^N q_i^1 + \sum_{i=1}^N \left( A_{vri} \sqrt{\frac{h_{bi}d_i}{2A_{bi}}} + \sqrt{2A_{bi}d_i h_i} \right) \quad (2.3)$$

### (2) VMI&CS 夥伴關係

供應商負擔儲存在購買商倉庫中貨物的持有機會成本  $h_{boi}$  和購買商  $i$  每筆訂單的下單成本  $A_{bpi}$ ，並且代表購買商決定訂貨的週期長度 ( $T$ ) 和一個週期內補貨的次數 ( $n$ )，先一階微分供應商的總成本函數，來最小化供應商的總成本，求得  $T$  和  $n$ ，再將兩者帶入購買商的總成本函數，得到購買商的總成本。

$$TC_v^2 = \frac{A_{vs} + n \sum_{i=1}^N (A_{vri} + A_{bpi})}{T} + \frac{T}{2} \sum_{i=1}^N \left( \frac{h_v}{nP} d_i^2 + h_{boi} d_i \left(1 - \frac{D}{P} + \frac{D}{nP}\right) \right) \quad (2.4)$$

$$TC_{bi}^2 = \frac{nA_{bri}}{T} + \frac{T}{2} h_{bsi} d_i \left(1 - \frac{D}{P} + \frac{D}{nP}\right) \quad (2.5)$$

### (3) 集權式關係

供應商和購買商是共同控制下垂直整合供應鏈的一部分，因此，要最小化的總成本函數應該包括所有各方的所有成本要素，如(2.6)所示。

$$TC^3 = TC_v^3 + \sum_{i=1}^N TC_{bi}^3 \quad (2.6)$$

$$TC^3 = \frac{A_{vs} + n \sum_{i=1}^N A_i}{T} + \frac{T}{2} \left[ \frac{h_v}{nP} \sum_{i=1}^N d_i^2 \right] + \sum_{i=1}^N \left( \frac{nA_{bi}}{T} + \frac{T}{2} \left(1 - \frac{D}{P} + \frac{D}{nP}\right) h_{bi} d_i \right)$$

上述式子中的符號定義如下：

$A_{bpi}$  購買商*i*的下單成本（\$/訂單）

$A_{bri}$  購買商*i*接收貨件的成本（\$/訂單）

$A_{bi}$  購買商*i*的總訂購成本，包括下單成本和收貨成本（ $A_{bi} = A_{bpi} + A_{bri}$ ）

$h_{boi}$  單位時間內持有一單位存貨的購買商*i*機會成本（\$/單位/單位時間）

$h_{bsi}$  單位時間內持有一單位存貨的購買商*i*儲存成本（\$/單位/單位時間）

$h_{bi}$  購買商*i*每單位時間的一單位存貨持有成本（ $h_{bi} = h_{boi} + h_{bsi}$ ）

$A_{vs}$  供應商的整備成本（\$/訂單）

$A_{vri}$  供應商向購買商*i*的發貨成本（\$/訂單）

$h_v$  供應商在單位時間持有一個單位庫存的總成本（\$/單位/單位時間）

$n$  在一個週期內發貨給購買商的次數

$N$  購買商數量

$d_i$  購買商*i*的需求量

$D$  購買商的總需求量

$P$  供應商的生產率

$q_i$  運送給購買商*i*的貨量

$T$  補貨週期

$TC_k^s$  供應鏈*k*的總成本，其中*k* = *v*（供應商）和*k* = *bi*（購買商*i*），在模式*s* = 1（無合作關係），*s* = 2（VMI&CS）和*s* = 3（集權式）

$TC^s$  模式*s* = 1（無合作關係），*s* = 2（VMI&CS）和*s* = 3（集權式）下的總成本（ $TC^s = TC_v^s + \sum_{i=1}^N TC_{bi}^s$ ）

Yao & Wulandari (2018) 以 Ben-Daya, et al. (2013) 的數學模型為基礎，改善原先數學模式較無彈性的部分，針對單一供應商多購買商的 VMI&CS 合作夥伴關係與集權式情境，提出二幕策略 (Power-of-Two policy) 下的補貨週期策略，使購買商可以有各自不同的補貨周期，其決策變數為基本週期長度 ( $b$ ) 與購買商  $i$  的補貨週期乘數 ( $k_i$ )，限制補貨週期乘數 ( $k_i$ ) 為二幕次方數值，目標是最小化供應商和購買商的平均總成本。運用 Gurobi 軟體求解的方法為固定  $b$  值時，求出對應之最佳補貨乘數組合，並計算此  $b$  值時的最佳平均總成本，測試一段範圍 (分成相當多個有相同間隔大小) 的  $b$  值後，選擇所有  $b$  值求解平均總成本之最小者。

表 2.1 單一供應商多採購商的 VMI&CS 文獻比較

	決策變數	求解方法	是否考量 整備時間
Chen, et al. (2010)	零售價格、補貨週期長度、補貨量	求出封閉解 再運用 Pareto 改進	× 批發商 不生產
Ben-Daya, et al. (2013)	補貨週期長度、週期中的裝運 次數	求出封閉解	×
Yao & Wulandari (2018)	基本週期長度、購買商補貨週 期乘數	用 Gurobi 軟體求解 混合整數規劃模型	○
本研究	基本週期長度、購買商補貨週 期乘數	最佳搜尋演算法	○

## 2.4 小結

綜合 2.1 節至 2.3 節，本研究分別對供應商管理庫存貨問題、寄售庫存問題，以及寄售與供應商管理庫存貨問題進行問題特性、決策情境及求解方法的回顧。

近年關於 VMI 問題與 CS 問題的文獻為了更貼近現實，在研究對象上已逐漸由單一供應商 (或批發商) 單一購買商發展至單一供應商多個購買商，VMI&CS 問題的探討對象方面，大多還是研究單一購買商，較少針對多個購買商。此外，也陸續加入貨物惡化、缺貨及需求隨機等考量，然而多數文獻在供應商排程上並沒有生產的整備時間 (Setup

time)，本研究在生產排程上加入整備時間的要素，使研究更符合現實環境。

一般補貨政策主要的問題有兩個，分別為何時補貨，以及每次需補多少貨。多數文獻在處理 VMI&CS 問題時的決策變數為補貨週期長度 ( $T$ ) 與一個週期中補貨的次數 ( $n$ )，本研究則用基本週期長度 ( $b$ ) 與購買商補貨週期乘數 ( $k_i$ ) 作為決策變數。有別於多數文獻在多個購買商的問題中，每個購買商皆有相同的補貨週期，本研究採用更彈性的作法，使不同的購買商會因補貨週期乘數 ( $k_i$ ) 的不同，而有不同的補貨週期。

最後在求解方法方面，已有許多文獻針對 VMI 問題與 CS 問題設計演算法，求得最佳解或近似解，然而在 VMI&CS 的問題上，多數的文獻皆是建立數學模型，求得封閉解，Yao & Wulandari (2018) 使用 Gurobi 軟體求解 VMI&CS 的混合整數規劃模型，方法為運用 Gurobi 軟體求解的方法為固定  $b$  值時，求出對應之最佳補貨乘數組合，並計算此  $b$  值時的最佳平均總成本，測試一段範圍 (分成相當多個有相同間隔大小) 的  $b$  值後，選擇所有  $b$  值求解平均總成本之最小者

然而「 $b$  值的範圍」及「兩個鄰近  $b$  值之間的時間大小」皆由數據測試者自行定義，此定義並不嚴謹，但是此二者的設定都會影響求解的品質。另一方面，需要進行多次 (通常數百次甚至上千次) 測試，導致求解沒有效率。最後，如果要運用 Gurobi 軟體求解，模型只能被限制在二冪策略的情況 (或是其他冪次策略)，因為數學模型需要購買商補貨週期乘數最小公倍數可能值中的最大值，在冪次策略下可以用所有購買商中最大的補貨週期乘數最大值 ( $\max V_i$ ) 來表達，但如果使用一般整數策略則無法事先估計此值，造成無法運用 Gurobi 軟體求解，因此本研究將為 VMI&CS 設計有效的求解演算法，目的是在合理的運算時間內求得品質優良的解。

綜合上述三個面向，本研究與文獻皆有相當程度之差異，故將對「寄售與供應商管理庫存問題」進行深入之探討，以 Yao & Wulandari (2018) 提出的寄售與供應商管理庫存新模型作為基礎，在後續章節建構二冪策略及一般整數策略下的數學模型，針對問題特性進行理論分析，以設計有效率的最佳搜尋演算法，最後透過數據測試結果與 Ben-Daya, et al. (2013) 所得的解進行比較分析。

### 三、決策情境與數學模式

第二章回顧了寄售與供應商管理庫存問題文獻中不同的決策情境，在本章節中將介紹本研究的決策情境，採用一般整數 (General-Integer, GI) 策略及二冪 (Power-of-Two, PoT) 策略作為補貨週期策略，並從成本結構推導出數學模型。3.1 節將詳細的介紹決策情境與問題假設，3.2 節定義數學模式中的符號，3.3 節推導寄售與供應商管理庫存問題與集權式管理問題的目標成本函數，3.4 節進一步推導一般整數策略下的數學模型，3.5 節先介紹二冪策略的應用與優點，再推導出二冪策略下的數學模型。

#### 3.1 決策情境描述

供應商管理庫存 (VMI) 和寄售 (CS) 已被證明是提高庫存協調效率的良好策略，本研究提出了這兩個策略的組合。在許多文獻中指出，VMI 與 CS 除了個別單獨被採用外，也常被結合在一起採用，可以融合兩者的優點，並平衡 CS 對供應商較不利的特性，VMI&CS 的組合對供應商和購買商都是有利的，因為它們可以降低供應商和購買商的庫存持有成本，作為比較，本研究也提出集權式 (Centralized) 管理的情境。這些情境之間的差異是決策者、訂購成本和存貨成本的組成部分，以及這些成本的利益相關者。

在 VMI&CS 協調策略下，供應商和購買商之間有很強的關係，因為訂貨和庫存成本都是共享的，而決策者是供應商，目標是最小化供應商平均總成本。在集權式協調策略下，供應商與購買商屬於同一個垂直整合的公司或集團，其中的決策者是供應商，雖然供應商和購買商之間不存在共享成本，但目標是最小化整個供應鏈平均總成本。表 3.1 為不同供應鏈協調中決策者和成本份額的比較。

表 3.1 決策者和成本份額在 VMI、CS、VMI&CS 和集權式情境下的比較

供應鏈協調	決策者	成本		目標為最小化何者總成本
		訂購	持有	
VMI	供應商	共同分擔	購買商	最小化供應商平均總成本
CS	購買商	購買商	共同分擔	最小化購買商平均總成本
VMI & CS	供應商	共同分擔	共同分擔	最小化供應商平均總成本
集權式	供應商	供應商	供應商	最小化供應鏈平均總成本

VMI&CS 協調策略的有趣之處在於供應商與購買商之間的成本分擔，從 VMI 和 CS 的角度出發都有購買商轉移至供應商的成本項目，供應商和購買商共享訂購和持有成本。在訂購成本方面，每一筆訂單的產生，供應商須負擔購買商的訂單成本  $A_i^{bp}$ ，購買商負擔收貨成本  $A_i^{br}$ ；在持有成本方面，供應商負擔存儲在購買商倉庫中貨物的機會成本  $H_i^{bo}$ ，購買商負擔物理的存儲成本  $H_i^{bs}$ （例如租金、電力）。表 3.2 中解釋了不同情境下的訂購和持有成本組成。本研究使用的成本表達式與 Yao & Wulandari (2018) 及 Ben-Day, et al. (2013) 相同，但是與兩者有不同的決策情境。

表 2.2 不同情境下的訂購和持有成本組成

供應鏈夥伴	供應鏈協調					
	獨立行事		VMI & CS		集權式	
	訂購	持有	訂購	持有	訂購	持有
供應商	$A^{vs}$	$H^v$	$A_i^{bp}$	$H_i^{bo}$	$A^{vs}$	$H^v$
	$A_i^{vr}$	-	$A^{vs}$	$H^v$	$A_i^{vr}$	-
			$A_i^{vr}$	-		
購買商	$A_i^b$	$H_i^b$	$A_i^{br}$	$H_i^{bs}$	$A_i^b$	$H_i^b$

本研究提出之寄售與供應商管理庫存(VMI&CS)模型與集權式管理模型假設如下：

- 供應商

1. 每個基本週期的生產率是固定的，並且是事先知道的。
2. 一個基本週期  $b$  可以滿足多個購買商的需求。
3. 不允許生產的短缺。
4. 每個基本週期中的生產都有一個整備的時間。

- 購買商

1. 需求是固定的，並且是事先知道的。
2. 倉庫無產能限制。
3. 第  $i$  個購買商的補貨週期是基本週期的整數乘數  $k_i$ ，也就是  $T_i = k_i b$ 。

### 3.2 數學模式符號定義

數學符號的定義如下（改寫自 Ben-Daya, et al., 2013 及 Yao & Wulandari, 2018）。

#### 參數

$d_i$	購買商 <i>i</i> 的需求率（單位/年）
$P$	供應商的生產率
$V_i$	購買商 <i>i</i> 的補貨週期乘數最大值 （ $\max V_i$ 為所有購買商中，最大的補貨週期乘數最大值）
$S$	整備時間
$H^v$	供應商在單位時間持有一個單位庫存的總成本（\$/單位/單位時間）
$H_i^{bo}$	購買商 <i>i</i> 在單位時間內持有一單位存貨的機會成本（\$/單位/單位時間）
$H_i^{bs}$	購買商 <i>i</i> 在單位時間內持有一單位存貨的實際儲存成本（\$/單位/單位時間）
$H_i^b$	購買商 <i>i</i> 每單位時間的一單位存貨持有成本（ $H_i^b = H_i^{bo} + H_i^{bs}$ ）
$A_i^{bp}$	購買商 <i>i</i> 的下單成本（\$/訂單）
$A_i^{br}$	購買商 <i>i</i> 的接收貨物成本（\$/訂單）
$A_i^b$	購買商 <i>i</i> 的總訂購成本，包括下單成本和收貨成本（ $A_i^b = A_i^{bp} + A_i^{br}$ ）
$A^{vs}$	供應商的整備成本（\$/訂單）
$A_i^{vr}$	供應商向購買商 <i>i</i> 的發貨成本（\$/訂單）

#### 變數

$q_i$	運送給購買商 <i>i</i> 的貨量大小 $q_i = d_i k_i b$
$T_i$	購買商 <i>i</i> 的補貨週期 $T_i = k_i b$
$y_i$	供應商生產貨物給購買商 <i>i</i> 的生產時間 $y_i = \frac{q_i}{P} = \frac{d_i k_i b}{P}$
$w_{ilj}$	二元變數，判斷購買商 <i>i</i> 是否有進行補貨的動作
$TC_k^{rz}$	在補貨策略 $r = G$ （一般整數策略）、 $r = P$ （二冪策略）下，採用供應鏈協調 $z = 1$ （VMI&CS）、 $z = 2$ （集權式）的 $k$ 者總成本，其中 $k = v$ （供應商）和 $k = bi$ （購買商 <i>i</i> ）。
$TC^{rz}$	在補貨策略 $r = G$ （一般整數策略）、 $r = P$ （二冪策略）下，採用供應鏈協

調 $z = 1$  (VMI&CS)、 $z = 2$  (集權式) 的目標成本函數

### 決策變數

- $b$       基本週期
- $k_i$      購買商 $i$ 的補貨週期乘數

### 3.3 寄售與供應商管理庫存的成本函數

本研究探討兩種情境下的買賣雙方合作關係：(1) 供應商和購買商為 VMI&CS 夥伴關係，(2) 供應商和購買商為集權式關係 (屬於一個垂直整合的公司或集團)。在 VMI&CS 夥伴關係的情境中，供應商會替購買商做訂購的決策，目標是最小化供應商平均總成本；在集權式關係的情境中，目標是最小化供應鏈平均總成本，包括供應商與購買商平均總成本，其中總成本為訂購成本 (Ordering Cost) 與持有成本 (Holding Cost) 的總和，以下為在 VMI&CS 與集權式關係下各項成本之推導：

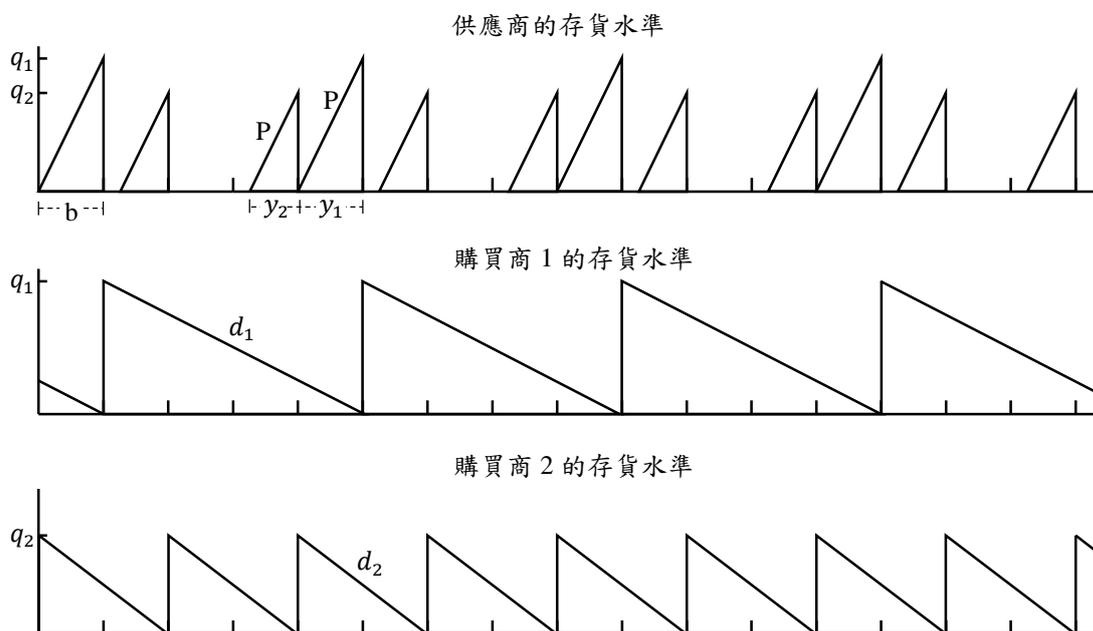


圖 3.1 供應商與購買商的存貨水準

#### 1. 供應商訂購成本 (Vendor Ordering Cost)

此情境的供應商訂購成本包括整備成本 (Setup Cost)、供應商向購買商  $i$  的發貨成本，以及購買商  $i$  的下單成本。訂購成本與批量大小無關，只與訂購次數有關。

- I. 在一個基本週期內，當有生產的需求即產生一筆整備成本  $A^{vs}$ ，為工作準備、重新整備機器設置等作業的成本，可求得平均整備成本： $\sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b}$ 。
- II. 針對單一購買商  $i$ ，每個補貨週期會產生一筆供應商向購買商  $i$  的發貨成本  $A_i^{vr}$ ，以及購買商  $i$  的下單成本  $A_i^{bp}$ ，故單一購買商的平均發貨成本與下單成本為  $\frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b}$ 。透過  $w_{ilj}$  判斷購買商  $i$  的補貨週期長度，加總所有的購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 每次補貨時會發生的平均發貨成本與下單成本，可得  $\sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b}$ 。
- III. 由 I 和 II 加總，得到目標式中的平均供應商訂購成本：

$$\sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b}$$

## 2. 供應商持有成本 (Vendor Holding Cost)

此情境的供應商持有成本包括供應商倉庫中的存貨持有成本  $H^v$ ，以及購買商  $i$  倉庫中貨物持有的機會成本  $H_i^{bo}$ 。

- I. 供應商尚未將貨物運送給購買商的期間，即會產生存貨。針對單一購買商  $i$ ，供應商倉庫中的存貨持有成本為  $\left(\frac{y_i q_i}{2}\right) H^v \times \frac{1}{T_i} = \frac{d_i k_i b}{2} \left(\frac{d_i}{P} H^v\right)$ 。加總生產給所有購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的貨物，供應商倉庫中的存貨持有成本，可得  $\sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left(\frac{d_i}{P} H^v\right)$ 。
- II. 當貨物尚未賣出時，在購買商的倉庫中會產生存貨。針對單一購買商  $i$ ，購買商倉庫中貨物持有的機會成本為  $\frac{q_i^2}{2d_i} H_i^{bo} \times \frac{1}{T_i} = \frac{d_i k_i b}{2} H_i^{bo}$ 。加總所有的購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 倉庫中貨物持有的機會成本，可得  $\sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} H_i^{bo}$ 。
- III. 由 I 和 II 加總，得到目標式中的平均供應商持有成本：

$$\sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left(\frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo}\right)$$

### 3. 購買商訂購成本 (Buyer Ordering Cost)

此情境的購買商訂購成本為購買商的接收貨物成本  $A_i^{br}$ ，與批量大小無關，只與接收貨物的次數有關。針對單一購買商  $i$ ，平均購買商訂購成本為  $\frac{A_i^{br}}{k_i b}$ ，加總所有的購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的訂購成本，可得目標式中的平均購買商訂購成本： $\sum_{i=1}^N \frac{A_i^{br}}{k_i b}$

### 4. 購買商持有成本 (Buyer Holding Cost)

此情境的購買商持有成本為購買商倉庫中貨物物理的存儲成本  $H_i^{bs}$ 。針對單一購買商  $i$ ，平均購買商持有成本為  $\frac{q_i^2}{2d_i} H_i^{bs} \times \frac{1}{T_i} = \frac{d_i k_i b}{2} H_i^{bs}$ ，加總所有的購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的持有成本，可得目標式中的平均購買商持有成本： $\sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} H_i^{bs}$

綜合上述成本的推導，得到 VMI&CS 模型中供應商與購買商各自的總成本：

$$TC_v^{r_1} = \sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad (3.1)$$

$$TC_{bi}^{r_1} = \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{br}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} H_i^{bs} \quad (3.2)$$

集權式模型中供應商與購買商各自的總成本可以改寫為：

$$TC_v^{r_2} = \sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v \right) \quad (3.3)$$

$$TC_{bi}^{r_2} = \sum_{i=1}^N \frac{A_i^b}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} H_i^b \quad (3.4)$$

### 3.4 一般整數策略下的數學模型

在一般整數 (General Integer, GI) 策略下，購買商  $i$  的補貨週期被限制為  $T_i = k_i b = \{b, 2b, 3b, 4b, \dots\}$ ，本研究透過二元決策變數  $w_{ilj}$ ，判斷購買商  $i$  在  $k_i = l$  個基本週期中的第  $j$  個基本週期是否有進行生產的作業，是則  $w_{ilj}$  為 1，否則為 0。只要觀察一個二

元決策變數 $w_{ilj}$ ，即可獲得購買商  $i$  的補貨週期乘數  $l$  及生產排程期別  $j$  資訊。表 3.3 為一般整數策略下購買商  $i$  補貨週期乘數  $k_i$  與  $w_{ilj}$  之關係。

表 3.3 購買商  $i$  補貨週期乘數  $k_i$  與  $w_{ilj}$  之關係

$k_i$	$j$			
	1	2	3	4
1	$w_{i11}$			
2	$w_{i21}$	$w_{i22}$		
3	$w_{i31}$	$w_{i32}$	$w_{i33}$	
4	$w_{i41}$	$w_{i42}$	$w_{i43}$	$w_{i44}$

假設購買商 1 補貨週期乘數的最大可能值  $v_1 = 4$ ，則其補貨週期乘數有  $\{1,2,3,4\}$  四種可能，當補貨週期乘數  $k_i = 2$ ，那麼生產的排成可能為  $j = 1$  或  $j = 2$ ，在  $v_1 = 4$  的情況下，總共產生 10 個不同的  $w_{ilj}$ ，也就是 10 種  $k_i$  與  $j$  的組合。表 3.4 為購買商 1 的生產排程，選定  $w_{131} = 1$ ，表示補貨週期為 3 個基本週期，且每次都在補貨週期中 的第 1 個基本週期進行生產的作業。

表 3.4 購買商 1 的生產排程

購買商 $i$	$j$				$k_i$
	1	2	3	4	
購買商 1	$w_{111}$	$w_{111}$	$w_{111}$	$w_{111}$	1
	0	0	0	0	
	$w_{121}$	$w_{122}$	$w_{121}$	$w_{122}$	2
	0	0	0	0	
	$w_{131}$	$w_{132}$	$w_{133}$	$w_{131}$	3
	1	0	0	1	
	$w_{141}$	$w_{142}$	$w_{143}$	$w_{144}$	4
	0	0	0	0	

根據決策情境的假設，排程的限制包括：循環週期補貨限制（Cyclic Replenishment Constraints）、整備的排程限制（Scheduling of Production Setup）、產能限制（Capacity Constraints），及生產排程限制（Production Schedule Constraints），以下為各限制式的解釋及推導：

### 1. 循環週期補貨限制 (Cyclic Replenishment Constraints)

一旦購買商有了第一個補貨計劃，下一個補貨計劃將遵循循環模式，這個限制決定了在循環模式下，購買商的每個補貨計劃之間的關係。 $\varphi(l, j)$ 代表購買商在補貨週期乘數  $l$  中的排程期別，也就是在補貨週期中的第幾個期別要進行補貨的作業，表達式如下：

$$\varphi(l, j) = \begin{cases} j \bmod l & \text{if } j \neq \gamma l, \gamma \in \mathbb{N} \\ l & \text{if } j = \gamma l, \gamma \in \mathbb{N} \end{cases}$$

### 2. 整備的排程限制 (Scheduling of Production Setup)

$m_j$ 為二元決策變數，指當基本週期  $j$  中，至少有一個購買商的生產需求要被排程時  $m_j = 1$ ，供應商需支出整備成本，否則  $m_j = 0$ 。儘管在特定的基本週期有兩個或兩個以上的工作，整備成本只會產生一次，故整備的排程限制為：

$$\sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{V_i} w_{il\varphi(l,j)} \leq m_j M$$

