

依時性高速公路收費雙層規劃模式

A TIME-DEPENDENT BI-LEVEL MODEL FOR FREEWAY PRICING

嚴國基 Kuo-Chi Yen¹

陳惠國 Huey-Kuo Chen²

(106 年 1 月 13 日收稿，106 年 6 月 2 日第 1 次修改，106 年 12 月 7 日第 2 次修改，
106 年 12 月 15 日定稿)

摘 要

由於私人運具的成長對於國道運輸造成衝擊，因此主管機關應以系統化的角度進行思考如何確實反映尖峰時間使用國道所應付出的價格。國道費率定價的制定必須能夠達到「替代效果」，此替代效果包含時間替代、道路替代以及運輸工具的替代。鑒此，本研究建構國道收費定價最佳化設計雙層規劃模型。上層問題為系統最佳化，追求路網總成本最小為目標；下層問題則利用含額外限制之依時性用路人最佳化運具選擇／路徑選擇／出發時間選擇模型的特性，分析最佳化費率下依時性用路人旅運行為。使得用路人因有效的道路定價產生道路替代、運具替代以及出發時間替代的效果，進而規劃出切實有效的最佳化費率，作為未來政策推行的依據。

關鍵詞： 道路定價問題；雙層規劃問題；依時性用路人路徑選擇最佳化問題

ABSTRACT

Rapid growth in private vehicle ownership has led to congestion and inadequate service on freeways. The authorities should promote the road pricing

-
1. 國防大學運籌管理學系助理教授 (聯絡地址：112 臺北市北投區中央北路二段 70 號 國防大學運籌管理學系；電話：02-28966301 分機 604909；E-mail: yenkuochi0706@gmail.com)。
 2. 國立中央大學土木工程學系教授。

strategy in a systematic view that accurately reflects the cost of using the freeway during peak hours is required. The pricing strategy must achieve the "alternative effect" which includes departure time replacement, path substitute and modes alternative. This study formulate the time-dependent bi-level model for road pricing on freeways which integrates time dimension, route choice and mode choice factors. The upper level objective of the model is to minimize the total network costs. The objective of the lower level is to apply the time-dependent user-optimal mode choice/departure time/route choice model with side-constraints to analyze the behavior of the travelers under optimal toll rates. The users will be affecting by efficiency road pricing and changing the behavior. The results can be used as reference in establishing public policies that facilitate effective toll rates.

Key Words: Road pricing problem; Bi-level planning problem; Time-dependent user-optimal route choice problem

一、前言

小汽車私人運具成長快速以及國道計程收費制度問題，導致目前國道高速公路在例(長)假日與上下班尖峰時間道路容量與服務水準嚴重不足。主管單位為改善現況，國道的尖峰車流具有方向性以及時間性，就目前的差別費率策略而言，是基於實際統計的車流情況進行規劃，其內容是在尖峰時間增加尖峰車流方向 50%的費率、在離峰時則是於離峰車流方向減價 50%費率，目的是希望尖峰車流會因為道路費率增加而有移轉的效果發生，並配合推動提高速限、匝道儀控管制、大客車優先通行以及高乘載管制等措施，寄望達到整體紓解的目標，然而改善成效有限，策略目標並不如預期顯著。因此，主管機關應細緻地規劃推動國道定價策略，以整體系統化的角度進行思考，確實反映尖峰時間用路人使用國道所應付出的價格。

我國國道收費已全面實施電子計程收費，對於以費率進行運輸策略的實施提供了適切的環境。費率的制定必須能夠達到「替代效果」，包含時間替代、道路替代以及運輸工具的替代；換言之，費率制定是相對的，而其費率的制定區別要能夠有顯著的感受。因此，有效的制定費率，並同時提供充分資訊及環境，提供用路人在出發時間、使用替代道路以及運輸工具等方面進行選擇。本研究即針對國道收費制定問題進行研究。在路網總旅行時間最小的目標下，同時考量出發時間選擇、路徑選擇以及運具選擇等替代因素，以制定有效的費率，使得國道交通旅次產生上述 3 種替代效果。因此，必須以考量時間向度因素的依時性用路人最佳化路徑選擇模型 (time-dependent user-optimal route choice model, TDUO)，取代靜態用路人均衡模型，將更能準確地反映出路段上的時間變化下流量形態，以及用路人路徑選擇的行為。例如，出發時間選擇必須考量時間向度變化，路徑替代詮釋

運輸路網空間的因素問題，而運具替代則是運輸規劃整合模型的體現。

此外，路段流出率容量限制與先進先出限制，亦是依時性用路人旅運行為中重要的考量因素，有關該兩項課題亦於本文中一併討論。所以，本研究所關注的國道收費定價最佳化設計問題亦可視為雙層規劃問題，上層問題乃考量路網系統總旅行成本最小為目標，下層問題為考量依時性用路人路徑選擇／運具選擇／出發時間選擇行為下，滿足流出率容量限制與先進先出限制條件用路均衡問題。為領導者 (leader) 與跟隨者 (follower) 的關係。在模型求解上，本研究引用卓訓榮^[1] 廣義反矩陣方法來求解連續型均衡路網設計問題，並利用 Chen^[2] 巢化對角法與路徑基礎式的 B 演算法(Dial^[3])，直接得到一組路徑與路段的流量解，利用路段解唯一的特性，將路網上各路段的變數關係，以起迄對／路徑鄰接矩陣與線性獨立路段／路徑鄰接矩陣表示路徑解，在符合流量守恒及路段／路徑定義限制式的系統限制下，求得雙層規劃模型目標式的尋優方向，進而求得模型的局部最佳解，以決定時空路網上路段的收費定價。

本研究敘述安排如下，首先對於本研究面對的問題進行問題分析與文獻回顧，其次針對國道收費定價最佳化設計問題特性建立模型，再針對模型發展相應的求解演算法；在簡例驗證方面，則先以小型路網驗證模型求解的正確性，再以臺北至宜蘭國道 5 號路網、替代道路以及臺鐵鐵路所構成的路網以及起迄交通需求量的資料為例，說明本研究所提出的模型未來評估依時性收費政策用路人的旅運決策及其限制。最後提出本研究的結論與建議。

二、問題分析與文獻回顧

本研究主題在探討高速公路因例（長）假日與上下班尖峰時間交通量過飽和的影響，使得高速公路嚴重壅塞的現象，導致服務水準嚴重不足，因此應以有效的收費定價策略，促使利用高速公路的交通旅次發生道路替代、運具替代以及出發時間替代等移轉效果，追求路網總旅行時間最小為目標以維持服務水準。詮釋此一問題的模型必須符合現況，本研究的重點，則是特別針對依時性、流出率容量限制、先進先出限制、運具選擇以及出發時間的路網均衡問題進行分析，並討論道路定價收費與依時性用路人最佳化路徑選擇行為的關係，進而針對模型求解演算法進行分析。此外考量現階段著重於模型發展與求解演算法設計，對於用路人之性質假設具有同質性（對於時間價值的認知具有一致性），以下本研究將分別針對相關研究之論述進行分析與回顧。

2.1 依時性路網均衡問題

由於依時性用路人均衡模型無法反映路網上不同時間的流量變化，依時性用路人均衡模型之發展，主要在克服以往靜態模型中缺乏時間向度之缺點，藉由流量在時空路網中的變化情形，表現用路人在時空路網上路徑選擇與路段中流量傳導的現象。因此，路網上的

流量隨時間而產生變化，故依時性用路人均衡模型，更能準確地反映出路段上的時間變化下流量形態，以及用路人路徑選擇的行為，進而掌握路網的供需以及服務水準。亦可將其運用於實際運輸規劃評估。所以，相關之研究一直以來均為運輸規劃所關注的研究。因此，不乏學者提出模型、理論與求解上的研究^[4-17]。

Chen 等人^[12,13] 及 Chen 與 Wang^[14] 提出一時空路網建構方式，界定動態流量型態中路段流入率、路段車輛數與路段流出率三者之間清楚的轉換關係，以變分不等式構建以依時性用路人最佳化模型，同時根據此一架構陸續發展出變動需求、系統最佳及交通感應式號誌控制規劃等模型。在求解上是以巢化對角法 (nested diagonalization method, NDM) 透過逐層固定路網中的交互影響進行處理。第 1 層運算固定實際旅行時間 (τ)，第 2 層運算則是固定其他時空路段流入率 (u_i) 之影響，同時獲得非線性規劃動態用路人最佳化路徑選擇模型 (dynamic user-optimal route choice model, DUO)，第 3 層則將變分不等式之模型轉換成最佳化之靜態模型並進行求解。其所建構的模型具有以下特點：

1. 界定依時性流量型態中的路段流入率 (u)、路段流出率 (v)、路段流率 (x) 之轉換關係，故決策變數簡化為路段流入率。
2. 動態用路人路徑選擇問題，因不同時區流入率之間交互影響的關係，成本函數具非對稱性，故無法直接以最佳化模型建立相對應的模型，因此以變分不等式建構動態用路人最佳化路徑選擇模型，並可以數學證明所提出模型與用路人最佳化條件之對等性。
3. 時空路網的建構方式明確易理解，時空路網一旦確定，可視為靜態交通量指派問題加時間向度上之流量傳導限制的一般化問題。
4. 可利用巢化對角法結合路段或路徑基礎式的最佳化演算法求解。

2.2 額外限制式問題

2.2.1 路段容量限制

在實際路網交通上，路段流量大過於路段容量是不被允許的，過飽和所產生的問題反映的是交通壅堵現象，Patriksson^[18] 探討含路段容量之靜態交通量指派模型上有著很大的貢獻：(1) 更進一步的詮釋了 Wardrop 第 1 原則，亦即所謂的用路人均衡原則，使之適用於路段容量限制交通量指派模型上；(2) 建立了路段容量限制靜態交通量指派問題的最佳化模型及變分不等式模型，並經由數學證明過程中，推導出模型所對應之對偶變數可能具備有等候延滯 (queueing delay) 或是擁擠費的意義，於是將用路人在路段上旅行成本劃分為實際旅行成本 (actual travel costs)，及路段容量限制所造成的等候成本。

就容量定義而言，路段容量 (link capacity) 即為在單位時間內可以合理通過道路上某一均質路段或某一點之最大交通量。在 Chen 與 Hsueh^[12] 模型中，流量以包裹 (packet flow) 的方式流動，即同一對起迄對 od 於同一時區出發，其任一路徑流量均不會產生分流的情形。就同一路段而言，同一時區進入的流入率，會在同一時區流出，但是同一時區離開的流出率可能來自不同時區的流出率，因此路段流入率與路段流出率存在多對一

(many-to-one) 的關係，所以當流出率及流入率面對相同容量限制數值時，流出率容量限制將較流入率容量限制嚴格。如以實際國道車流狀態而言，一般是在路段匝道出口端發生擁擠現象。因此以路段出口進行限制（流出率容量限制），較能反映容量限制的意義。

Chen 與 Wang^[14] 首先以變分不等式，成功地建構出包含容量限制之依時性用路人均衡模型，而此一容量限制假設在路段入口，即限制路段流入率小於或等於路段容量。該研究並在依時性用路人均衡變分不等式模型中，加入流入率容量限制式，分別以擴張拉氏對偶法與拉氏法進行模型求解，以獲得滿足容量限制之問題，本研究藉此概念建構鐵路運具列車容量限制。繼之陳惠國等人^[19] 以延滯概念，構建出流出率容量限制下的依時性用路人均衡模型，並以拉氏法進行求解。

2.2.2 依時性車流先進先出原則

依時性用路人最佳化路徑選擇模型所面對的重要問題，在於時間變動下之車流需符合先進先出 (first-in-first-out, FIFO) 的原則，就巨觀角度而言，使用相同路段不同出發時間的車流，較早出發的車流應先離開此路段，而較晚出發的車流應較晚離開。因此，不應存在車流超越現象。然而，本研究之依時性用路人最佳化路徑選擇模型，以離散化的方式劃分時區單位，當路段上前後時區車輛數或流入率產生明顯變化，便可能發生先進後出的問題。然而，此一問題將導致依時性交通量指派規劃的結果不合理，而無法應用於運輸規劃實務問題。

針對此一問題，目前的研究區分以兩種方式進行：(1) 以旅行成本函數防止違反先進先出原則的處理方法。(2) 於模型中增加先進先出額外限制式。Carey 等人^[20] 證明非線性成本函數並無法保證符合先進先出的條件。另該研究以單一路段進行分析，該研究的成本函數使用的是簡化後的 (bureau of public roads, BPR) 成本函數。其具體作法是：當違反先進先出時，則依前後時區流入率的變化調整流出率限制設定流出率最大上限（容量上限），依流出率與流出率上限的比值計算延滯成本，並據此重新計算前後時區流入率所反映的旅行時間，確保成本函數在任何時間的變化下，不受流入率變化影響而違反先進先出條件。除了上述以成本函數方式消除違反先進先出的問題外，則是以先進先出額外限制式，確保依時性用路人最佳化路徑選擇模型能符合先進先出原則。Chen 與 Wang^[14] 對於路段容量限制條件與路段流量先進先出限制條件進行說明，其二者是交互影響，並有極高度的相關性。

