

公共腳踏車系統設計模型實用分析¹

ANALYSIS OF PRACTICAL IMPLEMENTATION FOR A PUBLIC BICYCLE SYSTEM DESIGN MODEL

林振榮 Jenn-Rong Lin²

楊大輝 Ta-Hui Yang³

(107年5月26日收稿，107年6月5日第1次修改，
107年6月30日定稿)

摘 要

本研究以可應用於實際大規模問題為目標，建構一個公共腳踏車系統設計規劃模型。提出的模型以整合的觀點，同時考量使用者、系統建置者、系統服務水準的不同角度，尋求權衡下的最佳的設計。模型主要針對公共腳踏車系統長期的策略型規劃決策，用以決定公共腳踏車租借站的數量、位址、連結站點間腳踏車道的網路路線結構、使用者步行、借車、還車的路線。以 YouBike 初始推動時的示範營運計畫區域當作測試平台，驗證所提模型的正確性及實用性。針對重要參數進行敏感度分析，從中歸納釐清影響及互動的關係。這些參數會隨不同地區、不同旅次、不同使用者，而有所變動，有助於了解不同情狀下對應的結果，讓模型可適用於不同的情狀，不只是應用於測試的實例，所得結果在實用上及學術上都具有參考價值。

關鍵詞： 公共腳踏車共享系統；綠色運輸；轉運站區位問題；涵蓋問題

-
1. 作者感謝兩位審查委員的寶貴意見及行政院科技部專題研究計畫部分補助（計畫編號：MOST 101-2221-E-019-057），特此致謝。
 2. 國立臺灣海洋大學運輸科學系教授。
 3. 國立高雄科技大學運籌管理系教授（聯絡地址：82445 高雄市燕巢區大學路 1 號 國立高雄科技大學運籌管理系；電話：07-6011000 轉 33223；E-mail：yang@nkust.edu.tw）。

ABSTRACT

This paper illustrates the practical implementation of a strategic public bicycle sharing system design model that provides an integrated view of user travel costs, system investments, as well as coverage quality. The key decisions consist of strategic decisions on the number and locations of bike terminals in the system, the network structure of bike lanes connected between the terminals, and the travel paths for users between each pair of origins and destinations. The design decisions involve finding an appropriate trade-off between the overall cost and the service level. The results of this study confirm the usefulness of an integrated strategic model to support the public bicycle sharing system design. A real network based on the initial program of Taipei YouBike system was used to illustrate practical implementation of the proposed model. Sensitivity analysis is also performed to gain better insights into knowing how several important parameters affect the design of the system. The proposed model could be useful for both practitioners and researchers.

Key Words: *Bicycle sharing systems; Green transportation; Hub location; Covering problem*

一、前言

對運輸系統的規劃及設計，傳統的作法，主要著重在可及性 (accessibility) 及易移性 (mobility) 兩個議題，時常忽略考慮其他的面向。然而，運輸系統是全球能源消耗的主要來源之一，大約占全球碳排放量的 25% 左右，成為全球暖化的重要影響因素。在環境保護意識高漲之下，近年來綠色運輸或永續運輸成為許多關注的議題。腳踏車的使用在此潮流下開始受到重視，常常被考慮成為城市內或短程運輸的替代運輸工具。腳踏車的行駛速度上，雖然明顯比其他的私人運具慢 (如：汽車及機車)，也較耗費體力，但是其可及性及易移性方面，確明顯地優於汽車及機車。此外，腳踏車的使用還有其他多項優點，除了不會排放廢氣屬於低空氣污染的運具外，由於使用及停放需要的空間相對較小，可明顯減低路上交通流量，減緩道路的壅塞，也降低對停車空間需求的壓力；另外伴隨腳踏車的使用，可達到運動的效果，間接提升身體的健康。因此，許多地區持續鼓勵推動腳踏車的使用，將其整合到原本的運輸網路上，以提升原本運輸系統的永續性；結合其他的運輸工具，使腳踏車成為最後一哩路或短程的運輸工具。公共腳踏車分享系統就是在此情形下應運而生，主要目的是創造一個腳踏車使用友善的環境，讓使用者在需要時候可以隨時取用，使用過後可以隨時歸還，免去購買持有的成本，也毋須煩惱攜帶、停放、偷竊的問題。在這樣的理念下，最常使用的做法是，在營運的範圍內，設置一定數量的腳踏車分享租借站，並在每個站點放置一定數量的公用腳踏車，以方便使用者使用。使用者需要時，可以就近的站點租用腳踏車，使用一段時間或距離後，歸還到任一站點。這樣的運作方式下，站點的設置、站點間網路的連結，及站點提供的服務便利性，成為整個系統成功與否的重要關

鍵。本研究針對公共腳踏車分享系統的設計進行探討，著重在建構可實際應用的模型，強調將模型套用在分析臺北市中心地區的實際問題上，驗證模型的實用性，並進行重要因素間的互動分析，其結果可提供給實務上規劃、設計、擴張、調整的參考，模型本身也可以作為往後學術上公共腳踏車相關研究的參考。本研究主要貢獻列舉如后：(1) 雖然以往也有研究建構長期策略性的公共腳踏車系統模型，但大多著重在理論的探討及模式的建構，最多輔以示範性的小型例子，距離實際應用仍有一段差距。本研究以實用為著眼點，利用以往研究提過的概念進行調整修正，直接針對解決實際大範圍問題建構模型，並蒐集實際資料展示如何應用模型。(2) 本研究模型同時考量不同觀點，求取最佳的權衡設計，包括：使用者的角度－考量步行成本、腳踏車騎乘成本；系統投資成本－租借站設置成本、連結腳踏車路線建構成本；及系統的服務水準－以使用者步行距離是否在適當範圍來衡量。以往研究大多站在單一觀點來考慮建構模型。(3) 以 YouBike 實際公共腳踏車系統路網，示範所提模式的應用，驗證其實用性及正確性。(4) 分析不同參數範圍、釐清重要影響因素間的互動關係，以了解模式特性及適用情境，可作為實務上規劃、擴建、調整系統的參考。

公共腳踏車共享系統近幾年引發許多相關的研究，早期的研究大多著重在政策擬訂、政策推動、及使用安全性的探討 (Martens^[1]; Aultman-Hall 與 Kaltenecker^[2])。越來越多地區開始推廣公共腳踏車共享系統後，開始有研究整理探討公共腳踏車共享系統發展過程的來龍去脈及不同階段的進程 (DeMaio^[3]; Shaheen 等人^[4])。隨著公共腳踏車共享系統規模逐漸擴大，開始有探討如何有效調派各個站點間的腳踏車以提升營運效率的研究 (Vogel 與 Mattfeld^[5]; Lu^[6])、探討如何有效調派各個站點間的腳踏車以降低對環境衝擊的研究 (Wang 與 Szeto^[7])、探討如何推估公共腳踏車共享系統租借需求 (Krykewyczet 等人^[8])、探討如何以腳踏車站點間的租借需求時間空間分布型態有效選擇腳踏車租借站點 (Wang 等人^[9])、以服務水準的觀點探討公共腳踏車共享系統之公共腳踏車數量 (Nair 與 Miller-Hooks^[10])。此外有學者建構模型去分析討論公共腳踏車共享系統長期的策略性決策，如：使用者之旅行成本、站點選擇、站點間路線之連結、站點應放置之腳踏車數量…等，試圖以更宏觀的角度去探討公共腳踏車共享系統 (Lin 與 Yang^[11]; Lin 等人^[12])。由於此類模型通常相當複雜，也有學者針對這些模型發展專門的求解演算法 (Lin 等人^[12])。

由於本研究在模型的建構上，利用轉運站樞紐位址 (hub location) 的概念來分析設計公共腳踏車共享系統，將腳踏車租借站的站點視為類似軸輻式網路系統的轉運樞紐位址，因此對於軸輻式網路系統的相關研究也進行重點式回顧。航空運輸的營運大量運用軸輻式系統，文獻上有許多研究針對空運轉運站區位及網路設計問題進行深入探討 (Aykin^[13]; Adler^[14]; Yang^[15])。此外，快遞包裹的也服務經常使用軸輻式運作，有些研究專門針對快遞業者軸輻系統的使用及營運路網的設計進行探討 (Ernst 與 Krishnamoorthy^[16]; Wasner 與 Zapfel^[17])。軸輻式系統被大量應用的其中一個主要原因是，藉由轉運站集中流量的方式達到大量運輸、規模經濟、降低單位成本的效用，進而提昇整體運作效率。因此規模經濟的效果是軸輻式系統的一個主要優勢，文獻上也有對規模經濟效果及營運效率的相互影響關係，進行深入分析及討論 (O'Kelly 與 Bryan^[18])。傳統軸輻式系統的設計都是先選定