### 3. 產能限制 (Capacity Constraints)

在特定的基本週期  $j$  中，生產給單一購買商的時間為  $y_i = \frac{d_i k_i b}{P}$ ，加總供應商對所有購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 的總生產時間得  $\sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{V_i} w_{il\varphi(l,j)} \frac{d_i k_i b}{P}$ 。為確保總生產時間加上基本週期的整備時間  $S$  不超過每個排程的基本週期長度  $b$ ，供應商有生產容量的上限，故產能限制為：

$$m_j S + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{V_i} w_{il\varphi(l,j)} \frac{d_i k_i b}{P} \leq b$$

舉例來說，圖 3.2 為供應商生產給購買商 1 和購買商 2 的計畫排程，購買商 1 的產品在每個基本週期都會被生產 ( $k_1 = 1$ )，購買商 2 的產品在每兩個基本週期會被生產一次 ( $k_2 = 2$ )，可以看到在第 2、4、6 和 8 期會同時生產購買商 1 和購買商 2 的產品，這是可行的，因為總生產時間加上整備時間不超過一個基本週期的長度。

在這個例子的情況下，由於總生產時間加整備時間（ $s + y_1 + y_2$ ）剛好等於一個基本週期的長度，可以說  $q_1 + q_2$  是這個供應商最大的生產容量。

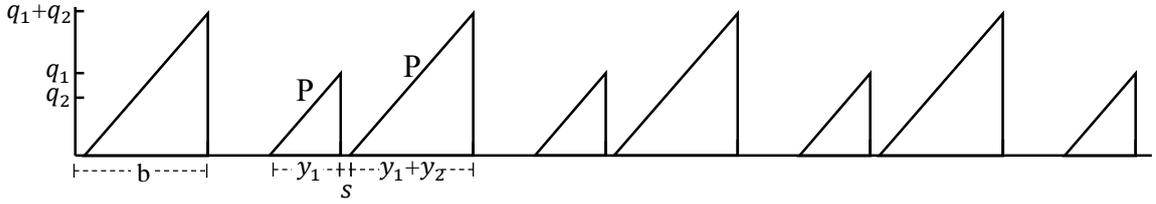


圖 2.2 供應商生產給購買商 1 和購買商 2 的計畫排程

#### 4. 生產排程限制 (Production Schedule Constraints)

為確保每個購買商的補貨計劃在乘數時間內精確地產生一次，限制式如下：

$$\sum_{l=1}^{V_i} \sum_{j=1}^l w_{ilj} = 1$$

因此，在一般整數策略下，VMI&CS 模型的數學模式如(3.5-9)所示：

$$\text{Minimize } TC^{G_1} = TC_v^{G_1}$$

$$= \sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad (3.5)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{V_i} w_{il\varphi(l,j)} \leq m_j M \quad \text{for } j = 1, \dots, V_i \quad (3.6)$$

$$m_j s + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{V_i} w_{il\varphi(l,j)} \frac{d_i k_i b}{P} \leq b \quad \text{for } j = 1, \dots, lcm\{V_i\} \quad (3.7)$$

$$\sum_{l=1}^{V_i} \sum_{j=1}^l w_{ilj} = 1 \quad \text{for } i = 1, \dots, N \quad (3.8)$$

$$\varphi(l,j) = \begin{cases} j \bmod l & \text{if } j \neq \gamma l, \gamma \in \mathbb{N} \\ l & \text{if } j = \gamma l, \gamma \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (3.9)$$

在集權式的情境下，限制式與 VMI&CS 模型下的相同，惟目標式改寫為：

$$\begin{aligned} \text{Minimize } TC^{G_2} &= TC_v^{G_2} + \sum_{i=1}^N TC_{bi}^{G_2} \\ &= \sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

### 3.5 二幕策略下的數學模型

採用二幕 (Power-of-Two, PoT) 策略作為補貨週期的策略時，購買商  $i$  的補貨週期被限制為  $T_i = k_i b = 2^l b = \{b, 2b, 4b, 8b, \dots\}$ ，其中  $b$  為一個基本週期的長度， $k_i$  為補貨週期乘數，是二幕次方數值，可以用  $2^l$  表示。相較於一般整數策略，最大的優點在於只要觀察購買商中最大的補貨週期，便可以涵蓋所有購買商的補貨週期，例如表 3.5 表示三個購買商的補貨週期，分別為  $b$ 、 $2b$ 、 $8b$ ，在 16 個基本週期內，所有購買商的補貨計畫皆在 8 個基本週期後重複一次，因此只需要觀察最大的供應商補貨週期  $8b$ ，便可觀察到所有供應商的補貨計畫，故平均整備成本可以改寫為： $\sum_{j=1}^{2^{\max v_i}} m_j \frac{A^{vs}}{2^{\max v_i} b}$ 。

表 3.5 購買商 1、2 及 3 的補貨週期

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$B_1$	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
$B_2$	×		×		×		×		×		×		×		×	
$B_3$								×								×

然而為什麼不是 Po3、Po4 或 PoN (N 為非負整數)，Syntetos (2014) 指出相較於 Po3、Po4 或 PoN 的最糟成本 (Worst-Case Cost)，使用 PoT 的最糟成本是最低的；換句話說，使用 PoN 策略測試可能的最糟成本，當 N 可以是任一非負整數，PoT 所求得的成本最接近最佳解。Roundy (1985) 表示，如果基本週期是固定的，那麼 PoT 策略與最佳總成本的誤差為 6% 內，如果將基本週期視為決策變量，則在 2% 內。

本研究透過二元決策變數  $w_{ilj}$ ，判斷購買商  $i$  在  $2^l$  個基本週期中的第  $j$  個基本週期是否有進行生產的作業，是則  $w_{ilj}$  為 1，否則為 0。只要觀察一個二元決策變數  $w_{ilj}$ ，即可獲得購買商  $i$  的補貨週期  $2^l$  及生產排程期別  $j$  資訊。假設購買商 1 補貨週期乘數的最大幕次  $v_1 = 3$ ，則其補貨週期乘數有  $\{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$  四種可能，當補貨週期  $2^1 = 2$ ，那麼生產的排成可能為  $j = 1$  或  $j = 2$ ，在  $v_1 = 3$  的情況下，總共產生 15 個不同的  $w_{ilj}$ ，也就是 15 種  $k_i$  與  $j$  的組合。表 3.6 為購買商 1 的生產排程，選定  $w_{112} = 1$ ，表示補貨週期為 2 個基本週期，且每次都在第 2 個基本週期進行生產的作業。

表 3.6 購買商 1 的生產排程

buyer $i$		$j$								$k_i$
		1	2	3	4	5	6	7	8	
buyer 1	$2^0$	$w_{101}$	1							
		0	0	0	0	0	0	0	0	
	$2^1$	$w_{111}$	$w_{112}$	$w_{111}$	$w_{112}$	$w_{111}$	$w_{112}$	$w_{111}$	$w_{112}$	2
		0	1	0	1	0	1	0	1	
	$2^2$	$w_{121}$	$w_{122}$	$w_{123}$	$w_{124}$	$w_{121}$	$w_{122}$	$w_{123}$	$w_{124}$	4
		0	0	0	0	0	0	0	0	
	$2^3$	$w_{131}$	$w_{132}$	$w_{133}$	$w_{134}$	$w_{135}$	$w_{136}$	$w_{137}$	$w_{138}$	8
		0	0	0	0	0	0	0	0	

因此，在二冪策略下，VMI&CS 模型的數學模式如(3.11-15)所示：

$$\begin{aligned} \text{Minimize } TC^{P_1} &= TC_v^{P_1} \\ &= \sum_{j=1}^{2^{\max V_i}} m_j \frac{A^{vs}}{2^{\max V_i} b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i=1}^N \sum_{l=0}^{V_i} w_{il\varphi(2^l, j)} \leq m_j M \quad \text{for } j = 1, \dots, 2^{\max V_i} \quad (3.12)$$

$$m_j S + \sum_{i=1}^N \sum_{l=0}^{V_i} w_{il\varphi(2^l, j)} \frac{d_i 2^l b}{P} \leq b \quad \text{for } j = 1, \dots, 2^{\max V_i} \quad (3.13)$$

$$\sum_{l=0}^{V_i} \sum_{j=1}^{2^l} w_{ilj} = 1 \quad \text{for } i = 1, \dots, N \quad (3.14)$$

$$\varphi(2^l, j) = \begin{cases} j \bmod 2^l & \text{if } j \neq \gamma 2^l, \gamma \in \mathbb{N} \\ 2^l & \text{if } j = \gamma 2^l, \gamma \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (3.15)$$

在集權式的情境下，限制式與 VMI&CS 模型下的相同，惟目標式改寫為：

$$\begin{aligned} \text{Minimize } TC^{P_2} &= TC_v^{P_2} + \sum_{i=1}^N TC_{bi}^{P_2} \\ &= \sum_{j=1}^{2^{\max V_i}} m_j \frac{A^{vs}}{2^{\max V_i} b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

## 四、求解演算法

本章節中的 4.1 節先對一般整數策略下寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題與集權式管理問題提出求解演算法, 4.2 節則遵循著 4.1 節的架構, 針對二冪策略與一般整數策略相異之處加以說明, 最後提出二冪策略下寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題與集權式管理問題的求解演算法。

### 4.1 一般整數策略下的求解演算法

在 4.1.1 節先探討一般整數策略下針對單一購買商的最佳成本函數的理論分析, 4.1.2 節再把單一購買商推廣至多個購買商, 這些分析結果將提供設計「一般整數策略下單一供應商多購買商寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題」與「一般整數策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」求解演算法重要的基礎, 並於 4.1.3 節提出本研究的全域最佳解搜尋演算法, 最後, 4.1.4 節中詳細說明在給定的基本週期及補貨週期乘數組合下找出可行補貨排程表的啟發式演算法。

#### 4.1.1 單一購買商的最佳成本函數理論分析

從 3.3 小節得到一般整數策略下 VMI&CS 與集權式的目標成本函數 (參見(3.3)與(3.4)式), 我們先不考量排程的二元決策變數  $m_j$ , 拿掉整備成本的項目, 可以得到供因應與購買商  $i$  進行補貨相關的平均成本函數為:

##### CASE 1 : VMI&CS

$$TC_i^{G_1}(k_i, b) = \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad \text{for } i = 1, \dots, N, k_i = 1, \dots, V_i \quad (4.1)$$

##### CASE 2 : Centralized

$$TC_i^{G_2}(k_i, b) = \frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \quad \text{for } i = 1, \dots, N, k_i = 1, \dots, V_i \quad (4.2)$$

給定一個  $b$  值時, 求出一個最佳的補貨週期乘數  $k_i$  可以將成本函數  $TC_i^{G_2}(k_i, b)$  最小化, 將此函數定為  $\underline{TC}_i^{G_2}(b)$ , 此相對於  $b$  值的因應與購買商  $i$  補貨相關最小平均成本函數為:

$$\underline{TC}_i^{Gz}(b) = \min_{k_i} \{TC_i^{Gz}(k_i, b)\} \quad \text{for } k_i = 1, \dots, V_i, z = 1, 2 \quad (4.3)$$

接下來是對於 $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$ 數學特性探討及延伸理論分析，這些分析對於求解演算法的設計有非常重要的啟示。圖 4.1 是 VMI&CS 情境中購買商  $i$  在不同補貨週期乘數下的補貨相關的平均成本函數曲線，從圖 4.1 可以知道對於每個  $b$  值來說 $TC_i^{G1}(k_i, b)$ 都是凹向上函數，這點也可以將(4.1)式二次微分後證明，而由圖 4.2 可以知道 $\underline{TC}_i^{G1}(b)$ 為各段不同  $k_i$  值對應  $b$  值所組成的片段凹向上函數。片段凹向上函數是在  $b$  值連續區間內由多個凹曲線做串聯的函數。

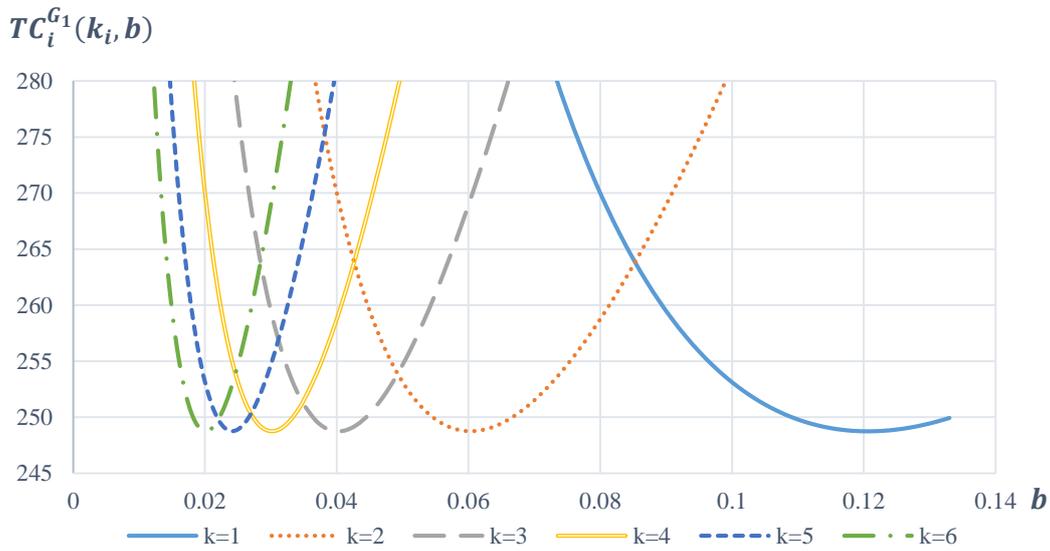


圖 3.1 VMI&CS 情境中，購買商  $i$  在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本

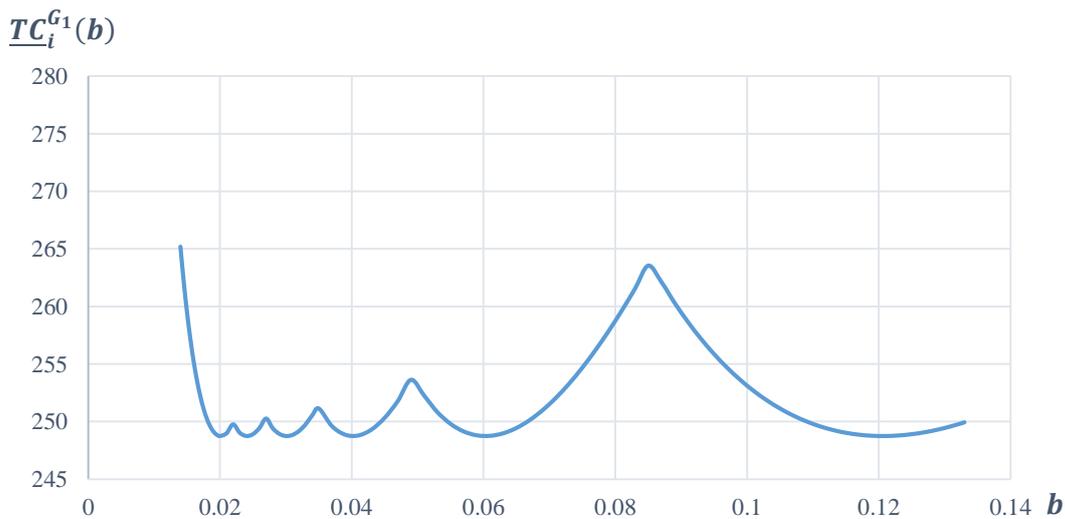


圖 4.2 VMI&CS 情境中，購買商  $i$  在不同  $b$  值下對應最好  $k_i$  值時的個別平均成本

圖 4.3 是集權式情境中購買商  $i$  在不同補貨週期乘數下的補貨相關的平均成本函數曲線，從圖 4.3 可以知道對於每個  $b$  值來說  $TC_i^{G^2}(k_i, b)$  都是凹向上函數，這點也可以將 (4.2) 式二次微分後證明，而由圖 4.4 可以知道  $\underline{TC}_i^{G^2}(b)$  為各段不同  $k_i$  值對應  $b$  值所組成的片段凹向上函數。片段凹向上函數是在  $b$  值連續區間內由多個凹曲線做串聯的函數。

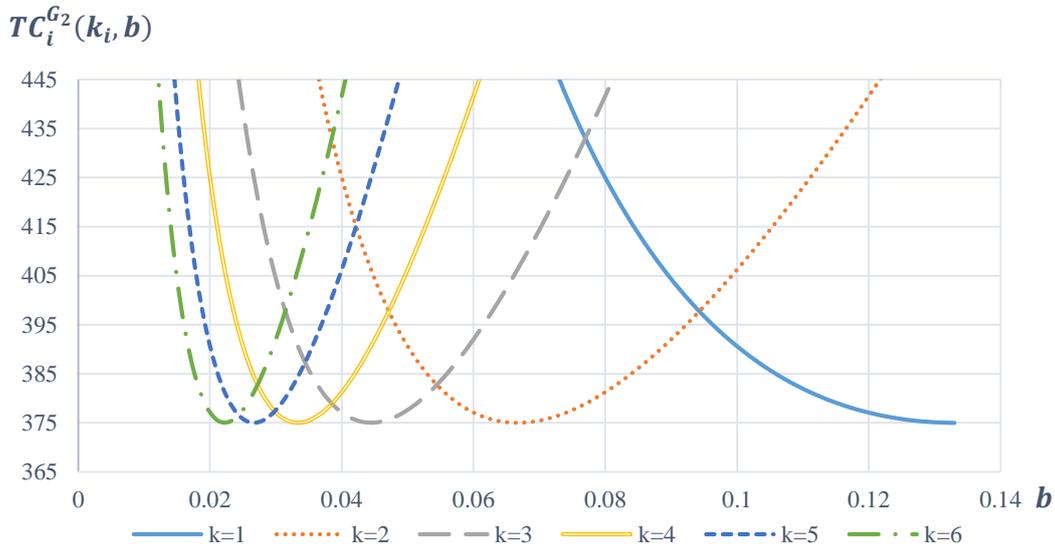


圖 4.3 集權式情境中，購買商  $i$  在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本

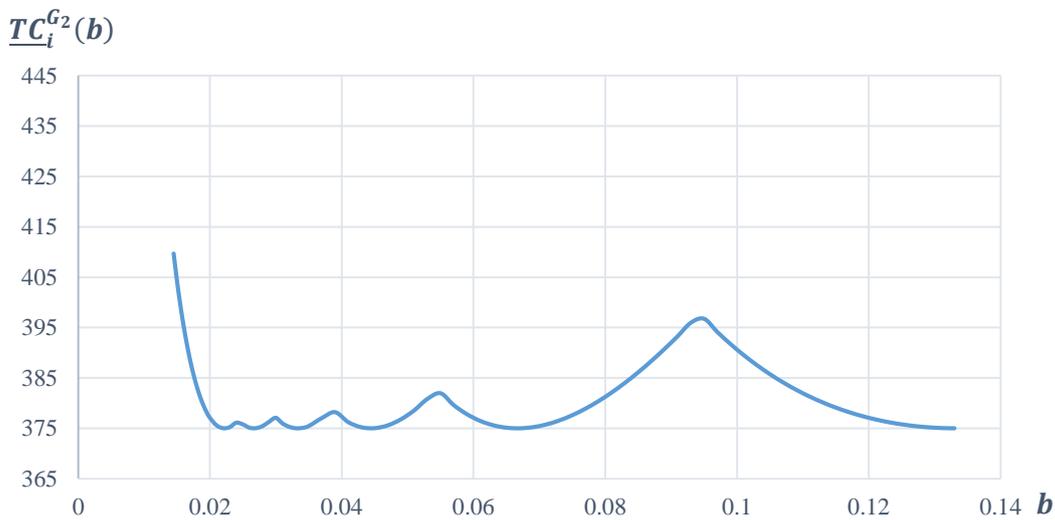


圖 4.4 集權式情境中，購買商  $i$  在不同  $b$  值下對應最好  $k_i$  值時的個別平均成本

註：圖 4.1 到圖 4.4 的參數值為  $P = 3200$  單位/年， $d_i = 500$  單位/年， $A^{vs} = \$400$ /訂單， $A_i^{vr} = \$0$ /訂單， $A_i^{br} = \$10$ /訂單， $A_i^{bp} = \$15$ /訂單， $H^v = \$4$ /單位/年， $H_i^{bo} = \$3.5$ /單位/年， $H_i^{bs} = \$1.5$ /單位/年。

由以上觀察及推論導出以下性質 1 及(4.4-4.7)式：

**性質1：** 對  $b$  而言， $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  是一個片段性凹向上函數，對每個  $k_i$  而言，則可確保個別最小平均總成本  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  在(4.4)式的情況下，存在如(4.5)式的區域最低值  $\widehat{TC}_i^{Gz}(b)$ 。

**CASE 1：VMI&CS**

$$b = \lambda_i(k_i) = \frac{1}{k_i} \sqrt{\frac{2(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \quad (4.4)$$

$$\widehat{TC}_i^{G1}(b) = \min_b \{ \underline{TC}_i^{G1}(b) \} = \sqrt{2(A_i^{vr} + A_i^{bp}) d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)} \quad (4.5)$$

**CASE 2：Centralized**

$$b = \lambda_i(k_i) = \frac{1}{k_i} \sqrt{\frac{2(A_i^{vr} + A_i^b)}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)}} \quad (4.6)$$

$$\widehat{TC}_i^{G2}(b) = \min_b \{ \underline{TC}_i^{G2}(b) \} = \sqrt{2(A_i^{vr} + A_i^b) d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)} \quad (4.7)$$

接下來要介紹一個交會點（Junction Point）的概念，也是我們演算法的重要基礎。由圖 4.2 及圖 4.4 可以看  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  函數片段性凹向上的特性，交會點的定義是在  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  一個特定的  $b$  值上有兩個連續性凹向上曲線相交。這些交會點決定「在哪一個  $b$  值」會將補貨週期乘數從  $k_i$  變成  $k_i + 1$ ，以確保可以得到  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  的最低值。

首先，補貨週期乘數從  $k_i$  變成  $k_i + 1$  時，因應與購買商  $i$  補貨相關的最小平均成本函數差值如(4.8)式及(4.9)式所示：

**CASE 1：VMI&CS**

$$\Delta_i(k_i, b) = TC_i^{G1}(k_i + 1, b) - TC_i^{G1}(k_i, b) = -\frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i(k_i + 1)b} + \frac{d_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad (4.8)$$

**CASE 2：Centralized**

$$\Delta_i(k_i, b) = TC_i^{G2}(k_i + 1, b) - TC_i^{G2}(k_i, b) = -\frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i(k_i + 1)b} + \frac{d_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \quad (4.9)$$

接著利用二階導函數的觀念，得知  $\Delta_i(k_i, b)$  為一個遞增函數，當我們沿著  $b$  軸由大

到小觀察，可以看到 $\Delta_i(k_i, b)$ 由正變0，再由0變成負的。這背後的意義是，直到可以得到更小的成本以前，都使用目前的補貨週期乘數，也就是當 $\Delta_i(k_i, b)$ 由0變成負時， $TC_i^{Gz}(k_i + 1, b)$ 小於 $TC_i^{Gz}(k_i, b)$ ，將補貨週期乘數從 $k_i$ 改成 $k_i + 1$ ，才能得到更好的解。這個觀念讓我們知道沿著 $b$ 軸由大到小搜索最佳解時，應該在哪一點由 $k_i + 1$ 取代 $k_i$ ，運用 $\Delta_i(k_i, b)$ 的一階微分，可以得到購買商 $i$ 的交會點：

### CASE 1 : VMI&CS

$$\delta_i(k_i) = \sqrt{\frac{2(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{k_i(k_i + 1)d_i \left(\frac{d_i}{P}H^v + H_i^{bo}\right)}} \quad (4.10)$$

### CASE 2 : Centralized

$$\delta_i(k_i) = \sqrt{\frac{2(A_i^{vr} + A_i^b)}{k_i(k_i + 1)d_i \left(\frac{d_i}{P}H^v + H_i^b\right)}} \quad (4.11)$$

透過(4.10)式與(4.11)式可以了解到，當 $b > \delta_i(k_i)$ 時，交會點 $\delta_i(k_i)$ 提供我們選擇 $k_i = j$ 的訊息，反之 $b < \delta_i(j)$ 時，應選擇 $k_i = j + 1$ ，才能確保得到最小的 $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$ 。

藉由以上交會點的結論，我們可以導出以下性質 2：

**性質2：** 假設 $k_i^{(L)}$ 和 $k_i^{(R)}$ 分別是 $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$ 函數對於某一個交會點左邊與右邊的最佳補貨

週期乘數，兩者的關係會是 $k_i^{(L)} = k_i^{(R)} + 1$ 。

$$\delta_i(v_i) < \dots < \delta_i(m + 1) < \delta_i(m) < \dots < \delta_i(1) \quad (4.12)$$

將 $k_i^*(b)$ 定義為給定 $b$ 值時， $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$ 的最佳補貨週期乘數。根據(4.12)的不等式和 $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$ 的凹向上特性，我們可以宣稱：

$$k_i^*(b) = \begin{cases} 1, & \text{if } b \in [\delta_i(1), \infty) \\ m + 1, & \text{if } b \in [\delta_i(m + 1), \delta_i(m)), \end{cases} \quad \text{for } m = 0, 1, \dots, v_i \quad (4.13)$$

等式(4.8)與(4.9)恰好表明 $k_i^{(L)} = k_i^{(R)} + 1$ 。

#### 4.1.2 多購買商的最佳成本函數理論分析

我們將成本函數從單一購買商推廣至多購買商，相對於  $b$  值加總供應商因應與所有購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 補貨相關的最小平均成本函數，可以得到一般整數策略下供應商補貨相關的最小平均成本函數  $\underline{TC}^{Gz}(b)$ ：

$$\underline{TC}^{Gz}(b) = \sum_{i=1}^N \underline{TC}_i^{Gz}(b) \quad (4.14)$$

**主張1：**  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  會繼承  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  的所有交會點。換句話說，當交會點  $\omega$  出現在一個片段凹向上函數  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  時， $\omega$  一定也會在片段凹向上函數  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  中成為交會點。