目前對於違反先進先出原則之研究，多數著重在單一路段旅行成本函數的分析。Carey 等人^[20] 是以單一路段說明設定流出率上限以及調整流出率方式，使非線性成本函數限制在嚴格遞增的範圍內，避免違反先進先出。然而，前述之方法將因此導致旅行成本發生變化，此方式不適用於 Chen 與 Hsueh^[12,13] 以路網均衡為基礎的動態用路人均衡模型。因此，本研究參酌 Chen 與 Wang^[14] 對路段容量以額外限制式對於模型的處理方式，以先進先出額外限制式的方法克服此一問題。

2.3 依時性用路人最佳化運具／出發時間選擇問題

2.3.1 依時性用路人最佳化運具／路徑選擇問題

運具選擇 (mode choice, MC) 為循序性旅運需求模型，是都市運輸規劃最常採用的旅運需求預測模型，內容主要是將用路人的運具旅運行為，經由運具選擇與交通量指派 (traffic assignment, TA) 等步驟進行旅運決策，以預測各種情境的旅運需求，進而作為都市交通路網規劃與評估的參考。在依時性用路人最佳化路徑選擇問題中，亦需將運具選擇問題納入考量，在假設運輸需求量在固定的狀態下，用路人依旅運成本選擇使用運具。以本研究探討的課題而言，如對於國道 5 號進行有效的收費定價，目的在於希望使用國道交通旅次發生移轉效應，其中運具的移轉將是重要的選項，本研究將建立鐵路路網聯繫臺北至宜蘭，與國道以及平面替代道路小汽車之運具形成兩種運具選擇，在實施合理有效的收費下發生運具移轉效果。

2.3.2 依時性用路人最佳化出發時間／路徑選擇問題

出發時間／路徑選擇問題通常是用路人旅運行為中所考慮的一環，如何在最適當的時間出發，才能避開壅塞時段，而在適當的時間到達目的地，是每一個用路人所期望的。因此以本研究對於國道 5 號進行有效的收費定價之目的，在於使用國道交通旅次因收費定價所導致的旅運成本增加而發生出發時間移轉效應，若能在依時性用路人最佳化路徑選擇問題中，同時加入出發時間選擇的考量，將使本研究探討的問題更為全面。

有關 DUO 出發時間／路徑選擇的研究如 Janson^[21] 構建變動的出發時間以及預定到達時間的 Quasi-DUO 模型，以 Frank-Wolfe (FW) 演算法為基礎發展啟發式的求解方法進行求解。Ran 等人^[8] 建立多對起迄路網的出發時間／路徑選擇雙層最佳化控制 DUO 模型，並提出啟發式的求解法進行求解該問題。Friesz 等人^[4] 構建以變分不等式為基礎的出發時間與路徑選擇 DUO 模型。Smith 與 Ghali^[22] 則以微觀的角度探討出發時間與路徑選擇問題，並以微觀車流的特性進行詮釋。Chen^[2] 提出符合 Chen 與 Hsueh^[13] 所構建之依時性用路人均衡出發時間／路徑選擇模型均衡原則之依時性用路人均衡單邊限制起迄／出發時間／路徑選擇模型，並提出簡單的數值例證明其正確性。

2.4 道路收費模型之發展現況

香港城市道路路網的高度擁擠，特別是在高峰時段如過海隧道壅堵，已成為常態。目前，隧道費的收費在香港為一個交通管理手段，其用意在於減少交通擁堵。一般情況下，在道路上的路網流量和排隊長度高度依賴於流量控制和道路收費。因此要發展有效的控制方案，必須考慮到交通管制和道路收費對路網流量的影響。Yang 與 Lam^[23] 提出了一個雙層規劃方法來確定道路收費模式。下層問題表示等候和擁擠的條件下，用路人的路徑選擇行為的等候均衡模型。上層模型的問題是確定道路通行費，以最佳化的方式予以訂價，並

同時考慮到用路人的路徑選擇行為。該研究以敏度性分析的方式，以獲得均衡路段流量微擾的導數相對於路徑費率的變化。然後應用替代道路收費政策的評估以及道路收費問題的發展。該研究並以數值範例進行模型和演算法的說明。該研究與本研究的不同之處，在於本研究探討的是道路收費，並且將流量在時間上變化的因素予以考量其中，由於該研究與本研究的考量目標不同，因此所得到的結果也不同。

Yang 與 Huang^[24] 利用最適控制理論，建立瓶頸路段的依時擁擠訂價，並考慮交通旅次為彈性需求，而瓶頸路段的最佳均衡狀態是在社會效益最大的時候。該研究假設用路人所感受到的成本可分為等候時間及時程延滯時間，控制變數為小汽車抵達瓶頸路段的到達函數，當小汽車到達率大於瓶頸路段紓解容量時，便會產生等候的情形，而狀態變數則為瓶頸路段排隊等候紓解之排隊小汽車數。與傳統研究不同的是，該研究沒有事先假設須消除所有等候流量才能得最佳依時擁擠費率，且瓶頸路段的容量亦可能會隨著車輛等候長度而變化，之後再以反覆演算法求得最適控制理論的近似解。

Boyce 與 Mattsson^[25] 探討個人根據前往工作地點經過擁擠路段而被收取之擁擠費用，和住宅特性如：房價、居住密度等，與個人最適之居住地點之關係，先建立個人在居住地的效用函數，再以羅吉特模式求得由居住地至工作地點工作的比例，而下層目標式為在使用者均衡基礎上，追求最小化的交通旅次由居住地至工作地所花費的成本，此時將上層目標式對旅次的效用函數進行一階偏微，即可求得擁擠費用的尋優方向；而上層問題則是以社會福利最大化為目標，經過雙層規劃模式交替運算後，可得到在固定工作地點情況下，個人所選擇居住地的比例。

Chen^[2] 對於收費政策以專章進行討論，以收取過路費的方式，使得依時性用路人的路徑選擇行為滿足系統最佳化條件。過路費的問題以雙階段問題進行解決，第 1 階段問題是設計滿足系統最佳化的流量型態，第 2 階段在於維持受限於依時性用路人路徑選擇行為下，系統最佳化流量型態的過路費用。以使用者均衡下的流量狀態為基礎，對於流量過高的路段收取過路費，另一方面以系統最佳化做為評估路網績效，該文獻所提出之方法簡單易懂易於操作，但其運作主要利用啟發式的方法，藉由系統最佳化與用路人均衡之結果，對於路段流量或旅行時間過高的路段調整費率，因在求解上並無明確的費率調整機制，進而影響規劃求解的效率與求解品質。

褚志鵬與葉堃陞^[26] 探討異質旅次（不同價格彈性）特性之道路擁擠訂價靜態分析模型，分析不同道路、不同價格彈性之用路人在不同收費政策（不收費、最佳訂價、次佳訂價）時，對道路選擇的旅次變化與社會福利增減情形。當價格彈性大與價格彈性小（真正對道路有需求者，一般為上班族、學生等）之用路人，其價格彈性拉大時，研究結果發現：(1) 次佳道路訂價策略中，其所收取的擁擠費會低於最適道路訂價擁擠費之收取。次佳道路訂價及最適道路訂價政策下所收取之擁擠費將逐漸減少，出現反彈性原則（ramsey rule），即價格彈性大，稅額小；價格彈性小，稅額大；(2) 政府收費使價格彈性高之用路人旅次減少量較價格彈性低者為高；(3) 不管政府採取何種收費政策，價格彈性大之用路人，其旅次流量均逐漸增加，而價格彈性小之用路人，其旅次流量則逐漸減少；(4) 採次

佳訂價政策與採最適道路訂價政策間的社會福利增進量差異將愈來愈小。褚志鵬^[27]亦探討不同收費政策（不收費、最佳訂價、次佳訂價）下，主線收費與匝道收費對政府收取費額、道路旅次變化及社會福利增減之影響。

賴禎秀與吳志仁^[28]研究通勤路徑為收費之高速公路及一條免付費之平行替代道路，其目的為以階梯式擁擠收費為架構，訂出最佳費率及衡量匝道電子收費實施後可能帶來之經濟收益。包括依行駛里程多寡繳納用路基本費，即屬於車流量等於道路設計容量所收取之階梯式擁擠收費架構。然因該研究只是以一地區兩相鄰交流道入口匝道擁擠之現象建構擁擠收費模式，故研究結果尚不足以解釋成可用於整體高速公路實施匝道電子收費之最佳費率。

Viti^[29]以短期雙層規劃動態分析對於固定交通旅次需求，單一運具、多組起迄對同質旅次，進行最佳依時收費擁擠訂價。從數值分析結果顯示，其考慮到不同出發時間會影響旅客選擇的路徑，再結合動態擁擠訂價來最小化總系統成本。上層問題的目標式為系統成本最小化，以求得最適之動態擁擠訂價；下層問題在旅客可選擇路徑及出發時間下，最小化使用者成本。然而該研究並未對於運具選擇進行探討，而本研究則是對於路徑選擇、運具選擇以及出發時間選擇同時探討，並考量額外限制問題，較該研究的關注重點更為一般化。

簡志峰^[30]研究次佳擁擠訂價及最佳擁擠訂價之使用者最佳化模型，於推導時發現旅次起迄需求量、路徑流量及動態通行費率與擁擠費率之間呈現隱函數關係，故在建立模型需考量動態、通行費固定等條件。此外，並剖析該模型最佳化條件之經濟意涵，最後運用拉氏鬆弛－巢化對角法及 Nelder-Mead 下坡單形法兩演算法，求解流量及動態道路使用費率，並建立測試例題進行比較。測試結果證明，最佳擁擠訂價政策在 3 個收費政策中最具效率，且最佳與次佳擁擠訂價政策均有抑制旅次需求效果產生之效能，最佳擁擠訂價政策尤佳。該研究測試例題中之初始動態通行費率，是以滿足財務自償之訂價為基準，無論是實施最佳擁擠訂價政策或次佳擁擠訂價政策，均能達到財務自償之標準。

Joksimovic 等人^[31]研究對於不同類型的用路人建立動態道路收費模型，該研究將道路收費問題界定為網路設計問題（雙層規劃模型），下層模型為不同類型用路人考慮路徑與出發時間選擇的道路定價問題，以變分不等式建立模型，上層模型為路網總旅行最小化。此外，該研究將路徑成本區分為 4 個部分：(1) 路徑旅行時間與時間價值的乘積；(2) 第 k 時區出發路徑的收費；(3) 偏好出發時間的懲罰項；(4) 偏好到達時間的懲罰項，因此，路徑成本由時間成本轉換為價格成本。在求解上，以連續平均法 (the Method of successive averages) 求解下層問題，得到均衡流量解以及相對應的收費價格，並提出網格搜尋過程 (grid-search procedure)，以兩階段的方式交替求解雙層規劃問題。

鄭雅丹^[32]發展一個雙層數學規劃模式，以決定臺北都會區進城最佳化擁塞收費方案，上層決定最佳化收費方案來最大化社會福利，下層模型透過羅吉特模式決定最佳化運具選擇，來最大化道路使用者的效用，及以使用者均衡最佳化進行均衡指派。並針對汽機車持有者，進行大規模的問卷調查，以校估臺北都會區的羅吉特模式；共有 3 個共生變數：

旅行成本、旅行時間、收費費率為顯著的變數。該研究並提出兩種最常用的擁塞收費的方案，進行最佳化後加以比較：(1) 以路線為基礎的方案，(2) 以周界為基礎的方案。以路線為基礎的方案，於研究路網中的每個路線上決定最佳化收費費率，以周界為基礎的方案，為決定最佳化收費周界（收費中心與收費半徑）與收費費率，使用基因演算法進行求解運算。結果顯示，徵收進城擁塞費後，以路線為基礎的方案可以增加 17.76% 的社會福利，減少 7.55% 的總旅行時間。最佳化收費水準從 7 元到 100 元(收費上限)。其評估結果，以路線為基準的方案績效相較於周界為基準的方案為優。

Wu 等人^[10] 提出以流容比為道路服務水準指標的私營收費道路定價研究，該研究主要以雙層規劃模型進行建模，上層模型為總收入減去維持一定服務水準的投入成本（獲利極大化），下層模型為加入收費項的靜態用路人均衡模型。該研究詳細討論上層模型決策變數費率、下層決策變數流量以及旅行時間與容量之間的關係，界定道路的容量價值，也就是維持收費路段單位容量的成本，同時亦由社會福利最佳化的角度建立收費模型，說明藉由收費路段單位容量的成本轉換關係，獲利極大化與社會福利最佳化在本質上十分類似。然而，在同質的用路人具有相同的時間價值，適用該研究提出的模型，但是如果異質用路人（不同時間價值），則不適用此模型進行評估。

Bar-Gera^[33] 以 TAPAS 演算法以及 Patriksson 與 Rockafellar^[34]、Lu^[35] 提出敏感度分析的變分不等式方法發展求解演算法，其概念是先以 TAPAS 演算法，對下層靜態用路人均衡模型求解決策變數，再對上層模型決策變數進行擾動，而下層模型決策變數將隨之變動以求得上層模型的方向導數，以求解網路設計問題／道路收費問題的雙層（階層）模型，並分別以 Braess' Network 進行簡例說明運算過程，另以 Anaheim 與 Sioux Falls 路網，分別說明上層模型導數的精度以及道路容量限制所造成的衝擊。