轉運站位址，再由轉運站延伸連結成互通的網路。部分學者則提出不同的方法，先決定集貨的節線，待形成互通的連結網路後，轉運站點則自然成形 (Campbell 等人^[19, 20])。軸輻式系統的設計通常假設所有參數及資料是確定已知的，然現實狀況常有許多無法事先確定的因素，有些研究則建構可以處理軸輻式系統中不確定因素的模型 (Yang^[21])。軸輻式系統的相關研究已經累積大量的文獻，有興趣的讀者可以參考一些回顧性的文章 (O'Kelly^[22, 23]; Campbell 等人^[24]; Campbell 與 O'Kelly^[25]; Farahani 等人^[26])。

另一個本研究採用的重要觀念，也是主要貢獻之一，是用步行可及的涵蓋範圍來衡量公共腳踏車系統的服務水準，所利用的是區位理論中涵蓋問題 (covering problem) 的類似觀念。在此重點回顧涵蓋問題的相關文獻，最大涵蓋模型 (maximal covering model) 最早由 Church 與 ReVelle^[27] 提出，此後被應用在許多不同類型的問題上。Mirchandani 與 Francis^[28]、Daskin^[29] 及 Farahani 等人^[30] 曾對最大涵蓋問題的應用及相關求解方法進行回顧性的討論。其後，有些研究將涵蓋問題的概念應用在設計物流設施系統服務水準的衡量 (Nozick 與 Turnquist^[31]; Nozick^[32]; Lin 等人^[33])。也有研究將涵蓋問題的觀念融入大眾運輸系統的設計，用大眾運輸系統提供可及的涵蓋範圍衡量服務水準 (Bruno 等人^[34]; Murray^[35]; Wu 與 Murray^[36]; Matisziw 等人^[37])。Campbell^[38] 進一步延伸涵蓋問題，將之整合到轉運站位址選擇問題。之後開始有研究將轉運站區位涵蓋問題 (hub covering problem) 應用到不同問題上 (Kara 與 Tansel^[39]; Tan 與 Kara^[40]; Alumur 與 Kara^[41]; Campbell^[42])。

本文後續內容架構說明如后：第二部分先研究問題進行明確定義，接著說明所提出的數學模型；第三部分先說明測試案例及其資料蒐集、推估，接著進行敏感度分析，討論測試分析結果；最後一部分則提出結論與建議。

二、模式發展

2.1 問題描述

本研究對一般典型的使用者使用公共腳踏車旅行，從起點到迄點的全程旅次進行分析，可以再進一步分成三個階段，如圖 1 所示。第一階段是使用者從旅次起點出發，步行至附近的腳踏車租借站租用腳踏車，起點可能是住家，辦公室，公車站、捷運站、火車站…等；第二階段是從租用腳踏車的站點，騎乘腳踏車到歸還腳踏車的站點，歸還站點通常在旅次迄點的附近；第三階段則是歸還腳踏車後，由歸還站點步行到此旅次最終的迄點。按前述分析，公共腳踏車租借站可視為附近起點出發的使用者步行聚集借車的地方，租借站也可視為還車後分散使用者步行到附近迄點的地方。因此腳踏車租借站的角色類似於軸輻式系統中的轉運站功能，扮演聚集流量跟分散流量的轉接點。據此，本研究在模型的建構上採用軸輻式系統的觀念架構，根據公共腳踏車系統的特性發展公共腳踏車系統設計模型。本研究主要針對設計公共腳踏車系統的策略性決策 (strategic decision) 進行探討，不

深入考慮每日營運的操作性決策 (operational decision)。策略性決策著眼在長期的規劃，通常牽涉到範圍較大、影響層面較廣、成本投資相對高的問題。本研究探討的問題所要決定的策略性公共腳踏車系統設計決策，包括：租借站點設置的數量及位址、站點間路網的連結、起點到迄點間的旅行路徑等，由於不針對每日營運的操作性決策，因此不包括每天站點間腳踏車的運補及調派，其屬於每日營運的操作性決策。而考慮的因素有使用者的旅行成本、腳踏車站點的設置成本、腳踏車道的建置成本，還有以步行可及性來衡量的服務水準。本研究同時考慮系統設計規劃者的角度及使用者的角度來建構模型，期能得到一個平衡的結果，如此才能吸引足夠使用者使用，也兼顧建置成本不致過高。文獻上多數的模型都只站在使用者或管理者的單一點立場或觀點來探討此類問題，此為本研究與以往研究明顯的不同處，亦為主要貢獻之一。以下針對前述的問題，建立數學規劃模型，以求得最佳的系統設計。

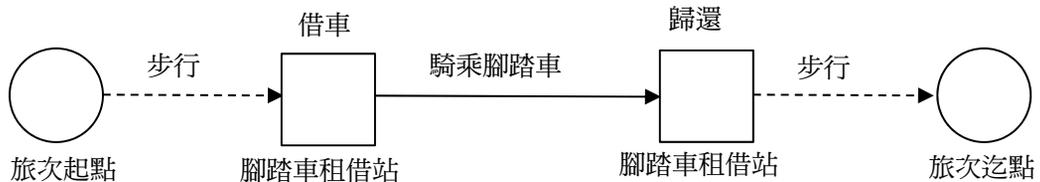


圖 1 公共腳踏車系統使用過程示意圖

2.2 數學模式

本節先定義模型使用到的符號、參數、變數，再說明本研究提出的數學模式。

符號變數定義說明如下：

- i 使用者旅次起點
- I 所有使用者旅次起點的集合
- j 使用者旅次迄點
- J 所有使用者旅次迄點的集合
- k 使用者開始租用腳踏車之站點
- l 使用者結束使用歸還腳踏車之站點
- K 所有可設置腳踏車租借站候選位址之集合
- λ_{ij} 從旅次起點 i 到旅次迄點 j 的旅次需求量
- d_{ik} 從旅次起點 i 到腳踏車租借站 k 之距離
- d_{kl} 腳踏車租借站 k 到腳踏車租借站 l 之距離
- d_{kj} 腳踏車租借站 k 到旅次迄點 j

- f_k 建立腳踏車租借站 k 的設置成本，其中包括存放足夠腳踏車的存貨成本
- c_{kl} 建構租借站 k 到租借站 l 間的腳踏車連結路線之單位建構成本；如果租借站 k 、 l 間已經有連結腳踏車路線，則 c_{kl} 為 0
- q_{ik} 如果旅次起點 i 沒有被涵蓋在租借站候選點 k 的合理步行範圍內，則為 1；反之，則為 0
- q_{jl} 如果旅次迄點 j 沒有被涵蓋在租借站候選點 l 的合理步行範圍內，則 1；反之，則為 0
- α 從旅次起點步行到開始租用腳踏車站點的單位旅行成本（新台幣元／每公尺／每旅次）
- β 從開始租用站點騎乘腳踏車到歸還站點間的單位旅行成本（新台幣元／每公尺／每旅次）
- γ 從歸還腳踏車站點步行到旅次迄點的單位旅行成本（新台幣元／每公尺／每旅次）
- δ 當旅次起點或旅次迄點沒有被涵蓋在租借站的合理步行範圍內所引發的懲罰成本

決策變數：

- X_k 候選站點 k 如果有被選為設置成腳踏車租借站，則其值為 1；反之，則其值為 0
- Y_{iklj} 由起點 i 到迄點 j 的所有旅次需求中，選擇經由路徑 $i - k - l - j$ 旅行的比例；
 $0 \leq Y_{iklj} \leq 1$
- Z_{kl} 腳踏車租借站 k 及 l 間如果須要建構連結的腳踏車路線，則其值為 1；反之，則其值為 0

根據上述定義的符號及變數，策略層級的公共腳踏車系統設計模型可採以下的數學模型表達：

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \alpha \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} d_{ik} \sum_{l \in K} \sum_{j \in J} Y_{iklj} \lambda_{ij} + \beta \sum_{k \in K} \sum_{l \in K} d_{kl} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} Y_{iklj} \lambda_{ij} \\ & + \gamma \sum_{l \in K} \sum_{j \in J} d_{lj} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} Y_{iklj} \lambda_{ij} + \sum_{k \in K} f_k X_k + \sum_{k \in K} \sum_{l \in K} c_{kl} Z_{kl} \\ & + \delta \left(\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} q_{ik} \sum_{l \in K} \sum_{j \in J} Y_{iklj} \lambda_{ij} + \sum_{j \in J} \sum_{l \in K} q_{jl} \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} Y_{iklj} \lambda_{ij} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in K, l \neq k} Y_{iklj} = 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \mid \lambda_{ij} \neq 0 \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in K, l \neq k} Y_{iklj} = 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \mid \lambda_{ij} = 0 \quad (3)$$

$$2Z_{kl} \leq X_k + X_l \quad \forall k \in K, \forall l \in K \neq k \quad (4)$$

$$Z_{kk} = 0 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$Y_{iklj} \leq Z_{kl} \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall l \in K \neq k, \forall j \in J \quad (6)$$

$$Y_{iklj} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall k \in K, \forall l \in K \neq k, \forall j \in J \quad (7)$$

$$X_k = \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$Z_{kl} = \{0,1\} \quad \forall k \in K, \forall l \in K \quad (9)$$