**證明：** 回想  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  函數是一個可分割的函數 ( $\underline{TC}_i^{Gz}(b) = \sum_{j=1}^N \underline{TC}_j^{Gz}(b)$ )。假設在其他  $(n-1)$  個購買商加總的最小成本曲線上， $\omega$  不是一個交會點，那麼存在一個  $\varepsilon > 0$ ：

1.  $\sum_{j \neq i}^N \underline{TC}_j^{Gz}(b)$  曲線在  $[\omega - \varepsilon, \omega + \varepsilon]$  區間中凹向上，因為當  $j \neq i$  時，每一個  $\underline{TC}_j^{Gz}(b)$  曲線都是在  $[\omega - \varepsilon, \omega + \varepsilon]$  區間中凹向上；
2.  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  曲線在  $[\omega - \varepsilon, \omega]$  區間中凹向上。

因為  $\underline{TC}^{Gz}(b) = \underline{TC}_i^{Gz}(b) + \sum_{j \neq i}^N \underline{TC}_j^{Gz}(b)$ ，所以  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  曲線仍然在  $[\omega - \varepsilon, \omega]$  和  $[\omega, \omega + \varepsilon]$  區間中凹向上，因此  $\omega$  是  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  曲線中的一個交會點。

接下來的**理論 1**是由**主張 1**和**性質 2**推導而出。

**理論1：** 假設  $K^{(L)} = (k_1^{(L)}, \dots, k_n^{(L)})$  和  $K^{(R)} = (k_1^{(R)}, \dots, k_n^{(R)})$  分別是  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  凹向上曲線中一個交會點的左右兩側，那麼恰好會有一個購買商的  $k_i^{(L)} = k_i^{(R)} + 1$ ，在交會點上由  $K^{(R)}$  演變到  $K^{(L)}$ 。

通常在一個  $b$  值只有一個購買商改變其補貨週期乘數，僅在極少數的情況下，會有一個以上的購買商在同一個  $b$  值改變其補貨週期乘數。令為  $K(b)$  給定  $b$  值時購買商最佳補貨乘數之組合，由**性質 2**和**理論 1**可以推導出**性質 3**。

**性質3：** 給定任意  $b$  值，都可以經由下列的判斷式保障  $k_i^*(b) \in K(b)$

**CASE 1 : VMI&CS**

$$k_i^*(b) = \begin{cases} 1, & \text{if } b \geq \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \\ m+1, & \text{if } \frac{1}{m+1} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \leq b < \frac{1}{m} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}}, \text{ for } m = 0, 1, \dots, v_i \end{cases} \quad (4.15)$$

**CASE 2 : Centralized**

$$k_i^*(b) = \begin{cases} 1, & \text{if } b \geq \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^b)}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)}} \\ m+1, & \text{if } \frac{1}{m+1} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^b)}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)}} \leq b < \frac{1}{m} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^b)}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)}}, \text{ for } m = 0, 1, \dots, v_i \end{cases} \quad (4.16)$$

**性質4：** 由理論 1 可知在  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  的任意兩個相鄰交會點  $[\omega_{p+1}, \omega_p]$  ( $p \in N^+$ ) 之間，給定任意  $b$  值， $\underline{TC}^{Gz}(b)$  函數的最佳補貨乘數向量  $K(b)$  不變。

**4.1.3 全域最佳解的搜尋演算法**

本節藉由 4.1.1 節及 4.1.2 節的成本函數理論分析，提出求解「一般整數策略下單一供應商多購買商寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題」與「一般整數策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」的全域最佳解搜尋演算法。

搜尋演算法的概念是沿著  $b$  軸由大至小搜尋全域最佳解，我們會找到搜尋上界  $B^U$  與下界  $B^L$ ，確保  $b$  值在  $[B^L, B^U]$  區間以外，目標成本函數  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  不會得到更好的解，並透過上下界的限制縮短搜尋解的時間。在搜尋的過程中，從  $B^U$  開始搜尋到達到終止條件為止，每經過一個交會點  $\omega_p$  就會更新成對應之最佳補貨乘數向量  $K(\omega_p)$  及更新搜尋下界  $B^L$ ，藉由此組合判斷終止條件，如果未達終止條件，找到此最佳補貨乘數向量  $K(\omega_p)$  所對應之區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_p))$ ，接著利用  $(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$  判斷是否可能產生比目前最佳解更好的解，如果有可能，就進一步確認在是否有可行的排程表

$W(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$ ，如果有可行的排程表，將其組合下的目標成本函數  $TC^{Gz}(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p), W)$  與之前得到的最佳目標成本函數進行比較，如果得到  $r$  的目標成本函數，將其作為最佳目標成本函數記錄下來，一旦達到終止條件，便輸出所找到的最佳目標成本函數，也就是這個問題的全域最佳解。

接下來，會將演算法中的主要步驟逐一說明，並在本節的最後提出完整的搜尋演算法流程。

#### 4.1.3.1 搜尋上界

找到一個搜尋上界  $B^U$ ，確保在  $b > B^U$  的情況下不會有更好的解。找到第一個交會點  $\omega_1 = \max\{\delta_i(k_i = 1)\}$ ，我們令一個大於第一個交會點的值為  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  的第 0 個交會點，也就是  $\omega_0 \equiv \omega_1 + \varepsilon$  ( $\varepsilon$  為一個極小數)，此時所有購買商的基本週期乘數皆為 1 ( $K(\omega_0) = (1, 1, \dots, 1)$ )。另一方面，從產能限制(3.7)式可以推導出所有購買商的補貨週期乘數皆為 1 時，基本週期有最小值：

$$b \geq \frac{S}{1 - \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{P}}$$

因此，我們可以推得搜尋上界為：

$$B^U = \min \left\{ \omega_0, \frac{S}{1 - \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{P}} \right\} \quad (4.17)$$

#### 4.1.3.2 更新補貨週期乘數組合

我們藉由(4.10)及(4.11)式得到因應與購買商  $i$  補貨相關成本函數  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  上所有的交會點  $\delta_i(k_i)$ ，並從主張 1 知道  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  會繼承每一個  $\underline{TC}_i^{Gz}(b)$  的交會點。每當我們獲得一組最佳週期補貨乘數後，將其帶入(4.10)或(4.11)式，得到的最大值便為下一個交會點  $\omega_p = \max\{\delta_i(k_i)\}$ ，相對應之購買商則是  $l_p(\omega_p)$ ，當  $\underline{TC}^{Gz}(b)$  搜尋至  $\omega_p$  時， $k_{l_p(\omega_p)}$  會被  $k_{l_p(\omega_p)} + 1$  取代。將  $K(\omega_p)$  定義為  $(\omega_{p+1}, \omega_p]$  中的最佳補貨週期乘數組合。

$$K(\omega_p) \triangleq \left( K(\omega_{p-1}) - \{k_{l_p(\omega_p)}\} \right) \cup \{k_{l_p(\omega_p)} + 1\}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (4.18)$$

### 4.1.3.3 區域最佳解

因 $\underline{TC}^{Gz}(b)$ 為片段性凹向上函數，在可以利用 $\underline{TC}^{Gz}(b)$ 對 $b$ 偏微分為0，求得兩相鄰交會點 $(\omega_{p+1}, \omega_p]$ 間凹向上函數的最低點 $\check{b}(K(\omega_p))$ ，如果此 $\check{b}(K(\omega_p))$ 值與對應之補貨乘數 $K(\omega_p)$ 組合下的有可行的排程表 $W(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$ ，就表示這個最低點為區域最佳解。

我們在前面的數學理論分析中皆不考慮整備成本的項目，因為在不確定排程表的情況下，無法事先得知二元決策變數 $m_j$ 的值，但在計算區域最佳解的 $b$ 值時，不能忽略 $A^{vs}$ 對 $b$ 值的影響，即使所有 $k_i > 1$ ，如果將原先之整備成本項目 $\sum_{j=1}^{lcm\{V_i\}} m_j \frac{A^{vs}}{lcm\{V_i\}b}$ 運用 $A^{vs}/b$ 作為近似值並不會造成太大的誤差，故納入區域最佳解的計算公式(4.19)及(4.20)。

#### CASE 1 : VMI&CS

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{TC}^{G_1}(b)}{db} &= \frac{d}{db} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{A^{vs}}{b} + \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \right) \right] \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^N \left( -\frac{A^{vs}}{b^2} - \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b^2} + \frac{d_i k_i}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \right) = 0 \\ &\Rightarrow \check{b}(K(\omega_p)) = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^N [A^{vs} + (A_i^{vr} + A_i^{bp})/k_i(\omega_j)]}{\sum_{i=1}^N [d_i k_i(\omega_j) \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)]}} \end{aligned} \quad (4.19)$$

#### CASE 2 : Centralized

$$\check{b}(K(\omega_p)) = \sqrt{\frac{2 \sum_{i=1}^N [A^{vs} + (A_i^{vr} + A_i^b)/k_i(\omega_j)]}{\sum_{i=1}^N [d_i k_i(\omega_j) \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)]}} \quad (4.20)$$

### 4.1.3.4 搜尋下界

為了確保 $b$ 值的可行性，透過產能限制(3.7)式可以推導出基本週期的最小值，推導過程如下：

$$S + \sum_{i=1}^N \sum_{l=0}^{V_i} w_{il\varphi(2^l, j)} \frac{d_i k_i b}{P} \leq b, \text{ for } j = 1, \dots, V_i$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &\leq b \left(1 - \frac{d_i k_i}{P}\right) \Rightarrow b \geq \frac{S}{1 - \frac{d_i k_i}{P}} \\ \Rightarrow b &\geq \max_i \left\{ \frac{S}{1 - \frac{d_i}{P}} \right\} \geq \frac{S}{1 - \frac{\max\{d_i k_i\}}{P}} \end{aligned}$$

因此可以得到如(4.21)式所示的搜尋下界，此值會隨著 $K(\omega_p)$ 而有改變，因此每更新一次最佳補貨乘數組，即須更新一次 $B^L$ 。

$$B^L = \beta \left( K(\omega_p) \right) = \frac{S}{1 - \frac{\max\{d_i k_i\}}{P}} \quad (4.21)$$

#### 4.1.3.5 終止條件

我們在 4.1.3.4 小節推導出搜尋下界 $B^L$ ，除了當 $b$ 小於 $B^L$ 會停止演算法的搜尋以外，還必須確保 $B^L$ 的可行與合理性，即分母必大於 0。當 $b$ 向下搜尋時， $k_i$ 值會越變越大，所以當這項不等式成立時，應停止搜尋。

$$1 - \frac{\max\{d_i k_i\}}{P} > 0 \Rightarrow \frac{\max\{d_i k_i\}}{P} < 1 \Rightarrow \max\{d_i k_i\} < P$$

因此，下列(4.22)式及(4.23)式皆為演算法之終止條件，只要符合其中一者，便會停止最佳解的搜尋。

$$\max\{d_i k_i\} > P \quad (4.22)$$

$$\omega_p < B^L \quad (4.23)$$

#### 4.1.3.6 較優候選解的篩選法則

我們透過 4.1.3.2 節及 4.1.3.3 節可以得到 $K(\omega_p)$ 及 $\check{b}(K(\omega_p))$ 的組合，雖然還未進行排程，無法得知 $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}} \cdot \frac{A^{vs}}{b}$ 的大小，但可以先求出在這個組合之下，目標成本函數 $TC(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p), W)$ 的下界 $\widetilde{TC}^{Gz}(\omega_p)$ 。目標成本函數下界 $\widetilde{TC}^{Gz}(\omega_p)$ 的原理是假設所有的購買商生產排程都可以安排在 $\{k_i\}$ 集合的某些特定的基本週期上，也就是使 $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$ 為最小可能的值。目標成本函數下界可以透過(4.25)式及(4.26)式求得，其中 $\gamma$

的定義請參照(4.24)式。

$$\gamma(K(\omega_p)) \equiv \begin{cases} \min\{k_i\}, & \text{if all}\{k_i\} > 1 \text{ and } \gcd\{k_i\} = 1 \\ \gcd\{k_i\}, & \text{o.w. (i.e., } \exists k_i = 1 \text{ or } \gcd\{k_i\} > 1) \end{cases} \quad (4.24)$$

### CASE 1 : VMI&CS

$$\widetilde{TC}^{G_1}(\omega_p) = \frac{A^{vs}}{\gamma(K(\omega_p))b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad (4.25)$$

### CASE 2 : Centralized

$$\widetilde{TC}^{G_2}(\omega_p) = \frac{A^{vs}}{\gamma(K(\omega_p))b} + \sum_{i=1}^N \frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i b} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \quad (4.26)$$

**主張2：**  $\frac{1}{\gamma(K(\omega_p))}$  是  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}}$  的下界。

**證明：**

(1) 如果有任一購買商的補貨乘數為 1 ( $\exists k_i = 1$ )，則  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}}$  必定為 1，因為每個基本週期都需要生產，此時的  $\{k_i\}$  的最大公因數也會為 1，最後我們得到整備成本為

$$\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}} \cdot \frac{A^{vs}}{b} = \frac{A^{vs}}{b};$$

(2) 如果  $\{k_i\}$  皆不為 1 且最大公因數大於 1 時 ( $\gcd\{k_i\} > 1$ )， $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$  的最小值會發

生在所有購買商只在最大公因數的基本週期上進行生產時，此時的  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}} =$

$$\frac{lcm\{k_i\}}{\gcd\{k_i\}} \cdot \frac{1}{lcm\{k_i\}} = \frac{1}{\gcd\{k_i\}},$$

帶入整備成本得到  $\frac{1}{\gcd\{k_i\}} \cdot \frac{A^{vs}}{b}$ 。例如  $k_i = 3, 18, 27$  時，最大公因數  $\gcd\{k_i\}$  為 3，這個情況下的整備成本最小值會發生在每 3 個基本週期生產一次的時候；

(3) 如果  $\{k_i\}$  皆不為 1 且最大公因數為 1 時 ( $\gcd\{k_i\} = 1$ )，因為  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}} \geq \frac{1}{\min\{k_i\}}$ ，可

令  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}}$  的下界為  $\frac{1}{\min\{k_i\}}$ ，表示在所有的基本週期中至少每  $\min\{k_i\}$  個基本週期就

有一次生產作業，雖然不是所有的購買商都能只在  $\min\{k_i\}$  基本週期進行生產，但如

果連這個下界都無法達到，便不用再進行是否有可行排程表的確認。

我們可以由**主張 2** 得到判斷是否排除  $\check{b}(K(\omega_p))$  及  $K(\omega_p)$  組合的**法則 1**。

**法則 1：** 當目標成本函數下界  $\widetilde{TC}^{Gz}(\omega_p)$  大於目前的最佳解  $TC^*$  時，表示這個  $(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$  組合不可能產生比目前最佳解更好的解，因此不需要確認是否有可行的排程表。

此外，我們也提出**法則 2**，目的是要避免  $lcm\{k_i\}$  過大的情形，例如：當補貨週期乘數向量  $K(\omega_p) = (5, 7, 10, 31, 17, 13, 3, 4, 4, 5)$  時，最小公倍數為 2,877,420，這時不但耗時運算，也會增加實際應用的難度，因此我們也會排除所有購買商中任一補貨週期乘數  $k_i$  為大於 12 的質數及其倍數的情況，借此節省演算法的運算時間，也讓實際的應用上能較為便利。

**法則 2：** 排除所有購買商中任一補貨週期乘數  $k_i$  為大於 12 的質數及其倍數的情況。

#### 4.1.3.7 產生可行的最佳排程表

當新的區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_p))$  與其對應之最佳補貨乘數向量  $K(\omega_p)$  通過終止條件的檢查，接著就是確認此組合產生的排程表  $W(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$  是否可行，由於產生可行最佳排程表的過程較為複雜，我們把這部分獨立成一節，詳細過程請參閱 4.1.4 節。

#### 4.1.3.8 全域最佳解搜尋演算法

在本節的最後，以虛擬碼及流程圖彙整本研究所提出求解「一般整數策略下單一供應商多購買商寄售與供應商管理庫存問題」與「一般整數策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」的全域最佳解搜尋演算法，虛擬碼請參照 Algorithm GI，而對應之流程圖請參照圖 4.5。

**Algorithm GI :**

1. Input data
2.  $p \leftarrow 0, K(\omega_0) \leftarrow (1,1, \dots, 1)$
3.  $b^* \leftarrow \check{b}(K(\omega_0)), K^* \leftarrow K(\omega_0), W_1^* \leftarrow W(\check{b}(K(\omega_0)), K^*), TC^* \leftarrow TC(b^*, K^*, W^*)$
4. **while** the termination condition has not been reached **do**
5.      $p \leftarrow p + 1$
6.     **for**  $i = 1$  to  $N$  **do** //  $N$  is the number of buyers.
7.         **if**  $\delta_i(k_i) > \omega_p$  **then**
8.              $\omega_p \leftarrow \delta_i(k_i), t_p(\omega_p) \leftarrow i$
9.         **end if**
10.     **end for**
11.      $K(\omega_p) \leftarrow (K(\omega_{p-1}) - \{k_{t_p(\omega_p)}\}) \cup \{k_{t_p(\omega_p)} + 1\}$
12.      $B^L \leftarrow \beta(K(\omega_p))$
13.     **if**  $\max\{d_i k_i\} > P$  **or**  $\omega_p < B^L$  **then**
14.         **break**
15.     **end if**
16.     **if**  $(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$  pass the screening rule **then**
17.         **if** the production schedule is feasible **then**
18.             **if**  $TC^* > TC(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p), W)$  **then**
19.                  $b^* \leftarrow \check{b}(K(\omega_p)), K^* \leftarrow K(\omega_p), W^* \leftarrow W(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$
20.                  $TC^* \leftarrow TC(b^*, K^*, W^*)$
21.             **end if**
22.         **end if**
23.     **end if**
24. **end while**
25. Output  $b^*, K^*, W^*$  and  $TC^*$

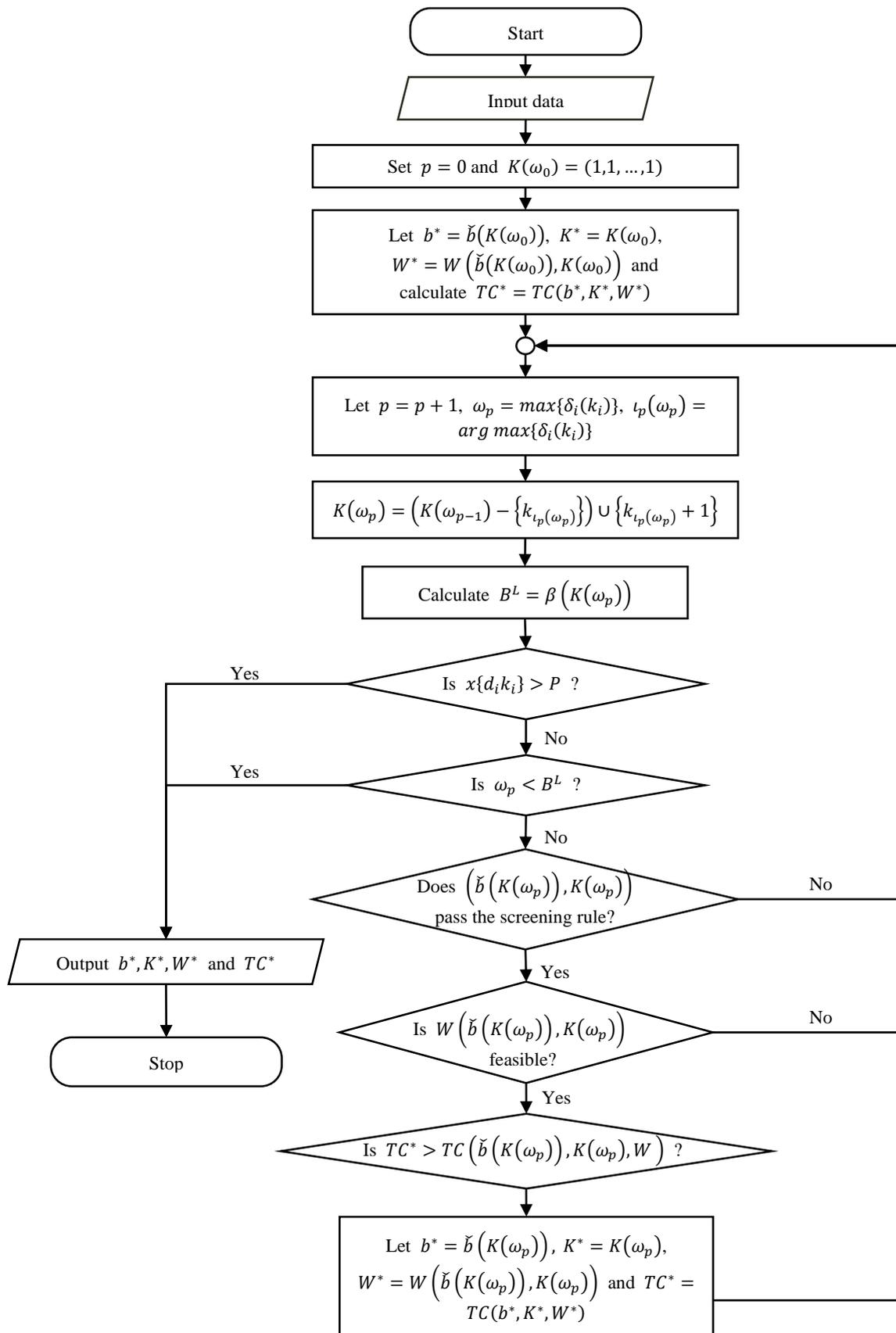


圖 4.5 全域最佳解搜尋演算法的流程圖

#### 4.1.4 最佳的可行補貨排程

每當 4.1.3 節全域最佳解搜尋演算法中所得一組新的決策變數組合  $(b, K)$ ，便會透過本節的啟發式演算法產生可行的補貨排程表，並求得二元變數  $m_j$  的值 ( $j \in [1, lcm\{k_i\}]$ )，以得到一般整數策略下兩種問題的目標成本。

產生最佳可行補貨排程表啟發式演算法是改寫自 Yao (2001a) 的「Proc. PLMP (尖峰負載最小化問題)」，作法是先運用貪婪法產生一個初始排程表，接著確認整備時間加上該其所需的生產作業時間是否會超過基本週期長度，如果會超過，再利用 Smooth-out routine、Pair-exchange routine 及 Two-to-one exchange routine 三種程序做改善，一旦整備時間加上該其所需的生產作業時間符合基本週期長度，就可以得到可行的補貨排程表，最後，運用排程表最佳化程序，期望可以得到比可行排程表還要更好的排程表，使得  $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$  最小化。接下來，先將啟發式演算法中的符號作定義，再將各步驟逐一地說明。

產生最佳可行補貨排程表的啟發式演算法中會使用到的符號定義如下：

- $\mathcal{N}$  所有購買商 (buyers) 的集合
- $F$  未被選擇重新最佳化的購買商集合
- $\sigma_i$  購買商  $i$  在一個基本週期中的生產作業時間 ( $\sigma_i = d_i k_i b / P$ )
- $\tau$  尖峰負載的基本週期 (該其所需的生產作業時間最長)
- $m$  最低負載的基本週期 (該其所需的生產作業時間最短)
- $\mathbb{W}$  在特定區域搜尋中的最小尖峰負載排程表
- $L(\mathbb{W})$  排程表  $\mathbb{W}$  中的最小尖峰負載值
- $\mu(\mathbb{W})$  排程表  $\mathbb{W}$  中的有相同尖峰負載值的基本週期數
- $A(\mathbb{W})$  排程表  $\mathbb{W}$  中有安排生產作業的基本週期平均作業時間
- $L^*$  一次最佳化的循環中的最小尖峰負載值
- $\Gamma(\tau, W) = \{i | w_{i\varphi(l,j)} = 1 \text{ and } k_i > 1\}$ ，意思是在排程表  $W$  的基本週期  $\tau$  中的所有補貨乘數大於 1 的購買商集合。
- $\Lambda(\tau, W) = \{i | w_{i\varphi(l,j)} = 0 \text{ and } k_i > 1\}$ ，意思是不在排程表  $W$  的基本週期  $\tau$  中的所有補貨乘數大於 1 的購買商集合。

$\Pi(m, W) = \{i | w_{i\varphi(l,j)} = 1 \text{ and } k_i > 1\}$ ，意思是在排程表 $W$ 的基本週期 $m$ 中的所有補貨乘數大於1的購買商集合。

$W$  在改善程序中的候補最小尖峰負載排程表

$L(W)$  排程表 $W$ 中的最小尖峰負載值

$\mu(W)$  排程表 $W$ 中的有相同尖峰負載值的基本週期數

$\alpha(W)$  排程表 $W$ 中的有生產作業排程的基本週期數

$\chi$  啟發式演算法中不能改善 $L(W^*)$ 的連續次數

$$\rho = \begin{cases} 1, & \text{如果 } L(W) \text{ 或 } \mu(W) \text{ 有改善} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

#### 4.1.4.1 作業調度程序

在產生初始排成表之前，先介紹作業調度程序，這個程序是要將新購買商 $i$ 安排至已有的組合 $\vartheta$ 之中，找到新乘數 $k_i$ 集合中的最小公倍數 $\kappa(\vartheta \cup \{i\}) = \text{lcm}\{\kappa(\vartheta), k_i\}$ ，如果 $\kappa(\vartheta \cup \{i\}) > \kappa(\vartheta)$ ，將 $W(\vartheta)$ 增加為 $\kappa(\vartheta \cup \{i\})/\kappa(\vartheta)$ 倍，作為 $W(\vartheta \cup \{i\})$ 的「骨架基礎」；如果 $\kappa(\vartheta \cup \{i\}) = \kappa(\vartheta)$ ，直接將 $W(\vartheta)$ 作為 $W(\vartheta \cup \{i\})$ 的基礎，最後，依照購買商 $i$ 的乘數 $k_i$ 安排 $\sigma_i$ 至 $W(\vartheta \cup \{i\})$ 的基礎中，以得到 $L(W)$ ，其中 $L(W)$ 包含尖峰負載基本週期中所需的生產作業時間與整備時間。