由前述文獻可知，道路收費定價的目的不在於排斥用路人使用道路，而是希望藉由足以反映外部成本的道路通行費，達到抑制道路使用或分散需求的目標，也就是一種外部成本內部化的手段，有效率地使用道路，維持道路應具備的服務水準，使得用路人評估是否因費率的因素抉擇發生道路替代、運具替代以及出發時間替代的效果。依照上述的特性來看，本研究提出之模型可視為領導者（leader），用路人旅運選擇行為可視為跟隨者（follower），且依據該特性可使用雙層規劃模型來進行求解，上層問題為考量系統總路網最小旅行成本，下層問題則為含流出率容量限制與先進先出額外限制之依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇最佳化模型，以充分詮釋目前國道收費現況。

2.5 雙層規劃問題與路網敏感度分析

Marcotte^[36] 將網路設計問題中隱含的最佳化問題展開，組構成為雙層規劃問題 (bi-level problem)，雙層規劃問題事實上是一種非合作 Stackelberg 競局 (noncooperative Stackelberg game, NSG)。由 2.4 節中可知，多數學者亦將道路收費與用路人路徑選擇行為，界定為領導者與跟隨者的關係，其所形成的均衡是一個 Stackelberg 均衡，與用路人之間的

Nash 均衡不同，因此領導者與跟隨者的決策變數之間，顯然存在隱函數關係的雙層規劃模型，欲解得其 Stackelberg 均衡解不存在多項式演算法求解不易。

對於上述問題，可以路網敏感度分析 (network sensitivity analysis) 方法進行求解，路網敏感度分析，是指路網上的流量因些微的路網容量改變 (例如號誌時制變動、路段容量的改變、道路費率的變化或是交通需求量的改變等)，對整體路網流量的影響程度。尤其在進行不同政策分析時，如有很多替代方案，不需要每次重新計算路網均衡，透過路網的敏感性分析，直接可得到分析結果。另外，敏感性分析可視為用路人受外在決策變數改變所產生的行為反應。因此在面對雙層規劃模型路網設計問題時，由於無法掌握的下階層用路人對上階層決策變數所產生的反應函數 (reaction function)，可以應用敏感度分析方法產生的結果，建立反應函數的近似函數 (approximation function)。

Tobin 與 Friesz^[37] 將變分不等式敏感度分析，應用至網路均衡問題中，由於網路問題之路徑解或路段流量兼有交互影響之路段解，並不滿足唯一解之充分條件，無法對其變分不等式模型進行敏感度分析，因此卓訓榮^[1] 以廣義反矩陣 (generalized inverse approach) 方法，探討均衡路網流量的敏感度分析，將路徑可行解空間轉換至路段可行解空間，再由路段可行解空間探討敏感度分析問題，避免路徑流量解不唯一的困擾。此外，Yang 與 Lam^[23] 提出梯度基礎式 (gradient-based) 的敏感性分析路網流量均衡問題，以解決對於退化現象發生時，可以提供路段流量的導數以及所對應的擾動參數所需的導數，以解決 Tobin 與 Friesz^[37] 敏感性分析方法的缺陷。此後 Patriksson 與 Rockafellar^[34] 亦提出利用變數映射轉換方式，建立了參數化的敏感度分析方法，藉由映射轉換方式，將參數化的函數定義在關鍵空間椎 (critical cone) 中，該函數符合李式連續 (Lipschitz continuous) 的條件，使得參數化後的路段成本函數，滿足嚴格單調 (strictly monotonic) 以及非退化 (nondegenerate) 的性質。雖然前述幾種處理方式各有其特點，但其目的都在於解決 Tobin 與 Friesz^[37] 敏感性分析方法的問題。有鑒於卓訓榮^[1] 所提之方法已被廣為應用在求解路網設計問題，因此本研究仍以廣義反矩陣方法，探討均衡路網流量的敏感度分析。

2.6 綜合評析

考量時間變動下擁擠費的訂價問題，本研究以依時性旅運選擇模型為基礎，發展適用於考慮政府主管單位為維持國道 5 號服務水準下依時性擁擠訂價模型，兼顧主管單位之目的與使用者需求，使國道公路之營運除滿足其財務自償基本需求，亦可增進系統營運之經濟效益。依據以往之文獻衍生本研究的綜合評析如次：

1. 回顧目前之文獻所建構之模型，雖能以時間向度對於收費問題進行討論，然而確未能將替代運具予以考量。以道路收費雙層模型的議題而論，必須同時考量道路替代、運具替代以及出發時間替代，較為妥適、全面。此外，由於動態的問題其意涵為在時間的變動下不斷連續的過程，然而前述 Chen^[2] 系列的研究，由於具非對稱性質，需固定時空路網後，將其視為靜態路網進行求解，究其本質並非連續不斷變動的狀態，因此以依時性

取代動態的描述方式較為妥適。

2. 以模型中的限制條件而論，目前對於道路收費雙層模型議題之研究，就考量時間向度而言，對於時空路網中流量可能違反先進先出的問題，以及流出率大於道路路口容量的不合理現象，目前相關研究尚未予以考量。因此，本研究建立雙層規劃模型，上層目標追求路網總旅行時間最小化為目標，下層模型則建立含容量限制與先進先出額外限制之依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇最佳化模型，用以詮釋考量路徑替代、運具替代以及出發時間替代的因素下用路人的行為。
3. 本研究道路收費雙層規劃模型因成本函數具非對稱性，故無法直接以最佳化均衡模型之求解演算法進行處理。因此，本研究以暫時固定路段時空影響，將變分不等式之模型轉換成最佳化模型後，再利用最佳化演算法進行求解。所以，求解演算法之優劣，將會對求解雙層規劃模型造成影響。以往求解演算法是以路段基礎式的 Frank-Wolfe (FW) 演算法為主，後續 Chen 與 Wang^[14] 發展拉氏-梯度投影法 (Lagrangian-gradient projection method, L-GP) 路徑基礎式演算法求解路段容量限制模型，相較於路段基礎式之演算法，大幅改進模型之求解效率。近年來，無迴圈路網 (acyclic network) 均衡指派演算法逐漸發展成熟，然而無迴圈路網均衡指派演算法尚未應用依時性模型中進行求解，如能將其應用於依時性雙層模型，將有助於運算效率的提升。
4. 本研究提出的國道收費定價最佳設計雙層規劃模型，如何分析上層決策變數 (費率) 與下層決策變數 (路段流入率) 之隱函數關係，將是求解之關鍵因素，在此參照 Joksimovic 等人^[31] 對於不同類型的用路人建立動態道路收費模型得知，將道路收費問題界定為網路設計問題 (雙層規劃模型)，此外參考 Yang 與 Lam^[23] 對於香港的城市路網以隧道費的訂價模型，可應用變分不等式敏感度分析方法，求解得到上層目標式決策變數的尋優方向，以求得上層決策變數。
5. 本研究提出的國道收費定價最佳設計的雙層規劃模型，將道路收費的定價政策視為領導者 (leader)，用路人旅運選擇行為視為跟隨者 (follower)，且依據該特性可使用雙層規劃模型來進行求解，上層問題的決策變數 (費率) 與下層模型的決策變數 (路段流入率) 是一個 Stackelberg 均衡，與用路人之間的 Nash 均衡不同，領導者與跟隨者的決策變數之間，為顯然存在隱函數關係的雙層規劃模型。以往之研究常以 Nash 均衡的解近似 Stackelberg 均衡解。目前尚未以敏感度分析結合廣義反矩陣，應用於求解依時性道路收費的定價問題。
6. 本研究下層模型為含容量限制與先進先出額外限制之依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇最佳化模型。利用流出率限制，描述國道交流道出口壅塞現象；在先進先出問題，參酌 Carey 等人^[20] 以單一路段調整流出率容量上限處理流量先進先出方式，然而如以路網均衡角度進行思考，將使得原本的均衡條件不成立。鑒此，本研究採以額外限制條件對於模型進行限制。
7. 本研究的下層模型充分描述在考量路徑替代、運具替代以及出發時間替代的因素下之用路人現況，使得模型更具適切性。因此，以依時性用路人最佳化路徑選擇為基礎，構建

國道收費定價最佳化設計的評估標準，能使結果更具實用性。後續，本研究將以適切的簡例驗證進行測試，將更能驗證所發展模型的特性及應用範疇與方法。

三、國道收費定價最佳化設計雙層規劃模型

國道壅塞所產生的問題，主要反映在道路服務水準上，由於運輸需求發生之後，國道運輸路網上的道路設施供給無法滿足需求，即發生過飽和的現象，導致國道運輸路網無法承受大量用路人所產生的旅運需求，致使國道服務水準低落，而有效的國道收費定價，將使得國道交通旅次產生道路替代、運具替代以及出發時間等 3 種替代效果。因此，本研究所關注的國道收費定價最佳化設計問題亦可視為雙層規劃問題，上層問題乃考量路網系統總旅行成本最小為目標，下層問題為考量依時性用路人路徑選擇／運具選擇／出發時間選擇行為下，滿足流出率容量限制與先進先出限制條件之用路均衡問題。

本研究綜合依時性運輸系統以及道路收費定價問題同時進行考量，採取總路網旅行成本最小化為目標，建立模型如下：

$$\min z = \sum_m \sum_a \sum_t \tilde{c}_{mat}(\mathbf{u}, \lambda) \cdot u_{mat} \quad (1)$$

Ω 代表可行解區域，由以下限制條件所組成：

收費路段下限限制：

$$(\lambda_{mat} \cdot L) + L \geq L \quad \forall m, a \in l, t \quad (2)$$

$$\lambda_{mat} = 0 \quad \forall m, a \notin l, t \quad (3)$$

含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇均衡限制式為變分不等式模型：

$$\sum_m \sum_a \sum_t \tilde{c}_{mat}^* [u_{mat} - u_{mat}^*] - \sum_{od} \sum_k (D_{mk}^{od*})^{-1} (q_{mk}^{od} - q_{mk}^{od*}) \geq 0 \quad \forall (\mathbf{u}, \mathbf{q}) \in \Omega_\lambda \quad (4)$$

上層問題是路網總旅行成本最佳化為目標如式 (1)，利用上層決策變數收費費率 λ ，使得擁擠道路用路人產生運具替代、道路替代以及出發時間替代等預期現象。式 (2) 為收費路段定價的下限限制式，式 (3) 表示非收費路段費率為 0。式 (4) 為含容量限制與先進先出額外限制下，依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇行為限制式，為變分不等式的模型，其中 $\tilde{c}_{mat}^*$ 為包含小汽車以及鐵路運具的路段成本。 $(D_{mk}^{od*})^{-1}$ 為羅吉特模型運具選擇函數的反函數。路段成本函數藉由系統中區分兩種運具的路段流入率 u_{mat} 以及過路費率 λ_{mat} ，反映路段的一般化旅行成本。在路徑選擇行為中，對於每個起迄對 od 的旅

運者而言，由同一起點出發的旅運者，無論出發的時區以及使用的運具為何，其一般化實際時間相等且旅行時間為最短一般化實際時間。在此狀態下，沒有旅運者能片面地改變使用路徑或運具，而得到更佳的一般化實際旅行時間。相反的，每對起迄 od 之間任何未使用的路徑或運具，其一般化實際路徑旅行時間，大於或等於所有使用的路徑或運具的一般化實際路徑旅行時間。如使用運具 $m \in \{m_1, m_2\}$ 的流量自第 k 時區出發，由起點 o 至迄點 d 使用路徑 p 為非負 ($h_{mpk}^{od*} > 0$)，則在所有運具之間所對應的一般化實際路徑旅行時間，是最短的一般化實際路徑旅行時間。如果，使用運具 $m \in \{m_1, m_2\}$ 的流量自第 k 時區出發，由起點 o 至迄點 d 使用路徑 p 為零 ($h_{mpk}^{od*} = 0$)，則在所有運具之間所對應的一般化實際路徑旅行時間，將大於等於一般化最短實際路徑旅行時間。有關前述的均衡條件，以數學型態描述如下：

$$\tilde{c}_{mpk}^{od*} \begin{cases} = \tilde{\pi}_{mk}^{od} & \text{if } h_{mpk}^{od*} > 0 \\ \geq \tilde{\pi}_{mk}^{od} & \text{if } h_{mpk}^{od*} = 0 \end{cases} \quad \forall o, d, m, p, k \quad (5)$$

符號 Ω_λ^* 為 Ω_λ 的子集合， δ_{mapkt}^{od} 為在已知的均衡解下的鄰接變數，即 $\delta_{mapkt}^{od} = \delta_{mapkt}^{od*}$ ， $\forall o, d, m \in (m_1, m_2), a, t, p, k$ ，符號 Ω_λ 由以下的限制式所定義的可行解空間：

流量守恒限制式

$$\sum_m \sum_p \sum_k h_{mpk}^{od} = \bar{q}^{od} \quad \forall o, d \quad (6)$$