數學模型中，目標式 (1) 由 6 個項目組成：第 1 項表使用者從旅次起點至附近腳踏車租借站點的旅行成本；第 2 項表使用者從租用站點騎乘腳踏車至歸還站點的旅行成本；第 3 項表使用者從腳踏車歸還站點至旅次迄點的旅行成本；第 4 項表腳踏車租借站的設置成本；第 5 項表站點間連結的腳踏車路線建構成本；第 6 項表需求點若沒有涵蓋在租借站點合適的步行距離範圍內，則加諸一筆懲罰成本，用以衡量系統的服務水準。前 3 項是站在使用者角度，計算使用者的總旅行成本。第 4 及第 5 項是站在系統建置規劃者的角度，計算整體建置的成本。第 6 項則以懲罰成本的方式，衡量未盡完善的服務水準。模型的目標式 (1) 在尋求設計出來的公共腳踏車分享系統，要達到最小化前述 6 項成本的加總。

數學模式中的各個限制式說明如后，限制式 (2) 確認只要起迄點間有旅次需求，系統就必須提供可以到達的旅行路徑，此限制式確保設計出來的系統在使用上不會有問題。限制式 (3) 則要求沒有旅次需求的起迄點不需要提供可到達的路徑，以避免不必要的投資，排除設置不必要的站點及連結腳踏車路線，浪費資源在沒有需求的地方。限制式 (3) 是本研究在觀察實際資料後，針對實際應用的需要提出的限制式，因為實際的資料並非所有的起迄點間都有旅次需求，常有部分的起迄點間是沒有旅次需求量的，此一限制式的設定可以精簡系統建置，也可以加速數學模式的求解。限制式 (4) 及 (5) 一起表示如果腳踏車借用站點及歸還站點有必要設置時，代表兩站點間有旅次的需求，因此兩站點間必須建構連結的腳踏車路線。限制式 (6) 表示站點間如果有需求的流量，則站點間必須建構連結的腳踏車路線。限制式 (7)、(8)、(9) 則限制變數 X_k 、 Y_{iklj} 、 Z_{kl} 的值域。

三、實例應用分析

3.1 案例說明及資料蒐集

YouBike 於 2009 年在信義計畫區啟動公共腳踏車系統的示範營運計畫，設置 11 個租借站點，當作未來擴大系統前的測試營運，希望在示範營運期間內改善系統問題，找到較佳的商業營運模式，並期培養民眾的使用習慣。此示範計畫為期 3 年，於 2012 年後，YouBike 系統導入更大的範圍，正式啟用營運。本研究以當初 YouBike 試營運的信義計畫區 11 個

租借站範圍為實例測試平台，該地區有多個公車站及捷運站、政府機關、商辦大樓、住宅大樓、商場百貨、飯店、餐廳、旅館、其他娛樂地點…等，旅次需求包括有通勤、商務、購物、娛樂…等，也有轉接其他大眾運輸的第一哩及最後一哩需求，具備多樣性的旅次需求。區域內有許多短程的旅次需求，捷運或公車沒有到達，距離超過一般人平均的舒適步行距離；使用私人運具汽、機車若加上停車、找車位的時間成本，則不比步行方便；乘坐計程車由於距離短，成本相對較高，且若加上等車、叫車的時間，可能與步行差異不大。在此情形下，腳踏車是個合適的選擇，因此該區域是個理想的測試平台。

本研究在此測試平台的區域內，挑選 14 處公共腳踏車租借站的潛在候選地點 (5001, 5002, 5003, 5004, 5005, 5006, 5007, 5008, 5009, 5103, 5104, 5105, 5107, 5109)，主要選擇在捷運站、公車站、辦公大樓、商場百貨附近的地點，其中有 11 個候選點的位置與 2009 年的示範營運計畫的站點雷同。實際勘查後，設置 30 個旅次需求點 (8001-8030)，共有 870 個的不同的起迄點組合，由於在旅次需求量推估後，有許多起迄點組合間沒有旅次需求量 (或需求量趨近於零)，因此實際有需求的起迄點組合只有 469 組。整個測試平台涵蓋的區域範圍請參考圖 2，有關腳踏車租借站的潛在候選地點 (5001, 5002, 5003, 5004, 5005, 5006, 5007, 5008, 5009, 5103, 5104, 5105, 5107, 5109)，及 30 個旅次需求點 (8001-8030)，皆標示在圖 2 的地圖上。推估的起迄點間旅次需求量詳列於表 1 中，旅次需求點到租借站候選地點間的距離詳列於表 2，而各租借站候選地點間的距離詳列於表 3。