#### 4.1.4.2 初始排程程序

使用貪婪法找到初始排程表 $W$ （包含所有的購買商），作法是將集合 $\mathcal{N}$ 中的所有購買商按 $\sigma_i$ 的大小降序排列，從有最大 $\sigma_i$ 的購買商 $i$ 開始安排，利用作業調度程序得到初始的排程表 $W(\mathcal{N})$ ，如果初始排程表 $W$ 中的最小尖峰負載值 $L(W)$ 不超過基本週期長度 $b$ ，即得到可行的補貨排程表，如果 $L(W)$ 超過基本週期長度 $b$ ，再利用排程平滑程序進行改善。

此外，在完成一次最佳化的循環後可以得到排成表 $W$ ，要再開始另一次最佳化的循環之前，應隨機選擇一部份的購買商，剩下未被選擇的購買商即為集合 $F$ ，將 $F$ 中的購買商補貨排程固定，再將 $(\mathcal{N} - F)$ 中的購買商補貨作業隨機產生初始排程。詳細的步驟如下：

1. 在 $W$ 減去 $(\mathcal{N} - F)$ 集合中作業的生產時間。

2. 將 $\mathbb{W}$ 中的 $F$ 作業固定，中間的排程表為 $W(\vartheta) = W(F)$ 。
3. 利用 Proc. JS 安排 $\sigma_i$  ( $i \in (\mathcal{N} - F)$ )，直到它以初始排程表 $W = W(\mathcal{N})$ 結束。(從有較長生產時間的 $\sigma_i$ 開始安排)

產生初始排程表的虛擬碼請參照 Proc. IS，而對應之流程圖請參照圖 4.6。

**Proc. IS :**

1. Input  $(b, K), S, F$  and  $W$
2. Set the production time of all buyer  $\hat{i}$  in  $\mathcal{N} - F$  as a descending order array  $\{\sigma_i\}$
3.  $\hat{i} \leftarrow 1, \vartheta \leftarrow F$
4. **while**  $|\vartheta| < |\mathcal{N}|$  **do**
5.      $\kappa(\vartheta \cup \{\hat{i}\}) \leftarrow lcm\{\kappa(\vartheta), k_{\hat{i}}\}$
6.     **if**  $\kappa(\vartheta \cup \{\hat{i}\}) > \kappa(\vartheta)$  **then**
7.         Make  $\kappa(\vartheta \cup \{\hat{i}\})/\kappa(\vartheta)$  copies of  $W(\vartheta)$
8.     **end if**
9.     Choose among the  $k_{\hat{i}}$  ways of assigning  $\sigma_{\hat{i}}$  to the foundation of  $W(\vartheta \cup \{\hat{i}\})$  to obtain  $L(W(\vartheta \cup \{\hat{i}\}))$
10.     $\vartheta \leftarrow \vartheta \cup \{\hat{i}\}, \hat{i} \leftarrow \hat{i} + 1$
11. **end while**
12. Output  $W$  and  $L(W)$

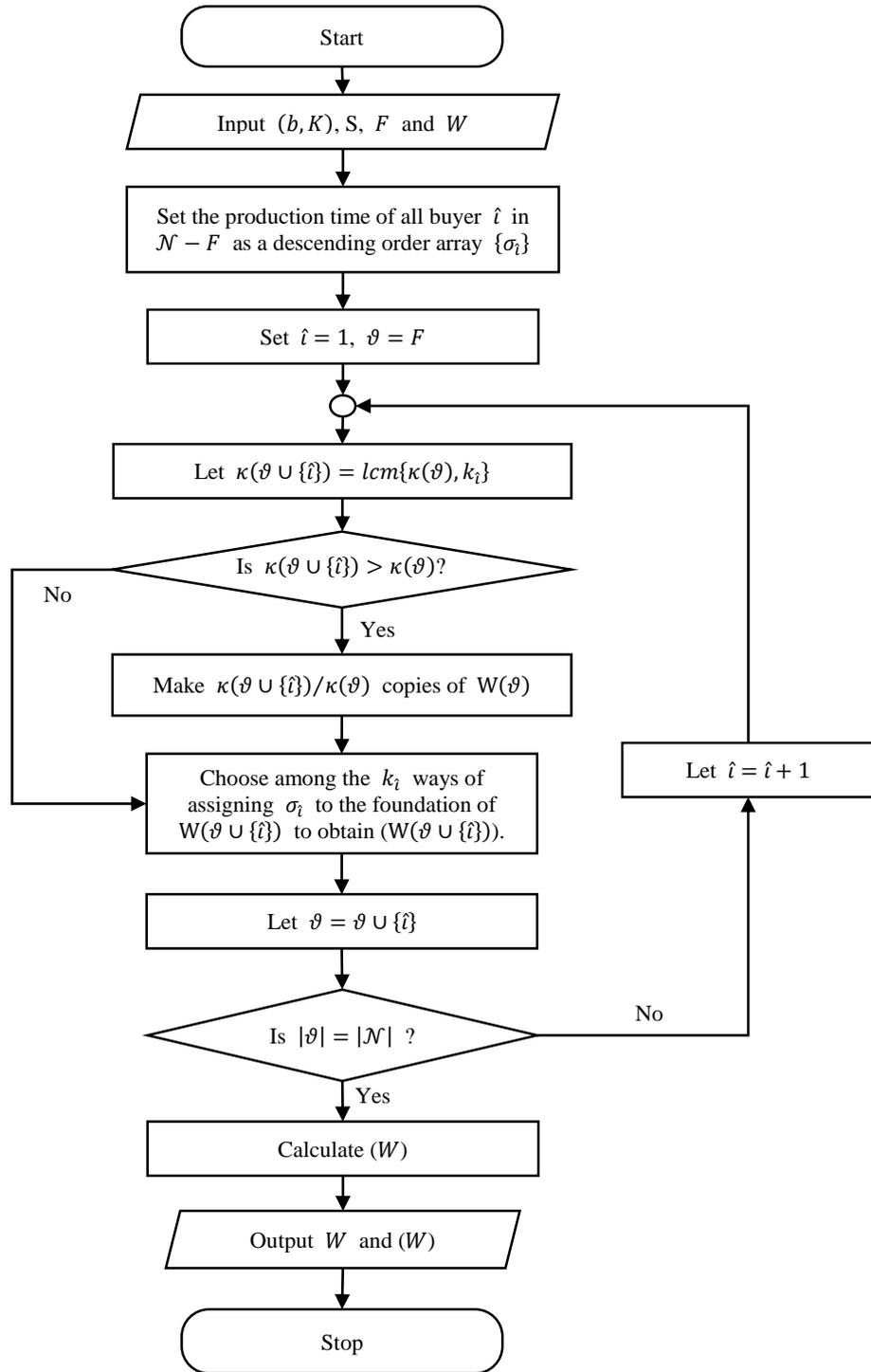


圖 4.6 初始排程程序的流程圖

#### 4.1.4.3 排程表平滑程序

這是在得到不可行的初始排程表 $W(\mathcal{N})$ 後要進行尖峰負載改善的程序，它包含了三個子程序：Smooth-out routine、Pair-exchange routine 及 Two-to-one exchange routine，透

過平滑或交換的方式降低尖峰負載值。

### (1) Smooth-out routine

此程序試圖透過平滑生產作業時間的方式降低尖峰負載值，做法為將  $\sigma_i$  移出最大負載的基本週期  $\tau$  中，降低  $lcm\{k_i\}$  基本週期中的最大負載，詳細的步驟如下：

1. 將  $\hat{i} \in \Gamma(\tau, W)$  中的  $\sigma_i$  降序排列，並將全部的  $\hat{i} \in \Gamma(\tau, W)$  標為未測試。
2. 確認是否有任何  $\Gamma(\tau, W)$  中的購買商為未測試：如果有  $\Gamma(\tau, W)$  中的購買商為未測試，找到第一個未測試的購買商  $\hat{i}$ ，用作業調度程序重新安排  $\sigma_i$  以得到最小的尖峰負載  $L(\mathbb{W})$  和相對應的排程表  $\mathbb{W}$ 。如果所有在  $\Gamma(\tau, W)$  中的購買商都已測試，結束 Smooth-out routine。
3. 確認排程表是否有改善：如果  $L(\mathbb{W}) < L(W)$  或  $\mu(\mathbb{W}) < \mu(W)$ ，設定  $L(\mathbb{W}) = L(W)$ ， $W = \mathbb{W}$ ， $\rho = 1$ ，結束 Smooth-out routine。如果  $L(W) \geq L(\mathbb{W})$  且  $\mu(\mathbb{W}) \geq \mu(W)$ ，將工作標為已測試；進到 step 2。

Smooth-out routine 的虛擬碼請參照 Routine SO，而對應之流程圖請參照圖 4.7。

#### Routine SO :

1. Input  $(b, K), S, P$  and  $W$
2. Set the production time of all buyers  $\hat{i}$  in  $\Gamma(\tau, W)$  as a descending order array  $\{\sigma_i\}$
3.  $\rho \leftarrow 0$  and calculate  $\mu(W)$
4. **for**  $\hat{i} = 1$  to  $|\Gamma|$  **do**
5.     Choose among the  $k_{\hat{i}}$  ways of reassigning  $\sigma_{\hat{i}}$  to obtain  $\mathbb{W}$  and  $L(\mathbb{W})$
6.     **if**  $L(\mathbb{W}) < L(W)$  or  $\mu(\mathbb{W}) < \mu(W)$  **then**
7.          $L(W) \leftarrow L(\mathbb{W}), W \leftarrow \mathbb{W}$  and  $\rho \leftarrow 1$
8.     **break**
9.     **end if**
10. **end for**
11. Output  $\rho, W$  and  $L(W)$

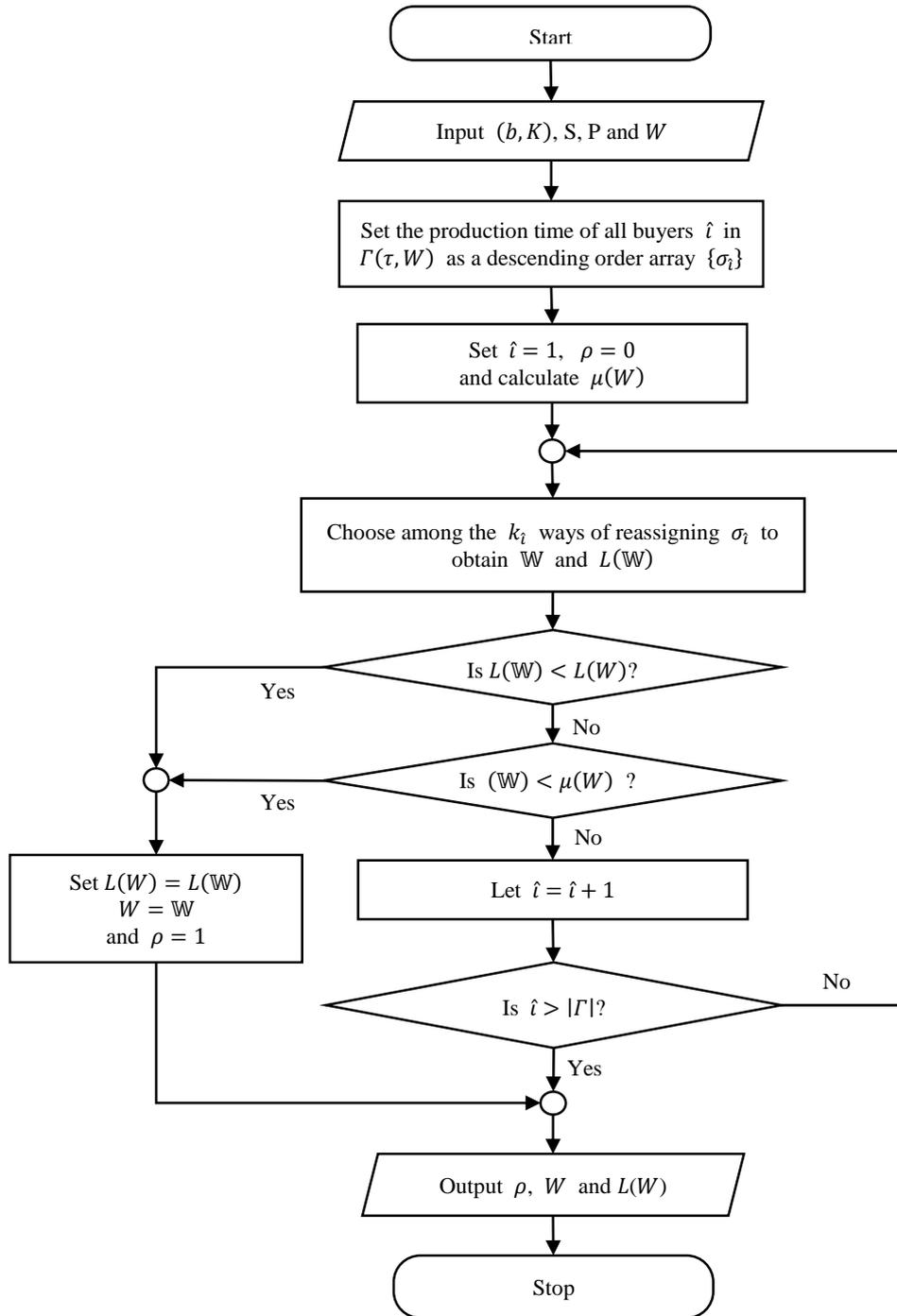


圖 4.7 The Smooth-out routine 的流程圖

## (2) Pair-exchange routine

此程序試圖透過交換購買商生產作業至不同基本週期的方式降低尖峰負載值，做法為將最大負載基本週期 $\tau$ 中的購買商 $i$ ，和不在基本週期 $\tau$ 中並且有較短生產作業時間的購買商 $j$ 作交換，詳細的步驟如下：

1. 將 $\hat{i} \in \Gamma(\tau, W)$ 中的 $\sigma_i$ 降序排列和 $\hat{j} \in \Lambda(\tau, W)$ 中的 $\sigma_j$ 升序排列，並將所有的購買商 $\hat{i} \in \Gamma(\tau, W)$ 和 $\hat{j} \in \Lambda(\tau, W)$ 標記為未測試。
2. 確認是否有任何 $\Gamma(\tau, W)$ 中的購買商為未測試：如果有 $\Gamma(\tau, W)$ 中的購買商為未測試，找到第一個未測試的購買商 $\hat{i}$ ，去 Step 3。如果所有在 $\Gamma(\tau, W)$ 中的購買商都已測試，結束 Pair-exchange routine。
3. 確認是否有任何 $\Lambda(\tau, W)$ 中的購買商為未測試：如果有 $\Lambda(\tau, W)$ 中的購買商為未測試，找到第一個未測試的購買商 $\hat{j}$ ，去 Step 4。如果所有在 $\Lambda(\tau, W)$ 中的購買商都已測試，重新將所有購買商標示為未測試，去 Step 2。
4. 標示購買商為已測試，並比較 $\sigma_i$ 和 $\sigma_j$ ：(a)如果 $\sigma_i > \sigma_j$ ，將 $\sigma_j$ 重新安排在基本週期 $\tau$ 中，並利用作業調度程序重新安排 $\sigma_i$ ，以得到 $\mathbb{W}$ ，接著確認是否有改善：如果 $L(\mathbb{W}) < L(W)$ 或 $\mu(\mathbb{W}) < \mu(W)$ ，設定 $L(\mathbb{W}) = L(W)$ ， $W = \mathbb{W}$ ， $\rho = 1$ ，結束 Pair-exchange routine。如果 $L(W) \geq L(\mathbb{W})$ 且 $\mu(\mathbb{W}) \geq \mu(W)$ ，將購買商標為已測試；進到 step 3。(b)如果 $\sigma_i \leq \sigma_j$ ，進到 step 3。

Pair-exchange routine 的虛擬碼請參照 Routine PE，而對應之流程圖請參照圖 4.8。

#### **Routine PE :**

1. Input  $(b, K), S, P$  and  $W$
2. Set the production time of all buyers  $\hat{i}$  in  $\Gamma(\tau, W)$  as a descending order array  $\{\sigma_i\}$ , and the production time of all buyer  $\hat{j}$  in  $\Lambda(\tau, W)$  as an ascending order array  $\{\sigma_j\}$
3.  $\rho \leftarrow 0$  and calculate  $\mu(W)$
4. **for**  $\hat{i} = 1$  to  $|\Gamma|$  **do**
5.     **for**  $\hat{j} = 1$  to  $|\Lambda|$  **do**
6.         **if**  $\sigma_i > \sigma_j$  **then**
7.             Reassign  $\sigma_j$  to let buyer  $\hat{j}$  be produced in b.p.  $\tau$
8.             Choose among the  $k_{\hat{i}}$  ways of reassigning  $\sigma_i$  to obtain  $\mathbb{W}$  and  $L(\mathbb{W})$
9.             **if**  $L(\mathbb{W}) < L(W)$  or  $\mu(\mathbb{W}) < \mu(W)$  **then**
10.                  $L(W) \leftarrow L(\mathbb{W}), W \leftarrow \mathbb{W}$  and  $\rho \leftarrow 1$
11.             **break**
12.         **end if**
13.     **end if**
14. **end for**

15. end for

16. Output  $\rho$ ,  $W$  and  $L(W)$

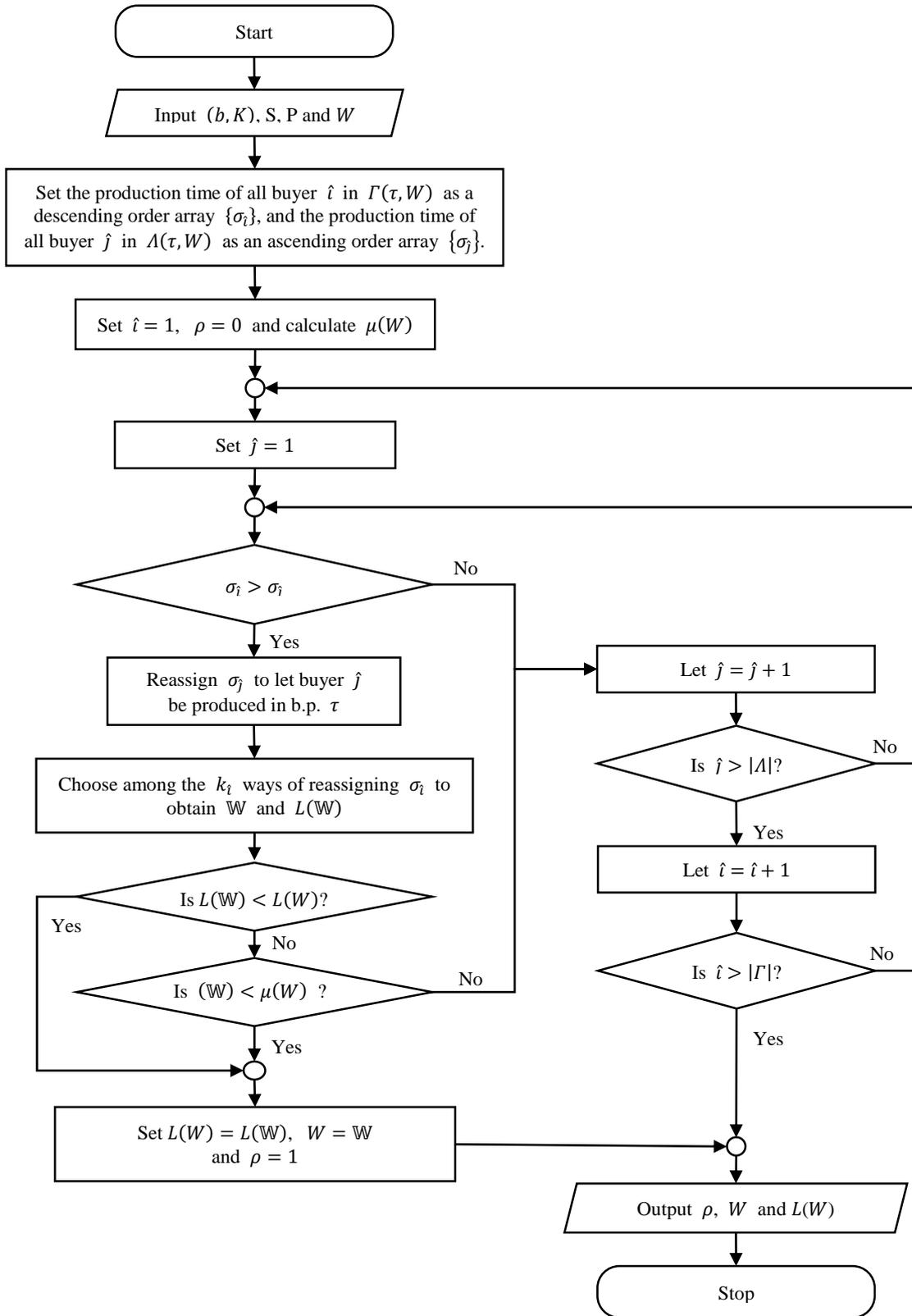


圖 4.8 Pair-exchange routine 的流程圖

### (3) Two-to-one exchange routine

此程序試圖透過透過交換購買商生產作業至不同基本週期的方式降低尖峰負載值，做法為將兩個購買商 $\hat{j}$ 、 $\hat{l}$ 的生產作業時間 $\sigma_j$ 和 $\sigma_l$ 與一個在基本週期 $\tau$ 中的購買商 $i$ 交換，購買商 $i$ 有較長的生產時間 $\sigma_i$ ，實施的過程與 Pair-exchange routine 相似。

Two-to-one exchange routine 的虛擬碼請參照 Routine TO，而對應之流程圖請參照圖 4.9。

#### Routine TO :

1. Input  $(b, K)$ , S, P and  $W$
2. Set the production time of all buyers  $\hat{l}$  in  $\Gamma(\tau, W)$  as a descending order array  $\{\sigma_i\}$ , and the production time of all buyer  $\hat{j}$ ,  $\hat{l}$  in  $\Lambda(\tau, W)$  as an ascending order array  $\{\sigma_j\}, \{\sigma_l\}$
3.  $\rho \leftarrow 0$  and calculate  $\mu(W)$
4. **for**  $\hat{l} = 1$  to  $|\Gamma|$  **do**
5.     **for**  $\hat{j} = 1$  to  $|\Lambda|$  **do**
6.         **for**  $\hat{l} = \hat{j} + 1$  to  $|\Lambda|$  **do**
7.             **if**  $\sigma_i > \sigma_j + \sigma_l$  **then**
8.                 Reassign  $\sigma_j$  and  $\sigma_l$  to let buyer  $\hat{j}$  and buyer  $\hat{l}$  be produced in b.p.  $\tau$
9.                 Choose among the  $k_i$  ways of reassigning  $\sigma_i$  to obtain  $\mathbb{W}$  and  $L(\mathbb{W})$
10.                **if**  $L(\mathbb{W}) < L(W)$  or  $\mu(\mathbb{W}) < \mu(W)$  **then**
11.                     $L(W) \leftarrow L(\mathbb{W}), W \leftarrow \mathbb{W}$  and  $\rho \leftarrow 1$
12.                    **break**
13.                **end if**
14.             **end if**
15.         **end for**
16.     **end for**
17. **end for**
18. Output  $\rho$ ,  $W$  and  $L(W)$

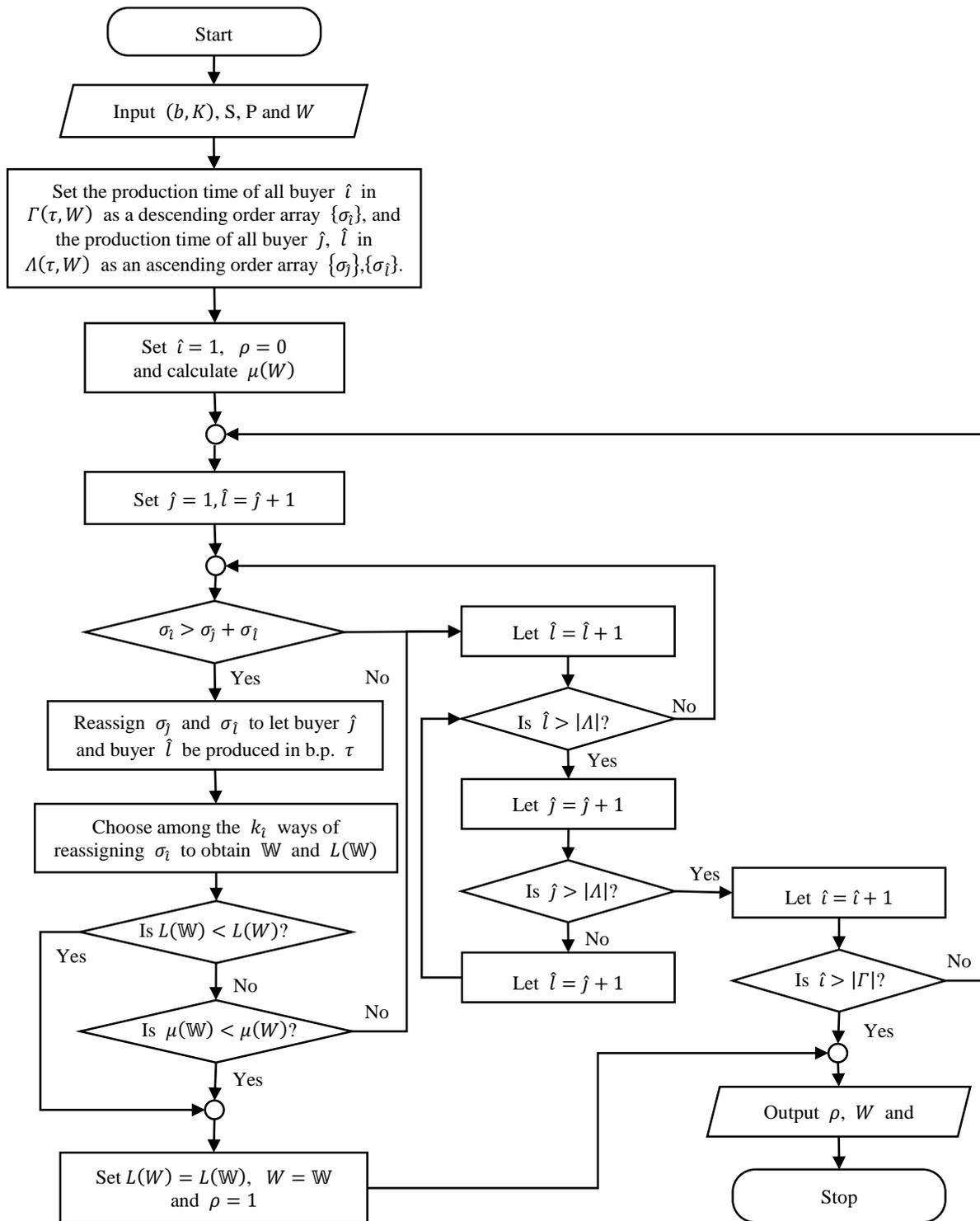


圖 4.9 Two-to-one exchange routine 的流程圖

#### 4.1.4.4 排程表最佳化程序

當我們得到一個可行的排程表後，如果任一購買商的補貨周期乘數 $k_i$ 皆不為 1，可

以試著將排程表的  $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$  變小，把生產作業時間最短的基本週期中的生產作業移至其他期別，但仍須按照整備時間加上該其所需的生產作業時間不超過基本週期長度的規定。