流量傳導限制式

$$u_{matk}^{od} = h_{mpk}^{od} \delta_{mapkt}^{od*} \quad \forall o, d, m, a, t, p, k \quad (7)$$

$$\sum_t \delta_{mapkt}^{od*} = 1 \quad \forall o, d, m, a, p \in p, k \quad (8)$$

$$\delta_{mapkt}^{od*} = \{0, 1\} \quad \forall o, d, m, a, t, p, k \quad (9)$$

流量非負限制式

$$h_{mpk}^{od} \geq 0 \quad \forall o, d, m, p, k \quad (10)$$

定義限制式

$$q_m^{od} = \sum_p \sum_k h_{mpk}^{od} \quad \forall o, d, m \quad (11)$$

$$u_{mat} = \sum_{od} \sum_p \sum_k h_{mpk}^{od} \delta_{mapkt}^{od*} \quad \forall m, a, t \quad (12)$$

$$\tilde{c}_{mpt}^{od} = \sum_a \sum_t \tilde{c}_{mat} \delta_{mapkt}^{od*} \quad \forall o, d, m, p, k \quad (13)$$

額外限制式 (鐵路運具容量限制)

$$u_{mat} \leq CAP_{mat} \quad \forall a, t, m \quad m \in \text{transit} \quad (14)$$

額外限制式 (流出率容量限制)

$$v_{ma'} \leq CAP_{ma'} \quad \forall a, t': t + \tau_{at} \quad m \in \text{auto} \quad (15)$$

額外限制式 (先進先出限制式)

$$\tilde{c}_{at} \leq \tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (16)$$

有關限制式 (6)~(16) 簡述如下：

限制式 (6) 表示任一起迄對 od 在時區 k 出發之選擇運具 m 的路徑流量加總，必須等於此起迄對在 k 時區之總起迄需求；式 (7) 定義起迄對 od 在時區 k 出發之路徑流量與路段流量之關係，即路徑流量 h_{mpk}^{od} 若於時區 t 到達路段 a 之路口，則 $\delta_{mapkt}^{od*} = 1$ ，且 $u_{matpk}^{od} = h_{mpk}^{od}$ ；式 (9) 說明 δ_{mapkt}^{od*} 為 0-1 指標變數；式 (10) 說明路徑流量非負；式 (11) 表示起迄 od 之間選擇運具 m 的旅次需求為該 od 起迄間使用運具 m 路徑流量加總；式 (12) 說明起迄對 od 在時區 k 出發所使用到之路徑 p 的路徑流量，為該路徑所通過之所有路段流入率的總合；式 (13) 定義起迄對 od 在時區 k 出發所使用到之路徑 p 的路徑旅行成本，為該路徑所通過之所有路段旅行成本加總。在額外限制式部分，式 (14) 表示公共運具 (鐵路運具) 的流入率 u_{mat} 必須小於列車容量上限 CAP_{mat} ；式 (15) 表示路段流出率 $v_{ma'}$ 必須小於等於路段流出率限制 $CAP_{ma'}$ ；式 (16) 假設在較早時區 t 路段 a 的流入率為 u_{at} ，其路段旅行時間為 $\tilde{c}_{at}$ ，另稍晚時區 $t + \Delta t$ 路段 a 的流入率為 $u_{a,t+\Delta t}$ ，其路段旅行時間為 $\tilde{c}_{a,t+\Delta t}$ ，其中 Δt 為滯後時差。為避免違反先進先出原則，較晚到達路段 a 的流入率，其離開時區為 $\tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t$ 必須大於等於較早到達路段 a 流入率的離開時間 $\tilde{c}_{at}$ 。

四、國道收費定價設計最佳化模型求解演算法

本研究所構建的國道收費定價設計最佳化模型，將參照 Chen [2] 提出的演算法以及拉氏-B 演算法，對於含額外限制依時性用路人最佳化運具選擇／路徑選擇／出發時間選擇模型 (下層模型) 進行求解。然而欲求解本研究雙層規劃模型之 Stackelberg 解，可採用 Tobin [38] 提出的變分不等式敏感度分析定理，配合卓訓榮 [1] 以廣義反矩陣的方法，將路徑的可行解空間轉換至路段可行解空間，並利用路段解具唯一性，其反矩陣存在的特性，以求得上層模型決策變數 (費率) 的尋優方向，進而求得模型的區域最佳解。

步驟 1：第 1 迴圈運算

設 $o = 0$ ，令估計的路段實際旅行時間 $\tau_{at}^o = NINT[\tilde{c}_{at}^o]$, $\forall a, t$ 。

步驟 2：第 2 迴圈運算

設 $n = 0$ ，並固定時空路網上其他非分析時區的路段流入率。

步驟 3：設定各路段之收費費率為 λ^n

步驟 3.1：利用拉氏-B 演算法求解以下最佳化問題：

$$\min z = \sum_a \sum_t \int_a^{u_{at}} c_a(u^n \setminus u_{at}^n, \omega, \lambda^n) d\omega \quad (17)$$

Subject to

流量守恆限制式

$$\sum_m \sum_p \sum_k h_{mpk}^{od} = \bar{q}^{od} \quad \forall o, d \quad (18)$$

流量傳導限制式

$$u_{mapkt}^{od} = h_{mpk}^{od} \delta_{mapkt}^{od} \quad \forall o, d, m, a, p, k, t \quad (19)$$

$$\sum_t \delta_{mapkt}^{od} = 1 \quad \forall o, d, p, m, a \in p, k \quad (20)$$

$$\delta_{mapkt}^{od} = \{0, 1\} \quad \forall o, d, m, a, p, k, t \quad (21)$$

流量非負限制式

$$h_{mpk}^{od} \geq 0 \quad \forall o, d, p, m, k \quad (22)$$

定義限制式

$$\sum_k \sum_p h_{mpk}^{od} = q_m^{od} \quad \forall o, d, m \quad (23)$$

$$u_{mat} = \sum_{od} \sum_p \sum_k h_{mpk}^{od} \delta_{mapkt}^{od} \quad \forall m, a, t \quad (24)$$

$$\tilde{c}_{mpk}^{od} = \sum_a \sum_t \tilde{c}_{mat} \delta_{mapkt}^{od} \quad \forall o, d, m, p, k \quad (25)$$

額外限制式 (流出率容量限制)

$$v_{at'} \leq CAP_{at'} \quad \forall a, t' : t + \tau_a(t) \quad (26)$$

額外限制式 (先進先出限制式)

$$\tilde{c}_{at} \leq \tilde{c}_{a,t+\Delta t} + \Delta t \quad \forall a, t, \Delta t = 1, \dots, T-t, u_{at} > 0, u_{a,t+\Delta t} > 0 \quad (27)$$

步驟 3.2：應用前述之廣義反矩陣步驟進行敏感度分析並求得 $\nabla_{\varepsilon} \mathbf{u}(0)$

步驟 3.3：計算上層模型決策變數費率的搜尋方向：

$$\mathbf{d}^n = -\nabla_{\varepsilon}(\mathbf{uc}(\mathbf{u}, 0)) \quad (28)$$

本研究參照 Chen^[2] 對於成本函數之定義，構建本研究收費路段成本函數如式 (28)。

$$\tilde{c}_{mat} = 1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{lat} + \beta_{2at,t+\Delta t} + (L + L \cdot \lambda_{mat}) \cdot \text{VOT}^{-1} \quad (29)$$

其中， θ_1, θ_2 為參數， $\beta_{lat}, \beta_{2at,t+\Delta t}$ 為額外限制式所對應之對偶變數， λ_{mat} 為收費路段費率 (%)， L 為收費價格下限 (目前道路收費價格，為已知常數)， VOT 為時間價值。其收費費率之搜尋方向為下式所述：

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^n &= -\nabla_{\varepsilon}(\mathbf{uc}(\mathbf{u}, 0)) \\ &= -\left[\begin{array}{l} \nabla_{\varepsilon} \mathbf{u}(0) + 3\theta_1 \cdot \mathbf{u}^2 \cdot \nabla_{\varepsilon} \mathbf{u}(0) + \theta_2 \mathbf{x}^2 \cdot \nabla_{\varepsilon} \mathbf{u}(0) + (L + L \cdot \lambda) \cdot \nabla_{\varepsilon} \mathbf{u}(0) \cdot \text{VOT}^{-1} \\ + \mathbf{u} \cdot \text{VOT}^{-1} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

步驟 3.4：更新上層決策變數： $\lambda^{n+1} = \lambda^n + \frac{1}{n+1} \mathbf{d}^n$

步驟 3.5：調整各路段之費率水準並滿足以下限制條件。

$$(\lambda_{mat} \cdot L) + L \geq L \quad \forall m, a \in l, t \quad (31)$$

$$\lambda_{amt} = 0 \quad \forall m, a \notin l, t \quad (32)$$

步驟 3.6：令 $n = n + 1$ ，進行收斂性檢驗，若 $\lambda^n \approx \lambda^{n+1}$ 則到步驟 4；否則，回到步驟 3.1 持續進行運算。

步驟 4：第 2 迴圈收斂檢驗：

若 $\frac{u_{at}^{n+1} - u_{at}^n}{u_{at}^{n+1}} \leq \varepsilon, \forall a, t$ ，至步驟 5，否則回到步驟 3.1。

步驟 5：第 1 迴圈收斂檢驗：

若 $\tau_{at}^o \approx NINT[\tilde{c}_{at}^n], \forall a, t$ 則停止運算，所求得之 $\mathbf{u}$ 為區域最佳解；否則令 $o = o + 1$ ，以下式更新時空路網上各路段估計的實際旅行時間，並回到步驟 2。

$$\tau_{at}^o = NINT[(1-\gamma)\tau_{at}^{o-1} + \gamma \tilde{c}_{at}^n] \quad \forall a, t \quad (33)$$

其中 $0 < \gamma \leq 1$

五、簡例驗證

5.1 小型測試路網

本研究先以小型路網進行測試，以說明求解的結果能符合模型的特性與最佳化條件。在本小節中，將對於本研究所提出的高速公路收費定價設計最佳化模型進行求解，利用廣義反矩陣與敏感度分析求得上層模型決策變數（費率），再固定上層模型決策變數求得下層模型的決策變數（路段流入率），以追求上層目標函數極小化（總路網旅行時間最小），並計算出依時性收費路段最佳化費率。相關輸入資料說明如下：

本研究採用之路網（如圖 1），該路網包含 5 個節點、8 條節線（含公共運輸使用節線），節點 1 為起點，節點 5 為迄點。依時性起迄交通需求量如表 1 所示。本測試例出發時間選擇為 1~3 時區，總分析時區為 55，路段成本函數係以 Chen^[2] 測試依時性用路人均衡模型使用之成本函數為依據，以詮釋依時性模型中車流的成本函數，有關收費路段為 1→3、3→5，成本函數假設如式 (34)，設定流出率容量上限為 7.00，其他未收費路段之成本函數如式 (35)；由於運具選擇函數本研究假設符合羅吉特函數型態（式(36)-(37)），因此假設公共運輸使用節線成本函數如式 (38)，在此針對列車容量設定為 4.00。

$$\tilde{c}_{m_{1at}} = 1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{1at} + \beta_{2at,t+\Delta t} + (L + L \cdot \lambda_{m_{1at}}) \cdot VOT^{-1} \quad (34)$$

$$\tilde{c}_{m_{1at}} = 2 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2 + \beta_{2at,t+\Delta t} \quad (35)$$

$$q_{m_1}^{od} = \bar{q}^{od} \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{\pi_{m_1}^{od} - \bar{\pi}_{m_1}^{od}}{\bar{\pi}_{m_1}^{od}}\right)}} \quad \forall o, d \quad (36)$$

$$q_{m_2}^{od} = \bar{q}^{od} \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{\bar{\pi}_{m_2}^{od} - \pi_{m_1}^{od}}{\bar{\pi}_{m_2}^{od}}\right)}} \quad \forall o, d \quad (37)$$

$$c_{m_{2at}} = 6 + \beta_{3at} + (D^{od})^{-1} \quad \forall a, t \quad (38)$$

針對前述成本函數，其中 θ_1, θ_2 均為參數，本研究設定為 $\theta_1 = 0.01$ ； $\theta_2 = 0.001$ ，如對於決策變數 $\{u_{at}\}$ 分別進行一次與二次偏微均符合連續、可微以及嚴格凸性等條件， $\beta_{1at}, \beta_{2at,t+\Delta t}, \beta_{3at}$ 為額外限制式所對應之對偶變數， $\lambda_{m_{1at}}$ 為收費路段費率（%）， L 為收費價格下限（目前道路收費價格，為已知常數）， VOT 為時間價值， $\lambda_{m_{1at}}$ 為上層模型的決策變

數，與下層模型決策變數為隱函數關係。

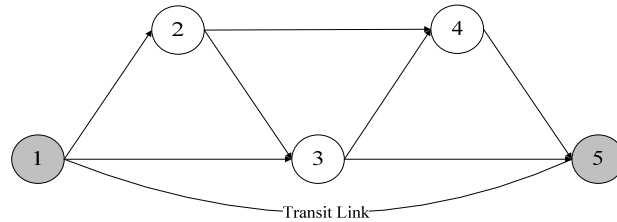


圖 1 測試路網

表 1 依時性起迄交通需求總量

O-D	出發選擇時區
起迄	$k=1\sim3$
1-5	40 單位旅次

表 2 為本研究模型求解後的時空路網路段流量型態；其中，節點 1 為起點，觀察節點 1 指出的路段 1→2、1→3 及 1→5（捷運），其中路段 1→2、1→3 於 1~3 時區均有旅次進入該路段，路段 1→5 於 1~2 時區均有搭乘捷運的交通旅次，此即為用路人因最佳化道路費率而產生的出發時間及運具選擇旅運決策。