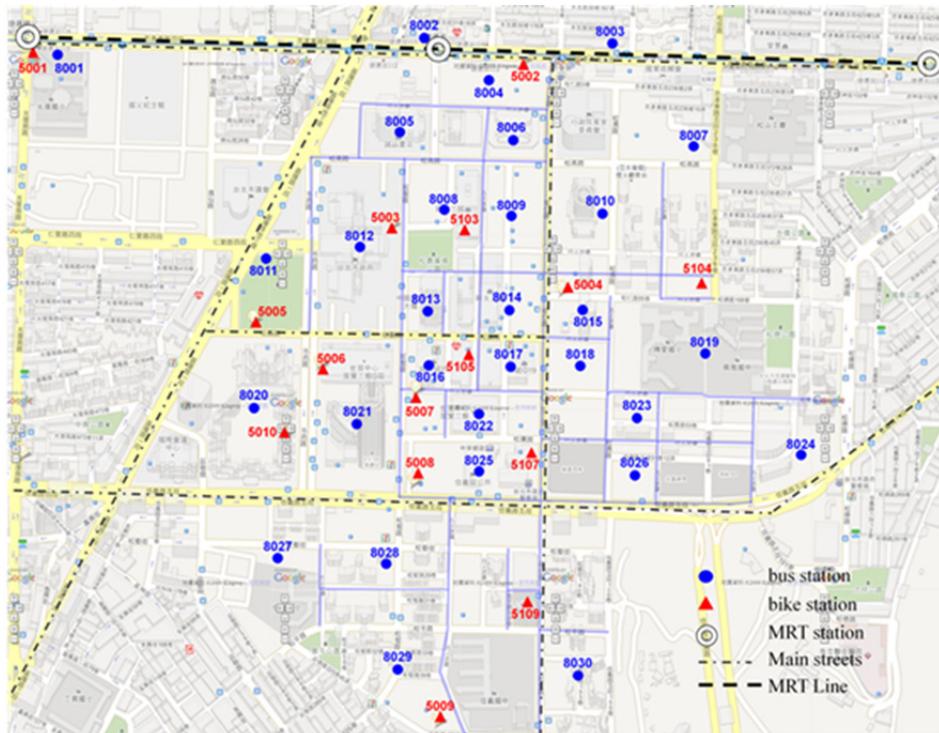


圖 2 測試平台區域範圍

表 1 旅次起迄點間需求量

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30								
0	0	0	0	0	250	50	730	300	300	50	730	730	730	300	730	730	300	300	300	730	730	300	300	300	300	300	50	300	300	50	300	50	300	50	300		
0	0	0	0	0	0	50	730	550	730	300	730	300	730	300	730	730	300	300	300	730	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300		
0	0	0	0	0	0	0	300	50	50	300	50	50	1050	300	1030	300	300	730	300	730	730	300	300	300	300	300	300	50	300	50	300	300	300	730			
0	0	0	0	0	0	0	300	300	50	300	300	300	300	50	1100	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300	50	50	
246	246	246	246	0	246	0	0	246	0	0	0	0	246	0	246	246	0	0	0	0	0	0	0	0	246	246	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
250	0	0	0	0	0	50	50	0	50	300	300	300	0	300	650	0	300	50	50	300	600	300	50	300	300	50	300	300	50	300	50	300	50	300	50	300	
649	649	649	649	0	399	0	0	399	0	0	0	0	649	0	649	649	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
284	284	284	284	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	284	284	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
200	250	0	0	0	0	0	0	0	0	50	50	50	50	50	300	300	50	50	300	300	300	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
255	505	255	255	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	255	505	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
291	541	291	291	0	541	0	0	291	0	0	0	0	541	0	291	541	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
285	535	965	285	0	285	0	0	285	0	0	0	0	285	0	285	285	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
200	450	200	200	0	200	0	0	200	0	0	0	0	200	0	200	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
50	300	50	50	365	0	50	50	0	50	300	50	50	0	50	0	0	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
200	200	450	200	0	200	0	0	200	0	0	0	0	200	0	200	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	730	300	550	300	300	730	300	50	300	300	50	0	0	300	0	0	50	300	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	300	50	300	300	300	50	300	300	300	50	300	0	0	50	0	0	50	300	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
223	223	223	223	0	223	0	0	223	0	0	0	0	223	0	223	223	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
473	223	223	223	0	223	0	0	223	0	0	0	0	223	0	223	223	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
291	541	291	291	0	291	0	0	291	0	0	0	0	541	0	291	541	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
681	1111	431	431	0	681	0	0	681	0	0	0	0	431	0	431	681	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
320	570	320	320	0	570	0	0	570	0	0	0	0	320	0	320	320	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
291	541	291	291	0	291	0	0	291	0	0	0	0	541	0	291	291	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
246	496	246	246	0	496	0	0	246	0	0	0	0	496	0	246	246	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	730	50	200	300	300	300	300	300	300	50	300	300	50	300	300	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	
50	300	50	200	300	300	300	300	300	50	300	300	300	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
314	564	564	314	0	314	0	0	314	0	0	0	0	564	0	314	314	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
392	1072	392	642	0	392	0	0	642	0	0	0	0	642	0	642	642	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
347	1027	347	347	0	347	0	0	347	0	0	0	0	597	0	597	597	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
314	564	564	314	0	564	0	0	314	0	0	0	0	564	0	564	564	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表 2 旅次起迄點到租借站候選點間之距離

	5001	5002	5003	5004	5005	5006	5007	5008	5009	5103	5104	5105	5107	5109
8001	91	2244	1600	2064	1304	1695	1950	1983	2258	1766	2996	1980	2324	2443
8002	1695	376	958	836	1504	1689	1308	1551	1945	1024	1108	1028	1115	1418
8003	1281	260	842	720	1354	1275	1192	1357	1828	1008	694	912	999	1302
8004	1088	316	725	558	1226	1082	1030	1273	1666	846	858	750	837	1140
8005	1021	512	409	754	1422	981	1206	1469	1862	1042	1054	946	1033	1336
8006	1410	379	388	405	934	871	738	1120	1513	554	705	597	684	987
8007	1643	602	924	802	1470	1617	1274	1517	1855	1090	410	994	1085	1484
8008	1231	761	62	685	563	530	395	556	1153	120	1087	427	750	1073
8009	1471	390	378	416	924	871	728	1121	1524	544	716	608	695	998
8010	1502	481	655	533	1201	1135	1005	1248	1641	821	557	725	812	1115
8011	1549	1548	839	1028	292	485	740	973	1422	1000	1874	770	1133	1436
8012	991	991	605	794	1083	251	506	739	1258	766	1301	536	899	1202
8013	1404	987	169	467	375	312	179	358	933	237	1204	209	572	875
8014	1582	461	348	259	793	730	597	840	1233	514	787	317	404	707
8015	1643	619	767	133	767	704	571	814	1207	933	301	291	378	681
8016	1408	986	277	466	374	311	174	250	825	438	1312	208	571	874
8017	1854	773	667	253	747	684	317	327	962	828	1261	271	123	435
8018	1774	783	650	263	757	694	561	578	972	821	1271	281	142	445
8019	2747	1726	1640	705	1700	1637	1250	1071	1464	1761	188	1224	571	944
8020	1286	1285	576	765	257	222	477	710	1229	777	1611	507	870	1173
8021	1559	1142	433	622	530	467	184	194	669	594	1468	364	278	609
8022	1596	837	320	317	417	354	73	192	767	488	1163	59	422	725
8023	2952	1931	1845	1411	1905	1842	1455	793	1186	1966	1336	1429	357	660
8024	2372	1051	1480	1086	1580	1517	1130	951	1344	1335	488	1104	613	914
8025	1724	998	578	478	675	612	228	238	813	739	1613	496	132	753
8026	2793	1762	1636	1242	1736	1673	1286	855	1248	1797	1167	1260	419	722
8027	2024	1609	898	1089	995	932	548	369	685	1059	1892	829	776	626
8028	1805	1390	679	870	776	713	329	150	466	840	1673	610	557	407
8029	2032	1617	906	1097	1003	940	556	377	196	1067	1900	837	784	451
8030	2397	1376	1250	856	1350	1287	900	721	483	1411	1659	874	543	207

表 3 租借站候選點間之距離

	5001	5002	5003	5004	5005	5006	5007	5008	5009	5103	5104	5105	5107	5109
5001	0	1020	1128	1607	1255	2143	1475	1654	2229	1201	1883	1799	1886	2189
5002	1020	0	708	586	1254	1727	1058	1264	1695	781	862	778	865	1168
5003	1128	708	0	734	545	1016	349	528	1103	72	1034	379	712	1042
5004	1607	586	734	0	734	1207	538	774	1175	705	335	258	345	648
5005	1255	1254	545	734	0	1113	446	625	1200	613	1069	476	839	1142
5006	2143	1727	1016	1207	1113	0	383	562	1137	550	1006	413	776	1079
5007	1475	1058	349	538	446	383	0	178	753	417	873	280	362	692
5008	1654	1264	528	774	625	562	178	0	574	596	1116	459	468	513
5009	2229	1695	1103	1175	1200	1137	753	574	0	1171	1494	1033	862	526
5103	1201	781	72	705	613	550	417	596	1171	0	1200	540	873	1203
5104	1883	862	1034	335	1069	1006	873	1116	1494	1200	0	1104	1398	1451
5105	1799	778	379	258	476	413	280	459	1033	540	1104	0	363	666
5107	1886	865	712	345	839	776	362	468	862	873	1398	363	0	335
5109	2189	1168	1042	648	1142	1079	692	513	526	1203	1451	666	335	0

測試案例中其他相關的資料設置說明如后，模型中利用租借站是否能將旅次需求點涵蓋在步行可及範圍內來衡量系統的服務水準，案例中將合適的平均步行距離設為 450 公尺，若旅次需求起迄點在 450 公尺內找不到腳踏車租借站，則加諸一筆懲罰成本為新臺幣 200 元/旅次。使用者的使用成本會因不同地區及不同的旅次特性而有所不同，一般而言，時間價值高的使用者，會有較高的成本，而商務旅次通常會比休閒旅次有較高的成本。測試案例中使用成本的估算，本研究假設使用者步行的單位成本為新臺幣 0.2 元/公尺，而騎乘腳踏車的單位成本為新臺幣 0.04 元/公尺。單位步行成本約為單位騎乘腳踏車成本的 5 倍，此一比率與步行速度及腳踏車騎乘速度的快慢有關，會隨著不同地區的使用者特性而有所不同，對結果也會有所影響，本研究在往後敏感度分析部分會有深入的討論。在系統建置成本部分，假設腳踏車租借站的建置成本每站為新臺幣 50 萬元，腳踏車路線的單位建構成本為新臺幣 100 元/公尺。

在模式建構及求解的部分則利用最佳化軟體 LINGO 11.0 建構提出的數學模型，並讀取匯入資料，而以分支界限法求解模組 (branch and bound solver) 求解問題。所有的測試運算皆在安裝 Microsoft Windows XP 作業系統的筆記型電腦上執行，其電腦配備雙核心 Intel 1.83 GHz Core Duo 的中央處理器 CPU 及 1GB 的記憶體。

3.2 測試結果及敏感度分析

按照 3.1 節的測試平台及推估參數資料，模型所求得的最佳系統設計為設置 9 個腳踏車租借站、站點間建構 41 條連接的腳踏車路線，有 9.6% 的需求點沒有被涵蓋在 450 公尺的步行距離內，總目標值為新臺幣 3,260 萬。進一步解析總成本的組成，目標式總成本由 3 個部分組成 (請參考 2.2 節數學模式的說明)，其一是使用者的使用成本 (目標式第 1-3 項)，其二是系統建置的成本 (目標式第 4-5 項)，第三部分是衡量系統服務水準的未涵蓋需求點的懲罰成本 (目標式第 6 項)；使用者的使用成本占新臺幣 2,140 萬，系統建置的成本占新臺幣 840 萬，未涵蓋需求點的懲罰成本占新臺幣 280 萬。此一系統設計結果，將當作