**主張3：** 當  $A(W) \leq \frac{\alpha(W)-1}{lcm\{k_i\}} \times b$  時，就算只使用排程表中的  $\alpha(W) - 1$  個基本週期也有機會能得到可行的排程表。

**證明：**  $A(W)/b$  為一個週期循環排程中所有生產時間的實際利用率，當  $A(W)/b > \frac{\alpha(W)-1}{lcm\{k_i\}}$  時，表示如果只使用  $\alpha(W) - 1$  個基本週期，可利用的總生產時間無法負荷所有購買商的生產作業，因此，只有在  $A(W) \leq \frac{\alpha(W)-1}{lcm\{k_i\}} \times b$  時，才有可能利用  $\alpha(W) - 1$  個基本週期得到可行的排程表。

**範例：** 當  $A(W) = 0.055$ ,  $lcm\{k_i\} = 8$ ,  $\alpha(W) = 8$ ,  $b = 0.06$  時，所需的總生產時間為  $8 \times 0.055 = 0.44$ ，目前使用 8 個基本週期的最大可利用總生產時間為  $8 \times 0.6 = 0.48$ ，如果只使用 7 個基本週期，最大可行利用總生產時間僅為  $7 \times 0.6 = 0.42$ ，因此，此時可利用的總生產時間無法滿足所有購買商的需求；從利用率的角度來看，實際利用率為 91.67%，如果只使用 7 個基本週期時，最大可能利用率為 87.5%，因為  $91.67\% > 87.5\%$ ，所以如果減少一個基本週期的使用，將無法滿足購買商的需求。

因為**主張 3** 為是否有機會將排程表的  $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$  變小的必要條件，本研究提出判斷是否進入排程表最佳化程序的詳細步驟如下：

1. 確認  $\alpha(W) > \frac{lcm\{k_i\}}{min\{k_i\}}$  且  $A(W) \leq \frac{\alpha(W)-1}{lcm\{k_i\}} \times b$ ：如果符合，進到 step 2。如果不符合，結束排程表最佳化程序。
2. 將
3. ~~確認是否有任何  $\Pi$  的序列中的購買商為未調度~~  $W$  如標為未調度  $W$  中的購買商為未調度，找到第一個未調度的購買商  $\hat{i}$ ，用作業調度程序重新安排  $\sigma_i$  至  $m$  以外的基本週期，以得到最小的尖峰負載  $L(W)$  和相對應的排程表  $W$ 。

4. 確認排程表是否有改善：如果符合 $L(\mathbb{W}) < b$ 及 $\alpha(\mathbb{W}) < \alpha(W)$ 兩項規定，將購買商設為已調度，當所有在 $\Gamma(\tau, W)$ 中的購買商為已調度，設定 $W = \mathbb{W}$ ，回到 step 1；當在 $\Gamma(\tau, W)$ 中還有購買商為未調度，回到 step 3。如果不符合任一項規定，結束排程表最佳化程序。

排程表最佳化程序的虛擬碼請參照 **Proc SO**，而對應之流程圖請參照圖 4.10。

**Proc SO :**

1. Input  $(b, K), S, P$  and  $W$
2.  $end \leftarrow 0$
3. **while**  $end = 0$  **do**
4.     Calculate  $A(W)$  and  $\alpha(W)$
5.     **if**  $\alpha(W) > \frac{lcm\{k_i\}}{min\{k_i\}}$  **then**
6.         **if**  $A(W) \leq \frac{\alpha(W)-1}{lcm\{k_i\}}$  **then**
7.             Set the production time of all buyers  $\hat{i}$  in  $\Pi(m, W)$  as a descending order array $\{\sigma_i\}$
8.              $\hat{i} \leftarrow 1$
9.             **while** the termination condition has not been reached **do**
10.                 Reassign  $\sigma_i$  to any other numerical b.p. than  $m$  to obtain  $\mathbb{W}$  and  $L(\mathbb{W})$
11.                 **if**  $L(\mathbb{W}) \geq b$  **then**
12.                      $end = 1$
13.                     **break**
14.                 **end if**
15.                 **if**  $\alpha(\mathbb{W}) \geq \alpha(W)$  **then**
16.                      $end = 1$
17.                     **break**
18.                 **end if**
19.                  $\hat{i} \leftarrow \hat{i} + 1$
20.                 **if**  $\hat{i} > |\Pi|$  **then**
21.                      $W \leftarrow \mathbb{W}$
22.                     **break**
23.                 **end if**
24.             **end while**
25.     **else**
26.          $end = 1$
27.     **end if**
28. **else**

- 29.     end = 1
- 30.     end if
- 31.     end while
- 32.     Output  $W$

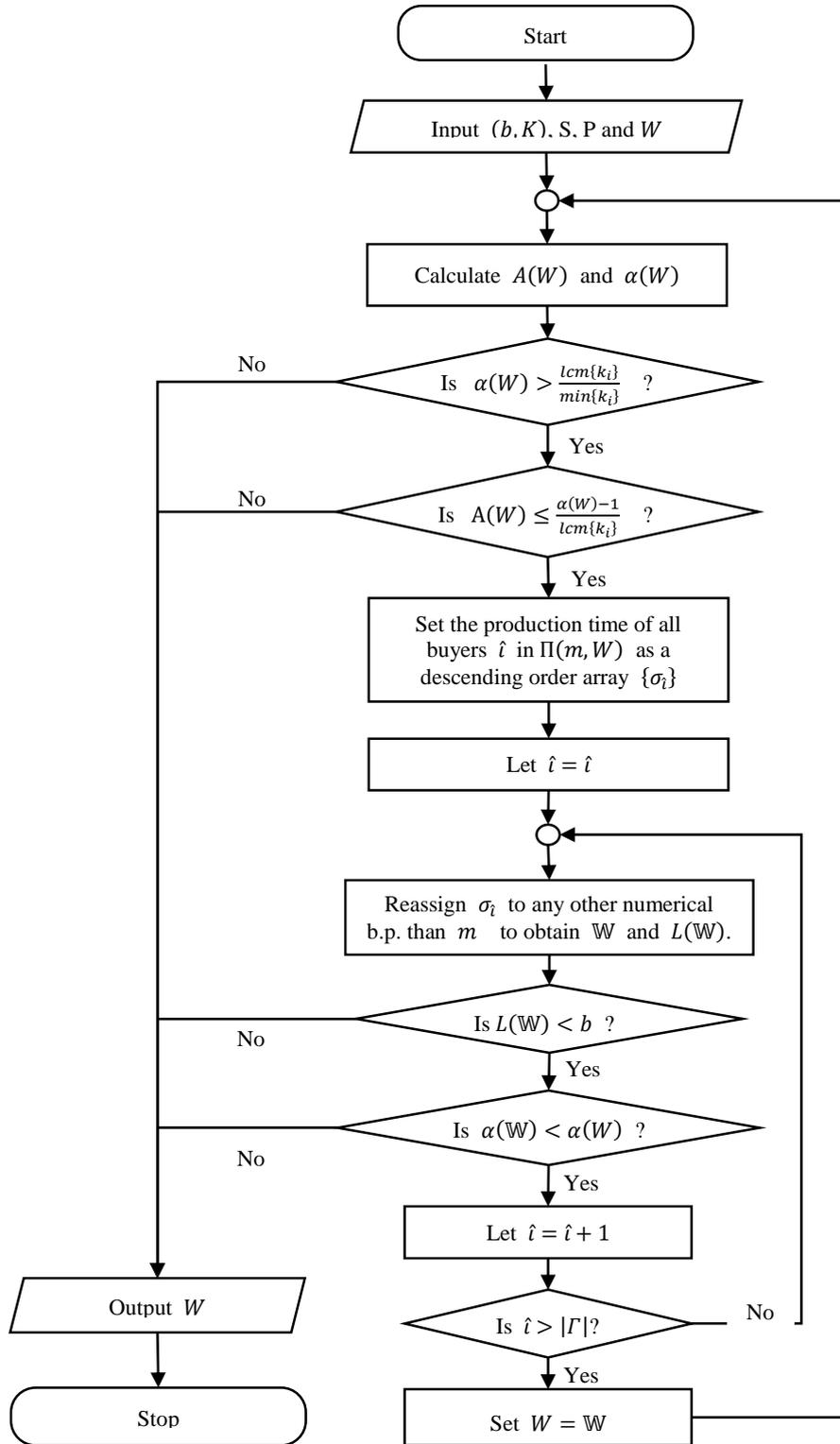


圖 4.10 排程表最佳化程序的流程圖

#### 4.1.4.5 產生最佳可行排程表的啟發式演算法

在本節的最後，以虛擬碼及流程圖彙整前述各項程序以得到產生最佳可行排程表的啟發式演算法，啟發式演算法的虛擬碼請參照 Heuristic ，而對應之流程圖請參照圖 4.11。

**Heuristic :**

1. Input  $(b, K)$  and S
2.  $\chi \leftarrow 0, \varphi \leftarrow 0, F \leftarrow \emptyset$
3.  $ss \leftarrow \{0\}, f \leftarrow 0$  //Use  $ss$  to check which routine should be tested.
4. Use **Proc. IS** to obtain  $L(W)$
5.  $L^* \leftarrow L(W)$
6. **while**  $f = 0$  **do**
7.     **if**  $L(W) \leq b$  **then**
8.          $\varphi \leftarrow 1$
9.     **else**
10.          $ss(1) \leftarrow 1$
11.         **while** 1 **do**
12.             **if**  $ss(1) = 1$  **then**
13.                 Use **Routine SO** to obtain  $L(W)$
14.                  $ss(1) \leftarrow 2, ss(2) \leftarrow 1$      // $ss(1) = 2$  means that Routine SO has been tested.
15.             **end if**
16.             **if**  $L(W) \leq b$  **then**
17.                  $\varphi \leftarrow 1$
18.                 **break**
19.             **end if**
20.             **if**  $\rho = 1$  **then**
21.                  $ss(1) \leftarrow 1, ss(2) \leftarrow 0$
22.             **end if**
23.             **if**  $ss(2) = 1$  **then**
24.                 Use **Routine PE** to obtain  $L(W)$
25.                  $ss(2) \leftarrow 2, ss(3) \leftarrow 1$
26.             **end if**
27.             **if**  $L(W) \leq b$  **then**
28.                  $\varphi \leftarrow 1$
29.                 **break**
30.             **end if**
31.             **if**  $\rho = 1$  **then**

```

32.          $ss(1) \leftarrow 1, ss(3) \leftarrow 0$ 
33.     end if
34.     if  $ss(3) = 1$  then
35.         Use Routine TO to obtain  $L(W)$ 
36.          $ss(3) \leftarrow 2$ 
37.     end if
38.     if  $L(W) \leq b$  then
39.          $\varphi \leftarrow 1$ 
40.         break
41.     end if
42.     if  $\rho = 1$  then
43.          $ss(1) \leftarrow 1, ss(3) \leftarrow 0$ 
44.     end if
45.     if  $ss(1) = 2$  and  $ss(2) = 2$  and  $ss(2) = 2$  then
46.         if  $L(W) < L^*$  then
47.              $L^* \leftarrow L(W)$ 
48.         else
49.              $\chi \leftarrow \chi + 1$ 
50.         end if
51.         break
52.     end if
53.     if  $\chi > 3$  then
54.         break
55.     end if
56. end while
57. end if
58. if  $\varphi = 1$  then
59.     if  $\min\{k_i\} \neq 1$  then
60.         Proc OS
61.     end if
62.      $f = 1$            //There is a feasible solution
63.     Output  $W$ 
64. else
65.     if  $\chi > 3$  then
66.          $f = 2$            //There is no feasible solution
67.         Output "No feasible production schedule"
68.     break
69. else

```

70. Randomly select  $\lfloor n/2 \rfloor$  jobs in  $W$ , and  $F$  be the set of the other jobs
71. **end if**
72. **end if**
73. Use **Proc. IS** to obtain  $L(W)$
74. **end while**

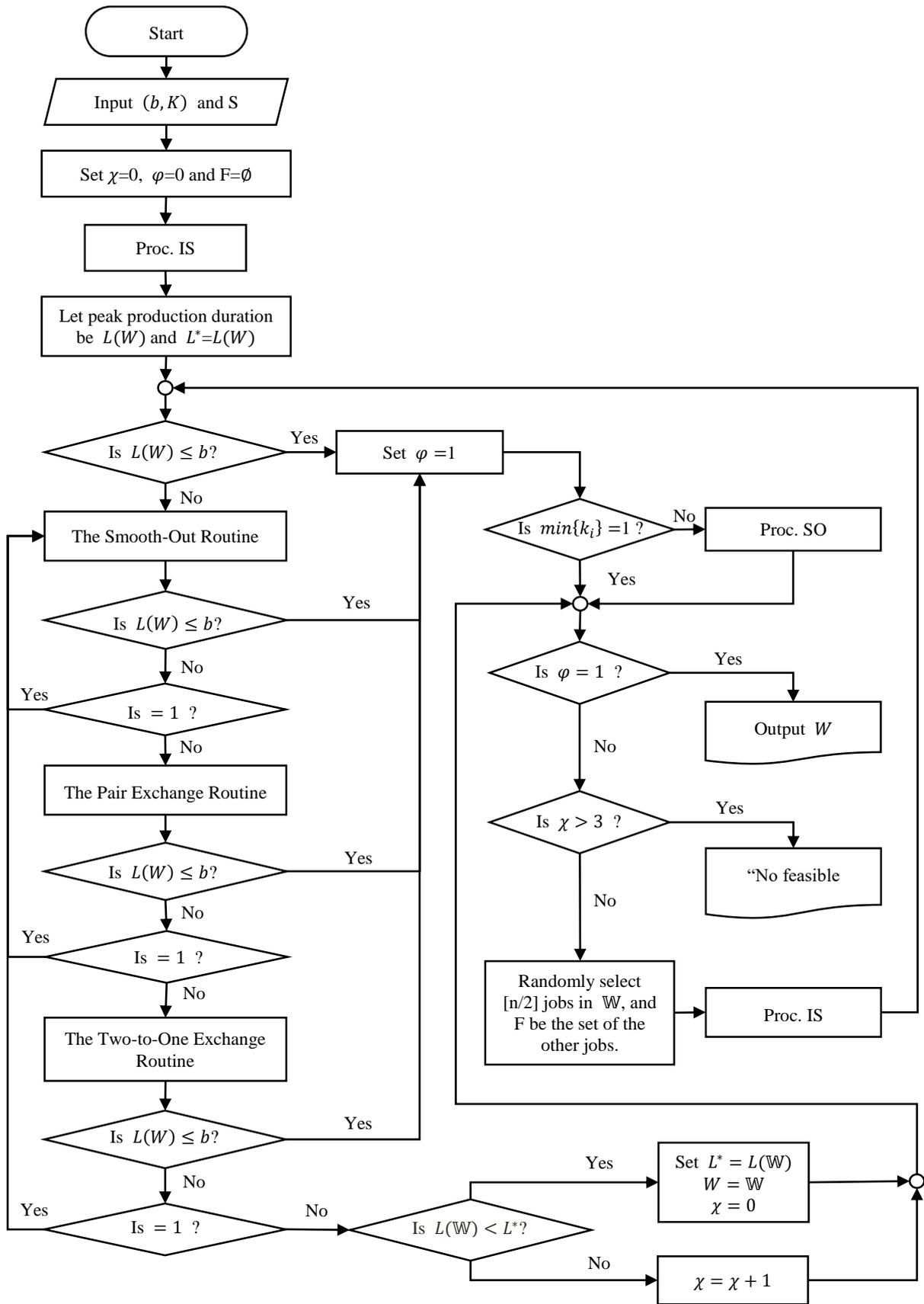


圖 4.11 產生最佳可行排程表啟發式演算法的流程圖

## 4.2 二幕策略下的求解演算法

在 4.2.1 節先探討二幕策略下針對單一購買商的最佳成本函數的理論分析，4.2.2 節再把單一購買商推廣至多個購買商，這些分析結果將提供設計「二幕策略下單一供應商多購買商寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題」與「二幕策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」求解演算法重要的基礎，並於 4.2.3 節提出本研究的全域最佳解搜尋演算法。

### 4.2.1 單一購買商的最佳成本函數理論分析

從 3.5 小節得到二幕策略下 VMI&CS 與集權式的目標成本函數 (參見(3.11)與(3.16)式)，我們先不考量排程的二元決策變數  $m_j$ ，拿掉整備成本的項目，可以得到因應與購買商  $i$  進行補貨相關的平均成本函數為：

#### CASE 1 : VMI&CS

$$TC_i^{P_1}(k_i, b) = \frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad \begin{array}{l} \text{for } i = 1, \dots, N, \\ k_i = 1, \dots, 2^{V_i} \end{array} \quad (4.27)$$

#### CASE 2 : Centralized

$$TC_i^{P_2}(k_i, b) = \frac{A_i^{vr} + A_i^b}{k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \quad \begin{array}{l} \text{for } i = 1, \dots, N, \\ k_i = 1, \dots, 2^{V_i} \end{array} \quad (4.28)$$

給定一個  $b$  值時，求出一個最佳的補貨週期乘數  $k_i$  可以將成本函數  $TC_i^{P_z}(k_i, b)$  最小化，將此函數定為  $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$ ，相對於  $b$  值的購買商  $i$  個別的最小平均成本函數為：

$$\underline{TC}_i^{P_z}(b) = \min_{k_i} \{ TC_i^{P_z}(k_i, b) \} \quad \text{for } k_i = 1, \dots, 2^{V_i} \quad (4.29)$$

接下來是對於  $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$  數學特性探討及延伸理論分析，這些分析對於求解演算法的設計有非常重要的啟示。圖 4.12 是 VMI&CS 情境中購買商  $i$  在不同補貨週期乘數下的補貨相關的平均成本函數曲線，從圖 4.12 可以知道對於每個  $b$  值來說  $TC_i^{P_1}(k_i, b)$  都是凹向上函數，這點也可以將(4.24)式二次微分後證明，而由圖 4.13 可以知道  $\underline{TC}_i^{P_1}(b)$  為各段不同  $k_i$  值對應  $b$  值所組成的片段凹向上函數。片段凹向上函數是在  $b$  值連續區間

內由多個凹曲線做串聯的函數。

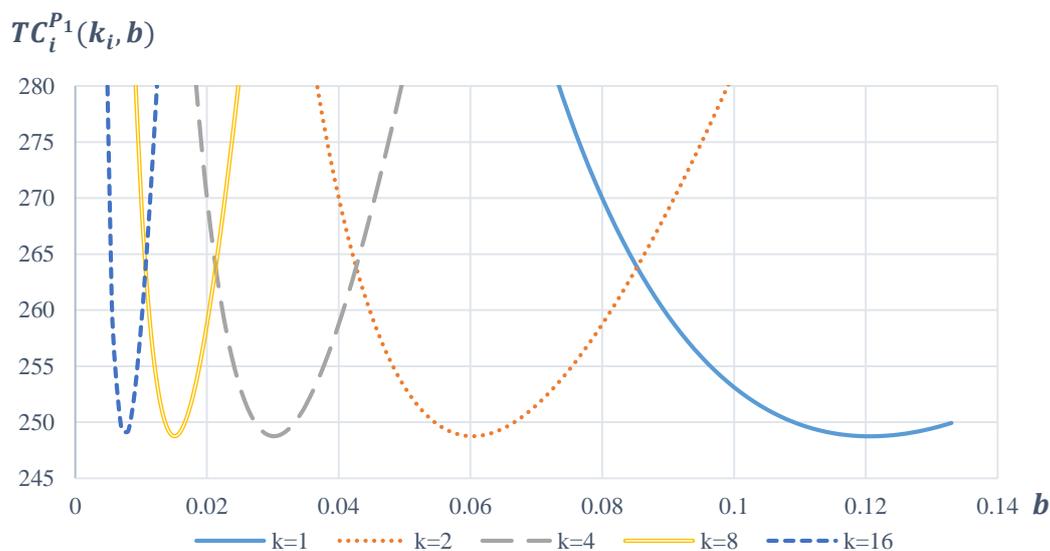


圖 4.12 VMI&CS 情境中，購買商*i*在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本

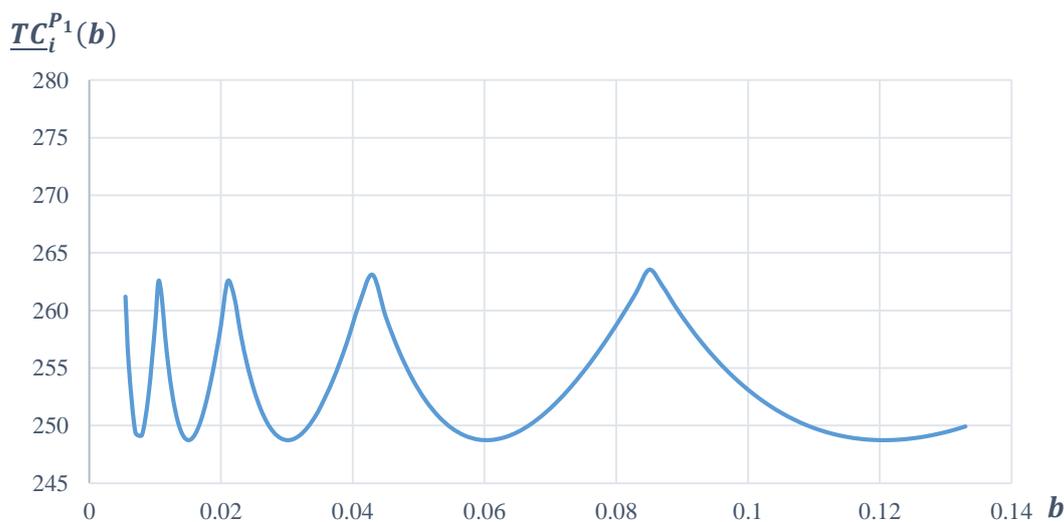


圖 4.13 VMI&CS 情境中，購買商*i*在不同 *b* 值下對應最好  $k_i$  值時的個別平均成本

圖 4.14 是集權式情境中購買商 *i* 在不同補貨週期乘數下的補貨相關的平均成本函數曲線，從圖 4.14 可以知道對於每個 *b* 值來說  $TC_i^{P2}(k_i, b)$  都是凹向上函數，這點也可以將(4.24)式二次微分後證明，而由圖 4.15 可以知道  $TC_i^{P2}(b)$  為各段不同  $k_i$  值對應 *b* 值所組成的片段凹向上函數。片段凹向上函數是在 *b* 值連續區間內由多個凹曲線做串聯的函數。