小汽車旅運成本包含流出率容量限制與先進先出限制所產生的對偶成本（等候延滯），此外，本研究亦對於大眾運輸（捷運）路段的列車容量上限進行假設，在此容量值設定為 4.00。首先針對路段 1→3、3→5，其流出率容量限制為 7.00 單位流量，由表 2 可觀察到，由於流出率容量限制，使得前述二路段在旅次流入時，即有相對應的對偶成本。以路段 1→3 為例，在時區 5 的流出率為 7.00 符合流出率容量限制，而其對偶變數如灰階所示，分別發生於流入率進入的時區以及前後影響的時區，藉由對偶變數所產生的對偶成本使得流出率限制在 7.00，吻合模型限制。至於先進先出限制，在節線 3→5 中即可觀察到，在第 6 時區有 7.00 單位旅次進入該路段，而由於該時區進入的流量可能違反先進先出限制，因而產生對偶成本促使流出時間符合先進先出限制的條件，使得 7.00 單位旅次於第 9 時區離開。此外，當旅次大於列車容量時，亦產生對偶成本超過容量，則旅行時間因對偶成本（等候延滯）增加，使得部分旅次延至下一時區出發，可藉由路段 1→5 觀察出時區 1~2 均有旅次進入，然而因為列車容量上限為 4.00 產生等候對偶成本，使得部分旅次延至第 2 時區出發。由於本項為小型路網測試，目前的交通旅次設定為單位旅次，因此使用大眾運輸（捷運）路段的單位旅次暫不進行轉換為人車旅次，後續以臺北至宜蘭路網測試時，再將人車旅次轉換率加入考量。

表 2 測試路網路段流量資訊

路段	出發 時區	鐵路 運具 容量 限制 對偶成本	流出率 容量限制 對偶成本	先進先出 限制 對偶成本	一般化 旅行成本	實際 旅行 成本	流入率	車輛數	流出率	流出 時區	時區 費率	時區收費 價格
1→2	1	0.00	0.00	0.00	2.60	2.60	12.67	0.00	0.00	4	—	—
1→2	2	0.00	0.00	0.00	1.61	1.61	6.67	12.67	0.00	4	—	—
1→2	3	0.00	0.00	0.00	1.80	1.80	6.50	19.34	0.00	5	—	—
1→2	4	0.00	0.00	0.00	1.67	1.67	0.00	25.84	19.34	—	—	—
1→2	5	0.00	0.00	0.00	1.04	1.04	0.00	6.50	6.50	—	—	—
1→3	1	0.00	1.75	0.00	3.79	2.04	6.24	0.00	0.00	5	0.132	1.36
1→3	2	0.00	1.68	0.00	2.79	1.11	0.72	6.24	0.00	5	0.908	2.29
1→3	3	0.00	0.52	0.00	1.79	1.27	0.04	6.96	0.00	5	0.701	2.04
1→3	4	0.00	0.00	0.00	1.80	1.80	0.00	7.00	0.00	—	0.001	1.20
1→3	5	0.00	0.00	0.00	1.80	1.80	0.00	7.00	7.00	—	0.001	1.20
1→5	1	0.94	0.00	0.00	7.10	7.10	4.00	0.00	0.00	8	—	—
1→5	2	0.00	0.00	0.00	6.10	6.10	3.16	4.00	0.00	8	—	—
1→5	3	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	0.00	—	—	—
1→5	4	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	0.00	—	—	—
1→5	5	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	0.00	—	—	—
1→5	6	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	0.00	—	—	—
1→5	7	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	0.00	—	—	—
1→5	8	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	7.16	7.16	—	—	—
2→3	4	0.00	0.00	0.00	1.71	1.71	8.44	0.00	0.00	6	—	—
2→3	5	0.00	0.00	0.00	1.07	1.07	0.00	8.44	0.00	—	—	—
2→3	6	0.00	0.00	0.00	1.07	1.07	0.00	8.44	8.44	—	—	—
2→4	4	0.00	0.00	0.00	2.19	2.19	10.90	0.00	0.00	6	—	—
2→4	5	0.00	0.00	0.00	1.54	1.54	6.50	10.90	0.00	7	—	—
2→4	6	0.00	0.00	0.00	1.30	1.30	0.00	17.40	10.90	—	—	—
2→4	7	0.00	0.00	0.00	1.04	1.04	0.00	6.50	6.50	—	—	—
3→4	5	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.54	0.00	0.00	6	—	—
3→4	6	0.00	0.00	0.00	1.02	1.02	1.44	0.54	0.54	7	—	—
3→4	7	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	0.00	1.44	1.44	—	—	—
3→5	5	0.00	1.23	0.00	3.31	2.08	6.46	0.00	0.00	8	0.117	1.34
3→5	6	0.00	0.00	0.61	2.78	2.17	7.00	6.46	0.00	9	0.147	1.38
3→5	7	0.00	0.00	0.00	1.93	1.93	0.00	13.46	0.00	—	0.001	1.20
3→5	8	0.00	0.00	0.00	1.93	1.93	0.00	13.46	6.46	—	0.001	1.20
3→5	9	0.00	0.00	0.00	1.80	1.80	0.00	7.00	7.00	—	0.001	1.20
4→5	6	0.00	0.00	0.00	2.31	2.31	11.43	0.00	0.00	8	—	—
4→5	7	0.00	0.00	0.00	1.76	1.76	7.94	11.43	0.00	9	—	—
4→5	8	0.00	0.00	0.00	1.38	1.38	0.00	19.38	11.43	—	—	—
4→5	9	0.00	0.00	0.00	1.06	1.06	0.00	7.94	7.94	—	—	—

註：灰階標示表示容量限制與先進先出所產生的對偶變數。

在依時性收費定價上，測試路網 (I) 收費路段為 1→3、3→5，以路段 1→3 第 1-3 時區為例，該路段 1-3 時區的費率分別為 0.132、0.908、0.701，藉由式 (34) 中 $(L + L \cdot \lambda_{mat})$ 轉換後分別為 1.36、2.29、2.04 元，其中 L 設定為 1.2 元。增加收費之時區均為交通旅次尖峰時段，當路段流量下降後則恢復基本收費價格。

關於路徑資訊部分 (如表 3)，最佳化道路費率之下，其路徑選擇的結果為：所有被使用到的路徑滿足一般化路徑旅行時間差，均在預設收斂標準 $\varepsilon < 0.001$ 之內，充分顯示 B 演算法收斂情形，符合本研究下層模型的最佳化條件 (詳見式 (5))，並藉由 B 演算法的特性，提供路徑上各節點所在的時區，以上資訊充分說明演算法求解的正確性。在此條件下亦符合巢化對角法收斂要求。

表 3 測試路網使用路徑流量資訊

起迄對	出發時區	使用路徑	路徑旅行時間	路徑流量	出發時區交通旅次	起迄運輸需求總量
1→7	1	1(1)→5(8)	7.10	4.00	22.91	40.00
		<u>1(1)→3(5)→5(8)</u>	7.10	6.24		
		1(1)→2(4)→ <u>3(6)→5(9)</u>	7.10	3.49		
		1(1)→2(4)→3(6)→4(7)→5(9)	7.10	0.81		
		1(1)→2(4)→4(6)→5(8)	7.10	8.38		
	2	1(2)→5(8)	6.10	3.16	10.55	
		<u>1(2)→3(5)→5(8)</u>	6.10	0.19		
		1(2)→2(4)→3(6)→4(7)→5(9)	6.10	0.64		
		<u>1(2)→3(5)→4(6)→5(8)</u>	6.10	0.54		
		1(2)→2(4)→ <u>3(6)→5(9)</u>	6.10	3.51		
		1(2)→2(4)→4(6)→5(8)	6.10	2.52		
	3	1(3)→2(5)→4(7)→5(9)	5.10	6.50	6.54	
		<u>1(3)→3(5)→5(8)</u>	5.10	0.04		

註：底線部分為收費路段。

在上層模型部分，求解開始時給定起始收費費率後，再進行下層模型的巢化對角法，經由下層計算出時空路網的路段流入率 (下層模型決策變數)，再以敏感度分析求得上層決策變數 (費率) 的尋優方向，藉以更新一回合的決策變數 (費率)，依此機制運算，若費率 $\lambda^n \approx \lambda^{n+1}$ ，則進行第 2 迴圈收斂檢驗；否則，依前述之廣義反矩陣步驟進行敏感度分析計算上層模型決策變數費率，更新上層決策變數： $\lambda^{n+1} = \lambda^n + \frac{1}{n+1} \mathbf{d}^n$ 。第 2 迴圈為下層問題決策變數路段流入率收斂檢驗，若 $\frac{u_{at}^{n+1} - u_{at}^n}{u_{at}^{n+1}} \leq \varepsilon, \forall a, t$ ，則進行第 1 迴圈收斂檢驗，否則

再以拉氏-B 演算法求解下層問題。第 1 迴圈時空路網上各路段估計實際旅行時間的收斂檢驗，如前述三者同時符合收斂條件則停止運算，並可求得最佳化費率下的依時性用路人旅運選擇結果，再依此結果計算上層模型目標值。由於本研究追求總路網成本最小化為系統目標，上層目標函數值由起始值 190.64 遞減至 174.99 (如下圖)，由於本模型的可行解空間屬於非凸集合 (nonconvex)，因此在求解過程中目標函數值並非平順遞減趨勢，在前 27 運算回合受到搜尋方向或步幅的影響，至 28 回合後逐漸趨緩遞減，最後在 34 回合達到收斂標準。

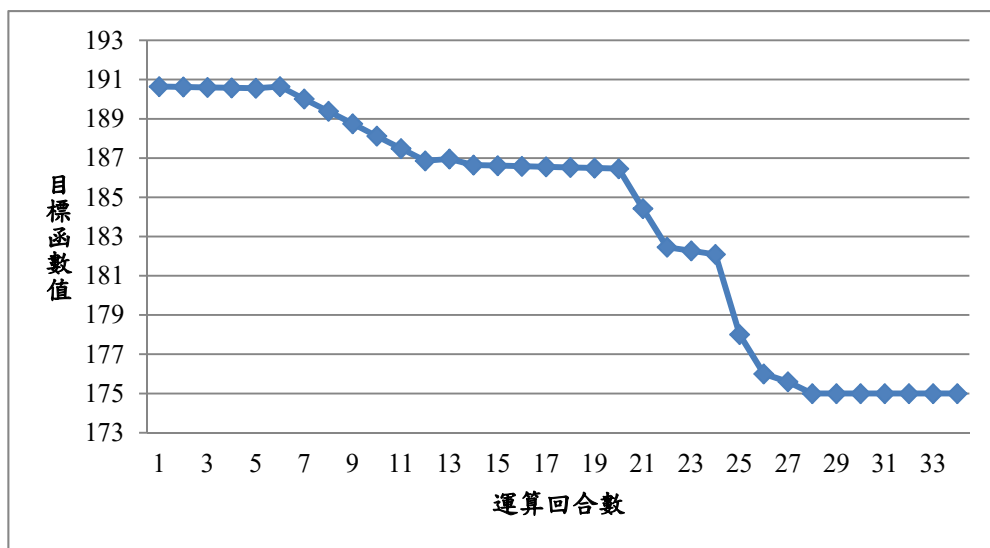


圖 2 上層模型目標函數值收斂狀態

5.2 臺北至宜蘭測試路網

本研究除前述之小型路網說明模型求解的正確性外，並以臺北至宜蘭路網進行測試，以進一步說明模型的應用性。有關臺北至宜蘭路網以國道 1、3、5 號為主要道路，連接臺北①、汐止②、南港③、新店④、坪林⑤以及宜蘭⑦，另外以省道為替代道路聯繫臺北①至南港③、臺北①至新店④、新店④經坪林⑤與頭城⑥抵達宜蘭⑦；替代運具部分，本研究假設以鐵路為替代運具，因鐵路為絕對路權，因此不會與公路路網產生交集，故本研究經簡化後，直接由臺北①抵達宜蘭⑦。有關前述的路網結構如圖 3 所示。

本研究之模型屬於數學最佳化模型，因成本函數為連續型函數，故模型本身具備連續性質 (有關充分性與必要性之證明請參閱 Chen ^[2])，然而為闡述依時性的特性，需以時空路網進行描述。時空路網結構為離散式結構，因此必須將連續型的數值轉換為離散型的方式予以表達。在此將路段成本函數整理如表 4。