以下敏感度測試分析參考的標竿解 (benchmark)，以其為基礎，變動重要參數值的範圍，從中了解對結果的影響及互動關係。標竿解中設置的 9 個腳踏車租借站分別為 5001、5002、5003、5005、5006、5008、5104、5107、5109。圖 3 顯示在標竿解中，不同旅次需求起點的使用者，步行到租借站借車的路徑，及歸還腳踏車後，使用者由租借站步行到旅次需求迄點的路徑。圖 4 則顯示，標竿解中，租借站間建構的 41 條連結的腳踏車路線。將圖 3 及圖 4 的路徑串連起來，則可得知每組旅次需求起迄點間，使用公共腳踏車的整個過程及路徑 (如圖 1 所說明)。

本研究進一步對模式中重要的參數進行敏感度的分析，這些參數的變動通常會明顯影響最後系統設計的結果，分析的過程變動參數值的範圍，從中歸納釐清影響的程度及互動的關係。這些參數常會隨著不同的地區特性、不同旅次特性及不同使用者特性，而有所變動。敏感度分析變動參數值，可以了解不同參數值下系統設計結果的變化，有助於得知模式在不同的情狀下的設計結果，讓模型可適用於不同的情狀，不只是可應用於本研究的測試實例。以下針對 5 個重要參數進行敏感度分析。

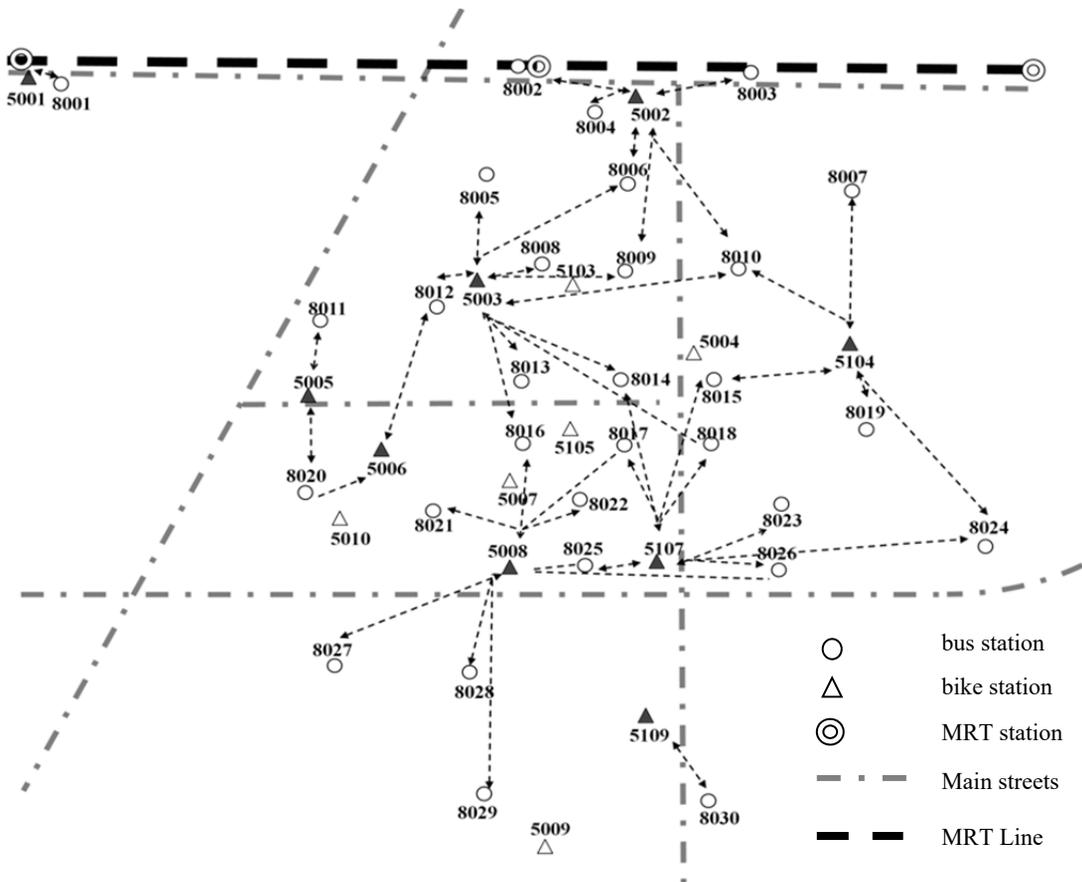


圖 3 標竿解中的 9 個租借站及旅次起迄點到租借站間的步行路徑

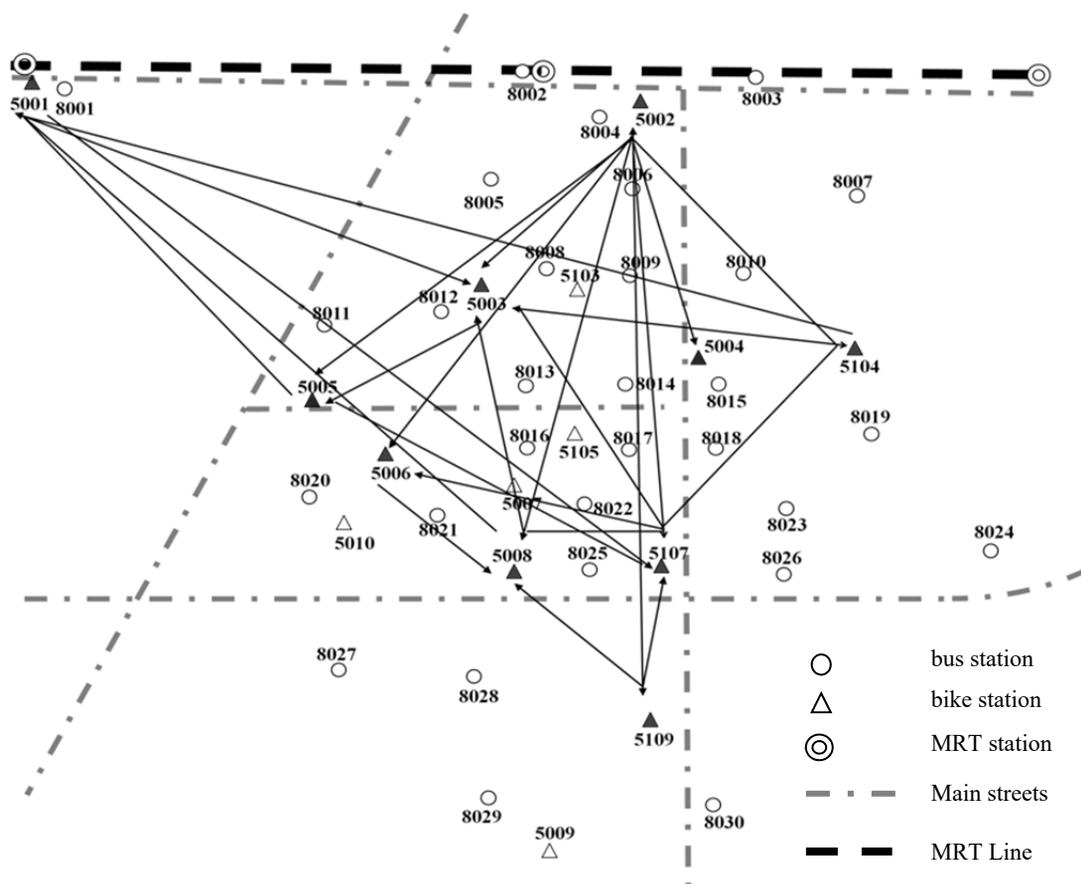


圖 4 標竿解中租借站間連結的腳踏車路線

1. 旅次需求點無法涵蓋在合適步行距離的單位懲罰成本 (δ)

其他參數固定不變下，改變站點無法涵蓋的單位懲罰成本，由高至低，直至懲罰成本為 0。將對應的目標式總成本及需求點沒有涵蓋到的比率以圖形表達，如圖 5 所示。圖 5 的縱軸表目標式總成本，由於只變動懲罰成本，因此總成本的高低變化是由懲罰成本高低造成的，而橫軸表需求點沒有被涵蓋到的比率，每點上括號內的兩個數字，分別為最佳設置站點數目及站點間建構連結腳踏車道路線的最佳數目。由圖 5 可知，沒有被涵蓋到的懲罰成本越高，需要設置更多的租借站點及連結的車道路線，以降低需求點沒被涵蓋到的比例；懲罰成本低時，則會選擇設置較少的租借站點及較少的連結路線。當沒有懲罰成本時，也就是懲罰成本設為 0 時，有 47% 的需求點要步行超過 450 公尺才能找到租借站或才能到旅次迄點，然因為僅設置 6 個租借站及 19 條連結路線，所以總成本也最低。另一極端值，當懲罰成本增加到非常大時，模式選擇設置 9 個租借站及 47 條連結路線，所以總成本最高，然而僅有 8% 的需求點離租借站超過 450 公尺。