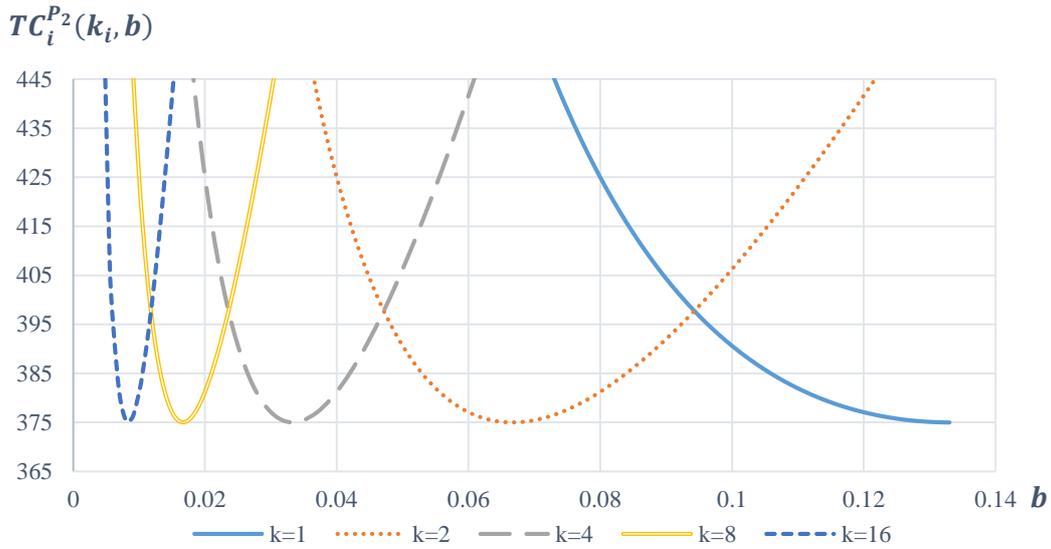


圖 4.14 集權式情境中，購買商*i*在不同補貨乘數時的補貨相關平均成本

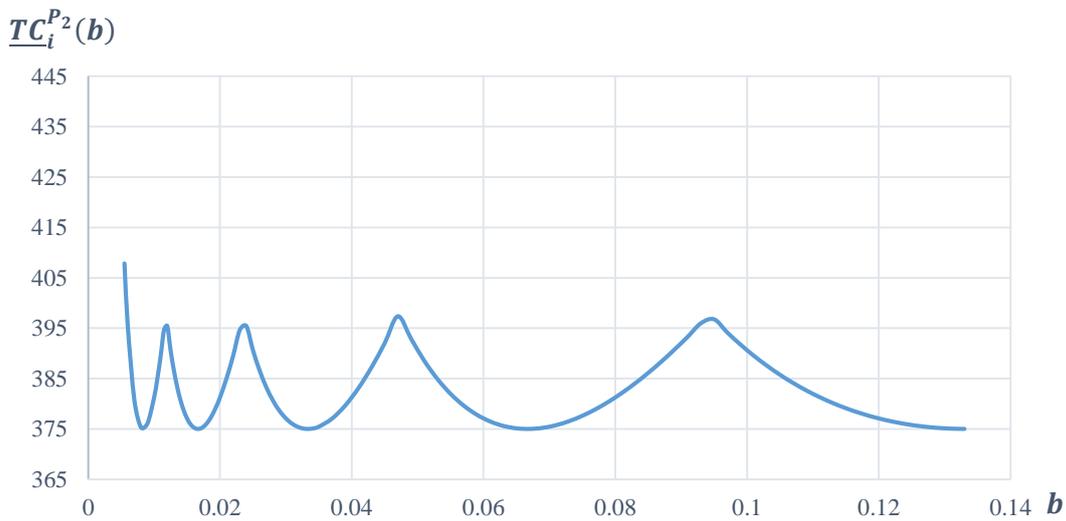


圖 4.15 集權式情境中，購買商*i*在不同 *b* 值下對應最好 *k<sub>i</sub>* 值時的個別平均成本

註：圖 4.12 到圖 4.15 的參數值為  $P = 3200$  單位/年， $d_i = 500$  單位/年， $A^{vs} = \$400/\text{訂單}$ ， $A_i^{vr} = \$0/\text{訂單}$ ， $A_i^{br} = \$10/\text{訂單}$ ， $A_i^{bp} = \$15/\text{訂單}$ ， $H^v = \$4/\text{單位/年}$ ， $H_i^{bo} = \$3.5/\text{單位/年}$ ， $H_i^{bs} = \$1.5/\text{單位/年}$ 。

由以上觀察及推論可以導出與性質 1 相同的結論：對 *b* 而言， $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$  是一個片段性凹向上函數，對每個  $k_i$  而言，則可確保個別最小平均總成本  $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$  在 (4.4) 式的情況下，存在如 (4.5) 式的區域最低值  $\widehat{TC}_i^{P_1}(b)$ 。

由圖 4.13 及圖 4.15 可以看  $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$  函數片段性凹向上的特性，交會點的定義是在  $\underline{TC}_i^{P_z}(b)$  一個特定的 *b* 值上有兩個連續性凹向上曲線相交。這些交會點決定「在哪一個

$b$  值」會將補貨週期乘數從  $k_i$  變成  $2k_i$ ，以確保可以得到  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  的最低值。

首先，補貨週期乘數從  $k_i$  變成  $2k_i$  時，因應與購買商  $i$  補貨相關的最小平均成本函數差值如(4.30)式及(4.31)式所示：

**CASE 1 : VMI&CS**

$$\Delta_i(k_i, b) = TC_i^{P1}(2k_i, b) - TC_i^{P1}(k_i, b) = -\frac{A_i^{vr} + A_i^{bp}}{2k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right) \quad (4.30)$$

**CASE 2 : Centralized**

$$\Delta_i(k_i, b) = TC_i^{P2}(2k_i, b) - TC_i^{P2}(k_i, b) = -\frac{A_i^{vr} + A_i^b}{2k_i b} + \frac{d_i k_i b}{2} \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right) \quad (4.31)$$

接著利用二階導函數的觀念，得知  $\Delta_i(k_i, b)$  為一個遞增函數，當我們沿著  $b$  軸由大到小觀察，可以看到  $\Delta_i(k_i, b)$  由正變 0，再由 0 變成負的。這背後的意義是，直到可以得到更小的成本以前，都使用目前的補貨週期乘數，也就是當  $\Delta_i(k_i, b)$  由 0 變成負時， $TC_i^{Pz}(2k_i, b)$  小於  $TC_i^{Pz}(k_i, b)$ ，將補貨週期乘數從  $k_i$  改成  $2k_i$ ，才能得到更好的解。這個觀念讓我們知道沿著  $b$  軸由大到小搜索最佳解時，應該在哪一點由  $2k_i$  取代  $k_i$ ，運用  $\Delta_i(k_i, b)$  的一階微分，可以得到購買商  $i$  的交會點：

**CASE 1 : VMI&CS**

$$\delta_i(k_i) = \frac{1}{k_i} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \quad (4.32)$$

**CASE 2 : Centralized**

$$\delta_i(k_i) = \frac{1}{k_i} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^b)}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^b \right)}} \quad (4.33)$$

透過(4.32)式及(4.33)式可以了解到，當  $b > \delta_i(2^j)$  時 ( $j \in N^+$ )，交會點  $\delta_i(j)$  提供我們選擇  $k_i = 2^j$  的訊息，反之  $b < \delta_i(2^j)$  時，應選擇  $k_i = 2^{j+1}$ ，才能確保得到最小的  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$ 。

藉由以上交會點的結論，我們可以導出與性質 2 相似的結果：假設  $k_i^{(L)}$  和  $k_i^{(R)}$  分別是  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  函數對於某一個交會點左邊與右邊的最佳補貨週期乘數，兩者的關係會是  $k_i^{(L)} = 2k_i^{(R)}$ 。

$$\delta_i(2^{v_i}) < \dots < \delta_i(2^{m+1}) < \delta_i(2^m) < \dots < \delta_i(1) \quad (4.34)$$

將  $k_i^*(b)$  定義為給定  $b$  值時， $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  的最佳補貨週期乘數。根據(4.31)的不等式和  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  的凹向上特性，我們可以宣稱：

$$k_i^*(b) = \begin{cases} 1, & \text{if } b \in [\delta_i(1), \infty) \\ 2^{m+1}, & \text{if } b \in [\delta_i(2^{m+1}), \delta_i(2^m)), \end{cases} \quad \text{for } m = 0, 1, \dots, v_i \quad (4.35)$$

#### 4.2.2 多購買商的最佳成本函數理論分析

我們將成本函數從單一購買商推廣至多購買商，相對於  $b$  值加總供應商因應與所有購買商 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 補貨相關的最小平均成本函數，可以得到一般整數策略下供應商補貨相關的最小平均成本函數  $\underline{TC}^{Pz}(b)$ ：

$$\underline{TC}^{Pz}(b) = \sum_{i=1}^N \underline{TC}_i^{Pz}(b) \quad (4.36)$$

接下來的是與**理論 1** 相似的結論：假設  $K^{(L)} = (k_1^{(L)}, \dots, k_n^{(L)})$  和  $K^{(R)} = (k_1^{(R)}, \dots, k_n^{(R)})$  分別是  $\underline{TC}^{Pz}(b)$  凹向上曲線中一個交會點的左右兩側，那麼恰好會有一個購買商的  $k_i^{(L)} = 2k_i^{(R)}$ ，在交會點上由  $K^{(R)}$  演變到  $K^{(L)}$ 。

通常在一個  $b$  值只有一個購買商改變其補貨週期乘數，僅在極少數的情況下，會有一個以上的購買商在同一個  $b$  值改變其補貨週期乘數。令為  $K(b)$  給定  $b$  值時購買商最佳補貨乘數之組合，得到與**性質 3** 相似的結果：給定任意  $b$  值，都可以經由下列的判斷式保障  $k_i^*(b) \in K(b)$ 。

$$k_i^*(b) = \begin{cases} 1, & \text{if } b \geq \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \\ 2^{m+1}, & \text{if } \frac{1}{2^{m+1}} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}} \leq b < \frac{1}{2^m} \sqrt{\frac{(A_i^{vr} + A_i^{bp})}{d_i \left( \frac{d_i}{P} H^v + H_i^{bo} \right)}}, \end{cases} \quad \text{for } m = 0, 1, \dots, v_i \quad (4.37)$$

此外，由**理論 1** 可知在  $\underline{TC}^{Pz}(b)$  的任意兩個相鄰交會點  $[\omega_{p+1}, \omega_p]$  ( $p \in N^+$ ) 之間，

給定任意  $b$  值， $\underline{TC}^{Pz}(b)$  函數的最佳補貨乘數向量  $K(b)$  不變。

### 4.2.3 全域最佳解的搜尋演算法

本節藉由 4.2.1 節及 4.2.2 節的成本函數理論分析，提出求解「單一供應商多購買商供應鏈中寄售與供應商管理庫存問題」與「二幕策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」的全域最佳解搜尋演算法。

由於大部分的概念與 4.1.3 節提出之演算法相似，因此，接下來只會將與 4.1.3 節演算法中有差異的主要步驟逐一說明，並在本節的最後提出完整的搜尋演算法流程。

#### 4.2.3.1 更新補貨週期乘數組合

我們藉由(4.32)及(4.33)式得到因應與購買商  $i$  補貨相關成本函數  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  上所有的交會點  $\delta_i(k_i)$ ，並從主張 1 知道  $\underline{TC}^{Pz}(b)$  會繼承每一個  $\underline{TC}_i^{Pz}(b)$  的交會點。每當我們獲得一組最佳週期補貨乘數後，將其帶入(4.32)或(4.33)式，得到的最大值便為下一個交會點  $\omega_p$ ，相對應之購買商則是  $l_p(\omega_p)$ ，當  $\underline{TC}^P(b)$  搜尋至  $\omega_p$  時， $k_{l_p(\omega_p)}$  會被  $2k_{l_p(\omega_p)}$  取代。將  $K(\omega_p)$  定義為  $(\omega_{p+1}, \omega_p]$  中的最佳補貨週期乘數組合。

$$K(\omega_p) \triangleq \left( K(\omega_{p-1}) - \{k_{l_p(\omega_p)}\} \right) \cup \{2k_{l_p(\omega_p)}\}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (4.38)$$

#### 4.2.3.2 較優候選解的篩選法則

我們透過前面的步驟可以得到  $\check{b}(K(\omega_p))$  及  $K(\omega_p)$  的組合，雖然還未進行排程，無法得知  $\frac{\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j}{lcm\{k_i\}} \cdot \frac{A^{vs}}{b}$  的大小，但可以先求出在這個組合之下，目標成本函數  $TC(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p), W)$  的下界  $\widetilde{TC}^{Pz}(\omega_p)$ 。目標成本函數下界  $\widetilde{TC}^{Pz}(\omega_p)$  的原理是假設所有的購買商生產排程都可以安排在  $\{k_i\}$  集合的某些特定的基本週期上，也就是使  $\sum_{j=1}^{lcm\{k_i\}} m_j$  為最小可能的值。在二幕策略下， $\{k_i\}$  集合的最大公因數即為最小的  $k_i$  值 ( $gcd\{k_i\} = \min\{k_i\}$ )，因此我們將 4.1.3.7 節中  $\gamma$  的定義改為(4.39)式，而目標成本函數

下界與一般整數策略下的相同，可以透過(4.25)式及(4.26)式求得。

$$\gamma(K(\omega_p)) \equiv \min\{k_i\} \quad (4.39)$$

我們運用法則 1 作為判斷 $(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$ 組合是否可能產生比目前最佳解更優的解，如果沒有可能，就不需要確認是否有可行的排程表。另一方面，在二冪策略下 $\{k_i\}$ 集合的最小公倍數即為最大的 $k_i$ 值 ( $lcm\{k_i\} = \max\{k_i\}$ )，不會有過大 $lcm\{k_i\}$ 的情形發生，因此不需要法則 2 作為篩選條件。

### 4.2.3.3 全域最佳解搜尋演算法

在本節的最後，以虛擬碼及流程圖彙整本研究提出求解「二冪策略下單一供應商多購買商寄售與供應商管理庫存問題」與「二冪策略下單一供應商多購買商集權式管理問題」的全域最佳解搜尋演算法，虛擬碼請參照 Algorithm PoT，而對應之流程圖請參照圖 4.5。

**Algorithm PoT :**

1. Input data
2.  $p \leftarrow 0, K(\omega_0) \leftarrow (1, 1, \dots, 1)$
3.  $b^* \leftarrow \check{b}(K(\omega_0)), K^* \leftarrow K(\omega_0), W_1^* \leftarrow W(\check{b}(K(\omega_0)), K^*), TC^* \leftarrow TC(b^*, K^*, W^*)$
4. **while** the termination condition has not been reached **do**
5.      $p \leftarrow p + 1$
6.     **for**  $i = 1$  to  $N$  **do** //  $N$  is the number of buyers.
7.         **if**  $\delta_i(k_i) > \omega_p$  **then**
8.              $\omega_p \leftarrow \delta_i(k_i), t_p(\omega_p) \leftarrow i$
9.         **end if**
10.     **end for**
11.      $K(\omega_p) \leftarrow (K(\omega_{p-1}) - \{k_{t_p(\omega_p)}\}) \cup \{2k_{t_p(\omega_p)}\}$
12.      $B^L \leftarrow \beta(K(\omega_p))$
13.     **if**  $\max\{d_i k_i\} > P$  **or**  $\omega_p < B^L$  **then**
14.         **break**
15.     **end if**
16.     **if**  $(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$  pass the screening rule **then**
17.         **if** the production schedule is feasible **then**

18.       **if**  $TC^* > TC(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p), W)$  **then**
19.            $b^* \leftarrow \check{b}(K(\omega_p)), K^* \leftarrow K(\omega_p), W^* \leftarrow W(\check{b}(K(\omega_p)), K(\omega_p))$
20.            $TC^* \leftarrow TC(b^*, K^*, W^*)$
21.       **end if**
22.       **end if**
23.       **end if**
24. **end while**
25. Output  $b^*, K^*, W^*$  and  $TC^*$

## 五、數據實驗

本章節中的 5.1 節對一般整數策略與二冪策略下的寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題與集權式管理問題進行範例測試，5.2 節對各參數項進行敏感度分析，將各數學模型的結果進行比較，5.3 節對一般整數策略及二冪策略下的 VMI&CS 及集權式模型進行隨機數據測試，檢驗運算時間的效率及求解的品質。

### 5.1 範例測試

在本節中會對第四章所提出之求解演算法進行範例測試，範例的參數設定方式是以 Lee & Yao(2003) 文獻中的範例問題作為本研究的參考依據。表 5.1 為 Lee & Yao(2003) 測試範例的各項數據，本研究依據問題特性，將參數值調整為表 5.2，其餘未顯示於表中的參數值為  $P = 15000$ 、 $A^{vs} = 625$ 、 $A_i^{vr} = 0$ 、 $H^v = 7$  和  $S = 0.005$ 。

表 5.1 Lee & Yao (2003) 的範例參數值

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
需求率	900	720	420	30	210	210	4500	2100	900	900
次要整備成本	140	70	20	30	60	100	300	60	55	350
持有成本	0.095	0.0235	0.0065	0.022	0.023	0.075	0.1055	0.014	0.0625	0.2955
主要整備成本	6250									

表 5.2 本研究的參數值

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_i$	900	720	420	30	210	210	4500	2100	900	900
$A_i^b$	140	70	20	30	60	100	300	60	55	350
$A_i^{bp}$	80	40	12	20	45	60	180	30	30	230
$H_i^b$	9.5	2.35	0.65	2.2	2.3	7.5	10.55	1.4	6.25	29.55
$H_i^{bo}$	5	1.5	0.3	1.2	1.1	3	5	0.75	4	15

#### 5.1.1 一般整數策略下的範例測試

本節為一般整數策略下的範例測試，其中 5.1.1.1 節是針對一般整數策略下寄售與供應商管理庫存問題進行範例測試，而 5.1.1.2 節則是針對一般整數策略下集權式管理問題進行範例測試。

### 5.1.1.1 一般整數策略下寄售與供應商管理庫存問題的範例測試

根據 4.1.3 節的求解演算法流程對範例進行一般整數策略下寄售與供應商管理庫存問題的測試，演算法的實際運作流程如下：

1. 首先設定  $p = 0$ ，以及此時的最佳補貨週期乘數向量  $K(\omega_0) = (1,1,1,1,1,1,1,1,1)$ 。
2. 求出搜尋上界  $B^U = 0.7410 + \varepsilon$ ，接著令  $K^* = K(\omega_0)$ ， $b^* = \check{b}(K(\omega_0)) = 0.2109$ ，因為在求搜尋上界時已考慮(3.7)式的產能限制，所以確定有可行的排程  $W^* = W(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0))$ ，求得  $TC^* = TC(b^*, K^*, W^*) = \$12,820.49$ 。
3. 設  $p = p + 1 = 1$ ，並更新補貨週期乘數  $K(\omega_1) = (K(\omega_0) - \{k_4 = 1\}) \cup \{k_4 = 2\} = (1,1,1,2,1,1,1,1,1)$ ，並計算出這組補貨乘數向量的區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_1)) = 0.2101$  和搜尋下屆  $B^L = \beta(K(\omega_0)) = 0.0071$ ，確認未達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  及  $\check{b}(K(\omega_1)) < B^L$ ，接著確認  $(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  組合通過可以得到更好解的篩選法則 1 ( $\widetilde{TC}^{G_1}(\omega_p) < TC^*$ ) 及法則 2 (沒有購買商中任一補貨週期乘數  $k_i$  為大於 12 的質數及其倍數的情況)，並且確定有可行的排程表  $W(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  後，計算  $TC(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1), W) = \$12,776.81$ ，因為小於目前的最佳解，所以更新  $TC^*$ 、 $b^*$ 、 $K^*$  及  $W^*$ 。
4. 重複步驟 3 直到達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  或  $\check{b}(K(\omega_p)) < B^L$ 。
5. 直  $K(\omega_{101}) = (6,8,11,34,20,14,4,4,6)$  時，因  $\max\{d_i k_i\} = 18000 > P$  停止了演算法的搜尋，在這之中總共找到 9 組解，全域最佳解為第 8 個交會點的區域最佳解  $TC^{G_1^*} = \$12,578.78 = TC_v^{G_1^*}$ ，並由  $b^* = 0.2019$  和  $K^* = (1,1,2,5,3,2,1,1,1)$  求得購買商總平均成本  $\sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = \$7,028.77$ ，最後，加總兩項成本得到供應鏈平均成本為  $TC_v^{G_1^*} + \sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = \$19,607.55$ 。

整個演算法的運算時間僅耗費 0.0007 秒，在使用同一組數據的情況下，Ben-daya, et al (2013)模型求解的運算時間約為 0.0001 秒，雖然本研究的耗時較長，但因為兩者皆花

不到百分之一秒，本研究提出之演算法仍為十分有效率之方法。此外，Ben-daya, et al (2013)模型在此組數據所得到的供應鏈平均成本為\$20,198.73，本研究之求解結果相較於此可以節省 2.93%的成本。

### 5.1.1.2 一般整數策略下集權式管理問題的範例測試

根據 4.1.3 節的求解演算法流程對範例進行一般整數策略下集權式管理問題的測試，演算法的實際運作流程如下：

1. 首先設定  $p = 0$ ，以及此時的最佳補貨週期乘數向量  $K(\omega_0) = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)$ 。
2. 求出搜尋上界  $B^U = 0.6721 + \varepsilon$ ，接著令  $K^* = K(\omega_0)$ ， $b^* = \check{b}(K(\omega_0)) = 0.1828$ ，因為在求搜尋上界時已考慮 (3.7) 式的產能限制，所以確定有可行的排程  $W^* = W(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0))$ ，求得  $TC^* = TC(b^*, K^*, W^*) = \$19,798.5$ 。
3. 設  $p = p + 1 = 1$ ，並更新補貨週期乘數  $K(\omega_1) = (K(\omega_0) - \{k_4 = 1\}) \cup \{k_4 = 2\} = (1,1,1,2,1,1,1,1,1,1)$ ，並計算出這組補貨乘數向量的區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_0)) = 0.1820$  和搜尋下屆  $B^L = \beta(K(\omega_0)) = 0.0071$ ，確認未達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  及  $\check{b}(K(\omega_1)) < B^L$ ，接著確認  $(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  組合通過可以得到更好解的篩選法則 1 ( $\widetilde{TC}^{G_2}(\omega_p) < TC^*$ ) 及法則 2 (沒有購買商中任一補貨週期乘數  $k_i$  為大於 12 的質數及其倍數的情況)，並且確定有可行的排程表  $W(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  後，計算  $TC(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0), W) = \$19,722.33$ ，因為小於目前的最佳解，所以更新  $TC^*$ 、 $b^*$ 、 $K^*$  及  $W^*$ 。
4. 重複步驟 3 直到達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  或  $\check{b}(K(\omega_p)) < B^L$ 。
5. 直到  $K(\omega_{95}) = (6,8,11,34,19,14,4,4,4,6)$  時，因  $\max\{d_i k_i\} = 18000 > P$  停止了演算法的搜尋，在這之中總共找到 11 組解，全域最佳解為第 10 個交會點的區域最佳解  $TC^{G_2^*} = \$19353.80 = TC_v^{G_2^*} + \sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_2^*}$  (供應鏈平均成本)，並由  $b^* = 0.1705$  和  $K^* = (1,2,2,6,3,2,1,1,1,1)$  求得供應商平均成本  $TC_v^{G_2^*} = 4807.55$  及購買商總平均成

$$\text{本} \sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = 14546.25。$$

整個演算法的運算時間僅耗費 0.0038 秒，在使用同一組數據的情況下，Ben-daya, et al (2013)模型求解的運算時間約為 0.0002 秒，雖然本研究的耗時較長，但因為兩者皆花不到百分之一秒，本研究提出之演算法仍為十分有效率之方法。此外，Ben-daya, et al (2013)模型在此組數據所得到的供應鏈平均成本為\$19,798.49，本研究之求解結果相較於此可以節省 2.25%的成本。

## 5.1.2 二冪策略下的範例測試

本節為二冪策略下的範例測試，其中 5.1.2.1 節是針對二冪策略下寄售與供應商管理庫存問題進行範例測試，而 5.1.2.2 節則是針對二冪策略下集權式管理問題進行範例測試。

### 5.1.2.1 二冪策略下寄售與供應商管理庫存問題的範例測試

根據 4.2.3 節的求解演算法流程對範例進行二冪策略下寄售與供應商管理庫存問題的測試，演算法的實際運作流程如下：

1. 首先設定  $p = 0$ ，以及此時的最佳補貨週期乘數向量  $K(\omega_0) = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)$ 。
2. 求出搜尋上界  $B^U = 0.7410 + \varepsilon$ ，接著令  $K^* = K(\omega_0)$ ， $b^* = \check{b}(K(\omega_0)) = 0.2109$ ，因為在求搜尋上界時已考慮(3.7)式的產能限制，所以確定有可行的排程  $W^* = W(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0))$ ，求得  $TC^* = TC(b^*, K^*, W^*) = \$12,820.49$ 。
3. 設  $p = p + 1 = 1$ ，並更新補貨週期乘數  $K(\omega_1) = (K(\omega_0) - \{k_4 = 1\}) \cup \{k_4 = 2\} = (1,1,1,2,1,1,1,1,1,1)$ ，並計算出這組補貨乘數向量的區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_1)) = 0.2101$  和搜尋下屆  $B^L = \beta(K(\omega_1)) = 0.0071$ ，確認未達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  及  $\check{b}(K(\omega_1)) < B^L$ ，接著確認  $(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  組合通過可以得到更好解的篩選法則  $1 (\widetilde{TC}^{P_1}(\omega_p) < TC^*)$ ，並且確定有可行的排程表  $W(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  後，計算  $TC(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1), W) = \$12,776.81$ ，因為小於目前的最佳解，所以更新  $TC^*$ 、 $b^*$ 、

$K^*$  及  $W^*$ 。

4. 重複步驟 3 直到達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  或  $\check{b}(K(\omega_p)) < B^L$ 。
5. 直到  $K(\omega_{29}) = (4,8,8,32,16,16,4,4,4,4)$  時，因  $\max\{d_i k_i\} = 18000 > P$  停止了演算法的搜尋，在這之中總共找到 7 組解，全域最佳解為第 6 個交會點的區域最佳解  $TC^{P_1^*} = \$12,586.83 = TC_v^{P_1^*}$ ，並由  $b^* = 0.2014$  和  $K^* = (1,1,2,4,4,2,1,1,1,1)$  求得購買商總平均成本  $\sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = \$7,039.26$ ，最後，加總兩項成本得到供應鏈平均成本為  $TC_v^{G_1^*} + \sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = \$19,626.09$ 。

整個演算法的運算時間僅耗費 0.0003 秒，在使用同一組數據的情況下，Ben-daya, et al (2013)模型求解的運算時間約為 0.0001 秒，此外，Ben-daya, et al (2013)模型在此組數據所得到的供應鏈平均成本為 \$20,198.73，本研究之求解結果相較於此可以節省 2.84% 的成本。

Yao & Wulandari (2018) 是利用 Gurobi 求解混和整數規劃模型，其求解方法為固定  $b$  值時，求出對應之最佳補貨乘數組合，進而求得最佳解，使用的此求解方法進行求解時，每次  $b$  值間隔 0.0005，測試 100 次不同的  $b$  值，平均每個  $b$  值需要花 0.9222 秒求解，總共耗費 92.2243 秒，最後得到  $b^* = 0.2015$ 、 $K^* = (1,1,2,4,4,2,1,1,1,1)$  及供應鏈的平均成本為 \$19,628.10，耗費的時間是本研究的 30 萬倍，但成本卻比本研究高出 0.01%，因此可以證明本研究提出之演算法為十分有效率之方法，並且證明  $b$  值的間隔大小會影響求解的品質。