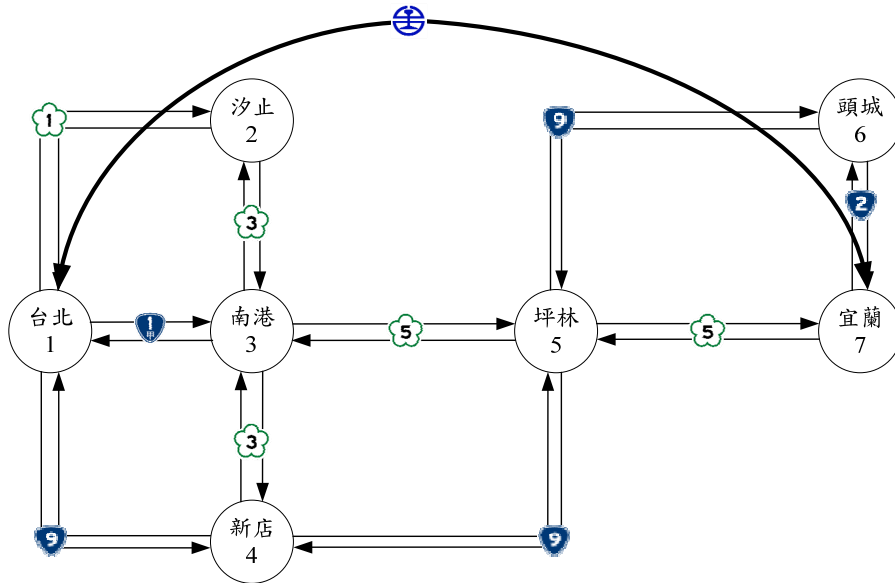


圖 3 臺北至宜蘭測試路網圖

在本研究的路網中，公路路段計有國道與省道，依前述項次 2 所述，路段成本函數如表 1 所示。其中 θ_1, θ_2 均為參數，本研究設定為 $\theta_1 = 0.01$ ； $\theta_2 = 0.001$ ，對於常數項因國道與省道特性與旅行時間的不同予以區別。而鐵路路段成本函數則假設符合羅吉特函數型態，其中 $(D^{od})^{-1}$ 羅吉特函數型態的部分是由兩種運具所構成。其中常數項部分，係依鐵路各型對號與區間列車的旅行時間與界定分析的時區而進行設定。上述表 1 所列各項成本函數對於決策變數 $\{u_{at}\}$ 分別進行一次與二次偏微，均符合連續、可微以及嚴格凸性等條件。

由於本研究之模型內含出發時間選擇的考量因素，因此起迄的總量應為不同時區出發起迄量的加總，在此本研究假設尖峰時段交通量為 20,000 (PCU)。此外，流出率容量限制路段 $5 \rightarrow 7$ 、 $7 \rightarrow 5$ (坪林至宜蘭)，考量該路段整體車道數與長隧道容量標準經簡化後，其路段流出率容量設定為 3,300 (PCU/小時)。本研究所應用的基礎模型，為依時性用路人路徑選擇最佳化模型，時空路網的規模，將因實際路段旅行時間的遞增而使得時空路網的規模擴增，進而影響計算機使用資源與求解速度。此外亦可能因路段流入率過大，使得敏感度分析時影響參數微擾的結果。有鑒於此，本研究將交通需求量與路段容量乘以 $1/1000$ 進行縮減。此外在鐵路路網部分 ($1 \rightarrow 7$ 、 $7 \rightarrow 1$)，由於鐵路運輸容量有其特殊性，目前本研究假設其列車容量上限為 5,000 (PCU/小時)，經縮減後為 5.00 單位旅次 (有關起迄需求量與路段容量限制如表 5 所示)。由於搭乘列車均為人旅次，本研究在此對於車旅次轉換率設定為 0.52 (PCU/人旅次)，所以本範例中鐵路運輸每小時列車容量為 9,615 (人旅次/小時)。前述轉換率，亦可用於依時性最佳化指派後使用鐵路運具旅次進行轉換，使得求解的結果更具意義。

表 4 路段型態與成本函數分類

路段型態	路段	路段成本函數	詳細說明
	1→2、2→1 2→3、3→2 3→4、4→3 3→5、5→3 5→7、7→5	同式(34)	國道路段成本函數，由 3 個部分組成，第 1 部份乃參考 Chen 等人 ^[12-14] 對於動態用路人路段成本函數的描述，該函數為 $1 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2$ 由決策路段流入率 (u_{at}) 以及路段車輛數 (x_{at}) 所組成，其中 θ_1 , θ_2 均為參數。第 3 部分為當違反流出率容量限制與先進先出條件所產生的對偶變數 (β_{lat})、($\beta_{2at,t+\Delta t}$)，使得依時性用路人最佳化模型能滿足額外限制條件。第 3 部分為路段費率為上層模型決策變數 (λ_{mat})，由於需轉換為以時間為主的成本，因此必須乘以時間價值的倒數 (VOT^{-1})。
	1→4、4→1 4→5、5→4 5→6、6→5 6→7、7→6 1→3、3→1	同式(35)	省道路段成本函數，可分為 2 個部分，第 1 部分與國道路段第 1 部分相同，僅常數 1 的部分設定為 2，這是假設在自由流的旅行時間下，省道需要更多的旅行時間，因此以 $2 + \theta_1(u_{at})^2 + \theta_2(x_{at})^2$ 的函數型態描述。由於省道的依時性車流，亦須滿足流出率容量限制與先進先出條件的額外限制，因此當違反上述限制條件時，亦將產生 ($\beta_{2at,t+\Delta t}$) 對偶變數。由於省道未進行收費，因此未將 $L + L \cdot \lambda_{mat}$ 計入成本函數。
	1→7、7→1	同式(38)	本研究對於臺北至宜蘭的小汽車與鐵路運具型態，小汽車的運具選擇函數，假設為小汽車與鐵路最短路徑旅行時間差的嚴格遞減函數。因此，鐵路運具選擇函數為小汽車運具選擇函數所映射的反函數，具有嚴格單調性質。可表示為： $\bar{\pi}_{m_1k}^{od} - \bar{\pi}_{m_2k}^{od} = (D_{m_1k}^{od*})^{-1} \quad \forall o, d, k$ 其中 m_1 為小汽車運具，m_2 為鐵路運具 $\bar{\pi}_{m_1k}^{od}$, $\bar{\pi}_{m_2k}^{od}$ 為使用不同運具的最短路徑旅行時間。因此鐵路運具的運具選擇函數為： $(D_{m_1k}^{od})^{-1} = \frac{1}{\theta} \ln \frac{\bar{q}_k^{od} - q_k^{od}}{q_{m_1k}^{od}} + \varphi_k^{od} \quad \forall o, d, k$ 其中 φ_k^{od} 表示由起點 o 至迄點 d 在第 k 時區出發使用小汽車的偏好值，而 θ 表示為分散變異參數。本研究參考 Sheffi^[39] 與 Chen^[2] 對於 transit 成本函數進行假設，將 $(D_{m_1k}^{od})^{-1}$ 以 $(D^{od})^{-1}$ 對於鐵路運具進行成本函數進行設定。

註：粗體灰階標示部分為流出率與鐵路列車容量限制路段。

表 5 起迄交通需求量與路段容量限制說明表

起迄	出發選擇時區 k=1~3		路段	路段容量 (PCU/小時)	縮減後單位 容量
	交通需求量 (PCU)	縮減後單位 交通需求量			
1-7	20,000	20.00	5→7、7→5	3,300	3.30
7-1	5,000	5.00	1→7、7→1	5,000	5.00

5.3 測試與分析

依據 5.1 節所詳述的路網及起迄對資料，本研究針對模型進行求解，利用 Borland C++ 5.02 版編輯器撰寫程式，並在中央處理器 Intel Core i5-3230M CPU 2.60GHz 的個人電腦環境進行測試運算與分析。

測試結果各路段資訊以及路徑選擇如表 6、7 所示，經由最佳化計算費率後，國道收費路段將依不同時區以及該時區的流入率決定最佳的收費價格，由於增加了收費使得旅運成本增加，進而促使使用路人行為發生替代效果以及變化，相關分析詳述如次：

1. 首先是道路替代，由表 6 路徑選擇結果可知，用路人路徑選擇可以觀察到以高速公路為主的交通旅次，由於費率增加反映在旅運成本，進而選擇替代道路。以第 1 時區出發的旅次而言，交通旅次選擇 5 條不同的路徑，其一般化旅運成本均相同。
2. 在出發時間替代方面，透過有效的國道訂價，使得交通旅次選擇不同時區出發，本研究綜整各時區交通旅次選擇路徑費用（如表 6），整體而言，路徑通過同一路段較晚通過的旅次其費用較高，例如起迄 1-7 間出發時區 2 的路徑通過路段 5→7 的費用（1.28 元/公里），較出發時區 1 的費用（2.21 元/公里）為低，這是因為較晚出發的交通旅次期望於相同時間到達迄點，且受路段流出率容量受限的影響，因此必須付出較多的額外成本。
3. 在運具替代方面，當對國道進行最佳化收費後，使用鐵路運具的交通旅次分布於時區 1~3，且因各時區列車發車的容量限制為 5.00，使得在列車容量下產生擁擠效果，由於旅次超過單位時區列車發車容量則對偶成本增加，使得選擇鐵路運具的旅次於不同時區出發。在此經車旅次轉換人旅次後可知，每單位時區的容量為 9,615（人旅次/小時），1~3 時區使用鐵路運具的旅客數為 22,269 人。
4. 本研究表 6 中所顯示的是最佳化收費後，交通旅次對於同時考量 3 種替代旅運行為的結果。可以發現出發時間替代以及路徑替代的效果十分明顯，使得原本使用鐵路運輸的交通旅次改變原本的旅運行為，選擇更為有利的替代方式完成旅次活動。
5. 由表 6 可針對臺北①→汐止②→南港③（國道）、臺北①→南港③（省道）以及臺北①→新店④→南港③（省道-國道）之區段進行分析；(1) 對於國道路段進行依時性最佳化收費定價後，可由前述區段間觀察出道路替代效果，以第 1 出發時區而言，大部分交通旅次仍以國道為主，部分旅次已移轉至省道。如將道路費用折算為時間價值成本後，雖然

在均衡狀態下旅運成本相同，但選擇國道旅次必須承擔較高的道路費用，使得旅次在國道上的旅行時間較短（擁有較高的服務水準）。(2) 在此區段中，除了前述的道路替代現象，交通旅次亦形成出發時間替代效果，旅次將選擇最有利的出發時間滿足旅運需求。(3) 整體而言，在最佳化道路定價之下，雖然選擇較晚時區出發可以得到較理想的旅行時間，但選擇國道仍需付出對等的道路收費，因此大部分的交通旅次仍選擇第 1 時區出發。

6. 對於本模型之路段流量解，由表 7 可觀察路段於時區間流量傳導的現象，以路段 5→7 為例，該路段為流出率容量限制路段（容量限制：3.30），該路段於時區 5~6 均有流入率進入，並均有相對應的對偶成本，使得該路段各時區的流出率均符合流出率容量限制條件；此外為滿足先進先出限制條件，於時區 7 進入的流入率亦有相對應的先進先出對偶成本（粗體灰階所註），使得該時區進入的流入率能符合先進先出的現象；藉由路段流量解，能確切掌握路段解均吻合下層模型的額外限制條件。
7. 由於本研究計算所得收費的價格，以路段 5→7 第 6 時區為例，該路段時區的費率為 0.841，乘以 1.20 的單位價格後，再加上 1.2 現行的每公里費用，可計算出路段時區訂價 2.21 元，將該時區訂價再乘以路段 15 公里，即可求得路段 5→7 第 6 時區的訂價為 33.15 元。

表 6 臺北至宜蘭測試路網路徑流量解

起迄對	出發 時區	使用路徑	路徑旅 行時間	路徑 流量	路徑 通行費	出發時區 交通旅次	起迄運輸 需求總量
1→7	1	†1(1)→7(9)	8.02	5.00	—	13.41	20.00
		1(1)→4(3)→5(5)→6(7)→7(8)	8.02	2.48	—		
		1(1)→ <u>3(4)→5(5)</u> →6(7)→7(8)	8.02	0.25	18.20		
		<u>1(1)→2(2)→3(4)→5(5)</u> →6(7)→7(8)	8.02	2.40	42.39		
		1(1)→4(3)→ <u>5(5)→7(9)</u>	8.02	2.52	19.20		
		<u>1(1)→2(2)→3(4)→5(5)→7(9)</u>	8.02	0.77	61.59		
	2	†1(2)→7(9)	7.02	5.00	—	5.01	
		1(2)→4(4)→ <u>5(6)→7(9)</u>	7.02	0.01	33.15		
	3	†1(3)→7(9)	6.02	1.58	—	1.58	
7→1	1	<u>7(1)→5(4)→3(5)→2(6)→1(7)</u>	6.01	3.30	57.60	5.00	5.00
		†7(1)→1(7)	6.01	1.70	—		