進一步解析總成本的組成，目標式總成本由 3 部分組成 (請參考 2.2 節數學模式的說

明)，其一是使用者的使用成本，其二是系統的建置成本，第三部分是衡量系統服務水準的未涵蓋需求點懲罰成本。將圖 5 中各個點對應的總成本組成解析後，以圖 6 呈現。圖 6 之縱軸為總成本，橫軸為建構的腳踏車道連結路線數目，每個柱狀圖對應到圖 5 的一個點，每條柱狀圖內以不同圖形顏色分別標示：未涵蓋需求點的懲罰成本、使用者成本及系統建置成本。圖 6 可清楚看出在不同情狀下，服務水準、系統建置成本、使用者成本的變化及消長。系統投入的建置成本低（建置的站點與連結路線數皆較少），則服務水準較較差（懲罰成本高）；當系統投入較多的成本去建置較多的站點及連結路線，服務水準就跟著提高（懲罰成本低）。圖 6 的分析結果對決策者有很好的參考價值，可提供決策者在設計建造公共腳踏車系統時，按不同的政策目標，權衡投入成本及服務水準，選取最適合的系統設計。當政策目標是希望以最低的投資成本建立系統或快速系統時，則可以採用少站點、少路線數的設計，但是會犧牲部分的服務水準；而當政策目標是希望提供較佳的服務水準，讓使用者更便利，吸引更多人來使用時，則可以採用廣設站點及廣設路線的設計，但需要投入較高的建置成本。

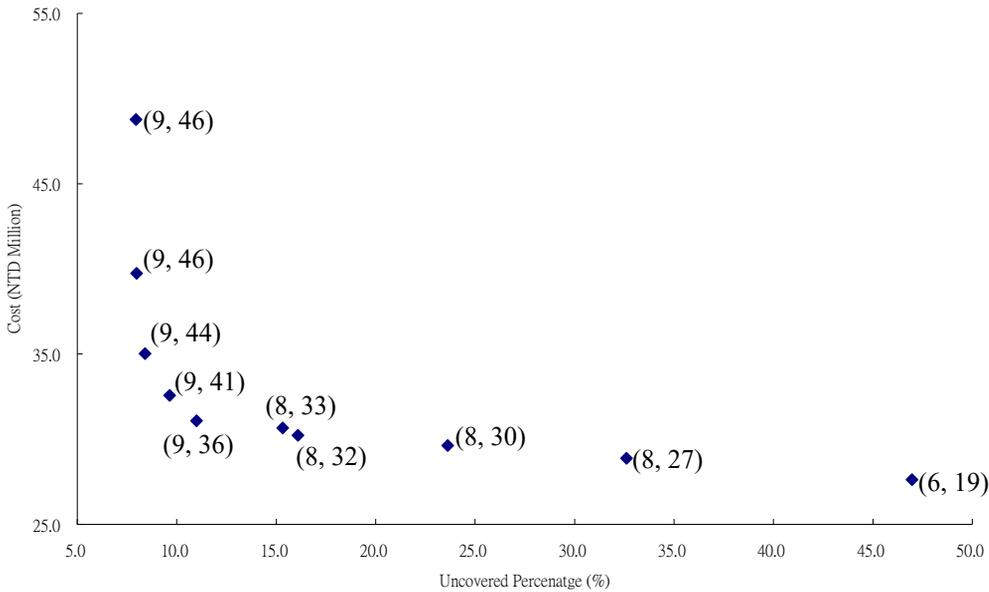


圖 5 單位懲罰成本變動分析

圖 6 中使用成本的部分，雖然沒有隨者不同的情狀有明顯的變化，但在服務水準提高時（懲罰成本降低），使用成本有稍微減低的趨勢。根據 2.2 節數學模型的目標式定義，使用者的旅行成本可以再進一步解析成兩部分，其一是步行的成本（目標式的第 1 及第 3 項），其二是站點間騎乘腳踏車的成本（目標式的第 2 項）。將圖 5 中各個點對應的使用者旅行成本解析成步行及騎乘腳踏車兩部分後，以圖 7 呈現。由圖 7 可知，雖然整體的使用成本沒有隨著不同情狀有明顯變化，但是其組成的兩個部分－步行成本及騎乘腳踏車成