### 5.1.2.2 二冪策略下集權式管理問題的範例測試

根據 4.2.3 節的求解演算法流程對範例進行一般整數策略下集權式管理問題的測試，演算法的實際運作流程如下：

1. 首先設定  $p = 0$ ，以及此時的最佳補貨週期乘數向量  $K(\omega_0) = (1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)$ 。
2. 求出搜尋上界  $B^U = 0.6721 + \varepsilon$ ，接著令  $K^* = K(\omega_0)$ ， $b^* = \check{b}(K(\omega_0)) = 0.1828$ ，因為在求搜尋上界時已考慮 (3.7) 式的產能限制，所以確定有可行的排程  $W^* =$

$W(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0))$ ，求得  $TC^* = TC(b^*, K^*, W^*) = \$19,798.5$ 。

3. 設  $p = p + 1 = 1$ ，並更新補貨週期乘數  $K(\omega_1) = (K(\omega_0) - \{k_4 = 1\}) \cup \{k_4 = 2\} = (1,1,1,2,1,1,1,1,1,1)$ ，並計算出這組補貨乘數向量的區域最佳解  $\check{b}(K(\omega_0)) = 0.1820$  和搜尋下屆  $B^L = \beta(K(\omega_0)) = 0.0071$ ，確認未達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  及  $\check{b}(K(\omega_1)) < B^L$ ，接著確認  $(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  組合通過可以得到更好解的篩選法則 1 ( $\widetilde{TC}^{P_2}(\omega_p) < TC^*$ )，並且確定有可行的排程表  $W(\check{b}(K(\omega_1)), K(\omega_1))$  後，計算  $TC(\check{b}(K(\omega_0)), K(\omega_0), W) = \$19,722.33$ ，因為小於目前的最佳解，所以更新  $TC^*$ 、 $b^*$ 、 $K^*$  及  $W^*$ 。
4. 重複步驟 3 直到達到終止條件  $\max\{d_i k_i\} > P$  或  $\check{b}(K(\omega_p)) < B^L$ 。
5. 直到  $K(\omega_{28}) = (4,8,8,32,16,8,4,4,4,4)$  時，因  $\max\{d_i k_i\} = 18000 > P$  停止了演算法的搜尋，在這之中總共找到 8 組解，全域最佳解為第 7 個交會點的區域最佳解  $TC^{P_2^*} = \$19,370.69 = TC_v^{P_2^*} + \sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{P_2^*}$ （供應鏈平均成本），並由  $b^* = 0.1701$  和  $K^* = (1,2,2,8,4,2,1,1,1,1)$  求得供應商平均成本  $TC_v^{P_2^*} = \$4815.27$  及購買商總平均成本  $\sum_{i=1}^{10} TC_{bi}^{G_1^*} = \$14,555.41$ 。

整個演算法的運算時間僅耗費 0.0004 秒，在使用同一組數據的情況下，Ben-daya, et al (2013)模型求解的運算時間約為 0.0002 秒，此外，Ben-daya, et al (2013)模型在此組數據所得到的供應鏈平均成本為 \$19,798.49，本研究之求解結果相較於此可以節省 2.16% 的成本。

使用 Yao & Wulandari (2018) 提出之求解方法進求解時，平均每個  $b$  值需要花 0.9550 秒求解，總共耗費 95.5008 秒，最後得到  $b^* = 0.1700$ 、 $K^* = (1,2,2,8,4,2,1,1,1,1)$  及供應鏈平均總成本為 \$19,370.69，耗費的時間是本研究的 23.87 萬倍，因此證明本研究提出之演算法為十分有效率之方法。

## 5.2 敏感度分析

在本節中會對各參數項進行敏感度分析，參數依照表 5.2 設定，再針對要進行敏感度分析的參數做變化，由於一般整數策略與二冪策略的態勢極為相近，因此接下來只針對 Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略做 VMI&CS 與集權式 (Centralized) 模型的比較，Ben-daya, et al (2013)跟二冪策略的比較會有相同的結論。各小節分析的參數分別為：5.2.1 節的購買商需求變異、5.2.2 節的稼動率 $D/P$ 、5.2.3 節的訂購成本比率 $A^v/A^b$ 及 5.2.4 節的持有成本比率  $h^v/h^b$ 。

### 5.2.1 需求變異

在固定所有購買商需求總合的情況下，我們改變個別購買商需求的值，用以觀察不同的需求變異數對於平均總成本的影響。表 5.3 為不同需求變異數下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本結構與節省之成本比例，圖 5.1 為對應之平均總成本變化圖，圖 5.2 為對應之成本節省比例關係圖。

由圖 5.1 可以看到隨著需求變異數變大，每個模型的平均總成本都會跟著變大，然 Ben-daya, et al (2013)的模型會有斜率逐漸變大的趨勢，而一般整數策略之模型斜率皆逐漸變小。圖 5.2 可以觀察到在較小的需求變異數時，集權式中的兩者成本幾乎沒有差異，然而隨著需求變異數值的增長，不管是 VMI&CS 還是集權式，一般整數策略所節省之成本比例也呈現增長的趨勢。由此可知，兩種策略皆傾向購買商間的需求差異較小的情況，但需求差異變大時，一般整數策略可以透過改變補貨週期乘數 $k_i$ 來降低成本增長的幅度，因此，隨著需求變異數的增長，一般整數策略之模型會表現得更好。

表 5.3 不同需求變異數下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表

(a) VMI&CS

D 變異	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
1333.95	2	0.3355	12393.15	7805.58	20198.73	12578.78	7028.77	19607.55	2.93%
1056.60	2	0.3436	12100.02	7750.40	19850.42	12367.13	7117.28	19484.41	1.84%
783.20	2	0.3506	11858.66	7684.86	19543.52	12150.33	7095.53	19245.86	1.52%
520.01	2	0.3562	11672.30	7607.07	19279.37	11956.95	7043.80	19000.75	1.45%
295.65	2	0.3602	11543.57	7515.85	19059.42	11809.77	6962.64	18772.41	1.51%

(b) 集權式 (Centralized)

D 變異	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
1333.95	1	0.1828	4607.44	15191.05	19798.49	4807.55	14546.23	19353.78	2.25%
1056.60	1	0.1866	4302.89	15094.11	19397.00	4536.07	14692.48	19228.55	0.87%
783.20	1	0.1900	4059.76	14991.22	19050.98	4165.64	14840.29	19005.93	0.24%
520.01	1	0.1929	3882.97	14880.48	18763.49	3882.97	14880.52	18763.49	0.00%
295.65	1	0.1953	3776.72	14760.54	18537.26	3776.71	14760.55	18537.26	0.00%

註：ATVC 為供應商平均總成本 (Average Total Vendor Costs)；ATBC 為購買商平均總成本 (Average Total Buyer Costs)；ATC 為平均總成本 (Average Total Costs)。

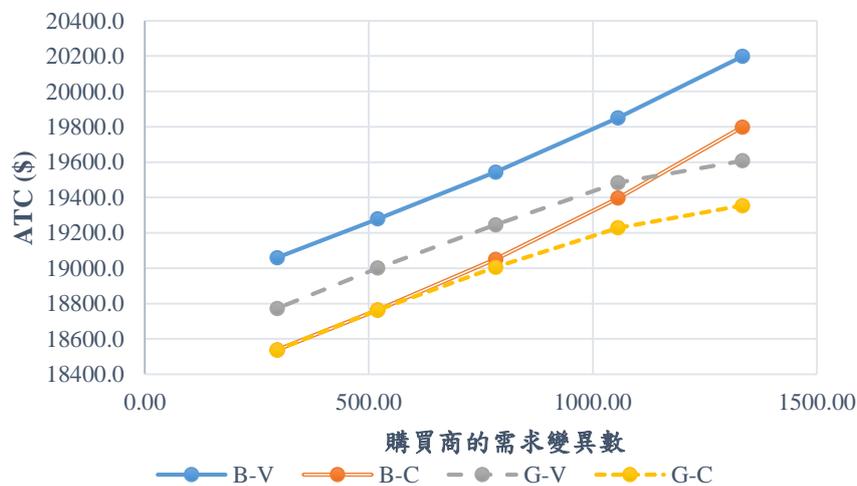


圖 5.1 購買商需求變異數與平均總成本之關係圖

註：B 為 Ben-daya, et al (2013)的模型；G 為一般整數策略下的模型；V 為 VMI&CS 模型；C 為集權式模型；ATV 為平均總成本。

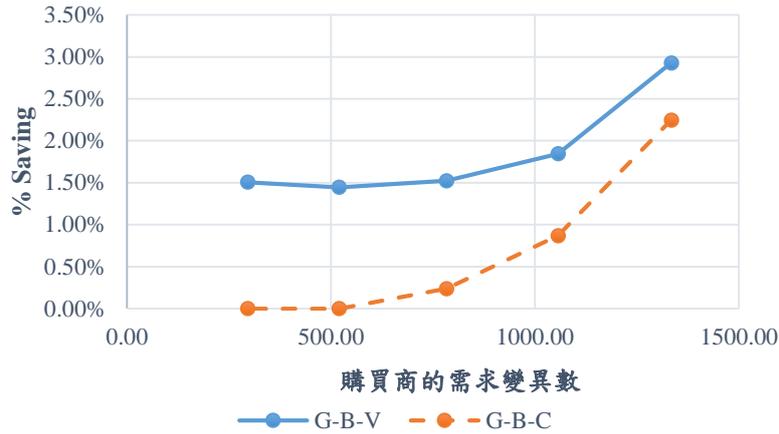


圖 5.2 購買商需求變異數與成本節省之關係圖

註：G-B-V 為一般整數策略的 VMI&CS 模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例；G-B-C 為一般整數策略的集權式模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例。

由於 VMI&CS 模型是針對供應商平均總成本做最佳化，因此我們對 VMI&CS 模型之各項成本做更深入的分析。表 5.4 為不同需求變異數下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例，圖 5.3 為對應之關係圖，可以看到雖然在這組數據下一般整數策略的供應商平均總成本表現較 Ben-daya, et al (2013)的模型差，但在較大的需求變異數時，表現明顯提升，此外，隨著需求變異數越大，購買商平均總成本的表現越好，因此一般整數策略在越大的需求變異數時有越多的優勢。

表 5.4 不同需求變異數下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表

D 變異	% Saving		
	ATVC	ATBC	ATC
<b>1333.95</b>	-1.50%	9.95%	2.93%
<b>1056.60</b>	-2.21%	8.17%	1.84%
<b>783.20</b>	-2.46%	7.67%	1.52%
<b>520.01</b>	-2.44%	7.40%	1.45%
<b>295.65</b>	-2.31%	7.36%	1.51%

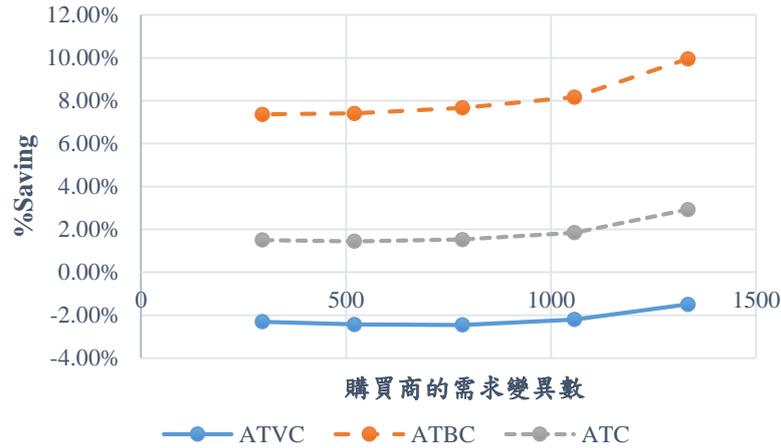


圖 5.3 購買商需求變異數與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖

註：ATVC 為供應商平均總成本（Average Total Vendor Costs）；ATBC 為購買商平均總成本（Average Total Buyer Costs）；ATC 為平均總成本（Average Total Costs）。

### 5.2.2 稼動率 $D/P$

在固定購買商需求的情況下，我們改變個別供應商的生產率，用以觀察不同稼動率對平均總成本的影響。表 5.5 為不同稼動率時，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本結構與節省之成本比例，圖 5.4 為對應之平均總成本變化圖，圖 5.5 為對應之成本節省比例關係圖。可以觀察在 VMI&CS 模型中，Ben-daya, et al (2013)會隨著稼動率的變大改變  $n$  值，造成圖 5.4 及圖 5.5 有兩次斷層的情形，每當  $n$  值改變，平均總成本會先增加，再隨著稼動率的增加而減少，因此，一般整數策略在稼動率改變時可以節省成本的趨勢較為複雜，只能大致歸納出一般整數策略在較小的稼動率時有較好的表現，當稼動率較大時，Ben-daya, et al (2013)的模型可以得到較好的解；另一方面，在集權式模型中也有改變一次  $n$  值，造成圖 5.4 及圖 5.5 斷層的情形，一般整數策略在較小的稼動率時都很穩定地有較好的表現，但當稼動率較大時，Ben-daya, et al (2013)的模型可以得到較好的解。

表 5.5 不同稼動率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表

(a) VMI&CS

D/P	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
0.5445	1	0.2168	12472.83	7260.99	19733.82	12242.27	7110.23	19352.50	1.93%
0.6050	1	0.2148	12589.78	7232.97	19822.76	12355.46	7082.00	19437.46	1.94%
0.6806	2	0.3325	12506.29	7963.72	20470.00	12495.50	7048.25	19543.75	4.53%
0.7779	2	0.3391	12262.58	7622.06	19884.65	12673.28	7007.20	19680.48	1.03%
0.8377	3	0.4637	12102.34	7825.37	19927.71	12781.46	6983.18	19764.64	0.82%
0.9075	3	0.4806	11675.96	7367.33	19043.29	12906.52	6956.28	19862.80	-4.30%

(b) 集權式 (Centralized)

D/P	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
0.5445	1	0.1857	4272.12	15226.80	19498.93	4480.48	14585.66	19066.14	2.22%
0.6050	1	0.1847	4384.92	15214.37	19599.29	4590.48	14572.03	19162.51	2.23%
0.6806	1	0.1835	4524.47	15199.56	19724.03	4726.60	14555.68	19282.29	2.24%
0.7779	2	0.3031	3117.99	16642.43	19760.42	4899.42	14535.78	19435.20	1.65%
0.8377	2	0.3087	3183.05	16223.43	19406.48	5004.58	14524.13	19528.71	-0.63%
0.9075	3	0.4407	2612.50	16359.17	18971.67	5126.15	14511.09	19637.24	-3.51%

註：ATVC 為供應商平均總成本 (Average Total Vendor Costs)；ATBC 為購買商平均總成本 (Average Total Buyer Costs)；ATC 為平均總成本 (Average Total Costs)。

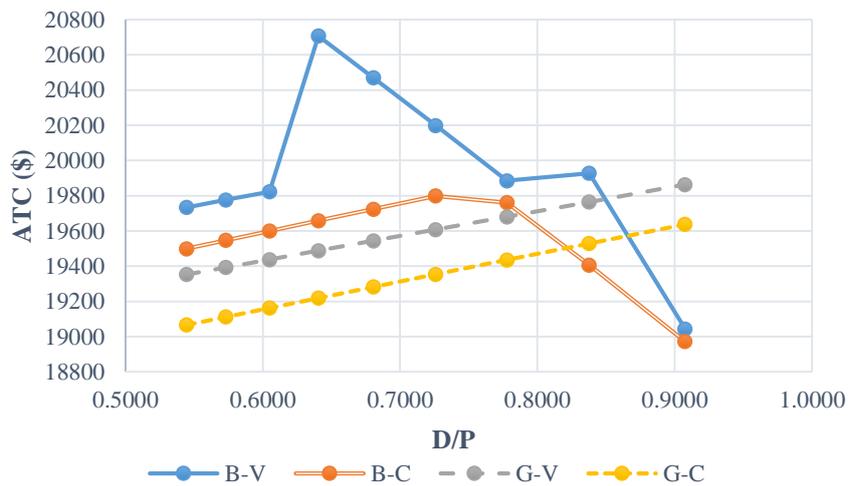


圖 5.4 稼動率與平均總成本之關係圖

註：B 為 Ben-daya, et al (2013)的模型；G 為一般整數策略下的模型；V 為 VMI&CS 模型；C 為集權式模型；ATV 為平均總成本。

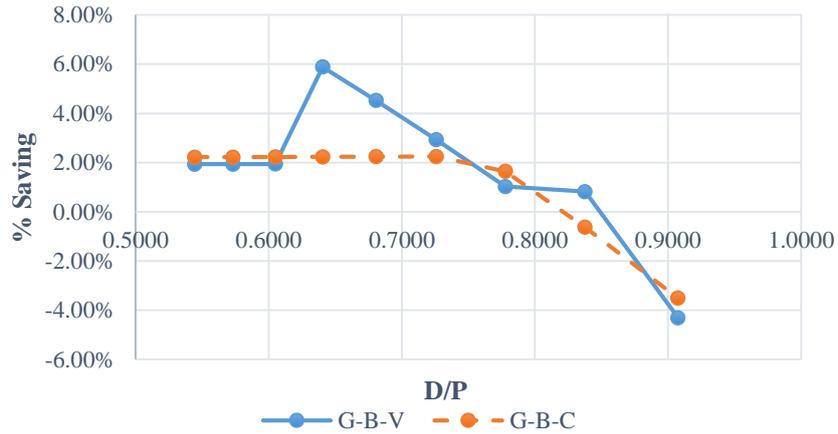


圖 5.5 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比時，稼動率與成本節省之關係圖

註：G-B-V 為一般整數策略的 VMI&CS 模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例；G-B-C 為一般整數策略的集權式模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例。

我們對 VMI&CS 模型之各項成本做更進一步的分析。表 5.6 為不同稼動率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例，圖 5.3 為對應之關係圖，可以看到惟有購買商平均總成本明顯受到 n 值改變的影響，在供應商平均總成本方面則是一條均勻的曲線，因此得到的結論是一般整數策略在較小的稼動率時有較好的表現。

表 5.6 不同稼動率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表

D/P	n	% Saving		
		ATVC	ATBC	ATC
<b>0.5445</b>	1	1.85%	2.08%	1.93%
<b>0.6050</b>	1	1.86%	2.09%	1.94%
<b>0.6806</b>	2	0.09%	11.50%	4.53%
<b>0.7779</b>	2	-3.35%	8.07%	1.03%
<b>0.8377</b>	3	-5.61%	10.76%	0.82%
<b>0.9075</b>	3	-10.54%	5.58%	-4.30%

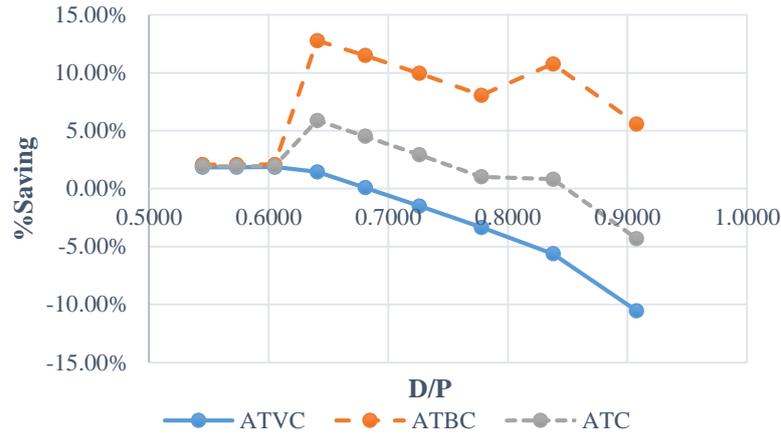


圖 5.6 稼動率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖

註：ATVC 為供應商平均總成本（Average Total Vendor Costs）；ATBC 為購買商平均總成本（Average Total Buyer Costs）；ATC 為平均總成本（Average Total Costs）。

### 5.2.3 訂購成本比率 $A^{vs}/A^b$

在固定購買商總訂購成本的情況下，我們改變個別供應商的整備成本，用以觀察不同的訂購成本比率對平均總成本的影響，其中  $A^b$  為所有購買商總訂購成本的平均值 ( $A^b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i^b$ )。表 5.7 為不同訂購成本比率時，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本結構與節省之成本比例，圖 5.7 為對應之平均總成本變化圖，圖 5.8 為對應之成本節省比例關係圖。由圖 5.7 可以看到隨著訂購成本比率變大，所有的模型成本皆大致呈現上升的走勢，在 VMI&CS 模型中，Ben-daya, et al (2013)會隨著訂購成本比率的變大改變 n 值，造成圖 5.7 與圖 5.8 有一次斷層和兩種斜率的情形，當 n 值變大時，平均總成本的增加幅度會變小，因為改變 n 值後的平均總成本增加幅度比一般整數策略還要小；另一方面，在集權式模型中也有改變一次 n 值，造成圖 5.7 與圖 5.8 有一次斷層的情形，所以在這兩個模型中，當訂購成本比率較小時，一般整數策略有較好的解，隨著訂購成本比率越大，Ben-daya, et al (2013)的模型可以得到較好的解。

表 5.7 不同訂購成本比率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表

(a) VMI&CS

$A^{vs}/A^b$	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
1	1	0.1668	10138.48	6706.90	16845.38	9701.66	6449.47	16151.13	4.12%
2	1	0.1781	10825.67	6801.06	17626.73	10460.87	6560.02	17020.90	3.44%
4	2	0.3231	11934.61	7722.69	19657.29	11807.26	6858.277	18665.54	5.05%
6	2	0.3424	12646.88	7854.71	20501.60	12997.70	7127.847	20125.54	1.83%
8	2	0.3606	13321.13	7995.42	21316.55	14087.84	7404.174	21492.02	-0.82%
10	2	0.3780	13962.86	8141.49	22104.35	15098.59	7694.019	22792.61	-3.11%

(b) 集權式 (Centralized)

$A^{vs}/A^b$	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
1	1	0.1552	1772.88	15028.63	16801.51	1786.56	14318.19	16104.75	4.15%
2	1	0.1621	2516.43	15032.17	17548.60	2588.12	14337.87	16925.99	3.55%
4	1	0.1750	3846.31	15108.35	18954.66	4005.12	14441.85	18446.97	2.68%
6	1	0.1871	5016.50	15246.89	20263.38	5235.00	14616.68	19851.68	2.03%
8	2	0.3143	4038.57	17077.68	21116.24	6331.11	14831.57	21162.68	-0.22%
10	2	0.3253	4700.73	17156.66	21857.39	7201.48	15178.00	22379.48	-2.39%

註：ATVC 為供應商平均總成本 (Average Total Vendor Costs)；ATBC 為購買商平均總成本 (Average Total Buyer Costs)；ATC 為平均總成本 (Average Total Costs)。

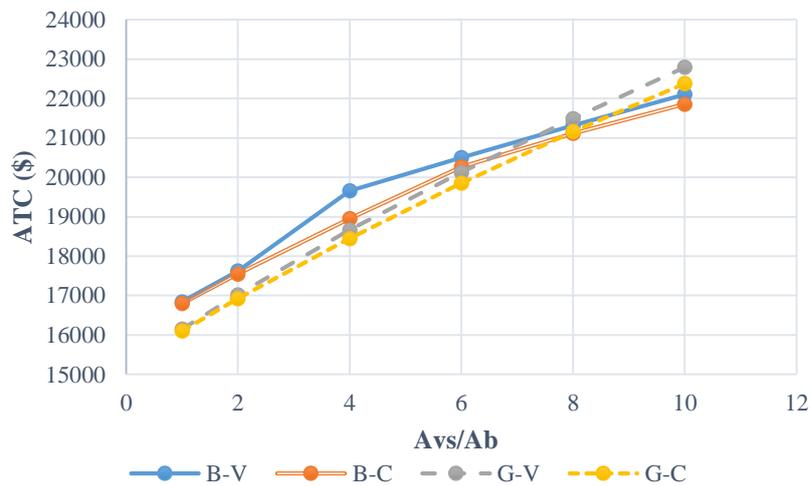


圖 5.7 訂購成本比率與平均總成本之關係圖

註：B 為 Ben-daya, et al (2013)的模型；G 為一般整數策略下的模型；V 為 VMI&CS 模型；C 為集權式模型；ATV 為平均總成本。

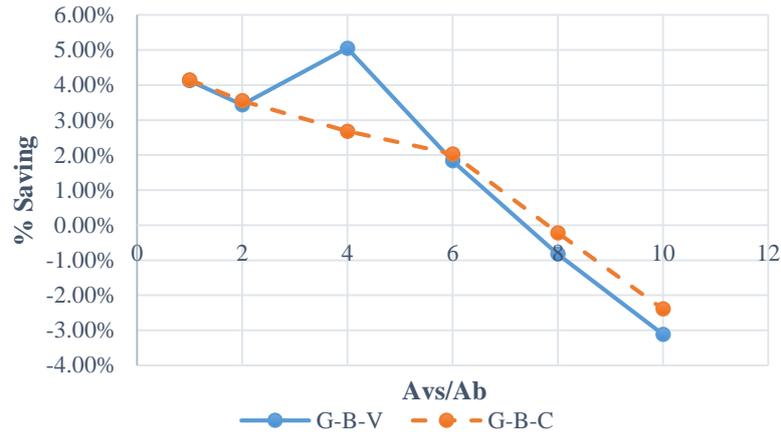


圖 5.8 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比之訂購成本比與成本節省關係圖

註：G-B-V 為一般整數策略的 VMI&CS 模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例；G-B-C 為一般整數策略的集權式模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例。

我們對 VMI&CS 模型之各項成本做更進一步的分析。表 5.8 為不同訂購成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例，圖 5.9 為對應之關係圖，可以看到惟有購買商平均總成本強烈地受到  $n$  值改變的影響，而一般整數策略的供應商平均總成本明顯在較小的訂購成本比率時有較好的表現。

表 5.8 不同訂購成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表

$A^{vs}/A^b$	n	% Saving		
		ATVC	ATBC	ATC
1	1	4.31%	3.84%	4.12%
2	1	3.37%	3.54%	3.44%
4	2	1.07%	11.19%	5.05%
6	2	-2.77%	9.25%	1.83%
8	2	-5.76%	7.39%	-0.82%
10	2	-8.13%	5.50%	-3.11%