註：1.使用路徑中節點間如為國道以底線標註，如為省道無底線標註；2.鐵路路線以†符號標記。

表 6 國道基本收費政策路徑流量解

路段	出發 時區	鐵路運具 容量限制 對偶成本	流出率容量限制 對偶成本	先進先出限制 對偶成本	一般化 旅行成本	實際 旅行成本	流入率	車輛數	流出率	流出 時區	時區費率	時區收費 價格 (每公里)	路段 公里數
1 → 2	1	0.00	0.00	0.00	1.48	1.48	3.17	0.00	0.00	2	0.074	1.29	15
1 → 2	2	0.00	0.00	0.00	1.43	1.43	0.00	3.17	3.17	—	0.001	1.20	
1 → 3	1	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.25	0.00	0.00	4	—	—	
1 → 3	2	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.25	0.00	—	—	—	
1 → 3	3	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.25	0.00	—	—	—	
1 → 3	4	0.00	0.00	0.00	3.00	3.00	0.00	0.25	0.25	—	—	—	—
1 → 4	1	0.00	0.00	0.00	2.25	2.25	4.99	0.00	0.00	3	—	—	
1 → 4	2	0.00	0.00	0.00	2.02	2.02	0.01	4.99	0.00	4	—	—	
1 → 4	3	0.00	0.00	0.00	2.03	2.03	0.00	5.00	4.99	—	—	—	
1 → 4	4	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	0.00	0.01	0.01	—	—	—	
1 → 7	1	1.77	0.00	0.00	8.02	8.02	5.00	0.00	0.00	9	—	—	—
1 → 7	2	0.77	0.00	0.00	7.02	7.02	5.00	5.00	0.00	9	—	—	
1 → 7	3	0.00	0.00	0.00	6.02	6.02	1.58	10.00	0.00	9	—	—	
1 → 7	4	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	0.00	—	—	—	
1 → 7	5	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	0.00	—	—	—	
1 → 7	6	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	0.00	—	—	—	
1 → 7	7	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	0.00	—	—	—	
1 → 7	8	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	0.00	—	—	—	
1 → 7	9	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	11.57	11.57	—	—	—	
2 → 3	2	0.00	0.00	0.00	1.52	1.52	3.17	0.00	0.00	4	0.007	1.21	4
2 → 3	3	0.00	0.00	0.00	1.39	1.39	0.00	3.17	0.00	—	0.071	1.29	
2 → 3	4	0.00	0.00	0.00	1.43	1.43	0.00	3.17	3.17	—	0.001	1.20	
3 → 5	4	0.00	0.00	0.00	1.50	1.50	3.42	0.00	0.00	5	0.079	1.30	14
3 → 5	5	0.00	0.00	0.00	1.40	1.40	0.00	3.42	3.42	—	0.071	1.29	
4 → 5	3	0.00	0.00	0.00	2.25	2.25	4.99	0.00	0.00	5	—	—	
4 → 5	4	0.00	0.00	0.00	2.02	2.02	0.01	4.99	0.00	6	—	—	—
4 → 5	5	0.00	0.00	0.00	2.03	2.03	0.00	5.00	4.99	—	—	—	
4 → 5	6	0.00	0.00	0.00	2.00	2.00	0.00	0.01	0.01	—	—	—	
5 → 6	5	0.00	0.00	0.00	2.26	2.26	5.13	0.00	0.00	7	—	—	—
5 → 6	6	0.00	0.00	0.00	2.03	2.03	0.00	5.13	0.00	—	—	—	
5 → 6	7	0.00	0.00	0.00	2.03	2.03	0.00	5.13	5.13	—	—	—	
5 → 7	5	0.00	2.03	0.00	3.53	1.50	3.29	0.00	0.00	9	0.064	1.28	15
5 → 7	6	0.00	1.90	0.00	2.97	1.08	0.01	3.29	0.00	9	0.841	2.21	
5 → 7	7	0.00	0.00	0.80	1.97	1.18	0.00	3.30	0.00	—	0.596	1.92	
5 → 7	8	0.00	0.00	0.00	1.43	1.43	0.00	3.30	0.00	—	0.001	1.20	
5 → 7	9	0.00	0.00	0.00	1.43	1.43	0.00	3.30	3.30	—	0.001	1.20	
6 → 7	7	0.00	0.00	0.00	1.26	1.26	5.13	0.00	0.00	8	0.001	1.20	—
6 → 7	8	0.00	0.00	0.00	1.03	1.03	0.00	5.13	5.13	—	0.001	1.20	
7 → 5	1	0.00	1.59	0.00	2.70	1.11	3.30	0.00	0.00	4	0.001	1.20	
7 → 5	2	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	0.00	—	0.001	1.20	15
7 → 5	3	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	0.00	—	0.001	1.20	
7 → 5	4	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	3.30	—	0.001	1.20	
7 → 1	1	0.00	0.00	0.00	6.03	6.03	1.70	0.00	0.00	7	—	—	
7 → 1	2	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	0.00	—	—	—	—
7 → 1	3	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	0.00	—	—	—	
7 → 1	4	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	0.00	—	—	—	
7 → 1	5	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	0.00	—	—	—	
7 → 1	6	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	0.00	—	—	—	
7 → 1	7	0.00	0.00	0.00	6.00	6.00	0.00	1.70	1.70	—	—	—	14
5 → 3	4	0.00	0.00	0.00	1.11	1.11	3.30	0.00	0.00	5	0.001	1.20	
5 → 3	5	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	3.30	—	0.001	1.20	
2 → 1	6	0.00	0.00	0.00	1.11	1.11	3.30	0.00	0.00	7	0.001	1.20	15
2 → 1	7	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	3.30	—	0.001	1.20	
3 → 2	5	0.00	0.00	0.00	1.11	1.11	3.30	0.00	0.00	6	0.001	1.20	4
3 → 2	6	0.00	0.00	0.00	1.01	1.01	0.00	3.30	3.30	—	0.001	1.20	

註：灰階粗體表示對偶成本值。

六、結論與建議

6.1 結論

本研究主要之目的，在於建立更合理的評估國道收費定價方式。針對本研究的成果可獲致以下結論：

1. 本研究建構之模型在於以有效的收費定價策略，使得使用國道交通旅次發生道路替代、運具替代以及出發時間替代等移轉效果，追求路網總旅行時間最小為目標，以維持道路服務水準。因此，詮釋此一問題的模型必須符合現況；本研究納入依時性、流出率容量限制、先進先出限制、運具選擇以及出發時間的路網均衡問題進行分析，並討論道路定價收費與依時性用路人最佳化路徑選擇行為的關係，克服以往僅討論靜態問題、未考慮運具替代的動態問題，以及將動態問題重新定義為依時性最佳化路徑選擇問題較為合理。由於依時性模型受到的限制較多，例如當成本函數的 Jacobian 矩陣為非正定時（非對稱性），則難以應用數學規劃方法建構模型，但卻可以利用變分不等式的方法加以描述（Smith^[6], Dafermos^[40]）。本研究則以變分不等式構建模型，藉由逐步固定分析時區的估計旅行時間，將依時性問題轉換為最佳化的模型進行求解。
2. 以實際車流狀態而言，擁擠現象時常在路段出口端發生，在道路容量上可針對路段中任一點來進行限制，本研究則以路段出口進行限制，較能反映容量限制的意義。以往在動態路網均衡問題中，納入路段容量限制條件的研究迄今尚不多見。Smith^[6] 試圖建立一變分不等式包含路段容量限制之動態用路人均衡模型，但此一模型過於抽象，且並未有實證分析或數值範例。此外，Ran 與 Boyce^[7] 曾將動態交通量指派模型中的容量限制分為兩種基本型態，一是路段上的最大車輛數限制，二是路段上最大的流出量限制，但其研究僅對路段容量限制進行探討，並未建立出完整的模型。Chen 與 Wang^[14] 首先以變分不等式，成功地建構出包含容量限制之依時性用路人均衡模型，而此一容量限制假設在路段入口，即限制路段流入率小於或等於路段容量。該研究在依時性用路人均衡變分不等式模型中加入流入率容量限制式，分別以擴張拉氏對偶法與拉氏法進行模型求解，以獲得滿足容量限制之問題。繼之嚴國基與陳惠國^[41] 以延滯概念，構建出流出率容量限制下的依時性用路人均衡模型，並以拉氏法進行求解。有鑑於此，本研究將以拉氏法納入本研究模型，以克服道路收費模型中流出率容量限制問題。
3. 本研究之模型具有依時性之特性，因此在於時間變動下之車流需符合先進先出的原則（first-in-first-out, FIFO），使用相同路段不同出發時間的車流，較早出發的車流應先離開此路段，而較晚出發的車流應較晚離開，不應存在車流超越現象。為充分詮釋本研究道路收費模型，因此於模型中增加先進先出額外限制式。依時性用路人最佳化路徑選擇模型以離散化的方式劃分時區單位，當路段上前後時區的车辆數或流入率產生明顯變化，便可能發生先進後出的狀況。此一問題將導致本研究模型規劃的結果不合理，而對於未

來應用於運輸規劃問題造成影響。

4. Marcotte^[36] 將網路設計問題中隱含的最佳化問題展開，組構成雙層規劃問題 (bi-level Problem)，雙層規劃問題事實上是一種非合作 Stackelberg 競局 (noncooperative Stackelberg game, NSG)。在項次 (1) 中已針對將道路收費視為雙層規劃模型之文獻，就目前而言求解該模型，其上層問題的決策變數 (費率) 與下層模型的決策變數 (路段流入率) 之間，顯然存在隱函數的關係，無法直接進行偏微求得上層模型決策變數的導函數，因此 Tobin^[38]、Tobin 與 Friesz^[37] 提出非線性規劃與變分不等式敏感度分析的方法結合廣義反矩陣方法 (卓訓榮^[1])。本研究將一組路徑可行解轉換至路段可行解，並利用路段解具唯一性，其反矩陣存在的特性進行微擾，進而求得上層模型決策變數 (費率) 的尋優方向。因此本研究應用求解雙層規劃問題，可求得依時性模型的區域最佳解，相較以往使用 Nash 解來作為 Stackelberg 解的近似解或固定費率下的流量型態，更能詮釋費率與用路人旅運決策之關係。
5. 近年來無迴圈路網均衡指派演算法逐漸發展成熟，因此 Bar-Gera 等人^[33] 以 TAPAS 演算法對下層靜態用路人均衡模型求解決策變數，再對上層模型決策變數進行擾動，以求解網路設計問題／道路收費問題的雙層 (階層) 模型。然而有關無迴圈路網均衡指派演算法尚未應用依時性模型進行求解，Dial^[3]則針對路網均衡問題的求解，提出了一種高精度的 B 演算法，這種路徑基礎式演算法兼具路徑基礎式與起點基礎式演算法的特性，其運算觀念為利用路網拓樸排序 (topological ordering)，依起點建立成一系列的無迴圈 (acyclic) 子路網進行對角化運算，並利用區段間流量轉移及對角化運算的方式，進行路網均衡問題的求解。本研究依時性之模型，依出發時區的起點與實際旅行時間所構成的時空路網 (Chen 與 Hsueh^[12,13]) 恰為無迴圈路網。因此，在演算法的處理上，僅需進行時空路網的節點進行排序，有助於提升運算績效，且亦能提供時空路網中路段與路徑流量推進資訊。是故，本研究將 B 演算法成功應用於模型求解，應有助於模型未來的應用與發展。
6. 藉由最佳化規劃的最佳費率，使得旅次產生道路替代、運具替代以及出發時間替代的效果，並提高路網運作績效。透過數值驗證其路段流量型態、路徑選擇、運具選擇以及出發時間選擇等行為均能充分展現，證明最佳化收費的合理性，這樣的作法對於未來高速公路收費問題作出貢獻。

6.2 建議

本研究對於依時性用路人最佳化運具選擇／路徑選擇／出發時間選擇模型，以及國道收費定價最佳化設計雙層規劃模型相關課題進行研究，雖然在模型建立與求解演算法的應用上有所貢獻，但未來仍有相關課題有待繼續努力，相關建議事項說明如次：

1. 本研究主要探究總路網績效最小化為目標，對於國道收費定價進行設計最佳化，並期望國道交通旅次產生運具替代、路徑替代以及出發時間替代等效果，因此依時性用路人最

佳化運具選擇／路徑選擇／出發時間選擇模型的應用，是為了詮釋國道收費後產生的前述 3 種替代效果，然而用路人期望的旅行時間並未納入本研究模型中考量。有鑒於針對國道進行高於目前收費水準的道路定價，用路人必然期望獲得更好的服務品質，也就是希望能在期望時間內到達迄點，在未來的研究中，可由政府業管部門與用路人的角度分別進行探討，設計符合系統目標或限制條件的收費定價。

2. 本研究所提出的國道收費定價最佳化設計雙層規劃模型，屬於網路設計問題，上層問題的模型可視追求的目標與欲解決的問題進行建模，例如確保國道旅運時間在一定的服務水準、分析時區中車輛數最小、分析時段中最小的擁擠水準，或最小的擁擠時段長度等目標式進行有系統的研究分析。
3. 針對國道 5 號，交通部是以國道客運作為主要替代運具，然而本研究現階段運具替代是以鐵路運具為主要考量，其原因在於國道客運與小汽車共同使用相同的路網，然而客運車輛與小汽車間產生交互影響，其影響具非對稱之特性，因此在模型建構上必須考慮非對稱性依時性用路人的性質再予以建模。未來可加入公車運具，可固定班次進行分析或是考量多車種的問題。因為使用大眾運具與私人運具對於費率的效用與時間價值存在一定的差距，因此可針對不同性質的用路人進行差別定價收費，如此將使得國道定價問題更趨完備。
4. 依本研究臺北至宜蘭的測試範例可知，當進行最佳化定價後，收費路段各時區費用十分複雜，如以最佳化的費用施行於目前國道系統，仍須擬定較為方便計算的政策方能施行。未來仍需透過政策說明宣導，逐步建立使用者付費之觀念及區域公共運具接駁能量提升的配套措施逐步實行。