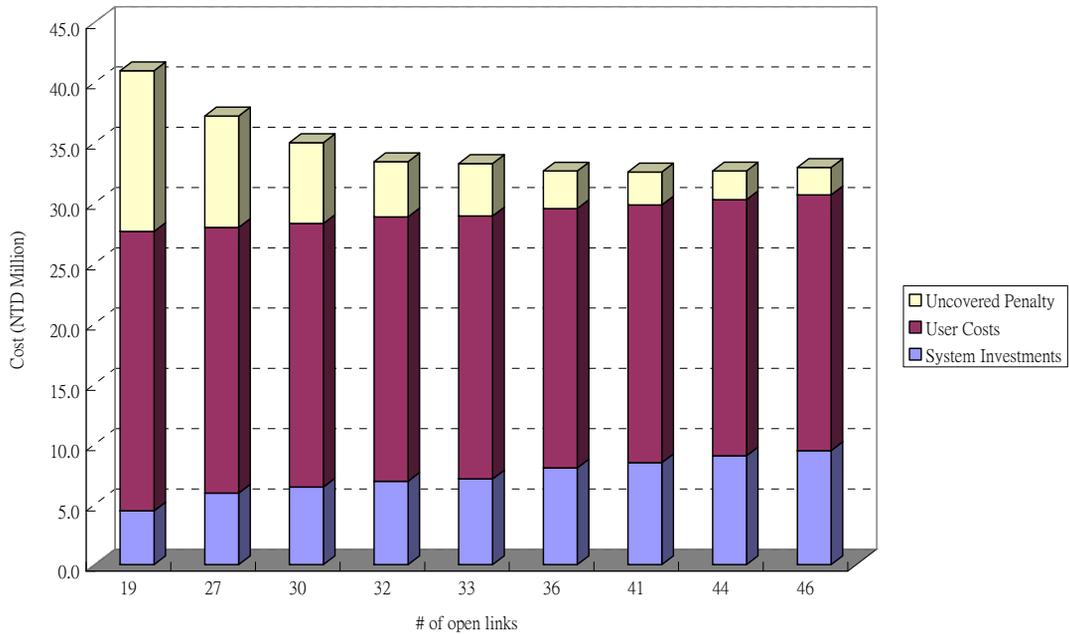


圖 6 目標式總成本組成分析

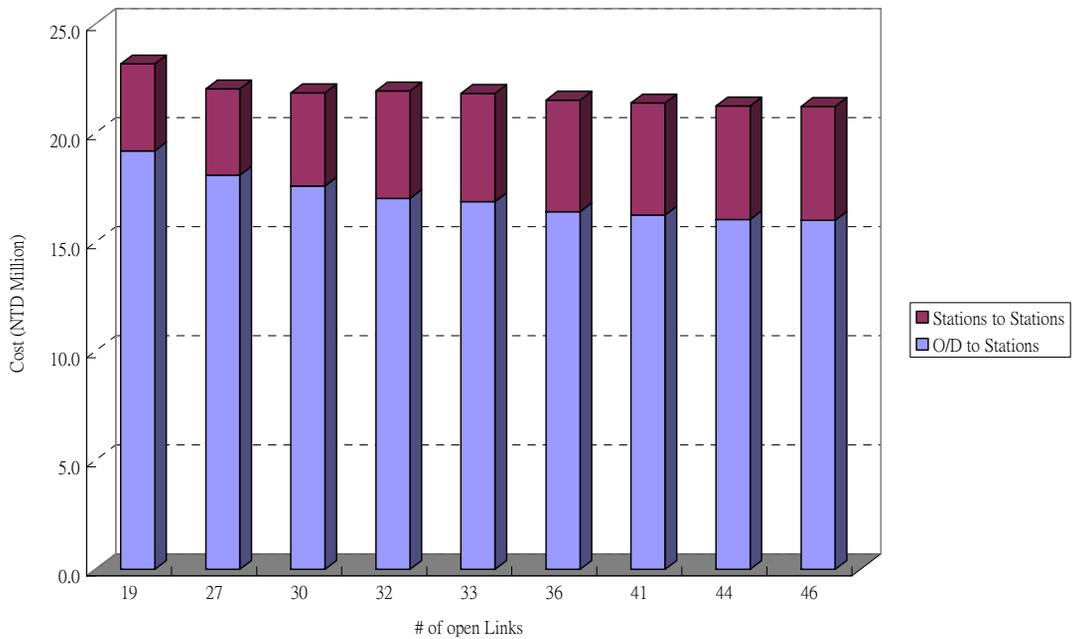


圖 7 使用者旅行成本組成分析

本，則有明顯的消長。當服務水準較差時（懲罰成本高，站點及路線數較少），使用者的步行的成本明顯較高，代表使用者在使用公共腳踏車系統時，步行的時間及距離，在整個旅行過程中，占有較高的比例，而騎乘腳踏車的時間及距離，反而相對較少。反之，當服務水準較佳時（懲罰成本低，站點及路線數較多），使用者的步行成本明顯降低，代表使用者在使用公共腳踏車的整個旅行過程中，步行時間及距離的比例較低；而騎乘腳踏車的時間及距離的比例，則隨之增加。換言之，系統提供較佳的服務水準時，騎乘公共腳踏車的時間及距離相對較多，可促進公共腳踏車的使用。反之，若系統提供的服務水準較差時，使用公共腳踏車系統的過程，會有較高比例要用步行來接駁，可能會降低使用者的意願，不容易吸引民眾來使用。圖 7 的分析可提供決策者找到一個合適的平衡點，避免過度節省投入的建置成本，降低服務水準，導致使用系統時步行接駁的時間及距離過長，降低了使用者的意願，造成公共腳踏車的使用率過低。

2. 腳踏車租借站的設置成本 (f_k)

本研究變動腳踏車租借站的設置成本，分析系統如何變化。當租借站的設置成本由原本每站新臺幣 50 萬元降低至 25 萬元時，模式求得的最佳設計為 11 個租借站及 49 條連結路線，明顯增加整體的投資建設（標竿解之租借站設置成本為 50 萬元，最佳設計為 9 個租借站及 41 條連結路線）。主要原因是租借站設置成本下降後，可以增設較多站點以提高需求涵蓋率的服務水準，減低懲罰成本的產生，而站點增設後，也需要增加連結站點間路線，才能形成腳踏車行駛的路網。當租借站設置成本增加至每站新臺幣 200 萬元時，求得的最佳設計為 7 個租借站及 30 條連結路線，與標竿解相較，租借站及連接路線明顯減少，因此沒有被涵蓋在 450 公尺步行距離內的需求點，比例增加到 19.6%（相較於標竿解未涵蓋率僅有 9.6%）。

3. 腳踏車道的建構成本 (c_{kl})

本研究由高至低變動腳踏車道的建構成本，觀察系統最佳設計如何變化。原本設定腳踏車道的建構成本每公尺新臺幣 100 元，提高建構成本後，相對於標竿解（9 個租借站、41 條連結路線），模式最佳設計選擇減少租借站數量（8 個），也減少連結路線的數量（19 條），服務水準也明顯下降，未涵蓋在 450 公尺步行距離內的需求點增加到 33%。反之，在降低腳踏車道建構成本後，租借站點及連結路線都明顯增加，最佳設計為 11 個站點及 86 條路線，服務水準也明顯提升，未涵蓋在 450 公尺步行距離內的需求點減低至 7.8%。主要原因是腳踏車道建構成本下降後，可以增設較多連結路線及站點，以提高服務水準，減低懲罰成本的產生。

4. 單位步行成本與單位騎乘腳踏車成本的比率，即 $\frac{\alpha}{\beta}$ 及 $\frac{\gamma}{\beta}$

將單位步行成本對單位騎乘腳踏車成本的比率（即 $\frac{\alpha}{\beta}$ 及 $\frac{\gamma}{\beta}$ ）提高至 7.5（原本比率為 5），隱含將預設的騎乘速度加快至 30km/hr，得到的設計結果與原本情狀一樣（預設騎乘速度為 20km/hr）。再將 $\frac{\alpha}{\beta}$ 及 $\frac{\gamma}{\beta}$ 的比率降低至 3.75，即預設騎乘速度為 15km/hr，所得設計結果與原本情狀一致。由此可知， $\frac{\alpha}{\beta}$ 及 $\frac{\gamma}{\beta}$ 的比率變化對公共腳踏車系統的設計結果較不敏感，

沒有明顯的影響。只要腳踏車騎乘速度在合理的範圍內，對系統設計的結果並無顯著的影響。實務的應用上，在設計公共腳踏車系統時，面對不同地區或不同旅次特性導致騎乘速度不同，常會考慮是否應該有不同的調整或設計，此一分析結論顯示，只要腳踏車騎乘速度在合理的範圍內，系統其實並不需要特別不同的設計或調整。

5. 起迄點旅次需求量 (λ_{ij})

由於 YouBike 持續吸引大眾使用，預期未來需求應是持續成長。本研究假設原本推估的旅次需求量成長 2 倍及 10 倍後，觀察設計結果會有何變化。當需求增加為 2 倍時，最佳設計結果會增設租借站點及連結路線，由原本 9 個站點增加到 11 個站點，除原本設置的 9 個站點外，再增設 5004 及 5007 兩處為租借站，而連結路線增加到 57 條。因為增設了站點，服務水準也跟著增加，未涵蓋的需求點降到 8.5%。當需求增加為 10 倍時，最佳設計結果由原本 9 個站點增加到 12 個站點，除原本設置的 9 個站點外，再增設 5004、5007、5105 等 3 處，而連結路線增加到 81 條。因為增設了站點，服務水準增加，未涵蓋的需求點降到僅 7.8%。值得一提的是，在需求量倍增的過程中，租借站由 9 個增加到 11 個時，11 個站點的位址是由原本較低需求的 9 個站點再增設 5004 及 5007 兩個，而並非重新找出不同的 11 個位址；再繼續增加到 12 處時，也是就原有的 11 個站點再增加 5105 一處，並非全然不同或部分不同的 12 個位址。這對實務上的應用有很大的幫助，實務上系統的建置，考量預算、未來不確定性及避免浪費，不會一次到位地把所有設施一次建置完整，通常會按使用需求量的增加，再逐步擴大，如果每次擴張求得的站點不是基於原本的再增加，而是有部分或全部不同，在實務應用上會造成很大的困擾，建造不同的站點，也會造成投資的浪費。本研究著重在實務的應用，建構的模型可以符合實務的這種需求，為本研究的主要貢獻之一。

四、結 論

本研究探討公共腳踏車系統長期規劃的策略型設計決策問題，主要目標在發展一個可以應用於實際大規模問題的實用模型。模型考量不同立場，包括：使用者、建置者及系統服務水準，尋求權衡不同立場下的最佳設計，並避免使用複雜的理論及數學式子，以達到實用的目的。本研究以臺北 YouBike 的示範營運計畫區域示範模式的實際應用，並測試模型的正確性及實用性。測試結果顯示設計結果合理，模型具實用性，適合應用於實際大規模問題。尤其以有否涵蓋在步行適合距離的方式衡量系統服務水準，不但能求得更合於使用者需要的系統，也沒有複雜的數學式子，為本研究主要的貢獻之一。進一步針對模式中重要的參數進行敏感度分析，以了解不同問題特性及不同情狀下系統設計的變化。實例測試及敏感度分析得到的結論，可作為未來研究及實際應用的參考，彙整如下：

1. 公共腳踏車系統的設計應該以整合的觀點，同時考量使用者、建置者及系統服務水準的不同面向。只考慮單一或部分的面向，所得到的系統設計可能會有很大的差異，造成系

統效率不彰或無法吸引民眾使用，導致系統投資上的浪費。

2. 腳踏車租借站的數量多寡及車道路線的密度大小，只要取決於系統投資建置成本的多寡及系統服務水準好壞之間的權衡，一個好的公共腳踏車系統設計應該要在其間取得適當的平衡，才不至於為節省建置成本，而導致服務水準低落，無法吸引民眾使用，變成使用率低落的荒廢設施；而設定太高的服務水準，也會導致過度不必要的成本投資，造成浪費。
3. 按本研究提出的模型分析，腳踏車的騎乘速度（或騎乘的時間成本）只要在合理的範圍內，對系統設計的結果沒有太大的影響。此發現隱含，對於不同特性的旅次（如：通勤旅次、商務旅次、休閒旅次、購物旅次…等），在應用模型時，並不需要特別不同的設計。
4. 實務上，公共腳踏車系統的建置，通常不會一次到位把所有設施建構完整，而會按使用需求量的增加逐步擴大。本研究發展之模型在需求增加的過程，系統的擴張會基於原本已設置的租借站點，逐步增設其他站點，不會在每次需求增加後，選擇部分或完全不同的站點位址，造成應用上的困擾，難以實用。本研究的方法，適合應用於實務上，系統視使用狀況，逐步擴大的情形，無需再做額外調整。
5. 藉由本研究發展的模型及實例應用分析，可清楚了解設計公共腳踏車系統時，考慮服務水準因素的重要性，對結果有明顯的影響。按本研究在文獻上的蒐集及回顧，尚未有相關研究將此步行可及性的服務水準納入考慮，為本研究主要的貢獻之一。