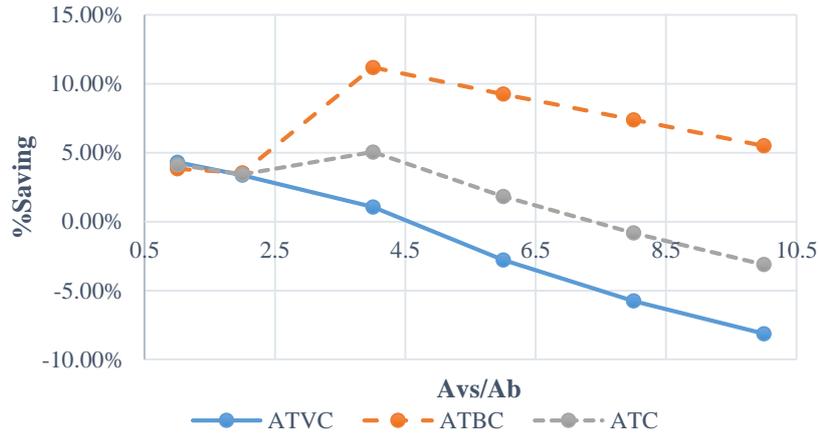


圖 5.9 訂購成本比率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖

註：ATVC 為供應商平均總成本（Average Total Vendor Costs）；ATBC 為購買商平均總成本（Average Total Buyer Costs）；ATC 為平均總成本（Average Total Costs）。

### 5.2.4 持有成本比率 $h^v/h^b$

在固定購買商存貨持有成本的情況下，我們改變個別供應商的庫存成本，用以觀察不同的持有成本比率對平均總成本的影响，其中  $h^b$  為所有購買商總訂購成本的平均值 ( $h^b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i^b$ )。表 5.9 為不同持有成本比率時，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本結構與節省之成本比例，圖 5.10 為對應之平均總成本變化圖，圖 5.11 為對應之成本節省比例關係圖。由圖 5.10 可以看到隨著訂購成本比率變大，所有的模型成本皆大致呈現上升的走勢，一般整數策略的解一直都表現得比較好，只是由圖 5.11 觀察到，隨著持有成本比率的增加，一般整數策略在 VMI&CS 模型所節省的成本比例會略為下降，而集權式模型所節省的成本比例則幾乎沒有變化。

表 5.9 不同持有成本比率下，Ben-daya, et al (2013)與一般整數策略之成本比較表

(a) VMI&CS

$h^v/h^b$	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
0.55	2	0.3491	11912.13	7904.56	19816.69	11990.90	7176.09	19166.99	3.28%
0.65	2	0.3457	12028.72	7879.06	19907.78	12133.84	7138.09	19271.94	3.19%
0.75	2	0.3424	12144.19	7854.78	19998.97	12275.12	7101.95	19377.07	3.11%
0.85	2	0.3392	12258.57	7831.65	20090.22	12414.79	7067.55	19482.33	3.03%
0.95	2	0.3361	12371.90	7809.61	20181.51	12552.90	7034.78	19587.68	2.94%

(b) 集權式 (Centralized)

$h^v/h^b$	Ben-daya, et al (2013)					GI			%Saving
	n	T	ATVC	ATBC	ATC	ATVC	ATBC	ATC	
0.55	1	0.1878	4021.62	15255.90	19277.52	4234.49	14619.02	18853.51	2.20%
0.65	1	0.1866	4164.07	15239.10	19403.17	4373.40	14600.79	18974.19	2.21%
0.75	1	0.1854	4304.86	15223.15	19528.01	4512.41	14581.67	19094.08	2.22%
0.85	1	0.1842	4444.04	15208.02	19652.06	4648.15	14565.04	19213.19	2.23%
0.95	1	0.1831	4581.66	15193.67	19775.33	4782.40	14549.15	19331.55	2.24%

註：ATVC 為供應商平均總成本 (Average Total Vendor Costs)；ATBC 為購買商平均總成本 (Average Total Buyer Costs)；ATC 為平均總成本 (Average Total Costs)。

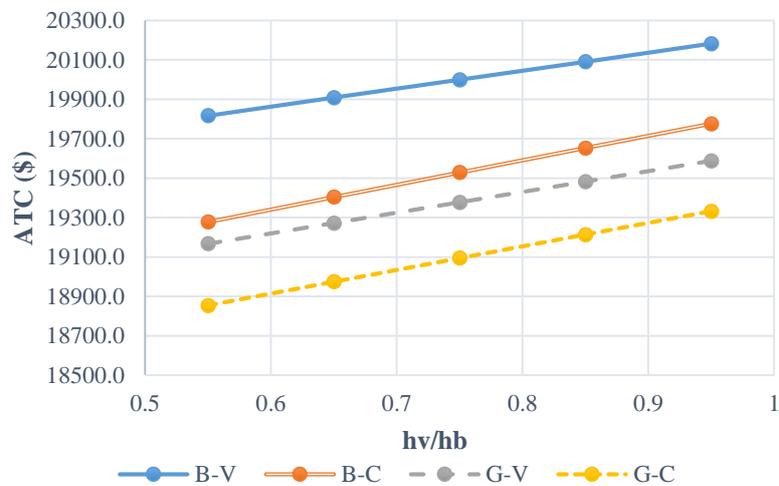


圖 45.10 持有成本比率與平均總成本之關係圖

註：B 為 Ben-daya, et al (2013)的模型；G 為一般整數策略下的模型；V 為 VMI&CS 模型；C 為集權式模型；ATV 為平均總成本。

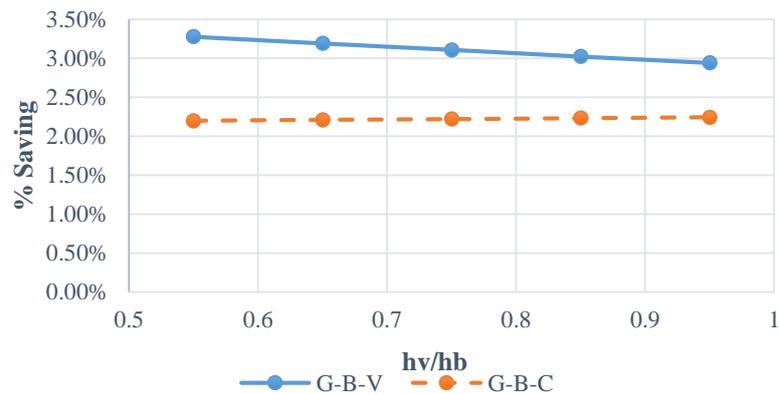


圖 5.11 一般整數策略與 Ben-daya, et al (2013)相比之持有成本比與成本節省關係圖

註：G-B-V 為一般整數策略的 VMI&CS 模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例；G-B-C 為一般整數策略的集權式模型相較於 Ben-daya, et al (2013)所節省的成本比例。

我們對 VMI&CS 模型之各項成本做更進一步的分析。表 5.10 為不同持有成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例，圖 5.12 為對應之關係圖，可以看到雖然在這組數據下一般整數策略的供應商平均總成本表現較 Ben-daya, et al (2013)的模型差，但一般整數策略隨著持有成本比率的變小，可節省的成本比率也變大，另一方面，持有成本比率的變小，購買商平均總成本可節省的成本比率越小，在一正一負的影響之下，持有成本比率的變化對於一般整數策略在供應鏈平均總成本可節省的成本比率變化影響並不大。

表 5.10 不同持有成本比率下，VMI&CS 模型中一般整數策略節省之成本比例表

$h^v/h^b$	% Saving		
	ATVC	ATBC	ATC
0.55	-0.66%	9.22%	3.28%
0.65	-0.87%	9.40%	3.19%
0.75	-1.08%	9.58%	3.11%
0.85	-1.27%	9.76%	3.03%
0.95	-1.46%	9.92%	2.94%

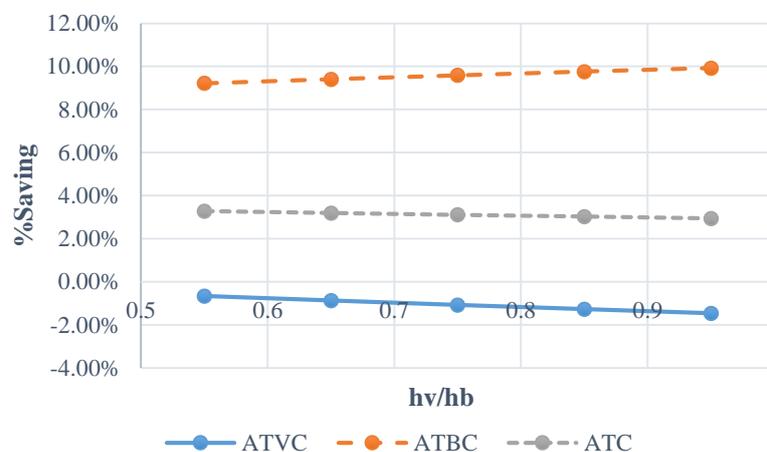


圖 5.12 持有成本比率與 VMI&CS 模型各項成本節省之關係圖

註：ATVC 為供應商平均總成本（Average Total Vendor Costs）；ATBC 為購買商平均總成本（Average Total Buyer Costs）；ATC 為平均總成本（Average Total Costs）。

### 5.3 隨機數據測試

在本節中，對一般整數策略及二冪策略下的 VMI&CS 及集權式模型進行隨機數據測試，分別針對購買商數量  $N = 10, 20, 30, 40$  四種情形測試 1000 組隨機數據，參數的設定參考自 Yao (2001b) 及 Ben-daya, et al (2013)，部分參數服從連續型均勻分配，包括購買商需求率  $d_i = UNIF[10, 2000]$ 、購買商持有成本  $H_i^b = UNIF[0.2, 50]$ 、購買商持有的機會成本  $H_i^{bo} = UNIF[0.3, 0.7] \cdot H_i^b$ 、購買商訂購成本  $A_i^b = UNIF[1, 51]$  及購買商下單成本  $A_i^{bp} = UNIF[0.3, 0.7] \cdot A_i^b$ ，其餘的參數參考 5.2 節的敏感度分析的結果，分別設定為  $H^v = 0.8$ ， $A^{vs} = 100$ ， $A_i^{vr} = 0$  及  $P = 2000 \cdot N$ 。

表 5.11 為隨機數據測試結果，我們可以從表 5.11 及圖 5.13 中看到隨著購買商數量增加，運算時間呈現指數成長的趨勢，且一般整數策略的運算時間遠大於二冪策略，隨著購買商數量增加，這個差距會越來越大。也可以從表 5.11 及圖 5.14 觀察到隨著購買家數量的增加，我們的策略模型相較於 Ben-daya, et al (2013) 所能節省之成本比例也會增加，而一般整數策略的解一直都優於二冪策略，其中在 VMI&CS 方面兩個策略所節省比例一直都很相近，集權式方面則隨著購買商數量的增加，兩個策略相差的節省比例會逐漸變小。

因此，我們可以歸納出一個結論，當購買商數量較少時採用一般整數策略可以得到較好的解，但隨著購買商數量越多，二冪策略可以提供更快的解法，而且求出的解和一般整數策略不會相差太多。

表 5.11 購買商數量與平均運算時間及較 Ben-daya, et al (2013) 成本節省比例之對照表

	N	平均運算時間(秒)				%Saving			
		10	20	30	40	10	20	30	40
GI	VMI&CS	0.0006	0.0030	0.0086	0.0264	3.27%	4.93%	6.03%	6.71%
	Centralized	0.0052	0.0183	0.0477	0.0948	3.82%	5.77%	7.00%	7.45%
PoT	VMI&CS	0.0001	0.0005	0.0014	0.0022	3.01%	4.84%	5.85%	6.63%
	Centralized	0.0001	0.0005	0.0016	0.0049	1.46%	4.10%	5.91%	6.56%

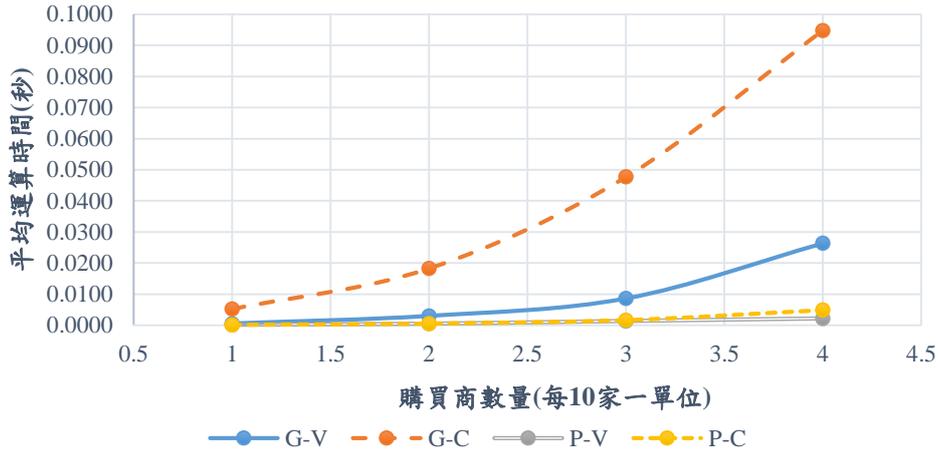


圖 5.13 購買商數量與平均運算時間關係圖

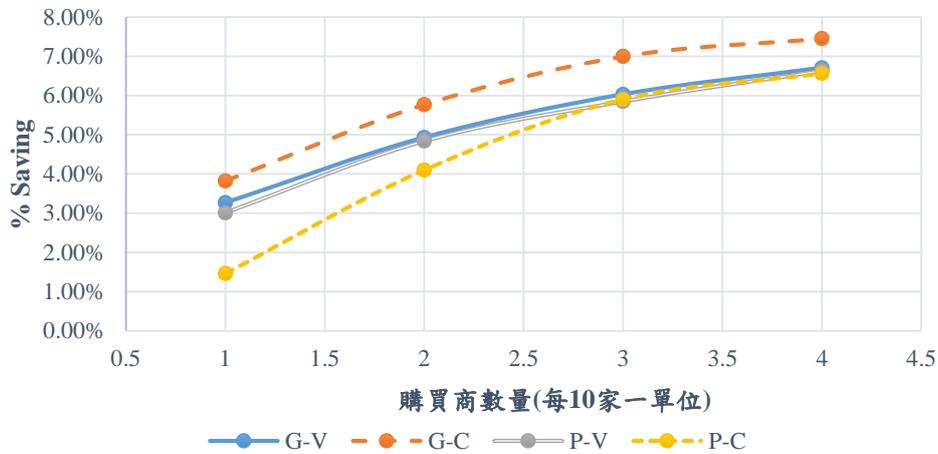


圖 5.14 購買商數量與相較於 Ben-daya, et al (2013)模型節省成本比例之關係圖

註：G 為一般整數策略下的模型；P 為二冪策略下的模型；V 為 VMI&CS 模型；C 為集權式模型。

我們使用一樣的參數組隨機測試在沒有 4.1.3.6 節較優候選解篩選法則情況下演算法需耗費的時間，以一般整數策略下的 VMI&CS 為例，從表 5.11 可以看到 10、20 及 30 個購買商時，平均運算時間分別為 0.0006 秒、0.0030 秒及 0.0086 秒，而在沒有使用較優候選解篩選法則的情況下，平均運算時間分別為 23.0719 秒、569.5370 秒及 1427.5224 秒，在 30 個購買商的問題中，平均運算時間已超過 23 分鐘，是使用了篩選法則的 16.5 萬倍時間，因此，證明較優候選解篩選法則幫助全域最佳解搜尋演算法大幅地降低運算時間。此外，由於在測試 40 個購買商的問題時，購買商的最小公倍數太大，超過程式所能宣告的空間，造成測試不完全的問題，所以無法和其他例子進行運算時間的比較。

## 六、結論與建議

### 6.1 結論

本研究針對單一供應商多購買商供應鏈中，寄售與供應商管理庫存 (VMI&CS) 問題及集權式管理問題提出一般整數策略及二冪策略下的最佳搜尋演算法。

VMI&CS 是供應鏈協調的一種，供應商負責管理購買商庫存，會負擔部分購買商的訂購成本與存貨成本，由於補貨策略的決策者是供應商，因此目標是最小化供應商平均總成本，而集權式管理是表示供應商與購買商屬於同一個垂直整合的公司或集團，兩者的成本各自負擔，而決策者是供應商，其目標是最小化平均總供應鏈成本。一般整數策略及二冪策略差別在補貨週期乘數項，在一般整數策略下，購買商  $i$  的補貨週期被限制為  $T_i = k_i b = \{b, 2b, 3b, 4b, \dots\}$ ，而二冪策略中，購買商  $i$  的補貨週期被限制為  $T_i = k_i b = 2^l b = \{b, 2b, 4b, 8b, \dots\}$ 。

藉由數學模式的理論分析結果，提出適合的最佳搜尋演算法，其中也透過最佳的可行補貨排程啟發式演算法，在給定基本週期與補貨乘數的情況下找到可行的最佳補貨排程，進而得到數學模式的目標成本。

藉由敏感度分析測試不同參數，以得知在什麼樣的情境之下，本研究或 Ben-daya, et al. (2013) 的數學模型有較好的表現，四項參數測試結果分別為：

1. 當需求變異越大，兩者的成本皆會越大，而在較大的需求變異時，本研究策略所得到的解較佳，因為可以透過改變補貨週期乘數來降低成本的漲幅；
2. 當稼動率越大，本研究之成本也會越大，但 Ben-daya, et al. (2013) 的模型會因改變  $n$  值（一個週期中的補貨次數）降低成本，因此在較小的稼動率時，本研究的策略可以得到較佳的解；
3. 當訂購成本比率越大，兩者的成本皆會越大，但 Ben-daya, et al. (2013) 的模型會因改變  $n$  值（一個週期中的補貨次數）降低成本的漲幅，因此在較小的訂購成本比率時，本研究的策略可以得到較佳的解；

4. 當持有成本比率越大，兩者的成本皆會越大，整體而言，持有成本比率對兩種模型的比較結果影響相對其他三個參數來得小，但還是可以看出 VMI&CS 中，隨著持有成本比率越大，本研究的策略可以得到越好的解，而集權式中，隨著持有成本比率越小，本研究的策略可以得到越好的解。

一般整數策略與二冪策略在大多數的情況下各有其優點：一般整數策略下，補貨週期乘數可以有較小幅度的改變，去測試較多的補貨週期乘數組合，進而得到較好的解；二冪策略下，只要觀察購買商中最大的補貨週期，便可以涵蓋所有購買商的補貨週期，而且因為每次補貨週期乘數的改變幅度較大，會較快達到終止條件 ( $\max\{d_i k_i\} > P$ )，因此求解的運算較為快速。我們透過隨機數據測試觀察到，當購買商數量較少時採用一般整數策略可以得到較好的解，但隨著購買商數量越多，二冪策略可以提供更快的解法，而且求出的解和一般整數策略不會相差太多。

最後，在 VMI&CS 與集權式管理方面，在本研究的策略下，如果只觀察平均總成本項，集權式一定會得到比 VMI&CS 更好的解，然而兩者在管理上的意涵是完全不相同的，因此本研究並無針對這兩者之間的比較，只是呈現在不同策略下，兩種模式之求解結果。

## 6.2 研究建議

在情境假設上，本研究還有許多未考慮的限制，在未來的研究中可以考慮加入這些條件，讓研究情境更貼近現實。建議可以加入考慮的限制如下：

1. 購買商的倉庫產能限制：如果購買商的倉庫有容量的上限，就會限制每一次補貨的數量，進而限制補貨週期的乘數。另一方面，如果允許超過庫存的容量上限，可以用付罰款的方式抑制超額的情況。
2. 供應商的產能限制：如果供應商有產能的限制，就可能會有缺貨的情形發生，因此會有缺貨的罰款因應而生，而罰款合約的簽訂內容也可以是未來研究的方向之一。

## 七、参考文献

- Bazan, E., Jaber, M. Y., Zanoni, S., & Zavanella, L. E. (2014). Vendor Managed Inventory (VMI) with Consignment Stock (CS) agreement for a two-level supply chain with an imperfect production process with/without restoration interruptions. *International Journal of Production Economics*, 157, 289-301.
- Ben-Daya, M., Hassini, E., Hariga, M., & AlDurgam, M. M. (2013). Consignment and vendor managed inventory in single-vendor multiple buyers supply chains. *International Journal of Production Research*, 51(5), 1347-1365.
- Braglia, M., & Zavanella, L. (2003). Modelling an industrial strategy for inventory management in supply chains: The 'Consignment Stock' case. *International Journal of Production Research*, 41(16), 3793-3808.
- Cachon, G. P. (2003). Supply chain coordination with contracts. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 11, 227-339.
- Chen, J. M., Lin, I. C., & Cheng, H. L. (2010). Channel coordination under consignment and vendor-managed inventory in a distribution system. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(6), 831-843.
- Darwish, M. A., & Odah, O. M. (2010). Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains. *European Journal of Operational Research*, 204(3), 473-484.
- Dong, Y., & Xu, K. (2002). A supply chain model of vendor managed inventory. *Transportation research part E: Logistics and Transportation Review*, 38(2), 75-95.
- Ghiani, G., Laporte, G., & Musmanno, R. (2004). *Introduction to Logistics System Planning and Control*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Gümüş, M., Jewkes, E. M., & Bookbinder, J. H. (2008). Impact of consignment inventory and vendor-managed inventory for a two-party supply chain. *International Journal of Production Economics*, 113(2), 502-517.
- Hariga, M., Gumus, M., Ben-Daya, M., & Hassini, E. (2013). Scheduling and lot sizing models for the single-vendor multi-buyer problem under consignment stock partnership. *Journal of the Operational Research Society*, 64(7), 995-1009.
- Hill, R. M. (1999). The optimal production and shipment policy for a single-vendor single-

- buyer integrated production-inventory problem. *International Journal of Production Research*, 37, 2463–2475.
- Hill, R. M., & Omar, M. (2006). Another look at the single-vendor single-buyer integrated production-inventory problem. *International Journal of Production Research*, 44(4), 791-800.
- Hoque, M. A. (2008). Synchronization in the single-manufacturer multi-buyer integrated inventory supply chain. *European Journal of Operational Research*, 188(3), 811-825.
- Lee, F. C., & Yao, M. J. (2003). A global optimum search algorithm for the joint replenishment problem under power-of-two policy. *Computers & Operations Research*, 30(9), 1319-1333.
- Lee, J. Y., & Cho, R. K. (2014). Contracting for vendor-managed inventory with consignment stock and stockout-cost sharing. *International Journal of Production Economics*, 151, 158-173.
- Li, Y., & Huang, X. (2015). A One-Vendor Multiple-Buyer Production-Distribution System: The Value of Vendor Managed Inventory. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 53(1), 13-25.
- Mateen, A., & Chatterjee, A. K. (2015). Vendor managed inventory for single-vendor multi-retailer supply chains. *Decision Support Systems*, 70, 31-41.
- Molamohamadi, Z., Sharifyazdi, M., Arshizadeh, R., Jafari, A., & Ismail, N. (2013). Determining consignment inventory strategy for a vendor and multiple buyers using a hybrid metaheuristic algorithm. *Production & Manufacturing Research*, 1(1), 65-78.
- Nachiappan, S. P., & Jawahar, N. (2007). A genetic algorithm for optimal operating parameters of VMI system in a two-echelon supply chain. *European Journal of Operational Research*, 182(3), 1433-1452.
- Roundy, R. (1985). 98%-effective integer-ratio lot-sizing for one-warehouse multi-retailer systems. *Management Science*, 31(11), 1416-1430.
- Syntetos, A. A. (2014). Principles of Inventory Management: When You are Down to Four, Order More. *Journal of the Operational Research Society*, 65(5), 798-798.
- Taleizadeh, A. A., Noori-daryan, M., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2015). Joint optimization of price, replenishment frequency, replenishment cycle and production rate in vendor managed inventory system with deteriorating items. *International Journal of Production*

- Economics*, 159, 285-295.
- van der Vlist, P., Kuik, R., & Verheijen, B. (2007). Note on supply chain integration in vendor-managed inventory. *Decision Support Systems*, 44(1), 360-365.
- Yao, M. J. (2001a). The peak load minimization problem in cyclic production. *Computers & Operations Research*, 28(14), 1441-1460.
- Yao, M. J. (2001b). An Improved Global Optimum Search Algorithm for the Joint Replenishment Problem, *the 6th Annual International Conference of Industrial Engineering Theory, Applications and Practice*, November 18- 20, 2001, San Francisco, California, USA.
- Yao, M. J. and Wulandari, A. (2018), A New Model for Consignment and Vendor Managed Inventory in a Single-Vendor Multiple-Buyers Supply Chain, *Asia-Pacific Conference on Management and Business*, September 10-13, 2018, Fukuoka, Japan.
- Yao, Y., Evers, P. T., & Dresner, M. E. (2007). Supply chain integration in vendor-managed inventory. *Decision support systems*, 43(2), 663-674.
- Yu, Y., Huang, G. Q., & Liang, L. (2009). Stackelberg game-theoretic model for optimizing advertising, pricing and inventory policies in vendor managed inventory (VMI) production supply chains. *Computers & Industrial Engineering*, 57(1), 368-382.
- Yu, Y., Wang, Z., & Liang, L. (2012). A vendor managed inventory supply chain with deteriorating raw materials and products. *International Journal of Production Economics*, 136(2), 266-274.
- Zanoni, S., & Grubbstrom, R. W. (2004). A note on an industrial strategy for stock management in supply chains: modelling and performance evaluation. *International Journal of Production Research*, 42(20), 4421-4426.
- Zanoni, S., Jaber, M. Y., & Zavanella, L. E. (2012). Vendor managed inventory (VMI) with consignment considering learning and forgetting effects. *International Journal of Production Economics*, 140(2), 721-730.
- Zanoni, S., Mazzoldi, L., & Jaber, M. Y. (2014). Vendor-managed inventory with consignment stock agreement for single vendor–single buyer under the emission-trading scheme. *International Journal of Production Research*, 52(1), 20-31.