參考文獻

1. 卓訓榮，「以廣義反矩陣方法探討均衡路網流量的敏感性分析」，*運輸計劃季刊*，第 20 卷，第 1 期，民國 80 年，頁 1-14。
2. Chen, H. K., *Dynamic Travel Choice Models: A Variational Inequality Approach*, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
3. Dial, R. B., "A Path-Based User-Equilibrium Traffic Assignment Algorithm that Obviates Path Storage and Enumeration", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 40, No. 10, 2006, pp. 917-936.
4. Friesz, T. L., Bernstein, D., Smith, T. E., Tobin, R. L., and Wie, B. W., "A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem", *Operations Research*, Vol. 41, Issue 1, 1993, pp. 179-191.
5. Friesz, T. L., Bernstein, D., Suo, Z., and Tobin, R. L., "Dynamic Network User Equilibrium with State-Dependent Time Lags", *Networks and Spatial Economics*, Vol. 1, No. 3, 2001, pp. 319-347.
6. Smith, M. J., "The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibria",

- Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 13, No. 4, 1998, pp. 295–304.
7. Ran, B. and Boyce, D. E., “Dynamic Urban Transportation Network Models: Theory and Implications for Intelligent Vehicle Highway Systems”, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 417, Springer–Verlag, New York, 1994.
 8. Ran, B., Boyce, D. E., and LeBlanc, L. J., “A New Class of Instantaneous Dynamic User–Optimal Traffic Assignment Models”, *Operations Research*, Vol. 4, No. 1, 1993, pp. 192–202.
 9. Astarita, V., “Flow Propagation Description in Dynamic Network Loading Models”, In: Stephanedes, Y. J., Filippi, F. (Eds.), *Proceedings of IV International Conference on Application of Advanced Technologies in Transportation Engineering (AATT)*, American Society of Civil Engineers (ASCE), 1995, pp. 599–603.
 10. Wu, D., Yin, Y., and Yang, H., “The Independence of Volume–Capacity Ratio of Private Toll Roads in General Networks”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 45, Issue 1, 2011, pp. 96–101.
 11. Ran, B. and Boyce, D. E., “A Link–Based Variational Inequality Formulation of Ideal Dynamic Optimal Route Choice Problem”, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 4, No. 1, 1996, pp. 1–12.
 12. Chen, H. K. and Hsueh, C. F., “A Model and an Algorithm for the Dynamic User–Optimal Route Choice Problem”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 32, No. 3, 1998, pp. 219–234.
 13. Chen, H. K. and Hsueh, C. F., “Discrete–Time Dynamic User–Optimal Departure Time/Route Choice Model”, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 124, No. 3, 1998, pp. 246–254.
 14. Chen, H. K. and Wang, C. Y., “Dynamic Capacitated User–Optimal Route Choice Problem”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Vol. 1667, No. 3, 1999, pp. 16–24.
 15. Carey, M., “A Constraint Qualification for a Dynamic Traffic Assignment Model”, *Transportation Science*, Vol. 20, Issue 1, 1986, pp. 55–58.
 16. Carey, M. and McCartney, M., “Behavior of a Whole–Link Travel Time Model Used in Dynamic Traffic Assignment”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 36, No. 1, 2002, pp. 83–95.
 17. Carey, M. and Ge, Y. E., “Comparing Whole–Link Travel Time Models”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 37, No. 10, 2003, pp. 905–926.
 18. Patriksson, M., *The Traffic Assignment Problem: Models and Methods*, VSP Utrecht, 1994, Netherlands.
 19. 陳惠國、李宗益、張佳偉，「路段流出率與路段流入率容量限制之比較—以動態用路人均衡路徑選擇模型為例」，*運輸計劃季刊*，第 31 卷，第 3 期，民國 91 年，頁 475–494。
 20. Carey, M., Humphreys, P., McHugh, M., and McIvor, R., “Extending Travel–Time Based Models for Dynamic Network Loading and Assignment, to Achieve Adherence to First–In–First–Out and Link Capacities”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 65, No. 7, 2014, pp. 90–104.
 21. Janson, B. N., “Dynamic Traffic Assignment for Urban Road Networks”, *Transportation*

- Research Part B: Methodological*, Vol. 25, No. 3, 1991, pp. 143–161.
22. Smith, M. J. and Ghali, M., “The Dynamics of Traffic Assignment and Traffic Control: A Theoretical Study”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 24, No. 6, 1991, pp. 409–422.
 23. Yang, H. and Lam, W. H. K., “Optimal Road Tolls under Conditions of Queueing and Congestion”, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 30, Issue 5, 1996, pp. 319–322.
 24. Yang, H. and Huang, H. J., “Analysis of the Time-Varying Pricing of a Bottleneck with Elastic Demand Using Optimal Control Theory”, *Transportation Research*, Vol. 31B, 1997, pp. 425–440.
 25. Boyce, D. and Mattsson, L. G., “Modeling Residential Location Choice in Relation to Housing Location and Road Tolls on Congested Urban Highway Networks”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 33, Issue 8, 1999, pp. 581–591.
 26. 褚志鵬、葉豈陞，「道路擁擠收費政策在考量異質旅次之靜態分析」，*運輸計劃季刊*，第 30 卷，第 1 期，民國 90 年，頁 33–61。
 27. 褚志鵬，「主線收費及匝道收費政策下之擁擠定價分析」，*運輸計劃季刊*，第 30 卷，第 3 期，民國 90 年，頁 513–537。
 28. 賴禎秀、吳志仁，「高速公路實施匝道電子收費下最佳費率與經濟效益評估之研究」，*運輸計劃季刊*，第 31 卷，第 1 期，民國 91 年，頁 37–57。
 29. Viti, F. S., Catalano, F., Li, M., Lindveld, C., and Zuylen, H. V., “An Optimization Problem with Dynamic Route-Departure Time Choice and Pricing”, *Transportation Research Board 85th Annual Meeting*, Washington DC, United States, 2003.
 30. 簡志峰，「匝道收費政策下之動態通行費率與擁擠費率訂價分析」，*中華大學 科技管理研究所碩士論文*，民國 93 年。
 31. Joksimovic, D., Bliemer, M., and Bovy, P., “Optimal Toll Design Problem in Dynamic Traffic Networks with Joint Route and Departure Time Choice”, *Transportation Research Record*, Vol. 1932, No. 6, 2005, pp. 61–72.
 32. 鄭雅丹，「臺北都會區進城費之最佳收費周界與費率水準之研究」，*國立交通大學交通運輸研究所碩士論文*，民國 99 年。
 33. Bar-Gera, H., Hellman, F., and Patriksson, M., “Computational Precision of Traffic Equilibria Sensitivities in Automatic Network Design and Road Pricing”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 47, Issue 1, 2013, pp. 485–500.
 34. Patriksson, M. and Rockafellar, R. T., “Sensitivity Analysis of Aggregated Variational Inequality Problems with Application to Traffic Equilibria”, *Transportation Science*, Vol. 37, No. 1, 2003, pp. 56–68.
 35. Lu, S., “Sensitivity of Static Traffic Equilibria with Perturbations in Arc Cost Function and Travel Demand” *Transportation Science*, Vol. 42, No. 1, 2008, pp. 105–123.
 36. Marcotte P., “Network Design Problem with Congestion Effects: A Case of Bi-level Programming”, *Mathematical Programming*, Vol. 34, No. 2, 1986, pp. 246–254.
 37. Tobin, R. L. and Friesz, T. L., “Sensitivity Analysis for Equilibrium Network Flow”, *Transportation Science*, Vol. 22, Issue 4, 1988, pp. 242–250.

38. Tobin, R. L., "Sensitivity Analysis for Variational Inequalities", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 48, Issue 1, 1986, pp. 191–204.
39. Sheffi, Y., *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice–Hall Inc., New Jersey, 1985.
40. Dafermos, S., "Traffic Equilibrium and Variational Inequalities", *Transportation Science*, Vol. 14, Issue 1, 1988, pp. 42–54.
41. 嚴國基、陳惠國，「先進先出額外限制之研究-以動態用路人最佳化路徑選擇模型為例」，*中國土木水利工程學刊*，第 27 卷，第 4 期，民國 104 年，頁 331–344。

附錄 符號說明

a	: 路段標記
$\tilde{c}_{mpk}^{od}$	: 起迄對 (o,d) 在收費費率下由 k 時區出發選擇 m 運具並使用路徑 P 的旅行時間
$\tilde{c}_{am}(\mathbf{u}, \lambda)$	: 當路段流入率為 $\mathbf{u}$ 時採以費率 λ 所反映路段 a 的一般化旅行時間
$CAP_{at'}$	: 路段 a 於時區 t 的流出率容量上限，其中 $t' = t + \tau_a(t)$
$D_{m_1}^{od}$	: 小汽車運具選擇成本函數
o	: 起點
d	: 迄點
$\mathbf{d}$	: 搜尋方向向量
$\mathbf{h}$	: 路徑流量向量
h_{pk}^{od}	: 起迄對 (o,d) 在時區 k 出發，選擇路徑 p 的路徑流量
h_{pk}^{od*}	: 均衡條件下起迄對 (o,d) 在時區 k 出發，選擇路徑 p 的路徑流量
h_{mpk}^{od}	: 起迄對 (o,d) 在時區 k 出發，進行運具選擇使用路徑 p 的路徑流量
k	: 出發時區標記
m	: 運具標記
m'	: 第一迴圈運算次數
m_1	: 小汽車運具標記
m_2	: 鐵路運具標記
n	: 第二迴圈運算次數
l	: 第三迴圈運算次數
L	: 收費費率下限
p	: 路徑標記
$\bar{q}_k^{od}$	: 起迄對 (o,d) 於 k 時區出發的運輸需求量
$\bar{q}_{mk}^{od}$	: 起迄對 (o,d) 於 k 時區出發進行運具選擇的運輸需求量
t	: 時區標記
Δt	: 滯後時差
T	: 時區總數
$\mathbf{u}$	: 流入率向量
u_{at}	: 時區 t 時，路段 a 的流入率
u_{at}^*	: 時區 t 時，均衡條件下路段 a 的流入率
u_{mat}	: 時區 t 時，運具選擇行為下路段 a 的流入率

u_{apkt}^{od}	: 起迄對 (o,d) 於 k 時區出發，選擇路徑 p ，在時區 t 時進入路段 a 的流入率
$\mathbf{v}$	: 流出率向量
v_{at}	: 時區 t 時，路段 a 的流出率
$\mathbf{x}$	: 路段車輛數向量
x_{at}	: 時區 t 時，路段 a 的車輛數
z	: 目標函數
α	: 估計實際路段 a 的旅行時間使用的參數值
τ_{at}	: 實際路段 a 的旅行時間的估計值
β_{ak}	: 路段 a 於時區 t 的路段為滿足額外限制條件所對應的拉氏乘數
$\beta_{s_a t}$	: 額外限制 g_{at} 所對應的拉氏參數
β_{pk}^{od}	: 起迄對 (o,d) 在 k 時區出發，選擇路徑 p 為滿足額外限制條件所對應的拉氏乘數
$\beta_{lat'}$	: 路段 a 於時區 t 的路段流入率為符合 $t + \tau_a(t)$ 時區流出率容量限制對應的拉氏乘數
$\beta_{2a,t+\Delta t}$	: 路段 a 於時區 t 與時區 $t + \Delta t$ 之先進先出限制式所對應的拉氏乘數
β_{3at}	: 路段 a 於時區 t 的路段流入率為符合 t 時區流入率容量限制對應的拉氏乘數
β_1	: 對應於 $\beta_{lat'}$ 之向量
β_2	: 對應於 $\beta_{2a,t+\Delta t}$ 之向量
β_3	: 對應於 β_{3at} 之向量
ε	: 收斂條件可接受之誤差值
θ_1	: 路段成本函數之參數值
θ_2	: 路段成本函數之參數值
γ	: 估計實際路段 a 的旅行時間使用的參數值
λ	: 費率向量
λ_{mat}	: 時區 t 時，運具選擇行為下路段 a 的費率
$\chi_{2a(t,t+\Delta t)}$	: 指標變數，確認先進先出條件適用性
$\Delta \Delta_1 \Delta_2$	: 路徑間流量移轉量
Ω_k	: 含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇模型解集合
Ω_k^*	: 含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇模型均衡解集合
δ_{apkt}^{od}	1: 起迄對 (o,d) 在 k 時區出發的路徑 p 於 t 時區進入路段 a 0: 其他狀況
$\bar{\delta}_{apkt}^{od}$	: 對應 δ_{apkt}^{od} 之子問題的鄰接變數
δ_{apkt}^{od*}	: 均衡條件下的鄰接變數
δ_{mapkt}^{od}	1: 起迄對 (o,d) 在運具選擇行為下，由 k 時區出發的路徑 p 於 t 時區進入路段 a 0: 其他狀況
δ_{mapkt}^{od*}	: 含額外限制依時性用路人運具選擇／最佳化出發時間／路徑選擇模型均衡條件下的鄰接變數
*	: 均衡狀況之標號