參考文獻

1. Martens, K., “Promoting Bike-and-Ride: The Dutch Experience”, *Transportation Research Part A*, Vol. 41, 2007, pp. 326-338.
2. Aultman-Hall, L. and Kaltenecker, M. G., “Toronto Bicycle Commuter Safety Rates”, *Accident Analysis and Prevention*, Vol. 31, 1999, pp. 675-686.
3. DeMaio, P., “Bicycle-Sharing: History, Impacts, Models of Provision, and Future”, *Journal of Public Transportation*, Vol. 12, No. 4, 2009, pp. 41-56.
4. Shaheen, S., Guzman, S., and Zhang, H., “Bikesharing in Europe, the Americas, and Asia: Past, Present, and Future”, *Journal of the Transportation Research Board* 2143, 2010, pp. 159-167.
5. Vogel, P. and Mattfeld, D., “Modeling of Repositioning Activities in Bike-Sharing Systems”, *Proceedings of 12th WCTR, WCTRS*, 2010.
6. Lu, C. C., “Robust Multi-Period Fleet Allocation Models For Bike-Sharing Systems”, *Networks and Spatial Economics*, Vol. 16, No. 1, 2016, pp. 61-82.
7. Wang, Y. and Szeto, W. Y., “Static Green Repositioning in Bike Sharing Systems with Broken Bikes”, *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, Vol. 65, 2018, pp. 438-457.
8. Krykewycz, G. R., Puchalsky, C. M., Rocks, J., Bonnette, B., and Jaskiewicz, F., “Defining a Primary Market and Estimating Demand for Major Bicycle-Sharing Program in Philadelphia, Pennsylvania”, *Transportation Research Record*, Vol. 2143, No. 1, 2010, pp.

- 117-124.
9. Wang, J., Tsai, C. H., and Lin, P. C., "Applying Spatial-Temporal Analysis and Retail Location Theory to Public Bikes Site Selection in Taipei", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 94, 2016, pp. 45-61.
 10. Nair, R. and Miller-Hooks, E., "Fleet Management for Vehicle Sharing Operations", *Transportation Science*, Vol. 45, No. 4, 2011, pp. 524-540.
 11. Lin, J. R. and Yang, T. H., "Strategic Design of Public Bicycle Sharing Systems with Service Level Constraints", *Transportation Research Part E*, Vol. 47, 2011, pp. 284-294.
 12. Lin, J. R., Yang, T. H., and Chang, Y. C., "A Hub Location Inventory Model for Bicycle Sharing System Design: Formulation and Solution", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 65, No. 1, 2013, pp. 77-86.
 13. Aykin, T., "Networking Policies for Hub-and-Spoke Systems with Application to the Air Transportation System", *Transportation Science*, Vol. 29, No. 3, 1995, pp. 201-221.
 14. Adler, N., "Hub-Spoke Network Choice under Competition with Application to Western Europe", *Transportation Science*, Vol. 39, No. 1, 2005, pp. 58-72.
 15. Yang, T. H., "Airline Network Design Problem with Different Capacity Constraints", *Transportmetrica*, Vol. 40, No. 1, 2008, pp. 33-49.
 16. Ernst, A. T. and Krishnamoorthy, M., "Solution Algorithms for the Capacitated Single Allocation Hub Location Problem", *Annals of Operations Research*, Vol. 86, 1999, pp. 141-159.
 17. Wasner, M. and Zapfel, G., "An Integrated Multi-Depot Hub-Location Vehicle Routing Model for Network Planning of Parcel Service", *International Journal of Production Economics*, Vol. 90, 2004, pp. 403-419.
 18. O'Kelly, M. E. and Bryan, D. L., "Hub Location with Flow Economies of Scale", *Transportation Research Part B*, Vol. 32, No. 8, 1998, pp. 605-616.
 19. Campbell, J. F., Ernst, A. T., and Krishnamoorthy, M., "Hub Arc Location Problems: Part I—Introduction and Results", *Management Science*, Vol. 51, No. 10, 2005, pp. 1540-1555.
 20. Campbell, J. F., Ernst, A. T., and Krishnamoorthy, M., "Hub Arc Location Problems: Part II—Formulations and Optimal Algorithms", *Management Science*, Vol. 51, No. 10, 2005, pp. 1556-1571.
 21. Yang, T. H., "A Two-Stage Stochastic Model for Airline Network Design with Uncertain Demand", *Transportmetrica*, Vol. 6, No. 3, 2010, pp. 187-213.
 22. O'Kelly, M. E., "The Locating of Interacting Hub Facilities", *Transportation Science*, Vol. 20, No. 2, 1986, pp. 92-106.
 23. O'Kelly, M. E., "A Geographer's Analysis of Hub-and-Spoke Networks", *Journal of Transport Geography*, Vol. 6, No.3, 1998, pp. 171-186.
 24. Campbell, J. F., Ernst, A. T., and Krishnamoorthy, M., "Hub Location Problems", In: Drezner, Z. and Hamacher, H. W. (ed.), *Facility Location: Applications and Theory*, Springer-Verlag, New York, 2002, pp. 373-406.
 25. Campbell, J. F. and O'Kelly, M. E., "Twenty-Five Years of Hub Location Research", *Transportation Science*, Vol. 46, No. 2, 2012, pp. 153-169.
 26. Farahani, R. Z., Hekmatfar, M., Arabani, A. B., and Nikbakhsh, E., "Hub Location Problems: A Review of Models, Classification, Solution Techniques, and Applications", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 64, No. 4, 2013, pp. 1096-1109.
 27. Church, R. L. and Revelle, C. S., "The Maximal Covering Location Problem", *Papers of the Regional Science Association*, Vol. 32, 1974, pp. 101-118.
 28. Mirchandani, P. B. and Francis, R. X., *Discrete Location Theory*, John Wiley and Sons,

- New York, 1990.
29. Daskin M., *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*, John Wiley and Sons, New York, 1995.
 30. Farahani, R. Z., Asgari, N., Heidari, N., Hosseini, M., and Goh, M., “Covering Problems in Facility Location: A Review”, *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 62, No. 1, 2012, pp. 368-407.
 31. Nozick, L. K. and Turnquist, M. A., “Inventory, Transportation, Service Quality and the Location of Distribution Centers”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 129, 2000, pp. 362-371.
 32. Nozick, L. K., “The Fixed Charge Facility Location Problem with Coverage Restrictions”, *Transportation Research Part E*, Vol. 37, 2001, pp. 281-296.
 33. Lin, J. R., Nozick, L. K., and Turnquist, M. A., “Strategic Design of Distribution Systems with Economies of Scale in Transportation”, *Annals of Operations Research*, Vol. 144, No. 1, 2006, pp. 161-180.
 34. Bruno, J. E., Gendreau, M, and Laporte, G., “A Heuristic for the Location of a Rapid Transit Line”, *Computer and Operations Research*, Vol. 29, 2002, pp. 1-12.
 35. Murray, A. T., “A Coverage Model for Improving Public Transit System Accessibility and Expanding Access”, *Annals of Operations Research*, Vol. 123, 2003, pp. 143-156.
 36. Wu, C. and Murray, A. T., “Optimizing Public Transit Quality and System Access: The Multiple-route, Maximal Covering/Shortest Path Problem”, *Environment and Planning B: Planning and Design*, Vol. 32, 2005, pp. 163-178.
 37. Matisziw, T. A., Murray, A. T., and Kim, C., “Strategic Route Extension in Transit Networks”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 171, 2006, pp. 661-673.
 38. Campbell, J. F., “Integer Programming Formulations of Discrete Hub Location Problems”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 72, No. 2, 1994, pp. 387-405.
 39. Kara, B. Y. and Tansel, B. C., “The Single-Assignment Hub Covering Problem: Models and Linearizations”, *Annals of Operations Research*, Vol. 86, 2003, pp. 141-159.
 40. Tan, P. Z. and Kara, B. Y., “A Hub Covering Model for Cargo Delivery Systems”, *Networks*, Vol. 49, No.1, 2007, pp. 28-39.
 41. Alumur, S. and Kara, B. Y., “A Hub Covering Network Design Problem for Cargo Applications in Turkey”, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 60, No. 10, 2009, pp. 1349-1359.
 42. Campbell, J. F., “Hub Location for Time Definite Transportation”, *Computer and Operations Research*, Vol. 36, No. 12, 2009, pp. 3107-3116.

